COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET Cie, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

EN DATE DU 13 JUILLET 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME CENT QUATRE-VINGT-DIXIÈME.

JANVIER — JUIN 1930

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS et Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1930

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1ᵉʳ JANVIER 1930

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Iʳᵉ. — *Géométrie.*

Messieurs :

APPELL (*Paul*-Émile), G. C. ✻.
PAINLEVÉ (*Paul*), ✻.
HADAMARD (*Jacques*-Salomon), O. ✻.
GOURSAT (*Édouard*-Jean-Baptiste), O. ✻.
BOREL (Félix-Édouard-Justin-*Émile*), O. ✻.
LEBESGUE (*Henri*-Léon), ✻.

SECTION II. — *Mécanique.*

SEBERT (*Hippolyte*), C. ✻.
VIEILLE (*Paul*-Marie-Eugène), G. C. ✻.
LECORNU (*Léon*-François-Alfred), C. ✻.
KŒNIGS (*Gabriel*-Xavier-Paul), C. ✻.
MESNAGER (*Augustin*-Charles-Marie), C. ✻.
DRACH (*Jules*), ✻.

SECTION III. — *Astronomie.*

DESLANDRES (*Henri*-Alexandre), O. ✻.
BIGOURDAN (*Guillaume*), O. ✻.
BAILLAUD (Édouard-*Benjamin*), G. O. ✻.
HAMY (*Maurice*-Théodore-Adolphe), O. ✻.
ESCLANGON (*Ernest*-Benjamin), ✻.
. . . .

Section IV. — *Géographie et Navigation.*

Messieurs :

Lallemand (Jean-Pierre, *dit Charles*), O. ✻.
Fournier (François-*Ernest*), G. C. ✻, ✠.
Bourgeois (Joseph-Émile-*Robert*), G. O. ✻.
Ferrié (*Gustave*), G. O. ✻.
Fichot (Lazare-*Eugène*), C. ✻.
Perrier (Antoine-François-Jacques-Justin-*Georges*), C. ✻.

Section V. — *Physique générale.*

Villard (*Paul*), O. ✻.
Branly (*Édouard*-Eugène-Désiré), C. ✻.
Brillouin (Louis-*Marcel*), O. ✻.
Perrin (*Jean*-Baptiste), C. ✻.
Cotton (*Aimé*-Auguste), O. ✻.
Fabry (Marie-Paul-Auguste-*Charles*), O. ✻.

SCIENCES PHYSIQUES

Section VI. — *Chimie.*

Le Chatelier (*Henry*-Louis), G. O. ✻.
Béhal (*Auguste*), G. O. ✻.
Urbain (*Georges*), O. ✻.
Bertrand (*Gabriel*-Émile), O. ✻.
Matignon (Arthème-*Camille*), O. ✻.
. . . .

Section VII. — *Minéralogie.*

Barrois (*Charles*-Eugène), C. ✻.
Douvillé (Joseph-*Henri*-Ferdinand), O. ✻.
Wallerant (*Frédéric*-Félix-Auguste), O. ✻.
Termier (*Pierre*-Marie), C. ✻.
Launay (*Louis*-Auguste-Alphonse de), O. ✻.
Cayeux (Lucien), O. ✻.

SECTION VIII. — *Botanique.*

Messieurs :

MANGIN (*Louis*-Alexandre), C. ✻.
COSTANTIN (*Julien*-Noël), O. ✻.
LECOMTE (Paul-*Henri*), O. ✻.
DANGEARD (*Pierre-Augustin*-Clément), O. ✻.
MOLLIARD (*Marin*), O. ✻.
BLARINGHEM (*Louis*-Florimond), ✻.

SECTION IX. — *Économie rurale.*

ROUX (Pierre-Paul-*Émile*), G. C. ✻.
SCHLŒSING (Alphonse-*Théophile*), O. ✻.
LECLAINCHE (Auguste-Louis-*Emmanuel*), G. O. ✻.
VIALA (Pierre), C. ✻.
CALMETTE (Léon-Charles-*Albert*), G. C. ✻.
. . . .

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie.*

BOUVIER (*Louis*-Eugène), C. ✻.
MARCHAL (*Paul*-Alfred), C. ✻.
JOUBIN (*Louis*-Marie-Adolphe-Olivier-Édouard), C. ✻.
MESNIL (*Félix*-Étienne-Pierre), O. ✻.
GRAVIER (*Charles*-Joseph), O. ✻.
CAULLERY (*Maurice*-Jules-Gaston-Corneille), O. ✻.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie.*

ARSONVAL (Jacques-*Arsène* D'), G. O. ✻.
RICHET (Robert-*Charles*), G. O. ✻.
QUÉNU (*Édouard*-André-Victor-Alfred), C. ✻.
BAZY (*Pierre*-Jean-Baptiste), C. ✻.
VINCENT (Jean-*Hyacinthe*), G. O. ✻.
ACHARD (Émile-*Charles*), O. ✻.

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

Messieurs :

PICARD (Charles-*Émile*), G. O. ✻, pour les sciences mathématiques.

LACROIX (François-Antoine-*Alfred*), C. ✻, pour les sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

BLONDEL (*André*-Eugène), C. ✻.
JANET (*Paul*-André-Marie), C. ✻.
BRETON (*Jules-Louis*).
OCAGNE (Philibert-*Maurice* D'), O. ✻.
BROGLIE (le duc Louis-César-Victor-*Maurice* DE), O. ✻.
DESGREZ (*Alexandre*), O. ✻.
SÉJOURNÉ (Aignan-*Paul*-Marie-Joseph), G. O. ✻.
CHARCOT (*Jean*-Baptiste-Étienne-Auguste), C. ✻.
HELBRONNER (*Paul*), O. ✻.
LE BEL (*Achille*-Joseph), C. ✻.

MEMBRES NON RÉSIDANTS.

SABATIER (*Paul*), C. ✻, à Toulouse.
FLAHAULT (*Charles*-Henri-Marie), O. ✻, à Montpellier.
COSSERAT (*Eugène*-Maurice-Pierre), ✻, à Toulouse.
GRIGNARD (François-Auguste-*Victor*), O. ✻, à Lyon.
WEISS (*Pierre*-Ernest), O. ✻, à Strasbourg.
NICOLLE (*Charles*-Jules-Henri), O. ✻, à Tunis.

APPLICATIONS DE LA SCIENCE A L'INDUSTRIE.

RATEAU (Camille-Edmond-*Auguste*), C. ✻, à Paris.
CHARPY (Augustin-*Georges*-Albert), O. ✻, à Paris.
LUMIÈRE (*Louis*-Jean), C. ✻, à Neuilly-sur-Seine.
LAUBEUF (Alfred-*Maxime*), C. ✻, à Toulon.
CLAUDE (*Georges*), ✻, à Rueil (Seine-et-Oise).
GUILLET (*Léon*-Alexandre), C. ✻, à Paris.

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

Messieurs :

VOLTERRA (*Vito*), G. O. ✻, à Rome.
HALE (*Georges* Ellery), à Pasadena (Californie).
THOMSON (Sir *Joseph* John), à Cambridge (Angleterre).
BRÖGGER (*Waldemar Christofer*), C. ✻, à Oslo.
BORDET (*Jules*-Jean-Baptiste-Vincent), C. ✻, à Bruxelles.
PATERNO DI SESSA (*Emanuele*), G. O. ✻, à Rome.
WINOGRADSKY (*Serge*), à Brie-Comte-Robert (Seine-et-Marne).
TORRES QUEVEDO (*Leonardo*), C. ✻, à Madrid.
RUTHERFORD (Sir *Ernest*), à Cambridge (Angleterre).
WILSON (*Edmund* Beecher), à New York.
....
....

CORRESPONDANTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie* (10).

HILBERT (*David*), à Göttingen.
LA VALLÉE POUSSIN (*Charles*-Jean-Gustave-Nicolas DE), O. ✻, à Louvain.
LARMOR (Sir *Joseph*), à Cambridge (Angleterre).
DICKSON (*Leonard Eugene*), à Chicago.
BAIRE (*René*-Louis), ✻, à Thonon (Haute-Savoie).
NÖRLUND (*Niels Erik*), ✻, à Copenhague.
BERNSTEIN (*Serge*), à Kharkow.
BIRKHOFF (*George*-David), à Cambridge, Massachusetts.
CASTELNUOVO (*Guido*), à Rome.
....

Section II. — *Mécanique* (10).

Messieurs :

LEVI-CIVITA (*Tullio*), à Rome.
SPARRE (le comte *Magnus*-Louis-Marie DE), ✻, à Lyon.
WADDELL (*John Alexander Low*), à New York.
ANDRADE (*Jules*-Frédéric-Charles), ✻, à Cayeux (Somme).
CAMICHEL (*Charles*-Moïse), O. ✻, à Toulouse.
VILLAT (*Henri*-René-Pierre), ✻, à Paris.
ROY (*Louis*-Maurice), à Toulouse.
AUCLAIR (Noël-Marie-*Joseph*), O. ✻, à Bellevue.
STODOLA (*Aurel*), à Zurich.
....

Section III. — *Astronomie* (10).

TURNER (*Herbert Hall*), à Oxford.
VERSCHAFFEL (*Aloys*), ✻, à Hendaye (Basses-Pyrénées).
DYSON (Sir *Frank* Watson), à Greenwich.
GONNESSIAT (*François*), ✻, à Alger.
CAMPBELL (*William Wallace*), O. ✻, au Mount Hamilton (Californie).
FABRY (*Louis*), ✻, à Marseille.
FOWLER (*Alfred*), à Londres.
BROWN (*Ernest William*), à New-Haven (Connecticut).
PICART (Théophile-*Luc*), ✻, à Bordeaux.
....

Section IV. — *Géographie et Navigation* (10).

TEFFÉ (le baron Antonio Luiz DE), à Petropolis (Brésil).
NANSEN (*Fridtjof*), C. ✻, à Lysaker (Norvège).
HEDIN (*Sven* Anders), à Stockholm.
DAVIS (*William Morris*), ✻, à Cambridge (Massachusetts).
TILHO (*Jean*-Auguste-Marie), C. ✻, à Tien-Tsin (Chine).
BERLOTY (Camille-Marie-Antoine-*Bonaventure*), ✻, à Ksara (Syrie).
BOWIE (*William*), à Washington.
GERLACHE DE GOMERY (le baron *Adrien* DE), O. ✻, à Bruxelles.
RICHARD (*Jules*), O. ✻, à Monaco.
....

SECTION V. — *Physique générale* (10).

Messieurs :

BLONDLOT (Prosper-*René*), O. ✻, à Nancy.
GUILLAUME (*Charles-Édouard*), C. ✻, à Sèvres.
MATHIAS (*Émile*-Ovide-Joseph), ✻, à Clermont-Ferrand.
ZEEMAN (*Pieter*), à Amsterdam.
BRAGG (Sir *William* Henry), à Londres.
MILLIKAN (*Robert Andrews*), à Pasadena (Californie).
GUYE (*Charles-Eugène*), ✻, à Genève.
TOWNSEND (*John* Sealy), ✻, à Oxford.
CABRERA (*Blas*), à Madrid.
GUTTON (*Camille*-Antoine-Marie), ✻, à Nancy.

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie* (10).

FORCRAND DE COISELET (Hippolyte-*Robert* DE), O. ✻, à Nice.
GUNTZ (*Antoine*-Nicolas), O. ✻, à Nancy.
WALDEN (*Paul*), à Rostock (Allemagne).
PICTET (*Amé*), O. ✻, à Genève.
RECOURA (*Albert*), O. ✻, à Grenoble.
SENDERENS (*Jean-Baptiste*), ✻, à Rabastens de Bigorre (Hautes-Pyrénées).
HADFIELD (Sir *Robert* Abbott), O. ✻, à Londres.
POPE (Sir *William* Jackson), à Cambridge (Angleterre).
PASCAL (*Paul*-Victor-Henri), ✻, à Paris.
SWARTS (*Frédéric*-Jean-Edmond), O. ✻, à Gand (Belgique).

SECTION VII. — *Minéralogie* (10).

HEIM (*Albert*), à Zurich.
GROSSOUVRE (Marie-Félix-*Albert* DURAND DE), O. ✻, à Bourges.
BECKE (*Friedrich* Johann Karl), à Vienne (Autriche).
FRIEDEL (*Georges*), O. ✻, à Strasbourg.

Messieurs :

BIGOT (*Alexandre*-Pierre-Désiré), ✻, à Mathieu (Calvados).
LUGEON (*Maurice*), C. ✻, à Lausanne.
MARGERIE (*Emmanuel*-Marie-Pierre-Martin JACQUIN DE), O. ✻, à Paris.
GLANGEAUD (*Philippe*), O. ✻, à Clermont-Ferrand.
OSBORN (*Henry Fairfield*), à Garrisson (États-Unis).
VERNADSKY (*Wladimir*), à Léningrad.

SECTION VIII. — *Botanique* (10).

ENGLER (Heinrich Gustav *Adolf*), à Dahlem, près de Berlin.
DE VRIES (*Hugo*), à Lunteren (Pays-Bas).
VUILLEMIN (Jean-*Paul*), ✻, à Malzéville (Meurthe-et-Moselle).
SAUVAGEAU (*Camille*-François), ✻, à Bordeaux.
CHODAT (*Robert*-Hippolyte), ✻, Palmella, Pinchat près de Genève.
LECLERC DU SABLON (Albert-*Mathieu*), ✻, à Vénéjan (Gard).
JUMELLE (*Henri*-Lucien), ✻, à Marseille.
MAIRE (*René*-Charles-Joseph-Ernest), ✻, à Alger.
THAXTER (*Roland*), à Cambridge (Massachusetts).
SCOTT (*Dukinfield Henry*), à Oakley, Hants (Angleterre).

SECTION IX. — *Économie rurale* (10).

GODLEWSKI (*Emile*), à Pulawy (Pologne).
PERRONCITO (*Edoardo*), C. ✻, à Turin.
WAGNER (*Paul*), à Darmstadt.
IMBEAUX (Charles-*Édouard*-Augustin), O. ✻, à Nancy.
NEUMANN (Louis-*Georges*), O. ✻, à Saint-Jean-de-Luz (Basses-Pyrénées).
EFFRONT (*Jean*), ✻, à Bruxelles.
RUSSELL (Sir Edward *John*), à Harpenden (Angleterre).
RAVAZ (Étienne-*Louis*), O. ✻, à Montpellier.
....
....

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie* (10 + 1).

Messieurs :

RAMON CAJAL (*Santiago*), C. ✻, à Madrid.
BOULENGER (*George-Albert*), à Bruxelles.
BATAILLON (Jean-*Eugène*), O. ✻, à Montpellier.
CUÉNOT (*Lucien*-Claude), ✻, à Nancy.
VAYSSIÈRE (Jean-Baptiste-Marie-*Albert*), ✻, à Marseille.
BRACHET (*Albert*-Toussaint-Joseph), O. ✻, à Bruxelles.
LAMEERE (*Auguste*-Alfred-Lucien-Gaston, ✻, à Saint-Gilles-lez-Bruxelles.
VIGUIER (Antoine-François-*Camille*), ✻, à Lison (Calvados).
SCHMIDT (Ernst *Johannes*), O. ✻, à Copenhague-Valby.
KŒHLER (*René*-Jean-Baptiste-François), O. ✻, à Lyon.
LÉGER (*Louis*-Urbain-Eugène), O. ✻, à Grenoble.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

PAVLOV (*Jean* Petrovitch), à Léningrad.
YERSIN (*Alexandre*-John-Émile), C. ✻, à Nha-Trang (Annam).
BRUCE (Sir *David*), à Londres.
WRIGHT (Sir *Almroth* Edward), à Londres.
SHERRINGTON (Sir *Charles* Scott), à Oxford.
FREDERICQ (*Léon*), à Liége.
FORGUE (*Émile*), C. ✻, à Montpellier.
CARREL (*Alexis*), C. ✻, à New-York.
LUMIÈRE (*Auguste*-Marie-Louis-Nicolas), C. ✻, à Lyon.
....

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 6 JANVIER 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS MANGIN, PUIS DE M. LÉON LECORNU.

M. **Louis Mangin**, Président sortant, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres, les Associés étrangers et les Correspondants pendant le cours de l'année 1929.

État de l'impression des recueils de l'Académie au 1er janvier 1930.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Les tomes 186 (1er semestre de l'année 1928) et 187 (2e semestre de l'année 1928) sont parus avec leurs tables et ont été mis en distribution.

Les numéros des 1er et 2e semestres de l'année 1929 sont parus, chaque semaine, avec la régularité habituelle.

Mémoires de l'Académie. — Le tome 60 est à l'impression.

Procès-verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835.

Un volume de tables générales est en préparation.

Annuaire de l'Académie. — L'Annuaire pour 1930 est paru; il est mis en distribution au cours de la présente séance.

Membres décédés depuis le 1er janvier 1929.

Section de mécanique. — M. **Joseph Boussinesq**, le 19 février, à Paris.

Section d'astronomie. — M. **Henri Andoyer**, le 12 juin, à Paris.

Section de chimie. — M. **Charles Moureu**, le 13 juin, à Biarritz, Basses-Pyrénées.

Section d'économie rurale. — M. **Léon Lindet**, le 15 juin, à Gaillon, Eure.

Section de médecine et chirurgie. — M. **Fernand Widal**, le 14 janvier, à Paris.

Académiciens libres. — M. le Maréchal **Foch**, le 20 mars, à Paris.

Membres non résidants. — M. **Charles Depéret**, le 18 mai, à Lyon, Rhône.

Associés étrangers. — Sir **Ray Lankester**, le 15 août, à Londres; M. **Albert Michelson**, le décembre, à .

Membres élus depuis le 1er janvier 1929.

Section de mécanique. — M. **Jules Drach**, le 10 juin, en remplacement de M. Joseph Boussinesq, décédé.

Section d'astronomie. — M. **Ernest Esclangon**, le 25 novembre, en remplacement de M. Pierre Puiseux, décédé.

Section de médecine et chirurgie. — M. **Charles Achard**, le 18 mars, en remplacement de M. Fernand Widal, décédé.

Académiciens libres. — M. **Achille Le Bel**, le 2 juin, en remplacement de M. le Maréchal Foch, décédé.

Membres non résidants. — M. **Charles Nicolle**, à Tunis, le 2 décembre, en remplacement de M. Depéret, décédé.

Membres à remplacer.

Section d'astronomie. — M. **Henri Andoyer**, mort à Paris, le 12 juin 1929.

Section de chimie. — M. **Charles Moureu**, mort à Biarritz, le 13 juin 1929.

Section d'économie rurale. — M. **Léon Lindet**, mort à Gaillon, Eure, le 15 juin 1929.

Associés étrangers. — Sir **Ray Lankester**, mort à Londres, le 15 août 1929; M. **Albert Michelson**, mort à , le décembre 1929.

Correspondants décédés depuis le 1er janvier 1929.

Pour la Section de géométrie. — M. **Charles Riquier**, le 17 janvier, à Caen.

Pour la Section d'astronomie. — M. **Auguste Lebeuf**, le 13 juillet, à Besançon.

Pour la Section de géographie et navigation. — M. **Georges Lecointe**, le 27 mai, à Uccle, Belgique.

Pour la Section de chimie. — M. **William Henry Perkin**, le 17 septembre, à Oxford.

Pour la Section de minéralogie. — M. **Jules Cornet**, le 17 mai, à Mons, Belgique.

Pour la Section d'économie rurale. — M. **Ulysse Gayon**, le 11 avril, à Bordeaux; M. **Louis Trabut**, le 25 avril, à Alger.

Correspondants élus depuis le 1er janvier 1929.

Pour la Section de géométrie. — M. **George Birkhoff**, à Cambridge, Massachusetts, le 28 janvier, en remplacement de M. Ivar Fredholm, décédé; M. **Guido Castelnuovo**, à Rome, le 17 janvier, en remplacement de M. Luigi Bianchi, décédé.

Pour la Section de mécanique. — M. **Aurel Stodola**, à Zurich, le 7 janvier, en remplacement de M. Émile Schwoerer, décédé.

Pour la Section de géographie et navigation. — M. **William Bowie**, à Washington, le 7 janvier, en remplacement de M. Hildebrand Hildebrandsson, décédé; M. **Adrien de Gerlache de Gomery**, à Bruxelles, le 28 janvier, en remplacement de Sir Philip Watts, décédé; M. **Jules Richard**, à Monaco, le 11 mars, en remplacement de M. Roald Amundsen, disparu dans les mers polaires de l'hémisphère Nord.

Correspondants à remplacer.

Pour la Section de géométrie. — M. **Charles Riquier**, mort à Caen, le 17 janvier 1929.

Pour la Section de mécanique. — Sir **George Greenhill**, mort à Londres, le 10 février 1927.

Pour la Section d'astronomie. — M. **Auguste Lebeuf**, mort à Besançon, le 13 juillet 1929.

Pour la Section de géographie et navigation. — M. **Georges Lecointe**, mort à Uccle, le 27 mai 1929.

Pour la Section d'économie rurale. — M. **Ulysse Gayon**, mort à Bordeaux, le 11 avril 1929; M. **Louis Trabut**, mort à Alger, le 25 avril 1929.

Pour la Section de médecine et chirurgie. — M. **Charles Nicolle**, élu membre non résidant, le 2 décembre 1929.

Pour les Sections qui seront désignées par l'Académie :

A. — Le correspondant suivant pour la Section de médecine et chirurgie : M. **Albert Calmette**, élu membre de la Section d'économie rurale, le 14 novembre 1927.

B. — Le correspondant suivant pour la Section de chimie : M. **Theodore William Richards**, mort à Cambridge, Massachusetts, le 3 avril 1928.

C. — Le correspondant suivant pour la Section d'anatomie et zoologie : M. **Edmund Wilson**, élu asssocié étranger, le 25 juin 1928.

D. — Le correspondant suivant pour la Section de minéralogie : M. **Jules Cornet**, mort à Mons, Belgique, le 17 mai 1929.

E. — Le correspondant suivant pour la Section de chimie : M. **William Henry Perkin**, mort à Oxford, le 17 septembre 1929.

M. **Louis Mangin**, Président sortant, s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Arrivé au terme de ma présidence éphémère, je tiens à vous remercier de l'honneur que vous m'avez fait en m'appelant à présider vos séances et de la bienveillance que vous n'avez cessé de me témoigner au cours de l'année qui vient de s'écouler.

Si j'ai réussi dans l'œuvre que vous m'avez confiée, je le dois à nos secrétaires perpétuels, héritiers de la tradition, dont j'ai pu apprécier les conseils autorisés, et je suis heureux de les remercier aujourd'hui de l'aide qu'ils m'ont apportée.

J'invite MM. Lecornu et Termier à prendre place au bureau.

En prenant possession du fauteuil de la Présidence, M. **Léon Lecornu** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Depuis le jour déjà lointain où vous m'avez fait le très grand honneur de me désigner pour la vice-présidence en 1929 et, conséquemment, pour la présidence en 1930, j'ai eu le loisir de chercher en quels termes je pourrais, d'une façon un peu rajeunie, vous exprimer aujourd'hui ma reconnaissance. J'ai cherché,... et je n'ai pas trouvé. Il n'est donné qu'aux membres de l'Académie française de broder à l'infini, avec une souveraine élégance, sur une trame immuable. Je me borne donc à vous remercier de grand cœur.

Mon bonheur serait complet si je nourrissais l'espoir de faire en sorte qu'à l'avenir les orateurs obtiennent toujours l'attention nécessaire. Le problème est difficile à résoudre. Pour être écouté, il faut avant tout pouvoir se faire entendre. Malheureusement l'acoustique de la salle laisse à désirer et tout le monde ne possède pas une voix de stentor. On a proposé l'installation de hauts parleurs, et cela se fera peut-être tôt ou tard : ces appareils qui existent déjà à Notre-Dame de Paris ne seraient pas plus déplacés dans le Temple de la Science. Mais lors même qu'on parviendrait à dominer ainsi les bruits parasites dont nous sommes tous plus ou moins responsables, le but ne serait pas encore atteint.

Entendre et écouter sont deux choses différentes. Or la Science, à force de grandir, subit le sort de la tour de Babel : nous arrivons à la confusion

des langues. Les mathématiciens ne sont plus compris des chimistes, et réciproquement. J'ose même insinuer que les mathématiciens ne se comprennent pas toujours entre eux. Il n'est donc pas étonnant que les auditeurs renoncent bien vite à prêter une oreille complaisante, et passent à un autre genre d'exercice : finalement, celui qui occupe la tribune se donne une peine inutile, tandis que la sonnette présidentielle s'agite désespérément.

A cette regrettable situation, je n'aperçois, pour ma part, qu'un seul palliatif. Chacun de nous, quand il prend la parole, devrait se rappeler qu'un sujet très clair pour lui risque, le plus souvent, d'être fort obscur pour la majorité des assistants, et que, dès lors, le parti le plus sage consiste généralement à énoncer le titre de la Communication, accompagné d'un très bref commentaire, sans se noyer dans des détails que fourniront les *Comptes rendus*. Sans doute les séances se trouveraient, par là, quelque peu écourtées; mais, en revanche, on serait ensuite moins pressé de partir et, après la clôture, on aurait plus de temps pour se livrer à des conversations aussi agréables qu'utiles.

Sans insister outre mesure sur cette suggestion, je désire rappeler, d'autre part, qu'au début de 1910 le nouveau président, M. Émile Picard, engageait chacun des futurs élus à présenter en séance une Notice sur son prédécesseur. Depuis lors, nous avons, pour combler des vides dus à des décès, procédé à 67 élections, et 13 Notices seulement ont été lues dans cette enceinte. Ajoutons 8 éloges prononcés sous la Coupole par nos secrétaires perpétuels concernant des membres défunts au cours de cette période de vingt années. Nous sommes encore loin de compte. Cependant, comme le faisait remarquer en 1910 M. Émile Picard : « En remplissant ainsi un pieux devoir envers nos confrères disparus, nous préparerions des documents de grande importance pour l'histoire de la Science française et de l'Académie. »

Puisque je parle des disparus, constatons avec regret que l'année 1929 a été particulièrement mauvaise. La mort a fauché impitoyablement dans nos rangs. Vous serez tous d'accord avec moi pour souhaiter que la nouvelle année se montre plus clémente.

Il convient de complimenter le président sortant, M. Louis Mangin, président par surcroît, de l'Institut, pour la maîtrise avec laquelle il a su diriger nos séances. Puissiez-vous ne pas trop avoir à regretter son départ. Il m'est heureusement permis de compter pour cela sur la grande expérience et l'aide dévouée de nos secrétaires perpétuels.

Mon héritier présomptif, M. Pierre Termier, que j'ai le plaisir de voir à mes côtés, célébrait jadis avec son éloquence coutumière la joie de con-

naître qui est la grande joie du savant et spécialement du savant doué de facultés d'invention.

Permettez-moi, à ce sujet, une petite digression.

Faire reculer, si peu que ce soit, les ténèbres au milieu desquelles se débat l'intelligence humaine est une victoire qui paie suffisamment son auteur. Parfois cette victoire prend les proportions d'un triomphe, et alors la satisfaction de celui qui l'a remportée se trouve accrue par le sentiment d'honorer ainsi son pays.

Le plus récent de ces triomphes est la conciliation inespérée que la Mécanique ondulatoire réalise entre les idées de Newton et celles de Fresnel sur la nature intime de la lumière. Le prix Nobel et la médaille H. Poincaré ont consacré l'importance d'un tel résultat.

Ainsi le nom de la ville de Broglie, dans laquelle naquit Fresnel en 1788, se trouve de nouveau illustré par les deux frères qui le portent. L'un d'eux est le créateur de cette Mécanique ondulatoire. Son aîné, que nous comptons parmi nous, après avoir autrefois manœuvré sur les ondes marines, effectue, lui aussi, de fructueux voyages de découvertes dans le monde encore si mystérieux de l'éther. Tous deux sont les dignes continuateurs de Fresnel. Ils ont bien mérité de la Science française.

Je ferme la parenthèse et, sans plus tarder, je vous convie, mes chers Confrères, à reprendre, si vous le voulez bien, le cours de nos travaux.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Répartition du nickel et du cobalt dans les plantes.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **M. Mokragnatz.**

Nous avons réussi antérieurement à reconnaître et même à doser de très petites quantités de nickel et de cobalt dans plus de vingt échantillons d'organes végétaux, principalement d'usage alimentaire, appartenant à 18 espèces (1). Nous avons poursuivi cette étude en la faisant porter sur de nouveaux organes, ou sur des organes provenant d'espèces différentes des

(1) *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 458, et *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 37, 1925, p. 554.

premières, d'abord pour éprouver à quel point les résultats déjà obtenus peuvent être généraux, ensuite pour mieux connaître la manière dont le nickel et le cobalt se répartissent dans la matière végétale.

Aucun changement n'a été apporté à la marche des expériences : les mêmes précautions ont été prises pour la préparation des échantillons, les mêmes méthodes ont été suivies pour les analyses. C'est donc finalement à l'état de nickeldiméthylglyoxime ou de cobaltonitrite de potassium et de sodium que les deux métaux ont été séparés et dosés. Dans le petit nombre de cas où la quantité de cobalt présente dans la prise d'essai n'atteignait pas le poids minimum de $0^{mg},005$, nécessaire à la production des cristaux de cobaltonitrite, nous avons terminé le dosage volumétriquement ([1]).

Les nouvelles expériences, mentionnons-le tout de suite, confirment l'existence générale du nickel et du cobalt dans les plantes que les premières avaient permis d'entrevoir. Elles confirment également que les proportions du nickel sont toujours supérieures et parfois très supérieures à celles du cobalt.

En tenant compte de l'ensemble des dosages effectués et en les rapportant aux poids de matières végétales sèches, afin de les rendre plus faciles à comparer, on arrive aux conclusions suivantes :

1° Il y a un certain parallélisme entre les proportions de nickel et celles de cobalt, en ce sens que les organes ayant une teneur faible, une teneur moyenne ou une teneur élevée en nickel sont presque toujours ceux qui ont une teneur faible, moyenne ou élevée en cobalt.

2° Les feuilles sont, d'une manière générale, les organes les plus riches. Nous avons trouvé, par exemple :

	Milligrammes par kilogramme de matières sèches.	
Feuilles de :	Nickel.	Cobalt.
Laitue	1,51	0,054
Carotte	1,83	0,314
Épinard	2,37	0,074
Tilleul	2,50	0,20
Abricotier	3,0	0,30
Hêtre	3,0	0,35
Chou	3,3	0,07

3° Les graines sont parmi les organes qui, après les feuilles, renferment le plus de nickel et de cobalt.

([1]) *Loco citato.*

Grains de :	Milligrammes par kilogramme de matières sèches	
	Nickel.	Cobalt.
Maïs	0,14	0,011
Froment	0,35	0,012
Café	0,38	0,002
Avoine	0,45	indos.
Prunier	0,50	0,006
Haricot blanc	0,59	0,011
Noyer	0,60	0,05
Cerisier	0,60	0,005
Abricotier	0,80	0,005
Sarrasin	1,34	0,36
Lentille	1,61	0,35
Pois	2,25	0,028

4° Contrairement à ce qui s'est présenté pour d'autres corps simples, métalloïdes ou métaux, nous n'avons pas trouvé que les téguments de la graine aient une teneur beaucoup plus élevée que l'amande, tout au moins dans le cas du froment et dans celui de l'avoine, examinés à ce point de vue. Nous n'avons dosé, en effet, dans le son du froment que $0^{mg},39$ de nickel et $0^{mg},011$ de cobalt, et dans celui de l'avoine que $0^{mg},44$ de nickel et $0^{mg},011$ de cobalt.

Remarquons toutefois que l'amande de riz décortiquée et polie s'est montrée extrêmement pauvre en nickel et en cobalt puisque nous n'y avons rencontré que $0^{mg},02$ du premier et $0^{mg},006$ du second par kilogramme de matière sèche. C'est une pauvreté en métaux lourds qui va de pair avec celle qui a déjà été signalée à propos du zinc, du titane, comme de plusieurs autres substances minérales ordinairement présentes dans les graines.

5° En ce qui concerne les tiges, le nickel et le cobalt sont plus abondants dans l'écorce que dans le bois. Nous avons trouvé :

Tiges de :	Millig. par kil. de mat. sèches.	
	Nickel.	Cobalt.
Lilas	1,00	0,50
Vigne	1,30	0,15
Charme, bois	0,12	0,01
» , écorce	0,40	0,10
Hêtre, bois	0,60	0,20
» , écorce	2,00	0,30
Tilleul, bois	0,60	0,10
» , écorce	2,10	0,15

6° Les parties fortement lignifiées constituant les coques qui protègent certaines amandes sont pauvres en nickel et en cobalt :

Coques de :	Millig. par kil. de mat. sèches. Nickel.	Cobalt.
Noyau de prune	0,05	trace
» de cerise	0,10	0,005
» d'abricot	0,15	0,003
» de noix	0,30	0,010

7° Les organes ou tissus parenchymateux provenant de fruits, de racines, de bulbes ou de tubercules servant à l'alimentation offrent, en général, à l'état sec, une teneur moyenne. Ils ne renferment donc, à l'état frais, à cause de leur richesse en eau (de 70 à 90 pour 100), que très peu de nickel et de cobalt. Par exemple :

Organes ou tissus parenchymateux.	Milligrammes par kilogramme de matières sèches. Nickel.	Cobalt.
Tomate (fruit entier)	0,154	0,096
Orange (écorce du fruit)	0,16	0,04
Oignon (bulbe)	0,163	0,13
Carotte, racine cultivée (n° 1)	0,214	ind.
Pomme de terre (tubercule)	0,252	0,063
Carotte, racine cultivée (n° 2)	0,286	0,021
Cerisier (partie charnue du fruit)	0,50	0,005
Abricotier (id.)	0,64	0,032
Prunier (id.)	0,90	0,03
Poirier (id.)	0,90	0,01
Figuier (fruit entier)	1,20	0,20

8° La gyrole ou chanterelle comestible (*Cantharellus cibarius* Fr.), du sous-embranchement des Champignons, est jusqu'ici l'espèce végétale dans laquelle nous avons trouvé la plus haute teneur en nickel et en cobalt (à l'état sec : Ni $3^{mg},5$, Co $2^{mg},13$; à l'état frais : Ni $0^{mg},28$, Co $0^{mg},17$).

En résumé, le nickel et le cobalt existent dans toutes les plantes, cryptogames ou phanérogames, qui ont été examinées. Les proportions en sont très petites. On peut les évaluer à une partie de nickel pour plusieurs millions de parties de plante vivante et à 5 à 10 fois moins encore de cobalt.

Il n'est pas impossible, malgré cette grande dilution, que le nickel et le cobalt interviennent comme catalyseurs dans les cellules végétales. Ce que l'on sait, qualitativement et quantitativement, du rôle de plusieurs autres

corps simples, tels que le manganèse et le bore, dans les phénomènes de la vie des plantes, l'accumulation que nous venons de reconnaître du nickel et du cobalt dans les feuilles et dans les graines, l'influence, enfin, des deux métaux en question dans les échanges nutritifs (1) et, particulièrement, dans la fonction glycogénique (2) des animaux, autorisent à en formuler l'hypothèse.

CHIMIE MINÉRALE. — *Amides et imides dérivées du vanadium.* Note (3) de MM. **Paul Pascal** et **André Dansette**.

Depuis les recherches d'Uhrlaub (4), Roscoe (5) et Safarik (6) sur l'action mutuelle du gaz ammoniac et du chlorure de vanadyle, aucun travail n'est venu rétablir l'accord entre leurs résultats contradictoires. On hésite encore entre les formules VN et VN^2 pour représenter le produit de la réaction à haute température, et d'ailleurs il contient souvent un peu d'hydrogène.

Nous avons cherché à préciser le mécanisme de la transformation en la modérant par dilution et refroidissement des réactifs; il en est résulté la découverte de toute une série de composés intermédiaires, qui font l'objet de cette Note.

Le chlorure de vanadyle est dilué, à 10 pour 100 au plus, dans un dissolvant anhydre (éther, tétrachlorure de carbone, tétrachloréthylène, etc.), la température est maintenue constante, et le gaz ammoniac est envoyé bulle à bulle dans le liquide. Un précipité chamois clair apparaît à basse température, parfois légèrement teinté par des produits secondaires; mais quand le liquide est chauffé extérieurement ou par le fait d'une arrivée trop rapide de gaz, le précipité vire au brun et subit souvent une liquéfaction momentanée.

Trois composés distincts peuvent être obtenus, suivant le mode opératoire :

---

(1) Gab. Bertrand et H. Nakamura, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 321.

(2) Gab. Bertrand et M. Macheboeuf, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1504; 183, 1926, p. 5 et 257. — Gab. Bertrand, *Science*, 64, 1926, p. 629.

(3) Séance du 23 décembre 1929.

(4) Uhrlaub, *Poggendorfs Annalen*, 103, 1858, p. 134.

(5) Roscoe, *Philosophical Transactions*, 158, 1868, p. 1; 159, 1869, p. 679; 160, 1870, p. 317.

(6) Safarik, *Sitzungsber. Akad. Wien*, 33, 1858, p. 5.

I. Quand la réaction a lieu au-dessus de + 85° (et nous l'avons suivie jusqu'à 145°) on obtient un mélange de chlorure d'ammonium et d'une imide ammoniacale. On les sépare facilement en extrayant le sel par l'ammoniac liquide dans une sorte de Soxhlet travaillant sous pression.

Laissée à la température ordinaire dans une atmosphère sèche de gaz ammoniac, l'imide restante constitue quand elle est pure une poudre blanche. Ce dérivé du vanadium tétravalent, correspond à la formule $VONH, 2NH^3$ et se dissocie facilement en laissant une poudre brune de l'imide VONH; il est formé par la réaction de substitution et de réduction

$$6VOCl^3 + 38NH^3 \rightarrow 18ClNH^4 + N^2 + 6[VONH, 2NH^3].$$

II. Quand la température est maintenue à — 80° et la vitesse d'arrivée du gaz réduite à l'extrême, on annule presque complètement l'effet de réduction; la réaction, de pure substitution, conduit alors à l'amide vanadique $VO(NH^2)^3$ jaune clair.

On ne peut songer à la purifier par lavages à l'ammoniac liquide qui la dissout, ni à l'eau qui l'hydrolyse; elle reste donc inévitablement mélangée au chlorure d'ammonium formé simultanément; mais elle ne contient pas d'ammoniac d'addition comme l'imide.

III. Pour des températures comprises entre — 80° et + 85°, auxquelles on atteint d'ailleurs localement par une arrivée de gaz trop rapide, il se forme un mélange complexe dans lequel la proportion de vanadium à l'état tétravalent croît avec la température :

Températures.	V tétravalent.	Températures.	V tétravalent.
°	%	°	%
−78	11,2	+ 70	64,9
−78 + ε	22,9	+ 70 + ε	71,1
−20	56,5	+ 80	86,0
0	62,0	+ 85	91,0
+15	60,3	+115	98,8
+18	61,2	+125	100
+35	64,5	+145	99,9
+70	64,9		

A tout instant, le précipité a la composition d'un mélange de l'amide et de l'imide ammoniacale, mais sa constance entre + 20° et + 70°, sa couleur brune semblent plaider en faveur d'un nouveau composé défini :

$$VO(NH^2)^3, 2VONH, 2NH^3.$$

L'amide normale est très facilement hydrolysée, avec formation de méta-

vanadate d'ammonium et d'ammoniaque

$$VO(NH^2)^3 + 2H^2O \rightarrow VO^3NH^4 + 2NH^3,$$

elle se transforme lentement, même à sec, en perdant de l'ammoniac à la température ordinaire et en subissant une autoréduction qui la fait passer à l'imide.

L'imide se dissout dans l'eau en un liquide violet noir très oxydable; la moitié de l'azote est libérée à l'état d'ammoniaque, et un excès de ce corps précipite un sel brun foncé, identique au composé $V^4O^9(NH^4)^2, 3H^2O$, signalé par Berzélius (1), Crow (2) ou Koppel et Goldmann (3)

$$4VONH + 5H^2O \rightarrow V^4O^9(NH^4)^2 + 2NH^3.$$

En solution ou à l'état sec, ce corps s'oxyde facilement; mais avant de passer à l'état de vanadate, il nous a fourni un composé microcristallin noir $V^4O^{10}(NH^4)^2$. C'est le sel d'ammonium d'un acide hypovanadeux-vanadique : V^2O^5, V^2O^4, H^2O, préparé par Canneri (4) à l'état de sels alcalins.

Nous étudions actuellement la pyrogénation de ces divers composés, et nous préparons les amides et imides substitués de la série grasse ou aromatique.

NOMINATIONS.

M. **Émile Picard** est désigné pour représenter l'Académie à la célébration du *bimillénaire de Virgile*, par le Comité Franco-Italien, au Collège de France, le 25 mars 1930.

ÉLECTIONS.

MM. **H. Deslandres** et **Th. Schlœsing**, ayant réuni l'unanimité des 33 suffrages, seront proposés à l'Assemblée générale de l'Institut comme membres de la Commission de la *Maison de l'Institut de France* à Londres.

---

(1) Berzélius, *Poggendorfs Annalen*, **22**, 1831, p. 1.
(2) Crow, *J. Chem. Society*, **30**, 1876, p. 454.
(3) Koppel et Goldmann, *Z. anorg. Chemie*, **36**, 1903, p. 281.
(4) Canneri, *Gazzetta chim. ital.*, **58**, 1928, p. 6.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de deux candidats au poste de Directeur de l'Observatoire de Besançon, faite en la séance du 30 décembre 1929, c'est M. *René* (et non Jules) *Baillaud*, qui a obtenu 20 suffrages.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique comprend :

En première ligne......... M. **René** (et non Jules) **Baillaud**,
En seconde ligne.......... M. **Alexandre Véronnet.**

Le texte imprimé dans les *Comptes rendus*, t. 189, 1929, p. 1223, est à rectifier conséquemment lignes 12 et 18.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Omagiu profesorului D. Emmanuel. Volume II (premier sorti des presses), *de Mathematica*, 1929.

MM. **P. Gaubert** et **Paul Gautier** adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

MM. **B. Berloty**, **P. Pallary** adressent des remercîments pour les subventions qui leur ont été accordées sur la *Fondation Loutreuil.*

GÉOMÉTRIE. — *Sur les tenseurs fondamentaux des variétés planes.* Note (1) de M. **V. Lalan.**

1. On sait le rôle important que jouent, dans les applications géométriques du calcul tensoriel, les tenseurs fondamentaux des variétés planes que l'on a

(1) Séance du 23 décembre 1929.

à considérer. Aussi importe-t-il de savoir former le tenseur fondamental d'un hyperplan dès que celui-ci est donné. Or, le plus souvent, un hyperplan à p-dimensions (un p-plan) est donné par un simple p-vecteur. Nous nous proposons de montrer que le tenseur fondamental du p-plan contenant le p-vecteur $X_{r_1 r_2 \ldots r_p}$ est

$$g_{r_1 s_1} = p \frac{X_{r_1 r_2 \ldots r_p} X_{s_1}^{\cdot r_2 \ldots r_p}}{X_{r_1 r_2 \ldots r_p} X^{r_1 r_2 \ldots r_p}}. \tag{1}$$

Si nous prenons en effet dans l'hyperplan p vecteurs unitaires orthogonaux deux à deux, $\underset{1}{A}_i$, $\underset{2}{A}_i$, ..., $\underset{p}{A}^i$, le tenseur fondamental de l'hyperplan aura pour expression

$$g_{r_1 s_1} = \sum_{i=1}^{p} \underset{i}{A}_{r_1} \underset{i}{A}_{s_1}.$$

Considérons par ailleurs le p-vecteur dont les coordonnées sont :

$$\begin{vmatrix} \underset{1}{A}_{r_1} & \underset{1}{A}_{r_2} & \ldots & \underset{1}{A}_{r_p} \\ \underset{2}{A}_{r_1} & \underset{2}{A}_{r_2} & \ldots & \underset{2}{A}_{r_p} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \underset{p}{A}_{r_1} & \underset{p}{A}_{r_2} & \ldots & \underset{p}{A}_{r_p} \end{vmatrix}$$

et convenons de désigner ce déterminant par la notation $\underset{[1}{A}_{r_1} \underset{2}{A}_{r_2} \ldots \underset{p]}{A}_{r_p}$.

Ce p-vecteur a pour module l'unité. Appelant μ le module du p-vecteur $X_{r_1 r_2 \ldots r_p}$, nous avons

$$X_{r_1 r_2 \ldots r_p} = \varepsilon \mu \underset{[1}{A}_{r_1} \underset{2}{A}_{r_2} \ldots \underset{p]}{A}_{r_p}$$

($\varepsilon = \pm 1$, suivant que les deux p-vecteurs ont même orientation on non) et

$$\mu^2 = \frac{1}{p!} X_{r_1 r_2 \ldots r_p} X^{r_1 r_2 \ldots r_p}.$$

Mais nous pouvons développer le déterminant

$$X_{r_1 r_2 \ldots r_p} = \varepsilon \mu \left(\underset{1}{A}_{r_1} \underset{[2}{A}_{r_2} \ldots \underset{p]}{A}_{r_p} - \underset{2}{A}_{r_1} \underset{[1}{A}_{r_2} \ldots \underset{p]}{A}_{r_p} + \underset{3}{A}_{r_1} \underset{[1}{A}_{r_2} \ldots \underset{p]}{A}_{r_p} - \ldots \right).$$

Après avoir développé pareillement $X_{s_1}^{\cdot r_2 \ldots r_p}$, il viendra

$$X_{r_1 r_2 \ldots r_p} X_{s_1}^{\cdot r_2 \ldots r_p} = \mu^2 \sum_{i=1}^{p} \sum_{k=1}^{p} (-1)^{i+k} \underset{i}{A}_{r_1} \underset{k}{A}_{s_1} \underset{[1}{A}_{r_2} \ldots \underset{i-1}{A}_{r_i} \underset{i+1}{A}_{r_{i+1}} \ldots \underset{p]}{A}_{r_p} \underset{[1}{A}^{r_2} \ldots \underset{k-1}{A}^{r_k} \underset{k+1}{A}^{r_{k+1}} \ldots \underset{p]}{A}^{r_p}.$$

Le produit intérieur du second membre, qui peut s'écrire sous forme de

déterminant, est nul si $i \neq k$, et vaut $(p-1)!$ si $i=k$. Par conséquent

$$X_{r_1 r_2 \ldots r_p} X_{s_1}^{\cdot r_2 \ldots r_p} = \mu^2 (p-1)! \sum_{i=1}^{n} \underset{i}{A}_{r_1} \underset{i}{A}_{s_1},$$

ce qui établit la formule (1).

2. Outre le tenseur fondamental g_{rs} d'un p-plan, il y a intérêt à considérer les tenseurs à double symétrie ($1 < m \leqq p$) :

$$g_{r_1 r_2 \ldots r_m,\, s_1 s_2 \ldots s_m} = \begin{vmatrix} g_{r_1 s_1} & g_{r_1 s_2} & \ldots & g_{r_1 s_m} \\ g_{r_2 s_1} & g_{r_2 s_2} & \ldots & g_{r_2 s_m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ g_{r_m s_1} & g_{r_m s_2} & \ldots & g_{r_m s_m} \end{vmatrix}.$$

qui jouent, vis-à-vis des m-vecteurs, le même rôle que le tenseur g_{rs} vis-à-vis des vecteurs.

Il existe une formule simple, généralisation de la formule (1), permettant d'exprimer ces tenseurs à l'aide d'un p-vecteur quelconque du p-plan ; c'est la suivante, dont la démonstration n'offre aucune difficulté :

$$(2) \qquad g_{r_1 r_2 \ldots r_m,\, s_1 s_2 \ldots s_m} = \frac{p!}{(p-m)!} \frac{X_{r_1 r_2 \ldots r_m r_{m+1} \ldots r_p} X_{\dot{s}_1 \dot{s}_2 \ldots \dot{s}_m}^{\quad\quad\quad r_{m+1} \ldots r_p}}{X_{r_1 r_2 \ldots r_p} X^{r_1 r_2 \ldots r_p}}.$$

3. Les considérations qui précèdent ont un lien évident avec la théorie de l'n-vecteur de Ricci et Levi-Civitá, $\varepsilon_{r_1 r_2 \ldots r_n}$. Le module de cet n-vecteur étant égal à l'unité, on aura pour expression du tenseur fondamental de l'espace, d'après (1),

$$a_{r_1 s_1} = \frac{1}{(n-1)!} \varepsilon^{r_1 r_2 \ldots r_n} \varepsilon_{s_1}^{\cdot r_2 \ldots r_n}$$

et, plus généralement, d'après (2),

$$a_{r_1 r_2 \ldots r_m,\, s_1 s_2 \ldots s_m} = \frac{1}{(n-m)!} \varepsilon_{r_1 r_2 \ldots r_m r_{m+1} \ldots r_n} \varepsilon_{\dot{s}_1 \dot{s}_2 \ldots \dot{s}_m}^{\quad\quad\quad r_{m+1} \ldots r_n}.$$

Si l'on remarque que

$$\varepsilon_{\dot{s}_1 \dot{s}_2 \ldots \dot{s}_m}^{\quad\quad\quad r_{m+1} \ldots r_n} = \frac{1}{(n-m)!} a^{r_{m+1} \ldots r_n,\, s_{m+1} \ldots s_n} \varepsilon_{s_1 s_2 \ldots s_m s_{m+1} \ldots s_n}$$

et que

$$\varepsilon_{r_1 r_2 \ldots r_n} \varepsilon_{s_1 s_2 \ldots s_n} = a_{r_1 r_2 \ldots r_n,\, s_1 s_2 \ldots s_n},$$

on obtient sans calcul la formule de J. Lipka [1]

$$a_{r_1 r_2 \ldots r_m,\, s_1 s_2 \ldots s_m} = \frac{1}{(n-m)!} \frac{1}{(n-m)!} a_{r_1 \ldots r_m r_{m+1} \ldots r_n,\, s_1 \ldots s_m s_{m+1} \ldots s_n} a^{r_{m+1} \ldots r_n,\, s_{m+1} \ldots s_n}.$$

---

[1] *Rendic. Accad. Lincei*, (V), 31^{I}, 1922, p. 242-245.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur certains réseaux tracés sur des quadriques.* Note (1) de M. **Jacques**, présentée par M. G. Kœnigs.

Considérons, sur une quadrique Q, un réseau R tel que les tangentes à l'une des familles de courbes appartiennent à un complexe linéaire K. Les tangentes à l'autre famille appartiennent au complexe linéaire K, polaire réciproque du complexe K par rapport à la quadrique Q.

Ces réseaux sont donc des réseaux de Wilczinski particuliers (2). Ils se transforment par la méthode de Laplace en réseaux analogues tracés sur des quadriques et se rattachent ainsi aux systèmes (o, c) étudiés par M. Cl. Guichard (3).

Remarquons encore que la transformation de Laplace peut en général être poursuivie indéfiniment, que la quadrique Q et celles qui s'en déduisent ont en commun un quadrilatère gauche, que les axes des complexes spéciaux de la congruence linéaire définie par les complexes K, K_1 sont les droites joignant les sommets opposés du quadrilatère précédent.

Pour appliquer à ces réseaux les méthodes que j'ai indiquées dans une Note antérieure (4), il est nécessaire que les complexes K, K_1 aient le même axe. Il existe une infinité de transformations homographiques permettant de réaliser cette condition.

Nous supposerons maintenant que l'axe commun des complexes ait été pris comme troisième axe de coordonnées et nous désignerons par ξ, η les paramètres normaux des tangentes au réseau R, m et n étant les rotations.

On peut prendre

$$\xi_1\eta_2-\xi_2\eta_1=m=n,$$

et si l'on pose

$$e^{\varphi}=m=n,$$

on doit avoir

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial u\,\partial v}=e^{2\varphi}-e^{-2\varphi}.$$

Deux cas sont à envisager :

---

(1) Séance du 30 décembre 1929.

(2) Mémoire de M. Wilczinski, *Académie Royale de Belgique*, 2e série, 3, 1912, fascicule V.

(3) Cl. Guichard, *Sur les congruences dont les deux surfaces focales sont des quadriques* (*Comptes rendus*, 148, 1909, p. 1496).

(4) Jacques, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 577.

a. La quadrique Q est un paraboloïde. Les solutions correspondantes peuvent se réduire à la forme

$$m = n = \text{const.}, \qquad \varphi = 0.$$

b. La quadrique Q est une quadrique à centre. Dans ce cas, l'on obtient des solutions qui se ramènent à

$$e^{\varphi} = -\operatorname{Th}(u+v).$$

Ces deux groupes de solutions se déduisent l'un de l'autre par la transformation de Lie.

Nous nous bornerons à indiquer les propriétés des réseaux O qui se déduisent des réseaux précédents.

a. Soit $r(x_1, x_2)$ le réseau projection du réseau R sur le plan $X_1 O X_2$. Il existe un réseau orthogonal admettant pour coordonnées $(x, \alpha x_2)$, α étant une constante. Un réseau parallèle au réseau ainsi défini peut être considéré comme la projection du réseau décrit par l'un des centres de courbure d'un hélicoïde minima.

b. x_1, x_2, x_3 correspondant au réseau R. Il existe un réseau orthogonal $(x_1, \alpha x_2, \beta x_3)$, α, β étant des constantes. Ce réseau correspond à la représentation sphérique des lignes de courbure d'un hélicoïde minima.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une suite de fonctions considérée par Hermite et son application à un problème du calcul des variations.* Note [1] de M. **Maurice Janet**.

Désignons par (F_p) la classe des fonctions [2] de la variable réelle x qui *s'annulent ainsi que leurs dérivées jusqu'à l'ordre* $p-1$ *compris aux deux extrémités de l'intervalle* $(-1, +1)$. Pour les fonctions y de cette classe, le rapport

$$\frac{\int_{-1}^{+1} (y^{(p)})^2\, dx}{\int_{-1}^{+1} (y^{(p-1)})^2\, dx} \tag{1}$$

---

(1) Séance du 23 décembre 1929.

(2) Continues ainsi que leurs dérivées, jusqu'à l'ordre p compris dans l'intervalle -1, $+1$. On pourra même admettre pour la dérivée d'ordre p des discontinuités de première espèce.

a pour borne inférieure un nombre $\left(\frac{\omega_p}{2}\right)^2$ que nous avons donné le moyen de calculer (¹), borne effectivement atteinte pour une certaine fonction de la forme

$$(2)_p \qquad A\cos\lambda x + B\sin\lambda x + R_{2p-3}(x) \qquad \text{(non identique à zéro)},$$

A, B, λ désignant des constantes et R_{2p-3} un polynome de degré au plus $2p-3$ (et bien entendu pour toutes celles qui s'en déduisent en la multipliant par une constante). Voici à ce sujet des résultats plus précis.

1. Désignons par λ_p tout nombre λ tel qu'il existe une fonction de la forme $(2)_p$ dans la classe (F_p); le rapport (1) a pour cette fonction la valeur λ^2; $\left(\frac{\omega_p}{2}\right)^2$ n'est donc autre que le plus petit des $(\lambda_p)^2$.

Désignons d'autre part par μ_p tout nombre λ tel qu'il existe une fonction *impaire* de la forme $(2)_p$ dans la classe (F_p).

On voit facilement que *l'ensemble des* (λ_p) *se compose au total de l'ensemble des* (μ_p) *et des* (μ_{p-1}).

Or *l'équation qui donne les* μ_p *n'est autre que*

$$A_{p-1}(x) = 0,$$

où l'on utilise les notations d'Hermite (²)

$$A_0 = \sin x, \qquad A_1 = \sin x - x\cos x,$$
$$A_n = \int_0^x t A_{n-1}(t)\,dt, \qquad A_2 = (3 - x^2)\sin x - 3x\cos x.$$

Le plus petit zéro positif de A_n est supérieur au plus petit zéro positif de A_{n-1}, de sorte que le *nombre* $\frac{\omega_p}{2}$ *cherché* est *le plus petit zéro positif* de l'équation

$$A_{p-2}(x) = 0,$$

autrement dit de *l'équation obtenue en égalant* $\tan x$ *à la réduite d'ordre* $p-2$ *de son développement en fraction continue* par la formule

$$\operatorname{tang} x = \cfrac{x}{1 - \cfrac{x^2}{3 - \cfrac{x^2}{5 - \dots}}}$$

(¹) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 681.
(²) *Œuvres*, **3**, p. 136.

Si l'on désigne ce nombre par ξ, la *fonction* cherchée est

$$\begin{vmatrix} \frac{x^2-1}{2} & \frac{x^4-1}{4} & \cdots & \frac{x^{2p-4}-1}{2p-4} & \frac{\cos\xi - \cos\xi x}{\xi} \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & \sin\xi \\ 1 & 3 & \cdots & 2p-5 & \xi\cos\xi \\ 0 & 3.2 & \cdots & (2p-5)(2p-6) & -\xi^2\sin\xi \\ 0 & 3.2.1 & \cdots & (2p-5)(2p-6)(2p-7) & -\xi^3\cos\xi \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots\cdots & -\xi^4\sin\xi \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \end{vmatrix}$$

2. Les identités

$$A'_n = x A_{n-1}, \qquad A_n = U_n x^{2n+1}, \qquad U'_n = -x U_{n+1}$$

montrent immédiatement qu'entre deux zéros positifs consécutifs de A_n il y a un zéro et un seul de A_{n-1}, un zéro et un seul de A_{n+1}. Si $\xi_{n,1}, \xi_{n,2}, \ldots$ représentent les zéros positifs de A_n rangés par ordre de grandeur, on a donc

$$\xi_{n-1,k} < \xi_{n,k} < \xi_{n-1,k+1}.$$

L'identité $(2n+1)A_n = x^2 A_{n-1} + A_{n+1}$ montre d'autre part que si, pour une valeur de x, A_{n-1} et A_{n+1} sont de même signe, A_n a, pour cette valeur, leur signe commun. D'où la nouvelle inégalité

$$\xi_{n+1,k} < \xi_{n-1,k+1}.$$

Il en résulte

$$\xi_{2p-2,1} < p\pi$$

et, d'une manière analogue,

$$\xi_{2p-1,1} < \frac{2p+1}{2}\pi.$$

Sans qu'il soit besoin de faire aucun calcul numérique plus précis, on a donc sur les ω le renseignement suivant, de forme simple

$$\omega_k < k\pi,$$

quel que soit le nombre entier k supérieur à 2.

D'ailleurs ω_k *tend vers l'infini avec k*. On s'en rend compte aisément en écrivant l'équation $A_{k-2}(x) = 0$ sous la forme

$$\int_0^1 (1-z^2)^{k-2} \cos xz\, dz = 0.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Un problème d'interpolation.*
Note de M. **R. Tambs Lyche**, présentée par M. Hadamard.

Étant donné, dans l'espace R_n *à n dimensions, un ensemble fini* E *quelconque de points* $(x_1, \ldots, x_n)$, *cherchons à déterminer, parmi les polynomes* $\varphi(x_1, \ldots, x_n)$ *qui prennent aux points de* E *des valeurs données* $\psi(E)$, *celui ou ceux dont le degré est minimum.*

On sait que les formules connues d'interpolation de Newton, de Lagrange, etc. ont été étendues aux fonctions de plusieurs variables. Ces formules contiennent, dans des cas particuliers, la solution du problème proposé (voir pour cela, par exemple, J. F. Steffensen, *Interpolation*, p. 203-223, Baltimore, 1927).

Prenons, pour fixer les idées, $n = 2$, et désignons par $\overline{E}$ l'ensemble des points (x_h, y_k), $(h = 1, 2, \ldots, m;\ k = 1, 2, \ldots, n)$, les x_h et y_k étant des quantités réelles quelconques. On sait alors qu'il existe un polynome et un seul de degré $m - 1$ en x et $n - 1$ en y qui prend aux points de $\overline{E}$ les valeurs données $\psi(x_h, y_k)$. Dans le cas d'un ensemble E quelconque il n'est plus commode d'employer les différences successives, comme on le fait en général pour des ensembles tels que $\overline{E}$. Le polynome en question peut alors s'écrire sous la forme

$$(1) \qquad \psi(x, y) = \sum_{h,k=1}^{m,n} A_{h,k} P_h(x) Q_k(y),$$

où l'on a posé, pour abréger,

$$P_1(x) = 1; \quad P_h(x) = (x - x_1)(x - x_2)\ldots(x - x_{h-1}) \quad (h = 2, 3, \ldots, m+1),$$
$$Q_1(y) = 1; \quad Q_k(y) = (y - y_1)(y - y_2)\ldots(y - y_{k-1}) \quad (k = 2, 3, \ldots, n+1),$$

et où

$$(2) \qquad A_{h,k} = \sum_{i,j=1}^{h,k} \frac{\psi(x_i, y_j)}{P'_{h+1}(x_i) Q'_{k+1}(y_j)}.$$

Soit alors E un ensemble fini quelconque de points (ξ_i, η_i) $(i = 1, 2, \ldots, N)$. Menons par tout point de E des parallèles aux axes des coordonnées et désignons par $\overline{E}$ l'ensemble des points d'intersection de ces droites. Soient (x_h, y_k), $(h = 1, 2, \ldots, m;\ k = 1, 2, \ldots, n)$ les points de $\overline{E}$ parmi lesquels se trouvent les points (ξ_i, η_i) de E. Si (x_h, y_k) est un point de l'ensemble $\overline{E} - E$,

nous désignons par $\psi(x_h, y_k)$ une quantité quelconque. Formons alors le polynome donné par (1) et (2), que nous appellerons $\Phi(x, y)$. Ce polynome prend évidemment aux points de E les valeurs $\psi(\xi_i, \eta_i)$. Or, nous pouvons profiter du choix des valeurs $\psi(x_h, y_k)$ dans $\overline{\mathrm{E}} - \mathrm{E}$ pour abaisser, autant que possible, le degré du polynome $\Phi(x, y)$, soit en fonction d'une seule des variables, soit en totale.

Soit pour cela $r \geqq 0$ le plus grand nombre entier satisfaisant à la condition suivante : l'ensemble $\overline{\mathrm{E}} - \mathrm{E}$ contient, pour chaque valeur de k, de 1 à n, au moins r points (x_h, y_k).

Les polynomes $\Phi(x, y)$ *prenant dans* E *les valeurs données* $\psi(\xi_i, \eta_i)$ *sont*, en général, *du degré* $m - 1 - r$ *au moins en* x. *Il existe un polynome* $\Phi(x, y)$ *de ce degré en* x *et du degré* $n - 1$ *en* y *contenant exactement* $(m - r)n - \mathrm{N}$ *constantes arbitraires.*

(Il est bien évident que cette borne inférieure du degré peut se réduire si les valeurs données $\psi(\xi_i, \eta_i)$ sont assujetties à des conditions spéciales.)

Désignons d'autre part par $\rho \geqq 0$ le plus grand nombre entier satisfaisant à la condition suivante : l'ensemble $\overline{\mathrm{E}} - \mathrm{E}$ contient au moins $\frac{1}{2}\rho(\rho + 1)$ points non situés sur une même courbe algébrique d'ordre $\rho - 1$. (Si $\overline{\mathrm{E}} - \mathrm{E}$ n'est pas vide, on prend $\rho \geqq 1$.)

Les polynomes $\Phi(x, y)$ *prenant aux points de* E *les valeurs données* $\psi(\xi_i, \eta_i)$ *sont*, en général, *de degré total au moins égal à* $m + n - 2 - \rho$. *Il existe un polynome* $\Phi(x, y)$ *de ce degré contenant exactement*

$$mn - \mathrm{N} - \frac{1}{2}\rho(\rho + 1)$$

constantes arbitraires.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les régions d'holomorphie des séries de Dirichlet.* Note de M. **Vladimir Bernstein**, présentée par M. Hadamard.

Le but de cette Note est d'indiquer quelques théorèmes sur les séries de Dirichlet, théorèmes que l'on obtient en appliquant à ces séries des méthodes que plusieurs auteurs ont appliquées aux séries de Taylor et que j'ai déjà appliquées à certaines séries de Dirichlet dans des Notes précédentes.

Nous appellerons pour simplifier *triangle* $\mathrm{H}_\sigma^l(l, \alpha)$ le triangle isoscèle dont la base de longueur $2l$ est située sur la droite verticale $\mathrm{R}(s) = \sigma$, dont

l'angle à la base est égal à α et dont le sommet d'ordonnée t est à gauche de la base. Cela posé, énonçons les principaux théorèmes :

THÉORÈME I. — *Une condition nécessaire et suffisante pour que la série de Dirichlet* $\Sigma a_\nu e^{-\lambda_\nu s}$ *dont l'abscisse de convergence absolue est supposée inférieure ou égale à* 0 *représente une fonction* $f(s)$ *holomorphe à l'intérieur et sur la base du triangle* $H_0^0(l, \alpha)$, *est qu'il existe une fonction* $\Phi(z)$ *satisfaisant aux conditions suivantes :*

1° $\Phi(z)$ *est méromorphe dans le secteur* $|\arg z| \leqq \alpha$;

2° *Les points* $\lambda_\nu (\nu = 1, 2, \ldots)$ *sont des pôles simples de* $\Phi(z)$, *le résidu correspondant étant égal à* a_ν;

3° $\Phi(z)$ *ne possède pas d'autres singularités dans le secteur* $|\arg z| \leqq \alpha$ *et satisfait dans ce secteur à l'inégalité*

$$|\Phi(re^{i\psi})| \leqq e^{-(l\sin|\psi|-\varepsilon).r}$$

pour r *assez grand, quelque petit que soit* ε.

THÉORÈME II. — *Une autre condition nécessaire et suffisante est qu'il existe une fonction* $\varphi(z)$ *holomorphe dans le secteur* $|\arg z| \leqq \alpha$ *à l'extérieur de petits cercles de rayon fixe arbitrairement petit entourant les points* λ_ν *et telle que dans ce secteur*

$$|\varphi(re^{i\psi})| \leqq e^{-(l\sin|\psi|-\varepsilon).r}\,|C(re^{i\psi})|, \qquad r > r_0(\varepsilon);$$
$$\varphi(\lambda_n) = a_n C'(\lambda_n)$$

où $C(z)$ *désigne une fonction holomorphe pour* $R(z) \geqq 0$ *et s'annulant pour* $z = \lambda_\nu (\nu = 1, 2, \ldots)$.

Ces théorèmes se démontrent de la même manière que le théorème II de ma dernière Note [1]. Si l'on précise la suite des λ_ν on peut, en choisissant la fonction $C(z)$ de manière convenable, déduire plusieurs théorèmes sur les régions d'holomorphie des fonctions représentées par les séries de Dirichlet.

J'ai étudié plus spécialement le cas où le rapport $\frac{n}{\lambda_n}$ tend vers une limite finie D. Je prends $C(z) = \prod \left(1 - \frac{z^2}{\lambda_1^2}\right)$; cette fonction a été étudiée par plusieurs auteurs, entre autres par MM. Carlson et Polya. J'ai poursuivi l'étude de cette fonction, plus spécialement pour le cas où la quan-

---

(1) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 539. Cette Note contient quelques erreurs d'impression (voir *Errata*, p. 88, ci-dessous).

tité $g = \lim(\lambda_{\nu+1} - \lambda_\nu)$ peut être nulle. J'ai pu démontrer que *l'on a*

$$\lim \frac{\log |C(r)|}{r} = 0$$

lorsque r *croît vers l'infini par valeurs positives, tout en restant en dehors d'un ensemble d'intervalles exceptionnels qui se construit aisément quand on connaît la suite* $\{\lambda_\nu\}$ (1). D'autre part, j'ai appliqué au même cas la notion de *densité maximum* introduite par M. Polya. J'ai obtenu ainsi le théorème suivant : *Si la suite* $\{\lambda_\nu\}$ *a la densité maximum* D, *la fonction* $f(s) = \Sigma a_\nu e^{-\lambda_\nu s}$ *possède un point singulier sur chaque segment de longueur supérieure à* $2\pi D$ *de la droite d'holomorphie* (2) *et la distance entre cette droite et la droite de convergence n'est pas supérieure à un nombre* δ *qui ne dépend que de la suite* $\{\lambda_\nu\}$ (3).

Dans le cas où $\frac{n}{\lambda_n} \to D$ le nombre δ est donné par la formule

$$\delta = \left| \lim_{n=\infty} \frac{\log |C'(\lambda_n)|}{\lambda_n} \right|.$$

Si D n'est pour la suite $\{\lambda_n\}$ qu'une densité maximum, l'expression de δ est un peu plus compliquée; je l'indique, ainsi que les démonstrations et plusieurs autres théorèmes, dans un Mémoire qui paraîtra prochainement dans un recueil italien. J'indique ici encore le résultat suivant : *Si* $f(s)$ *est holomorphe dans un triangle* $H_\sigma^l(l, \alpha)$ *avec* $l > \pi D$ *et* σ *non supérieur à l'abscisse de convergence de la série,* $f(s)$ *est homolorphe dans tout le demi-plan* $R(s) \geqq \sigma - (l - \pi D) \tang \alpha$.

On obtient aussi des résultats intéressants en prenant d'autres fonctions pour $C(z)$; par exemple on peut prendre

$$C(z) = \frac{1}{\Gamma(z)} \prod \left(1 - \frac{z}{\lambda_n}\right) e^{\frac{z}{\lambda_n}},$$

mais les dimensions de cette Note ne me permettent pas d'en parler.

---

(1) Ce théorème a été démontré par M. Polya pour le cas $g > 0$ (*Math. Zeitschrift*, 29, 1929, p. 571).

(2) J'appelle ainsi la droite $R(s) = H$ qui possède la propriété que $f(s)$ est holomorphe pour $R(s) \geqq H + \varepsilon$, mais possède des singularités dans chaque demi-plan $R(s) \geqq H - \varepsilon$.

(3) Ce théorème a aussi été démontré par M. Polya pour le cas $g > 0$; dans ce cas les droites de convergence et d'holomorphie se confondent (*Berl. Sitz.*, 1923, p. 45). M. Polya a aussi démontré la première partie de ce théorème pour le cas $g = 0$, $D = 0$ (*Gött. Nachr.*, 1927, p. 188).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la variation du domaine dans le problème de Dirichlet.* Note (¹) de M. **Giulio Krall**, transmise par M. Volterra.

1. Je me propose dans cette Note d'établir une formule permettant de résoudre, par des seules quadratures, le problème de Dirichlet pour tout champ assez proche à un domaine dont la fonction de Green est supposée connue.

M. Cisotti *Risoluzione dei problemi di Dirichlet e di Neumann in campi prossimi a quelli classici* (*Rend accademia dei Lincei*, 5ᵉ série, 25, 1ᵉʳ sem. 1929, fasc. 6, 7 et 8), a déjà traité la question, en parvenant à des formules remarquablement simples. On y fait intervenir toutefois la dérivée normale sur le contour de la fonction harmonique dont on cherche la variation. Or il est bien connu que le calcul d'une telle dérivée est très pénible. D'après cela il m'a paru non dépourvu d'intérêt d'obtenir une autre expression contenant exclusivement les données directes du problème.

2. Soit σ le contour du domaine primitif dont on connaît la fonction de Green G. Soit $\overset{\star}{\sigma}$ le contour varié. Nous supposerons que la correspondance entre les points P de σ et $\overset{\star}{\mathrm{P}}$ de $\overset{\star}{\sigma}$ soit définie par la formule $\overset{\star}{\mathrm{P}} = \mathrm{P} + \zeta\mathbf{n}$, ζ étant une fonction infiniment petite des points P, $\mathbf{n}$ le verseur de la normale issue de P lui-même. Ceci posé, si l'on représente par W les valeurs qu'une fonction V, harmonique à l'intérieur de σ, prend sur σ, on a, par une formule fondamentale,

$$\mathrm{V} = -\int_\sigma \frac{d\mathrm{G}}{dn}\mathrm{W}\,d\sigma$$

et, d'une manière analogue, pour le contour varié, avec des notations évidentes,

$$\overset{\star}{\mathrm{V}} = -\int_{\overset{\star}{\sigma}} \frac{d\overset{\star}{\mathrm{G}}}{dn}\overset{\star}{\mathrm{W}}\,d\overset{\star}{\sigma}, \tag{1}$$

où $\overset{\star}{\mathrm{W}} = \mathrm{W} + \varepsilon\zeta$; ε étant une fonction quelconque des points P de σ. Rappelons que $\overset{\star}{\mathrm{G}} = \mathrm{G} + \delta\mathrm{G}$, avec $\delta\mathrm{G}$ assez petit de l'ordre de ζ, est donnée par une formule très connue due à M. Hadamard. En négligeant des infini-

(¹) Séance du 23 décembre 1929.

ment petits d'ordre supérieur, on aura

$$\frac{d\overset{\star}{G}}{d\overset{\star}{n}} = \frac{dG}{d\overset{\star}{n}} + \frac{d\,\delta G}{dn} + \zeta\frac{d^2G}{d\overset{\star}{n}{}^2} + \ldots.$$

Si l'on explicite la dérivée par rapport à $\overset{\star}{n}$, on trouve

$$\frac{d}{d\overset{\star}{n}} = \sum_1^3{}_k \frac{\partial}{\partial x_k}\cos\left(\widehat{\overset{\star}{n}\,x_k}\right) = \sum_1^3{}_k \frac{\partial}{\partial x_k}\cos\left(\widehat{n\,x_k}\right) - \sum_1^3{}_k \frac{\partial}{\partial x_k}\sum_1^2{}_\alpha H_\alpha^{-1}\frac{\partial\zeta}{\partial\xi_\alpha}\cos\left(\widehat{x'_\alpha,\,x_k}\right),$$

la signification des symboles étant la suivante :

$\xi_\alpha(\alpha=1,\,2)$ désignent des coordonnées curvilignes orthogonales sur σ; $ds^2 = \sum_1^2{}_\alpha H_\alpha^2\,d\xi_\alpha^2$ le carré de l'élément linéaire; x'_α des coordonnées cartésiennes par rapport à un trièdre A' dont l'axe x'_3 coïncide avec la normale en P et dont les axes Px'_α sont définis par deux vecteurs $\mathbf{t}_\alpha$ appartenant au plan tangent. Ceci posé, en observant que, si l'on représente par ρ_m la courbure moyenne en P, on a $d\overset{\star}{\sigma} = (1-\zeta\rho_m^{-1})\,d\sigma$, la formule (1) pourra s'écrire

$$\overset{\star}{V} = V + \int_\sigma W\sum_{\alpha,k} H_\alpha^{-1}\frac{\partial\zeta}{\partial\xi_\alpha}\cos\left(\widehat{x'_\alpha,\,x_k}\right)\frac{\partial G}{\partial x_k}\,d\sigma$$
$$- \int_\sigma \zeta W\frac{d^2G}{dn^2}\,d\sigma - \int_\sigma W\frac{d\,\delta G}{dn}\,d\sigma + \int_\sigma \frac{\zeta W}{\rho_m}\frac{dG}{dn}\,d\sigma + \ldots.$$

Appelons J_1, J_2, ... les intégrales qui figurent dans le second membre et tenons compte de ce que $\cos\left(\widehat{x'_\alpha,\,x_k}\right) = H_\alpha^{-1}\frac{\partial x_k}{\partial\xi_\alpha}$. En posant successivement

$$\Psi_k = W\frac{\partial G}{\partial x_k}, \qquad B_\alpha = \sum_1^3{}_k \Psi_k\frac{dx_k}{\partial\xi_\alpha}, \qquad B^{(\alpha)} = \sum_1^2{}_\alpha B_\alpha H_\alpha^{-2},$$

les $B^{(\alpha)}$ pourront s'interpréter comme composantes contrevariantes d'un vecteur $\mathbf{B}$, et l'on aura

$$J_1 = \int_\sigma \sum_1^2{}_\alpha \sqrt{a}\,B^{(\alpha)}\frac{\partial\zeta}{\partial\xi_\alpha}\,d\xi_1\,d\xi_2,$$

en désignant par a le discriminant $H_1^2H_2^2$ du ds^2 superficiel. Une intégration par parties donne, puisqu'il s'agit d'une surface fermée,

$$J_1 = -\int_\sigma \zeta\sum_1^2{}_\alpha \frac{1}{\sqrt{a}}\frac{\partial(\sqrt{a}\,B^{(\alpha)})}{\partial\xi_\alpha}\,d\sigma = -\int_\sigma \zeta\,\mathrm{div}\,\mathbf{B}\,d\sigma.$$

D'après la nature invariante de la divergence div **B**, on peut se rapporter aux coordonnées localement cartésiennes x'_α et l'on en tire, en se rappelant que $\frac{d^2}{dn^2} = \frac{d^2}{dx'^2_3}$, $\Delta'_2 G = 0$, si l'on pose encore $\varepsilon = \frac{dW}{dn} = \frac{dW}{dx'_3}$,

$$J_1 + J_2 = -\int_\sigma \zeta \nabla'(G, W)\, d\sigma,$$

où j'entends par ∇' le paramètre mixte $\sum_1^3{}_k \frac{\partial G}{\partial x_k} \frac{\partial W}{\partial x_k}$, que l'on peut rapporter indifféremment aux x'_α ou aux x_k.

On parvient de la sorte à la formule annoncée

$$\delta V = \overset{*}{V} - V = -\int_\sigma \zeta \nabla(G, W)\, d\sigma + \int_\sigma \frac{dG}{dn} W \frac{\zeta\, d\sigma}{\rho_m} - \int_\sigma \frac{d\,\delta G}{dn} W\, d\sigma + \ldots,$$

dans laquelle les valeurs données W sur la surface σ sont pensées prolongées à l'espace environnant. C'est ce prolongement (arbitraire) qui définit d'un côté les valeurs $\overset{*}{W}$ sur $\overset{*}{\sigma}$ et de l'autre $\varepsilon = \frac{dW}{dn}$.

RELATIVITÉ. — *Sur la loi de la gravitation.*
Note (¹) de M. **Fr. Girault**, présentée par M. L. Lecornu.

Ainsi que je l'ai fait remarquer il y a plusieurs années (²), il existe, du point de vue euclidien, contrairement à une opinion fort répandue, dans le cas du champ de gravitation sphérique, une triple infinité de lois susceptibles de satisfaire au principe de relativité. Parmi cette triple infinité de lois, dont j'ai donné la formule générale (³), il en est une, différente de celle d'Einstein, qui, à mon avis, a, de beaucoup, la plus grande probabilité d'être la loi exacte.

Je rappelle que cette loi qui, du point de vue non euclidien, se confond en première approximation avec la loi d'Einstein, donne lieu exactement aux mêmes confirmations expérimentales que celle-ci.

Le cas du champ de gravitation sphérique permet d'énoncer cette remarque que j'ai formulée pour la première fois presque en même temps qu'Eddington :

(¹) Séance du 30 décembre 1929.
(²) Voir Fr. Girault, *Le problème de la gravitation* (Gauthier-Villars, 1924).
(³) Voir *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 580.

La distance euclidienne d'un point quelconque du champ au centre de l'astre attirant est indéterminable expérimentalement.

L'étude des propriétés du champ sphérique se heurte donc, du point de vue euclidien, à une indétermination du problème.

La considération du champ de gravitation uniforme (champ d'une plaque plane homogène de très grande étendue) permet de lever cette indétermination. Dans un tel champ, la métrique de l'espace ne saurait être euclidienne puisque, d'après Einstein lui-même, la gravitation dépend des variations de la courbure de l'espace. Pour que l'espace d'un tel champ uniforme, dont les surfaces de niveau sont évidemment exemptes de courbure, ne soit pas euclidien, il faut que la longueur des règles disposées horizontalement soit variable en fonction de la distance à la plaque attirante, et ce, qu'il existe où qu'il n'existe pas de variation de longueur pour les règles disposées verticalement.

Si l'on admet, ce qui n'est pas douteux, que la loi d'Einstein est, du point de vue non-euclidien, exacte en première approximation, on démontre qu'il existe une contraction des règles horizontales, et une courbure de ces règles, d'autant plus accentuées que l'on se rapproche davantage de la plaque attirante. Cette contraction est, en première approximation, égale à celles qu'indiquent, dans le champ de gravitation sphérique, la loi d'Einstein et la mienne pour les règles verticales. Pour qui connaît ces lois, il n'est pas douteux que ce résultat infirme la première et confirme la seconde.

D'après Einstein ([1]), un observateur, entraîné d'un mouvement d'accélération relative constante dans un espace euclidien, devrait effectuer les mêmes constatations que s'il se trouvait immobile dans un champ de pesanteur uniforme. Le fait est inexact, ou plutôt n'est exact qu'autant que la courbure d'espace peut être négligée. Pour l'observateur du champ, l'espace n'est pas euclidien. L'espace reste, au contraire, euclidien pour l'observateur en mouvement uniformément accéléré.

([1]) Voir A. Einstein (trad. Mlle J. Rouvière), *La théorie de la relativité restreinte et généralisée*, Chap. XX (Gauthier-Villars, 1921).

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Méthode nouvelle d'intégration des équations gravifiques d'un champ massique et électromagnétique à symétrie sphérique.* Note [1] de M. **Maurice Nuyens**, présentée par M. Brillouin.

1. Nous définissons un champ gravifique à symétrie sphérique par

$$(1) \qquad \partial s^2 = -f_1(\partial R)^2 - R^2[(\partial\theta)^2 + \sin^2\theta(\partial\varphi)^2] + f_4(\partial t)^2,$$

où f_1 et f_4 sont des fonctions de R seulement.

Les équations régissant un champ gravifique quelconque sont

$$(2) \qquad b G_\alpha^\beta - \frac{1}{2}\delta_\alpha^\beta(a + bC) = T_\alpha^\beta.$$

D'autre part, les équations de l'impulsion et de l'énergie sont

$$(3) \qquad \frac{\partial}{\partial x_i}(T_\alpha^i\sqrt{-g}) - \left\{ \begin{matrix} \alpha\, i \\ j \end{matrix} \right\} T_j^i\sqrt{-g} = 0.$$

Les équations (2) appliquées au ∂s^2 défini en (1) se réduisent à

$$(4) \qquad \frac{1}{f_4}\frac{df_4}{dR} = -\frac{1}{R} + \frac{f_1}{R}\left(1 - \varkappa c R^2 T_1^1 + \frac{a}{2b}R^2\right),$$

$$(5) \qquad \frac{d}{dR}\left(\frac{1}{f_4}\frac{df_4}{dR}\right) + \left(\frac{1}{2}\frac{1}{f_4}\frac{df_4}{dR} + \frac{1}{R}\right)\left(\frac{1}{f_4}\frac{df_4}{dR} - \frac{1}{f_1}\frac{df_1}{dR}\right) = -2\varkappa c f_1 T_2^2 - \frac{a}{b}f_1,$$

$$(6) \qquad \frac{1}{f_1}\frac{df_1}{dR} = +\frac{1}{R} - \frac{f_1}{R}\left(1 - \varkappa c R^2 T_4^4 + \frac{a}{2b}R^2\right),$$

et aux conditions

$$(7) \qquad T_\alpha^\beta = 0 \quad (\alpha \neq \beta), \qquad \varkappa = -\frac{1}{bc}.$$

Les équations (3), d'autre part, se réduisent à l'unique équation

$$(8) \qquad \frac{dT_1^1}{dR} + \frac{2}{R}(T_1^1 - T_2^2) + \frac{1}{2}(T_1^1 - T_4^4)\frac{1}{f_4}\frac{df_4}{dR} = 0.$$

2. L'équation (6) s'intègre immédiatement et donne

$$(9) \qquad \boxed{f_1 = \frac{R}{\omega}}$$

[1] Séance du 23 décembre 1929.

où l'on a posé

$$\omega = R - \alpha + \frac{a}{6b}R^3 - \varkappa c \int_A^R R^2 T_4^4 \, dR, \tag{10}$$

$$\alpha = A + \frac{a}{6b}A^2 - \frac{A}{(f_1)_A}; \tag{11}$$

A est une valeur quelconque de R.

Introduisons la valeur (9) de f_1 dans (4). D'où, en intégrant,

$$\boxed{f_4 = \frac{C}{R} e^{\int \frac{1 - \varkappa c R^2 T_1^1 + \frac{a}{2b} R^2}{R - \alpha + \frac{a}{6b} R^3 - \varkappa c \int_A^R T_4^4 R^2 \, dR} dR}}. \tag{12}$$

Nous voyons que les intégrales (9) et (12) renferment les composantes T_4^4 et T_1^1 du tenseur T_α^β. Nous supposerons que T_4^4 est une fonction connue de R et nous allons montrer qu'il est alors possible de trouver la valeur de T_1^1. En effet, additionnons membre à membre les équations (4) et (6); d'où

$$\frac{1}{f_1}\frac{df_1}{dR} + \frac{1}{f_4}\frac{df_4}{dR} = -\varkappa c R f_1 (T_1^1 - T_4^4). \tag{13}$$

En tirant de cette dernière équation la valeur de $\frac{1}{f_4}\frac{df_4}{dR}$ et en l'introduisant dans (8), on obtient, après avoir tenu compte de (9),

$$\boxed{\frac{du}{dR} + \frac{2}{R}(T_1^1 - T_2^2) - \frac{\varkappa c R^2}{2\omega} u^2 + \left(\frac{d}{dR} l \sqrt{\frac{\omega}{R}}\right) u + \frac{dT_4^4}{dR} = 0,} \tag{14}$$

où l'on a posé $T_1^1 - T_4^4 = u$.

Dans la plupart des cas, nous pourrons supposer $T_1^1 = T_2^2$. Si l'on suppose donc que T_4^4 est connu, il suffira d'intégrer l'équation (14) pour trouver la valeur de T_1^1. En introduisant alors les valeurs de T_4^4 et de T_1^1 dans (9) et (12), on aura les valeurs des potentiels f_1 et f_4.

3. L'équation (14) est *l'équation différentielle de Marcel Brillouin généralisée* (¹). Reprenons en effet l'équation (14), dans le cas où $T_1^1 = T_2^2$ (qui contient celui considéré par Marcel Brillouin) et introduisons la nouvelle fonction γ, grâce au changement de fonction

$$u = -\frac{dT_4^4}{dR}\frac{\gamma}{\gamma'}. \tag{15}$$

Les accents désignent des dérivées par rapport à R.

(¹) Marcel Brillouin, *Comptes rendus*, **174**, 1922, p. 1525.

On obtient, au lieu de l'équation de Ricatti, l'équation linéaire

$$\boxed{\frac{d}{d\mathrm{R}}\left(\frac{\gamma'}{\frac{d\mathrm{T}_4^4}{d\mathrm{R}}}\sqrt{\frac{\mathrm{R}}{\omega}}\right)=\frac{\varkappa c}{2}\frac{\mathrm{R}^{\frac{5}{2}}}{\omega^{\frac{3}{2}}}\gamma,} \tag{16}$$

qui est formellement identique à celle de Marcel Brillouin, mais s'applique ici au cas d'un champ à la fois massique et électromagnétique.

Nous n'avons pas utilisé jusqu'ici l'équation (5). On sait que les équations (2) et (3) ne sont pas indépendantes. Nous pouvons ici le montrer directement. Reprenons, en effet, l'équation (14) dans le cas où $\mathrm{T}_1^1 = \mathrm{T}_2^2$ et posons

$$u = -\frac{2}{\varkappa c}\frac{\omega}{\mathrm{R}^2}\frac{\varphi'}{\varphi}. \tag{17}$$

On trouve alors

$$\varphi'' + \left(\frac{d}{d\mathrm{R}}\, l\,\frac{\omega^{\frac{3}{2}}}{\mathrm{R}^{\frac{5}{2}}}\right)\varphi' - \frac{\varkappa c}{2}\frac{\mathrm{R}^2}{\omega}\frac{d\mathrm{T}_4^4}{d\mathrm{R}}\varphi = 0. \tag{18}$$

Or la même équation peut s'obtenir en éliminant T_1^1 et T_2^2 (supposés égaux) entre (4) et (5) et en posant ensuite, dans l'équation obtenue,

$$f_4 = \frac{\omega}{\mathrm{R}}\varphi^2.$$

ACOUSTIQUE. — *Sur l'analyse scientifique des sons musicaux.* Note (¹) de M. J.-F. **Cellerier**, présentée par M. Mesnager.

Le son émis par un instrument est, ainsi qu'on sait, composé de sons simples : son fondamental, harmoniques, sons partiels non harmoniques dont l'ensemble caractérise le timbre de l'instrument.

Principe de la méthode. — Le principe de la méthode employée est basé sur *la transformation des phénomènes acoustiques en vibrations électriques dont on détermine les caractéristiques avec un très haut degré de précision.*

A cet effet l'instrument émetteur de sons est placé devant un appareil microphonique (en l'espèce constitué par une lame de quartz piézo-électrique, dont chacune des deux faces est recouverte d'une armature métallique) et dont l'ensemble est placé dans un circuit électrique approprié.

(¹) Séance du 23 décembre 1929.

Les diverses vibrations sonores simples de l'instrument donnent naissance, dans le circuit microphonique, à des courants induits de mêmes périodes, et dont les intensités sont, à un même instant, proportionnelles à celle des sons simples correspondants. On sélectionne ces courants à l'aide d'un filtre électrique approprié, constitué par un ensemble de circuits oscillants et de capacités réglables, de telle sorte qu'au delà du filtre subsiste seul le courant correspondant aux vibrations du son simple à étudier. Deux amplificateurs comportant des lampes à trois électrodes sont disposés, l'un avant, l'autre après le filtre pour faciliter le réglage et relever la puissance des phénomènes électriques jusqu'à l'observation facile des mesures.

1° La *hauteur d'un son simple* s'obtient en déterminant la fréquence des oscillations électriques correspondant au son simple sélectionné.

A cet effet on compare les graphiques des oscillations électriques fournies par un oscillographe cathodique fonctionnant au régime du son simple étudié et à celui d'un oscillateur de fréquence connue. Cet oscillateur est préalablement étalonné au son en agissant sur le circuit électrique par comparaison avec des diapasons-étalons.

2° L'*intensité relative de chaque son simple* s'obtient en comparant l'intensité du courant correspondant au son simple à celle du courant qui provoque la même tonalité dans l'oscillateur-étalon.

A cet effet on note la déviation Δ de l'aiguille d'un galvanomètre, pour le courant correspondant au son simple et on la reproduit avec l'oscillateur-étalon. La différence de potentiel U aux bornes du potentiomètre est comparée à celle U' obtenue avec le son fondamental.

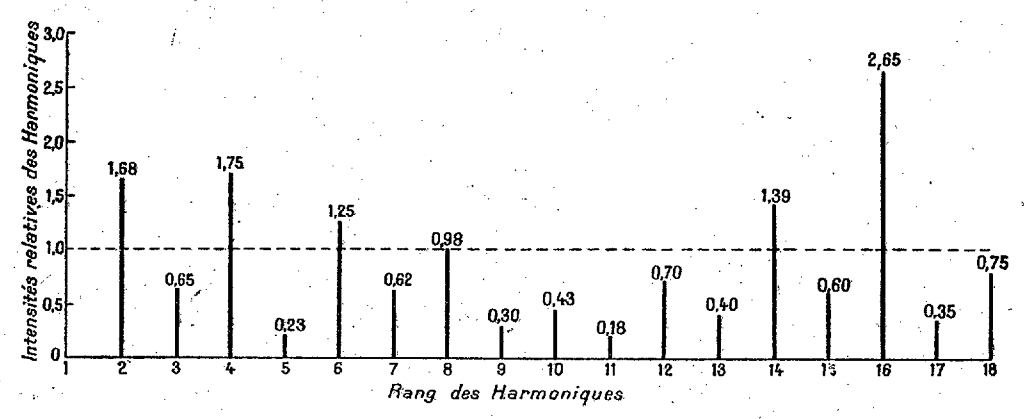
Comme il est à remarquer que le galvanomètre fournit des mesures de valeurs efficaces, le rapport $\frac{U}{U'}$ donnera ainsi la valeur comparée des *intensités efficaces* du son simple étudié et de l'harmonique du son fondamental.

3° L'*intensité efficace d'un son simple* s'obtient en évaluant la *pression efficace* provoquée par ce son simple sur le microphone.

A cet effet on utilise les propriétés piézo-électriques du quartz. La lame de quartz du microphone soumise directement à l'influence des vibrations d'un son simple produit par l'oscillateur, crée une certaine différence de potentiel. On étalonne le microphone de manière à connaître, pour chaque valeur de différence de potentiel ainsi obtenue, la pression efficace correspondante. Dans ce but, on fait usage d'un thermophone à feuilles d'or en appliquant la méthode de E.-C. Wente qui donne directement la *pression*

efficace par centimètre carré (baryes) en fonction des divers éléments qui constituent le thermophone.

En faisant agir sur le microphone le son émis par l'appareil sonore, et sélectionnant, la différence de potentiel du circuit fournit alors l'intensité



Son fondamental { Fréquence : 337,5 périodes. Intensité efficace : 317 baryes/cm².

efficace du son étudié. Pour ce dernier, on choisi de préférence le son fondamental.

Résultats. — Sur ces principes, une étude systématique d'avertisseurs sonores pour automobiles est actuellement en cours en vue d'une réglementation éventuelle d'usage de ces appareils.

A titre d'exemple, la figure ci-dessus fournit les intensités relatives des divers harmoniques d'une trompe d'auto. Cet instrument produit un son qui à l'oreille paraît haut, d'une relativement faible puissance, et désagréable. Ce fait s'explique par la présence d'harmoniques jusqu'à un rang très élevé et présentant des intensités relatives sensibles, nuisant à la pureté du son.

Cette étude permet de constater l'importance de certains harmoniques de rang relativement élevés, ainsi que l'influence de l'intensité respective de ces harmoniques sur les qualités ou les défauts des sons émis par les instruments musicaux.

ONDES ÉLECTRIQUES. — *Recherches relatives à la propagation des ondes radioélectriques effectuées à l'occasion de l'éclipse du 9 mai 1929.* Note [1] de MM. **J.-B. Galle** et **G. Talon**, présentée par M. G. Ferrié.

Le Bureau des Longitudes, appréciant l'importance que les recherches sur la propagation des ondes radioélectriques présentent pour l'étude de la haute atmosphère et de ses relations avec l'activité solaire, avait bien voulu nous adjoindre, pour effectuer des recherches de ce genre suivant un programme qui nous avait été fixé par lui, à la mission d'astronomes envoyée à Poulo-Condore (Indo-Chine) pour observer l'éclipse totale du Soleil du 9 mai 1929.

Nous avons pu notamment, le jour de l'éclipse et les jours précédents et suivants, effectuer un certain nombre de mesures du champ électrique produit par les postes radiotélégraphiques éloignés ainsi que des observations sur les parasites atmosphériques et sur les variations apparentes du relèvement des postes par radiogoniométrie. Nous résumerons brièvement ici le résultat de ces observations.

La phase de totalité de l'éclipse a été marquée par les phénomènes suivants : diminution considérable de la valeur du champ électrique produit par des postes à ondes courtes plus ou moins éloignés, variation brusque du relèvement radiogoniométrique des postes, et diminution des atmosphériques locaux.

Un point capital des résultats obtenus est la rapidité avec laquelle se sont produits ces divers phénomènes qui ont eu lieu presque simultanément, au voisinage du moment où l'éclipse devenait totale. Il semble possible d'en déduire qu'au moment où la haute atmosphère est soustraite à la radiation solaire, les modifications qu'elle subit du fait de ce rayonnement disparaissent aussitôt.

La variation, au même moment, du relèvement radiogoniométrique des postes émetteurs situés hors de la ligne d'ombre, implique une augmentation de l'indice dans la région de l'éclipse, par suite une diminution de l'ionisation de la haute atmosphère.

Ce n'est guère au contraire qu'une demi-heure après la cessation de l'éclipse totale qu'on s'est retrouvé, au point de vue radioélectrique, dans

(1) Séance du 23 décembre 1929.

les mêmes conditions qu'avant le début de la totalité, c'est-à-dire que les modifications dues à celle-ci ont disparu.

Il nous a été donné en outre d'observer et d'étudier en détail un autre phénomène encore mal connu et sur lequel l'éclipse a semblé avoir une influence. Il s'agit des échos arrivant à l'appareil récepteur plusieurs secondes après le signal direct. De semblables échos n'avaient jusqu'ici donné lieu en Europe qu'à de rares observations faites par Hall, Störmer, Van der Pol et Appleton. Aussi bien le jour de l'éclipse que les jours précédents, nous avons pu en observer un très grand nombre. Le mode opératoire employé était le suivant :

Un poste à ondes courtes (de 25^m de longueur d'onde), placé sur un navire (l'aviso *l'Inconstant*), à environ 3^{km} du récepteur installé à Poulo-Condore, émettait toutes les demi-minutes un signal bref constitué par deux points rapprochés et modulés à une fréquence musicale bien déterminée. Dans la période de 30 secondes s'écoulant entre l'émission de deux signaux consécutifs, on constatait très fréquemment l'arrivée d'un écho, avec un retard compris entre 5 et 25 secondes sur le signal reçu directement. En particulier, dans la période de jour comprise entre 12 et 16 heures (heure locale), presque tous les signaux étaient suivis d'échos, et généralement leur retard était le même pour plusieurs signaux consécutifs.

Ces échos ne présentaient pas tous le même caractère. Certains étaient faibles, leur intensité étant approximativement le centième de celle du signal direct, et souvent multiples. De plus, le signal émis était parfois déformé dans l'écho. Dans d'autres cas l'écho avait une intensité comprise entre un tiers et un dixième de celle du signal direct qu'il reproduisait parfaitement.

Dans la période de la journée comprise entre 12^h et 16^h, la proportion des signaux forts aux signaux faibles était d'environ un cinquième.

Dans un seul cas, nous avons constaté un signal fort multiple consistant en une série de doubles points très distincts.

Le nombre des échos diminuait au fur et à mesure que le Soleil se rapprochait de l'horizon et s'annulait presque complètement vers 18^h.

Le défaut d'appareils convenablement agencés ne nous a pas permis d'enregistrer ces échos et nous avons dû nous borner à les observer à l'oreille, l'écoute étant faite par deux opérateurs sans liaison entre eux et dont les observations ont toujours été très concordantes.

L'identité entre la modulation du signal et celle des échos a été constatée également par tous les membres de la Mission astronomique opérant en

même temps que nous à Poulo-Condore, et il n'est pas possible de douter de la réalité de ces échos.

Un fait très important et qui contribuera peut-être à éclaircir l'origine de ces échos à long retard, c'est leur disparition au moment de la totalité de l'éclipse. Ils ont cessé 2 minutes environ avant le commencement de l'éclipse totale pour réapparaître un peu avant la fin.

Un rapport détaillé sur l'ensemble de ces observations a été remis au Bureau des Longitudes et sera publié.

Remarque de M. **G. Ferrié** *sur la Note précédente.*

Parmi les observations faites par MM. Galle et Talon, il en est une, celle qui est relative aux échos retardés, dont l'intérêt scientifique est très considérable. Ce phénomène, qui n'avait été observé jusqu'ici qu'un très petit nombre de fois, et en Europe par Störmer, Hall, Van der Pol et Appleton, avait été l'objet de plusieurs tentatives d'explication.

D'après Van der Pol (1), l'énergie électromagnétique rayonnée dans la haute atmosphère rencontrerait des régions dont la densité électronique est telle que, pour la fréquence des ondes émises, la vitesse de groupe deviendrait excessivement faible et même nulle. Les ondes du signal radiotélégraphique chemineraient donc dans ces couches avec une vitesse de groupe allant en décroissant et s'annulant à l'arrivée dans une couche de densité électronique convenable et se réfléchiraient à ce moment vers le sol.

Pedersen a fait remarquer que cette hypothèse ne tenait pas compte des chocs entre électrons et molécules qui doivent se produire dans la couche Kennelly-Heaviside. Ces chocs entraînent une dissipation de l'énergie électromagnétique, et le signal ne pourrait revenir au sol que trop affaibli pour être perceptible.

Une autre hypothèse a été exposée ici même par Störmer (2). Les corpuscules électrisés émanant du Soleil seraient déviés sous l'influence du champ magnétique terrestre et formeraient une sorte de torroïde autour de la Terre et à très grande distance. Les rayons hertziens de très grande fréquence, contenus dans un cône d'axe vertical d'une dizaine de degrés d'ouverture, traverseraient la couche de Kennelly-Heaviside, pénétreraient dans

---

(1) *Onde électrique*, 8, décembre 1928, p. 532.

(2) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 811.

les espaces interplanétaires et viendraient se réfléchir sur la face interne du toroïde formé par les corpuscules électrisés.

Il est intéressant d'examiner si les observations de MM. Galle et Talon donnent un appui à l'une ou l'autre hypothèse.

Tout d'abord ces observations n'ont apporté aucun fait pouvant appuyer ou infirmer l'hypothèse de Van der Pol.

D'autre part, Störmer avait indiqué que le phénomène des échos retardés devait se produire surtout sous les tropiques et aux époques où la droite joignant les centres de la Terre et du Soleil forme un petit angle avec l'équateur magnétique de la Terre. Or, ces circonstances existaient précisément au moment de l'observation de l'éclipse à Poulo Condore le 9 mai 1929. L'angle précité avait des valeurs comprises entre 5° et 9° (1), ce fait semble donc apporter un appui aux idées de Störmer.

Toutefois, les observateurs ont remarqué un fait troublant : les échos retardés ont disparu pendant un certain intervalle de temps situé au voisinage de la totalité de l'éclipse, alors qu'ils étaient très nombreux avant et après. Or, les rayons hertziens qui peuvent, avec la fréquence utilisée à Poulo Condore, traverser la couche de Kennelly-Heaviside, sont compris dans un cône d'axe vertical et d'ouverture de l'ordre de 10°. On ne voit donc pas, dans ces conditions, comment l'occultation du Soleil par la Lune pourrait troubler, de quelque manière que ce soit, la marche que Störmer attribue à ces rayons hors de l'atmosphère, attendu que le toroïde réflecteur dont parle Störmer serait situé à une distance très supérieure à celle de la Lune.

Toutes les observations d'ordre radiotélégraphique faites le 9 mai ont au contraire confirmé ce qu'on savait déjà : l'éclipse a une influence nette sur la propagation des ondes radioélectriques entre deux points de la Terre, influence qu'on ne peut expliquer que par une modification de l'état d'ionisation de la haute atmosphère que doivent utiliser les ondes pour aller d'un point à l'autre. L'absence d'échos au moment de l'éclipse porterait donc à supposer qu'elle est due à des phénomènes semblables et que les échos prennent naissance dans des couches très élevées de l'atmosphère.

Nous sommes alors conduits à examiner une troisième hypothèse :

On sait qu'à la théorie de Larmor, expliquant par la réfraction les phénomènes de propagation des ondes, H. Gutton (2) en a opposé une autre

---

(1) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 365.

(2) *Thèse de Doctorat*, Paris 1929; *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 385.

dans laquelle il suppose que les électrons sont susceptibles d'osciller avec une fréquence propre et que, par suite, les ondes électromagnétiques, parvenant à des régions de nuages électroniques dans lesquelles la fréquence propre des électrons est égale à la leur, sont réfléchies vers le sol.

Gutton a mis en évidence, par des expériences de laboratoire, l'existence de ces oscillations électroniques et, tout récemment, Tonks et Langmuir ont également constaté de telles oscillations et en ont cherché l'origine. D'après eux un électron, déplacé de sa position d'équilibre statistique à l'intérieur d'un ensemble d'électrons et d'ions positifs dont la densité électrique totale est nulle, serait soumis à une force proportionnelle à la densité ionique et à son déplacement propre, c'est-à-dire à une force ayant le caractère d'une force élastique.

Tonks et Langmuir ont montré également que les particules positives étaient susceptibles, dans ces conditions et sous l'action des ondes électromagnétiques, de se mettre aussi à osciller et ils donnent le nom d' « électrosonores » à ces oscillations parce qu'elles présentent tous les caractères des vibrations élastiques et que, en particulier, leur vitesse de propagation est de l'ordre du kilomètre par seconde.

Comme il est nécessaire d'admettre aujourd'hui qu'à côté des électrons de la haute atmosphère il existe des ions positifs en nombre à peu près égal, on peut aussi penser que des oscillations « électrosonores » de Tonks et Langmuir peuvent être communiquées à ces ions.

Ces oscillations jouent-elles un rôle dans la formation des échos retardés, et leur faible vitesse de propagation serait-elle cause des longs retards de ces échos? Les études mathématiques et expérimentales entreprises au sujet de la propagation des ondes électromagnétiques et des phénomènes d'échos, permettront peut-être d'apporter une contribution à l'étude de cette difficile question.

THERMOCHIMIE. — *Sur la chaleur de dissolution limite du chlorure manganeux hydraté.* Note [1] de M. **J. Perreu**, présentée par M. C. Matignon.

La chaleur de dissolution limite du chlorure de manganèse à 4^{mol} d'eau, a été déterminée à 12° C par les deux méthodes que j'ai précédemment étudiées pour d'autres sels [2].

---

(1) Séance du 23 décembre 1929.

(2) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 167, 285 et 462.

Méthode directe. — Elle a donné les résultats suivants :

Concentrations des solutions en sel p.	en eau n.	Poids des solutions.	Poids de sel ajouté.	Δt.	Q_n moléculaire.
		g	g	°	cal
0	∞	500	7,740	0,1183	1,54 (I)
10	109,944	»	5,276	0,031	0,55
17	64,673	»	5,103	0,000	0,00
25	43,977	400	5,354	—0,040	—0,56
50	21,988	»	3,693	—0,1179	—2,00
75	14,659	»	4,670	—0,240	—3,00
100	10,994	»	4,696	—0,2956	—3,65
125	8,795	»	2,320	—0,1644	—4,01
150	7,329	420	2,030	—0,1487	—4,24
160	6,874	»	1,680	—0,127	—4,38
170	6,467	450	0,465	—0,035	—4,50
179,8 (sat.)	6,114				—4,57 (L) extrap.

Nota. — p désigne le poids de sel hydraté contenu dans 100g d'eau libre de la solution employée ; n, le nombre de molécules d'eau qui, dans cette solution, correspondent à une molécule de sel hydraté.

Ces résultats sont analogues à ceux que fournit le chlorure cuivrique hydraté, étudié par Reicher und van Deventer [1].

Méthode des chaleurs de dilution. — Elle est basée sur la formule

$$(\alpha) \qquad Q_n = I - f(n) + nf'(n)$$

qui, pour la saturation, équivaut à la suivante :

$$(\beta) \qquad L = I - (D + A).$$

J'ai déterminé directement D et A et trouvé les valeurs

$$D = 4^{\text{cal}},29, \qquad A = 1^{\text{cal}},81,$$

d'où

$$L = -4^{\text{cal}},56.$$

D'autre part, j'ai mesuré $f(n)$ pour diverses concentrations, ce qui permet de trouver $nf'(n)$, de calculer L et aussi de vérifier l'équation (α), c'est-à-dire l'égalité

$$\underbrace{Q_n - I}_{S_1} = \underbrace{-f(n) + nf'(n)}_{S_2}.$$

(1) *Zeitsch. phys. Chem.*, 5, 1890, p. 559.

Voici le résultat de mes expériences :

Concentrations des solutions à diluer jusqu'à 1 %. p.	n.	$f(n)$.	$f'(n)$.	$nf'(n)$.	S_1 : $Q_n - L$.	S_2 : $-f(n)+nf'(n)$.	$S_1 - S_2$.
%		c					
185 (sursat.)	5,942	4,34	−0,300	−1,78	−	−	−
179,8 (sat.)	6,114	4,29	−0,296	−1,81 (−A)	−6°,11	−6°,10	0°,01
170	6,467	4,19	−0,283	−1,83	−6,04	−6,02	−0,02
160	6,874	4,05	−0,270	−1,85	−5,92	−5,90	−0,02
150	7,329	3,93	−0,254	−1,86	−5,78	−5,79	+0,01
125	8,795	3,61	−0,216	−1,91	−5,55	−5,52	−0,03
100	10,994	3,19	−0,179	−1,97	−5,19	−5,16	−0,03
75	14,659	2,67	−0,126	−1,85	−4,54	−4,52	−0,02
50	21,988	2,02	−0,0685	−1,50	−3,54	−3,52	−0,02
25	43,977	1,20	−0,02	−0,88	−2,10	−2,08	−0,02
17	64,673	0,88	−0,0102	−0,67	−1,54	−1,55	+0,01
10	109,944	0,58	−0,004	−0,44	−0,99	−1,02	+0,03
5	219,888	0,35	−	−	−	−	−

Pour la saturation, on a donc

$$f(n)_{\text{sat}} = 4^{\text{c}},29; \qquad -nf'(n)_{\text{sat}} = 1^{\text{c}},81,$$

d'où

$$L = -4^{\text{c}},56.$$

La vérification de la formule (α) est assez satisfaisante, ainsi que le montrent les trois dernières colonnes du tableau précédent ; cette précision est due aux grandes variations de température réalisées dans la mesure des chaleurs de dilution.

J'ai en outre mesuré A et les chaleurs de dilution $f(n)$, par une dernière méthode exposée dans une précédente Note [1] ; les valeurs ainsi trouvées concordent avec les précédentes.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques réactions d'éthers sulfureux ou carboniques.* Note [2] de M. **R. Levaillant**, transmise par M. Jean Perrin.

I. *Passage du sulfite neutre de dichloro-1-3-isopropyle au chlorosulfonate correspondant.* — J'ai préparé le sulfite $SO^3\left(CH\left\langle\begin{matrix}CH^2Cl\\CH^2Cl\end{matrix}\right.\right)^2$ en faisant tomber

(1) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 462.
(2) Séance du 23 décembre 1929.

lentement du chlorure de thionyle (1^{mol}) dans de la dichlorhydrine symétrique, $CH^2Cl.CHOH.CH^2Cl$, (2^{mol}) refroidie par de la glace. Après avoir laissé quelques heures au repos, on chauffe une heure jusque vers 80°. On distille ensuite dans le vide; le sulfite passe vers 149° sous 1^{mm},5. Rendement obtenu 70 pour 100.

Ce composé est une huile incolore, à odeur faible de moutarde. Cl pour 100: trouvé, 46,64; théorique, 46,66. $n_D^{20°} = 1,509$; $d_{0°}^{0°} = 1,531$; $d_{0°}^{19°,5} = 1,509$.

Je l'ai soumis à l'action prolongée du chlore; mais il ne s'est produit qu'une quantité insignifiante de chlorosulfonate. Il ne s'agit cependant là que d'un frottement chimique facile à vaincre par catalyse. L'irradiation par une lampe électrique de quelque 500 bougies a beaucoup augmenté la vitesse de la réaction. Mais, sans recourir à la lumière, on arrive au but en ajoutant une ou deux parcelles d'iode au sulfite dissous dans son volume de tétrachlorure de carbone (qui diminue la viscosité); la réaction, alors rapide, a lieu avec dégagement de chaleur :

$$SO^3\left(CH\begin{matrix}\diagup CH^2Cl\\ \diagdown CH^2Cl\end{matrix}\right)^2 + Cl^2 = ClSO^3CH\begin{matrix}\diagup CH^2Cl\\ \diagdown CH^2Cl\end{matrix} + CH^2Cl.CHCl.CH^2Cl.$$

Le liquide qui reçoit le courant de chlore doit être bien entouré de glace pilée. On distille sous pression réduite. Après départ du solvant, il passe de la trichlorhydrine, puis du chlorosulfonate de dichloro-1-3-isopropyle, liquide incolore, lacrymogène, que M. L. Blanchard a déjà préparé autrement [1]. Rendement obtenu, 95 pour 100. Redistillé, le chlorosulfonate a présenté les constantes : $n_D^{18°} = 1,482$; $d_{0°}^{0°} = 1,616$ $d_{0°}^{18°,5} = 1,592$. Cl pour 100 : trouvé, 46,80 ; théorique, 46,76.

II. *Préparation du sulfate neutre de β-chloréthyle* $SO^4(CH^2.CH^2Cl)^2$. — On l'obtient aisément, avec un rendement supérieur à 80 pour 100, en chauffant ensemble pendant 3 à 4 heures le chlorosulfonate et le sulfite correspondants, de 160° à 180°. Il se dégage du gaz sulfureux et du chlorure d'éthylène que l'on condense. On distille ensuite sous pression réduite.

III. *Action du chlorure de sulfuryle sur les éthers sulfureux.* — Prenons comme exemple le sulfite diéthylique. Lorsque, dans une molécule de ce corps refroidi par de la glace, on introduit goutte à goutte une molécule de chlorure de sulfuryle, la réaction suivante se produit quantitativement :

$$SO^2Cl^2 + SO^3(C^2H^5)^2 = ClSO^3C^2H^5 + C^2H^5Cl + SO^2.$$

Opérons maintenant à chaud en faisant couler de fines gouttelettes de

(1) L. Blanchard, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 44, 1928, p. 1196.

chlorure de sulfuryle (1^{mol}) dans le sulfite diéthylique (2^{mol}) chauffé vers 130°-140°. Chauffons encore 2 heures environ de 150° à 160°; distillons enfin dans le vide; nous recueillons du sulfate neutre d'éthyle avec un rendement qui dépasse 80 pour 100.

IV. *Action des chlorures d'acides sur les éthers sulfureux.* — Ce qui précède permet de penser que les chlorures d'acides en général doivent réagir sur les sulfites d'alcoyles.

A. Quand on chauffe progressivement pendant 10 heures de 140° à 220°, du chlorure de benzoyle mélangé avec du sulfite diéthylique en léger excès, du benzoate d'éthyle prend naissance conformément à l'équation

$$C^6H^5.COCl + SO^3(C^2H^5)^2 = C^6H^5.CO^2C^2H^5 + C^2H^5Cl + SO^2.$$

Le rendement en benzoate distillé est supérieur à 85 pour 100.

B. Lorsqu'on fait arriver lentement du chlorure d'acétyle dans du sulfite dipropylique chauffé à 170°-200° et additionné d'un fragment de chlorure de zinc (qui facilite l'action), on forme de l'acétate de propyle. (Rendement supérieur à 80 pour 100.)

V. *Condensation des anhydrides avec les éthers sulfureux.* — Elle engendre des éthers-sels avec dégagement de gaz sulfureux.

A. Portons, pendant 5 heures environ, à 150°-160° un mélange équimoléculaire de sulfite diéthylique et d'anhydride acétique; nous recueillons de l'acétate d'éthyle. (Rendement de l'ordre de 80 pour 100.)

$$(CH^3CO)^2O + SO^3(C^2H^5)^2 = SO^2 + 2CH^3CO^2C^2H^5.$$

B. Tentons une expérience analogue avec l'anhydride phtalique et le sulfite diéthylique. Même à 230° l'action attendue ne se produit pour ainsi dire pas. *Mais on trouve dans le chlorure de zinc fondu un catalyseur qui, à l'état de traces, abaisse la température de réaction des chlorures ou des anhydrides d'acides sur les éthers sulfureux.*

Additionné d'un fragment de chlorure de zinc, notre mélange donne lieu, dès 130-140°, à un abondant dégagement de gaz sulfureux. Au bout de 3 heures environ, sans dépasser 150°, l'action est terminée et l'on peut distiller dans le vide le phtalate diéthylique formé.

VI. *Une préparation pratique du sulfate diéthylique.* — L'analogie des sulfites et des carbonates conduit à essayer le remplacement des premiers par les seconds. On peut, par exemple, pour préparer le sulfate diéthylique, substituer au sulfite le carbonate diéthylique, produit commercial.

En chauffant 4 à 5 heures, de 135° à 160°, un mélange de chlorosulfonate

d'éthyle (1^{mol}) et de carbonate diéthylique ($1^{mol},1$); on observe la réaction

$$ClSO^3C^2H^5 + CO^3(C^2H^5)^2 = C^2H^5Cl + CO^2 + SO^4(C^2H^5)^2.$$

Rendement en sulfate distillé : 75 pour 100.

Ici encore la réaction peut être catalysée par une trace de chlorure de zinc. Il n'est pas nécessaire alors de dépasser 110°.

Dans une telle opération, on a chauffé 3 heures à 100°, puis 2 heures à 105°-110°. Après agitation avec de l'eau, le liquide additionné d'éther a été séché sur du chlorure de calcium. La distillation dans le vide a fourni, avec un rendement de 75 pour 100, du sulfate diéthylique pur, pour lequel on a mesuré :

$$n_D^{18°} = 1,4010, \quad d_{0°}^{18°} = 1,180, \quad d_{9°}^{0°} = 1,198 \text{ à } 1,199.$$

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques paires d'aminoalcools stéréoisomères. Obtention exclusive de chaque isomère.* Note [1] de M. **M. Tiffeneau**, Mlle **Jeanne Lévy** et M. **E. Ditz**, présentée par M. Béhal.

Dans le groupe des glycols trisubstitués du type R.CHOH.COHR′R″ qui sont caractérisés par la présence de deux atomes de carbone asymétrique contigus, on peut à volonté obtenir exclusivement l'une ou l'autre des deux formes stéréoisomères possibles [2] à condition qu'au cours des réactions génératrices de ces glycols, réactions qui consistent dans l'action des organomagnésiens sur les cétones alcools, on fasse varier l'ordre d'introduction des radicaux R′ et R″, ainsi que le montrent les formules ci-après :

(1) $R.CHOH.CO.R' + BrMgR'' \rightarrow R.CHOH.C(OH)R'R''$

(2) $R.CHOH.CO.R'' + BrMgR' \rightarrow R.CHOH.C(OH)R''R'$

Il semble bien qu'un tel mode d'obtention devrait pouvoir être applicable à d'autres séries de composés stéréoisomères que les glycols ci-dessus, pourvu que ces composés présentent, comme ces derniers, deux atomes de carbone asymétrique voisins dont l'un au moins serait porteur d'une fonction alcool tertiaire [3]. L'étude de quelques alcools de formule RR′CH.COHR″R‴ a précisément montré qu'en intervertissant l'ordre d'introduction des radicaux au cours de l'action des organomagnésiens

(1) Séance du 23 décembre 1929.

(2) M. Tiffeneau et Jeanne Lévy, *Comptes rendus*, **178**, 1924, p. 1724; *Bull. Soc. chim.*, **35**, 1924, p. 840; **41**, 1927, p. 1351. — P. Nicolle, *Bull. Soc. chim.*, **39**, 1926, p. 56. — McKenzie, E.-M. Luis, M. Tiffeneau et P. Weill, *Bull. Soc. chim.*, **45**, 1929, p. 414.

(3) M. Tiffeneau et Jeanne Lévy, *Bull. Soc. chim.*, **45**, 1929, p. 1724.

BrMgR″ ou BrMgR‴ sur les cétones RR′CH.CO.R‴ ou RR′CH.CO.R″, on obtient exclusivement l'une ou l'autre des deux formes stéréoisomères prévues par la théorie.

Nous nous sommes proposé de généraliser plus largement encore ce mode d'obtention exclusive des deux formes stéréoisomériques en l'appliquant à une autre série, celle des aminoalcools, où l'on sait précisément que la plupart des méthodes de préparation fournissent simultanément et en proportions inégales les deux stéréoisomères. Là, également, en soumettant les chlorhydrates des aminocétones du type $Ar.CO.CH.(NH^2)CH^3$ à l'action des dérivées organomagnésiens et toujours en intervertissant l'ordre d'introduction des radicaux, nous avons pu réaliser l'obtention exclusive de l'un ou de l'autre des deux aminoalcools stéréoisomères prévus par la théorie et nous avons pu les différencier nettement par leurs points de fusion et ceux de leurs chlorhydrates et de leurs picrates. Les réactions que nous avons effectuées peuvent être schématisées comme suit :

(3) $Ar.CO.CH(NH^2).CH^3 + BrMgAr' \rightarrow ArAr'C(OH).CH(NH^2).CH^3,$

(4) $Ar'.CO.CH(NH^2).CH^3 + BrMgAr \rightarrow Ar'Ar.C(OH).CH(NH^2).CH^3.$

Pour préciser le rôle capital que le carbone asymétrique de la molécule génératrice joue dans ces réactions typiquement dissymétriques, nous avons tenu, à titre de contrôle, à effectuer le même couple de réactions à partir des aminocétones $Ar.CO.CH^2NH^2$ et $Ar'.CO.CH^2.NH^2$ qui ne contiennent aucun carbone asymétrique. Dans ce cas, en faisant réagir respectivement Ar′MgBr et ArMgBr, c'est-à-dire en intervertissant l'ordre d'introduction des radicaux Ar et Ar′, on n'obtient qu'un produit unique, un racémique, $ArAr'COH.CH^2.NH^2$ fusible à 109°-110° dont le chlorhydrate est fusible à 181°-182°.

1. *Phényl-1-anisyl-1-propanol-1-amine-2* $CH^3OC^6H^4(C^6H^5)COH-CH(NH^2)CH^3$:

Isomère α. — Cet isomère a été préparé par action du bromure de magnésium-anisyle sur le chlorhydrate d'aminopropiophénone. Il est fusible à 77-78°. Son chlorhydrate dissous dans l'alcool absolu et précipité par l'éther, fond à 264-266° (N pour 100 trouvé, 4,63; calculé, 4,77). Le picrate est fusible à 198-199° (N pour 100 trouvé, 11,2; calculé, 11,5).

Isomère β. — Cet amino-alcool est obtenu par action du bromure de magnésium phényle sur le chlorhydrate d'aminométhoxypropiophénone fusible à 232° (N pour 100 trouvé, 6,62; calculé, 6,5), et qui a été préparé par réduction de l'isonitrosométhoxypropiophénone par $SnCl^2$. La phényl-1-anisyl-1-propanol-1-amine-2 (isomère β) fond à 74-75°. Son chlorhydrate fond à 255-257° (N pour 100 trouvé, 5,2; calculé, 4,77) et son picrate à 205° (N pour 100 trouvé, 12,2; calculé, 11,5).

Le mélange des isomères α et β fond à 62°; ce point de fusion est inférieur à celui

de chacun des deux isomères. Le mélange des chlorhydrates des isomères α et β fond à 236-240°; ce point de fusion est inférieur à celui de chacun des deux isomères. Le mélange des picrates des isomères α et β fond à 188-189°; ce point est également moins élevé que celui de chacun des deux picrates.

2. *Phényl-1-tolyl-1-propanol-1-amine-2* $CH^3C^6H^4(C^6H^5)COHCH(NH^2)CH^3$:

Isomère α. — Cet isomère s'obtient en faisant agir le bromure de magnésium paratolyle sur le chlorhydrate d'aminopropiophénone. Cet amino-alcool fond à 65-66°; son chlorhydrate fond à 249-250° (N pour 100 trouvé, 5,78; calculé, 5,05) et son picrate à 209° (N pour 100 trouvé, 12,06; calculé, 11,9).

Isomère β. — Cet amino-alcool est obtenu par action du bromure de magnésium-phényle sur le chlorhydrate d'amino-paraméthylpropiophénone fusible à 247° (N pour 100 trouvé, 7,23; calculé, 7,03), obtenu par réduction de l'isonitrosoparaméthylpropiophénone par $SnCl^2$. Il fond à 95°; son chlorhydrate fond à 275° (N pour 100 trouvé, 5,21; calculé, 5,05). La picrate correspondant est fusible à 132° (N pour 100 trouvé, 11,72; calculé, 11,9).

Le mélange des amino-alcools α et β fond à 56°. Le mélange des chlorhydrates isomères α et β fond à 225°. Le mélange des picrates des isomères α et β fond à 126-128°. Ces points de fusion sont moins élevés que ceux de chacun des isomères correspondants.

Conclusion. — Dans la préparation des amino-alcools

$$ArAr'C(OH)CH(NH^2)CH^3$$

par action des dérivés organomagnésiens sur les amino-cétones, on peut à volonté obtenir l'une ou l'autre des deux formes stéréoisomères prévues par la théorie en intervertissant l'ordre d'introduction des radicaux Ar et Ar'. Cette particularité remarquable, que nous avons déjà signalée pour un grand nombre d'α-glycols trisubstitués et même pour quelques alcools tertiaires, est due à la présence, dans le composé cétonique initial, d'un atome de carbone asymétrique qui a pour effet de rendre dissymétrique l'addition du dérivé organomagnésien sur l'oxygène du groupe cétonique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse du dioxypyramidon.* Note de MM. **Raymond Delaby** et **Raymond Charonnat**, présentée par M. Auguste Béhal.

Pour appuyer d'une nouvelle preuve la constitution attribuée au dioxypyramidon [1], nous en avons réalisé la synthèse, à partir des deux fragments de son hydrolyse ménagée, fragments dont la synthèse a déjà été faite.

---

(1) R. Charonnat et R. Delaby, *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 850 et 1285.

L'α-acétyl-α-méthyl-β-phénylhydrazide (I) a été préparé il y a une trentaine d'années par Ebert et Reuter ([1]). D'autre part, l'acide diméthyloxamique résulte de l'hydrolyse de son éther éthylique, et celui-ci s'obtient dans l'action de la diméthylamine sur l'oxalate neutre d'éthyle (procédé d'Hoffmann pour la séparation des amines).

Avec le sel de sodium, nous avons préparé le chlorure de l'acide diméthyloxamique (II) inconnu jusqu'alors; la réaction se fait très facilement au moyen du chlorure de thionyle : le *chlorure de diméthyloxamyle* bout à 86°,5-89°,5 sous 14mm. L'action du chlorure d'acide sur l'hydrazide a donné le dioxypyramidon (III) ou α.α-méthylacétyl-β.β-phényldiméthyloxamylhydrazide, suivant :

$$\underset{\text{(I)}}{\begin{matrix}CH^3-CO\\ CH^3\end{matrix}\!>N-N-C^6H^5-H} + \underset{\text{(II)}}{Cl\,CO-CON(CH^3)^2}$$

$$\to ClH + \underset{\text{(III)}}{\begin{matrix}CH^3-CO\\ CH^3\end{matrix}\!>N-N\!<\!\begin{matrix}C^6H^5\\ CO-CON(CH^3)^2\end{matrix}}$$

Rappelons que le dioxypyramidon résulte de l'action du perhydrol sur le pyramidon et qu'il correspond à ce dernier composé ayant fixé deux atomes d'oxygène sur la double liaison avec rupture de celle-ci (IV). Pour expliquer cette formation, on peut imaginer

$$\underset{\text{(IV)}}{\begin{matrix}CH^3-C\overset{O\;O}{=\!=}C-N\!<\!\begin{matrix}CH^3\\CH^3\end{matrix}\\ CH^3-N\quad\;CO\\ N-C^6H^5\end{matrix}}\qquad \underset{\text{(V)}}{\begin{matrix}CH^3-C\overset{HO-OH}{=\!=}C-N\!<\!\begin{matrix}CH^3\\CH^3\end{matrix}\\ CH^3-N\quad\;CO\\ N-C^6H^5\end{matrix}}\;\to\; \underset{\text{(VI)}}{\begin{matrix}O\,H\qquad H\,O\\ CH^3-C\overset{O}{\diagdown\diagup}C-N\!<\!\begin{matrix}CH^3\\CH^3\end{matrix}\\ CH^3-N\quad\;CO\\ N-C^6H^5\end{matrix}}$$

un mécanisme direct où les atomes d'azote n'interviennent pas, par exemple le processus suivant : fixation de deux oxhydriles sur la double liaison (V), puis oxydation du glycol obtenu par action d'une seconde molécule de peroxyde d'hydrogène (VI).

Mais la formation intermédiaire d'un diaminoxyde (VII) nous paraît beaucoup plus probable. Ce diaminoxyde instable subirait une transposition comportant le passage sur un carbone voisin de chaque atome d'oxygène

---

([1]) G. Ebert et B. Reuter, *Chem. Zeit.*, 25, 1901, p. 43.

primitivement lié à l'azote, et consécutivement, l'ouverture de la double liaison carbonée (VIII).

```
                      ┌─[O]
CH³— C ══════════ C — N<CH³
     ↑              │     CH³
   └[O]             │
      ‖             │
CH³— N              CO          →
       \          /
        N — C⁶H⁵
          (VII).

                                     CH³
CH³— C=O  O=C — N<
     |        |      CH³
CH³— N        CO
       \     /
       N — C⁶H⁵
         (VIII).
```

Nous avons cherché à isoler ou à caractériser le diaminoxyde intermédiaire sans y être encore parvenus. Mais de nombreux exemples (¹) montrent qu'une telle transposition est vraisemblable; elle se ramène au schéma :

```
     R₁      R₃               R₁      R₃
     |       |                |       |
O = N —————— C =     →        N —————— C = O
     |                        |
     R₂                       R₂
```

et ne paraît pas avoir été signalée.

GÉOLOGIE. — *Sur les injections de Trias dans le Bassin de l'Adour.* Note de M. **Pierre Viennot**, présentée par M. Pierre Termier.

La zone prépyrénéenne se découvre à l'ouest du méridien d'Oloron, et apparaît constellée d'accidents aberrants où le Trias supérieur à faciès de Keuper joue le rôle essentiel. J'ai eu à diverses reprises l'occasion d'étudier ces accidents. Leur analyse par l'examen des affleurements ne peut être, dans la plupart des cas, que très fragmentaire et insuffisante, à cause du développement des terrains récents et de la végétation. De nombreux sondages, dont plusieurs sont actuellement en cours d'exécution, pour la recherche du pétrole et de la potasse, ainsi qu'une prospection géophysique récente, ont heureusement apporté une précieuse contribution à leur exploration.

Le Keuper est essentiellement constitué par des marnes bariolées gypsi-

---

(¹) G. Ebert et B. Reuter, *loc. cit.* — E. Bamberger et Leyden, *Ber.*, 37, 1904, p. 12. — A. Pinner et R. Wolffenstein, *Ber.*, 25, 1892, p. 1428. — M. et M. Polonowski, *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, 37, 1925, p. 744.

fères et salifères, et son épaisseur apparaît plus considérable dans le Béarn et la Chalosse que dans la chaîne elle-même, si l'on en juge par l'importance des affleurements et les données des forages, dont plusieurs se sont déjà enfoncés de 1200^{m} *environ dans le sel à peu près pur* aux environs de Dax, et n'en ont pas encore atteint le substratum. Les accidents les plus importants (Salies-de-Béarn-Carresse, Bastennes-Gaujacq, Thétieu-Dax-Mimbaste-Tercis, Biarotte) sont donc *essentiellement des « dômes de sel »*, où le noyau plastique, très généralement à l'état de « brèche de sel », est auréolé lui-même de brèches de friction et de lames fournies par les terrains de la couverture intensément disloqués. Ce n'est pas seulement par ce caractère que les accidents simulent des lambeaux de charriage : l'analyse des affleurements, dans les rares points où les rapports géométriques sont visibles, m'avait montré, il y a plusieurs années déjà, *le Keuper en recouvrement sur les terrains plus récents*, et cette disposition a été confirmée par de nombreux sondages exécutés sur la bordure des accidents (Castagnède, Gaujacq, Tercis), où le Crétacé a été retrouvé sous le Trias. Il semble donc bien que (selon un mécanisme que j'ai pu analyser avec beaucoup plus de netteté en Irak), le complexe plastique a continué à émigrer vers les solutions de continuité superficielles après la fin des poussées orogéniques, sous l'effet du poids des sédiments très épais accumulés dans les zones synclinales voisines; il en est résulté un déversement périphérique de ce complexe sur les terrains qui bordent les dômes.

On trouve, dans le Bassin de l'Adour, tous les types de transition entre le vrai dôme de sel et des accidents plus classiques ou au contraire plus aberrants. Le dôme de Salies-Carresse passe vers le Nord-Ouest à un anticlinal à peu près symétrique (où la brèche de sel du Keuper a été retrouvée par sondage sous le Flysch à l'hippodrome de Peyrehorade), qui se prolonge à son tour par le dôme de Biarotte. A Briscous, le Trias occupe l'axe d'un anticlinal simple.

Par contre, on voit aussi le même Keuper s'injecter de la façon la plus capricieuse à travers la couverture, jusqu'à *constituer des pseudo-filons* qui soulignent des discontinuités tectoniques dont l'existence passerait sans lui absolument insoupçonnée. J'ai analysé antérieurement plusieurs de ces filons : celui qui se développe vers le sud de Salies, celui qui part au sud de Castagnède et tourne ensuite vers l'Est jusqu'à Sauveterre étoilent le dôme de Salies-Carresse. L'anticlinal de Briscous se termine vers l'Ouest en filon-couche dans le Flysch.

Mais, alors que les accidents linéaires précédents sont encore en liaison

plus ou moins directe avec des dômes et anticlinaux à noyau de Trias, il en est d'autres, plus surprenants encore, qui *apparaissent isolément, en plein Flysch*. Certains se comportent comme des filons-couches (Ahetze, Bidart, etc.). Certains autres injectent des fractures plus ou moins transversales à la direction du Flysch. J'ai eu, au cours de l'automne dernier, l'occasion d'analyser deux de ces injections filoniennes.

L'injection filonienne de Came. — La feuille d'Orthez représente ce village sur un affleurement angulaire de Keuper s'ouvrant vers l'Est et disparaissant dans cette direction sous les cailloutis pliocènes. Il n'en est pas ainsi. Les marnes bariolées gypsifères dessinent une bande étroite, dont la largeur maxima n'excède pas 100^m, et qui s'allonge en direction méridienne sur 600^m au moins, partout encadrée par le Flysch, qui, sur le bord ouest (église de Came) comme sur le bord est (au sud de la maison Ladonne) de la bavure, montre un pendage régulier de 20° vers l'Est. Il s'agit donc là d'un remplissage de fracture, sans rejet important, par injection de Keuper plastique.

L'injection filonienne de Burgain. — Cet accident se développe à mi-distance de la vallée de la Joyeuse et du village de Burgain, à 4^{km} environ au sud-est d'Urt. Il avait été figuré très schématiquement sur la feuille de Bayonne comme une toute petite tache circulaire de Keuper jalonnant le prolongement vers l'est de l'anticlinal de Briscous. Déjà en 1927, sur ma carte au $\frac{1}{200000}$ des Pyrénées occidentales, je l'avais représenté comme un filonnet de direction méridienne, mais ne dépassant pas vers le nord la route nationale. En fait, il se poursuit sur 1^{km} au moins vers le NNE, jusqu'au vallon qui descend de Burgain à la Joyeuse. Sur divers sentiers au Nord de Larrandou, on retrouve les marnes bariolées du Keuper, dont la largeur à l'affleurement n'atteint jamais une dizaine de mètres, encadrées par les couches du Flysch crétacé, très froissées, mais affectées d'un pendage général vers le Nord-Est, surtout net dans les marnes blanches maëstrichtiennes vers l'extrémité septentrionale de l'accident, remplissage par injection d'une fracture transversale à la direction structurale dominante (NW-SE), et sans rejet appréciable.

Les injections filoniennes comme celle de Burgain présentent un autre intérêt que d'illustrer le comportement spécial du Keuper. Elles prouvent *l'existence de sectionnements transversaux des marnes crétacées dans la zone prépyrénéenne.* Une étude détaillée des environs de l'accident de Saint-Boës, exécutée l'an dernier pour l'État par la Société Française de Prospection, en utilisant les méthodes électrique et magnétique, avait aussi mis en évi-

dence, dans ce secteur, de nombreuses fractures transversales à la direction du Flysch et couvertes par les cailloutis. Or, j'ai montré antérieurement que de tels sectionnements transversaux, parfois jalonnés encore par du Keuper (Rébénacq, Saint-Pé-de-Bigorre), bordent les *extrusions* de roches dures au contact des marnes crétacées sur toute la bordure des Pyrénées françaises. *Les dislocations transversales, insensibles dans la chaîne elle-même, sont donc très nombreuses dans le complexe schisteux de la zone prépyrénéenne.*

GÉOLOGIE. — *Sur la structure des montagnes du Gar et du Cagire* (*Haute-Garonne*). Note [1] de M. **Marcel Casteras**, présentée par M. L. Cayeux.

L'étude de la région du Gar et du Cagire m'amène à en donner une description qui diffère de ce qu'indique la Feuille de Bagnères-de-Luchon au 1 : 80000e, aussi bien à propos de la structure que des relations avec les massifs voisins.

Développés surtout à l'Ouest et après avoir traversé la vallée de la Garonne au Nord de Marignac, le noyau cristallin et les schistes siluriens de la Barousse disparaissent sous les hautes régions du Pic du Gar. Celles-ci correspondent à la terminaison vers l'Ouest d'un synclinal de la couverture posthercynienne.

La série du Gar comporte des grès et des poudingues permo-triasiques, des calcaires du Lias inférieur qui forment dans la topographie une première barre très caractéristique, des schistes fossilifères du Lias moyen et supérieur, une épaisse série de dolomie jurassique qui présente plusieurs niveaux calcaires interstratifiés, enfin, au sommet, les calcaires urgoniens avec une intercalation schisteuse qui passe entre le Pic du Gar et le Pic Saillant. La même série stratigraphique forme, à l'Est du ravin du Job, le massif calcaire du Cagire, tandis qu'au Sud du col de Caoubo elle se poursuit sans aucune discontinuité par le sommet 1717 jusqu'au contact avec la Zone axiale.

Voici en effet ce qu'apprend, à ce dernier sujet, l'examen détaillé du terrain. Après un petit accident anticlinal qui fait avancer la dolomie jurassique et une étroite bande de schistes liasiques jusqu'à la fontaine de Buce, les calcaires urgoniens du Gar se continuent par la crête qui domine le

(1) Séance du 23 décembre 1929.

vallon de Boutx et ils atteignent le Pic de l'Esclette. Le long de ce trajet ils sont pétris de Réquiénies et surmontent au Sud-Ouest une série jurassique, elle aussi indemne de métamorphisme, dont on recoupe tous les termes jusqu'aux calcaires du Lias inférieur suivant le sentier qui descend du col de Caoubo à Boutx. J'ai pu suivre dans les bois de Soum la continuité de cette série qui réunit le soubassement du Gar avec la région de Las Pales.

La série du Gar est ainsi en continuité avec la couverture de la Zone primaire axiale.

A l'Ouest du sommet 1717 le vallon de Boutx montre un anticlinal arqué. Ce pli se poursuit vers Bézins et montre dans son axe, au Sud de ce village, des affleurements de pegmatite et autres roches dans le prolongement du noyau cristallin de la Barousse.

Plus à l'Ouest, le Cap det Mount représente toujours la continuation du Cagire, mais la série est devenue métamorphique. On peut cependant reconnaître encore à sa base les schistes liasiques et la dolomie jurassique. Le métamorphisme est du reste progressif et s'amorce déjà dans les calcaires liasiques à l'Est du vallon de Boutx. Par contre, à l'Ouest, la bande des calcaires de Saint-Béat reliée au Cap det Mount est devenue entièrement métamorphique.

Les séries progressivement métamorphiques du Cap det Mount et de Saint-Béat appartiennent à la couverture commune de la Barousse et de la Zone axiale. Elles sont pincées en synclinal entre ces deux masses hercyniennes.

Au Nord, quelles sont les relations de la série du Gar avec les terrains secondaires plus frontaux du revêtement du massif primaire de Milhas? Sur ce point je n'ai fait que confirmer les observations de MM. Jacob et Astre [1] qui, en 1927, enracinaient la Barousse. Les calcaires urgoniens du Gar se relèvent au col du Ho sur la dolomie jurassique et le Lias de l'anticlinal du col des Ares, au Nord duquel les calcaires de Galié et de Génos représentent la retombée du Crétacé.

La série du Gar, revêtement posthercynien de la Barousse, n'est pas distincte de la couverture du Massif de Milhas.

Les calcaires liasiques du col des Ares se poursuivent dans la direction de Cazaunous, où ils montrent, au Nord du moulin de la Moulette, leur substratum permien. Atteints par un métamorphisme très intense au voisinage

---

[1] CH. JACOB et G. ASTRE; *Le front du massif de la Barousse à la traversée de la vallée de la Garonne* (*Bull. Soc. Hist. nat. de Toulouse*, 56, 2e trimestre 1927, p. 281).

de roches vertes — lherzolites de Moncaup et d'Arguenos, ophites de Cazaunous — ils affleurent largement dans la vaste région anticlinale située au Sud de la route de Cazaunous à Moncaup. Au delà vers le Sud, M. Duffour a retrouvé entre le synclinal du Gar et celui du Cagire un petit massif de gneiss au fond du ravin du Job.

A l'Est de ce ravin tout le massif calcaire du Cagire ne représente plus que le synclinal dont il a été question plus haut. Resserré entre le Massif de Milhas et la Zone axiale il s'allonge en direction Ouest-Est. Il est accidenté d'ondulations anticlinales dont l'une, très brusque, fait surgir, en un pli court et dissymétrique, les dolomies jurassiques de Pique-Poque au milieu de la crête urgonienne du Cagire. Le Lias et la dolomie sont étirés sur le flanc méridional de ce pli et les calcaires pétris d'Orbitolines et de fossiles siliceux du sommet de Las Parets succèdent directement au Trias gypseux du Pas de l'Ase qui s'accompagne à la fontaine de Larreit d'un pointement lherzolitique. Cet accident s'ennoye vers l'Est sans atteindre le col d'Aillos; et, jusqu'à la vallée du Ger, on n'a plus qu'un synclinal entre le Massif de Milhas et la Zone axiale. Le métamorphisme de sa série est inégalement réparti et beaucoup plus intense au voisinage des taches de lherzolite.

En résumé, dans une couverture commune à la Zone axiale, au Massif de la Barousse et au Massif de Milhas, deux anticlinaux, celui de Boutx et celui du col des Ares, délimitent le synclinal du Gar. Celui-ci, affecté d'un accident très brusque qui fait réapparaître le tréfonds hercynien entre le Gar et le Cagire au Sud d'Arguenos, se poursuit vers l'Est et atteint la vallée du Ger. Au delà, le synclinal se continue suivant les schistes albiens métamorphiques de la Bellongue, resserré entre la Zone axiale et la jonction du Massif de Milhas et de celui de Castillon.

PALÉONTOLOGIE. — *Récifs et galets d'Algues dans l'oolithe ferrugineuse de Normandie.* Note (¹) de M. **Louis Dangeard**.

Sur la côte du Calvados, entre Sainte-Honorine-des-Pertes et Port-en-Bessin, affleurent une série de couches bajociennes (²), parmi lesquelles l'*oolithe ferrugineuse de Normandie*, célèbre par sa richesse en fossiles.

(¹) Séance du 23 décembre 1929.

(²) A. Bigot, *Sessions extraordinaires en Basse-Normandie* (*B. S. G. M. B.*, 7, fasc. sp., 1928, p. 66).

Elle est composée d'oolithes ferrugineuses disséminées dans une gangue calcaire et contient, par places, à sa base, de volumineux nodules; ce dernier niveau, connu sous le nom de *conglomérat de Bayeux*, se retrouve dans la carrière bien connue de Sully.

J'ai pu observer la présence, au milieu de l'oolithe ferrugineuse, de récifs ([1]) d'Algues analogues à ceux qui ont été signalés récemment par Bradley ([2]) dans les couches éocènes lacustres de la formation de *Green River*. Ces récifs ressemblent aux amas calcaires qui se précipitent actuellement dans de nombreux lacs sous l'influence d'Algues vertes inférieures et de Cyanophycées.

Les observations ont été faites entre Sainte-Honorine et Port-en-Bessin, les couches à Algues étant visibles, d'une façon à peu près continue, depuis le point situé à 200^{m} à l'est de la brèche de Sainte-Honorine jusqu'à la falaise des Hachettes.

Les principales structures réalisées sont les suivantes :

A. *Dalle rubannée* ayant de 1 à 7^{cm} d'épaisseur. La surface est irrégulièrement bosselée; la section montre des zones onduleuses parallèles, alternativement vertes et brunes, des trous de perforants et des dépressions irrégulières remplies de calcaire à oolithes ferrugineuses; les zones s'infléchissent au niveau de ces dépressions. Une pareille dalle rubannée se poursuit, avec des variations d'épaisseur, sur plusieurs centaines de mètres.

B. *Gâteaux calcaires* ayant de 30 à 50^{cm} de longueur et de 6 à 7^{cm} d'épaisseur. Ils sont particulièrement remarquables dans le contrefort situé en avant de la falaise des Hachettes. Ces masses isolées sont recourbées sur les bords et ressemblent à des chapeaux de champignons. La section présente une structure à la fois zonée et spongieuse, les zones s'infléchissant et s'amincissant sur les bords.

C. *Nodules ferrugineux et calcaires* de forme généralement ovale et aplatie. Leur longueur dépasse souvent 10^{cm}. Ils comprennent un noyau de calcaire phosphaté ([3]) entouré de feuillets alternativement ferrugineux et calcaires. Leur surface est couverte de mamelons irréguliers. Ils montrent, entre les feuillets, des tubes de Vers et des Foraminifères enveloppants.

([1]) Il s'agit de formations récifales de faible épaisseur. Un véritable récif forme une énorme saillie au milieu des sédiments voisins.

([2]) WILMOT H. BRADLEY, *Algae reefs and oolites of the Green River Formation* (*U. S., Geol. Surv., Prof. Paper*, 1929, p. 154 G).

([3]) L. CAYEUX, *Minerais de fer secondaires*, p. 689. Paris, Imprimerie Nationale, 1922.

Ces nodules peuvent être interprétés comme des galets d'Algues englobant en leur centre un fragment étranger.

Ces différentes manières d'être sont dues principalement à l'activité et à la croissance d'Algues inférieures parmi lesquelles les *Chlorellopsis* jouent un rôle important. J'ai trouvé, en effet, de nombreuses cellules identiques à celles décrites par Bradley et attribuées par lui à *Chlorellopsis coloniata* Reis; ces cellules, arrondies ou ovales, ont un diamètre moyen de 100 à 130$^{\mu}$. Elles sont remplies de calcite largement cristallisée. Elles abondent dans les trois faciès décrits et sont parfois alignées entre les zones de croissance, parfois groupées en amas qui ont dû primitivement ressembler à une gelée. On en compte souvent plus de cent dans le champ du microscope.

De tels récifs, dus surtout à l'activité biologique d'Algues inférieures (*Chlorellopsis*, Cyanophycées) ont été signalés principalement dans les couches lacustres du Miocène d'Allemagne ([1]), dans les formations éocènes lacustres d'Amérique ([2]), dans le Précambrien d'Amérique ([3]). M. Bigot ([4]) attribue la même origine aux *récifs en coupole* du Cambrien de Carteret.

De même, au Bajocien, des Algues inférieures ont joué un rôle important dans le milieu marin particulier où s'accumulaient des oolithes et des pisolithes ferrugineux.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la chlorophylle des feuilles de blé.* Note ([5]) de Mlle **A. Dusseau**, présentée par M. L. Blaringhem.

Depuis juin 1926, dans le but de vérifier d'une part un certain nombre de déterminations de sortes de blés, spécialement de blés Poulards rencontrés en Auvergne puis cultivés à l'état de lignées pures les années précédentes, soit à la Station régionale de Sélection de semences du Massif Central à Lafont, près Riom, soit au Jardin botanique de la Ville de Clermont, puis pour étudier comparativement d'autre part les vrais blés

---

([1]) Reis, *Kalkalgen and Seesinterkalk aus dem rheinpfälzischen Tertiär* (*Geognostische Jahresb.*, 36, 1923, p. 107).

([2]) Bradley, *loc. cit.*

([3]) Walcott, *Precambrian Algonkian Algal Flora* (*Smith. Miscell. Collect.*, 64, II, 1914, p. 88).

([4]) A. Bigot, *Les récifs en coupole du Cambrien de Carteret et les récifs de Chlorellopsis* (*Bull. mens. Soc. Linn. de Norm.*, 8e série, 2, 1929, p. 68, pl. IV).

([5]) Séance du 30 décembre 1929.

durs, *Triticum durum* Desf., les blés Poulards demi-durs, *Triticum turgidum* L., et les blés tendres, *Triticum vulgare* Host, et la relation possible entre la richesse en chlorophylle des feuilles, la qualité de cette chlorophylle et le caractère glacé ou farineux du grain, nous avons placé le même jour dans des tubes renfermant 5^{cm^3} d'alcool à 95°, des surfaces égales découpées dans la région moyenne d'une feuille du même entre-nœud à partir du sommet, de 25 variétés de blé.

Ces extraits alcooliques furent ensuite examinés de différentes façons.

1° Au point de vue de l'intensité de la coloration et classés par ordre de coloration d'intensité décroissante une première fois, puis une deuxième fois 48 heures plus tard, les solutions ayant été conservées à l'abri de la lumière. Les deux observations fournirent le même classement, à la fois avec la solution initiale et avec celle-ci diluée par addition d'une quantité égale d'alcool;

2° Au point de vue de l'intensité de la fluorescence rouge, observation qui fournit le même classement que ci-dessus;

3° Au point de vue de la marche de la décoloration à la lumière; les tubes étant disposés dans des conditions rigoureuses d'égal éclairement, nous les vîmes passer progressivement du vert franc au vert trouble, au jaune brun, au jaune, puis subir la décoloration complète; en les classant par ordre de décoloration croissante au bout de 24, 36, 60, 80 heures, enfin de 24 en 24 heures jusqu'à décoloration totale, nous n'avons pas eu à modifier notablement le premier rangement;

4° Au point de vue de l'absorption des radiations lumineuses, nous avons utilisé un spectromètre emprunté au Laboratoire de Physique de la Faculté des sciences de Clermont (spectromètre A. Jobin et G. Yvon) réglé à l'aide des flammes de Sodium, Lithium et Rubidium. Les solutions étaient placées successivement dans une cuve à faces parallèles, lavée à l'alcool et séchée après chaque manipulation. Il fut fait trois séries d'observations :

A. Avec la solution initiale, $4^{cm^3},5$ de solution sous une épaisseur de $19^{mm},8$.

B. Avec la même solution amenée par addition d'alcool à 95° au volume de 9^{cm^3}; *a.* sous l'épaisseur de $19^{mm},8$; *b.* sous l'épaisseur de 10^{mm}.

Dans les trois séries d'observations, la région du spectre intéressée allait de la raie B à la raie F.

Ces observations permettent de donner les conclusions suivantes :

1° La plupart de nos déterminations furent confirmées, telle l'homologation du Blé Touzelle de la région d'Issoire au Poulard rouge lisse du Gâti-

nais (*Triticum turgidum* L. var. *speciosum* Körn.), celle d'un Poulard blanc de la région de Montmorin au Poulard à 6 rangs (*T. turgidum* L. var. *gentile* Körn.); des blés Barbus de pays de l'Aveyron lignée 134 et Bourru de la Loire lignée 33 au *Triticum vulgare* Host var. *erythrospermum* Körn.; par contre, alors que nous étions tentés de rapprocher les blés Taganrog de Bourdon de la Nonette de Lausanne plutôt que du Poulard d'Australie, nous avons constaté que les Taganrog s'homologuaient sans aucun doute à la Nonette de Lausanne.

2° Nous avons vu la coloration des solutions, le nombre et l'intensité des raies d'absorption décroître des poulards rouges velus type Nonette de Lausanne, aux poulards rouges lisses type Poulard du Gâtinais, aux poulards blancs lisses type Poulard à 6 rangs, aux blés tendres examinés, puis aux vrais blés durs type Medeah, constatant non sans surprise que nos blés tendres se classaient entre les poulards et les blés durs; toutefois il y a lieu de remarquer que les blés tendres envisagés donnent le plus souvent des grains à demi glacés.

3° Les blés durs fournissent les solutions de chlorophylle les moins absorbantes; de même, parmi les poulards, la comparaison de deux lignées de Taganrog de Bourdon, l'une, lignée 68 à grain glacé, l'autre, lignée 29 à grains tendres dominants, permet de constater que cette dernière absorbe un peu plus que la lignée 68. Par contre la Pétanielle blanche (*Triticum turgidum* L. var. *Lusitanicum* Körn.) au grain farineux absorbe moins que le Taganrog lignée 68, un peu plus que la lignée 134 de blé de pays de l'Aveyron (*T. vulgare* Host var. *erythrospermum* Körn.) au grain quelque peu glacé, au total pas beaucoup plus que les blés durs (*T. durum* Desf.); elle se classe dans l'échelle de coloration ou de décoloration dans le voisinage de ces derniers.

Depuis, chaque année, l'observation directe des feuilles a confirmé ces conclusions.

Les mesures physiques des extraits alcooliques de chlorophylle doivent donc servir à l'identification des sortes, surtout lorsque, comme il arrive pour les Céréales, on se base habituellement sur des différences de coloration (feuille, épi, grain) pour établir leur distinction et que les différences d'appréciation d'un observateur à l'autre créent souvent des confusions regrettables.

ANATOMIE. — *Les organes palléaux de quelques Doridiens.* Note (¹) de M. **Alphonse Labbé**, présentée par M. Joubin.

J'ai signalé (²) chez *Rostanga coccinea* Forbes d'intéressants organes sensoriels, couvrant le notœum et auxquels j'avais donné le nom de *caryophylliedies*. Le fait que ces organes avaient passé inaperçus jusqu'ici, bien que visibles à l'œil nu, m'a suggéré d'étudier la structure des tubercules ou papilles qui ornent souvent la face dorsale des Doridiens.

J'ai ainsi trouvé des caryophyllidies presque identiques à celles de *Rostanga*, chez *Acanthodoris pilosa* Müller. [E. M. Mac Farland, *The Acanthodorididæ of the California Coast* (*Nautilus*), 39, nos 2 et 3, octobre 1925, janvier 1926]. La monographie récente de Mac Farland n'en parle que comme de grêles villosités.

De même, le notœum de *Jorunna* (Kentrodoris) *Johnstoni* Alder et Hancock, porte des organes sensoriels du type des caryophyllidies; ils ont été entrevus par Vayssière (³) qui les figure à un faible grossissement, comme des tubercules simples, entourés d'une couronne de spicules, ce qui est inexact. Chaque organe se compose d'une papille allongée, cylindrique, longue d'environ 1mm,5 et terminée à sa partie supérieure par un bouton sensoriel subsphérique où aboutit un nerf, occupant le centre de la papille. Le squelette de cette papille est formé de 6 à 8 longs spicules périphériques, placés sous l'épiderme et recouverts par lui jusqu'à leur extrémité, mais ces spicules, au lieu de former comme chez *Rostanga* et *Acanthodoris* une sorte de coupe régulière autour du bouton sensoriel, émergent de la papille à des niveaux différents, comme les pédoncules d'un corymbe. Les bases des spicules convergent dans l'intérieur du manteau et sont reliées par des fibres musculaires qui assurent la mobilité du système entier; ainsi, ils peuvent se coucher horizontalement sous la pression de la main et à cette disposition est due l'impression de velouté dont parlent les auteurs anciens.

Je n'ai rencontré des caryophyllidies que dans ces trois genres, mais il est probable qu'elles existent dans d'autres espèces.

(¹) Séance du 23 décembre 1929.

(²) Alphonse Labbé, *Sur les organes sensoriels palléaux de* Rostanga coccinea *Forbes* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 87).

(³) A. Vayssière, *Recherches sur les Mollusques Opistobranches du golfe de Marseille* (*Ann. Mus. Marseille*, 6, 1900-1901, p. 32, pl. III, fig. 24 *bis*).

En mettant à part les Polycéradés, qui méritent une mention spéciale et sur lesquels je reviendrai ultérieurement, les Doridiens qu'il m'a été permis de trouver au Croisic présentent des tubercules ou papilles de plusieurs sortes :

a. De simples soulèvements de la surface du notœum, sans différenciation spéciale et sans orientation des spicules : *Archidoris tuberculata* Cuv.; *A. marmorata* Bergh; *A. verrucosa* Cuv.; *A. maculata* Garstang.

b. Des papilles, ou tubercules, dans lesquelles les spicules ne dépassent pas les téguments et montrent une certaine orientation : *Cadlina repanda* Ald. et Hanc.; *Geitodoris planata* Ald. et Hancock.

c. Des tubercules en cylindre tronqué avec spicules terminaux dépassant les téguments : *Ægires punctilucens* d'Orbigny.

d. Des tubercules très espacés, en forme de chou-fleur, avec spicules radiés (Doridien indéterminé).

Aucune de ces formations ne paraît avoir de différenciations sensorielles spéciales.

Quant au type des caryophyllidies, nous ne l'avons rencontré que chez *Rostanga* Bergh, *Jorunna* Bergh et *Acanthodoris* Gray. Remarquons que si les deux premiers genres sont très voisins, par contre ce sont des cryptobranches très éloignés d'*Acanthodoris*, phanérobranche. Il ne semble donc pas que ces organes puissent servir à la classification.

Néanmoins ils peuvent être pour celle-ci de quelque utilité; en particulier, ils permettent d'élucider la question des *Platydoris* (*Geitodoris*) *planata* Alder et Hancock qui, pour certains auteurs ne seraient que de jeunes *Archidoris testudinaria* Risso. Ce problème très difficile à résoudre par suite des variations de la forme extérieure et de la radula [1] serait ainsi définitivement tranché par la structure différente des tubercules dans les deux espèces.

---

[1] Voir Ch. Eliot, Supplément à Alder and Hancock (*British Nudibranchiate Mollusca*, Part. 8, 1910, p. 100).

HISTOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Contribution à l'étude de l'anthracose pulmonaire. Tolérance des cultures de tissus vis-à-vis des particules de houille.* Note (¹) de MM. **A. Policard** et **M. Boucharlat**, présentée par M. F. Mesnil.

Au cours de recherches que nous poursuivons actuellement sur certaines pneumoconioses industrielles, la question s'est posée de savoir si des particules très fines (poussières) de charbon de terre avaient une action nocive sur les cellules vivantes. Pour préciser ce point, nous avons cultivé des cellules conjonctives et des macrophages sur du plasma renfermant des particules extrêmement fines de houille.

La technique expérimentale suivie peut être ainsi résumée :

Tissu cultivé : tissu de poumon d'embryon de poulet âgé de 15 jours : un tel tissu donne des poussées de fibroblastes, de macrophages, et quelquefois des nappes de tissu épithélial.

Milieu de culture : plasma de poule, dilué au Tyrode et à l'extrait d'embryon de poulet; ce plasma était additionnè d'une suspension stérilisée de houille grasse, porphyrisée au mortier d'agate, dans du Tyrode; la quantité de suspension ajoutée variait de I à XX gouttes par centimètre cube de milieu nutritif.

Examen de culture fait après 1, 2, 3 et 4 jours; au quatrième jour, fixation et coloration.

L'observation de telles cultures montre que les particules de houille n'ont aucune action nocive sur les cellules conjonctives, les macrophages ou les cellules épithéliales du tissu pulmonaire. La croissance de la culture n'est pas troublée, même quand la quantité de houille ajoutée au milieu est très grande. Les cellules conjonctives et les macrophages cheminent entre les plus grosses particules. Elles peuvent même adhérer à ces particules et glisser sur leur surface comme sur un support inerte. Les plus petites particules peuvent être phagocytées; la cellule qui les englobe ne montre aucun signe d'altération.

Malgré leur caractère négatif, ces résultats semblent mériter d'être soulignés. Ils permettent de comprendre pourquoi les tissus, et spécialement le tissu pulmonaire, peuvent être chargés d'une quantité importante de particules de houille sans qu'aucun trouble ne s'ensuive à leur niveau. Ces faits expliquent que, dans les cas d'anthracose, le poumon peut être forte-

(¹) Séance du 30 décembre 1929.

ment infiltré de particules de charbon sans que la nutrition du tissu pulmonaire et la fonction respiratoire soient troublées. Ceci tend à confirmer la conception que l'anthracose pulmonaire est un état anatomique, une surcharge, et non une maladie.

ZOOLOGIE. — *Les larves de Polyclades des côtes d'Annam.* Note de M. **C. N. Dawydoff**, présentée par M. M. Caullery.

La larve typique des Polyclades, ou *larve de Müller* est caractérisée par la présence de huit lobes ciliés, dont trois sont ventraux (un impair médian et une paire latérale), deux autres latéraux, les trois derniers étant dorsaux.

Le plankton des côtes d'Annam abonde en larves pélagiques de Polyclades. Quatre mois de pêche en baie de Nhatrang m'en ont fourni huit espèces différentes et nouvelles, distinctes les unes des autres par la coloration et par une foule de caractères morphologiques.

Plusieurs des formes indochinoises sont énormes, comparées aux types des régions tempérées. L'une des plus répandues dans le plankton de Nhatrang atteint $4^{mm},3$ de long; côte à côte avec ces géantes, nagent d'autres larves, juste au même stade et minuscules ($0^{mm},3$-$0^{mm},5$).

Notons encore le nombre et la disposition des yeux, la configuration générale du corps (grand développement de l'extrémité céphalique), la longueur des lobes et surtout la largeur de l'appendice ventral impair, qui prend parfois l'aspect d'une sorte de capuchon céphalique. Signalons l'existence, chez certaines larves, sur la face dorsale de la tête, de deux cornes finement ciliées sur toute leur surface. Le plus souvent il ne s'agit que de deux tentacules prématurément développés; toutefois, dans quelques cas, ce sont des formations caduques, purement larvaires, disparaissant avec les lobes ciliés.

Je ne puis donner ici de description détaillée, mais je veux attirer l'attention sur les faits suivants, notés sur la moitié au moins des formes indochinoises et qui m'ont, de prime abord, vivement frappé. En effet *la plupart de ces larves portent non pas* 8, *mais* 10 *lobes*. Sur la face dorsale, en plus du lobe impair médian, on trouve deux paires de lobes au lieu d'une seule. La position de cette paire surnuméraire n'est pas strictement déterminée; elle varie selon les espèces, tout en restant constante chez les divers individus d'une espèce donnée. Le plus souvent, elle est en dessous du lobe médian et de telle sorte que les deux paires dorsales se trouvent superposées. Chez l'une des espèces de larves, ces deux paires dorsales sont

sur une même ligne transverse, les lobes surnuméraires flanquant les deux normaux.

La quatrième paire de lobes se forme très tôt, sur des larves très jeunes et même on peut affirmer que certaines espèces possèdent déjà 10 lobes lors de leur éclosion.

Pour comprendre l'importance du nombre 10 de ces lobes, il faut se rappeler le rôle qu'on a fait jouer en zoologie phylogénétique, aux huit lobes normaux des larves européennes. On les homologuait (Lang) aux huit rangées de palettes des Cténophores. On savait cependant que certaines larves de Polyclades n'avaient que 4 lobes, mais Lang prouva que ces larves quadrilobées (*larves de Gœtte*) n'étaient que des stades jeunes des larves de Müller typiques. Les larves à 10 lobes posent le problème sur des données nouvelles. Le nombre 8 n'est plus, selon moi, fondamental. Il n'est qu'occasionnel et toute l'homologie proposée semble tomber d'elle-même. Il est surprenant que ces larves à 10 lobes, si abondantes sur la côte d'Annam, aient échappé jusqu'ici à l'attention des naturalistes.

Il existe donc deux types de larves de Polyclades. On peut alors se demander s'il convient de conserver le nom de *larves de Müller*. A mon avis, un terme général latin conviendrait mieux, car on pourrait lui accoler, dans les divers cas, un nom spécifique, ainsi qu'on a coutume de faire pour les *Pilidium* ou les *Actinotrocha*. Aussi proposerai-je, d'appeler toutes les larves lobées de Polyclades, *Lobophora*.

Les Lobophores des côtes d'Annam se répartissent, quant à leur coloration, en deux groupes : larves à teintes uniformes ou fondues et larves à teintes contrastées.

Dans le premier groupe signalons : 1° une superbe Lobophore d'un rouge carminé ponctué de pourpre accentué vers les extrémités du corps. Je la nomme *Lobophora purpurea* n. sp.; 2° une Lobophore de teinte générale jaune, parsemée de petits points bruns : *L. flava* n. sp. Ces deux larves appartiennent au type à 8 lobes; leur taille ne dépasse pas 1^{mm},5; 3° plusieurs formes de larves sont grises, avec le tube digestif brun olive et montrent, sur leurs extrémités et leurs parties latérales, des taches orangées. C'est à ce type qu'appartient une Lobophore gigantesque à 10 lobes, la plus répandue dans la baie de Nhatrang et dont la taille atteint 4^{mm},5. Je propose pour elle le nom de *L. gigantea* n. sp.

Dans le second groupe (larves à couleurs très contrastées), je signale : *L. albonigra* n. sp. C'est une très belle larve à 10 lobes et de grande taille (1^{mm},5-3^{mm}). La région moyenne du corps (avec les lobes) est d'un blanc éclatant, tandis que les deux extrémités (céphalique et caudale) ont des bordures d'un noir profond, velouté. Le contraste est très tranché.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *La relation entre l'azote amino-purique et l'azote protidique chez les microorganismes.* Note [1] de MM. **Émile-F. Terroine** et **Fr. Szucs**, transmise par M. d'Arsonval.

Depuis que R. Hertwig a fondé la notion d'une relation définie entre le noyau et le protoplasme, les chercheurs qui se sont préoccupés de mesurer la valeur du rapport nucléoplasmatique et de préciser les modifications qu'elle peut subir sous l'influence de diverses causes extérieures l'ont fait presque tous en s'adressant à des organismes monocellulaires, le plus souvent à des protozoaires.

Si l'on veut faire une comparaison vraiment utile des résultats observés par les cytologistes et de ceux que permet d'atteindre l'étude biochimique des constituants caractéristiques des divers éléments cellulaires, comparaison dont Mlle Le Breton et G. Schaeffer ont montré tout l'intérêt, c'est sur les microorganismes que doit porter l'étude chimique.

Et c'est pourquoi, sans refuser toute l'attention qu'ils méritent aux travaux de Kahn, Przylecki, Truszkowski, Dmochowski, relatifs à l'action de l'inanition ou de la température sur le rapport des corps puriques aux protides totaux, soit de l'organisme total, soit des tissus des animaux supérieurs, il nous a paru que de telles études seraient plus significatives, si elles portaient sur des cellules non différenciées.

Nous avons donc déterminé le rapport de l'azote amino-purique à l'azote protidique total et étudié les influences multiples qui peuvent agir sur la valeur de ce rapport chez de nombreux microorganismes. La difficulté d'obtention de protozoaires en quantités suffisantes ne nous a pas encore permis de nous adresser à eux. Nous avons utilisé des moisissures, agglomérat de cellules indifférentiées, des levures et des bactéries, groupant volontairement dans une étude comparée des cellules à noyau nettement distinct du protoplasme et d'autres chez lesquelles les substances nucléaires sont diffuses. Les techniques, leur justification, ainsi que toutes les données expérimentales seront consignées dans un Mémoire ultérieur. On trouvera ici les résultats essentiels.

1° *Rapport de l'azote aminopurique à l'azote protidique chez divers microorganismes.* — La première question posée était de savoir si, chez des orga-

(1) Séance du 30 décembre 1929.

nismes faisant une synthèse complète de tous leurs protides, il y a un même lien quantitatif entre les deux grandes catégories formées, substances nucléiniques et protides. Le tableau ci-dessous montre que des différences très nettes séparent les divers organismes étudiés. (Les teneurs sont exprimées en pour 100 du poids sec.)

	N amino purique (A).	N protidique (B).	Rapport $\frac{A}{B} \times 100$.
Sterigmatocystis nigra	0,42	4,13	10,1
Aspergillus orhizæ	0,31	3,94	7,8
Penicillium glaucum	0,45	5,21	8,6
Bacille lactique	1,15	9,92	11,5
Mycoderma aceti	0,08	0,61	13,1
Bacille de la Fléole	0,43	5,71	7,5
Bacille tuberculeux	0,32	4,46	7,1
Levure de bière	0,93	8,06	11,5

Il semble donc qu'on puisse considérer le rapport de l'azote amino-purique à l'azote protidique total comme une caractéristique biochimique. Il reste parfaitement entendu que nous savons avoir affaire à une moyenne portant sur des cellules à divers états de développement et dont un certain nombre sont en cours de division.

2° *Influence de la température*. — Nous avons comparé respectivement une levure haute et une levure basse, des cultures de *St. nigra*, des cultures de *A. orhizæ* faites à températures très éloignées. Les valeurs données sont celles du rapport de N amino-purique à N protidique × 100.

Levure haute (20-25°)	12,5
Levure basse (5-6°)	11,4
St. nigra (38°)	10,0
St. nigra (21°)	11,7-10,9
A. orhizæ (38°)	7,8
A. orhizæ (21°)	6,3-8,6

Les résultats ci-dessus montrent que l'étude biochimique ne décèle pas de variation sensible alors que G. Smith, R. Hertwig, Rautmann, Popoff accordent tous à la température une influence importante sur la valeur du rapport nucléoplasmatique.

3° *Influence de l'inanition*. — L'étude a porté sur le *St. nigra* soumis tantôt à l'inanition complète, tantôt à l'inanition azotée. Les valeurs données sont celles du même rapport que précédemment.

Inanition complète.		*Inanition azotée.*	
Début	10,1	Début	10,1
Après 5 jours	10,0	Après 2 jours	5,3
» 8 »	9,0	» 4 »	4,1
» 12 »	3,0	» 6 »	3,1
» 18 »	0,97	» 8 »	1,9

Ces résultats, identiques d'ailleurs à ceux simultanément observés par M. Hée et non encore publiés par lui, sont surprenants. Ils nous montrent en effet une disparition plus rapide des composés puriques que des protides. Or, malgré certaines divergences, les observations des morphologistes (Hertwig, Wallengren, Stolte, ainsi que celles de Morgulis sur certaines cellules d'animaux supérieurs) concordent dans l'ensemble pour admettre, lors de l'inanition, une attaque primitive des divers éléments du protoplasme et secondaire du noyau.

Nous poursuivons des études identiques sur d'autres microorganismes et en vue de dégager l'influence de conditions autres que celles envisagées dans la présente Note. Les résultats acquis montrent en effet la nécessité d'une comparaison systématique du rapport nucléoplasmatique des morphologistes avec le rapport de l'azote purique à l'azote protidique.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur l'élimination de quelques alcaloïdes et génalcaloïdes par les voies biliaires.* Note de MM. **H. Hermann**, **F. Caujolle** et **F. Jourdan**, présentée par M. A. Desgrez.

Nous avons injecté dans les veines de Chiens chloralosés divers alcaloïdes ou génalcaloïdes, dont nous avons recherché la présence dans la bile. Celle-ci est recueillie grâce à une fistule extemporanée du canal cholédoque, établie après ligature du canal cystique. La recherche des alcaloïdes dans la bile a été exécutée par des méthodes chimiques, physiques et pharmacodynamiques. Ces dernières ont été appliquées sur la Grenouille (*Discoglossus pictus*, *Rana esculenta*) et sur le Chien. Dans le premier cas, 1 ou 2^{cm^3} de la bile récoltée sont injectés dans le sac lymphatique dorsal de la Grenouille, chez laquelle on recherche, pendant l'heure qui suit, les effets caractéristiques de l'alcaloïde utilisé. Chez le Chien, la méthode adoptée est la suivante : la bile d'un Chien A, auquel on injecte l'alcaloïde, se déverse d'une manière lente et continue dans la circulation d'un Chien B, grâce à une anastomose établie entre le canal cholédoque de A et la veine

jugulaire de B. Chez ce dernier animal, on examine, sous tracé, les effets du déversement lent de la bile du Chien A, ce qui permet d'apprécier le moment de l'apparition dans la bile de l'alcaloïde utilisé, ainsi que l'intensité de son élimination par les voies biliaires. Voici quelques-uns des résultats observés :

Quinine. — Contrairement aux indications de Mosler et de Cl. Bernard, dont les procédés de recherche manquaient de sensibilité, nous avons pu établir le passage de la quinine dans la bile (réaction de la thalléioquinine positive; fluorescence en lumière de Wood).

Nicotine. — Est éliminée rapidement et en quantité importante, par les voies biliaires (réaction de Roussin positive; action hypertensive manifeste, observée chez le Chien par la méthode de l'anastomose cholédo-jugulaire).

Strychnine et génostrychnine. — Élimination importante et rapide (Réaction d'Otto positive; convulsions strychniques typiques, observées chez la Grenouille et chez le Chien, par la méthode de l'anastomose cholédo-jugulaire).

Atropine et génatropine. — Élimination nettement plus lente que celle des alcaloïdes précédents (Réaction de Vitali positive), mais cependant suffisante pour déterminer de la mydriase, chez la Grenouille, et diminuer nettement, chez le Chien B, le pouvoir cardio-inhibiteur du nerf vague.

CHIMIE ORGANIQUE ET BIOLOGIE. — *Nouvelle fermentation de l'acide urique, provoquée par le foie de divers animaux.* Note de MM. **R. Fosse**, **A. Brunel** et **P. de Graeve**, présentée par M. Émile Roux.

1. En établissant que le foie de chien détruit l'acide urique par fermentation, A. Chassevant et Ch. Richet (1898) (1) ont suscité de nombreuses recherches concernant l'action des tissus animaux sur l'acide urique (Ascoli, Jacobi, Wiener, Schittenhelm, Wiechowski, Batelli et Stern, Przylecki etc.). Les travaux classiques de Wiechowski démontrent que l'allantoïne prend naissance dans ces conditions (1907) (2). Mais ce corps représente-t-il l'unique produit de fermentation de l'acide urique? Oppen-

(1) A. Chassevant et Ch. Richet, *Comptes rendus de la Soc. de Biologie*, 4, 1897, p. 743.

(2) Wiechowski, *Beiträge zur chemischen Physiologie*, 9, 1907, p. 295.

heimer estime qu'on ne saurait actuellement répondre avec certitude à cette question (1926) [1].

2. *Transformation totale de l'acide urique en allantoïne par le foie de cheval.* — Si l'on dose, par notre méthode biochimique [2], l'allantoïne formée par agitation avec air d'une solution d'urate de K, tenant en suspension 2 pour 100 de foie frais broyé, on trouve un rendement supérieur à la théorie : 3,2 pour 100 au maximum. *Mais le foie, sans addition d'acide urique, produit aussi l'allantoïne :* $0^g,5$ à $2^g,7$ par kilogramme dans les conditions de l'expérience. En déduisant de l'allantoïne trouvée celle apportée par le foie seul, on constate que la transformation est voisine de la théorie à ± 1 pour 100 près. Le tableau suivant résume les résultats d'expériences qui seront décrites en détail dans un autre Recueil :

	Allantoïne par litre. pour $1^g,008$ d'acide urique. Théorie : $0^g,947$.			Allantoïne produite par le foie seul.			Allantoïne pour 1000^{cm^3} d'acide urique.	
Cheval.	1. UX² pour 5^{cm^3}.	2. Titre trouvé.	3. Erreur pour 100.	4. UX² p. $1^g,5$ de foie.	5. pour 1^{kg}.	6. pour 20^g.	7. Titre corr. 2-6.	8. Erreur pour 100.
1....	0,02603	0,978	+3,2	0,0061	0,763	0,015	0,963	+1,6
2....	0,02523	0,948	+0,1	0,0056	0,701	0,014	0,933	−1,3
3....	0,02580	0,970	+2,4	0,0077	0,958	0,019	0,951	+0,4
4....	0,02595	0,975	+3	0,0170	2,13	0,042	0,933	−1,3
5....	0,02574	0,967	+2,1	0,0117	1,46	0,029	0,938	−0,9
6....	0,02526	0,948	+0,2	0,0047	0,58	0,011	0,937	−1

3. L'allantoïne est-elle toujours le produit final de la dégradation diastasique de l'acide urique par le foie des animaux? Nos expériences démontrent que l'acide allantoïque se forme par fermentation de l'acide urique en présence du foie des Batraciens et Poissons, chez lesquels nous avons déjà signalé l'allantoïnase : *Rana viridis*, *Rana temporaria;* Sélaciens : *Raja clavata*, *Raja punctata;* Téléostéens : *Cyprinus carpio*, *Tinca vulgaris*, *Gadus merlangus*, *Scomber scombrus*, *Clupea harengus*, *Mullus barbatus*, *Pleuronectes limanda*.

4. *Formation d'acide allantoïque par fermentation de l'acide urique en présence du foie de* Rana viridis. — On agite mécaniquement, à 40°, en

[1] Oppenheimer, *Die Fermente und ihre Wirkungen*, 5ᵉ éd., **11**, 1926, p. 1732.

[2] R. Fosse, A. Brunel et P. de Graeve, *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1418.

présence d'un grand volume d'air, en vases bouchés à l'émeri, deux milieux contenant :

	Expérience.	Témoin.
Urate de K correspondant à 1g,008 d'acide urique par litre..........	100cm³	100cm³
Foie broyé......................	2g	—
Foie porté 30 minutes à 100°.......	—	2g
Chloroforme.....................	1cm³	1cm³

Caractérisation de l'acide allantoïque. — Déjà, après une heure, une prise d'essai additionnée d'HCl N, chauffée 1 minute à 100°, donne les réactions caractéristiques de l'acide glyoxylique et de l'urée, dans le cas de l'expérience. Le témoin conduit à un résultat négatif.

Identification par l'analyse quantitative de l'acide allantoïque sous la forme de son sel d'argent. — Après 8 heures d'agitation, refroidir les deux milieux (120cm³); déféquer par du nitrate d'argent pulvérisé (2g,5); précipiter le filtrat par l'acétate mercurique; après 3 heures à la glacière centrifuger; laver le dépôt avec un peu d'eau; le délayer dans l'eau glacée (20cm³); le décomposer, entouré de glace, par H^2S; chasser ce gaz en excès par courant d'air; précipiter le filtrat par du nitrate d'argent solide; centrifuger; chauffer le dépôt avec de l'eau (10cm³); filtrer. Si des cristaux n'apparaissent pas, provoquer leur formation par addition d'alcool.

Analyse du corps après une nouvelle cristallisation :

Trouvé : Ag pour 100, 38,17; calculé pour $(NH^2CONH)^2CH.COOAg$: Ag pour 100, 38,12.

Le liquide témoin ne donne pas trace de sel d'argent.

5. *Ainsi se trouve établi un nouveau mode insoupçonné de dégradation de l'acide urique par le foie de certains animaux.* — L'acide allantoïque, principe végétal découvert par l'un de nous (¹), se forme donc dans deux fermentations aux dépens : soit de l'allantoïne, sous l'influence de l'allantoïnase, contenue chez les végétaux et chez certains animaux (²); soit de l'acide urique en présence d'organes de végétaux (Légumineuses) ou d'animaux (Batraciens et Poissons). Cette dernière fermentation est l'œuvre de deux diastases : l'une, l'uricase, oxyde et hydrate l'acide urique pour donner, avec perte de CO^2, l'allantoïne, que l'autre, l'allantoïnase, transforme en

(¹) R. Fosse, *L'urée*, p. 181-198, Paris, 1928.

(²) R. Fosse et A. Brunel, *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 106, 486. — R. Fosse, A. Brunel et P. de Graeve, *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 716.

acide allantoïque par simple fixation d'eau :

$$\begin{array}{lll} \mathrm{NH} - \mathrm{CO} & & \\ | \qquad\ \ | & & \\ \mathrm{CO} \quad \mathrm{C} - \mathrm{NH} & & \\ | \qquad\ \ \| & & \\ \mathrm{NH} - \mathrm{C} - \mathrm{NH} & & \end{array} \!\!\!\!\!\!\!\!\!\! \begin{array}{l} \\ \\ \Big> \mathrm{CO} \end{array} \xrightarrow[-\mathrm{CO}^2]{+\mathrm{O}+\mathrm{H}^2\mathrm{O}} \begin{array}{lll} \mathrm{NH}^2 & \mathrm{NH} & \\ | & & \\ \mathrm{CO} & \mathrm{CO} & \mathrm{CO} \\ | & | & | \\ \mathrm{NH} - & \mathrm{CH} - & \mathrm{NH} \end{array} \xrightarrow{+\mathrm{H}^2\mathrm{O}} \begin{array}{lll} \mathrm{NH}^2 & & \mathrm{NH}^2 \\ | & & | \\ \mathrm{CO} & \mathrm{COOH} & \mathrm{CO} \\ | & | & | \\ \mathrm{NH} - & \mathrm{CH} - & \mathrm{NH} \end{array}$$

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le dosage de l'allantoïne dans l'urine animale.* Note (¹) de Mlles **Marguerite Champagne** et **Gilberte Mourot**, transmise par M. d'Arsonval.

Des recherches, poursuivies d'ailleurs dans un but différent, nous ont conduites toutes deux à rechercher une méthode précise de dosage de l'allantoïne dans l'urine des animaux. La récente publication d'un travail de M. Establier (²) sur le dosage de l'allantoïne dans l'urine humaine nous amène à décrire dès maintenant notre technique et ses justifications. Disons tout de suite que le problème est plus simple chez l'animal que chez l'homme, la quantité d'allantoïne émise par l'urine étant, par rapport aux autres composés azotés, beaucoup plus élevée chez l'animal que chez l'homme.

Comme Establier, nous avons eu recours, tout d'abord, à la méthode de Christmann (³) et pas plus qu'à lui, elle ne nous a donné de résultats satisfaisants. Les erreurs nous ont paru être dues à la fois à une redissolution partielle et non totale du précipité mercurique, à une hydrolyse incomplète de l'allantoïne, à une précipitation difficile des minimes quantités d'oxalate de Ca fournies.

Dans ces conditions, il nous a paru qu'on pouvait espérer des résultats satisfaisants en combinant les méthodes de Christmann et de Wiechowski, utilisant la première jusqu'à la formation du précipité mercurique et la seconde en dosant N total, mais par des mesures de poids très petits, dans ce précipité. Pour agir ainsi, il fallait que le précipité mercurique ait entraîné la totalité de l'allantoïne et aucune autre matière azotée. Nous avons donc recherché tout d'abord s'il en était bien ainsi lorsqu'on respecte exactement les conditions indiquées par Christmann.

Influence du pH. — 15^{mg} d'allantoïne sont dissous dans des solutions salines de

(¹) Séance du 30 décembre 1929.

(²) *Bull. Soc. Chim. biol.*, **11**, 1929, 965-974.

(³) *J. of biol. Chem.*, **70**, 1926, 173-191.

phosphate de K et Na à pH bien déterminé et l'on essaie de les retrouver par dosage de N total dans le précipité mercurique.

pH	6,813	7,168	7,381	8,043
Allantoïne retrouvée (mg)	12,3	15,3	15,1	13,4
Erreur pour 100	—18	+2	+0,9	—10,6

Le dosage est donc exact pour un pH compris entre 7,2 et 7,4.

Présence de l'urée. — A 15^{mg} d'allantoïne, on ajoute des quantités variées d'urée, les solutions étant toutes à pH 7,274.

Concentration en urée pour 100	0,25	0,5	1	3
Allantoïne retrouvée (mg)	15	15	13,7	11,4
Erreur pour 100	0	0	—8	—24

Le dosage est rigoureux lorsque la concentration en urée ne dépasse pas 5^{g} par litre.

Présence des chlorures. — Nous plaçant dans les conditions les plus proches de la pratique du dosage dans l'urine animale, nous avons ajouté à 15^{mg} d'allantoïne à la fois des chlorures et de l'urée; toutes les solutions étant à pH 7,274.

Urée (pour 100)	0,25	0,25	0,25	0,25
Chlorures (grammes pour 1000)	0,5	1	2	3
Allantoïne retrouvée	15,01	15	15,33	13,25
Erreur pour 100	+0,01	0	+2	—11,6

Le dosage est donc rigoureux jusqu'à une teneur en chlorures légèrement inférieure à 2^{g} par litre.

Sur ces bases, nous avons alors constitué comme suit la technique du dosage :

1° 50$^{cm^3}$ d'urine sont dilués de manière à abaisser le taux de l'urée au-dessous de 0,5 pour 100. On ajoute ensuite 5$^{cm^3}$ du mélange *acide acétique glacial* — SO^4H^24N par 50$^{cm^3}$ de liquide.

2° On introduit la quantité d'acide phosphotungstique strictement suffisante (déterminée préalablement par tâtonnement comme l'indique Christmann) pour précipiter la plus grande partie des corps azotés; après une heure de repos, on filtre.

3° Le filtrat est additionné de litarge jusqu'à obtention d'un pH compris entre 7,2 et 7,4, déterminé à l'aide du pourpre de bromocrésol et du rouge de phénol. Après filtration, une partie aliquote du liquide (20 ou 40$^{cm^3}$) est additionnée de 5 à 10$^{cm^3}$ d'une solution d'acétate mercurique dans l'acétate de soude.

4° Après une demi-heure de repos — durée qui doit être rigoureusement respectée — le précipité est recueilli sur un filtre et l'on y dose N total par microkjeldahl.

Le contrôle de la méthode a été fait par adjonction d'allantoïne à des urines animales. Les résultats ci-dessous rapportés en montrent l'exactitude.

Allantoïne de l'urine.	Allantoïne ajoutée	Allantoïne totale dosée.	Allantoïne retrouvée.	Erreur.
		Lapin.		
mg. 35	mg. 21	mg. 56,83	mg. 21,83	% +3,8
-	32	66,74	31,74	−0,9
-	26,75	61,63	26,23	−1
59,9	7,5	67,6	7,76	+3,5
		Porc.		
17,16	48,5	64,69	47,43	−2,2
29,6	35,82	65,49	35,89	+0,1
29,6	18,5	47,88	18,28	−1,2

Conclusion. — La combinaison des méthodes de Christmann et de Wiechowski permet un dosage exact de l'allantoïne sur des quantités faibles d'urine animale grâce à l'emploi du microdosage pour la détermination de N et sous la réserve du respect scrupuleux des conditions suivantes lors de la préparation du composé mercurique : teneur en urée inférieure à 0,5 pour 100, teneur en chlorures inférieure à 0,2 pour 100; pH compris entre 7,2 et 7,4; durée de précipitation de 30 minutes.

BIOLOGIE PHYSICO-CHIMIQUE. — *Sur l'interprétation des actions biologiques à distance.* Note de M. **J. Magrou**, présentée par M. F. Mesnil.

Au cours de recherches publiées ici même avec Mme M. Magrou, nous avons montré d'abord que le méristème d'une racine d'oignon, après avoir été exposé trois heures à quelques millimètres d'une culture de *Bact. tumefaciens*, même avec interposition d'une lame de quartz entre la racine et la culture, présente, dans la partie qui a été exposée aux bactéries, un excès de mitoses par rapport à la partie symétrique opposée. Ce fut la première confirmation du phénomène décrit sous le nom d'induction mitogénétique par M. Gurwitsch, qui avait obtenu des résultats analogues en exposant des racines d'oignon à l'action à distance de divers tissus végétaux ou animaux, vivants ou broyés.

Nous avons constaté par la suite, d'abord seuls, puis avec Mlle Choucroun,

que des œufs d'Oursin (*Paracentrotus lividus*), exposés à travers une plaque de quartz au *B. tumefaciens*, donnent naissance, dans une forte proportion de cas, à des larves aberrantes, alors que le développement se fait normalement si c'est une plaque de verre qui forme séparation. Il va sans dire que, dans chacune de nos expériences, tous les lots, témoins et exposés, étaient composés d'œufs provenant d'une même ponte, et fécondés en une fois avec un même sperme. De nouvelles expériences ont montré que d'autres microorganismes, et même des substances chimiques aseptiques *en voie d'oxydation*, exerçaient, dans les mêmes conditions, la même action déformante sur le développement de l'œuf d'Oursin (expériences faites avec M. Reiss) ([1]). Les larves déformées présentent un excès de cellules mésenchymateuses, et nous pensons qu'il y a lieu de faire un rapprochement avec l'effet mitogénétique de Gurwitsch.

Pour expliquer les faits, M. Guurwitsch, de même que MM. Reiter et Gabor, qui ont confirmé sa découverte, admettent l'existence d'un rayonnement ultraviolet de très faible intensité, émis par les cellules ou les substances actives. N'ayant pas réussi jusqu'ici à obtenir d'impression photographique en exposant à ces substances des plaques sensibles, nous tenons à souligner que nous nous sommes borné à constater l'action à distance s'exerçant malgré l'interposition de quartz, sans conclure de façon formelle à l'émission d'un rayonnement.

Une nouvelle hypothèse a été formulée ici-même ([2]) par Mlle Choucroun, qui a repris ces expériences en exposant des œufs d'une autre espèce d'oursin (*Echinus miliaris*, renseignement oral) à une culture unique de *B. tumefaciens*, contenue dans une cuve annulaire animée d'un mouvement de rotation. Dans ces conditions, les œufs exposés, comme à l'ordinaire, dans des capsules de quartz simplement fermées par un couvercle, se sont développés de façon anormale, ce qui confirme nos résultats. Par contre les lots (au nombre de 12 répartis en trois expériences) exposés en flacons de quartz bouchés à l'émeri et protégés par une fermeture hydraulique ont donné des développements normaux. Mlle Choucroun en conclut que le phénomène ne peut s'expliquer par un rayonnement et que « quelque chose de matériel, émané de la culture, arrive tout de même, probablement en suivant la paroi du récipient et en s'insinuant au travers des joints de paraffine, dans le milieu où se développent les œufs ».

([1]) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 779.
([2]) *Ibid.*, p. 782.

Il est peu vraisemblable que la matière qui agirait par contact soit à l'état gazeux. En effet, une vapeur atteindrait, aussi bien que les lots exposés à travers quartz, les lots témoins placés côte à côte avec les précédents et plongés dans la même atmosphère. D'autre part, les joints paraffinés qui séparent les œufs des substances actives sont, comme nous l'avons vérifié, étanches aux liquides. De plus, l'introduction, dans des élevages témoins, de traces de certaines substances qui agissent à distance ne modifie pas le développement ou le modifie de façon insignifiante par rapport aux lots exposés. Le produit supposé, qui émanerait de cultures et de mélanges chimiques variés, serait donc capable de traverser des joints étanches, de ramper sur le quartz et non sur certains verres et d'agir sur l'œuf d'oursin à doses prodigieusement faibles. On conçoit l'intérêt qu'il y aurait à vérifier cette hypothèse et à analyser dans le détail un moyen d'action si subtil.

D'autant plus que la fermeture hydraulique des flacons ne suffit même pas toujours à protéger les larves contre les actions déformantes. Nous avons pu, en effet, avec M[me] Magrou et M. Reiss, exposer quatre lots dans des flacons de quartz bouchés à l'émeri et protégés par un joint hydraulique, que M[lle] Choucroun a bien voulu mettre à notre disposition. Dans ces conditions, nous avons observé les anomalies de développement caractéristiques (*pluteus* trapus, globuleux, à bras postérieurs absents ou à peine ébauchés, à lobe oral infléchi vers la face ventrale), en exposant, il est vrai, les œufs (*Paracentrotus lividus*) à d'autres substances actives que le *B. tumefaciens* (milieu synthétique de Berthelot additionné de bichromate de potassium, mélange glucose-permanganate, cultures de ferments lactiques).

Bien que nos expériences, faites dans ces conditions, soient encore peu nombreuses, leurs résultats sont d'une telle netteté que nous croyons devoir les signaler, ne serait-ce que pour montrer à quel point l'interprétation du phénomène reste malaisée.

Nous avons cherché d'autre part à varier l'épaisseur et la disposition des écrans de quartz. Des œufs exposés à travers deux lames de quartz superposées ont donné un développement aberrant. Des œufs exposés à travers deux quartz séparés par des cales de paraffine ont donné une fois un développement normal, une fois un développement irrégulier. Par conséquent, même dans ces dernières conditions, une action peut encore se manifester. Mais il ne s'agit là que d'expériences d'orientation, que nous signalons sous toutes réserves et dont il serait prématuré de tirer des conclusions.

Quoiqu'il en soit, en restant strictement, comme nous l'avons fait dans nos précédentes Notes, sur le terrain des faits et sans introduire aucune hypothèse, nous ne pouvons que maintenir intégralement la série de nos résultats en continuant à réserver leur explication.

MÉDECINE. — *Efficacité de la d'Arsonvalisation médicamenteuse dans le lupus érythémateux.* Note [1] de M. **H. Bordier**, transmise par M. d'Arsonval.

On sait combien sont tenaces et difficiles à guérir les lésions qui constituent le lupus érythémateux : ce lupus, qui n'est pas une tuberculose cutanée, mais une tuberculide érythémato-atrophiante, est justiciable des applications des courants de haute fréquence et en particulier de la d'*Arsonvalisation médicamenteuse*.

Pour obtenir la destruction des parties proliférantes de ce lupus, ce n'est pas une coagulation profonde qu'il faut chercher à obtenir, comme dans le lupus tuberculeux, mais bien la formation de croûtes légères, surtout au niveau du bourrelet excentrique de chaque placard.

Devant les beaux résultats que donnent les injections d'hydroxyde de bismuth, j'ai eu l'idée de faire agir aussi un sel de bismuth soluble *loco dolenti*, en m'adressant à la d'Arsonvalisation médicamenteuse. Le sel employé est le tartro-bismuthate de sodium ou tartro-bi Roche.

Pour appliquer la d'Arsonvalisation médicamenteuse dans ce cas, on se sert d'une électrode en verre ou en quartz dont la partie terminale a la forme d'une cupule où l'on introduit un tampon de coton imbibé de la solution bismuthique. L'électrode est portée par un manche relié à l'extrémité du résonateur de Oudin. Il est très important que ce manche soit muni d'un dispositif permettant de graduer depuis zéro l'intensité du courant de haute tension débité par l'électrode : je me sers avantageusement du manche de Lépine [2] qui rappelle un peu celui de Bissérié et qui porte une sorte de spintermètre. Lorsque les deux boules sont au contact, le courant va au sol par l'intermédiaire du corps de l'opérateur : à mesure que les boules sont écartées, une partie de plus en plus grande du courant passe par l'électrode; celle-ci étant appuyée sur les tissus, de petites aigrettes jaillissent du coton en entraînant de fines particules du sel de bismuth qui est absorbé grâce aux

---

[1] Séance du 30 décembre 1929.

[2] Voir *Diathermie et Diathermothérapie*, 5e édition, p. 239.

fines érosions déterminées par les aigrettes de haute tension dans les parties du placard lupique sous l'électrode. Cette absorption est d'ailleurs facilitée par l'échauffement produit par les aigrettes.

La séance doit durer quelques minutes seulement.

Dans certains cas, il peut être utile de faire, en plus de la d'Arsonvalisation, de l'étincelage médicamenteux; pour cela il suffit d'éloigner de quelques millimètres l'électrode des tissus. Il se produit alors de petites étincelles, dont l'énergie est facilement réglable, grâce à l'écartement des boules du spintermètre du manche, et qui entraînent des particules du sel de bismuth dont l'action topique s'ajoute à l'action électrique des étincelles.

Il est bon de séparer les séances par un intervalle de 3 à 4 semaines.

Les résultats obtenus dans plusieurs cas de lupus érythémateux par cette nouvelle méthode, en combinant la d'Arsonvalisation médicamenteuse aux injections intramusculaires d'hydroxyde de bismuth, sont vraiment remarquables : la disparition des placards érythémateux a pu être constatée chez tous les malades ainsi traités, jusqu'à présent.

La séance est levée à $15^h 50^m$.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 18 février 1929.)

Note de M. *Vladimir Bernstein*, Sur les points singuliers des fonctions représentées par des séries de Dirichlet :

Page 539, ligne 14, *au lieu de* $\frac{\log|C'(\lambda_n|}{n}$, *lire* $\frac{\log|C'(\lambda_n)|}{\lambda_n}$; ligne 6 en remontant, *au lieu de* $(l-\pi)\tang\alpha$, *lire* $(l-\pi D)\tang\alpha$.

Page 541, ligne 10, *au lieu de* $|s^\beta f(s)|$, *lire* $|e^{\beta s} f(s)|$; ligne 11, *au lieu de* dans cette bande, *lire* dans la partie négative de cette bande.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 JANVIER 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la Correspondance, M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Lundi dernier, j'exprimais l'espoir que l'année 1930 se montrerait plus clémente pour nous que sa devancière. Or voici que, dès aujourd'hui, j'ai à vous faire part d'une triste nouvelle : après une courte maladie, M. **Auguste Rateau** est décédé ce matin vers 10^h.

Né à Royan en 1863, sorti premier de l'École Polytechnique en 1883, il avait, au début de sa carrière d'ingénieur au Corps des Mines, enseigné la Mécanique et l'Électricité industrielle à l'École des Mines de Saint-Étienne, puis à celle de Paris. Mais bientôt, conscient de ses qualités d'inventeur, il voulut reprendre une entière liberté d'action et envoya au Ministre des Travaux publics sa démission de fonctionnaire.

Joignant à une forte culture mathématique un sens très net des réalités mécaniques, il savait, après avoir tiré de la théorie tout ce qu'elle pouvait donner pour la solution des problèmes intéressant l'art de l'ingénieur, aller de l'avant en faisant intervenir à titre approximatif des hypothèses judicieusement choisies dont il prenait soin, cela va sans dire, de contrôler expéritalement la légitimité.

Son œuvre capitale concerne les machines appelées par lui Turbomoteurs, nom qui est devenu d'un usage courant. Après avoir, de 1897 à 1900, publié dans la *Revue de Mécanique* une suite d'études, pleines d'aperçus nouveaux, qu'il réunit dans son *Traité des Turbomoteurs*, il cons-

truisit une turbine à vapeur multicellulaire, répandue maintenant dans le monde entier. Il a créé également un type de turbocompresseur, composé de turbines étagées; cet appareil permet de porter à la pression de 12^{kg} par centimètre carré un volume d'air de 10^{m^3} par seconde. Signalons encore ses pompes centrifuges à haut rendement ou à grand débit et ses ventilateurs centrifuges, fort employés dans l'exploitation des mines.

Les turbines ont la propriété importante de pouvoir fonctionner avec de très faibles chutes de pression. Partant de là, M. Rateau a imaginé de recevoir dans un accumulateur la vapeur d'échappement provenant de tous les appareils d'une même usine et d'utiliser cette énergie résiduelle pour actionner des turbines à basse pression. On récupère ainsi annuellement des centaines de milliers de chevaux-vapeur qui jadis étaient perdus sans retour.

Au cours de la guerre, M. Rateau a imaginé et réalisé un turbocompresseur qui, actionné par les gaz d'échappement d'un moteur d'aviation, refoule dans celui-ci de l'air comprimé. De la sorte, le moteur fonctionne à grande altitude sans que sa puissance se trouve affaiblie par la diminution de la pression atmosphérique. L'emploi de cet appareil s'est généralisé et permet, suivant l'expression consacrée, d'élever considérablement le plafond d'un avion.

M. Rateau avait, dès 1909, en vue de l'aviation, entrepris des expériences sur la résistance de l'air. Depuis plusieurs années, il présidait avec une haute autorité les séances de la Société française de Navigation aérienne.

Je ne puis m'étendre sur ses autres travaux, fort variés, qui tous portent la marque de sa perspicacité.

J'ajoute seulement que, par ses propres moyens, il avait réussi à constituer et à développer progressivement la Société qui porte son nom et qui emploie des milliers d'ouvriers.

Quand l'Académie, en 1908, décida la formation d'une Division portant pour titre *Applications de la Science à l'Industrie*, elle élut d'abord Maurice Leblanc, puis bientôt après M. Rateau, qui, depuis la mort, en 1923, de Maurice Leblanc, était devenu le doyen de cette Division.

Au nom de l'Académie, j'adresse à la famille de notre regretté Confrère l'expression de notre douloureuse sympathie.

Je lève la séance publique en signe de deuil.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur une prétendue transformation du plomb par l'effet du rayonnement solaire.* Note de MM. **Ch. Fabry** et **E. Dubreuil.**

Dans le *Bulletin de la section scientifique de l'Académie roumaine* (12, VI, 1929, p. 1), Mlle Stéphanie Maracineanu a publié une Note intitulée *L'effet du rayonnement solaire sur les phénomènes de radioactivité et de transmutation.*

D'après Mlle Maracineanu, des expériences faites par elle au Laboratoire de l'Institut d'Optique avec le concours de M. Dubreuil auraient montré une transformation du plomb en or, en mercure et en hélium sous l'action longtemps prolongée du rayonnement solaire.

Nous sommes obligés de faire connaître que les expériences en question ont conduit à des résultats exactement contraires à ceux indiqués par Mlle Maracineanu. Aucune trace d'or ni de mercure n'a pu être décelée dans les échantillons de plomb examinés, qui provenaient de couvertures de toitures anciennes; aucune différence n'a pu être constatée entre les deux faces de ces feuilles de plomb, si ce n'est celle qui résulte de la présence, sur la face externe, d'un léger enduit charbonneux contenant un peu de fer. Enfin il a été impossible d'extraire de ce plomb la moindre trace d'hélium.

Ces résultats négatifs n'auraient pas mérité une publication si des indications inexactes n'avaient été publiées d'autre part.

CHIMIE PATHOLOGIQUE. — *Action réciproque de la chloruration et de l'alcalinisation de l'organisme dans les maladies aiguës.* Note de MM. **Ch. Achard** et **M. Enachesco.**

Nous avons montré (1) qu'il y a au cours des maladies aiguës un lien entre l'équilibre acido-basique des humeurs et la rétention du chlore, et que ce fait s'accorde avec ce qu'on sait des mutations du chlore dans les états d'acidose et d'alcalose.

Il y avait lieu de rechercher l'influence réciproque de la chloruration expérimentale de l'organisme et de son alcalinisation.

On sait depuis longtemps que lorsqu'on introduit du chlorure de sodium dans un organisme en état de rétention chlorée pendant une maladie aiguë,

(1) Ch. Achard et M. Enachesco, *L'élimination chlorurique dans les maladies aiguës et ses rapports avec l'équilibre acido-basique* (*Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1457).

ce sel n'est pas éliminé ou ne l'est que très imparfaitement, du moins avec les doses ordinairement employées, soit 10 à 15^g. Mais il nous a paru intéressant de chercher, en outre, si cette chloruration momentanée exerçait une influence sur l'équilibre acido-basique.

Chez le sujet normal, la chloruration entraîne une abondante élimination de chlore et une carbonaturie avec alcalinurie. Mais dans les maladies où se produit une rétention de chlore, non seulement l'élimination chlorurique fait défaut, mais aussi l'alcalinurie et la carbonaturie.

C'est ce qui ressort de l'étude de huit cas. Dans une pneumonie à la période d'état, l'épreuve a seulement élevé légèrement le pH urinaire et la carbonaturie et peut-être hâté un peu la crise régulière chlorurique et alcalinurique de la convalescence. Au début de la défervescence d'une pneumonie, elle a, dans un cas, provoqué une crise précoce, mais dans un autre, elle n'a produit ni chlorurie, ni alcalinurie. A la période d'état d'une congestion pleuro-pulmonaire, elle n'a déterminé non plus ni chlorurie ni alcalinurie. Pendant la défervescence d'une angine, elle n'a été suivie que d'une faible élimination de chlore sans alcalinurie. Au cours d'un rhumatisme aigu, elle a relevé un peu l'élimination du chlore sans entraîner l'alcalinurie.

Dans un ictère catarrhal apyrétique, l'épreuve de chloruration a élevé passagèrement le chlore du sérum à la normale et a été suivie de l'élimination de la moitié du sel introduit, ce qui montre que la rétention n'était pas très forte. Quant à l'équilibre acido-basique, il a été aussi modifié temporairement, par la brusque ascension du pH urinaire, faiblement acide, à l'alcalinité complète, et par celle des carbonates urinaires. La réserve alcaline, déjà haute, n'a subi que des variations insignifiantes. Plus tard se produisit la crise régulière de la convalescence.

C'est donc seulement quand la rétention chlorée n'est pas très rebelle que l'équilibre acido-basique semble pouvoir se modifier par l'épreuve de chloruration et l'alcalinurie se produire passagèrement.

L'alcalinisation de l'organisme par l'ingestion de bicarbonate de soude est suivie, chez le sujet normal, d'une élévation de la réserve alcaline, d'une alcalinurie avec carbonaturie et, en outre, d'une augmentation de la chlorurie.

Il n'en est pas de même dans les maladies où survient la rétention du chlore. C'est ce qui ressort de l'étude de sept cas. A la période d'état d'une pneumonie, l'épreuve a produit une brusque alcalinisation du sang et de l'urine, mais sans élévation de l'excrétion de chlore. Dans un autre cas, la veille de la défervescence, elle a produit l'alcalinisation rapide du sang et plus lente, au troisième jour seulement, des urines; mais la chlorurie n'est

survenue que plus tard, l'épreuve ayant seulement hâté la crise chlorurique finale. Dans trois angines aiguës, pendant la défervescence, l'épreuve a rapidement alcalinisé le sang et l'urine; mais, chez deux malades, n'a pas entraîné d'élévation de la chlorurie et, chez le troisième, a été suivie d'une lente ascension de la chlorurie qu'on peut considérer comme une crise chlorurique un peu hâtée.

A la période d'état d'une pleurésie à résolution lente, l'épreuve a provoqué l'alcalinisation rapide du sang, plus lente des urines, et, deux jours plus tard, une élévation passagère de la chlorurie comme l'on en voit se produire assez souvent dans le cours des maladies à évolution traînante. A la période de déclin d'une autre pleurésie, l'alcalinisation du sang et des urines a été rapide, mais sans modification du chlore urinaire.

Nous avons aussi fait une épreuve mixte de chloruration et d'alcalinisation combinées. Elle a produit chez le sujet normal un double effet d'élimination chlorurique et d'élimination alcalinurique et carbonaturique avec élévation de la réserve alcaline. Mais dans trois cas de rétention chlorée, au cours de deux pneumonies et d'une angine phlegmoneuse, elle a bien provoqué l'alcalinurie et le carbonaturie, mais n'a pas entraîné de débâcle chlorurique.

Ainsi, à l'état normal, la chloruration de l'organisme entraîne la désalcalinisation et l'alcalinisation entraîne la déchloruration. Mais quand il y a une rétention pathologique de chlore, on peut alors chlorurer l'organisme sans le désalcaliniser et l'alcaliniser sans le déchlorurer.

Les choses semblent se passer comme si la rétention chlorée dans les maladies aiguës était due à une affinité de l'organisme pour le chlore et comme s'il était nécessaire que cette affinité fût saturée pour que la chloruration expérimentale entraînât ses effets habituels sur l'équilibre acidobasique. Quant au bicarbonate de soude, qui n'est pas retenu comme le chlore, il produit toujours son effet alcalinisant, mais n'entraîne pas de débâcle chlorurique, à moins que l'affinité de l'organisme pour le chlore soit assez faible.

SPECTROSCOPIE. — *A propos de l'emploi, pour la spectrographie de l'extrême ultraviolet, de réseaux sous une incidence rasante.* Note [1] de M. **Maurice de Broglie.**

MM. Edlen et Ericson publient d'intéressantes recherches sur les spectres d'étincelle condensée dans l'extrême ultraviolet.

---

[1] Séance du 23 décembre 1929.

Il nous paraît opportun de revenir sur la méthode spectrographique employée par ces auteurs, méthode qui tend à se généraliser pour toutes les études relatives aux rayons X de grande longueur d'onde et aux spectres d'extrême ultraviolet.

On sait que si l'on fait tomber le faisceau des radiations à analyser, non pas normalement à la surface du réseau, mais sous une incidence presque rasante, la différence de chemins des rayons diffractés peut devenir extrêmement petite : on obtient la diffraction de radiations dont la longueur d'onde est cent mille fois plus petite que l'espacement des traits du réseau.

Je rappelle que c'est M. J. Thibaud qui, le premier, a appliqué cette méthode féconde du réseau tangent aux radiations de l'extrême ultraviolet et aux rayons X de grande longueur d'onde.

A la suite de ses recherches sur la diffraction des rayons X ordinaires (radiations $K\alpha$ et $K\beta$ du cuivre et du fer) sur des réseaux gravés sur verre à 200 traits par millimètre, recherches qui ont abouti à une mesure directe, en valeur absolue, de la raie $K\alpha$ du cuivre [1], M. Thibaud a publié le 10 mai 1926 une Note relative à l'obtention de spectres d'extrême violet, jusqu'en dessous de 200 Å (spectre d'étincelle condensée du cuivre de 3500 Å à 140 Å).

Depuis, cet auteur a beaucoup perfectionné son spectrographe dans le vide (réseau tangent à 1180 traits par millimètre) et, remplaçant le tube à étincelles condensées par un tube à rayons X à tension assez basse (900 volts), a montré tout le parti qu'on pouvait tirer de la méthode pour l'étude des rayons X de grande longueur d'onde [spectres d'émission et d'absorption des atomes normaux ; séries K et L des éléments légers, séries M et N des éléments lourds [2] et [3]].

Il vient naturellement à l'esprit de chercher à utiliser comme réseaux tangents pour les rayons de très petite longueur d'onde les réseaux moléculaires des faces cristallines.

---

(1) Thibaud, *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 55 et 1141; **185**, 1927, p. 62; *Revue d'Optique*, 5, 1926, p. 55; *Journal de Physique et Radium*, **8**, 1927, p. 13 et 447.

(2) Thibaud et Soltan, *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 642; *Journal de Physique et Radium*, 8, 1927, p. 484.

(3) Thibaud, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 308; **187**, 1928, p. 219; **188**, 1929, p. 1393; *Physik. Zeit.*, **29**, 1928, p. 241.

Jusqu'à présent les tentatives de ce genre n'ont pas abouti pour les rayons gamma; mais la diffraction des électrons fait intervenir les réseaux superficiels et, tout récemment, M. Dempster paraît avoir réalisé la diffraction des protons sur des réseaux cristallins superficiels, sous incidence rasante.

MAGNÉTISME. — *Sur le diamagnétisme des ions.* Note (1) de M. **Pierre Weiss.**

La théorie du diamagnétisme de Langevin qui s'appuie sur la précession de Larmor s'applique aux atomes des gaz inertes et aux ions qui n'en diffèrent que par la grandeur de la charge centrale. Récemment Pauling (2), van Vleck (3) et Stoner (4) ont traité le problème au moyen de la distribution spatiale de la charge de la théorie de Schroedinger.

On possède déjà les coefficients d'aimantation de He, Ne, A (5). Il importe donc de demander à l'expérience des valeurs précises du diamagnétisme des ions.

Les coefficients d'aimantation donnés pour les sels sont en général très divergents. Je me servirai ici des mesures de Hocart (6) peu nombreuses, mais faites par des méthodes magnétiques éprouvées et en portant une grande attention à la pureté chimique. Elles ont été assez précises pour mettre en évidence la différence du diamagnétisme des sels dissous et cristallisés. Leur accord avec les mesures de Pascal (7) dans les limites de la précision recherchée par les deux auteurs, suffit à écarter la supposition d'erreurs de quelque importance.

Hypothèse de Wasastjerna et de Reicheneder. — La mesure du diamagnétisme des sels donne la somme des diamagnétismes des deux ions. Il faut se procurer par ailleurs le diamagnétisme d'un premier ion pour calculer tous les autres par différence. Le même problème s'est posé dans la détermina-

(1) Séance du 6 janvier 1930.

(2) *Proc. Roy. Soc.*, A, **114**, 1927, p. 181.

(3) *Phys. Rev.*, **31**, 1928, p. 587.

(4) *Proc. Leeds Phil. Soc.*, **1**, 1929, p. 484.

(5) Hector et Wills, *Phys. Rev.*, **24**, 1924, p. 418.

(6) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1151.

(7) *Comptes rendus*, **158**, 1914, p. 37.

tion de la réfraction des ions à partir de celle des sels et Wasastjerna ([1]) a proposé de le résoudre en admettant que l'ion H^+, formé d'un proton sans électron planétaire, a une réfraction nulle. Mais Fayans et Joos ([2]) ont montré que l'on commettrait ainsi une erreur grave à cause de l'altération que l'ion H^+ fait subir aux molécules du solvant et, en fait, dans leur étude détaillée des réfractions des ions, ils ont procédé différemment, par une répartition hypothétique de la réfraction de NaF entre l'anion et le cation.

Reicheneder ([3]) a fait l'hypothèse de la nullité du diamagnétisme de H^+. Mais l'analogie avec la réfraction apprend qu'elle est insuffisante si elle n'est complétée par l'évaluation de l'altération du diamagnétisme de l'eau par l'ion H^+.

Sensibilités de la réfraction et du diamagnétisme à une même déformation. — Je me propose de déduire cette altération de celle de la réfraction et, à cet effet, de comparer d'abord la sensibilité de la réfraction et du diamagnétisme à une même déformation, celle qui se produit lorsque les deux ions d'un sel tel que NaCl, primitivement séparés, s'associent dans l'édifice cristallin. La réfraction apprend que l'ion alcalin est déformant et l'ion halogène déformé, la déformation de l'ion alcalin par l'ion halogène étant négligeable. Les mesures de Hocart sur NaCl et KCl dissous et cristallisés et les données de Fajans et Joos (*loc. cit.*) fournissent les éléments de la comparaison. Ils sont réunis dans le tableau :

	$\frac{\Delta R}{R_{Cl^-}}$.	$\frac{\Delta\chi}{\chi_{Cl^-}}$.	$\frac{\Delta R}{R_{Cl^-}} : \frac{\Delta\chi}{\chi_{Cl^-}}$.	
NaCl................	0,108	0,053	2,04	moyenne :
KCl................	0,042	0,022	1,92	1,98

La réfraction est donc deux fois plus sensible que le diamagnétisme à une même déformation.

On peut aussi demander la comparaison de la sensibilité des deux phénomènes à la théorie (voir, par exemple Pauling, *loc. cit.*). On a pour un atome du type hydrogène, avec un électron planétaire unique, mais dont la charge centrale peut prendre toutes les valeurs Z :

$$R = \frac{A}{Z^4} \quad \text{et} \quad \chi = \frac{B}{Z^2},$$

([1]) *Zeitsch. f. phys. Chemie*, **101**, 1922, p. 193.
([2]) *Zeitsch. f. Phys.*, **23**, 1924, p. 1.
([3]) *Ann. d. Physik*, 5e série, **3**, 1929, p. 58.

où A et B dépendent des données électroniques et des nombres de quanta caractérisant l'orbite. On en déduit $\Delta R/R = 2\Delta\chi/\chi$ d'accord avec la détermination expérimentale ci-dessus.

Paramagnétisme apparent de H^+ *en solution.* — Lorsqu'un ion dissous diminue la réfraction de l'eau d'une quantité ΔR, la réfraction d'une molécule d'eau étant 3,76, il détruit la réfraction de $\Delta R/3,76$ molécules d'eau. La diamagnétisme étant moitié moins sensible, c'est celui de $\Delta R/7,52$ molécules d'eau qui disparaît, et, puisque, pour H^2O, $-10^6\chi = 13,0$, on a

$$-10^6\,\Delta\chi = 1,73\,\Delta R.$$

Dans le cas de H^+, la perte de la réfraction de l'eau est $\Delta R = 0,62$. On a donc pour la perte de diamagnétisme, c'est-à-dire pour le paramagnétisme apparent de H^+,

$$10^6\,\Delta\chi = 1,1.$$

Diamagnétisme de quelques ions en solution. — En retranchant le paramagnétisme apparent de H^+ de $-10^6\chi_{HCl} = 22,1$, on trouve

$$-10^6\chi_{Cl^-} = 23,1.$$

D'après Fajans et Joos la répercussion de Cl sur la réfraction de l'eau est négligeable. Il en est de même pour le diamagnétisme, et le coefficient trouvé pour l'ion dissous est aussi celui de l'ion libre.

Les coefficients d'aimantation de NaCl, KCl, $CaCl^2$ dissous donnent immédiatement par différence pour les ions dissous

$$-10^6\chi_{Na^+} = 7,7, \qquad -10^6\chi_{K^+} = 16,5, \qquad -10^6\chi_{Ca^{++}} = 9,4,$$

et après correction de leur répercussion sur l'eau, comme nous l'avons fait pour H^+, pour les ions libres

$$-10^6\chi_{Na^+} = 8,2, \qquad -10^6\chi_{K^+} = 16,5, \qquad -10\chi^6{}_{Ca^{++}} = 10,5.$$

Sels solides, diamagnétisme de Br^-, I^-. — KBr, KI n'ont été étudiées par Hocart qu'à l'état cristallisé. On peut, d'après ce qui précède, calculer la correction de dissolution par

$$\frac{\Delta\chi_{KBr}}{\chi_{Br^-}} = \frac{1}{2}\,\frac{\Delta R_{KBr}}{K_{Br^-}},$$

où les réfractions sont empruntées à Fajans et Joos. On trouve ainsi pour les ions libres

$$-10^6\chi_{Br^-} = 33,9, \qquad -10^6\chi_{I^-} = 49,5.$$

Reicheneder a mesuré (*loc. cit.*) les diamagnétismes de HCl, HBr, HI en solution. Nous en déduisons, comme ci-dessus pour HCl, les diamagnétismes des ions. Les deux dernières colonnes du tableau suivant permettent de faire la comparaison des valeurs des deux auteurs.

	— $10^6 \chi$ Théorie.		— $10^6 \chi$ Expérience.		
	Pauling.	Stoner.	Hector et Wills.	Hocart.	Reicheneder.
Cl	29	40,39	–	23,1	23,0
Br	54	–	–	33,9	33,6
I	80	–	–	49,5	51,3
He	1,54	1,90	1,88	–	–
Ne	5,7	–	6,7	–	–
A	21,5	–	18,1	–	–
Na^+	4,2	5,47	–	8,2	–
K^+	16,7	17,61	–	16,5	–
Mg^{++}	3,2	–	–	9,2	–
Ca^{++}	13,3	–	–	10,6	–
Sr^{++}	28	–	–	18,0	–

L'accord est d'autant plus remarquable que les valeurs de Hocart ont été obtenues indirectement, au moyen des sels de potassium cristallisés.

Le tableau contient aussi les valeurs théoriques de Pauling et de Stoner, les coefficients des gaz inertes de Hector et Wills et ceux des autres ions, tirés des expériences de Hocart.

A part l'accord excellent de la théorie de Stoner et de l'expérience dans le cas de l'hélium, la vérification laisse beaucoup à désirer.

M. L. **Joubin** fait hommage à l'Académie du fascicule 9 de *Faune et Flore de la Méditerranée*.

M. **Wladimir Vernadsky** fait hommage à l'Académie de l'ouvrage qu'il vient de publier sous le titre *La Biosphère*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Président de l'Académie** est invité à faire partie du Comité de patronage du *Congrès international de la Sécurité aérienne* organisé pour la fin de l'année 1930.

M. **Eugène Wollman** adresse des remercîments à l'Académie pour la subvention qui lui a été accordée sur la *fondation Roy-Vaucouloux*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Contribution à l'étude de la Faune de Madagascar*, publié par G. Petit, 2e partie. (Présenté par M. L. Joubin.)

2° *Les Scorpions de Madagascar*, par Louis Fage. (Présenté par M. L. Joubin.)

ANALYSIS SITUS. — *Les transformations continues des ensembles fermés et leurs points fixes.* Note de M. **S. Lefschetz.**

1. Soit G un espace métrique, compact, dont la dimension n au sens de Urysohn-Menger est finie. D'après M. Menger cela revient à supposer qu'il est l'homéomorphe d'un sous-espace fermé d'un S_r euclidien. Choisissons r tel que $r-n$ soit pair, chose toujours possible. Ce choix est d'ailleurs commode mais nullement essentiel.

On peut définir pour G des cycles des diverses dimensions et aussi leurs nombres de Betti (*Annals of Mathematics*, 29, 1928, où l'on trouvera des indications sur les travaux de MM. Brouwer, Vietoris, Alexandroff sur ces questions), que nous supposerons tous finis. Soient γ_p^i les cycles d'un système maximal indépendant pour la dimension p. Étant donné un complexe C_{r-p} sur S_r dont la frontière ne rencontre pas G, on peut attribuer un sens aux indices de Kronecker $(\gamma_p^i . C_{r-p}) = t_i$ (voir *loc. cit.*).

Lorsqu'ils sont tous zéro, $C \approx$ (homologie avec division) à un C ne rencontrant pas G. A un tel C spécial près, un système de nombres rationnels, t_i individualise un certain C_{r-p}. Il est commode de considérer ce dernier comme une entité à $n-p$ dimensions attachée à G. Nous dirons que c'est un *pseudocycle* δ_{n-p} de G et nous écrirons $\delta \approx 0$ lorsque les t sont tous nuls. Il convient de rappeler que C_{r-p} est un cycle *relatif* de $S-G$ au sens de notre travail déjà cité. Quand G se réduit à un point, C_{r-p} devient un *cycle du point* au sens de M. Van Kampen (*Thèse de Leyde*, 1929).

On peut étendre aux combinaisons de cycles et pseudocycles la théorie que nous avons développée (*Transactions of the American Math. Soc.*, 1926 et 1928) pour les intersections de cycles, les cycles des multiplicités pro-

duits, etc. De plus soit T une transformation continue de G en lui-même ayant la propriété suivante : Il existe une transformation T_1 de S en lui-même se réduisant à T sur G. Le type T comprend par exemple toutes les transformations continues univoques. Alors si G′ est un autre exemplaire de G, il correspond à T un pseudocycle bien défini, Δ_n, de $G \times G'$ (*produit* des deux ensembles ou image de leurs couples de points) dans un sens entièrement analogue à celui de nos articles des *Transactions*. Soit Δ_n^0 le pseudocycle relatif à l'identité considérée comme une T^{-1}. L'indice de Kronecker $N = (\Delta_n . \Delta_n^0)$ sert ici encore à énumérer les points fixes comptés avec des multiplicités positives ou négatives convenables (indices des points fixes). Bref grâce aux pseudocycles tous nos résultats sur les points fixes des multiplicités sans frontière s'étendent à G. Pour avoir un énoncé simple et précis bornons-nous à une T univoque. Nous avons ainsi :

Théorème. — *Soit* G *un espace métrique, compact, dont la dimension ainsi que les nombres de Betti sont finis. Soit* T *une transformation univoque et continue de* G *en lui-même dont l'effet sur les cycles est représenté par les homologies avec division,*

$$T\gamma_p^i \approx \Sigma a_{ij}^p \gamma_p^j.$$

Alors l'entier

$$N = \Sigma(-1)^p a_{ii}^p$$

est un invariant topologique de T *qui en énumère les points fixes comptés convenablement. Lorsque* $N \neq 0$, T *en possède au moins un.*

Le cas des ensembles ouverts se traite de façon entièrement semblable, les cycles relatifs de notre article des *Annals of Mathematics* prenant alors en partie la place des autres.

Applications. — I. Extension aux complexes arbitraires de nos formules pour les coïncidences et les points fixes des transformations des multiplicités. Les T univoques ont déjà été traitées par M. Hopf (*Mathematische Zeitschrift*, 29, 1929). Sa méthode, d'ailleurs fort intéressante, n'a nul rapport avec la nôtre. Elle ne semble pas pouvoir s'appliquer à des transformations plus générales.

II. Soit G un continu de dimension finie et aux nombres de Betti pour $p > 0$ tous nuls. Toute transformation univoque et continue de G en lui-même possède au moins un point fixe. C'est l'extension d'un résultat classique de M. Brouwer sur les transformations des cellules et la réponse affirmative à une question que nous avait posée M. Alexandroff.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème de Dirichlet extérieur pour l'équation* $\Delta u = c(x, y)\, u(x, y)$ $(c > 0)$. Note [1] de M. **Marcel Brelot**.

1. On peut voir dans le récent Ouvrage de M. Picard, *Leçons sur quelques problèmes aux limites de la théorie des équations différentielles*, que bien des propriétés des fonctions harmoniques dans le plan s'étendent aux intégrales de $\Delta u = c(x, y)u$ où $c > 0$. Dans une Note récente (30 décembre 1929), j'ai établi le théorème d'existence relatif au problème de Dirichlet *extérieur* [2], ou pour le plan *entier*, avec ou sans singularités logarithmiques données, mais avec une valeur *nulle* à l'infini de l'intégrale, en supposant

$$c(x, y) \geqq k^2 > 0 \text{ [3]}.$$

On peut étendre ce théorème d'existence en supposant seulement $c(x, y) > 0$, à condition de supprimer la rectriction relative à l'infini. L'intégrale u dont je vais établir l'existence sera bornée à l'infini et je montrerai que c'est la *seule* solution, telle que $\left|\frac{u(M)}{\log \overline{OM}}\right|$ tende vers *zéro* avec $\frac{1}{\overline{OM}}$ (O point fixe). *En particulier* pour le plan entier, il n'y a pas d'autre intégrale que *zéro*, partout régulière à distance finie et satisfaisant à cette condition à l'infini.

2. Prenons d'abord le cas de valeurs $\geqq 0$ sur *un contour;* pour trouver une intégrale partout régulière à l'extérieur, on procédera comme dans la Note précédente, u_ρ sera $\geqq 0$ et non décroissante, et de plus bornée par la solution *harmonique* (régulière à l'infini) du problème extérieur. Du théorème de Dini disant qu'une suite de fonctions continues $\geqq 0$ dans un domaine fermé borné, en chaque point non croissante et tendant vers zéro, tend *uniformément* vers zéro, il résulte que pour tout domaine borné partiel δ, u_ρ tend uniformément vers sa limite $v(M)$. En considérant

$$u_\rho(M) + \frac{1}{2\pi}\int\int_S \log\frac{1}{\mathrm{MP}}\, c(\mathrm{P})\, u_\rho(\mathrm{P})\, d\sigma_{\mathrm{P}},$$

---

[1] Séance du 30 décembre 1929.

[2] Comme je l'ai dit dans la Note précitée, les courbes limitant les domaines envisagés sont des courbes simples de Jordan, sans points communs. Les valeurs sur le contour sont données en succession continue.

[3] $c(x, y)$ est supposée dans tout le plan continue et douée de dérivées premières continues, cette dernière condition pouvant être remplacée par les hypothèses plus générales à vérifier pour une densité, pour que la formule de Poisson du potentiel logarithmique correspondant soit valable.

on conclut que $v(M)$ résout le problème. Cette intégrale jouit de la propriété que pour deux solutions correspondant à deux systèmes de valeurs sur le contour, la différence en un point intérieur est de module au plus égal au maximum du module de la différence sur le contour. (On le voit par passage à la limite.) Cela permet d'appliquer la méthode alternée pour résoudre la question avec une singularité logarithmique > 0. De même, on pourra résoudre le problème pour le plan entier avec (ou sans) singularité > 0, en remarquant bien qu'il faut alors utiliser un lemme qui n'a pas d'équivalent pour les fonctions harmoniques (voir l'Ouvrage de Picard, p. 145). Je souligne ce point dont je n'ai pas parlé dans la dernière Note. Par addition algébrique d'intégrales, on résoudra le problème pour des valeurs et des singularités de signes quelconques, pour un domaine extérieur sur le plan entier.

On remarque aisément que la solution trouvée est bornée à l'infini en module. Signalons l'équivalence au moyen d'une inversion, du problème *extérieur* précédent et celui du problème intérieur avec un point exceptionnel o à l'intérieur — centre d'inversion — qui doit être considéré comme point frontière pour lequel on n'impose pas de valeur à l'intégrale et en lequel n'est pas défini le nouveau coefficient $c(x, y)$ encore > 0.

3. L'étude de l'unicité est basée sur le théorème suivant : Soit une intégrale $u(M)$ régulière sur un domaine ouvert borné et tendant vers zéro quand M tend vers un point frontière, sauf peut-être pour un nombre fini O_i pour lesquels on suppose seulement que $\left|\frac{u(M)}{\log O_i M}\right|$ tend vers zéro avec $O_i M$. On peut affirmer que u est partout nulle.

C'est l'extension d'une proposition de Zaremba pour les fonctions harmoniques, qu'on trouvera démontrée dans le *Cours d'Analyse* de Goursat, t. III, 3e édition, p. 205.

Il n'y a presque rien à changer à la démonstration. Il arrive seulement que le fait d'être positives pour les fonctions $v+u$, $v-u$ de la référence dérive non plus de l'harmonicité mais de

$$\Delta(v \pm u) = c(v \pm u) - cv \qquad \text{avec} \qquad -cv \leqq 0.$$

De ce théorème résulte comme pour les fonctions harmoniques qu'une fonction intégrale u au voisinage d'un point O, telle que $\left|\frac{u(M)}{\log OM}\right|$ tende vers zéro avec OM est régulière en O. Il en résulte aussi la proposition d'unicité pour le problème intérieur transformé du problème initial, donc aussi pour le problème initial *extérieur*.

L'unicité pour le plan entier se ramène à prouver qu'une intégrale partout régulière, satisfaisant à l'infini à la condition indiquée, est nulle. Faisons une inversion de centre M_0. La fonction transformée prend sur le cercle C_ρ de centre M_0 des valeurs tendant vers $u(M_0)$ quand $\rho \to +\infty$. Isolant le centre et raisonnant à peu près comme Zaremba, on verra qu'à l'intérieur de C_ρ, centre excepté, la nouvelle fonction est de module au plus égal à son maximum en module sur C_ρ.

On en déduit que dans tout le plan $|u(M)| \leq |u(M_0)|$. Comme M_0 est quelconque il faut que

$$|u(M)| = \text{const.}, \qquad \text{d'où} \qquad u(M) = \text{const.}$$

Ceci s'applique aux fonctions harmoniques et démontre donc que toute fonction partout régulière ou intégrale de (1) satisfaisant à l'infini à la condition indiquée, est constante; et si c'est une intégrale de (1) nécessairement nulle.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur un caractère essentiel des représentations conformes utilisables pour le tracé des profils d'ailes d'avions*. Note [1] de M. A. **Métral**, transmise par M. P. Painlevé.

Le caractère essentiel de toute représentation conforme usitée en aérodynamique est le caractère de *biunivocité* entre l'aire *extérieure* au profil étudié et l'aire *extérieure* à une circonférence. Or, certains auteurs se bornent trop souvent à vérifier qu'à un point du profil étudié correspond un point sur la circonférence, sans se préoccuper de savoir si ce dernier point parcourt bien *toute* la circonférence, ni si la correspondance est biunivoque entre les deux aires extérieures.

Pour plus de clarté, nous allons nous placer dans le cas de la représentation conforme de deux aires *fermées* l'une sur l'autre (problème extérieur): il suffira d'effectuer une *inversion* pour passer au cas des applications aérodynamiques (problème extérieur).

Considérons, dans le plan des Z, l'aire Δ intérieure à un cercle Γ, de centre O, et soit D l'aire intérieure à un contour fermé simple C du plan des z. On sait qu'il existe une fonction analytique holomorphe dans l'aire Δ, soit $z = g(Z)$, qui représente, de façon conforme et *biunivoque*, le

---

[1] Séance du 6 janvier 1930.

domaine Δ sur le domaine D. Autrement dit à tout point de l'aire D correspond un point Z de l'aire Δ et *un seul;* la branche de fonction inverse $Z = G(z)$ ainsi définie, est *uniforme* et *holomorphe* dans D. Il en résulte, comme on sait, que la dérivée g'_Z de la fonction $g(Z)$ n'a pas de zéro dans Δ.

Mais, prenons au hasard une fonction $g(Z)$ répondant aux conditions suivantes :

1° Elle est holomorphe à l'intérieur de Γ, donc développable dans Δ sous la forme

$$z = \mu_0 + \mu_1 Z + \mu_2 Z^2 + \ldots;$$

2° Sa dérivée ne s'annule pas dans Δ.

Cette fonction ne définit pas nécessairement une représentation conforme *biunivoque* entre l'aire Δ et l'aire D parcourue par le point z quand le point Z parcourt Δ. Les conditions 1° et 2° sont nécessaires mais non suffisantes pour qu'il y ait représentation conforme, *point par point*, des deux aires l'une sur l'autre. Nous allons préciser et compléter ce résultat trop souvent méconnu dans les applications.

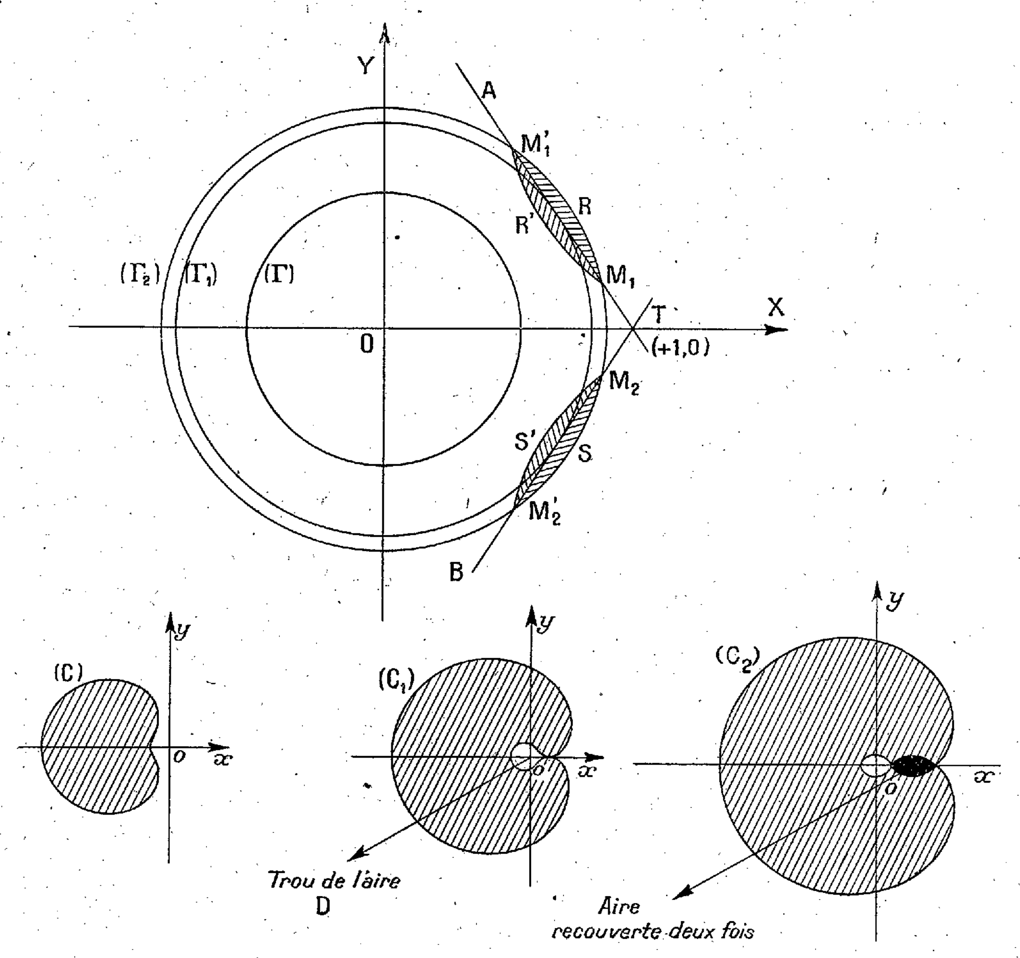
Considérons d'abord, comme exemple simple, la fonction

$$(1) \qquad z = g(Z) = [Z - 1]^3.$$

Le rayon du cercle Γ étant choisi inférieur à l'unité, le point T ($z_0 = 1$), zéro de g'_Z, et correspondant au point singulier $z = 0$ de la fonction inverse $Z = G(z)$, est extérieur à Γ. La figure montre que si la circonférence Γ a un rayon inférieur à $\frac{\sqrt{3}}{2}$, la relation (1) effectue une représentation conforme *point par point* de l'aire Δ sur une aire fermée simple du plan des z contenant à son intérieur le point $z = -1$. Si, au contraire, le rayon de Γ est supérieur à $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (cas de Γ_2), il existe des couples de points tels que $\widehat{M_1 T M_2} = \frac{2\pi}{3}$, à un couple M_1, M_2 correspond alors dans le plan des z le *même* point, et l'aire D correspondant à Δ comprendra une partie parcourue deux fois (image des deux secteurs $M_1 R M'_1 R'$ et $M_2 S M'_2 S'$). La courbe C_1 correspond au cercle Γ_1 de rayon $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D'une façon générale, soit $g(Z)$ répondant aux conditions 1° et 2° : il peut se faire que Z parcourant à l'intérieur de Δ un certain arc $\alpha\beta$, le point z revienne à son point de départ et décrive par suite une courbe γ fermée. Inversement, si l'on fait parcourir à z ce contour, on revient au point de départ avec une valeur de Z différente de la valeur initiale : c'est donc qu'on a tourné autour de singularités critiques de la fonction $G(z)$, *singu-*

larités intérieures au contour fermé γ *et qui, d'autre part, sont extérieures à l'aire* D. Cette aire D présente donc au moins *un trou* à l'intérieur duquel existent des singularités critiques de $G(z)$. Le contour de ce (ou de ces) trou correspond nécessairement à des portions de la circonférence Γ comme il est facile de le montrer.



D'après cela, pour que la fonction $z = g(Z)$ représente *point par point* le cercle Δ sur une aire du plan des z, il faut et il suffit qu'en outre des conditions 1° et 2°, la condition suivante soit satisfaite : *quand* Z *parcourt la circonférence* Γ, z *décrit une courbe qui ne se coupe pas*.

Donnons-nous inversement la fonction $Z = G(z)$ holomorphe dans une aire D limitée par un contour simple C. Pour que cette fonction représente point par point l'aire D sur un cercle Δ, il faut et il suffit :

1° Que $|Z|$ soit constant sur C;

2° Que G'_z ne s'annule pas dans D;

3° *Que* Z *parcoure* toute *la circonférence* Γ *quand* z *parcourt* C.

La plupart des auteurs qui appliquent en aérodynamique la représentation conforme se bornent à constater que $|Z|$ est constant sur C sans se préoccuper des conditions essentielles 2° et 3°.

PHYSIQUE COSMIQUE. — *Sur l'absence d'échos retardés pendant la totalité de l'éclipse du 9 mai en Indo-Chine.* Note de M. **Carl Störmer**, présentée par M. G. Ferrié.

Dans ses intéressantes remarques relatives aux résultats obtenus par MM. Galle et Talon au cours des observations faites à Poulo Condore pendant l'éclipse du 9 mai ([1]), M. G. Ferrié considère comme un fait troublant pour ma théorie que les échos retardés aient disparu pendant un certain intervalle de temps situé au voisinage de la totalité de l'éclipse, alors qu'ils étaient très nombreux avant et après.

Il me semble cependant que le fait peut s'expliquer par le mécanisme même des échos retardés. En effet, à Poulo Condore, qui est situé tout près du plan diamétral de la Terre normal à son axe magnétique, les surfaces d'électrons, qui sont en dehors de l'orbite de la Lune et qui ont approximativement la forme de zones sphériques concentriques à la Terre, sont situées près du zénith. Les rayons hertziens, émis par le poste émetteur, peuvent donc, si les propriétés réfractives de l'atmosphère sont symétriques par rapport à la verticale, atteindre assez régulièrement les surfaces réfléchissantes et revenir vers la Terre pour y causer des échos retardés.

Or on sait que les propriétés réfractives de l'atmosphère supérieure dépendent énormément de l'ionisation qui dépend de son côté de la lumière solaire et de son intensité. Il en résulte qu'au moment de l'arrivée de l'ombre de la Lune, les indices de réfraction sont entièrement troublés et que le faisceau des rayons hertziens se propageant au voisinage de la verticale peut être dévié et déformé de telle sorte qu'il ne rencontre plus les surfaces réfléchissantes situées en dehors de l'orbite de la Lune, fait qui entraîne la disparition des échos retardés.

([1]) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 50.

Cette explication peut aussi s'appliquer à l'irrégularité des phénomènes d'échos à l'approche du crépuscule.

Toutefois, pour s'assurer définitivement de l'exactitude de cette explication, il est nécessaire de procéder à de nouvelles observations d'échos pendant une assez longue période et en des points aussi favorables que l'est Poulo Condore.

TOPOGRAPHIE. — *Sur le remaniement des alluvions dans les lacs aménagés en réservoirs.* Note de M. L. **Gaurier**, présentée par M. H. Douvillé.

Dans une Note du 15 décembre 1927, j'ai signalé que l'abaissement du niveau des lacs transformés en réservoirs permettait de faire des observations neuves sur certains phénomènes d'érosion et de comblement, que la masse liquide dérobait auparavant à l'observation directe.

La présente Note concerne un remaniement des sédiments lacustres, qui ne se produisait pas avant le captage, et qui est causé par les variations brusques du niveau du lac-réservoir.

Le service des usines hydro-électriques exige souvent la vidange rapide d'une tranche notable de la lame d'eau disponible. Les parties meubles des berges se trouvent alors découvertes sur une hauteur verticale de plusieurs dizaines de mètres, et exposées désormais à un dérangement qui se manifeste de deux façons :

1° Glissement des talus meubles des rives vers le fond du lac;

2° Érosion régressive des torrents dans leurs cônes de déjection.

I. *Glissement des talus meubles des rives vers le fond du lac.* — L'ordre suivant lequel se déposent dans un lac les matériaux solides qui forment son littoral, leur stratification, leur façonnement régulier sont soumis à des lois bien connues. Mais on n'a jamais je crois attiré l'attention sur le rôle joué par la pression de la masse liquide pour maintenir en place, suivant une pente très redressée, ce talus qui limite la beine vers le large, et qu'on appelle le mont. Or cette pression dont il est facile de calculer la grandeur formidable en fonction de l'étendue du lac et de la profondeur, contribue puissamment à empêcher tout le dépôt détritique de glisser plus bas vers le fond du lac, comme devrait le faire un tel amas de cailloux, de sable et d'argile, sans cohésion, et d'autant plus sollicité par la pesanteur qu'il est

imprégné d'eau, et que la roche sur laquelle il est plaqué est presque toujours un plan incliné.

A mesure que l'eau descend, cette pression cesse et la dégradation du talus commence. Nous nous bornerons à mentionner les *glissements en masse* que la rupture d'équilibre peut produire dans les deltas composés d'alluvions fines, notamment de sables argileux; ce phénomène ayant été signalé par L. Collet dans son traité sur *Les Lacs* (p. 292 et 293). Nous parlerons seulement des *glissements superficiels* causés par le ruissellement et par l'action des vagues.

1° *Ruissellement.* — Dès qu'il est émergé le « mont » du dépôt lacustre se désagrège superficiellement, comme tous les talus détritiques exposés au ruissellement des eaux météoriques. Cette érosion est particulièrement active en raison de la grande inclinaison du mont (de 30 à 40 grades). A cette première cause de glissement s'en joint une seconde, non moins efficace : l'eau qui imbibait le dépôt descend à mesure que celui-ci émerge. Tantôt par capillarité, tantôt par de petits filets liquides elle entraîne vers le lac les menus graviers, les sables et les vases. Comme le niveau du réservoir subit incessamment des alternatives de remplissage et de vidange, ce travail d'entraînement des alluvions légères est puissant, et modifie vite la couche superficielle du dépôt meuble dont la masse profonde, maintenue par son propre poids et par son tassement antérieur, ne bouge pas.

2° *Action des vagues.* — M. Delebecque a remarqué naguère au lac de Lovitel, où la dénivellation entre les hautes et les basses eaux atteint une douzaine de mètres, que l'action des vagues désagrège les talus en une succession de petites beines étagées comme les marches d'un escalier irrégulier. Ce phénomène se manifeste dans les lacs-réservoirs avec une grande intensité, d'abord parce que les talus peuvent être découverts sur une grande hauteur (50^{m} aux lacs d'Oo et d'Artouste); puis parce que les variations de niveau, au lieu d'être accidentelles, sont incessantes; les vannes n'étant généralement ouvertes que quelques heures chaque jour. Il résulte de ces à-coups dans l'écoulement du lac une multiplication des crans d'arrêt que le clapotis des vagues inscrit sur les rives. Suivant que la surface de l'eau reste étale plus ou moins longtemps, ces petites beines étagées sont plus ou moins larges, et leur inclinaison plus ou moins forte; mais leur façonnement est très rapide. En 1925, pendant trois semaines, nous avons observé ce phénomène qui se produisait sous nos yeux au grand réservoir de Saint-Ferréol, dans la Montagne Noire. Ici les rives sont constituées par un gneiss très micacé et excessivement friable. Ce bassin, servant de régula-

teur entre le réservoir de Lampy et le Canal du Midi, est soumis à des variations de niveau incessantes et très fortes, d'où une désagrégation intense des rives qu'on voit s'ébouler sous le choc des vagues, et un ensablement extraordinaire du fond du réservoir.

Par suite de ces glissements superficiels mais qui affectent toute la hauteur du talus, l'inclinaison générale de celui-ci s'adoucit. Il n'en est pas de même des talus à gros éléments, qui s'étalent au débouché des couloirs d'avalanche : dans ces dépôts les sables seuls sont entraînés par le ruissellement, tandis que les cailloux restent en place parce qu'ils sont arc-boutés les uns contre les autres, comme dans toutes les pentes de gros éboulis.

Le ruissellement et l'action des vagues déplacent donc les dépôts meubles vers le fond de la cuvette. Mais c'est surtout l'érosion régressive engendrée dans les cônes de déjection torrentiels par l'abaissement du plan d'eau, qui contribue à exhausser le fond du lac.

GÉODÉSIE. — *Déviation de la verticale autour de la péninsule armoricaine.* Note de M. **L. Pirot**, présentée par M. P. Helbronner.

Les déterminations de positions astronomiques au moyen de l'astrolabe à prisme et des signaux horaires radiotélégraphiques rythmés ont été poursuivies sous notre direction au cours de l'année 1929 en divers points de la péninsule armoricaine. Ces observations jointes à celles de 1927 et 1928, faites avec le même instrument (astrolabe à prisme) et par le même observateur, nous mettent en possession de huit positions astronomiques.

Pour avoir la déviation de la verticale en chacun des points, il faut confronter les coordonnées astronomiques avec les coordonnées géodésiques correspondantes. Afin de rendre les résultats légitimement comparables, nous avons d'abord pris comme coordonnées géodésiques celles de l'ancienne triangulation de la France, affectées des corrections calculées par le Service géographique de l'Armée.

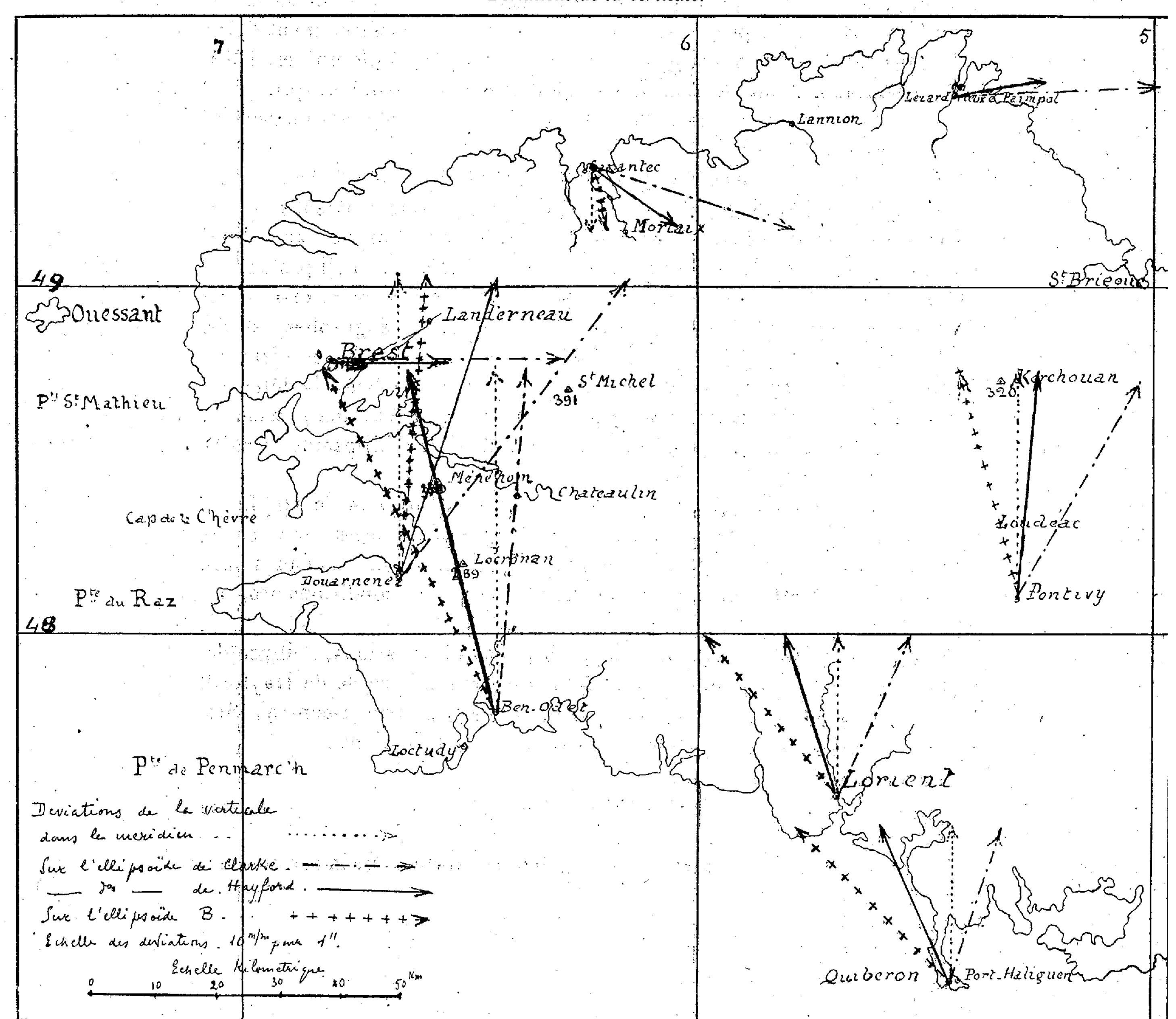
Nous rappellerons que ces corrections tiennent compte, outre du changement des éléments de départ, de la substitution de l'ellipsoïde de Clarke à l'ellipsoïde des Ingénieurs géographes.

Les déviations déduites de cette confrontation sont figurées sur la carte ci-après pour nos huit stations.

Les résultats donnent lieu aux observations suivantes :

PÉNINSULE ARMORICAINE.

Déviations de la verticale.



Aucune remarque sur les déviations dans le méridien.

Elles sont tout à fait conformes à ce que permettent de prévoir les conditions orographiques et géologiques de la région. En ce qui concerne les déviations suivant la perpendiculaire, il en va tout différemment. Ces déviations révèlent un appel général et accentué du fil à plomb vers l'Est qui vraisemblablement ne saurait correspondre à la réalité et qui, pour nous, établit simplement que l'ellipsoïde de Clarke s'adapte mal au revêtement de l'extrémité de la Bretagne.

Brest étant sensiblement à la même latitude que Paris, la différence entre l'ancienne et la nouvelle valeur de la longitude géodésique provient presque intégralement de la différence de l'unité choisie (longueur de l'arc d'une seconde sur l'ellipsoïde des Ingénieurs géographes et sur l'ellipsoïde de Clarke). Or la distance entre Paris (Observatoire) et la tour Saint-Louis à Brest est de 505670^{m} sur l'ellipsoïde des Ingénieurs géographes, et de 505819^{m} sur l'ellipsoïde de Clarke : différence 149^{m}, soit $4'',82$ en distance géométrique et $7'',26$ en longitude. On conclut de là qu'à Brest la détermination de la déviation suivant la perpendiculaire comporte une indécision organique et fondamentale de près de $5''$, du seul fait de l'ellipsoïde de référence choisi.

Ayant calculé les longitudes géodésiques sur l'ellipsoïde de Hayford, nous avons conclu les déviations corrélatives qui sont figurées sur la carte ci-contre. Ces déviations paraissent s'adapter beaucoup mieux (au moins pour la région Brest-Douarnenez-Bénodet-Lorient) aux conditions orographiques locales.

Pour l'ensemble de la région couverte par nos observations, l'ellipsoïde de revêtement optimum serait intermédiaire entre l'ellipsoïde de Hayford et celui des Ingénieurs géographes (ellipsoïde B de la carte ci-contre). Ses valeurs caractéristiques, calculées approximativement seraient :

$$a = 6377600^{m}; \qquad \alpha = \frac{1}{301}.$$

Les déviations correspondantes sont également portées sur la carte.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Sur les variations de dureté de certains métaux et alliages en fonction de l'écrouissage.* Note de MM. **Guichard, Clausmann** et **Billon**, présentée par M. G. Urbain.

Dans beaucoup de circonstances, on ne cherche pas à atteindre par écrouissage la dureté limite d'un métal ou d'un alliage, mais il est certains travaux d'emboutissage, la fabrication des monnaies et médailles en est un exemple, où la dureté est réellement une qualité fondamentale. Comme, d'autre part, les métaux monétaires doivent être travaillés par laminage, il faut les choisir parmi ceux qui remplissent cette double condition : être très doux par recuit, très durs après écrouissage.

Nous nous sommes proposé de déterminer, pour les principaux métaux et alliages monétaires, les duretés correspondant au recuit complet et à l'écrouissage maximum, et, entre ces limites, l'allure de la courbe de dureté en fonction de la déformation.

Dans nos expériences le métal étant amené à son *recuit complet* est écroui progressivement, le plus souvent par laminage à froid et *sans aucun recuit intermédiaire*, jusqu'à une très faible épaisseur. On mesure fréquemment l'épaisseur acquise et la dureté résultant de la déformation; cette déformation est calculée par la formule

$$D = \frac{E - e}{E} \times 100,$$

où E est l'épaisseur initiale et e l'épaisseur acquise; D est donc la réduction d'épaisseur rapportée à une épaisseur initiale de 100. La dureté Brinnel Δ est prise à l'aide d'une bille de 3^{mm} de diamètre, sous une pression de 40^{kg} maintenue 30 secondes. Nos erreurs de lecture conduisent à une erreur de 10 unités Brinnel, pour une dureté de l'ordre de $\Delta = 200$, soit 5 pour 100, et de 2 unités Brinnel pour une dureté de l'ordre de $\Delta = 60$, soit 3 pour 100.

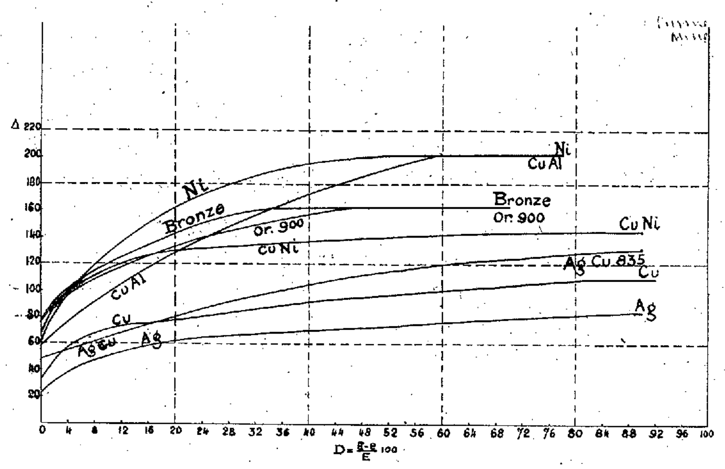
Au cours de nombreuses mesures dont nous ne pouvons donner ici le détail, des variations considérables d'épaisseur de 80 et 90 pour 100 ont pu être réalisées au laminoir, sans faire apparaître aucune fente dans le métal, ce qui prouve la merveilleuse plasticité de ces métaux.

L'ensemble des résultats se trouve résumé par la figure.

On voit que la dureté croît généralement très vite au début de la déformation, et de plus en plus lentement ensuite, comme cela a déjà été observé

sur certains métaux; l'existence d'une limite est évidente; nous pensons en être très près, dans nos expériences, une variation de 80 pour 100 peut être nécessaire pour l'atteindre.

Nous avons encore établi que, pour des métaux ayant subi un *traitement initial identique*, à écrouissage égal, on retrouve la même dureté, quelle



Courbes de dureté en fonction des déformations de divers métaux et alliages. — Cu, cuivre électrolytique fondu, désoxydé; Ag, argent pur; Ni, nickel Mond ou de la Société « Le Nickel »; Cu Ni, alliage à 75 pour 100 de cuivre; Cu Al, alliage à 8,8 pour 100 d'aluminium; bronze, alliage à 94 pour 100 Cu, 4,6 pour 100 Sn, 1,4 pour 100 Zn; Or, alliage à 900 pour 1000; Ag Cu, alliages à 680, à 835, à 900 pour 1000 : les trois courbes se superposent.

que soit la marche suivie pour produire cet écrouissage, laminage, martelage, ou ces deux moyens combinés. L'écrouissage, la grandeur de la déformation, paraît donc être le seul facteur qui détermine la dureté finale.

Les deux duretés extrêmes de chaque métal, recuit ou écroui au maximum, nous paraissent caractéristiques de chaque métal ou alliage. Ces grandeurs apparaissent sur les courbes de la figure.

Les métaux monétaires susceptibles d'acquérir la dureté la plus élevée sont le nickel et le bronze d'aluminium. Le cuivre argent, le cuivre nickel monétaires ne peuvent acquérir qu'une dureté moyenne.

De nombreuses mesures de duretés que nous avons faites sur des monnaies, on peut conclure que l'on est fort loin d'utiliser, lors de la frappe, tout le durcissement possible; nous trouvons, en effet, pour les monnaies de nickel $\Delta = 113$, de cuivre nickel $\Delta = 137$, de cuivre aluminium $\Delta = 101$, de cuivre argent $\Delta = 88$.

Il n'est sans doute pas impossible de réaliser une monnaie de cuivre

argent plus dure que celle que l'on fait d'ordinaire; il faudrait pour cela écrouir, déformer le métal plus fortement qu'on ne le fait jusqu'ici. La dureté étant une qualité essentielle de toute monnaie durable, il serait intéressant d'étudier la gravure des monnaies en fonction de la courbe d'écrouissage du métal à employer.

PHYSIQUE. — *Sur la densité de quelques alliages de fer à l'état liquide.* Note (1) de M. **Carl Benedicks**.

1. La méthode employée (2) est caractérisée par l'étude de deux tubes en U : l'un contenant le métal X à déterminer et placé dans un four, l'autre contenant du mercure à la température ambiante; en déplaçant les ménisques par un gaz inactif communiquant avec les deux tubes, on obtient des différences de niveau h_X et h_{Hg}, donnant immédiatement la densité s du métal, par la formule

$$s = s_{Hg} . h_{Hg}/h_X.$$

Cette méthode possède l'avantage d'être indépendante des changements de dimensions de la matière réfractaire (MgO). Toutefois, pour des températures au-dessus de 1600°, son emploi présente bien des difficultés.

Des résultats préliminaires ont été publiés (3). Le travail a été continué en collaboration avec MM. N. Ericsson et G. Ericson qui ont successivement surmonté des difficultés. Les résultats les plus importants sont les suivants.

2. Afin de donner une idée du degré de précision obtenu, on reproduit dans la figure 1 quelques séries d'observations; les abscisses sont les volumes spécifiques $1/s$ en centimètres cubes.

La densité s des alliages Fe-C est donnée, pour 1550°C., par la figure 2, courbe AB. On voit que ses variations se retrouvent dans la courbe liquidus DE.

Pour la température de 1600°, les volumes spécifiques trouvés et interpolés des alliages Fe-C, ainsi que leur accroissement pour $\Delta t = 100°$, sont les suivants :

(1) Séance du 30 décembre 1929.

(2) C. Benedicks, *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 389.

(3) C. Benedicks, D. W. Berlin and G. Phragmén, *Carnegie Scholarship Memoirs*, 13, 1924, p. 129. — D. W. Berlin, *Carnegie Scholarship Memoirs*, 15, 1926, p. 1.

C pour 100.	0,0.	0,5.	1,0.	1,5.	2,0.	3,0.	4,0.
$1/s$ 1600° C..........	0,1397	0,1445	0,1461	0,1471	0,1487	0,1518	0,1566
$\Delta\, 1/s$ pour $\Delta t = 100°$ C.	0,0020	0,0023	0,0025	0,0028	0,0030	0,0035	0,0038

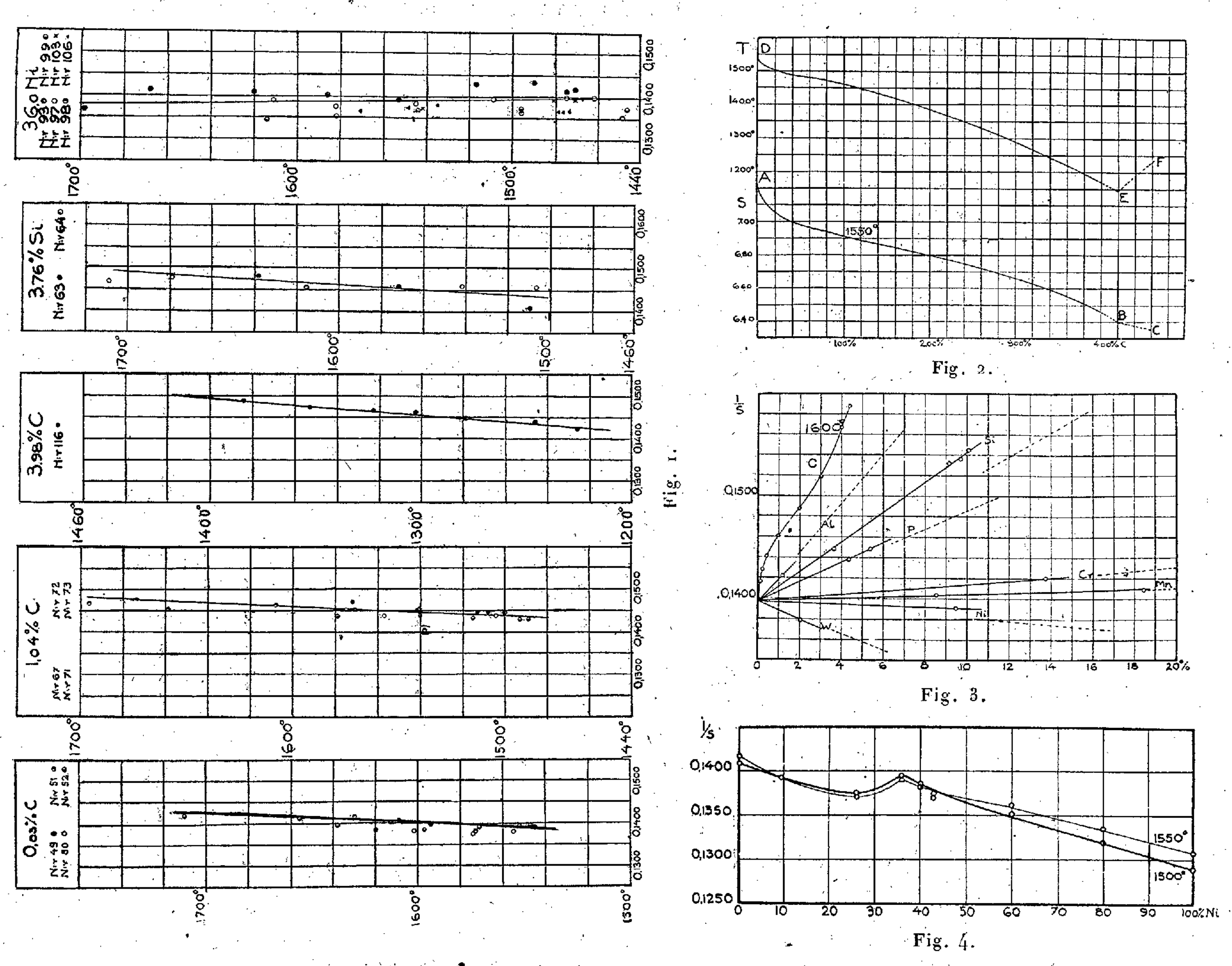


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

3. Pour des additions de Al, Cr, Mn, Ni, P, Si, Tu (W), les changements du volume spécifique à 1600° sont représentés sur la figure 3 (lignes continues). Les lignes discontinues correspondent au changement des volumes spécifiques du fer solide, causé par les mêmes éléments en solution solide. On voit que l'accord est généralement très marqué (sauf pour Si).

4. Le résultat le plus intéressant concerne les alliages Fe-Ni. La figure 4

fait voir (pour 1500° et 1550°C.) que les volumes spécifiques trouvés sont en général plus grands que ce qui corresponderait à l'additivité des volumes spécifiques des deux constituants. Ce résultat, exact également pour les alliages Fe-C, est en harmonie avec les résultats obtenus pour d'autres alliages moins réfractaires (¹).

On sait, au contraire, que les volumes spécifiques des solutions solides sont généralement plus petits que ne le demande l'addivité.

La figure 4 fait encore voir que ce surplus de volume spécifique présente un maximum assez prononcé, correspondant à la composition Fe^2Ni (34,5 pour 100) ou à celle de l'invar (36 pour 100).

Ce surplus de volume paraît être étroitement lié au fait observé très inattendu, à savoir une *dilatation négative des alliages* Fe-Fi *liquides, au voisinage de* 35 *pour* 100 Ni (voir *fig.* 1). Cette anomalie paraissait d'abord très invraisemblable. Cependant de nombreuses déterminations répétées pour des alliages à 26,0 et 36,0 pour 100 Ni sous des conditions variées ont permis de conclure qu'elle est réelle. L'erreur expérimentale la plus dangereuse, une évolution de gaz, ne paraît pas influencer le résultat.

A 9,44 pour 100 de Ni, la dilatation du liquide était sensiblement 0; à 26,0, 36,0, 40,0 pour 100 de Ni elle a été trouvée négative, les observations présentant sensiblement le même aspect que dans la figure 1. Les alliages à 43,3, 60,0, 80,0 et 100 pour 100 de Ni ont donné une dilatation normale.

Cette contraction anomale, *analogue à celle de l'eau entre* 0° *et* 4°, ne pourra guère continuer à de hautes températures; les observations semblent indiquer un minimum de volume spécifique (non indiqué dans la figure 1) dans le voisinage de 1600°.

SPECTROSCOPIE. — *Sur le spectre d'étincelle condensée dans l'ultraviolet extrême jusqu'à* 88 Å. Note (²) de MM. **Edlen** et **Ericson**, présentée par M. M. de Broglie.

Nous avons donné dans *Nature* (2 novembre 1929, *Londres*) un court exposé de recherches spectrales dans l'ultraviolet extrême poursuivies avec un spectrographe construit par M. Siegbahn. Grâce à cet appareil la limite

---

(¹) Voir Y. Matuyama, *Sci. Rep. of the Tohoku Imp. Univ.*, 18, 1929, p. 1 et 19. Cf. aussi K. Bornemann u. F. Sauerwald, *Zeitschr. f. Metallkunde*, 14, 1922, p. 145 et 245.

(²) Séance du 23 décembre 1929.

des spectres optiques mesurés avait été abaissée de 155,7 Å. dans le spectre du cuivre (MILLIKAN and BOWEN, *Phys. Rev.*, 23, 1924, p. 1) jusqu'à 100,25 Å, raie de résonance $1^{\prime}S_0 - 2^{\prime}P_1$ de Be III.

Pour les recherches continues on s'est servi d'une source à haute tension d'un type nouveau, avec laquelle l'intensité du courant dans l'étincelle peut être très multipliée. En poussant le vide très loin dans la chambre à étincelle on obtient une décharge concentrée avec un pouvoir d'ionisation remarquablement augmenté.

Nous avons obtenu maintenant avec des électrodes de beryllium la raie déjà citée $1^{\prime}S_0 - 2^{\prime}P_1$ avec une grande intensité et mesurable en 5 ordres et, en outre, la raie $1^{\prime}S_0 - 3^{\prime}P_1$ bien marquée à 88,36 Å. Au contraire les raies de Be II ont disparu.

Parmi les spectres de l'oxygène, qu'on obtient en même temps, celui de O II à presque complètement disparu, O III est de même très faible, tandis que O V et O VI ont augmenté d'intensité.

A l'aide du changement d'intensité qu'on obtient en variant la source à haute tension et la nature des électrodes nous pouvons maintenant avec certitude rattacher les raies spectrales de l'oxygène 1153,8 Å jusqu'à 115,8 Å à leurs états respectifs d'ionisation et nous obtenons le classement suivant :

	O II.	O III.	O IV.	O V.	O VI.
Nombre des raies classifiées........	50	90	60	45	11
Classifiées auparavant.............	29	22	15	6	2

Les raies de ce domaine spectral, qui étaient classées auparavant sont toutes retrouvées, sauf les raies de O VI. Toutes les raies de O VI et la plus grande part des autres sont classées dans des séries de terme. Ainsi tous les spectres, provenant d'une ionisation du niveau L dans l'atome d'oxygène, sont expliqués. Nous pouvons maintenant calculer le potentiel d'ionisation pour O III, O IV, O V et O VI. En se servant d'anciens résultats pour O I et pour O II la série complète sera :

	O I (1).	O II (2).	O III.	O IV.	O V.	O VI.
Terme...........	$^3P_2$	$^4S_{3/2}$	$^3P_0$	$^2P_{1/2}$	$^1S_0$	$^2S_{1/2}$
	109833	283366	444661	623984	895579 (3)	1114293 cm^{-1}
Potentiel d'ionisation...........	13,56	34,96	54,87	76,99	110,5 (3)	137,49 volt

(1) J. J. HOPFIELD, *Astrophys. Journ.*, 59, 1927, p. 114.
(2) I. S. BOWEN, *Phys. Rev.*, 29, 1927, p. 243.
(3) Incertain.

De même les spectres du bore, du carbone et de l'azote sont complets jusqu'à des ionisations correspondant à O VI, c'est-à-dire B III, C IV et N V.

Les éléments de la période qui suit le néon montrent des spectres qui nous font soupçonner une forte rupture même pour le niveau L, ionisation qui n'était connue auparavant que chez Na II ([1]) et nous pouvons suivre le doublet connu de Ne I et Na II jusqu'à Si V.

	Int.	λ Å.	ν cm⁻¹.	ν — (z — 9)² 15240 ([2]).	Diff.	Δν du doublet.
Ne I ([3])	6...	735,95	135879	120639		1431
	4...	743,78	134448		87171	
Na II	4...	372,065	268770	207810		3068
	3...	376,350	265710		86556	
Mg III	5...	231,736	431526	294366		4667
	4...	234,269	426859		86517	
Al IV	8...	160,071	624723	380883		6225
	6...	161,682	618498		85467	
Si V	3...	118,015	847350	466350		7945
	2...	119,132	839405			

ATOMISTIQUE. — *Sur une relation arithmétique entre le poids atomique et le numéro atomique.* Note de M. **Georges Fournier**, présentée par M. Jean Perrin.

Des considérations de classification, publiées antérieurement ([4]), nous ont amené à rechercher une relation entre le poids A et le numéro N des atomes.

Le passage d'un atome à un autre correspond à des variations essentiellement discontinues, faisant intervenir des nombres toujours entiers d'éléments discrets : dans l'expression de la relation que nous cherchons, la théorie des nombres doit intervenir à beaucoup plus juste titre que l'analyse mathématique. C'est donc en étudiant les propriétés arithmétiques des

([1]) I. S. Bowen, *Phys. Rev.*, 31, 1928, p. 967.

([2]) $15240 = S\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)$.

([3]) Th. Lyman and R. A. Saunders, *Phys. Rev.*, 25, 1925, p. 886.

([4]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1553.

$\frac{A}{4}$ et p

60

50

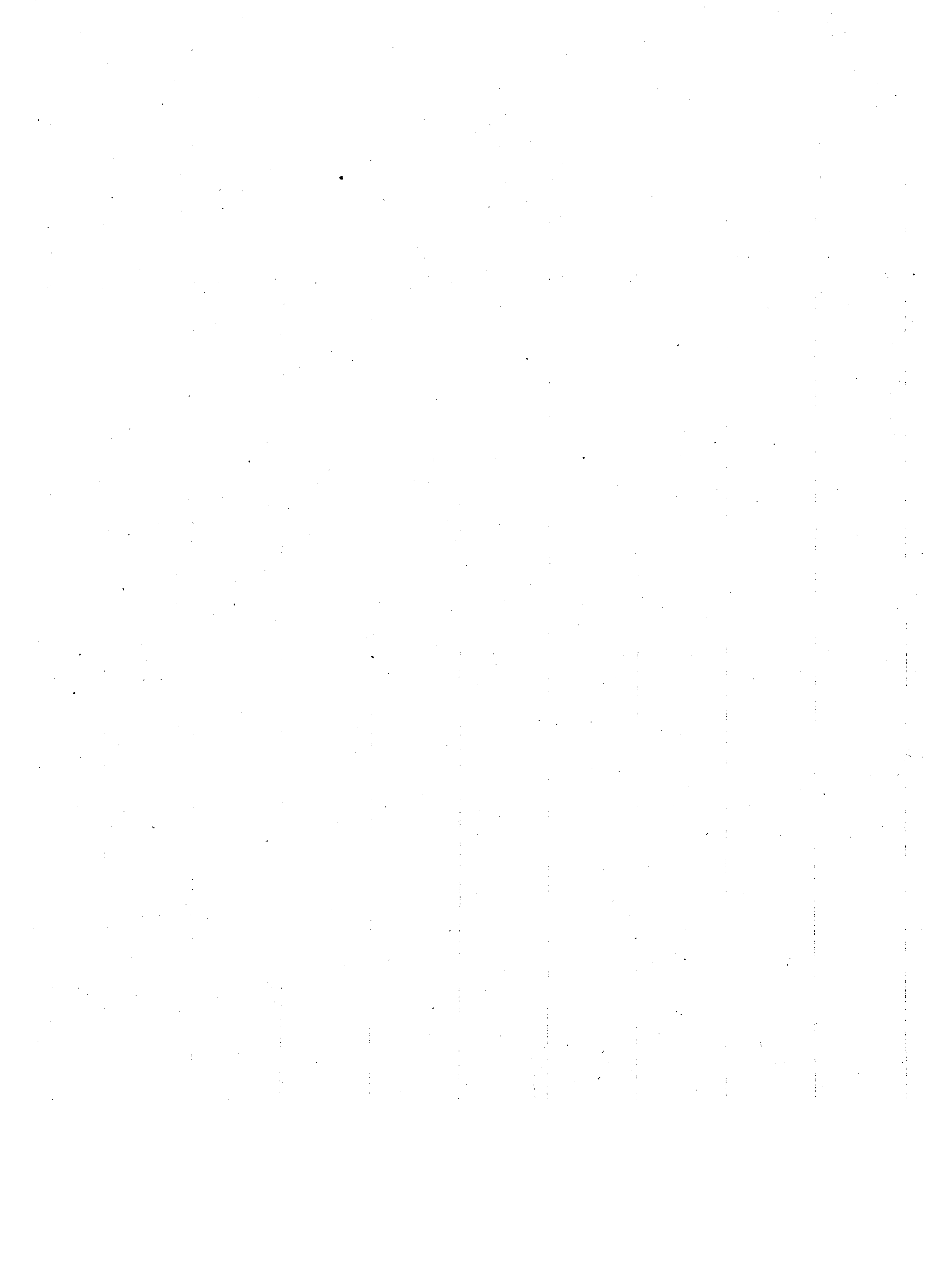
40

30

20

10

N et p+i



caractéristiques atomiques que nous avons mis en évidence la relation suivante :

Considérons d'une part la suite des nombres premiers impairs, d'autre part la suite des nombres impairs. Appelons i le nombre impair qui correspond au nombre premier p, et formons encore la quantité $p+i$:

p........	1	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59
i........	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33
$p+i$.....	2	6	10	14	20	24	30	34	40	48	52	60	66	70	76	84	92

Traçons maintenant sur un graphique des croix ayant pour ordonnées les valeurs de p, pour abscisses les valeurs correspondantes de $p+i$.

Sur le même graphique, avec les mêmes échelles, traçons des points représentant les différents atomes, chaque isotope d'un même élément étant considéré comme atome distinct. Comme ordonnées nous prendrons le quart $\frac{A}{4}$ du poids atomique, compte non tenu du packing effect, c'est-à-dire le quart du nombre de protons, dont la partie entière est éventuellement le nombre d'*hélions* du noyau. Comme abscisses nous prendrons le numéro N de chaque atome. Pour les corps dont les isotopes n'ont pas été déterminés, nous avons simplement porté en ordonnées le quart du poids atomique. (On pourrait évidemment porter A au lieu de $\frac{A}{4}$ et $4p$ au lieu de p).

Comme on peut le constater sur la planche ci-contre, la figure dessinée par l'ensemble des points correspondant aux atomes et la figure formée par les croix correspondant aux nombres premiers ont le même caractère de discontinuité et la même allure de croissance.

A première vue l'introduction des nombres premiers dans les relations intra-atomiques est un peu inattendue. Mais il faut penser que les nombres premiers représentent les types fondamentaux d'arrangement d'éléments discrets, à minimum de symétrie, auxquels tous les autres se ramènent par division. La raison de cette intervention des nombres premiers nous échappe encore.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les anomalies des propriétés physiques de l'état vitreux. Cas du soufre et du sélénium amorphes.* Note (¹) de MM. **P. Mondain-Monval** et **Pierre Galet**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Les mesures de dilatation des verres ont montré que la plupart d'entre eux présentent un peu au-dessous du début de leur ramollissement, vers 600°, une anomalie très importante de dilatation. L'étude des variations avec la température d'autres propriétés physiques telles que la chaleur spécifique, la résistance électrique, la viscosité, a montré l'existence d'une anomalie analogue de ces diverses propriétés à la même température (²). Ces anomalies sont dues à une transformation allotropique à l'état amorphe (³). Il nous a paru intéressant de rechercher l'existence d'anomalies semblables chez deux corps simples que l'on peut obtenir à l'état vitreux : le soufre et le sélénium.

Nous avons étudié les variations de la viscosité du soufre vitreux obtenu par trempe au moyen d'un dispositif très simple. Une aiguille d'acier verticale, chargée d'une masse de plomb de 79ᵍ repose par sa pointe sur le soufre vitreux placé sur un support immergé dans de l'alcool refroidi à — 60° au moyen de neige carbonique et d'acétone. A ces températures, le soufre ne se laisse aucunement pénétrer par la pointe de l'aiguille. En laissant l'alcool se réchauffer très lentement et observant l'aiguille au moyen d'un cathétomètre, on peut constater que, jusqu'à — 21°, elle ne s'enfonce pas dans le soufre. A — 21°, l'aiguille s'enfonce très nettement. Nous mesurions à chaque température le temps correspondant à un égal enfoncement. A — 10°, elle s'enfonce de plusieurs millimètres par seconde. La viscosité du soufre vitreux éprouve donc à — 21° une variation considérable. Dans le diagramme ci-dessous, nous avons porté en abscisses les températures et en ordonnées la fluidité, exprimée en enfoncement par unité de temps.

Nous avons utilisé notre appareil pour étudier les variations de viscosité avec la température d'un verre à tubes ordinaire. Jusqu'à 520° l'aiguille ne s'enfonce aucunement dans le verre. A 520°, on peut observer un enfoncement sensible, la vitesse d'enfoncement croissant rapidement avec la température, beaucoup moins pourtant que pour le soufre. On sait que ce verre éprouve un changement de coefficient de dilatation entre 510° et 540° et que sa viscosité y est de l'ordre de 10^{12} poises.

Nous avons alors étudié les variations de densité du soufre vitreux entre — 50° et + 10°, en utilisant une balance de Mohr très sensible et un flotteur de soufre vitreux immergé dans l'alcool refroidi. Nous pesions à chaque température la poussée subie

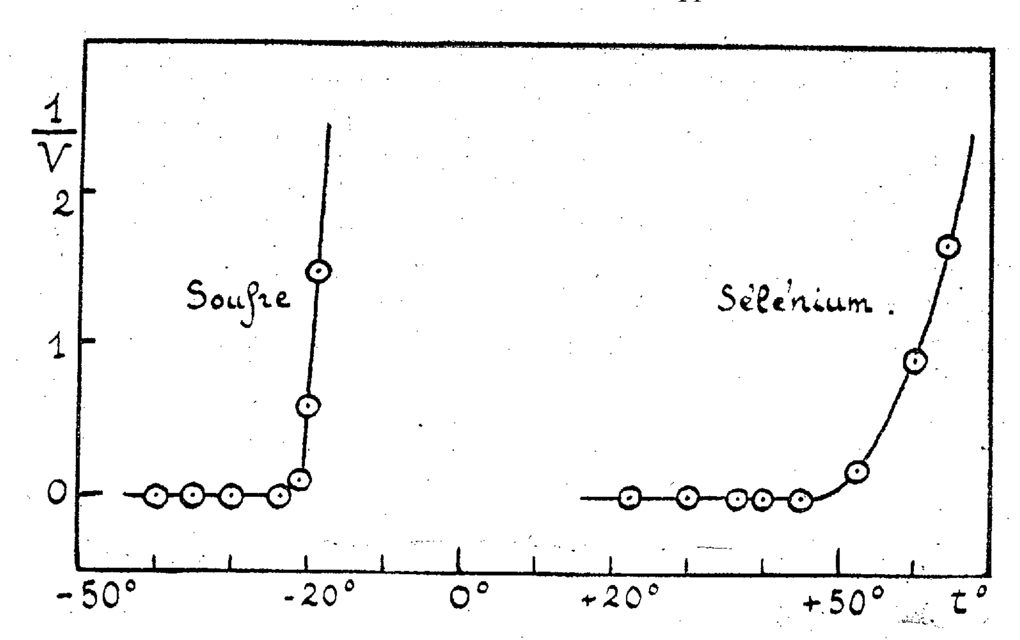
---

(¹) Séance du 6 janvier 1930.

(²) Voir la bibliographie de cette question dans : M. Samsoen, *Thèses*, Paris, 1927.

(³) H. Le Chatelier, *Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 517; et *Annales de Physique* 10ᵉ série, 3, 1925, p. 5.

par le soufre. Traçant une courbe de ces poussées en fonction de la température, nous avons obtenu deux segments de droite s'intercoupant à la température de — 29° et raccordés de part et d'autre de cette température par un arc de courbe de faible étendue. La transformation correspondante est accompagnée d'une augmentation du coefficient de dilatation. Aux températures supérieures à 0°, le soufre vitreux devient opaque et commence à se transformer avec une vitesse appréciable en soufre cristal-



lisé, ce qui s'effectue avec une contraction très facile à observer sur la courbe. Ce dernier phénomène est de sens inverse à l'anomalie de dilatation.

Nous avons répété des expériences tout à fait semblables en opérant sur du sélénium vitreux. Au-dessous de + 45° l'aiguille ne s'enfonce pas dans le sélénium. Elle s'y enfonce avec une vitesse appréciable à partir de 45°. La transition est moins brutale qu'avec le soufre, mais elle est néanmoins extrêmement nette. Au moyen de la balance de Mohr d'une part et d'un dilatomètre contenant du sélénium vitreux et du mercure de l'autre, nous avons pu étudier les variations de la densité et de la dilatation du sélénium entre + 10° et + 60°. Dans les deux cas, nous avons pu tracer une courbe en fonction de la température. Chacune de ces courbes comprend deux branches presque droites se raccordant à la température de 30°-33°. Ici encore l'anomalie de dilatation se traduit par une élévation brusque et très sensible du coefficient de dilatation.

Nous avons pu constater également qu'elle correspond à une absorption de chaleur notable. Plaçant dans un vase de Dewar plein d'eau un panier très léger de toile de cuivre contenant du sélénium vitreux, nous avons échauffé intérieurement l'ensemble au moyen d'un courant électrique constant traversant une résistance en nichrome que nous avons fait passer pendant 10 minutes, en notant de minute en minute la température, celle-ci s'élevant de 20° jusqu'à 46°. Traçant la courbe des températures en

fonction du temps, on peut constater l'existence d'un palier correspondant à une absorption de chaleur à la température de 37°. Cette température doit d'ailleurs être trop élevée, notre mode opératoire entraînant certainement un retard de transformation. La courbe obtenue, que nous ne pouvons donner ici, montre de plus l'augmentation de la chaleur spécifique du sélénium aux températures supérieures à 37°.

Les anomalies physiques des corps vitreux ont donc été retrouvées dans le cas particulièrement intéressant de deux corps simples à l'état amorphe : le soufre et le sélénium. Les températures auxquelles se manifestent ces anomalies ne coïncident pas d'une façon exacte ce qui a déjà été constaté dans le cas des verres, de l'anhydride borique (1) et de la glycérine et tient probablement à la difficulté d'obtention des équilibres dans l'état solide. *Comme les verres, à une température légèrement inférieure à leur point de ramollissement, le soufre et le sélénium vitreux éprouvent une transformation allotropique qui s'effectue avec diminution de viscosité, augmentation du coefficient de dilatation et sensible absorption de chaleur.* Le soufre et le sélénium déjà riches en variétés allotropiques à l'état cristallisé, le sont encore à l'état amorphe.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'ébullition des mélanges liquides hydroalcooliques.* Note (2) de M. **Pierre Brun**, présentée par M. G. Urbain.

Au cours des recherches que nous avons entreprises (3), nous avons étudié les propriétés des mélanges liquides hydroalcooliques partiellement miscibles, et spécialement des huiles de füsels (assimilées, en première approximation à des mélanges d'eau, alcool éthylique, alcool iso-amylique).

Nous avons voulu étudier cette fois l'influence de la miscibilité partielle sur l'ébullition des mélanges liquides.

Nous avons préparé des mélanges en proportions connues d'eau, alcool éthylique, alcool iso-amylique dont nous avons déterminé les points d'ébullition avec un ébullioscope de précision, en ajoutant à l'appareil un régulateur de pression afin d'opérer sous pression constante et d'obtenir des résultats rigoureusement comparables d'une expérience à l'autre.

---

(1) M. Samsœn et P. Mondain-Monval, *Comptes rendus*, 181, 1926, p. 967.

(2) Séance du 23 décembre 1929.

(3) Pierre Brun, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1221.

Nos résultats sont la moyenne d'un grand nombre d'essais effectués sur chaque mélange, ce qui nous permet de donner nos résultats avec une précision supérieure à $\frac{1}{20}$ de degré.

Dans l'étude des propriétés précédentes (densités, pouvoir inducteur spécifique, etc.) de nos mélanges, nous n'avions jusqu'ici que des mélanges

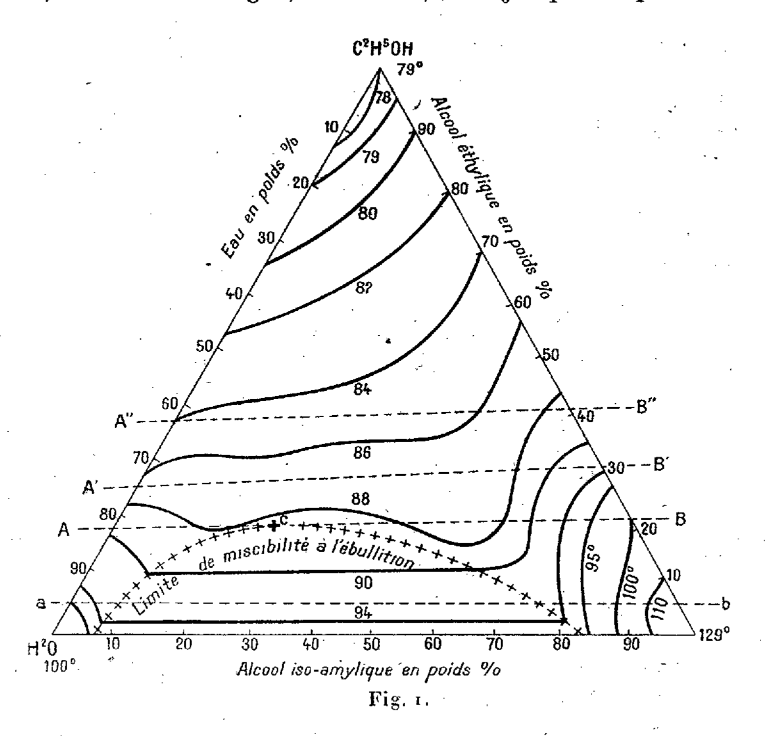


Fig. 1.

liquides homogènes. Cette fois, nous avons voulu pousser notre étude dans le domaine des mélanges non miscibles. Pour cela, nous avons ajouté à notre ébullioscope une hélice tournant à 300 tours-minutes, dont la rotation brassait les liquides et les homogénéisait artificiellement. Comme nos deux couches liquides étaient de densités assez voisines, et proches en somme de la miscibilité, cette faible vitesse était bien suffisante : la suppression de l'agitation, en effet, provoquait une variation du point d'ébullition qui ne dépassait pas un degré en moyenne.

A l'aide de nos résultats, dans le graphique 1, en coordonnées trilinéaires, nous avons tracé les courbes d'ébullition de nos mélanges que nous donnons ci-dessus.

En croix (+) nous avons tracé les limites de miscibilité à la température de l'ébullition.

Nous avons considéré ensuite un certain nombre de solutions conjuguées, sur cette limite, puis par le milieu des droites de conjugaisons, nous avons tracé la droite qui passe par le point critique d'ébullition de nos mélanges ternaires (C) et nous avons trouvé pour la température critique d'ébullition 88,8 à 88°,7.

Nous avons mené des plans normaux au plan du triangle, dont les projections sur ce plan sont AB, A'B'A''B'' et *ab*, et tels que *ab* se confonde avec une droite de conjugaison, que AB soit tangent à la courbe de miscibilité au point critique, et que A'B' et A''B'' lui soient parallèles. Ces plans couperont dans l'espace la nappe représentative de l'ébullition de nos mélanges.

Sur le graphique 2 nous avons représenté ces sections.

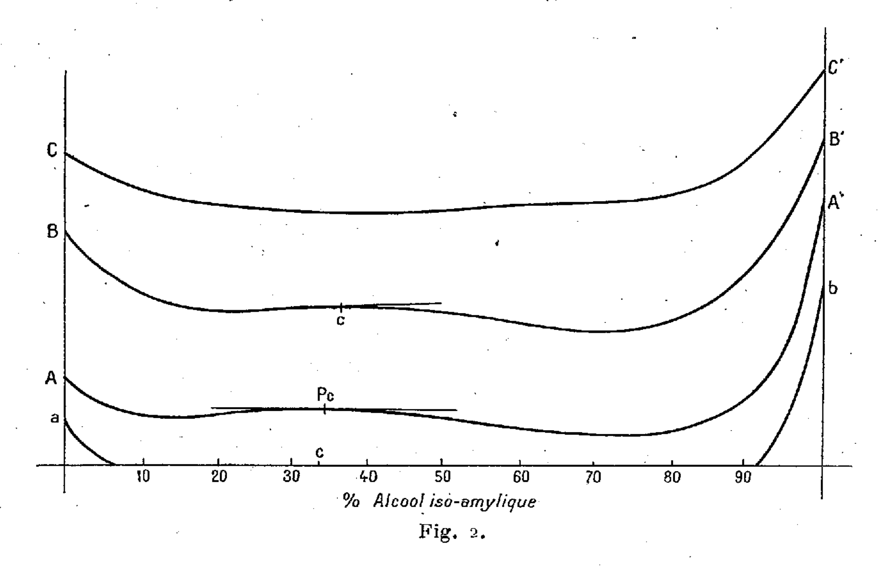


Fig. 2.

Nous constatons par l'examen de ce graphique, que le palier caractéristique de la région de non miscibilité se réduit, au point critique, à un point d'inflexion correspondant à une tangente horizontale, ainsi que la théorie nous permettait de le prévoir, et ainsi que nous l'avions démontré dans nos recherches antérieures.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'ammoniaque concentrée sur le composé* $HgBr^2\,2NH^3$. *Formation de* HgH^2NBr *et de* Hg^2NBr. Note [1] de M. **Maurice François.**

L'action de l'ammoniaque concentrée sur le composé $HgI^2\,2NH^3$ et celle de l'ammoniaque diluée sur le composé $3HgI^2\,4NH^3$ m'ayant permis, il y a trente ans, de préparer par une méthode rationnelle les corps Hg^2NI et $Hg^9N^4I^6$ et mis en lumière les états d'équilibre qui régissent ces formations [2], j'ai voulu étudier de même l'action de l'ammoniaque sur le composé $HgBr^2\,2NH^3$ avec le but de voir si cette action donnerait aussi naissance à des états d'équilibre et si la connaissance de ces états d'équilibre conduirait à la production de corps cristallisés. Je résume ici ce travail.

L'ammoniaque concentrée ($D = 0{,}922$), agissant sur le composé $HgBr^2\,2NH^3$, produit successivement deux corps différents.

Si, partant d'un même poids fixe du composé $HgBr^2\,2NH^3$, on fait agir un très petit volume d'ammoniaque, il se forme un composé blanc, le bromure de monomercurammonium HgH^2NBr. Si l'on fait agir de gros volumes d'ammoniaque, on obtient un composé jaune, le bromure de dimercurammonium Hg^2NBr. La formation du bromure de monomercurammonium peut passer inaperçue, mais précède celle du bromure de dimercurammonium.

Les équations qui représentent ces formations sont :

$$\text{(I)} \qquad HgBr^2\,2NH^3 \rightleftharpoons HgH^2NBr + NH^4Br,$$

$$\text{(II)} \qquad 2(HgBr^2\,2NH^3) \rightleftharpoons Hg^2NBr + NH^4Br.$$

L'équation globale qui exprime la transformation brutale en bromure de dimercurammonium est

$$\text{(III)} \qquad 2(HgBr^2\,2NH^3) \rightleftharpoons Hg^2NBr + 3NH^4Br.$$

Ces réactions sont limitées et réversibles.

En effet, comme l'indiquent les équations, la décomposition de $HgBr^2\,2NH^3$ qui donne naissance au bromure de monomercurammonium ou au bromure de dimercurammonium est accompagnée de la production de bromure d'ammonium soluble qui s'accumule dans les liqueurs. Lorsque la teneur

---

[1] Séance du 6 janvier 1930.

[2] François, *Thèse de doctorat*, Faculté des Sciences de Paris, 1901.

de l'ammoniaque en bromure d'ammonium dissous a atteint par litre une certaine valeur, constante pour une température donnée, la décomposition s'arrête.

Inversement, si l'on fait agir sur le bromure de monomercurammonium ou sur le bromure de dimercurammonium de l'ammoniaque dont la teneur en bromure d'ammonium dissous par litre dépasse cette valeur, on les décompose et voit se reproduire le composé $HgBr^2 2NH^3$.

J'ai étudié quantitativement ces décompositions et ces actions inverses.

Pour les décompositions, j'ai fait agir, à la température de 20°, dans une série de vingt flacons, des volumes croissants d'ammoniaque, allant de 400^{cm^3} à 31^l, sur 100^g du composé $HgBr^2 2NH^3$ et analysé les liquides et les dépôts après trente jours de contact.

La décomposition de $HgBr^2 2NH^3$ avec formation de bromure de monomercurammonium et de bromure d'ammonium (équation I) s'arrête lorsque l'ammoniaque contient $18^g,92$ de bromure d'ammonium libre par litre. La décomposition du bromure de monomercurammonium avec formation de bromure de dimercurammonium et de bromure d'ammonium (équation II) s'arrête lorsque l'ammoniaque contient $1^g,56$ de bromure d'ammonium libre par litre.

Les actions inverses ont été étudiées de même quantitativement en faisant agir sur le bromure de monomercurammonium de l'ammoniaque contenant plus de $18^g,92$ de bromure d'ammonium par litre (effectivement 30^g) et sur le bromure de dimercurammonium de l'ammoniaque contenant plus de $1^g,56$ de bromure d'ammonium par litre (effectivement de 5^g à 15^g) Elles se sont arrêtées lorsque les teneurs en bromure d'ammonium par litre se sont trouvées ramenées à celles qui caractérisaient la décomposition.

M. Gaudechon (¹) a indiqué en 1910 l'existence d'actions inverses au sujet du bromure de dimercurammonium, mais en employant l'eau comme liquide et avec des résultats différents.

Je signalerai qu'au cours de cette étude des états d'équilibre, étude que je poursuis pour les dérivés chlorés, j'ai obtenu à l'état de cristaux très nets le bromure de dimercurammonium anhydre Hg^2NBr et le chlorure de dimercurammonium hydraté $Hg^2NCl.H^2O$.

(¹) Gaudechon, *Thèse de doctorat*, Faculté des Sciences de Paris, 1910.

CHIMIE MINÉRALE. — *Essai de mise en évidence d'un complexe non électrolyte du polonium.* Note de M. **Marcel Guillot**, présentée par M. G. Urbain.

L'objet de ce travail a été de rechercher si le polonium, comme le fait prévoir sa place dans la classification périodique des éléments, pouvait servir de centre à des molécules complexes. Dans ce but je me suis d'abord adressé aux diméthyl et diéthylthiosulfocarbamates. M. Delépine ([1]) a montré que la plupart des métaux lourds, quand on traite leurs sels par une solution aqueuse d'alcoylthiosulfocarbamate de sodium, forment des dérivés très colorés, insolubles dans l'eau, solubles dans le chloroforme et l'acétone, rigoureusement non électrolytes. Ce sont des complexes parfaits internes, de formule

$$\left[M^{II}\left(-S-CS-N\begin{matrix}\diagup R\\ \diagdown R\end{matrix}\right)^2\right];$$

pour Cu, Ni, etc. (valence 2, coordinance 4) ou :

$$\left[M^{III}\left(-S-CS-N\begin{matrix}\diagup R\\ \diagdown R\end{matrix}\right)^3\right];$$

pour Co, Bi, etc. (valence 3, coordinance 6).

Or, si l'on additionne préalablement de polonium la solution aqueuse acide du sel d'un de ces métaux lourds, on constate que la totalité du métal radioactif est entraînée dans le précipité qui se forme, par addition de thiosulfocarbamate de sodium. Ce précipité se dissout dans le chloroforme. Après filtration, on obtient une solution colorée limpide renfermant tout le polonium. Ce seul fait rend déjà manifeste l'entrée de cet élément dans une combinaison qui modifie profondément ses propriétés habituelles, puisqu'on ne peut ordinairement le maintenir en solution qu'en milieu aqueux, acidifié ou fortement alcalinisé, tandis qu'il précipite, et se laisse adsorber par les parois des vases et par les filtres, dès qu'on neutralise sa solution, sans jamais, comme ici, devenir soluble dans le chloroforme.

L'expérience réussit également bien avec le cuivre, le nickel, le bismuth, et le cobalt. On peut faire cristalliser chacun de ces thiosulfocarbamates contenant du polonium. Il est intéressant alors de comparer la répartition

---

([1]) *Comptes rendus*, **146**, 1908, p. 981.

du métal radioactif dans ces cristaux, correspondant à des métaux différents. Pour cela, on peut traiter un échantillon de cristaux actifs, successivement par de petites quantités de chloroforme, qu'on décante chaque fois rapidement. On dissout ainsi, d'abord la partie superficielle des cristaux, puis l'intérieur, jusqu'au centre, et, dans chacune des solutions chloroformiques décantées, on dose le métal lourd et le polonium. On constate, avec les quatre métaux, une accumulation du polonium dans la partie externe. La distribution de l'activité est uniquement superficielle dans les cristaux des sels de cuivre et de nickel, plus homogène avec le bismuth. Enfin dans le cas du cobalt trivalent, le rapport $\frac{Po}{Co}$ est sensiblement constant dans les petits cristaux (de $\frac{1}{10}$ de millimètre de côté); et, dans les gros (1 à 2^{mm}), bien que la région externe soit plus riche en polonium, le centre reste très actif.

Il semble donc que le complexe de polonium formé s'associe plus volontiers aux sels de Co^{III} et Bi^{III} qu'à ceux de Cu^{II} et Ni^{II}. Pour mieux le montrer, on peut préparer séparément, d'une part, une solution chloroformique du sel de Ni^{II} *polonié*, d'autre part, une solution chloroformique du sel de Co^{III} *sans polonium*. Si l'on mêle les deux solutions, et qu'on abandonne à une lente évaporation, on obtient des cristaux distincts de sel de Ni^{II} et de sel de Co^{III}. On les sépare à la pince, et l'on dose dans les deux lots le polonium. On voit ainsi que presque tout le métal radioactif (94 pour 100) est passé dans les cristaux cobaltiques. Cela prouve que le complexe de polonium, formé en présence de nickel, est le même que celui formé en présence de cobalt. D'autre part sa parenté avec le complexe de Co^{III} se trouve confirmée.

La même expérience peut enfin être réalisée, à partir d'une solution du sel de Bi^{III} polonié, et d'une solution du sel de Co^{III} inactive. En effet ces deux complexes (de Bi^{III} et Co^{III}) donnent des cristaux non isomorphes (par suite d'associations avec le chloroforme). Ici encore, le polonium émigre dans les cristaux cobaltiques, mais un partage se fait : 38 pour 100 du polonium restent associés au bismuth, 62 pour 100 accompagnant le cobalt.

L'ensemble de ces résultats rend très probable l'existence d'un corps de formule

$$\left[Po^{III}\left(-S-CS-\underset{\vdots}{N}\left\langle\begin{matrix}R\\R\end{matrix}\right.\right)^3\right]$$

dans lequel le polonium aurait la valence 3 et la coordinance 6.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence de radiolarites dans la nappe du Briançonnais.* Note (1) de M. **Daniel Schnéegans**, présentée par M. Pierre Termier.

Il y a déjà fort longtemps que les géologues français et italiens qui se sont occupés du Briançonnais et du Piémont ont découvert dans le Briançonnais oriental des radiolarites intimement liées à des *roches vertes*. Tous les gisements qu'ils ont décrits appartiennent, sans conteste, à la nappe des Schistes Lustrés ou constituent à la base de celle-ci des lambeaux de poussée (Pas de la Mulatière, Roc de la Perdrix près du Gondran). D'autre part l'attention de W. Kilian (2) avait été attirée sur les singulières bandes siliceuses rouges et vertes des calcaires du Jurassique supérieur dans la zone du Briançonnais, mais il n'y signalait cependant aucune trace d'organismes.

Au cours de nombreuses courses dans la même région j'ai retrouvé des jaspes rouges en place ou repris dans des brèches sédimentaires appartenant à la nappe du Briançonnais (3).

Un premier gisement se trouve dans le pays des écailles décrites par M. P. Termier (4). Dans le cirque situé à l'est du Pas de Montbrison affleurent, ployés en voûte, les calcaires du Jurassique supérieur. Ces couches font partie de la deuxième écaille et sont recouvertes par la série triasique qui forme la crête de Montbrison (troisième écaille). J'ai trouvé parmi les marbres roses intercalés au sommet des calcaires à *Calpionelles* un ruban de jaspes rouge vif parfois tronçonnés par un laminage intense en un chapelet de grosses amandes emballées dans une gangue siliceuse. Ces jaspes sont durs, se cassent en esquilles translucides et contiennent des Radiolaires nettement visibles à la loupe.

Dans le massif du Grand Aréa situé entre la vallée de la Guisanne et celle de Névache nous avons observé, M. Raguin et moi, parmi les calcaires

(1) Séance du 23 décembre 1929.

(2) Voir les travaux de S. Franchi, W. Kilian, C.-F. Parona, P. Termier, en particulier P. Termier, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 4e série, 25, 1925, p. 839.

(3) M. P. Jodot m'a fait savoir que cet été, au cours de l'excursion annuelle de l'École des Mines, M. Termier et lui ont découvert des radiolarites dans le Malm de la Gaffouille à l'est de Briançon et à la Butte aux Galets, dans les mylonites de la base de la quatrième écaille, près de l'Eychauda.

(4) P. Termier, *Les Montagnes entre Briançon et Vallouise* (*Mém. Carte Géol. Fr.*, 1903, p. 140).

blancs marmoréens du Jurassique supérieur, des bandes longitudinales de jaspes rouge sombre mesurant 1^{dm} au plus d'épaisseur. Ces rubans bien individualisés correspondent à des zones du calcaire dont la silicification est très complète. On remarque cependant les termes de passage entre le calcaire dont la teneur en silice est déjà assez forte et les jaspes à Radiolaires : des zones plus ou moins siliceuses de teintes variées, rouge, verte ou blanche de quelques centimètres d'épaisseur, zèbrent la roche et sont mises en relief sur les surfaces exposées à l'air. Ces plages ne contiennent en général pas de Radiolaires.

Enfin, dans le massif des Cerces nous avons retrouvé, M. Raguin et moi, ces jaspes à Radiolaires comme élément de la brèche de base des *marbres en plaquettes*. De beaux affleurements s'observent dans le cirque qui domine le lac des Béraudes, à l'est du Pic de la Moulinière, et au col des Cerces à l'ouest de la cuvette des Rochilles.

Ces jaspes apparaissent comme des épisodes siliceux, contemporains de la formation des calcaires à Radiolaires. L'analyse micrographique de ces deux types de roches montre qu'elles sont dues à la consolidation d'une boue calcaire très fortement imprégnée d'un gel siliceux contenant des Radiolaires. Dans les zones où la concentration de silice était prépondérante ont pris naissance les jaspes; là où la boue calcaire renfermait peu de silice, s'est formé le calcaire.

Le remplissage des Radiolaires, ainsi que leur test, sont transformés en calcédoine largement cristallisée. La teinte de ces roches, qui va du rouge vif à un rouge violacé, est due à une teneur plus ou moins forte en oligiste, dont les paillettes enrobent les petites sphères et masquent souvent la calcédoine. Parfois les jaspes forment au sein des calcaires marmoréens des *cherts* zonés rouges dans lesquels les Radiolaires sont épigénisés en calcite.

Ces radiolarites contiennent en grande abondance des *Sphærellariés* du type des *Cenosphæra*, parfois fort déformés. Parmi les *Spumellariés* associés à ces formes, j'ai noté la présence des genres *Xyphostylus*, *Heliodiscus*, *Trochodiscus;* parmi les *Nassellariés*, les genres *Halicapsa*, *Dictyomitra*, *Stichocapsa*. Ces formes sont très fréquentes dans les jaspes de la zone du Piémont [voir C. F. Parona, *Sugli scisti silicei a Radiolarie di Cesanna presso il Monginevra* (*Atti R. Accad. Sc. Torino*, 27, 1892, trad. par H. Lachat, in *Bull. hist. nat. de Savoie*, 6, p. 5); Squinabo, *Radiolarie della strada nazionale al Monginevro* (*Boll. Com. geol., d'Italia*, 5e série, 3, II-III, 1912, p. 281-289]. Dans certains jaspes, on trouve à côté des Radiolaires des restes de spicules d'Éponges et des tests de *Halobies*.

Deux ordres de faits caractérisent ces gisements de radiolarites :

1° L'épaisseur totale des lits de jaspes est de quelques décimètres seulement; elle est donc très faible en comparaison de celle des radiolarites de la nappe des Schistes Lustrés (Piémont, Corse), ou de la nappe de la Simme (= nappe rhétique).

2° Ces jaspes à Radiolaires ne sont pas associés à des *roches vertes* (1).

La découverte de radiolarites dans la nappe du Briançonnais met une analogie de plus entre cette nappe et la nappe de la Brèche du Chablais, où des schistes à Radiolaires ont été découverts dès 1901 par H. Douvillé (2).

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur l'influence de l'oxygène dans l'iodovolatilisation.* Note de M. **Pierre Dangeard**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Dans une série de recherches sur l'iodovolatilisation, dont il a été donné récemment une vue d'ensemble (3), nous avons montré quelle était l'action de divers facteurs (chaleur, lumière, agents chimiques, anesthésiques, etc.) sur ce phénomène important de la vie des Laminaires, et d'un certain nombre d'autres algues marines. Ces expériences ont prouvé que l'iodovolatilisation était liée à la vie des cellules épidermiques, dites cellules iodogènes, qui ont la propriété d'émettre de l'*iode libre* spontanément aux dépens des composés iodés (iodures) qu'elles contiennent à l'état concentré. Au sujet du mécanisme de cette décomposition des iodures, nous avons admis comme très probable qu'il s'agissait d'un procédé d'oxydation, avec le concours possible d'oxydases et que, d'autre part, l'oxygène de l'air était

(1) A. Jeannet a retrouvé des faits analogues dans la nappe de la Simme des Préalpes Vaudoises, où il distingue une zone septentrionale, dite des *radiolarites*, dans laquelle les roches éruptives basiques sont absentes, et une autre méridionale dite *ophiolitique*, où celles-ci sont abondamment représentées et associées aux jaspes à Radiolaires [A. Jeannet, *Monographie des Tours d'Aï*, 1re partie (*Mat. Carte Géol. de la Suisse*, 34, 1912-1913, *passim*)].

(2) É. Haug écrivait à leur sujet en 1925 : « Les schistes à Radiolaires intercalés en Chablais dans la brèche supérieure rappellent les radiolarites de la zone du Piémont et n'ont jusqu'ici pas d'équivalent dans la zone du Briançonnais ». [É. Haug, *Contribution à une synthèse stratigraphique des Alpes occidentales* (*Bull. Soc. Géol. Fr.*, 4e série, 25, 1925, p. 211)].

(3) Pierre Dangeard, *L'iodovolatilisation chez les Algues marines et les problèmes de l'iode* (*Le Botaniste*, 21, 1929, p. 129-266).

indispensable, mais nous avions réservé pour des expériences spéciales la démonstration rigoureuse de ce rôle de l'oxygène.

Au cours du mois d'octobre dernier, à la Station biologique de Roscoff, nous avons pu réaliser plusieurs expériences qui mettent en évidence l'importance de l'oxygène extérieur pour la volatilisation de l'iode. La méthode adoptée consistait à comparer l'émission d'iode d'une Laminaire fraîche, dans l'air normal et dans un milieu dépourvu d'oxygène. L'atmosphère sans oxygène était, suivant le cas, de l'air dont l'oxygène avait été absorbé au préalable par de l'hydrosulfite de Na, ou de l'azote pur, fourni par la Station et provenant de tubes livrés par le commerce.

Deux séries d'expériences ont été réalisées : les unes dans des tubes à essai remplis d'azote ou d'air privé d'oxygène, les autres dans une vaste cloche renversée sur une cuve à eau de mer et remplie d'azote pur. Dans le premier cas, un tronçon cylindrique d'un stipe frais de *L. flexicaulis*, sectionné juste avant l'expérience, était placé sur un papier bristol sur lequel il donnait, en moins d'une minute, dans la région de contact et un peu en dehors, une coloration bleue intense. Le même tronçon, introduit dans un tube à essai en atmosphère d'azote, en même temps qu'une bande de papier réactif sur lequel il s'appuyait, était observé ensuite. Dans tous les cas un stipe de Laminaire très actif dans l'air voyait son activité iodogène fortement réduite dans les premiers instants de son séjour en atmosphère sans oxygène, puis complètement arrêtée. En atmosphère d'azote un faible bleuissement peut s'observer tout au début, mais il est le plus souvent limité au voisinage des surfaces de section ; il n'est aucunement comparable à celui que l'on observe dans l'air. Parfois, avec la région stipo-frondale, il peut y avoir, même en atmosphère d'azote, un bleuissement assez intense du papier bristol dans les premières minutes du séjour, mais l'arrêt complet se manifeste très vite ensuite, comme on peut le voir en changeant la région de contact du bristol. La faible volatilisation d'iode, observée dans l'azote au début du séjour, s'explique parfaitement par l'existence de petites réserves d'oxygène dans les tissus et par l'introduction probable de faibles traces de ce gaz pendant la manipulation.

Lorsque le fragment de stipe ne bleuit plus le papier en atmosphère d'azote, il suffit de le replacer à l'air libre sur bristol pour observer presque aussitôt, et dans les mêmes conditions qu'avant l'expérience, un fort bleuissement. Le fait a été observé parfois après 12 heures de séjour dans l'azote, alors que le stipe en question avait cessé depuis longtemps toute activité iodogène appréciable dans ce gaz.

Les expériences réalisées dans une cloche remplie d'azote pur ont donné les mêmes résultats. Grâce aux dimensions de l'appareil, il était facile d'introduire plusieurs tronçons de stipe en même temps dans la cloche, de les faire reposer sur un papier sensible disposé à l'intérieur sur une tablette, de les déplacer en cours d'expérience et de les retirer pour les soumettre à nouveau à l'action de l'air. On peut ainsi, avec un même fragment de stipe, constater plusieurs fois de suite l'arrêt presque instantané de la volatilisation dans l'azote et la reprise immédiate du phénomène dans l'air.

On peut donc conclure de ces expériences que l'oxygène est nécessaire à l'iodovolatilisation. Lorsqu'un fragment de Laminaire est placé dans l'air, mais dans un espace confiné, il doit donc y avoir arrêt de la volatilisation quand l'oxygène a été consommé : c'est ce que montre l'expérience. Si l'on place des morceaux de stipes de Laminaire dans des tubes à essais remplis d'air, renversés sur la cuve à eau de mer, on voit que l'activité iodogène se produit tout d'abord fortement comme à l'air libre, mais qu'elle cesse au bout d'un temps variable; elle ne cesse pas très rapidement comme dans l'atmosphère d'azote; en outre le niveau de l'eau monte d'une manière très appréciable dans les tubes, attestant une absorption importante. Dans l'oxygène pur il y a une forte volatilisation et montée du liquide, donc absorption.

Les expériences précédentes montrent la nécessité de l'oxygène extérieur pour l'iodovolatilisation et, à ce propos, il n'est pas sans intérêt de souligner que les Laminaires les plus actives dans ce phénomène habitent précisément les eaux très aérées. On s'explique également que la volatilisation de l'iode soit moins forte dans l'eau que dans l'air et qu'elle soit particulièrement intense au moment de l'émersion.

Cette extrême importance de la présence d'oxygène extérieur pour l'iodovolatilisation des algues explique suffisamment sans doute les résultats négatifs signalés par H. Kylin dans une Note récente (1), ce savant ayant opéré en atmosphère confinée.

---

(1) Harald Kylin, *Ueber das Vorkommen von Iodiden, Bromiden und Iodidoxydasen bei den Meeresalgen* (*Hoppe-Seyler's Zeitschrift f. Physiol. Chemie*, 186, I-II, 1929, p. 79).

PHARMACODYNAMIE. — *Action de l'ouabaïne sur l'intestin* in situ. Note ([1]) de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Charles Richet.

Il résulte des travaux de Magnus ([2]), Kress, Dale et Laidlaw, Socin, Meissner, Jappelli, Rothlin, Murashima, F. et J. Mercier, Esweld et Weger que, à dose suffisante, les digitaliques provoquent généralement une forte augmentation du tonus de la musculature longitudinale de l'*intestin isolé* avec arrêt systolique des contractions pendulaires.

De plus Kolda et Inoue ont pu montrer que, à des doses convenables, les digitaliques augmentent aussi le tonus de la musculature circulaire de l'*intestin isolé*.

Ayant, par la méthode de Trendelenburg, enregistré les contractions de la musculature longitudinale de l'*intestin in situ* du lapin, Gaisböck et Orth ([3]) ont constaté que la strophanthine provoque un renforcement considérable des mouvements pendulaires et que la cymarine augmente fortement le tonus de la musculature longitudinale de l'intestin et accroît l'amplitude des contractions de cette musculature.

Par contre, la méthode du ballon nous a permis de montrer ([4]) que l'ouabaïne — qui est, comme on sait, un des plus puissants glycosides digitaliques — diminue le tonus et arrête les contractions de la musculature circulaire de l'*intestin in situ* du chien chloralosé. Il nous a donc paru nécessaire de rechercher si ce glycoside agit semblablement sur la musculature longitudinale. Malheureusement, parce qu'elles exigent, soit l'immersion de l'animal dans un bain de liquide de Ringer ou d'eau salée, soit l'introduction dans l'abdomen de liquide de Ringer, les techniques que Bayliss et Starling, Trendelenburg et récemment Rothlin ont proposé pour l'enregistrement des mouvements pendulaires rendent les conditions de l'expérience trop différentes des conditions physiologiques normales. Nous avons donc été contraint de mettre au point une technique nouvelle qui permit l'enregistrement des mouvements pendulaires dans la cavité abdominale elle-

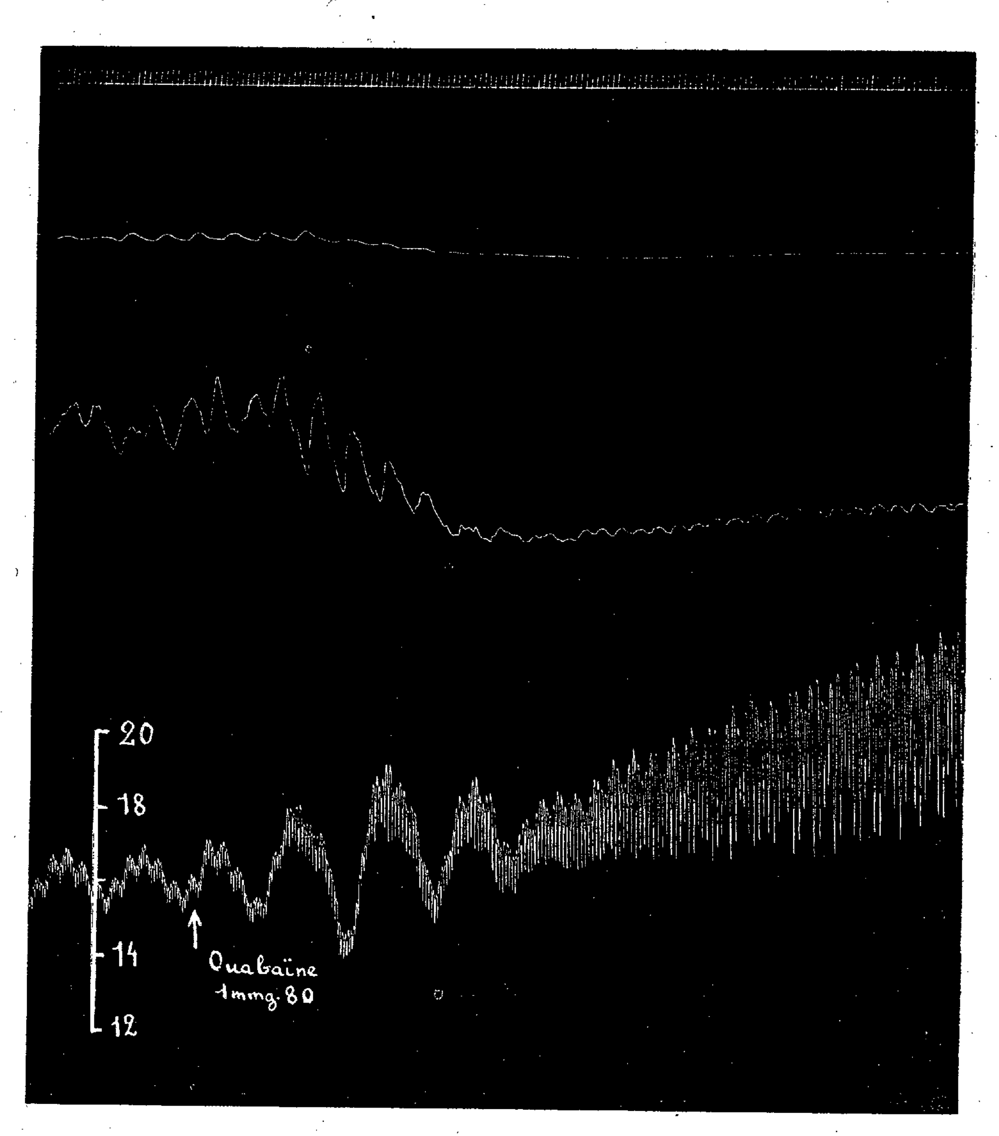
---

([1]) Séance du 6 janvier 1930.

([2]) R. Magnus, *Pflüger's Arch. f. d. ges. Physiol.*, **108**, 1905, p. 40-44.

([3]) Gaisböck et Orth, *Zeitschr. f. d. ges. exp. Med.*, **2**, 1914, p. 373 et fig. 8. — Gaisböck, *Zeitschr. f. exp. Pathol. u. Therapie*, **17**, 1915, p. 315-316 et pl. 13, fig. 14 et 15.

([4]) Raymond-Hamet, *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 610.



Expérience du 24 décembre 1929. — Chien de 18kg anesthésié par le chloralose (12cg par kilogramme), ayant ses vagues intacts et respirant spontanément. — Première ligne : temps en secondes. — Deuxième ligne : enregistrement des contractions de la musculature longitudinale par la méthode Raymond-Hamet. — Troisième ligne : enregistrement des contractions de la musculature circulaire par la méthode du ballon. — Quatrième ligne : enregistrement des modifications de la pression carotidienne au moyen du manomètre à mercure. — Tracé en grandeur naturelle.

même et cela sans qu'il fût besoin d'y introduire un liquide étranger. Après avoir fixé en un point l'intestin grêle à la musculature de l'abdomen, on attache, à un autre point de cet organe distant du premier de quelques centimètres, un hameçon relié à un fil qui sort de l'abdomen par un tube vertical portant à son extrémité supérieure un ajutage dont la lumière permet juste le passage du dit fil. L'extrémité libre de ce fil est reliée à un tambour manipulateur sensible qui communique par l'intermédiaire d'un tube de caoutchouc avec un tambour enregistreur de Marey. Cette méthode nous a permis de nous assurer que l'ouabaïne diminue le tonus et arrête les contractions de la musculature longitudinale de l'*intestin grêle in situ*. La figure de la présente Note en porte témoignage.

Ainsi donc, alors que l'ouabaïne contracte l'*intestin isolé*, elle relâche l'*intestin in situ*. Faut-il assimiler l'action inhibitrice de l'ouabaïne sur l'*intestin in situ* à la paralysie que les très fortes doses de strophanthine produisent, d'après Magnus, sur l'*intestin isolé*? Nous ne le croyons pas, car si l'on injecte lentement, dans la veine fémorale, une solution diluée d'ouabaïne, on constate que, après une phase d'inhibition, les contractions de la musculature circulaire reparaissent pendant un temps variable, puis cessent de nouveau jusqu'à la mort de l'animal. Il y a là, nous semble-t-il, une action inhibitrice discontinue analogue à celle que, comme nous l'avons précédemment montré [1], exercent, sur le cœur, l'excitation prolongée du vague et les doses moyennes d'acétylcholine.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Contribution à l'étude de l'hydrolyse acide des protéides.* Note [2] de M. **J. Enselme**, présentée par M. A. Desgrez.

Au cours de recherches destinées à éclairer la marche de l'hydrolyse acides des protéines, nous nous sommes aperçu que les dosages des groupements NH^2 pratiqués sur les mêmes liquides d'hydrolyse donnent des chiffres différents, suivant qu'ils sont réalisés au moyen de la méthode de Van Slyke ou au moyen de la méthode de Sörensen.

Nous avons recherché les variations de cette différence.

N Van Slyke — N Sörensen. — Cette différence qui est minime au départ, croît au fur et à mesure de l'hydrolise jusqu'à un maximum, puis décroît

(1) Raymond-Hamet, *Revue de Pharmacologie et de Thérap. expérim.*, 1, 1928, p. 97-102.

(2) Séance du 6 janvier 1930.

ensuite pour arriver à un chiffre minimum au moment où la plupart des amino-acides sont libérés.

Nos recherches ont porté sur diverses albumines : gélatine, ovalbumine, caséine, fibroïne, édestine que nous avons préparées aussi pures que possible et sur deux échantillons d'un dipeptide, la cycloglycylglycine, que nous avons obtenu : l'un par la méthode de Fischer, l'autre par la méthode de Maillard.

Nous avons chaque fois fait dissoudre nos protides dans une quantité de liquide acide égale à vingt fois le poids de l'albumine utilisée. L'acidité était toujours obtenue par addition d'une quantité convenable d'acide chlorhydrique pour réaliser un pourcentage croissant de HCl de : 1,46 pour 100, 5,45 pour 100, 10,95 pour 100, 18,25 pour 100 et 29,2 pour 100.

Les tableaux suivants indiquent les résultats obtenus (la première colonne indique le temps d'hydrolyse compté en heures ; la deuxième colonne indique la différence des deux dosages Van Slyke et Sörensen) :

I. — *Hydrolyse à* 1,46 *pour* 100.

Gélatine.		Cycloglycylglycine.		Acétylglycylglycine anilide.	
h m		h m		h m	
1.30....	0,81	0.15....	9	0.30....	3,71
3. 0....	1,63	0.30....	10,97	1.30....	9,37
5. 0....	1,75	4. 0....	10,90	2.30....	6,92
7. 0....	2,28	12. 0....	12,42	9.30....	6,35
10. 0....	3,02				
15. 0....	2,56				
20. 0....	1,96				

II. — *Hydrolyse à* 5,45 *pour* 100.

Gélatine.		Fibroïne (2ᵉ échantillon).		Caséine.	
h m		h m		h m	
1.10...	3,25	1.30...	4,4	0.15...	0,74
3.30...	3,48	3. 0...	4,49	2. 0...	2,21
4.30...	3,59	5.30...	4,86	5. 0...	2,65
7. 0...	2,56	10.30...	5,2	10. 0...	2,75
24.30...	2,08	21. 0...	3,94	18. 0...	1,7
		31.30...	3,68		

Ovalbumine.		Édestine.	
h m		h m	
0.30......	1,42	0.45......	2,17
2. 0......	2,43	1.30......	4,88
5. 0......	3,41	5. 0......	4,1
14. 0......	2,94	10. 0......	1,92

III. — *Hydrolyse à 10,95 pour 100.*

Gélatine.		Fibroïne (2e échantillon).		Caséine.	
h m		h m		h m	
0.15...	3,87	0.45...	5,287	0.15...	1,13
0.30...	3,32	2. 0...	4,04	0.45...	1,56
2.30...	1,61	5. 0...	3,94	1,30...	2,05
17. 0...	0,45	10. 0...	3,43	6. 0...	2,03

Ovalbumine.		Édestine.		Cycloglycylglycine.	
h m		h m		h m	
0.30...	1,46	0.45...	2,42	0.05...	10,27
1.30...	2,96	1.30...	3,84	0.15...	9,69
5. 0...	2,96	5. 0...	2,48	0.30...	8,52
10. 0...	2,18	10. 0...	0,88	1. 0...	4,55
				2. 0...	3,7

Nous devons d'abord nous demander quelle est la cause des variations de la différence étudiée.

Si l'on tient compte, d'une part, du fait que pendant toute la phase d'accroissement de la cycloglycylglycine, la réaction d'Abderhalden reste positive, et, d'autre part, du fait antérieurement signalé que la glycylglycine présente une forte dissociation des deux dosages Van Slyke et Sörensen, en faveur du premier, on peut penser que l'accroissement de l'indice étudié correspond à la période de libération des polypeptides (ouverture des chaînes) et que, au contraire, la portion décroissante correspond à la rupture des polypeptides en amino-acides, ceux-ci présentent aux deux dosages sensiblement le même chiffre.

IMMUNOLOGIE. — *L'immunité naturelle antivenimeuse et antirabique du Lérot commun* (Eliomys nitela *Schreb*). Note de Mme **Phisalix**, présentée par M. L. Bouvier.

Les Poissons, les Batraciens et les Serpents nous ont donné de fréquents exemples d'immunités multiples, en particulier contre le venin de Vipère et le virus rabique.

Le fait est, au contraire, exceptionnel chez les Oiseaux et les Mammifères : nous l'avons signalé parmi ces derniers chez le Hérisson, doué d'une forte immunité antivenimeuse et d'une résistance certaine, mais moindre, vis-à-vis du virus rabique.

Le Lérot commun en est un autre exemple : ce petit Rongeur résiste non

seulement à la morsure de la Vipère et à l'inoculation de son venin, mais encore à l'inoculation de virus rabique fixe.

Immunité antivenimeuse. — Rappelons d'abord brièvement sa grande résistance au venin de Vipère, qui lui permet de subir les morsures du Reptile, sans présenter aucun signe d'envenimation.

Dans les rencontres ménagées entre Lérot et Vipère, c'est toujours le premier qui prend l'offensive, et la lutte se termine invariablement par la mort de la Vipère, qui est déchiquetée et partiellement dévorée par le Lérot. Les péripéties du duel ont été décrites en 1909 par G. Billard; nous les avons souvent observées nous-même. Nous avons vu aussi que pour entraîner la mort d'un sujet adulte pesant 50^{g}, il ne fallait pas moins de 10^{mg} de venin de Vipère inoculés sous la peau. Cette dose est capable de tuer 25 Cobayes, par inoculation sous la peau, et 5 Vipères qui la recevraient sur les centres nerveux.

La haute immunité du Lérot, qui le place, sous ce rapport, immédiatement après la Vipère dans l'échelle de résistance des espèces au venin, est en partie due aux propriétés antivenimeuses de son sang.

Immunité antirabique. Expérience. — 6 Lérots adultes reçoivent chacun $0^{cm^3},50$ d'une émulsion épaisse de virus rabique fixe, trois dans les muscles de la nuque, les autres dans ceux de la cuisse.

Deux témoins reçoivent en même temps une émulsion épaisse d'encéphale de lapin normal. L'inoculation est faite le 18 octobre, et les sujets sont tenus à une température moyenne de 13 à 16°. Ils s'endorment vers le milieu de novembre pour ne s'éveiller définitivement qu'au printemps suivant. Cinq mois après l'inoculation, aucun de nos sujets n'a manifesté le moindre symptôme rabique. L'un d'entre eux, ainsi qu'un témoin, a été envahi par une mycose cutanée généralisée, qui a entraîné la mort de ces deux sujets à quatre jours d'intervalle. Les autres sujets ayant reçu du virus n'ont été sacrifiés que trois mois plus tard; leur encéphale ne s'est pas montré infectant pour le cerveau du Lapin. Devant ce résultat, qui établit l'immunité du Lérot à l'inoculation intra-musculaire de virus rabique, nous avons recherché les propriétés de son sérum.

Pouvoir rabicide in vitro *du sérum de Lérot. Expérience.* — Huit Lérots sont mis successivement en résolution par les vapeurs d'éther; leur sang est prélevé aseptiquement par la ponction du cœur, mis à nu. Le sérum est mélangé (8^{cm^3} environ) à un égal volume d'émulsion centésimale de virus rabique fixe. Le mélange est filtré sur toile et papier, et tenu au frais pendant une nuit. Il est alors centrifugé; le culot est lavé à l'eau salée physiologique;

après nouvelle centrifugation, le volume est ramené au $\frac{1}{10}$ de celui de l'émulsion centésimale employée. On a ainsi une émulsion décimale de virus.

Cette émulsion est inoculée à la dose de $0^{cm^3},25$ sous les méninges de deux Lapins, après trépanation.

L'un des Lapins, du poids de 2^{kg}, meurt de septicémie pasteurellique le lendemain; l'autre, pesant 4^{kg}, ne manifeste aucun symptôme rabique.

Il n'avait d'ailleurs pas l'immunité naturelle, et ne l'avait pas acquise. En effet, éprouvé quatre semaines après, par inoculation sous-méningée d'une émulsion de virus fixe, il a présenté les premiers symptômes rabiques le 9e jour, et il est mort le 13e jour.

Ainsi le mélange à parties égales : *émulsion centésimale de virus rabique et sérum de Lérot* est neutre *in vitro*, se comportant ainsi comme les mélanges de virus et de sérum d'Anguille, de Vipère, de Couleuvre, de Hérisson, mais différant du mélange virus-sérum de Hérisson en ce qu'il est simplement neutre comme les premiers pour l'encéphale du Lapin, au lieu de le vacciner par la voie cérébrale comme le mélange virus-sérum de Hérisson.

L'immunité du Lérot soit contre le venin de Vipère, soit contre le virus rabique relève en partie d'un même mécanisme : l'existence dans le sang de l'animal de substances antivenimeuses et de substances antirabiques.

A 15h 15m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La discussion des titres des candidats à la succession de M. *Ch. Moureu* est continuée.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17h.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE DÉCEMBRE 1929.

Le Opere di Alessandro Volta. Edizione nationale. Volume septimo. Milano, Ulrico Hœpli, 1929; 1 vol. 30^{cm}.

Jac. Berzelius levnadsteckning av H. G. SÖDERBAUM. Uppsala, Amqvits et Wiksells, 1929; 2 vol. 26^{cm},5.

Jacques de Morgan. Notice nécrologique, par HENRI DOUVILLÉ, in *Bulletin de la Société géologique de France*, 1928; 1 fasc. 26^{cm}.

Urologie pratique, par P. BAZY. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1930; 1 vol.

Flore générale de l'Indochine, publiée sous la direction de H. LECOMTE. Tome cinquième, fascicule 9 : *Urticacées (fin)*, par F. GAGNEPAIN : *Juglandacées, Myriacées, Casuarinacées*, par L. A. DODE : *Fagacées*, par R. HICKEL et A. CAMUS. Paris, Masson et Cie, octobre 1929; 1 fasc. 25^{cm},5.

Faune des colonies françaises, publiée sous la direction de A. GRUVEL : *Curculionides de la Guadeloupe*, par A. HUSTACHE; première Partie. Paris, Société d'éditions géographiques maritimes et coloniales, 1929; 1 fasc. 25^{cm},5. (Présenté par M. Mangin.)

Les tsés-tsés. Tome premier. *Généralités, anatomie, systématique, reproduction, gîtes à pupes, ennemis prédateurs et parasites*, par ÉMILE HEGH. Bruxelles, Imprimerie industrielle et financière, 1929; 1 vol. 27^{cm}. (Présenté par M. Bouvier.)

Procédés de récupération automatique des humidités atmosphériques au moyen de puits aériens, par A. KNAPEN; extrait des *Mémoires de la Société des ingénieurs civils de France*. Paris, 19, rue Blanche, 1928; 1 fasc. 24^{cm}.

Dispositif intérieur du puits aérien Knapen pour l'accumulation des différences de température dues aux abaissements nocturnes, en vue de prolonger la durée du point de rosée et ainsi d'augmenter les condensations et la récupération des humidités atmosphériques dans les pays désertiques ou dépourvus d'eau potable, par A. KNAPEN. Paris, Société des ingénieurs civils de France, 1929; 1 fasc. 24^{cm}.

Le puits aérien et la similitude de la production occulte des humidités liquides de condensation dans les murs des bâtiments et dans le sol, par A. KNAPEN. Paris, Société des ingénieurs civils de France, 1929; 1 fasc. 24^{cm}.

Conditionnement de la maison hygiénique française, par A. KNAPEN. Paris, Léon Eyrolles, 1928; 1 fasc. 24^{cm}.

Communication sur de nouveaux procédés de construction. Des murs et du bloc athermane avec vides chromatiques, par A. KNAPEN. Paris, Société des ingénieurs civils de France, 1922; 1 fasc. 24^{cm}.

L'aération horizontale dite différentielle, par A. KNAPEN. Paris, Léon Eyrolle, 1924; 1 fasc. 21^{cm}.

De l'air pour nos écoles, par A. KNAPEN. Paris, 1929; 1 fasc. 21cm,5.

Précis d'hygrométrie du bâtiment. Le problème de la conservation des matériaux des habitations et des monuments, par A. KNAPEN. Paris, 1925; 1 fasc. 24cm,5.

Institut de mécanique des fluides de l'Université de Paris. *Leçons sur la théorie des tourbillons*, par HENRI VILLAT. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1930; 1 vol. 25cm,5.

Rapport de la réunion de l'ozone et de l'absorption atmosphérique avec 27 mémoires et notes mis en ordre, par CHARLES FABRY. Leipzig, akademische Verlagsgesellschaft, 1929; 1 fasc. 22cm.

La geometrica algebrica e la scuola italiana, par GUIDO CASTELNUOVO. Bologna, Nicola Zanichelli, 1928; 1 fasc. 26cm,5.

La matière fulminante (suite) *élasticité, tension superficielle*, par E. MATHIAS. Paris, Librairie de l'enseignement technique, 1929; 1 fasc. 23cm,5.

Cahiers scientifiques publiés sous la direction de M. GASTON JULIA. Fascicule IV. *Leçons sur les systèmes d'équations aux dérivées partielles*, par MAURICE JANET. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1929; 1 fasc. 25cm,5.

La France ignorée des Ardennes aux Pyrénées, par E.-A. MARTEL. Paris Delagrave, 1929; 1 vol. 28cm,5.

Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert Ier, Prince souverain de Monaco, publiés sous sa direction avec le concours de Jules Richard. Fascicule LXXVIII; *Copépodes pélagiques particulièrement de surface provenant des campagnes scientifiques de S. A. S. le Prince Albert Ier de Monaco*, par MAURICE ROSE. Monaco, 1929; 1 vol. 36cm,5.

Union internationale de radiotélégraphie scientifique. Recueil des travaux de l'Assemblée générale tenue à Washington en octobre 1927. Volume I, fascicule 1 : *Mémoires scientifiques présentés à la séance publique* (textes originaux); fascicule 1 *bis : Mémoires scientifiques présentés à la séance publique* (traductions); fascicule 2 : *Comptes rendus de l'Assemblée générale* (textes originaux); fascicule 3 : *Travaux de la Commission des méthodes de mesures et étalonnages* (textes originaux); fascicule 4 : *Travaux de la Commission de la propagation des ondes* (textes originaux); fascicule 5 : *Travaux de la Commission des perturbations atmosphériques* (textes originaux); fascicule 6 : *Travaux de la Commission de liaison avec les opérateurs, praticiens et amateurs* (textes originaux). Volume II, fascicule 1 : *Mémoires scientifiques présentés à la séance publique du* 13 *septembre* 1928 (textes originaux); fascicule 3 : *Comptes rendus de l'assemblée générale* (textes originaux); fascicule 3 : *Comptes rendus des séances des Commissions* (textes originaux). Bruxelles, Secrétariat général de l'U. R. I., 1929; 10 fasc. 29cm,5.

Cahiers scientifiques, fasc. V : *Leçons sur quelques problèmes aux limites de la théorie des équations différentielles*, par ÉMILE PICARD, rédigées par MARCEL BRELOT. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1930; 1 fasc. 25cm,5.

Carte géologique de la vallée de Sales et du Cirque des Fonts, par ROBERT PERRET. Paris, Barrère, 1929; 1 carte, 62cm × 71cm.

Notice explicative sur la Carte géologique au 20000e de la Vallée de Sales et du Cirque des Fonts, par ROBERT PERRET. Paris, Henry Barrère, 1929; 1 fasc. 21cm,5.

ERRATA.

(Séance du 21 octobre 1929.)

Note de M. *E. Slutsky*, Sur l'erreur quadratique moyenne du coefficient de corrélation dans le cas des suites des épreuves non indépendantes :

Page 613, ligne 5, *au lieu de* $+\frac{1}{4}r_{xy}(0)$, *lire* $+\frac{1}{4}r_{xy}^2(0)$.

(Séance du 4 novembre 1929.)

Note de M. *E. Slutsky*, Sur l'extension de la théorie de périodogrammes aux suites de quantités dépendantes :

Page 723, ligne 16, *au lieu de* $-\frac{8\sigma_x^2}{n}\sum_1^\omega tr_x(t)\cos ht$, *lire* $-\frac{8\sigma_x^2}{n^2}\sum_1^\omega tr_x(t)\cos ht$.

(Séance du 9 décembre 1929.)

Note de M. *T. Takéuchi*, Sur les machines qui fonctionnent entre deux sources radiantes :

Page 1067, ligne 24, *au lieu de* w_1, *lire* $\frac{W_1}{2}$; ligne 27, *au lieu de* w_1, *lire* W_1.
Page 1068, ligne 2 en remontant, *au lieu de* 1928, *lire* 1929.

(Séance du 30 décembre 1929.)

Note de MM. *P. Fleury* et *P. Ambert*, Sur la précipitation des sucres et des polyols à l'état de complexe cupro-barytique :

Tome **189**, page 1284, remplacer la figure 3 par le tableau ci-dessous :

Glucose entraîné, en milligrammes, par addition de SO^4Cu.	Glucose introduit, en milligrammes.								
	100.	150.	200.	300.	400.	600.	9000.	1000.	1200.
$1^g,96$ SO^4Cu.....	97	-	197	296	394	590	-	838	842
$0^g,98$ SO^4Cu.....	98	148	197	285	365	438	443	-	456
$0^g,49$ SO^4Cu.....	97	138	166	205	193	212	212	-	-

Ces nombres, utilisés pour un graphique, montrent que....

Note de Mlle *Germaine Py*, Recherches cytologiques sur l'assise nourricière des grains de pollen d'*Helleborus fœtidus*, *Euphorbia Sauliana* et *E. Peplus* :

Page 1298, ligne 13, *au lieu de* l'apparition des chondriocontes, dans les Solanacées (Mascré), *lire* l'apparition des chondriocontes, comme dans les Solanacées (Mascré).

(Séance du 6 janvier 1930.)

Note de MM. *Gabriel Bertrand* et *M. Mokragnatz*, Répartition du nickel et du cobalt dans les plantes :

Page 25, ligne 5, *au lieu de* glycogénique, *lire* glycolytique.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 JANVIER 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Einar Biilmann**, professeur de l'Université de Copenhague, président de l'Union internationale de la Chimie, et à M. **Stig Veibel**, professeur de l'Université de Copenhague, qui assistent à la séance.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce que Mlle Hélène Boussinesq vient de faire don à l'Académie d'un buste de son parent, M. *Joseph Boussinesq*, par le sculpteur Jules Maes.

M. **R. Bourgeois**, faisant hommage à l'Académie d'un volume intitulé *La nouvelle Méridienne de France. Observations et calculs complémentaires* (*Mémorial du Service géographique de l'Armée*, t. III, Imprimerie du Service géographique de l'Armée, Paris, 1929), s'exprime en ces termes :

En 1870, il était décidé, à l'instigation du capitaine François Perrier, que, dans un but exclusivement scientifique, une nouvelle méridienne serait mesurée entre Dunkerque et Perpignan, se substituant à la chaîne établie par Delambre et Méchain à la fin du XVIIIe siècle.

Le Dépôt général de la Guerre engageait après 1871 cette longue opération que le Service géographique de l'Armée, qui lui succédait en 1887, menait à bonne fin en 1895.

Entreprise dès 1885, la publication des travaux était poursuivie de telle sorte qu'en 1902, toute la partie géodésique de l'œuvre, y compris une compensation par figures isolées, se trouvait traitée dans trois fascicules dont la réunion constitue le Tome XII du Mémorial du Dépôt.

Il restait à présenter les observations astronomiques et à discuter les résultats dans leur ensemble, ce qui devait être l'objet d'un dernier fascicule, très avancé dans sa préparation, lorsque éclata la guerre de 1914.

Après un arrêt forcé de plusieurs années, il devenait possible, les hostilités terminées, de reprendre ces travaux, mais alors on se trouvait devant une situation nouvelle : une brèche importante avait été ouverte dans la chaîne au nord de Paris. En mars 1918, la vague d'invasion allemande était venue déferler en Artois et en Picardie, jusque sur les crêtes que couronnaient les signaux en maçonnerie de la grande chaîne française. Au cours de la lutte d'artillerie engagée sur le front, plusieurs de ces cheminées avaient été rasées, mais, chose plus grave, le précieux repère définissant avec précision le centre géodésique avait disparu dans le bouleversement du sol.

Ainsi il était nécessaire de reconstituer la partie de la Méridienne détruite. Le Service géographique abordait cette restauration sans tarder davantage et il l'effectuait avec un très grand soin en apportant certaines améliorations au dispositif antérieur, notamment par la mesure d'une base intermédiaire près d'Albert (Somme). La chaîne se trouvait rétablie à la fin de 1927.

Ces délais étaient d'ailleurs mis à profit pour reprendre la compensation en groupant les figures par grands ensembles de manière à faire intervenir les quatre bases géométriques mesurées le long de la méridienne.

Tous les calculs terminés, le Service géographique passait enfin à l'impression du Tome III de son *Mémorial*, ouvrage qui fait l'objet de la présente Communication. Non seulement, ce tome expose tout ce qui a trait au segment restauré, mais il vient compléter les publications précédentes.

C'est ainsi qu'il donne le détail des observations astronomiques faites en 28 stations reliées directement à la chaîne et qui s'échelonnent de Dunkerque à Rivesaltes. En chacun de ces points, la latitude, un azimut et, en certains cas, une différence de longitude, ont été déterminés.

Ces 28 points peuvent se classer en trois catégories.

Six d'entre eux, choisis dans les environs de Paris, ont servi à contrôler la latitude et l'azimut que la Commission de la Carte d'État-Major, sous la présidence de Laplace, avait adoptés en 1817. Alors qu'une seule station eût pu suffire à la rigueur pour cet objet, on préféra en faire intervenir plusieurs en vue de s'assurer que les attractions locales étaient négligeables au point de départ.

En dehors de ces stations, observées toutes au cercle méridien de Brunner

grand modèle, neuf autres, d'une même précision, et disposées à environ 100^{km} d'intervalle, viennent, avec le Panthéon, segmenter la Méridienne en un nombre égal d'arcs géodésiques partiels.

Enfin, on a été amené à faire, en dehors du programme initialement prévu, treize stations dans le Massif central. Dès l'achèvement des premiers calculs, j'avais constaté l'existence d'une sorte de cassure du géoïde à hauteur des monts d'Auvergne; la courbure moyenne de la section méridienne varie brusquement, en effet, quand on passe du nord au sud du Plateau central, comme si deux ellipsoïdes de forme bien différente se raccordaient près du parallèle moyen. C'est ainsi que, décidé à examiner cette curieuse anomalie avec plus de soin, je fis faire en 1906 et 1907 des observations complémentaires, à l'astrolabe à prisme et au théodolite à microscopes, dans toute la région montagneuse du centre de la France, ce qui me permit de confirmer, en les précisant, mes conclusions primitives. L'étude n'est qu'ébauchée; elle mérite à coup sûr d'être poursuivie.

Ajoutons que les calculs de la chaîne ont été faits, non plus sur l'ellipsoïde dit de la Carte de France, que Delambre avait déterminé, mais sur une surface de référence déduite d'arcs mesurés plus récemment; on a adopté l'ellipsoïde de Clarke de 1880, déjà retenu par le Service géographique en 1882 pour l'établissement des cartes définitives d'Algérie et de Tunisie.

Compte tenu de ces modifications, il a été procédé à diverses comparaisons fort intéressantes entre les éléments communs de l'ancienne et de la nouvelle chaîne, d'où il ressort que les mesures de Delambre et de Méchain étaient d'une précision excellente pour l'époque.

En résumé, le Tome III épuise la question. Tous les résultats intéressant la Méridienne se trouvent ainsi à la disposition des géodésiens : observations en plus de cent signaux de premier ordre et en de nombreuses stations astronomiques, mesure de quatre bases, compensations et calculs divers, ces travaux se répartissant d'ailleurs sur près de soixante-dix ans, si l'on fait état de déterminations dues à Yvon Villarceau et qui remontent à 1862.

La Méridienne de France, rappelons-le, constitue l'épine dorsale de la nouvelle triangulation française. Elle servira de base à toutes les déterminations géodésiques intéressant notre territoire. Le Service géographique, nous le constatons avec plaisir, s'emploie très activement à faire progresser le réseau dont il a entrepris la réfection. Déjà, les chaînes de premier ordre sont rétablies dans toute la région à l'est de la Méridienne fondamentale : les parallèles d'Amiens, de Lyon et d'Avignon, ont été poussés jusqu'à la

frontière, traversés par la méridienne de Lyon, qui s'étend entre la Belgique et Marseille. Le canevas de détail lui-même, dont les premiers travaux remontent à 1898, a pris un important développement au cours des dernières campagnes, notamment dans les départements du Nord et du Nord-Est, qui seront tous prochainement couverts d'une triangulation entièrement nouvelle.

PHOTOCHIMIE. — *Phénomènes de luminescence chez les satellites du rubrène. Deux hydrocarbures phosphorescents : le corps dit* « brun » *et le corps jaune.* Note [1] de MM. **Charles Moureu, Charles Dufraisse** et **Pierre Lotte.**

La réaction génératrice du rubrène donne naissance en même temps à plusieurs autres corps, les satellites du rubrène. Nous nous sommes naturellement préoccupés de rechercher chez eux la propriété fondamentale du rubrène, l'oxydabilité réversible; d'autant que, mise à part la communauté d'origine, plusieurs se rapprochent de cet hydrocarbure par leur composition centésimale.

Ces expériences n'ont révélé chez aucun la propriété cherchée, mais elles ont permis de rencontrer des phénomènes de luminescence intéressants chez deux d'entre eux qui ont reçu, à cause de leurs teintes, les noms de corps brun et de corps jaune.

a. Le corps dit brun et le corps jaune. — D'après l'ensemble de leur étude chimique, ces corps sont des hydrocarbures de formule probable $C^{42}H^{30}$, et par conséquent isomériques. A part les modalités de leurs luminescences, ils ont entre eux les plus grandes ressemblances, au point que la question se pose, et n'a pas été encore entièrement élucidée, de savoir s'ils ne constituent pas une espèce chimique unique. En tout cas, la différence des colorations n'est qu'apparente : la teinte du corps dit brun est due à une impureté qu'il retient énergiquement en dépit de nombreux lavages et recristallisations, mais qui est détruite par la lumière, et le corps dit brun est en réalité jaune, tout comme l'autre [2]. L'analyse a démontré

---

(1) Séance du 13 janvier 1930.

(2) Le qualificatif de « brun », qui rappelle l'apparence sous laquelle ce corps se présente avant irradiation, est maintenu provisoirement pour permettre de distinguer l'un de l'autre les deux hydrocarbures, jusqu'à ce que soit réglée la question de leur individualité.

en outre, chez le même corps, la présence d'une petite quantité d'impureté minérale.

b. Luminescence du corps dit brun. — Exposée à la lumière solaire, la solution dans le benzène du corps dit brun acquiert la propriété d'émettre de la lumière par un léger chauffage : plongée, par exemple, dans un bain à 80°, toute la masse liquide devient lumineuse puis s'éteint peu à peu.

Le phénomène n'a pas lieu sans irradiation préalable.

De l'étude qui en a été faite ressortent les faits suivants :

L'irradiation détruit l'impureté brune mentionnée ci-dessus sans paraître modifier le produit autrement que dans sa coloration.

L'émission de lumière n'est pas liée à cette destruction du colorant brun, puisque, après cette destruction, la liqueur conserve la propriété d'être activée par de nouvelles irradiations.

Elle n'est pas liée non plus à la formation d'un oxyde, soit stable comme dans certaines autoxydations luminescentes (phosphore, par exemple), soit dissociable comme avec le rubrène.

La luminescence du corps brun ne peut être excitée par irradiation qu'en solution; les cristaux de corps brun ne sont pas sensibles à la lumière. Mais une fois créée par irradiation des solutions, la matière luminescente peut être amenée à l'état solide par évaporation du solvant à froid sans perdre son pouvoir émetteur.

c. Luminescence du corps jaune. — Le corps jaune manifeste lui aussi une luminescence par léger chauffage après exposition à la lumière; mais, à l'inverse du corps brun, c'est sous la forme solide et non en solution que doit avoir lieu l'irradiation.

Cette importante particularité mise à part, les deux luminescences paraissent avoir de grandes analogies, et l'on doit se demander si les différences observées ne sont pas imputables aux impuretés.

d. Nature du phénomène. — Actuellement, il n'est pas absolument exclu que l'oxygène ne joue aucun rôle. Cette réserve faite, le phénomène semble s'apparenter aux phosphorescences, surtout si on l'observe chez le corps jaune qui, après une irradiation suffisamment intense, se montre *déjà lumineux dès la température ordinaire*.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Déshydratation catalytique des alcools forméniques par les bisulfates alcalins.* Note de MM. **Jean-Baptiste Senderens** et **Jean Aboulenc**.

I. Tandis que, par déshydratation catalytique, au moyen des bisulfates alcalins, les alcools *aromatiques* fournissent des *éthers-oxydes* et les alcools *hydroaromatiques* des carbures (1), les alcools *forméniques* donnent, selon la température à laquelle on opère, des éthers-oxydes ou des carbures, à moins qu'ils ne donnent à la fois l'un et l'autre de ces deux composés.

A vrai dire, ceci ne se réalise que pour le bisulfate de sodium, car le bisulfate de potassium ne paraît pas réagir sensiblement sur les alcools forméniques, alors que vis-à-vis des alcools aromatiques et hydro-aromatiques son activité est notable, bien qu'inférieure à celle du SO^4HNa (2).

Dans cette catalyse des alcools forméniques, le bisulfate de sodium, par les termes de la réaction, se rapproche de l'acide sulfurique (3). Il s'en rapproche encore en ce que son activité déshydratante ne s'exerce qu'à partir d'une certaine température.

Avec l'acide sulfurique il est toujours possible d'atteindre cette température par l'emploi de proportions convenables de cet acide (4).

Il n'en est plus de même avec le bisulfate de sodium dont les variations de poids employé n'apportent qu'une modification négligeable dans les points d'ébullition des alcools.

De là vient que la déshydratation par SO^4HNa n'a pu s'effectuer pour les alcools méthylique, éthylique, propylique, isopropylique, isobutylique dont les points d'ébullition sont compris entre 66° et 108°, et qui, mis à chauffer avec le bisulfate de sodium, distillent simplement sans donner ni éther ni carbure.

II. Nous avons employé des poids de bisulfate de sodium comparables aux poids d'acide sulfurique reconnus les plus favorables pour la déshydratation des alcools forméniques et qui allaient en décroissant à mesure qu'augmentait le poids moléculaire de l'alcool (5).

---

(1) Cf. J.-B. Senderens, *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 1102, et **188**, 1929, p. 1073.
(2) Cf. *Comptes rendus, loc. cit.*
(3) *Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 1015, et **181**, 1925, p. 698.
(4) *Ibid.*
(5) Cf. *Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 1015 à 1018, et **181**, 1925, p. 698 à 700.

a. Alcool isoamylique $(CH^3)^2CH.CH^2.CH^2OH$. — Mis à bouillir (130-132°) avec 30 pour 100 de bisulfate de sodium fondu ou cristallisé il donne des amylènes qui distillent au-dessous de 40° et de l'oxyde d'isoamyle bouillant à 170°.

La réaction se fait donc d'après les équations

$$C^5H^{11}OH = C^5H^{10} + H^2O,$$
$$2C^5H^{11}OH = (C^5H^{11})^2O + H^2O.$$

Le rendement en éther-oxyde correspond aux 35 pour 100 de la théorie au lieu des 60 pour 100 que fournit la catalyse du même alcool par l'acide sulfurique.

b. Pentanol$_2$ $CH^3.CHOH.CH^2.CH^2.CH^3$. — L'ébullition (118-120°) de cet alcool avec 15 pour 100 de bisulfate de sodium a donné un distillat de pentènes, tandis que du liquide du ballon on a retiré de l'oxyde de pentyle bouillant à 160-162° et correspondant aux 42 pour 100 du rendement théorique, comme dans la catalyse du pentanol$_2$ par l'acide sulfurique.

c. Octanol$_2$ $CH^3(CH^2)^5CHOH.CH^3$. — Cet alcool qui bout à 179°, chauffé avec 10 pour 100 de bisulfate de sodium, à la température de 140-145°, s'est décomposé en octène, ou caprylène bouillant à 124° et en oxyde d'octyle secondaire bouillant à 262-263°, avec un rendement peu différent de celui que donne l'acide sulfurique et représentant les 37 pour 100 de la théorie.

III. Les alcools dont il vient d'être question donnent, avec le bisulfate de sodium, un mélange de carbure et d'oxyde.

Il n'en est plus de même pour les alcools suivants qui, selon la température, fournissent exclusivement soit l'un, soit l'autre de ces deux composés. Leur décomposition exige moins de bisulfate de sodium que les alcools précédents; elle se fait plus régulièrement qu'avec l'acide sulfurique et donne, en éther-oxyde, des rendements sensiblement plus élevés.

a. Alcool heptylique normal $CH^3(CH^2)^5CH^2OH$. — A la température de 145° et avec 7 pour 100 de bisulfate de sodium nous avons obtenu 80 pour 100 d'oxyde d'heptyle bouillant à 260-262° avec des traces seulement de carbure, tandis qu'à partir de 175°, point d'ébullition de l'alcool, il ne se forme que de l'heptylène, bouillant à 96-98°.

On a donc à 145° la réaction

$$2CH^3(CH^2)^5CH^2OH = [CH^3(CH^2)^5CH^2]^2O + H^2O,$$

tandis qu'à 175° et au-dessus on a

$$C^7H^{15}OH = C^7H^{14} + H^2O.$$

b. Alcool cétylique (éthal) $CH^3(CH^2)^{14}CH^2OH$. — Avec le même poids, 7 pour 100, de bisulfate de sodium et à la température de 145° on n'a que de l'oxyde de cétyle $(C^{16}H^{33})^2O$ sous la forme de paillettes blanches, fusibles à 55°.

A partir de 250° il se produit exclusivement du cétène $C^{16}H^{32}$, bouillant à 274-276°.

M. **Ch. Fabry** fait hommage à l'Académie d'un volume de M. H. Volkringer, intitulé *Les étapes de la Physique*, dont il a écrit la *Préface*.

M. **A. Cotton** fait hommage à l'Académie d'un ouvrage de M. G. Bruhat, *Traité de Polarimétrie*, dont il a écrit la Préface. Ce livre, qui fait partie de la Collection de la *Revue d'Optique*, ne contient pas seulement l'étude détaillée des procédés polarimétriques employés dans l'industrie, mais aussi celle des instruments qui n'ont servi encore que dans les Laboratoires de recherches. On y trouve également, envisagés du point de vue expérimental, tous les résultats importants donnés par les recherches sur les liquides doués du pouvoir rotatoire, sur les cristaux actifs et sur la polarisation rotatoire magnétique. Une bibliographie très complète termine le volume.

L'auteur ne s'est pas borné au cas des milieux transparents; il étudie notamment le phénomène du dichroïsme circulaire. La synthèse asymétrique par la lumière polarisée circulairement, qui a été réalisée pendant l'impression de l'ouvrage, montre l'intérêt des recherches sur ce phénomène, recherches nécessaires pour une étude polarimétrique vraiment complète.

M. **M. Caullery** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *L'Évolution en Biologie* (¹) et contenant trois exposés par MM. E. Guyénot, P. Rivet et lui-même. Ces exposés ont servi de base à des discussions qui ont eu lieu en mai dernier au *Centre international de synthèse*. L'Évolution y est envisagée dans ses lignes générales, dans les aspects qui dérivent des données expérimentales de la Génétique et enfin dans le cas particulier des données relatives à l'espèce humaine.

(¹) Publications du Centre international de Synthèse, fasc. I, 1929, 83 pages, 20cm (Paris, La Renaissance du Livre).

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un membre de la Section de Chimie en remplacement de M. *Ch. Moureu* décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 51,

M. Marcel Delépine obtient	24 suffrages	
M. Robert Lespieau »	23	»
M. Edmond Blaise »	2	»
M. Marc Tiffeneau »	1	»

Il y a 1 bulletin blanc.

Au second tour de scrutin, le nombre de votants étant 52,

M. Marcel Delépine obtient	31 suffrages	
M. Robert Lespieau »	20	»

Il y a 1 bulletin blanc.

M. **Marcel Delépine**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

L'**Université libre de Bruxelles** adresse à l'Académie l'expression de ses condoléances à l'occasion du décès de M. *A. Rateau*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Eugène Bloch. *L'ancienne et la nouvelle théorie des quanta*. (Présenté par M. M. Brillouin.)

2° E. Guyénot. *La Variation et l'Évolution*. Tome I : *La Variation*. (Présenté par M. M. Caullery.)

3° *Tout le corps humain*. Encyclopédie illustrée des connaissances médicales, publiée sous la direction de HENRI BOUQUET. Tomes I et II. (Présenté par M. Ch. Achard.)

GÉOMÉTRIE. — *Sur les points-unis des involutions cycliques appartenant à une surface algébrique*. Note de M. **L. Godeaux**.

Soit I_p une involution cyclique d'ordre premier $p = 2\nu + 1$, appartenant à une surface algébrique F et n'ayant qu'un nombre fini de points unis. On peut toujours prendre comme modèle projectif de F une surface d'ordre pn, de S_R, sur laquelle I_p est engendrée par une homographie H de période p, possédant p axes (espaces linéaires dont tous les points sont unis). Un seul $S^{(0)}$ de ces axes rencontre la surface F et les points de rencontre sont les points unis de I_p. Les hyperplans passant par les autres axes découpent sur F un système linéaire $|C|$ dépourvu de points-base, de dimensions $r < R$, composé au moyen de I_p. En rapportant projectivement les courbes C aux hyperplans d'un espace S_r, F se transforme en une surface Φ, d'ordre n, image de l'involution I_p. On peut d'ailleurs supposer r aussi grand que l'on veut.

Considérons un point uni P et soit ϖ le plan tangent à F en ce point. Si le plan ϖ coupe suivant une droite un axe de H distinct de $S^{(0)}$, P est un point uni parfait; s'il rencontre deux axes $S^{(1)}$, $S^{(2)}$ de H, distincts de $S^{(0)}$, respectivement en P'_1, P'_2, P est un point uni non parfait. Voici quelques résultats que nous avons obtenus dans ce dernier cas.

Projetons F de P sur un hyperplan uni de H ne passant pas par P; nous obtenons une surface F' d'ordre $pn - 1$ et à I_p correspond sur F' une involution I'_p dont P'_1, P'_2 sont des points unis.

Les courbes C passant par P se distribuent en $\nu + 1$ systèmes linéaires $|C_1|$, $|C_2|$, ..., $|C_{\nu+1}|$ de dimensions respectives $r - 1$, $r - 2$, ..., $r - \nu - 1$. Les courbes C_1, C_2, ..., C_ν ont en P des multiplicités $\alpha_1 < \alpha_2 < \ldots < \alpha_\nu < p$ et des tangentes fixes PP'_1, PP'_2. Les courbes $C_{\nu+1}$ ont en P un point multiple d'ordre p à tangentes variables. En rapportant projectivement les courbes C_i aux hyperplans d'un espace linéaire à $r - i$ dimensions, on obtient une surface Φ_i image de I_p, qui est une projection de la surface Φ à partir d'un espace passant par le point P' qui correspond à P sur cette surface.

La surface $\Phi_{\nu+1}$ contient une droite dont les points correspondent aux groupes de I_p infiniment voisins du point P. La surface Φ_ν contient deux

droites qui correspondent aux points P'_1, P'_2 de F'. Les projections C'_ν des courbes C_ν à partir de P sur F' passent simplement par P'_1, P'_2 et ont en ces points avec la droite P'_1, P'_2 des contacts d'ordres respectifs k et $p-k-1$. Le point P est multiple d'ordre $p-1$ pour les courbes C_ν.

Si les points P'_1, P'_2 sont des points unis parfaits de l'involution I'_p, on a $p=3$ et P' est un point double biplanaire ordinaire de Φ.

Si P'_1 est un point uni parfait et P'_2 un point uni non parfait de I'_p, on a $\alpha_1=\nu+1, \ldots, \alpha_i=\nu+i, \ldots, \alpha_\nu=2\nu=p-1$. Les projections C'_i des courbes C_i à partir de P sur F' ont un point $(\nu-i)$-uple à tangentes variables en P'_1 et ont des tangentes fixes en P'_2. Les courbes C_i ont en P la multiplicité $\nu+i$ et ν tangentes confondues avec PP'_1, i tangentes confondues avec PP'_2. La surface Φ possède en P' un point multiple d'ordre $\nu+1$ et le cône tangent à la surface en ce point est formé d'un cône rationnel d'ordre ν et d'un plan ne contenant qu'une génératrice du cône (r étant suffisamment grand).

Retournons au cas général. Le nombre de branches (ou cycles), d'origine P d'une courbe C_1, est égal au nombre de branches d'origine P' de la section hyperplane homologue de la surface Φ. De plus, deux branches homologues ont même ordre et mêmes rangs successifs. La multiplicité du point P' pour la surface Φ est donc égale à la multiplicité du point P pour les courbes C_1, et le cône des tangentes à cette surface en P' se scinde en deux parties.

GÉOMÉTRIE. — *Sur certaines congruences normales.*
Note de M. **P. Vincensini.**

En étudiant certains systèmes cycliques dans leurs relations avec les surfaces à courbure totale constante négative, j'ai été conduit aux observations suivantes que je me permets de signaler.

Envisageons les congruences rectilignes normales (C) qu'une transformation par polaires réciproques par rapport à une sphère laisse normales.

Ces congruences dépendent d'une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre à laquelle on peut donner une forme simple invariante. Si l'on prend comme surface de départ d'une congruence (C) le lieu des pieds des perpendiculaires abaissées de l'origine O (centre de la sphère de transformation) sur ses différents rayons, dont les équations sont comme on sait

$$x=\Delta(M, X), \quad y=\Delta(M, Y), \quad z=\Delta(M, Z)$$

(X, Y, Z = cosinus directeurs d'un rayon quelconque de la congruence, M = fonction des deux variables u, v qui fixent le rayon), l'équation déterminant M est

$$\Delta_{22} M + \Delta_1 M = 0,$$

Δ_1 et Δ_{22} étant les paramètres différentiels de Beltrami relatifs au ds^2 de la représentation sphérique de la congruence.

Soient (C) et (C′) deux congruences réciproques; D et D′ deux rayons homologues. Si Δ est l'homothétique de D dans l'homothétie de centre O et de rapport 1 : 2, l'ensemble des droites Δ constitue une congruence normale de l'espèce étudiée. Le cercle (σ) inverse de Δ dans l'inversion de pôle O et de puissance ρ^2 (ρ = rayon de la sphère de transformation) passe par O et a D′ pour axe. L'ensemble des cercles (σ) est un système cyclique, dont la congruence des axes (C′) est *normale*. (C′) est donc une congruence rectiligne *cyclique normale*. Il en est de même pour (C). Il est clair d'ailleurs que toute congruence cyclique normale, dont les cercles passent par O, est une congruence (C). Ceci donne une nouvelle définition aux congruences rectilignes envisagées.

Cette définition présente un certain intérêt.

On sait que les congruences rectilignes cycliques normales sont celles admettant pour image sphérique de leurs développables l'image des lignes de courbure d'une surface à courbure totale constante négative. A toute congruence rectiligne cyclique normale on peut faire correspondre une surface pseudosphérique.

Pour avoir toutes les surfaces pseudosphériques, il n'est pas nécessaire d'envisager toutes les congruences cycliques normales. *La considération des seules congruences* (C) *suffit*. Cette assertion se vérifie soit analytiquement, soit géométriquement. Je me borne à indiquer le résultat que laisse d'ailleurs prévoir la forme du second ordre de l'équation des congruences (C).

La connaissance d'une surface pseudosphérique (Σ) entraîne celle de la congruence (C) correspondante. En envisageant la réciproque (C′) de (C), on voit que l'on peut déduire de (Σ) une autre surface pseudosphérique (Σ'). (Σ) et (Σ') se correspondent évidemment par orthogonalité des plans tangents et par lignes de courbure.

La transformation de (Σ) en (Σ') est identique au fond à celle de Bianchi. Il m'a semblé intéressant de la présenter sous ce nouvel aspect.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Systèmes de cercles, de sphères, d'hypersphères.* Note de M. **Bertrand Gambier**.

1. On sait que les ∞^{n+1} hypersphères de l'espace euclidien E_n à n dimensions correspondent biunivoquement aux droites issues de l'origine dans l'espace euclidien E_{n+2}; les coordonnées $(n+2)$-sphériques de Darboux manifestent cette correspondance : l'angle de 2 hypersphères est égal à celui des droites images et une transformation du groupe conforme de E_n est remplacée par une substitution orthogonale de E_{n+2} avec conservation de l'origine. C'est surtout pour $n=3$ que cette méthode a été employée; $n=2$ donnerait d'une part les cercles du plan, d'autre part les coordonnées tétracycliques; pour $n=1$, on aurait à étudier d'une part le *couple* de points $(x-a)^2-b^2=0$, de *centre* a et *diamètre* b, de l'autre le système des droites issues de l'origine dans l'espace ordinaire; mais l'étude d'un couple de points paraissant tellement simple, on pourrait craindre de commettre une maladresse en substituant à ce couple un rayon de E_3 : je partagerais peut-être encore cette façon de voir si l'étude de la configuration de Petersen-Morley de 10 droites concourantes ne m'avait peu à peu conduit à l'explication la plus simple connue jusqu'ici des propriétés des cercles paratactiques, dans un Mémoire en cours d'impression au *Journal de Mathématiques*. Je vais montrer comment on peut généraliser dans un espace E_n quelconque $(n \geqq 3)$ la configuration de Petersen-Morley et en déduire un système de $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ hypersphères de l'espace E_{n-2} telles que chacune soit orthogonale à $\frac{n(n-1)}{2}$ autres.

2. Dans E_3, soient 3 droites A, B, C issues de O, puis A′, B′, C′ les perpendiculaires élevées en O sur les plans respectifs (BC), (CA), (AB); il est bien connu que les plans AA′, BB′, CC′ concourent suivant une droite H; soient A″ la droite d'intersection des plans BC, B′C′; B″ analogue pour CA, C′A′, puis C″ pour AB, A′B′. Les 10 droites A, B, C, A′, B′, C′, A″, B″, C″, H forment la configuration de Petersen-Morley et chacune joue un rôle symétrique, de sorte que cette configuration peut être obtenue à partir de l'un ou l'autre des 10 trièdres, répartis par couples de trièdres supplémentaires.

3. Dans $E_n (n>3)$ prenons n droites $A_1, A_2, \ldots, A_n$, issues de O, de paramètres directeurs $(u_1, v_1, w_1, \ldots, h_1)$, $(u_2, v_2, \ldots, h_2)$, …, en axes

rectangulaires; écartons le cas où deux rayons seraient rectangulaires; soient Δ le déterminant $|u_1 u_2 \ldots u_n|$ et $U_i, V_i, W_i, \ldots, H_i$ les coefficients de la $i^{\text{ème}}$ colonne du déterminant adjoint: ce sont les paramètres directeurs de la droite A'_i issue de O perpendiculairement aux droites primitives autres que A_i; cette fois les plans à 2 dimensions $A_1 A'_1$, $A_2 A'_2$, ..., $A_n A'_n$ n'ont pas, *en général*, de rayon H commun à eux tous (ni même à deux d'entre eux); si l'on pose $(ij) = u_i u_j + v_i v_j + \ldots$ les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'il existe un tel rayon H sont $(ij)(kl) = (ik)(jl) = (il)(jk)$, en appelant i, j, k, l quatre *quelconques* des nombres 1, 2, ..., n, *distincts* les uns des autres; on vérifie aisément que ces conditions sont en nombre $\frac{(n-1)(n-2)}{2} - 1$. Si l'on suppose $u_i^2 + v_i^2 + \ldots + h_i^2 = 1$, quel que soit i, on a $(ij) = \cos(A_i, A_j)$. D'autre part $\mathbf{A}_i$ désignant le vecteur d'origine O et composantes $(u_i, v_i, \ldots, h_i)$, on a

$$\mathbf{H} = \lambda_1 \mathbf{A}_1 + \mu_1 \mathbf{A}'_1 = \lambda_2 \mathbf{A}_2 + \mu_2 \mathbf{A}'_2 = \ldots = \lambda_n \mathbf{A}_n + \mu_n \mathbf{A}'_n,$$

et l'égalité vectorielle $\lambda_1 \mathbf{A}_1 - \lambda_2 \mathbf{A}_2 = \mu_2 \mathbf{A}'_2 - \mu_1 \mathbf{A}'_1$, avec les égalités analogues, prouvent que chaque plan à deux dimensions $(A_i A_j)$ a un rayon commun avec le plan $(A'_i A'_j)$, rayon que je représenterai par la notation $(A_i A_j, A'_i A'_j)$. Le rayon H est perpendiculaire aux $\frac{n(n-1)}{2}$ rayons $(A_i A_j, A'_i A'_j)$; A_1 est perpendiculaire aux rayons $A'_2, \ldots, A'_n$ et aux rayons $(A_i A_j, A'_i A'_j)$ où i et j, cette fois, sont distincts de 1; la droite $(A_1 A_2, A'_1 A'_2)$ est perpendiculaire aux rayons $A_3, A_4, \ldots, A_n, A'_3, \ldots, A'_n$, H et aux rayons $(A_i A_j, A'_i A'_j)$ où i et j, cette fois, sont distincts de 1 et 2; c'est la configuration annoncée de $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ droites; chaque droite y joue le même rôle que les autres; l'ensemble, tenu compte des conditions géométriques, ne possède plus que n invariants.

4. Je traduis cela en langage ordinaire pour 5 sphères S_1, S_2, S_3, S_4, S_5; S'_i est la sphère orthogonale aux $S_j (j \neq i)$; *en général* chaque cercle (S_i, S'_i) n'est pas sur une même sphère avec un autre cercle analogue (S_j, S'_j). Il y aurait lieu d'étudier en détail l'ensemble de ces cinq cercles; moyennant 5 conditions angulaires simples, les cinq cercles sont sur une même sphère Σ; dans ce cas on trouve dix nouvelles sphères contenant les couples tels que (S_1, S_2) et (S'_1, S'_2), l'ensemble forme la configuration parfaitement symétrique des 21 sphères dont chacune est orthogonale à 10 autres.

De même, dans le plan, quatre cercles C_1, C_2, C_3, C_4, réunis au système *supplémentaire* C'_1, C'_2, C'_3, C'_4 donnent quatre couples de points (C_1, C'_1),

(C_2, C'_2), (C_3, C'_3), (C_4, C'_4) dont deux, *en général*, ne sont pas sur un même cercle. Moyennant deux conditions angulaires, les 8 points sont sur un même cercle; on trouve alors 15 cercles dont chacun est orthogonal à 6 autres.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions de Bessel du troisième ordre.* Note de M. **Pierre Humbert**, transmise par M. Appell.

Définissons les *fonctions de Bessel du troisième ordre*, $J_{m,n}(x)$, à partir des fonctions hypergéométriques triconfluentes du troisième ordre, par l'égalité

$$J_{m,n}(x) = \frac{x^{m+n}}{3^{m+n}\Gamma(m+1)\Gamma(n+1)}\,{}_0F_2\left(m+1,\, n+1;\, -\frac{x^3}{27}\right).$$

Cette fonction possède d'intéressantes propriétés, que je développerai dans un autre Recueil, et qui généralisent celles des fonctions de Bessel ordinaires. Énonçons ici les plus importantes.

a. Fonction génératrice. — On aura

$$e^{\frac{x}{3}\left(u+v-\frac{1}{uv}\right)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} u^m v^n J_{m,n}(x).$$

C'est la généralisation de la formule de Schlömilch.

b. Expression par une intégrale double. — Si l'on considère les fonctions de deux variables définies, d'après M. Appell, par le développement

$$e^{j\theta+j^2\varphi} = P(\theta, \varphi) + j\,R(\theta, \varphi) + j^2\,Q(\theta, \varphi)$$

(avec $j^3 = 1$), la fonction la plus simple, $J_{0,0}$, sera représentée, à un facteur constant près et dans un champ convenable, par l'intégrale

$$\int\!\!\int e^{-xP(\theta,\varphi)}\,d\theta\,d\varphi.$$

On rapprochera cette expression de l'intégrale simple

$$\int e^{-ix\sin\theta}\,d\theta.$$

qui représente la fonction $J^0(x)$. On sait d'ailleurs que les fonctions P, Q, R sont de véritables généralisations (à deux variables et pour le troisième ordre) des fonctions circulaires.

Des intégrales analogues existent pour $J_{m,n}(x)$.

c. De même que les fonctions de Bessel s'introduisent, en même temps que les fonctions circulaires, comme solutions de l'équation

$$\Delta_2 U + U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + U = 0,$$

les fonctions de Bessel du troisième ordre s'introduisent, jointes aux fonctions P, Q, R, comme solutions de l'équation

$$\Delta_3 U + U = \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 U}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 U}{\partial z^3} - 3\frac{\partial^3 U}{\partial x\, \partial y\, \partial z} + U = 0.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les classes de dimensions*. Note de M. **R. Kunugui**, présentée par M. Hadamard.

C'est M. Fréchet qui a premièrement donné en 1909 une définition de dimensions indépendante de la notion de coordonnée. Mais après que Poincaré en a présenté en 1912 une idée plus intuitive, on s'est beaucoup occupé à la préciser pour obtenir une définition plus nette.

En se servant des notions acquises par le progrès de la théorie des ensembles [1], MM. Brouwer, Menger et Urysohn ont réussi à définir le nombre de dimensions d'une manière satisfaisante.

Un problème posé par M. Fréchet nous a conduit à trouver des classes d'ensembles qui peuvent être regardées comme une nouvelle définition des dimensions. Celles-ci possèdent plusieurs des propriétés de dimensions signalées par Urysohn, Menger, Alexandroff, etc., tout en gardant les principaux avantages des « types de dimensions » de M. Fréchet, savoir : quand la définition de Poincaré s'applique, elles donnent une classification des ensembles plus détaillée que la sienne, et d'autre part, elles permettent de prolonger cette classification détaillée dans les espaces fonctionnels de dimensions infinies.

Considérons une famille F d'ensembles d'un espace distancié [2] R donné d'avance. Nous dirons que F est *une famille régulière* quand elle satisfait aux trois conditions suivantes :

---

(1) Surtout les notions de distance et de voisinage.

(2) Pour la terminologie, nous renverrons à l'ouvrage *Les Espaces abstraits* de M. Fréchet (Gauthier-Villars, 1928).

1° Avec un ensemble $\mathfrak{A}$ de F, F contient tous les ensembles de R homéomorphes à $\mathfrak{A}$.

2° Avec un ensemble $\mathfrak{A}$ de F, F contient tous les sous-ensembles de $\mathfrak{A}$.

3° Avec une suite d'ensembles $\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_3, \ldots$ de F, F contient aussi la somme $A = \mathfrak{A}_1 + \mathfrak{A}_2 + \mathfrak{A}_3 + \ldots$ si tous les $\mathfrak{A}_n$ sont fermés dans la somme A (1).

On voit que les ensembles de dimensions au plus égales à n au sens de Poincaré-Menger-Urysohn forment une famille régulière. Aussi les ensembles de dimensions rationnelles de Hurewicz au plus égales à n et en particulier les ensembles dénombrables forment une famille régulière. La famille de tous les ensembles discontinus est aussi régulière.

Le produit de deux familles régulières est aussi une famille régulière. Et l'on voit qu'étant donné un ensemble M quelconque, il existe une famille F(M) qui est la plus petite de celles qui sont régulières et qui contiennent M. Nous l'appelons une famille régulière *engendrée* par l'ensemble M.

Parmi les éléments N de F(M) engendrée par M, ceux qui satisfont à l'identité

$$F(N) \equiv F(M)$$

forment une classe d'ensembles déterminée par M et que nous désignons par δM. Ces classes peuvent être regardées comme des dimensions intercalées dans celles de Poincaré-Menger-Urysohn quand il s'agit des dimensions finies et comprennent celles de Fréchet. Elles jouissent de plusieurs de leurs propriétés fondamentales.

Mais tout d'abord définissons l'ordre des classes. Étant donnés deux ensembles $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$, on dit que la classe de $\mathfrak{A}$ est égale, supérieure ou inférieure à celle de $\mathfrak{B}$ suivant que $F(\mathfrak{A})$ coïncide avec $F(\mathfrak{B})$, que $F(\mathfrak{B})$ est une vraie partie de $F(\mathfrak{A})$, ou que $F(\mathfrak{A})$ est une vraie partie de $F(\mathfrak{B})$. Si chacune des familles $F(\mathfrak{A})$ et $F(\mathfrak{B})$ a au moins un élément qui n'appartient pas à l'autre, on dit que les deux classes $\delta\mathfrak{A}$ et $\delta\mathfrak{B}$ sont incomparables. Nous représentons les trois premiers cas par les notations $\delta\mathfrak{A} = \delta\mathfrak{B}$, $\delta\mathfrak{A} > \delta\mathfrak{B}$ et $\delta\mathfrak{A} < \delta\mathfrak{B}$ et nous disons qu'elles sont comparables. De la définition on déduit immédiatement que $\mathfrak{A} \supset \mathfrak{B}$ entraîne $\delta\mathfrak{A} \geqq \delta\mathfrak{B}$.

Voyons les relations entre les types de dimensions $\delta\mathfrak{A}$ de Fréchet et nos classes d'ensembles. Le type de dimensions peut être défini par le même procédé que notre classe en partant de la famille F qui satisfait à (1) et (2) sans imposer la condition (3). Et l'on constate :

---

(1) On dit qu'un sous-ensemble B d'un ensemble A est fermé dans A lorsque $B \supset B'.A$.

(I). Pour que deux ensembles $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ satisfassent à $\delta\mathfrak{A} \geqq \delta\mathfrak{B}$, il faut et il suffit qu'il existe une suite de sous-ensembles $\mathfrak{B}_1, \mathfrak{B}_2, \mathfrak{B}_3, \ldots$ de $\mathfrak{B}$ dont la somme soit égale à $\mathfrak{B}$, $\sum_k \mathfrak{B}_k = \mathfrak{B}$, tels que tous les $\mathfrak{B}_k$ soient fermés dans la somme $\mathfrak{B}$ et tels que $d\mathfrak{A} \geqq d\mathfrak{B}_k$.

(II). $d\mathfrak{A} \geqq d\mathfrak{B}$ entraîne $\delta\mathfrak{A} \geqq \delta\mathfrak{B}$.

Mais la réciproque de (II) n'est pas toujours vraie. Comme cas où elle est vraie, on peut citer le suivant.

(III). Pour un ensemble $\mathfrak{B}$ quelconque $\delta\mathfrak{A} \geqq \delta\mathfrak{B}$ entraîne $d\mathfrak{A} \geqq d\mathfrak{B}$, si l'ensemble $\mathfrak{B}$ est compact en soi et si chacune des parties ouvertes de $\mathfrak{B}$ contient un sous-ensemble homéomorphe à $\mathfrak{A}$.

Dans un plan, considérons un cercle C, une droite D et un ensemble E composé de deux droites qui se rencontrent. On a alors d'après (I) $\delta C = \delta D = \delta E$, bien que dC et dE soient incomparables.

Les ensembles dénombrables et non vides forment une classe δR_0 et (III) montre que l'ensemble borné linéaire H parfait et non dense de Cantor contient une partie dont la classe est inférieure à δH et supérieure à δR_0. De même on peut trouver plusieurs classes parmi les ensembles de points du plan. Surtout remarquons que même la famille des ensembles de dimension rationnelle un se décompose en plusieurs classes. Par exemple, l'ensemble M de dimension faible de Sierpinski (¹) et une droite D appartiennent à différentes classes. Ces deux ensembles M et D nous donnent en même temps un exemple de deux classes incomparables.

CINÉMATIQUE APPLIQUÉE. — *Sur un nouveau mode de transmission des rotations avec conservation de la vitesse entre deux arbres à angle variable.* Note (²) de M. **J.-A. Grégoire**, présentée par M. d'Ocagne.

Le joint de Cardan ordinaire transforme une rotation autour d'un premier arbre en une rotation autour d'un autre arbre rencontrant le premier sous un angle quelconque. Pour simplifier, nous donnerons à ces arbres les noms d'arbre d'entrée et d'arbre de sortie.

Quand on veut en outre que les vitesses de rotation soient constamment égales, on a recours au joint de Hooke, combinaison de deux joints de Cardan qui résout théoriquement le problème; mais pratiquement il est

(¹) Sierpinski, *Fundamenta Math.*, 2, 1921, p. 81.

(²) Séance du 13 janvier 1930.

fort difficile de conserver la condition de symétrie nécessaire à la réalisation de ce mécanisme.

Le nouveau joint dont il s'agit fournit une solution pratique du problème. Le principe est le suivant : l'arbre d'entrée et l'arbre de sortie sont guidés par deux pièces terminées par des parties sphériques de même rayon, chaque arbre passant par le centre de la sphère correspondante. Ces deux parties sphériques sont emboîtées l'une dans l'autre, de façon que leurs deux centres coïncident et, par suite, qu'elles arrivent à constituer une sphère unique R au centre de laquelle l'arbre d'entrée et l'arbre de sortie se coupent constamment.

Il suffit dès lors de munir l'extrémité de chaque arbre d'un joint de Cardan ordinaire et de lier ces deux joints par un arbre qui maintienne un axe de chacun des deux croisillons dans un même plan. La réalisation est obtenue au moyen d'un arbre à coulisse, car évidemment la distance des centres des deux croisillons diminue à mesure que l'angle des arbres d'entrée et de sortie augmente.

En vue de réaliser effectivement ce dispositif, les deux arbres sont terminés par des fourches embrassant des noix centrales sur arc supérieur à 180°. Grâce à ces fourches, les arbres maintiennent en liaison ces deux noix sphériques, d'une forme spéciale, qui restent constamment tangentes intérieurement à la sphère R.

D'autre part chacune de ces noix sphériques est munie d'une rainure permettant l'emmanchement de la fourche correspondante. Une des noix porte un tenon, l'autre noix est creusée suivant une mortaise. La mortaise et le tenon sont dans des plans perpendiculaires aux plans des fourches et le tenon qui pénètre dans la mortaise peut prendre toute position compatible avec le mode de liaison des fourches tout en provoquant l'entraînement. Or l'axe de rotation de chaque fourche est dans le plan perpendiculaire à celui des fourches, donc dans les plans de la mortaise ou du tenon. Par suite la mortaise, prisonnière du tenon, force les axes de rotation des deux fourches à rester dans un même plan.

En résumé, par construction, ce système a les propriétés suivantes :

1° Les prolongements des deux arbres se rencontrent, quelles que soient leurs positions, au centre de la sphère R;

2° Les axes de rotation des deux fourches restent constamment dans un même plan.

Voici comment on peut démontrer que les vitesses de rotation autour des deux arbres sont constamment égales, ce que l'on peut exprimer en donnant à ce joint la qualification d'homocinétique :

Soient F et F′ les fourches des arbres A et A′. Ces fourches sont tangentes à la sphère R, puisque les prolongements des arbres A et A′ se coupent au centre Q.

Soit P le plan perpendiculaire au plan de l'angle AQA′ et qui passe par la bissectrice de cet angle. Les centres O et O′ des deux fourches F et F′ sont symétriques par rapport au plan P.

Il faut et il suffit qu'il soit démontré que les plans des deux fourches F et F′ sont symétriques par rapport au plan P ou que les axes de rotation de ces fourches, L et L′, sont eux-mêmes symétriques par rapport à ce plan.

Ces axes sont chacun dans des plans symétriques par rapport à P, qui sont les plans perpendiculaires en O et O′ aux arbres A et A′. Ces deux plans se coupent suivant une droite du plan de symétrie P. Or, les deux axes L et L′ se coupent, puisque par construction ils sont dans un même plan, et ils se coupent en un point de P. Comme de plus ils passent par deux points symétriques O et O′, ils sont eux-mêmes symétriques.

Cela suffit à établir que le joint en question est parfaitement homocinétique.

La réalisation pratique de cette idée théorique a été effectuée de concert avec M. Pierre Fenaille. Le mécanisme ainsi constitué résout de façon simple le problème de la transmission du mouvement du moteur dans les automobiles à roues avant-motrices ainsi que l'expérience l'a déjà prouvé.

ASTRONOMIE. — *Contribution à l'étude de la réduction des clichés photographiques.* Note (1) de M. **Renaux**.

Le point de vue auquel je me place diffère de celui de M. Lagrula dans une Note des *Comptes rendus* de 1929 et des auteurs cités par lui. J'estime que la question doit être reprise. Soient : 1° un cliché C sur lequel un astre P de coordonnées X_p, Y_p est à repérer par rapport à n étoiles de coordonnées X_i, Y_i, (i, 1 à n); 2° un cliché C_c de catalogue photographique, sur lequel X_i^c, Y_i^c sont les coordonnées de l'étoile d'indice i. Il s'agit de calculer les X_p^c, Y_p^c de P. Dans la pratique habituelle, le raccordement introduit des termes du second ordre, calculés au moyen des X, Y, mesurés sur C. Nous les désignons par ξ_i, η_i, pour l'étoile d'indice i; par ξ_p, η_p pour P et nous posons

$$X_i^c = x_i^c + \xi_i, \qquad Y_i^c = y_i^c + \eta_i, \qquad X_p^c = x_p^c + \xi_p, \qquad Y_p^c = y_p^c + \eta_p.$$

(1) Séance du 13 janvier 1930.

Les x^c, y^c sont alors liés linéairement aux X, Y. Par suite la *condition nécessaire et suffisante* pour que les relations $\lambda X_p = \Sigma\lambda_i X_i$, $\lambda Y_p = \Sigma\lambda_i Y_i$, où les λ sont des constantes, conservent la même forme analytique dans le passage aux coordonnées x^c, y^c est que $\lambda = \Sigma\lambda_i$. Nous nous abstenons des considérations mécaniques qui font dévier la question; nous conservons simplement l'homogénéité des relations. Posons

$$x_i = X_i - X_p, \qquad y_i = Y_i - Y_p,$$

nous avons les relations

$$o = \Sigma\lambda_i x_i, \qquad o = \Sigma\lambda_i y_i,$$

qui permettent d'exprimer deux des λ, au moyen des $n-2$ autres. Sur C désignons par $S(i, j, k)$ le double de l'aire algébrique du triangle correspondant aux indices i, j, k par $\sigma(i, j)$ le double de l'aire du triangle correspondant aux indices i, j et p; par $C(i, j, k)$ un coefficient. Nous avons

$$S(i, j, k) = \sigma(i, j) + \sigma(j, k) + \sigma(k, i),$$

puis l'identité

$$C(i, j, k)[\sigma(j, k)x_i + \sigma(k, i)x_j + \sigma(i, j)x_k] = o,$$

avec une identité analogue, dans la parenthèse de laquelle les y remplacent les x.

Donc, pour une *distribution* de N triangles, on a deux identités, respectivement somme des identités avec les x et somme de celles-ci avec les y. Or la *résolution des équations en λ correspond à une distribution de $n-r$ triangles.*

Comme, pour $n > 3$, N peut être $> n-2$ et égal même à $n(n-1)(n-2):6$, on conclut de *nouvelles identités* entre les $\sigma(i, j)$, que l'on peut faire la réduction des coefficients $C(i, j, k)$ à $n-2$ autres, réduction qui nous est indifférente, car, fait important, *elle ne se produit pas sur C_c avec les coordonnées x^c, y^c* et alors *tous les triangles employés sont efficients*. Donc, *il faut rejeter, comme trop restrictive, la méthode des dépendances ou de Schlesinger*. Déterminons les $C(i, j, k)$. Soient l, m les composantes de la translation qui amène la moyenne des x_i^c et celle des y_i^c respectivement sur la moyenne des x_i et celle des y_i. Posons $l + x_i^c = x_i + R_{ix}$, $m + y_i^c = y_i + R_{iy}$ [les résidus R_{ix}, R_{iy} étant très faibles, tous les calculs, aussi ceux des $\sigma(i, j)$, se font en utilisant la table de Crelle]. En vertu des identités relatives aux triangles, on peut écrire

$$S(l + x_p^c) = \Sigma C(i, j, k)[\sigma(j, k)R_{ix} + \sigma(k, i)R_{jx} + \sigma(i, j)R_{kx}],$$
$$S(m + y_p^c) = \Sigma C(i, j, k)[\sigma(j, k)R_{iy} + \sigma(k, i)R_{jy} + \sigma(i, j)R_{ky}],$$
$$S = \Sigma C(i, j, k)S(i, j, k).$$

Il est naturel de rechercher d'une part un mode opératoire indépendant des R_{ix}, R_{iy} et d'utiliser d'autre part la méthode des moindres carrés. Alors et avec des considérations d'homogénéité, on conclut que $C(i.j, k) = S(i, j, k)$. Les aires σ et les produits σR s'effectuent rapidement et la disposition très simple des calculs met en évidence le travail individuel de chaque triangle et celui de l'ensemble, ce qui est *un excellent moyen de contrôle*. On remarquera, fait important, que, la distribution étant fixée, il n'y a plus un seul coefficient arbitraire. Le rejet de la méthode de Schlesinger permet un choix judicieux de la distribution à laquelle est attachée la seule part d'arbitraire. Pour cinq étoiles de repère (pratiquement on ne dépasse pas ce nombre) on a dix triangles; mais pour la rapidité du travail on s'en tient au plus à cinq d'entre eux. Lorsque les cinq étoiles jouent le même rôle, on a de très bons groupes de distributions à cinq triangles et, quand une étoile a un rôle privilégié, d'excellentes distributions à quatre, trois et même deux triangles. On ne peut préciser ici tous les détails techniques. Je me réserve d'étudier à fond la question, de traiter des exemples et de mettre en évidence les qualités de cette méthode *universelle*. Par le calcul direct des X^c, Y^c, elle s'applique aux catalogues ordinaires.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Nouveau photomètre astronomique à plages; application à l'étude de deux variables à éclipses.* Note [1] de M. J. **Dufay**, présentée par M. Ch. Fabry.

I. Les photomètres à plages lumineuses permettent, avec un nombre restreint de pointés, de mesurer la différence des grandeurs de deux étoiles brillantes à $\frac{2}{100}$ de magnitude près environ [2]. La méthode correcte consiste à placer l'œil au foyer d'un objectif, de manière à recevoir sur la pupille l'image de la source étudiée [3]. Quel que soit le diamètre apparent de celle-ci, l'objectif paraît alors uniformément éclairé. Mais l'installation d'une plage de comparaison réglable, au voisinage de l'objectif, présente quelque difficulté sur une lunette de grandes dimensions. On peut alors être conduit à viser une image de l'objectif donnée par un système optique quelconque.

---

(1) Séance du 13 janvier 1930.

(2) J. Dufay. *Rev. Opt.*, 8, 1929, p. 321.

(3) Comme dans le photomètre universel sans écran diffusant de Fabry et Buisson et les instruments analogues.

Il est particulièrement commode de prendre comme plage photométrique le *cercle oculaire* de la lunette, munie d'un oculaire à faible grossissement. On l'examine avec une loupe projetant une image de l'astre du centre de l'œilleton qui définit la position de l'œil. Si la loupe a une puissance égale à celle de l'oculaire, on réalise pratiquement les mêmes conditions qu'en plaçant directement l'œil au foyer de l'objectif (plage de même diamètre apparent, et, aux pertes près, de même brillance). Dans le dispositif que j'ai adapté sur le sidérostat de l'Observatoire de Lyon (diamètre de l'objectif 32^{cm}, longueur focale 630^{cm}), la plage de comparaison, située dans le plan du cercle oculaire, est constituée par un diffuseur blanc, éclairé par une petite lampe à incandescence à travers un coin absorbant gris neutre. L'ensemble du photomètre, très compact, est mobile sur des glissières et peut être mis en place instantanément derrière l'oculaire.

II. Cet instrument m'a servi à étudier plusieurs étoiles variables à courtes périodes, avec la collaboration de M. R. Gindre. Les observations sont faites à travers le filtre vert Wratten n° 59, qui donne la même couleur aux deux plages. L'étoile de comparaison est choisie dans chaque cas assez près de la variable, pour que l'influence de l'absorption différentielle soit toujours négligeable. La scintillation, qui se manifeste par une agitation plus ou moins marquée de la plage stellaire, ne s'est montrée réellement gênante que quatre ou cinq fois, sur une centaine de nuits d'observation. Voici, brièvement résumés, les résultats relatifs à deux étoiles, pour lesquelles la réduction des mesures est achevée :

1° *u Herculis* (type β Lyræ, période 2,051027 jours; étoile de comparaison *ω Herculis*). — 65 mesures photométriques, dont 22 faites par M. Gindre, m'ont permis de tracer une courbe de lumière qui représente nos observations avec un écart moyen de 0,024 magnitude, et de 0,019 magnitude seulement, si l'on élimine 5 points douteux obtenus dans des conditions atmosphériques défavorables.

Alors que les anciennes mesures visuelles de Wendell indiquaient pour le minimum principal et pour le minimum secondaire des amplitudes de 0,71 et 0,23 magn. [1], nous trouvons respectivement 0,64 et 0,28 magn. L'accord de ces dernières valeurs avec celles qui résultent des nombreuses mesures photographiques de Baker (0,65 et 0,30 magn.) [2], et des

---

(1) F. Schlesinger et R. H. Baker, *Publ. Allegheny Obs.*, 2, ix, 1912, p. 51.

(2) R. H. Baker, *Laws Obs. Bull.*, 2, xxviii, 1921, p. 209.

mesures photo-électriques de Guthnick, de Pavel et de Baker ([1]), montre que les deux composantes du système ont bien sensiblement la même couleur, comme le suggérait l'étude spectroscopique de la variable.

2° *d Cygni* (type β Lyræ, étoile de comparaison ψ *Cygni*). — 78 mesures photométriques, dont 25 faites par M. Gindre, confirment presque exactement les résultats obtenus par M. A. Danjon, qui a découvert la variabilité de cette étoile en 1920 ([2]). La période résultant de nos observations est de 2 minutes plus courte seulement que la période donnée, à une ou deux minutes près, par M. Danjon. Les éléments obtenus sont :

Min = jour julien héliocentrique 2425679,930 + 1,0800 E.

La profondeur du minimum principal est de 0,23 magn., celle du minimum secondaire de 0,13 magn. et l'écart moyen de nos points par rapport à la courbe de lumière tracée de 0,015 magn.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Sur le vieillissement des métaux écrouis.* Note ([3]) de M. **J. Galibourg**, présentée par M. L. Guillet.

J'ai signalé ([4]) que l'on pouvait observer le phénomène du vieillissement dans le cas du nickel écroui par traction et maintenu quelque temps à 175-180°. En poursuivant cette étude, j'ai constaté que les variations de propriétés mécaniques, accompagnant le vieillissement, se manifestaient dès la température ordinaire, comme dans le cas des aciers.

1° Six barreaux de nickel recuits dans l'hydrogène ont été soumis à un effort de traction de 30^{kg} par millimètre carré, supérieur de 20^{kg} par millimètre carré à la limite élastique. Deux de ces barreaux ont été conservés à la température ordinaire, deux à 175-180° et deux à 225-235°. Après des temps variés, on les a soumis à un deuxième essai de traction en mesurant la nouvelle limite élastique et la longueur du palier. Le tableau montre la variation de ces deux grandeurs en fonction de la température et de la durée du vieillissement. La variation en fonction du temps est moins accentuée et plus lente que dans le cas de l'acier mais elle apparaît également dès 15°.

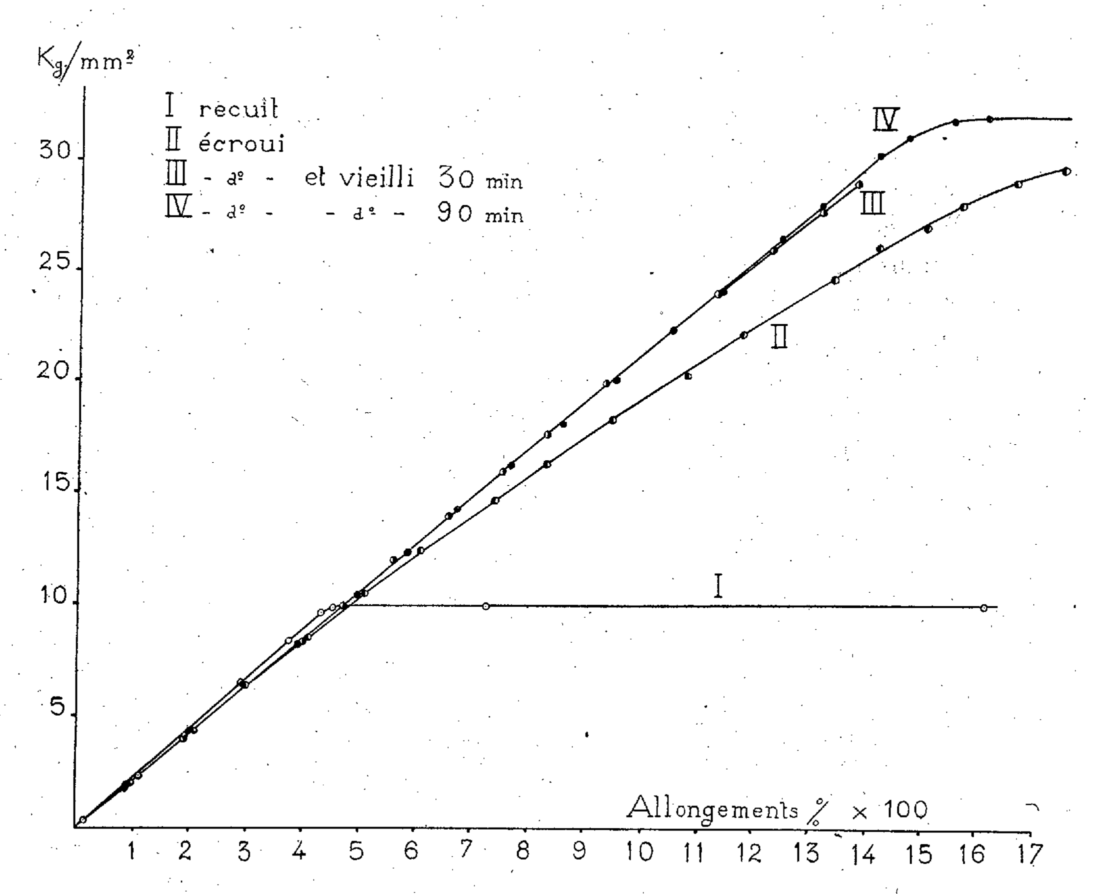
([1]) F. Pavel, *Ast. Nachr.*, **217**, 1922, col. 177. — R. H. Baker, *Lick Obs. Bull.*, **12**, CCCLXXVIII, 1926, p. 130.

([2]) A. Danjon, *Comptes rendus*, **171**, 1920, p. 901.

([3]) Séance du 13 janvier 1930.

([4]) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 993.

Température de vieillissement.	Durée du vieillissement.	Charge maxima atteinte au cours de la première traction produisant l'écrouissage (kg/mm²).	Charge correspondant au palier réapparu après vieillissement (kg/mm²).	Valeur du relèvement de la limite élastique apparente (kg/mm²).	Longueur du palier exprimée en millimètres pour 100mm de longueur initiale.
15°	17 jours	30	30,6	0,6	0,18
	92 jours	30	30,8	0,8	0,36
175-180°	30 m.	30	31,2	1,2	0,515
	4 h. 30 m.	30	32,2	2,2	0,785
225-235°	5 m.	30	31,7	1,7	0,64
	30 m.	30	31,8	1,8	0,68



2° Un barreau de nickel a été soumis à un essai de traction jusqu'à 30kg par millimètre carré et immédiatement après à un deuxième essai jusqu'à

la même charge. Après avoir déchargé le barreau, on l'a chauffé à 220-230° pendant une demi-heure et soumis à un troisième essai de traction jusqu'à 28^{kg} par millimètre carré; on l'a encore déchargé, chauffé une heure à 220-230° et tractionné jusqu'à 32^{kg} par millimètre carré. Dans ces derniers essais de traction, les allongements étaient mesurés avec l'élasticimètre de Martens donnant la précision de $\frac{1}{500}$ de millimètre.

La figure ci-dessus résume les résultats des mesures. La courbe de traction, après écrouissage, (II) incurvée dès l'origine des coordonnées, s'est redressée après le vieillissement d'une demi-heure à 220-230° (III) et plus encore après le vieillissement d'une heure à 220-230° (IV).

OPTIQUE. — *Sur l'absorption des sels de cobalt en solutions concentrées.* Note de M. **P. Vaillant**, présentée par M. A. Cotton.

J'appelle solutions concentrées des solutions qui, du point de vue d'Arrhenius, sont très incomplètement ionisées, qu'elles soient effectivement concentrées en sels de cobalt, ou qu'elles contiennent des électrolytes étrangers ou des solvants autres que l'eau. J'ai déjà montré [1] que, pour les solutions de $CoCl^2$, les écarts avec la loi de Beer s'interprètent par un déplacement de Kundt et un changement d'intensité de la bande d'absorption, les ordonnées relatives de cette bande n'étant pas modifiées.

J'ai entrepris depuis une comparaison analogue sur des solutions d'anions différents : solutions aqueuses binormales de chlorure et de nitrate de cobalt, solution demi-normale de sulfate, solutions $\frac{1}{5}$ normales de nitrate dans le chlorure et le sulfate de zinc très concentrés. Comme dans le cas précédent, les mesures se font au spectrophotomètre Yvon employé avec cellule au potassium, et portent sur onze λ équidistants dans l'intervalle 5000-6000 ^{Å}. La cuve à absorption a une épaisseur réglable entre 0 et 10^{mm}, à $\frac{1}{100}$ de millimètre près.

Si, pour une solution de concentration molaire n, examinée sous l'épaisseur l, α représente, pour un λ donné, le complément de l'angle des nicols qui correspond à l'équilibre photo-électrique, on a

$$nl\beta = k + 2\,\text{colog}\sin\alpha,$$

k étant une constante et β le coefficient d'absorption moléculaire de la solution pour le λ considéré.

---

(1) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 747.

Dans mes premières expériences, la constante k était éliminée par deux mesures successives sous les épaisseurs l et $2l$. Cette façon d'opérer a l'inconvénient d'augmenter les erreurs relatives. On a jugé préférable, pour les mesures actuelles, de régler les épaisseurs l de façon que, dans les cinq solutions examinées, $nl\beta$ ait même valeur maxima, autrement dit que les bandes d'absorption aient la même intensité. La constante k était déterminée approximativement par expériences préalables. Les valeurs de β qu'on en déduit ne sont connues que de manière approchée, mais la connaissance exacte de ces valeurs est sans grand intérêt pour le but poursuivi.

Avec ce mode opératoire, si le déplacement de Kündt intervient seul pour modifier le spectre d'absorption, les courbes spectrales obtenues doivent se superposer par simple glissement. C'est ce que vérifie l'expérience au degré de précision des mesures. Dans le tableau ci-dessous, λ_m représente l'emplacement du maximum, β_m le coefficient d'absorption maximum, celui de la solution 1 étant pris pour unité (d'après ce qui précède, β_m n'est connu que de façon approchée), a_1, b_1, a_2, b_2 les coefficients des deux relations linéaires

$$nl\beta = a_1 - b_1(\lambda_m - \lambda),$$
$$nl\beta = a_2 - b_2(\lambda - \lambda_m),$$

équations des deux rampes d'accès au maximum, montante et descendante, rampes qui sont rectilignes sur une grande étendue.

	λ_m.	β_m.	$a_1 \times 10^3$.	$b_1 \times 10^5$.	$a_2 \times 10^3$.	$b_2 \times 10^5$.
$CoCl^2$	5520	1	1806	117	1953	234
$Co(NO^3)^2$	5450	0,53	1812	116	1957	255
$CoSO^4$	5460	0,52	1800	114	1942	251
$Co(NO^3)^2$ dans $ZnCl^2$	5480	0,92	1819	116	1950	242
$Co(NO^3)^2$ dans $ZnSO^4$	5470	0,79	1814	117	1911	245

L'accord est bien de l'ordre de précision des mesures.

De l'ensemble des résultats obtenus, on peut conclure que, pour les solutions salines de cobalt, les modifications qu'entraînent dans le spectre d'absorption la substitution d'un anion à un autre ou un changement de concentration ou un changement de solvant se réduisent à un déplacement de Kündt et à un changement d'intensité, celle-ci augmentant d'une façon générale quand, au sens d'Arrhenius, la dissociation diminue. Ces résultats ne sont pas nécessairement contradictoires avec la théorie des ions si l'on admet que l'association de l'ion Co^{++} à un radical acide modifie en grandeur les propriétés absorbantes du premier sans en altérer sensiblement la loi de variation avec λ. Si l'on veut les interpréter dans la théorie de l'activité, il

faudra admettre que l'absorption de l'ion Co^{++} augmente quand son activité diminue. De toutes façons, le départ entre les deux points de vue ne pourra être fait qu'après de nouvelles mesures sur des solutions de degrés de dissociation ou d'activités connus.

SPECTROSCOPIE. — *Analyse spectrographique des cendres d'organes.* Note de MM. **P. Dutoit** et **Chr. Zbinden**, présentée par M. G. Urbain.

Les cendres d'une cinquantaine d'organes humains ont été soumises à l'analyse spectrographique par la méthode des spectres d'arc rendue grossièrement quantitative. Les organes provenaient tous d'adultes et avaient été reconnus normaux à l'autopsie. Il a été fait, pour chaque organe, au moins 5 spectres, se rapportant à autant d'individus différents.

On a retrouvé, d'une manière générale, les mêmes éléments que dans le sang [1]. Mais le spectrographe permet de les localiser grossièrement dans les organes.

L'argent s'accumule dans l'utérus, les ovaires et la thyroïde. Il existe en plus petite quantité dans les autres organes et en traces dans le cœur, la rate et le rein.

L'aluminium s'accumule dans les poumons, le rein, le cœur et les capsules surrénales. Il existe en plus petite quantité dans les autres organes et en traces dans les testicules et le pancréas.

Le cobalt et le nickel ne sont décelés avec netteté, par le spectrographe, que dans le pancréas. On les observe en traces dans les autres organes, à l'exception du foie où ils ne sont pas décelés.

Le chrome se trouve en traces dans tous les organes, un peu plus accusé dans la thyroïde et la rate.

Le cuivre est abondant dans les poumons, le foie et le cœur, en quantité plus faible dans les autres organes et spécialement dans le rein et la rate.

Le plomb est relativement abondant dans tous les organes, spécialement dans le pancréas, le foie et la thyroïde. Les quantités les plus faibles ont été trouvées dans la rate, l'utérus et les ovaires.

L'étain est abondant dans tous les organes et plus spécialement dans le cerveau, la rate et la thyroïde.

Le titane s'accumule dans les poumons et n'existe qu'à l'état de traces dans les autres organes.

Le zinc est, comme on sait, l'élément dominant des organes génitaux et

---

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1628-1629.

de la thyroïde. Il existe aussi dans les autres organes, sauf dans le cœur.

La méthode spectrographique, même lorsqu'elle est rendue grossièrement quantitative, ne permet pas de localiser avec plus de précision les éléments minéraux des organes. Sa sensibilité est aussi trop variable, d'un élément à l'autre. Ainsi le bore, qui ne possède pas de raie spectrale dans la région étudiée, n'est pas décelé. Il sera donc nécessaire de contrôler nos résultats par des analyses quantitatives. Seuls des dosages précis, comme ceux qui ont été inaugurés par M. G. Bertrand, dans ses recherches classiques sur la répartition du Mn, du Ni, du Co, du Zn, etc., dans les organismes animaux, permettront d'aborder le rôle physiologique de ceux des éléments qui n'étaient pas reconnus jusqu'ici comme des constituants normaux de l'organisme humain, de l'argent en particulier.

SPECTROSCOPIE. — *Sur le spectre de l'aluminium dans l'ultraviolet extrême* (1). Note (2) de MM. **Edlen** et **Ericson**, présentée par M. M. de Broglie.

Le spectre de l'aluminium s'allonge sur les spectrogrammes jusqu'à 104,0 Å. Nous avons obtenu un grand nombre de lignes au-dessous de 230 Å avec des électrodes et des conditions d'ionisation différentes sans retrouver avec certitude aucune des raies mesurées par Millikan et Bowen (*Phys. Rev.*, 23, 1924, p. 1). Au-dessus de cette limite la concordance est meilleure. La raie la plus forte dans le spectre d'aluminium avec la nouvelle étincelle est sans comparaison le doublet, auparavant inconnu, de 278,720 et 281,402 Å. Les conditions singulières d'ionisation dans l'étincelle sont illustrées par le fait que ces raies, qui dans le troisième ordre tombent près de la raie multiple 834 Å, y sont considérablement plus intenses qu'aucune des raies de l'oxygène. Nous pouvons les suivre dans la série des éléments :

$$2s^2p^5\,{}^2P - 2sp^6\,{}^2S.$$

	Int.	λ Å.	ν cm⁻¹.	Diff.	Δν du doublet.
Na III	2	378,120	264466		
	1,5	380,091	263095	47077	1371
Mg IV	8	320,983	311543		
	7	323,286	309324	47240	2219
Al V	15	278,720	358783		
	12	281,402	355363		3420

(1) Voir *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 116.

(2) Séance du 13 janvier 1930.

Une augmentation de l'ionisation se révèle encore par le groupe *pp'*, que Bowen (*Phys. Rev.*, 29, 1927, p. 246) a trouvé pour F II. Le groupe correspondant a maintenant été obtenu pour Mg et Al avec toutes les six composantes bien séparées déjà dans le premier ordre.

Groupe pp' $\left\{ \begin{array}{l} (aP = 2s^2p^{4\,3}P), \\ (bP = 2s\,p^{5\,3}P). \end{array} \right.$

	Int.	λ Å.	ν cm⁻¹.	
F II	8	605,67	165 106	$aP_2 - bP_1$
	7	606,27	164 943	$aP_1 - bP_0$
	9	606,81	164 796	$aP_2 - bP_2$
	4	606,95	164 758	$aP_1 - bP_1$
	7	607,48	164 614	$aP_0 - bP_1$
	8	608,06	164 457	$aP_1 - bP_2$
Ne III		488	205 000	
Na IV		408	245 000	

	Int.	λ Å.	ν cm⁻¹.	
Mg V	1	351,070	284 844	$aP_2 - bP_1$
	1	352,190	283 938	$aP_1 - bP_0$
	2	353,080	283 222	$aP_2 - bP_2$
	0,5	353,291	283 053	$aP_1 - bP_1$
	1	354,200	282 326	$aP_0 - bP_1$
	1	355,315	281 440	$aP_1 - bP_2$
Al VI	2	307,261	325 456	$aP_2 - bP_1$
	2	308,575	324 070	$aP_1 - bP_0$
	3	309,588	323 010	$aP_2 - bP_2$
	1	309,862	322 724	$aP_1 - bP_1$
	2	310,909	321 637	$aP_0 - bP_1$
	2	312,249	320 257	$aP_1 - bP_2$

Les longueurs d'onde sont calculées à l'aide des raies étalons, que nous avons déterminées jusqu'à 100 Å. La précision dépend du pouvoir séparateur. A cet égard on peut se faire une idée des avantages du spectrographe employé en faisant une comparaison entre les reproductions des spectres du cuivre de Millikan et Bowen (*Phys. Rev.*, 23, 1924, p. 1), de J. Thibaud (*Journ. de Phys.*, 8, 1927, p. 13) et celle parue dans *Nature* (*London*) du 2 novembre 1929.

PHYSIQUE. — *Sur les moyens de décider entre la nature corpusculaire et la nature purement ondulatoire de la lumière et des radiations* X. Note de **M. E. Sevin**, présentée par M. d'Ocagne.

Nous avons donné [1], la théorie ondulatoire du phénomène de Compton et montré que ce phénomène était réversible. Dans la réflexion et la diffraction des électrons par les cristaux, il apparaît, tant sous sa forme directe que sous forme inverse, et il fait intervenir une onde, de longueur

$$\frac{h\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{m_0 v}$$

qui se propage avec la vitesse de la lumière.

Aujourd'hui nous croyons devoir attirer l'attention des physiciens sur tout un domaine de recherches qui n'a pas encore été exploré; cette étude présente d'ailleurs un grand intérêt, parce que les expériences à réaliser doivent permettre de décider entre la nature corpusculaire et la nature purement ondulatoire de la lumière et des radiations X. Le bombardement des cristaux par les flots d'électrons ne constitue pas l'unique champ d'expérience auquel ceux-ci peuvent être soumis, et la voie expérimentale, dans laquelle nous proposons d'entrer, est celle de l'étude de l'action des radiations X sur ces flots.

D'après la théorie corpusculaire, lorsqu'un flot de vitesse $\vec{v}'$ se trouve soumis à une radiation de fréquence ν', la plupart des électrons doivent échapper aux photons et conserver leur vitesse. Quant aux chocs qui se produisent, ils obéissent à une loi analogue à celle de Compton et Debye, et les électrons, intéressés par ces chocs, sont dispersés, dans des azimuts variables, avec une vitesse qui se superpose à $\vec{v}'$. En fin de compte, pour un certain nombre d'électrons, l'allure du phénomène est très irrégulière; mais, pour le gros du flot, on doit retrouver la vitesse $\vec{v}'$.

Le processus ondulatoire, auquel nous sommes parvenu, conduit à des résultats bien différents. En effet, dans la Note sus-visée, nous avons montré que, dans une radiation X de longueur d'onde l, l'énergie des électrons

[1] *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 911.

libres ne pouvait prendre qu'une série discrète de grandeurs tout à fait analogues à celles qui correspondent aux niveaux des électrons liés aux atomes, dans l'onde stationnaire qui entoure le noyau. Les longueurs développées, des trajectoires des électrons liés, ont pour expression :

$$2\pi r = n\frac{h\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{m_0 v},$$

et, d'après la loi que nous avons donnée, la longueur d'onde de la radiation X s'écrit de même :

$$l = n\frac{h\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{m_0 v},$$

d'où

$$v = n\frac{h\nu'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{m_0 c},$$

avec $n = 1, 2, 3, \ldots$.

Si donc on lance un flot d'électrons, de vitesse $\vec{v}$, dans la direction même de la propagation d'une radiation X, tous les électrons de ce flot doivent prendre une des vitesses données par cette formule. Il est probable que, tout comme pour les électrons liés, les vitesses en rapport avec $n = 2, 3, \ldots$ sont moins stables que celle qui correspond à $n = 1$. Seule l'expérience permettra de conclure sur la possibilité de les réaliser; mais, si l'on peut les observer, on devra, en même temps, constater une diffusion de la radiation comportant une modification de la longueur d'onde égale à 2, 3, ... fois celle qui se manifeste dans le phénomène de Compton. Il va d'ailleurs sans dire qu'il suffira de porter un flot de très faible vitesse à la vitesse correspondant à $n = 1$ pour décider en faveur de la conception ondulatoire.

Pour obtenir un résultat bien régulier, il conviendra de recourir à un flot léger relativement à l'intensité de la radiation.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Solutions superficielles sur le mercure. Étude de l'acide oléique.* Note de M. **Fahir Émir**, présentée par M. Jean Perrin.

Il est exceptionnel qu'une solution superficielle sur l'eau soit rigoureusement insoluble. Au contraire, de nombreux corps donnent des solutions

superficielles sur le mercure (huiles, solution de savon, sels, etc.) (¹); malheureusement ce support s'oxyde spontanément à l'air.

En m'inspirant de la technique de M. Devaux pour l'étude des solutions superficielles sur le mercure à l'air libre, d'une part; de la technique et des montages de M. A. Marcelin (²) pour l'étude des solutions superficielles sur l'eau, d'autre part, j'ai été conduit, suivant les suggestions de M. A. Marcelin, à établir un appareillage permettant l'étude des solutions superficielles sur le mercure à l'abri de l'air.

Appareillage. — Le fond de la cuve est constitué par une plaque de pyrex de 44×17^{cm}; les bords consistent en quatre bandes de verre de 1^{cm} de largeur, de 4^{mm} de hauteur, posées à plat sur la plaque de pyrex; les quatre bandes délimitent une cuve rectangulaire de 41×14 de surface intérieure. Le contact étroit des bandes de verre avec la plaque qui les supporte est assuré par de petits étaux, ce qui évite tout collage.

La cuve est remplie de mercure de telle façon que la surface libre du liquide se trouve dans le même plan horizontal que la face supérieure des bandes de verre; de cette manière, un cadre plat délimitant intérieurement un rectangle de dimensions légèrement inférieures à celles de la cuve peut reposer à plat, à la fois sur le mercure et sur les lames de verre, et de la sorte, formant un pont par-dessus le ménisque du mercure au contact des bords de la cuve, délimite sur le mercure une surface dépourvue de ménisque.

Le cadre est immobilisé par les mêmes petits étaux qui assujettissent les bandes de verre contre la plaque de pyrex; il est découpé dans de la cellophane, matière qui adhère parfaitement au mercure, et il est coupé transversalement par une bandelette formant soupape, solidaire du fil de torsion vertical, découpée dans du mica mince, et s'appuyant sur deux petits épaulements de mica. La soupape divise la surface rectangulaire en deux parties, l'une qui forme corps de pompe où l'on déposera la solution superficielle à étudier, l'autre où l'on réalisera le vide superficiel aussi parfaitement que possible. Les deux surfaces sont essuyées d'un seul coup, lorsque la soupape est soulevée au-dessus de la surface, par raclage à l'aide de lames de cellophane préalablement lavées dans du benzène distillé. Ces lames sont ensuite récupérées par essuyage au coton et un second lavage.

(¹) Devaux, *Étude des propriétés de la surface du mercure* (*Procès-verbaux des séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 1926-1927, p. 8).

(²) André Marcelin, *Annales de Physique*, 10ᵉ série, 4, 1925, p. 485 et suiv.

On facilite l'essuyage en pratiquant sur le côté du cadre opposé au corps de pompe une entaille en forme de V dans laquelle on rassemble les impuretés raclées. Le corps de pompe comporte un piston, bande de cellophane épaisse, dont la translation est commandée par vis et écrou.

La cuve à mercure est portée par un support à vis calantes qui repose sur le fond d'une cuve à photographie en porcelaine.

Tout l'appareil est placé dans une cage vitrée où circule un courant d'azote. La cage est pourvue de trois panneaux à charnières; elle est flanquée d'une tourelle contenant un fil de torsion. Le tamis à talc, la translation de la bandelette-piston, la torsion du fil de suspension sont commandés de l'extérieur.

Mode opératoire. — Tout l'appareillage est abandonné pendant 48 heures dans le mélange chromique, puis lavé, séché et remis en place (1). La circulation du courant d'azote étant rétablie, la cuve est remplie avec du mercure provenant *directement* de l'appareil à distillation; cette distillation est elle-même effectuée dans un courant d'azote.

Le couvercle de la cage n'est ouvert que durant un très court instant pour essuyer la surface et déposer la goutte de la solution titrée dans le corps de pompe.

Résultats. — Malgré toutes les précautions prises, nous n'avons pu éliminer complètement l'oxydation de la surface du mercure; en attendant des perfectionnements nouveaux qui éviteraient d'ouvrir la cage nous pouvons dès maintenant énoncer avec certitude les résultats se rapportant aux solutions superficielles relativement concentrées :

1° La solution superficielle de l'acide oléique sur le mercure se comporte comme la solution superficielle de cette même substance sur l'eau et donne lieu au phénomène de saturation. La courbe de détente, à partir d'une solution superficielle très saturée, comporte un palier suivi d'une courbe de détente.

2° La pression superficielle correspondant au palier de saturation est égale à 60 dynes/cm (soit environ le double de la pression de saturation sur l'eau).

3° L'épaisseur du film saturé est égale à 24 Å; elle était de 23 Å sur l'eau; les résultats sont donc identiques et l'hypothèse de la juxtaposition moléculaire au point de saturation se trouve confirmée; il y a lieu de croire que l'orientation des molécules d'acide oléique est la même sur le mercure et sur l'eau.

---

(1) Les joints de la cage sont obturés à la plastiline.

RADIOCHIMIE. — *Chaleur de dissociation de la molécule d'oxygène et énergie d'activation de l'atome d'oxygène.* Note de M. **Victor Henri**, présentée par M. Jean Perrin.

La détermination de la chaleur de dissociation de la molécule d'oxygène a une très grande importance pour l'étude du mécanisme des réactions d'oxydation, en particulier des conditions de combustion et d'explosion des mélanges de vapeurs diverses avec l'oxygène.

Cette chaleur de dissociation a été d'abord calculée par Birge et Sponer (*Phys. Rev.*, 28, 1926, p. 259) à partir de la convergence des séries des spectres d'absorption de l'oxygène; ils ont obtenu 11,5 volts, soit 163000^{cal}.

Puis Birge a apporté des corrections à ses premiers calculs et il a obtenu (*Phys. Rev.*, octobre 1929) 5,6 à 6,5 volts (129000 à 150000^{cal}). Kassel (*Phys. Rev.*, 34, 1929, p. 817) a calculé à partir de la dissociution photochimique de l'ozone 5,0 à 5,5 volts (115000 à 128000^{cal}). Enfin Mecke (*Naturwissenschaften*, 20 décembre 1929) a calculé à partir des expériences de Norrish sur la dissociation photochimique de NO^2 la valeur de 5,6 volts.

Nous avons étudié avec L. Harris le spectre d'absorption de NO^2 gazeux. Ce spectre se compose de deux régions : l'une, depuis le rouge jusque vers 2900 Å, est formée d'un très grand nombre de bandes et raies fines qui entre 3800 et 3700 Å deviennent floues et continues, ce qui correspond à une première limite de prédissociation de la molécule NO^2. Cette limite correspond très exactement à la limite d'action photochimique des rayons ultraviolets observée par Norrish dans la décomposition de NO^2 en NO et oxygène.

L'autre région entre 2600 et environ 2200 Å se compose d'une série de bandes avec une belle structure fine de rotation double entre 2600 et 2459 Å, puis brusquement la structure fine disparaît et l'on observe environ 8 à 10 bandes floues n'ayant plus aucune structure fine. Il existe donc une deuxième limite de prédissociation pour $\lambda = 2459$ Å.

La signification physique de ces deux limites de prédissociation correspond à une dissociation de NO^2 en NO et : 1° un atome d'oxygène normal pour $\lambda = 3700$ Å, et 2° un atome d'oxygène activé pour $\lambda = 2459$ Å. On en

déduit pour les deux réactions :

$$NO^2 \rightarrow NO + O - 77000^{cal},$$
$$NO^2 \rightarrow NO + O^* - 116000^{cal}.$$

Étant donné que l'on a $NO^2 \rightarrow NO + \frac{1}{2}O^2 - 13000^{cal}$ on déduit pour la chaleur de dissociation de l'oxygène $O^2 \rightarrow O + O - 136000^{cal}$ (5,5 volts), et pour l'énergie d'activation de l'atome d'oxygène.

$$O \rightarrow O^* - 39000^{cal} \text{ (1,7 volt + 13700 cm}^{-1}\text{)}.$$

Le premier état d'activation de l'atome d'oxygène correspond au passage de l'état normal $^3P_2$ à l'état métastable ^1D.

La position de ce terme ^1D n'est pas connue. D'après les calculs approximatifs de Bowen et Kaplan (*Phys. Rev.*, 33, 1929, p. 638) il correspondrait environ à 2 volts ($46000^{cal} = 16200$ cm^{-1}). D'après R. Frerichs (*Phys. Rev.*, 34, novembre 1929, p. 1239) il serait environ égal à 15500 cm^{-1} (1,9 volt). Enfin, d'après les calculs par analogie avec les spectres de Se et Te (McLennan, *Nature*, 7 décembre, 1929, p. 874) il sereit égal à 10587 cm^{-1} (1,3 volt).

Nous trouvons à partir de la position de la deuxième limite de prédissociation de NO_2, pour le terme ^1D, la valeur 13700 cm^{-1} (1,7 volt). Ce terme est, on le voit, intermédiaire entre ceux qui ont été proposés par différents auteurs.

Ces résultats confirment une fois de plus la théorie que nous avons émise il y a plusieurs années que la limite de la prédissociation correspond à la limite de dissociation de la molécule normale en divers constituants.

Nous trouvons actuellement que l'existence de plusieurs limites de prédissociation s'explique par la possibilité de plusieurs modes de dissociation de la molécule, avec production soit d'atomes normaux, soit d'atomes activés.

L'énergie de dissociation normale de la molécule d'oxygène est ainsi égale à 128000^{cal}. Celle donnant lieu à un atome normal $^3P_2$ et à un atome métastable ^1D est égale à 167000^{cal}. On peut donc, pour chaque température correspondant aux réactions de combustion ou d'explosion, calculer la proportion d'oxygène atomique normal et celle d'oxygène atomique particulièrement actif se trouvant dans l'état ^1D. Cet oxygène, qui est métastable, a une durée de vie très grande et peut ainsi engendrer des réactions chimiques en chaînes.

La position du terme ^1D de l'atome d'oxygène a un intérêt également pour l'analyse du spectre de l'oxygène. En effet, on sait (McLennan, *Proc. Roy. Soc.*, 120, 1928, p. 327) que la raie verte de l'aurore boréale $\lambda = 5577,34$ Å (17925 cm^{-1}) correspond au passage de l'atome d'oxygène de l'état métastable ^1S à l'état métastable ^1D. La valeur du niveau ^1S n'est pas connue. Étant donné que nous trouvons pour le ^1D le niveau 13700 cm^{-1}, nous en déduisons pour l'état ^1S :

$$13700 + 17925 = 31625 \ (3,9 \text{ cm}^{-1} \text{ volts}).$$

Enfin il y a lieu de remarquer que le fait que le peroxyde d'azote peut engendrer par dissociation un atome d'oxygène à l'état métastable, suggère une explication du mode de production de la raie verte de l'aurore boréale : il y aurait formation des composés oxygénés de l'azote, qui ensuite seraient dissociés par les rayons ou par les électrons solaires en donnant de l'oxygène métastable à l'état ^1S.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Oxyde mixte de nickel-cobalt et ferrite correspondant.* Note (1) de Mlle **Suzanne Veil**, présentée par M. G. Urbain.

On a montré précédemment (2), à propos de quelques spinelles, comment l'analyse magnétique est susceptible de s'appliquer à l'étude du précipité mixte, résultant de l'action d'un alcali sur un mélange de deux sels. Dans le cas où l'on part de mélanges de solutions ferriques et nickeleuses ou cobalteuses, les précipités deviennent ferromagnétiques après calcination. Ces propriétés ferromagnétiques sont les plus marquées dans la région où les deux constituants interviennent molécule à molécule, c'est-à-dire dans la région du spinelle.

Dans le processus, les oxydes de nickel et de cobalt se comportent de manière entièrement analogue, encore que le ferrite de nickel soit sensiblement plus magnétique que le ferrite de cobalt. On pouvait alors se demander ce qu'il advient lorsque les oxydes de nickel et de cobalt sont l'un et l'autre présents dans le ferrite (mélange ternaire d'oxydes).

Comme recherche préliminaire, nous avons observé d'abord les circonstances de la précipitation simultanée de solutions nickeleuses et cobalteuses, seules en présence (mélange binaire).

---

(1) Séance du 13 janvier 1930.
(2) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 330.

Les précipitations faites au moyen de la soude ont toujours eu lieu à froid, comme précédemment, et dans des conditions aussi identiques que possible. Ceci afin de réduire, au maximum, les perturbations provenant de l'évolution magnétique éventuelle des hydroxydes en suspension dans l'eau.

Sulfate nickeleux + sulfate cobalteux.

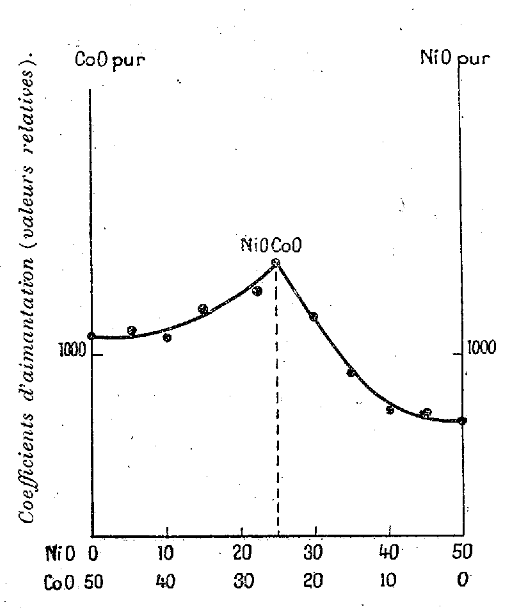


Fig. 1. — Précipitation par la soude et calcination (substances paramagnétiques).

Sulfate ferrique 68 pour 100.
Sulfate nickeleux + sulfate cobalteux 32 pour 100.

Fig. 2. — Précipitation par la soude et calcination (substances ferromagnétiques).

1° *Précipitation de mélanges binaires de solutions nickeleuses et cobalteuses.* — Conformément à la méthode précédemment adoptée, nous avons mis en expérience des mélanges, en proportions variables, de solutions titrées des sulfates nickeleux et cobalteux. Ces mélanges, traités à froid par la soude, fournissent des précipités qui, après calcination, restent paramagnétiques. Lorsqu'on suit les variations du coefficient d'aimantation en fonction des proportions relatives des constituants, on obtient un diagramme composé de deux arcs de courbe (*fig.* 1). Ces deux arcs se rencontrent en un point de rebroussement, dont l'abscisse correspond à un mélange des constituants molécule à molécule. En ce point, l'oxyde calciné correspond à la composition d'un oxyde mixte de nickel-cobalt NiO-CoO.

2° *Précipitation de ferrites mixtes de nickel et de cobalt.* — Les ferrites

nickeleux et cobalteux, contenant sensiblement la même proportion d'oxyde ferrique, à cause de la proximité des poids atomiques du nickel et du cobalt, nous avons préparé des mélanges ternaires des sulfates ferrique, nickeleux et cobalteux, dans lesquels le sulfate ferrique comptait invariablement pour cette proportion, soit 68 pour 100. Nous avons suivi les variations du magnétisme des précipités calcinés, en fonction des proportions relatives des sulfates nickeleux et cobalteux.

Les précipités calcinés sont tous ferromagnétiques; leurs coefficients d'aimantation ont été déterminés dans un champ faible. Leur représentation, en fonction de la composition, se traduit, dans les conditions de l'expérience, par un diagramme (*fig.* 2), dont l'allure rappelle celle du diagramme figure 1. On trouve, ici encore, deux arcs de courbe, de part et d'autre d'un point de rebroussement, où les oxydes nickeleux et cobalteux interviennent molécule à molécule. En ce point, le ferrite mixte, qui correspond à la formule $(Fe^2O^3)^2NiO\ CoO$, peut être considéré comme spinelle de l'oxyde mixte de nickel-cobalt $NiO\text{-}CoO$.

L'existence du composé $NiO\ CoO$ se dégage donc tant de l'étude des mélanges paramagnétiques de ses oxydes constituants que de l'étude des mélanges ferromagnétiques des ferrites de nickel et de cobalt.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Nouvelle méthode d'observation de l'évolution des solutions de sels chromiques*. Note [1] de MM. **L. Meunier** et **M. Lesbre**, transmise par M. V. Grignard.

Si l'on prend par exemple, une solution de chlorure chromique fraîchement préparée à partir du sel vert, cristallisé

$$\left[Cr\begin{matrix}Cl^2\\(H^2O)^4\end{matrix}\right]Cl,\ 2H^2O,$$

on sait qu'elle subit, avec le temps, une évolution lente :

1° Il y a transformation du chlorure vert en chlorure gris bleu

$$[Cr(H^2O)^6]Cl^3;$$

2° En même temps, il y a formation, par hydrolyse, de sels basiques comme

$$\left[Cr\begin{matrix}OH\\(H^2O)^5\end{matrix}\right]Cl^2,$$

(1) Séance du 6 janvier 1930.

avec élimination de HCl; ces sels basiques sont d'ailleurs capables de se polymériser d'une manière plus ou moins complexe et difficile à définir. Cette deuxième série de phénomènes vient se superposer à la première transformation de telle sorte que les propriétés de la solution, en période d'évolution, ne se modifient pas d'une manière continue, mais présentent des perturbations suivant l'importance relative des deux séries de modifications.

Jusqu'à présent, on utilisait deux méthodes pour suivre l'évolution des sels chromiques : une première méthode, la plus précise, consistait à observer les variations de la résistance électrique d'une même épaisseur de solution jusqu'à ce qu'elle devienne constante. Une deuxième méthode, beaucoup plus grossière, mais très simple, ne s'appliquant cependant qu'à des concentrations moyennes, consistait à suivre les variations de l'indice de floculation sous l'action d'un alcali ou d'un carbonate alcalin ([1]).

Nous nous sommes proposé d'utiliser les variations de couleur qui se manifestent dans la solution avec le temps, pour suivre l'évolution de celle-ci, ces variations étant appréciées avec le colorimètre à cellule photoélectrique de Toussaint ([2]). Voici, par exemple, prélevés dans toute une série de déterminations, les résultats obtenus par les trois méthodes avec une même solution de chlorure chromique, préparée à partir du sel vert cristallisé, à raison de $4^g,45$ par litre, en opérant le vieillissement au thermostat à 25°C.

Temps en heures.	Indice de floculation ([3]).	Variation de la résistance électrique de la solution.	Transmissions optiques dans les radiations.					
			4100 Å. Violet.	4600 Å. Bleu.	5300 Å. Vert.	5750 Å. Jaune.	6100 Å. Orangé.	6500 Å. Rouge.
0h	21,0	K × 1750	80	80	95,5	91	85	86
1	21,2	1620	81	83,5	95	90	85	87
3	21,6	1400	82	87	95	89,5	86	89
6	22,2	1300	82,5	90	95	89	86,5	89,5
9	23,4	1220	83	91	95	88,5	88,5 max.	91
12	23,6	1150	84	92	94,5	88	88,5	92
24	23,8	1040	86 max.	93 max.	94	88	88	94 max.
48	24,6	1000	86	92	92,5	88	88	93,5
72	25,1 max.	975	85	91	90	87,5	88	92
96	24,9	963	84,5	91	89,5	87	88	92
120	24,5	958	83,5	91	88,5	86	88	91,5
180	23,4	954	83	91	88	86	88	91
300	23,0 stab.	953 stab.	83	91	87,5 stab.	86	88	91
500	23,0	953	83	91	87,5	86	88	91

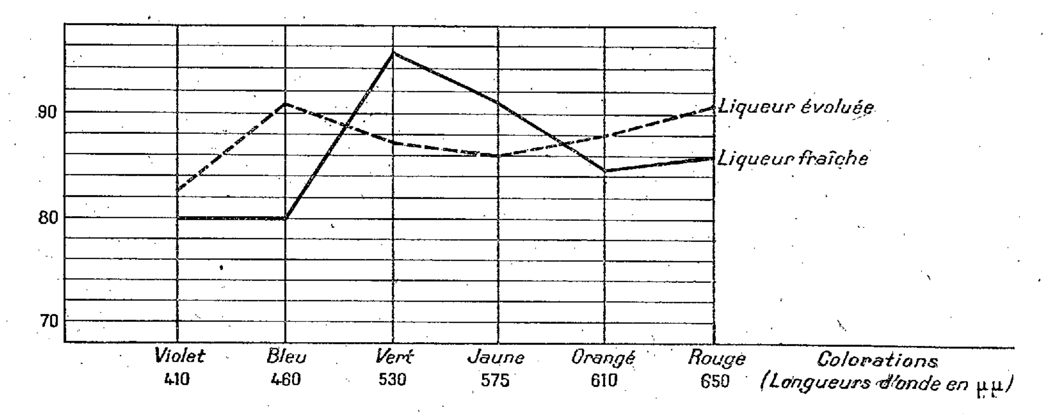
([1]) Meunier et Caste, *Comptes rendus*, **172**, 1921, p. 1488.

([2]) Tiba, 1927, p. 955; 1928, p. 517 et 637.

([3]) Centimètres cubes de CO^3Na^2, N/100 pour 5^{cm^3} de liqueur.

L'examen de ce tableau permet les conclusions suivantes sur l'évolution à 25° C. de la solution de chlorure vert, à 4g,45 par litre :

1° Si l'on observe les variations de la transmission dans le vert, couleur qui s'éteint, elle conduit à fixer la durée de l'évolution à 300 heures environ, ce qui correspond parfaitement avec les chiffres résultant de la



variation de l'indice de floculation et de la variation de la résistance électrique.

2° Si l'on observe les variations de la transmission dans le bleu, couleur qui se développe avec le temps, on constate qu'elles présentent un maximum; il en est de même dans le violet, dans le rouge et dans l'orangé. L'existence de ces maxima confirme la superposition des deux séries de phénomènes qui est d'ailleurs mise en évidence, d'autre part, par l'existence d'un maximum dans l'indice de floculation et dans l'apparition d'un palier très accusé dans la courbe des résistances.

3° Si l'on examine les courbes de couleur de la solution fraîche et de la solution complètement évoluée, on constate que la liqueur fraîche présentait une dominante dans le vert, tandis que la liqueur évoluée en présente deux, dans le bleu et dans le rouge, cette dernière ayant été probablement introduite par les phénomènes de polymérisation. Le tableau précédent permet de retrouver facilement l'âge d'une solution de chlorure chromique à 4g,45 par litre ayant évolué à 25° C.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'oxydation des sels de cobalt en liqueur alcaline.* Note de MM. **R. Bernard** et **P. Job**, présentée par M. G. Urbain.

Les sels de cobalt se dissolvent dans les solutions concentrées de bicarbonates alcalins en donnant une liqueur rose. Traitée par un oxydant, cette liqueur prend une coloration vert intense. A. Job ([1]) a montré que, dans la solution verte, le cobalt se trouve à l'état cobaltique et qu'il fixe une molécule d'anhydride carbonique par atome de métal ([2]). Nous avons appliqué à l'étude de cette oxydation la méthode spectrophotométrique indiquée précédemment par l'un de nous ([3]).

Nous avons mesuré au spectrophotomètre de Féry, et pour une longueur d'onde d'environ $0^{\mu},68$, les absorptions relatives de mélanges en proportions variables d'une solution de sulfate de cobalt dans le bicarbonate de sodium et d'une solution oxydante (eau oxygénée ou eau de brome). Les courbes obtenues sont les mêmes, soit qu'on mélange simplement les deux solutions, soit qu'on s'astreigne à maintenir, pour les différents mélanges, une concentration constante en bicarbonate; elles sont indépendantes, dans de larges limites, de la concentration en bicarbonate. La méthode spectrophotométrique ne peut donc pas nous renseigner sur le nombre de molécules de bicarbonate qui prennent part à la réaction; elle ne peut donner d'indications que sur l'oxydation elle-même.

Si cette oxydation consistait simplement en la transformation du cobalt divalent en cobalt trivalent, deux atomes de cobalt fixeraient un atome d'oxygène, selon le schéma $2\,CoO + O = Co^2O^3$. La réaction se produit d'une manière toute différente.

En effet les courbes obtenues avec les mélanges équimoléculaires de sel de cobalt et d'eau oxygénée présentent un maximum, dont la position varie lorsqu'on change la concentration commune des deux solutions. Pour une concentration de $2,293.10^{-3}$ molécule par litre, ce maximum correspond au mélange contenant 55 de cobalt pour 45 d'eau oxygénée. Pour une

---

([1]) *Comptes rendus*, **127**, 1898, p. 100, et *Annales de Chimie et de Physique*, **20**, 1900, p. 207.

([2]) Ce degré d'oxydation du cobalt est confirmé par Barbieri, *Atti Accad. naz. dei Lincei*, **7**, 1928, p. 747.

([3]) P. Job, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 204, et *Annales de Chimie*, **9**, 1928, p. 113.

dilution quatre fois plus grande, le maximum est atteint pour 57 de cobalt contre 43 d'eau oxygénée. Au contraire, si la concentration de la solution d'eau oxygénée est double de celle de la solution de cobalt, les maxima sont fixes et correspondent à 1 volume de la première pour 2 volumes de la seconde. Donc l'eau oxygénée agit à l'état de molécules doubles en présence de bicarbonate alcalin et l'oxydation du cobalt se produit par action d'une molécule double d'eau oxygénée sur deux atomes de cobalt $[2CoO + (H^2O^2)^2]$, ou d'un atome d'oxygène sur un atome de cobalt $(CoO + O)$.

Avec l'eau de brome, les courbes obtenues pour les mélanges équimoléculaires présentent, quelle que soit la concentration commune aux deux solutions, un maximum correspondant au mélange à 50 pour 100. L'oxydation se produit donc par action d'une molécule de brome sur un atome de cobalt $(CoO + Br^2 + H^2O)$, ou d'un atome d'oxygène sur un atome de cobalt $(CoO + O)$.

Donc, ni en présence d'eau oxygénée, ni en présence d'eau de brome, l'oxydation ne consiste en un simple passage du cobalt de la valence 2, à la valence 3, par action d'un atome d'oxygène sur deux atomes de cobalt. Au contraire dans les deux cas, un atome d'oxygène agit sur un atome de cobalt, selon le schéma $CoO + O \rightarrow$. Il semble donc que le passage de l'état cobalteux à l'état cobaltique se produise par l'intermédiaire d'un composé percobaltique (CoO^2), où le cobalt serait tétravalent.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la dialdéhyde malonique bromée.*

Note de M. **J. Grard**, présentée par M. Matignon.

Préparée pour la première fois par M. Lespieau [1] par l'action brutale du brome sur l'éther méthylpropargylique, la dialdéhyde malonique bromée CHO — CH Br — CHO s'obtient également par fixation de brome sur l'acétalpropargylique. (Travail exécuté au laboratoire de Claisen non publié dans les périodiques.)

Sa solution aqueuse présente une réaction remarquablement acide due à la forme énolique CHOH = CBr — CHO. J'ai mesuré son pH à différentes concentrations; il oscille autour de 2, aussi le titrage d'une pareille solution relève-t-il d'une simple alcalimétrie (Indicateur : rouge de méthyle).

(1) Lespieau, *Comptes rendus*, 133, 1901, p. 538.

Le caractère acide de la dialdéhyde m'a permis de préparer toute une série de sels métalliques bien cristallisés et par suite justiciables de dosages précis.

Le sel de cuivre s'obtient par l'action d'une solution de chlorure ou d'acétate cuivrique sur une solution bouillante de dialdéhyde. Il se présente sous forme de fines aiguilles vertes.

Le sel de zinc résultant de l'action du carbonate de zinc sur une solution de dialdéhyde forme de gros cristaux blancs. Le sel de nickel vert se prépare par dissolution de l'hydrate de nickel fraîchement précipité dans une solution aqueuse de dialdéhyde.

Ces trois sels répondent à la formule

$$\begin{matrix} CHO{=\!=}CBr-CHO \\ \;\;\rangle M \\ CHO{=\!=}CBr-CHO \end{matrix} \qquad (M = Cu,\ Zn,\ Ni).$$

La dialdéhyde peut exister sous deux formes tautomériques qui, en solution, sont en équilibre l'une avec l'autre

$$CHOH = CBr - CHO, \qquad CHO - CHBr - CHO.$$

J'ai étudié cet équilibre par titrage au brome, selon la méthode indiquée par Kurt Meyer [1], à propos d'autres exemples.

Les résultats que j'ai obtenus sont les suivants :

1° La forme solide est la forme énolique.

2° L'équilibre céto-énolique ne se réalise au sein de l'alcool à une concentration déterminée qu'après un repos de 48 heures. Il correspond alors à une proportion de 24 pour 100 environ de forme énolique à la température ordinaire.

3° L'équilibre dépend de la température. Une élévation de température accroît la proportion d'énol.

Chauffée à l'ébullition en présence d'agents alcalins (potasse, hydrate de plomb), la molécule de dialdéhyde subit dans l'eau une dissociation : il se libère de l'acide formique, de l'alcool méthylique et un bromure minéral.

La dialdéhyde manifeste des propriétés réductrices mais son oxydation brutale aboutit à une destruction totale de la molécule, en CO^2 et H^2O. Les oxydants doux conduisent à la production exclusive d'acide oxalique et d'acide formique.

---

(1) K. Meyer, *Annalen*, 380, 1911, p. 212.

Action de l'éthylate de sodium. — Par attaque simultanée de l'oxhydrile énolique et du brome, il produit le sel de sodium de la dialdéhyde oxéthylée $CHONa = C - (OC^2H^5) - CHO$. Si l'on traite la solution aqueuse du sel de sodium par la quantité équivalente d'acide sulfurique dilué, et que l'on épuise à l'éther on sépare l'aldéhyde $CHOH = C(OC^2H^5)CHO$, point de fusion 135°.

Action des magnésiens mixtes. — Elle produit un complexe

$$CH(OMgBr) = CBr - CHO,$$

qui détruit par l'eau régénère l'aldéhyde primitive.

Cependant, j'ai pu isoler une petite quantité de l'aldéhyde alcool $CHO - CHBr - CHOH - CH^3$, provenant de l'attaque simultanée par le magnésien de la forme énolique et de la fonction aldéhydique,

$$d = 1,5258, \qquad n = 1,5105,$$

Action de l'uréthane. — Elle fournit un composé de condensation répondant à la formule

$$(C^2H^5 - CO^2NH)^2 - CH - CBr - CH(NHCO^2C^2H^5)^2.$$

Après cristallisation dans la benzine et dessiccation pendant plusieurs heures dans une étuve à 100°, son point de fusion est 169°-171°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le cyclohexanediol 1.3 (résorcite) : isomères stéréochimiques et dérivés halogénés.* Note de MM. **L. Palfray** et **B. Rothstein**, présentée par M. A. Desgrez.

Nous avons décrit [1] le mode de préparation et les propriétés de divers dérivés des cyclohexanediols 1.4 et 1.3, en indiquant que la techuique était la même dans les deux cas. Nous avons annoncé [2] qu'à partir des benzoates de résorcite nous avions pu isoler les deux isomères stéréochimiques.

Tout récemment, Lindemann et Baumann [3], citant partiellement nos travaux, ont décrit à leur tour la préparation des acétates et des benzoates

(1) L. Palfray et B. Rothstein, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1007, et 189, 1929, p. 189.

(2) L. Palfray et B. Rothstein, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 45, 1929, p. 683.

(3) H. Lindemann et H. Baumann, *Ann. der Chem.*, 477, 1929, p. 78.

de résorcite et leurs résultats confirment les nôtres. Mais, par saponification des phényluréthanes et des éthers-oxydes ditrytiliques, ils isolent deux corps qu'ils considèrent comme les résorcites *cis* (F = 83°) et *trans* (masse amorphe). En outre ils décrivent aussi deux dérivés dibromés, l'un solide (F = 112°), l'autre liquide (F = + 1°) et les considèrent d'emblée comme possédant leurs halogènes dans la même position que les oxhydriles du diol, et avec la même structure stéréochimique, sans tenir compte du phénomène d'isomérisation *labile* → *stable* que nous avons montré être si général dans le cas de la quinite.

L'objet de la présente Note est de décrire le mode d'obtention des isomères stéréochimiques de la résorcite et de comparer ensuite leurs dérivés halogénés avec ceux de la quinite.

Isomères stéréochimiques. — La plupart des éthers-sels de la résorcite sont liquides. Nous avons pu obtenir à l'état solide les benzoates et les *p*-nitrobenzoates.

Les deux benzoates fondent respectivement à 123°,5 et 65°,5 ; les *p*-nitrobenzoates à 176°,5 et 154°,5. Les points de fusion ont été pris au bloc Maquenne. Il est à noter que l'isomère fondant le plus haut a toujours été obtenu en proportion bien plus élevée que l'autre (3 fois plus).

La saponification des benzoates a été réalisée de diverses manières : soit par la potasse alcoolique à 100°, soit par la baryte à 100°, soit mieux encore par la potasse alcoolique à 160°, sous une pression de 10^{kg}. Le benzoate (F = 123°,5) a fourni la résorcite que jusqu'à présent nous appelons *trans*; elle fond à 115°,5. L'autre isomère fourni par le benzoate (F = 65°,5) fond à 84°,5.

Bien plus, une fois en possession de ces cristaux nous avons pu amorcer une solution acétonique de résorcite industrielle, refroidie à — 15° et, réaliser ainsi la séparation directe d'une petite quantité de l'isomère fondant à 115°,5.

Par analogie avec la quinite nous pensons qu'en traitant la résorcite par les chlorures d'acides aliphatiques on a une isomérisation *labile* → *stable* mais que dans le cas du chlorure de benzoyle, à 0°, il n'y a pas d'isomérisation sensible. Des expériences en cours ont cette démonstration pour objet. Nous poursuivons également la résolution de l'isomère trans en ses antipodes optiques et par conséquent l'identification rigoureuse des formes *cis* et *trans*.

Dérivés halogénés. — En appliquant à la résorcite la technique que nous

avons décrite à propos de la quinite [1], nous avons obtenu des produits tant solides que liquides, ayant exactement les mêmes constantes que ceux fournis par la quinite.

ClH donne un liquide : $E_{13} = 80°$, qui, à $-15°$, abandonne un solide : $F = 102°$. Par fusion mélangée avec le dichloro provenant de la quinite, pas de dépression.

BrH donne un liquide $E_{15} = 115°$, qui, à $-15°$, abandonne des cristaux d'où l'on sépare deux espèces : $F = 112°$ et $F = 48°$. Pas de dépression par fusion mélangée avec les deux dibromo de là quinite.

Les densités et indices de réfraction des portions liquides sont les mêmes.

Il semble donc impossible d'échapper à cette conclusion qu'*on obtient les mêmes dérivés dihalogénés à partir des deux cyclohexanediols* 1.4 *et* 1.3. Cela suppose à la fois une *isomérisation labile → stable* et une *transposition*. Or, comme il se forme toujours, comme sous-produits dans l'action des hydracides, du cyclohexène-3-ol et un peu de cyclohexadiène 1.3, nous pensons que le mécanisme de la transposition serait le suivant. Sous l'action de l'hydracide il y a déshydratation partielle, puis fixation ultérieure de XH, l'halogène se fixant finalement dans les mêmes positions relatives. Ce mécanisme n'aurait rien d'une *migration* véritable. Nous proposons pour ce phénomène le nom de *pseudo-migration*.

Quant au dibromo $F = 48°$, que Zelinsky et Kozeschkow pensent être l'isomère 1.2 ou 1,3, nous avons des raisons de croire qu'il pourrait encore être un produit de rétrécissement du cycle → bromo-méthyl-1-bromo-3-cyclopentane). Des essais en cours semblent devoir permettre d'élucider ce dernier point.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les sélénoxanthydrols. Leur basicité.* Note [2] de M. **F. François**, transmise par M. V. Grignard.

I. Le sélénium peut être engagé dans des chaînes fermées analogues à celles du pyrane et du penthiophène.

Les composés séléniés correspondant aux xanthydrol et phénylxanthydrol

[1] L. Palfray et B. Rothstein, *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 701.

[2] Séance du 13 janvier 1930.

ne sont pas connus jusqu'ici. Il est cependant intéressant de voir si la substitution du sélénium à l'oxygène pyranique laisse à la molécule de ces hydrols les propriétés si spéciales du xanhydrol, $O\left\langle\begin{matrix}C^6H^4\\C^6H^4\end{matrix}\right\rangle CHOH$.

La préparation du sélénophénol, $C^6H^5 - SeH$, rendue possible par la méthode de Taboury, nous a permis d'obtenir, après plusieurs intermédiaires, la sélénoxanthone, déjà décrite par Lesser et Weiss.

Cette sélénoxanthone a été la matière première des hydrols : sélénoxanthydrol et phénylsélénoxanthydrol.

A. *Sélénoxanthydrol* : $Se\left\langle\begin{matrix}C^6H^4\\C^6H^4\end{matrix}\right\rangle CHOH$. — L'hydrogénation de la sélénoxanthone en milieu alcoolique par l'amalgame de sodium nous a fourni le sélénoxanthydrol.

De la sélénoxanthone, agitée, en présence d'alcool éthylique dans lequel elle est très peu soluble, avec de l'amalgame de sodium au $\frac{1}{100}$, en léger excès sur la quantité calculée, s'y dissout en quelques minutes : le mélange s'échauffe de lui-même; le liquide passe par une coloration brun clair, tirant sur le violacé, et devient finalement incolore.

La solution alcoolique, filtrée, est additionnée, peu à peu, de quatre à cinq volumes d'eau distillée. Le sélénoxanthydrol précipite sous la forme d'un produit blanc, volumineux, qu'on essore, lave à fond et sèche dans le vide sec. Le rendement est presque théorique et le produit, ainsi que l'a montré l'analyse, est pur d'emblée.

Le sélénoxanthydrol se présente en flocons blancs, à peine nuancés de jaune, soyeux, très légers. Il s'altère peu avec le temps, et fond nettement, à 115°,5-116°, en un liquide incolore.

Il est soluble, à froid, dans les alcools méthylique et éthylique, dans l'acide acétique, dans le benzène.

B. *Phénylsélénoxanthydrol* $Se\left\langle\begin{matrix}C^6H^4\\C^6H^4\end{matrix}\right\rangle C\left\langle\begin{matrix}C^6H^5\\OH\end{matrix}\right.$. — Nous avons pour sa préparation appliqué à la sélénoxanthone la réaction de Grignard.

Une solution éthérée de bromure de magnésium-phényle a été additionnée, petit à petit, de sélénoxanthone bien pulvérisée, en quantité calculée. Chaque addition est accompagnée d'une ébullition de l'éther, et la sélénoxanthone se dissout. On n'ajoute, à nouveau, de celle-ci que lorsque la réaction est calmée. La combinaison magnésienne précipite vers la fin des additions de sélénoxanthone; on termine par un chauffage d'une heure au bain-marie. La masse presque solide est traitée prudemment par de l'eau glacée, puis par de l'acide chlorhydrique étendu, en évitant un excès de réactif. La solution éthérée surnageante est évaporée et laisse une bouillie cristalline d'où l'on enlève la partie huileuse par expression.

Des recristallisations dans l'éther de pétrole fournissent le phényl-

sélénoxanthydrol en cristaux, groupés en rosettes compactes, et fondant vers 105°.

Il est facilement soluble dans l'alcool, l'acide acétique et, à chaud, dans l'éther de pétrole (bien plus facilement que le phénylxanthydrol).

II. *Basicité de ces hydrols.* — M. Fosse a montré, le premier, que les alcools, xanthydrol et dinaphtopyranol, présentent, en milieu acide, une vive coloration, liée à la formation de véritables sels colorés, les sels de pyryle, et a décrit toute une série de chlorures doubles pyrylés et de métaux divers. Cette propriété tout à fait remarquable paraît liée à l'oxygène de la chaîne pyranique.

Werner, étudiant le thioxanthydrol, reconnaissait à ses solutions acides des propriétés analogues.

Nous avons voulu voir si le sélénium imprimait à la chaîne fermée les mêmes caractères.

Le sélénoxanthydrol se dissout dans les acides minéraux, sulfurique et chlorhydrique, en donnant des solutions de coloration rouge groseille, beaucoup plus foncées que celles des homologues sulfurés et surtout oxygénés, et qui sont hydrolysées par addition d'eau.

La solution acétique-chlorhydrique de cet alcool donne, avec les solutions chlorhydriques et acétochlorhydriques de beaucoup de chlorures métalliques, des précipités abondants, cristallisés, vermillon, de chlorures doubles. Entre autres, le chlorure mercurique et le chlorure ferrique donnent respectivement les chlorures :

$$HgCl^2, \left[Se\left\langle\begin{matrix}C^6H^4\\C^6H^4\end{matrix}\right\rangle CH\right]Cl \quad \text{et} \quad FeCl^3, \left[Se\left\langle\begin{matrix}C^6H^4\\C^6H^4\end{matrix}\right\rangle CH\right]Cl.$$

Le phénylsélénoxanthydrol, dont les solutions acides présentent la même coloration, rouge-groseille foncé, reprécipite inaltéré de sa solution chlorhydrique par addition de beaucoup d'eau ou d'ammoniaque. Ses solutions acétochlorhydriques, réagissent comme celles du précédent, vis-à-vis de celles des chlorures métalliques, notamment celles de $HgCl^2$ et $FeCl^3$.

Le remplacement par le sélénium de l'oxygène ou du soufre des chaînes des xanthydrol et thioxanthydrol n'altère donc pas le caractère basique de ces alcools.

GÉOLOGIE. — *Observations stratigraphiques et paléontologiques nouvelles sur le Crétacé inférieur et moyen de la province de Maintirano (Ouest de Madagascar).* Note [1] de M. **H. Besairie** et Mlle **E. Basse**, présentée par M. Pierre Termier.

La province de Maintirano a fait, au cours de ces dernières années, l'objet de plusieurs travaux [2]. Les recherches que nous avons effectuées récemment, en 1928, apportent, en ce qui concerne le Crétacé, quelques données stratigraphiques et paléontologiques nouvelles.

Stratigraphie. — *Éocrétacé.* — 1° Recouvrant directement les marnes à *Duvalia* (*D. polygonalis* Blainv. d'après L. Barrabé), l'Éocrétacé débute par des calcaires glauconieux, épais de 20m, bien visibles dans l'anticlinal d'Andrafiavelo, où ils contiennent : *Hoplites* (*Acanthodiscus*) *Michaelis* Uhlig, *Holcostephanus Mojsvari* Uhlig, *Garnieria angulosa* Sayn, *Phylloceras semisulcatum* d'Orb., Céphalopodes qui, en Europe, caractérisent le Valanginien.

Il convient donc d'attribuer aux marnes à Duvalia sous-jacentes un âge tithonique, ou tout au plus berriasien, et non pas valanginien, comme il a été dit jusqu'ici.

2° Au-dessus viennent des marnes, de 1 à 2m d'épaisseur, où abondent de curieuses concrétions calcaires en forme de baguettes irrégulièrement tuberculées.

Mésocrétacé. — Une lacune stratigraphique sépare les couches précédentes d'une puissante série gréseuse, épaisse d'au moins 200m, désignée par L. Barrabé sous le nom de complexe gréso-marneux d'Antsalova, et où il distingue trois termes :

1° *Grès inférieurs*, non fossilifères, dont l'âge reste encore indéterminé.

2° *Grès et marnes intermédiaires*, dont la partie supérieure présente, dans les collines situées entre le Manambolo, Bekopaka et Ankilimokotra (subdivision d'Antsalova), deux niveaux fossilifères superposés qui nous ont fourni respectivement :

---

(1) Séance du 13 janvier 1930.

(2) Le travail récent de L. Barrabé [*Contribution à l'étude stratigraphique et pétrographique de la région médiane du pays Sakalava* (*Thèses Fac. Sciences*, Paris, 1929)] contient toutes les références bibliographiques et cite, en particulier, les Notes de L. Bertrand et L. Joleaud.

a. Acanthoceras Harpax Stol., *Vascoceras polymorphum* Perv., *Mammites conciliatus* Stol., *Fasciolaria rigida* Baily, *Fulguraria elongata* d'Orb. (niveau inférieur).

b. Prionotropis Douvillei Perv., *Mammites conciliatus* Stol., *Mammites (Pseudaspidoceras) armatus* Perv., *Neoptychites cephalotus* Court., *Neoptychites xetriformis* Perv., *Fagesia superstes* Kossm., *Pseudotissotia (Leoniceras) Pavillieri* Perv., *Schlœnbachia obesa* Stol., *Puzosia planulata* Sow. var. *otacodensis* Kossm., *Puzosia Gaudama* Forbes, *Puzosia indopacifica* Kossm. (niveau supérieur).

Ces deux niveaux, avec des faunes remarquables, caractérisent le Turonien inférieur. Jusqu'ici le Turonien inférieur à facies bathyal, riche en Ammonites (*Fagesia*, *Mammites*, *Neoptychites*), n'était connu que dans le sud-ouest de l'île (province de Tuléar), où Mlle Basse a signalé sa présence, d'après les récoltes du regretté Colcanap.

3° *Grès supérieurs*, dont l'âge devient au moins turonien supérieur.

Néocrétacé. — Le complexe gréso-marneux précédent est recouvert par de vastes coulées basaltiques. Un horizon fossilifère, situé à une dizaine de mètres au-dessus des basaltes, renferme *Mortoniceras texanum* Roemer, fossile caractéristique du Santonien inférieur en Europe; nous n'avons rencontré aucun fossile coniacien.

Nos observations stratigraphiques et nos récoltes permettent donc d'affirmer que, *dans la province de Maintirano, les épanchements basaltiques qui couvrent d'immenses surfaces, ont eu lieu entre le Turonien inférieur et la base du Santonien.*

Paléogéographie. — *Faune valanginienne.* — Ce qu'on en connaît jusqu'ici présente de très grandes affinités avec les faunes valanginiennes bathyales du géosynclinal alpin : Balkan oriental, Karpathes (schistes de Teschen), etc.

Faune turonienne. — Le genre *Puzosia*, dont les représentants se raréfient au Turonien, comporte, dans la province de Maintirano, comme dans celle de Tuléar, les mêmes espèces que dans l'Inde.

Parmi les autres Céphalopodes, de physionomie très spéciale, certains : *Acanth. Harpax* Stol., *Vascoceras polymorphum* Perv., *Mammites conciliatus* Stol., *Schlœnbachia obesa* Stol., se trouvent aussi dans l'Inde, d'autres : *Mammites (Pseudaspidoceras) armatus* Perv., *Prionotropis Douvillei* Perv., *Neoptychites xetriformis* Perv., *Pseudotissotia (Leoniceras) Pavillieri* Perv., dans l'Afrique du Nord, quelques-uns enfin : *Neoptychites cephalotus* Court., *Fagesia superstes* Kossmat, sont communs aux trois régions.

Des associations analogues ont été signalées (¹) en Égypte et en Palestine.

Jusqu'à aujourd'hui, les données paléontologiques concernant le Turonien inférieur permettaient de reconstituer le trajet de la zone bathyale, particulièrement favorable à l'épanouissement de cette faune d'Ammonites très spéciales (*Vascoceras*, *Fagesia*, *Neoptychites*, etc.). La zone couvrait partiellement l'Afrique du Nord, l'Égypte, la Palestine et l'Inde; de plus, la présence de *Fagesia*, *Neoptychites*, etc., connues dans le sud-ouest de Madagascar (province de Tuléar), y attestait aussi son existence.

Mais jusqu'ici, dans le canal de Mozambique, tant à l'Est qu'à l'Ouest, on ne connaissait encore aucun représentant bien caractéristique de cette faune singulière, à l'exception des fossiles de Tuléar; *d'où l'intérêt paléogéographique des récoltes effectuées dans la région moyenne de Madagascar, qui jalonnent le trajet de la zone bathyale du Turonien inférieur, entre l'Inde et le Sud-Ouest malgache.*

GÉOLOGIE. — *Sur quelques points nouveaux de la Géologie du Soudan Occidental (Diawara, Kaarta et Fouladougou).* Note de M. **Raymond Furon**, présentée par M. L. Cayeux.

Les principaux points nouveaux exposés dans cette Note sont le résultat d'études géologiques faites sur le terrain de 1927 à 1929. Le Kaarta et le Fouladougou étaient encore inconnus au point de vue géologique.

Le pays Diawara. — Le pays Diawara est situé à l'est de Nioro. Il est habité par des Diawaras, des Peulhs et très fréquenté par les Maures.

D'une étude détaillée de la région, je retiendrai la présence d'une nouvelle zone calcaire au sud immédiat du village de Néma, c'est-à-dire à 20^{km} au sud de la zone calcaire déjà connue de Sirakoro.

Les calcaires de Néma sont métamorphisés au contact des diabases et si largement cristallisés parfois que j'ai pu y recueillir des rhomboèdres de calcite de plusieurs centimètres de côté.

Le Kaarta. — Le Kaarta est une région accidentée, limitée au Nord par la zone sableuse du sud de Nioro, au Sud par le Baoulé, à l'Ouest par la vallée de la Dorouma-Ko, à l'Est par la vallée de la Milka-Ko.

(¹) Mentionnons en particulier le Mémoire récent de M. H. Douvillé, *Les Ammonites de la Craie supérieure en Égypte et au Sinaï* (*Mém. Ac. Sc.*, 60, 1928, p. 1-44, pl. I-VII).

Ce pays, considéré jusqu'à maintenant comme un plateau gréseux, est en réalité constitué par un grand massif de diabases, faisant suite à l'Est à celui qui couvre le cercle de Bafoulabé.

Je désigne sous le nom générique de « diabases » tout un ensemble de roches qui, examinées en lames minces, vont des diorites quartzifères (rares) aux diabases vraies en passant par les gabbros.

Le massif diabasique qui mesure 80^{km} du Nord au Sud et 60^{km} de l'Est à l'Ouest est ininterrompu. Sa limite nord passe au sud de Dalibéra et Kaïnéra, aux environs de Bamadingué et de Diabira. A l'Ouest, il domine de loin la vallée de la Dorouma-Ko et au sud, celle du Baoulé. A l'Est, il n'atteint pas la Milka-Ko, s'arrêtant aux environs de Guémoukouraba, Sakora et Faréna.

Au delà de ces limites, j'ai observé quelques pointements isolés près de Kamissakidé, Madiga, Kaïnéra, Faréna et Ouassadan.

Des roches sédimentaires sont visibles dans le Kaarta, en bordure du massif diabasique et dans le centre : ce sont des schistes et des pélites, puis des grès.

Dans le centre du Kaarta, un peu à l'est du village de Néguébougou, j'ai étudié de petites montagnes dont les pentes abruptes formaient une excellente coupe naturelle : les schistes et les pélites, de couleur foncée, reposent sur les diabases. La même succession est visible près de Sitakoto et tout à fait au Nord-Est près de Guessembiné, à l'Est aux environs de Faréna.

Partout, la venue diabasique est postérieure au dépôt des schistes, car ceux-ci sont métamorphisés et digérés dans les zones de contact.

Les schistes et les pélites sont également visibles tout autour du massif diabasique, constituant sur la carte une sorte d'auréole.

Quant aux grès, je les ai vus au nord de Bougoutinté à Dalibéra, à l'Est, près de Sakora et de Faréna, enfin, au Sud, dans toute la vallée du Baoulé. Leurs relations stratigraphiques avec les schistes sont rarement visibles; au Nord, elles ne le sont pas, non plus qu'au Nord-Est. Par contre, au Sud-Est, dans la région de Faréna et Ouassadan, aucun doute n'est possible : les schistes et les pélites sont au-dessus des grès.

En résumé, cette notion nouvelle de la géologie du Kaarta nous amène à reporter de près de 100^{km} vers l'Est la limite orientale des diabases.

Le Fouladougou. — Le Fouladougou est limité au Nord par les vallées du Baoulé et Kaarta, au Sud, par la voie ferrée de Kita. Je l'ai traversé du Nord au Sud, depuis les ruines de Niantankoura, sur le Baoulé, jusqu'à Kita,

reprenant l'ancienne route des caravanes, suivie par le lieutenant Mage et le Dr Quintin, bien avant la conquête (¹).

La partie sud est essentiellement constituée par un plateau gréseux.

Par contre la région inhabitée comprise entre les ruines de Niantankoura et Mambiri est beaucoup plus variée.

Le sous-sol profond est constitué par des grès blancs et roses, à stratification entrecroisée, souvent très métamorphisés par le voisinage de roches éruptives.

Au-dessus viennent des schistes, des quartzites et des pélites semblables à ceux du Kaarta. Les points où l'on peut voir leurs relations avec les grès sont rares : entre la montagne de Dioumi et la mare de Taliko. Enfin, il existe des pointements de diabase qui constituent des reliefs relativement importants, des collines de plus de 50 mètres. Ce sont, du Nord au Sud : une montagne située à l'ouest de la piste, à 6^{km} au sud du Baoulé, puis la montagne de Dioumi, trois collines constituant le bassin de réception du Sibindikélé et une montagne à 1^{km} au nord des ruines de Taliko.

A l'est de cette ligne de pointements éruptifs, le plateau gréseux se termine par une falaise dominant la vallée du Baninko.

Conclusion. — L'étude stratigraphique des grès et des schistes dans le Fouladougou, le Kaarta, le Diawara et le Hodh, m'amène à cette conclusion qu'il existe au Soudan occidental deux séries de grès : l'une inférieure, l'autre supérieure aux schistes, quartzites, calcaires et pélites. Aucun fossile ne permet actuellement de dater avec certitude ces formations horizontales qui s'étendent sur d'immenses surfaces, mais nous avons des éléments de comparaison : au Nord les grès tassiliens et les schistes à graptolithes du Sahara et plus près, au Sud-Ouest, en continuité topographique, les grès gothlandiens de la Guinée. Les couches inférieures des grès de Guinée sont fossilifères à Télimélé (²) (*Monograptus priodon* Bron., *Monograptus Riccartonensis* Lapworth, *Petiolites Geinitzianus* Barrande) (³). Quant à la partie supérieure des grès, elle est dévonienne en Mauritanie et au Sahara.

(¹) E. Mage, *Voyage dans le Soudan occidental*, Paris, Hachette, 1868.

(²) Sinclair, *Sur l'âge des grès de la Guinée française* (*Comptes rendus*, **166**, 1918, p. 417-418).

(³) G. Lecointre et P. Lemoine, *Sur les graptolithes gothlandiens de la Guinée française* (*C. R. Congrès A. F. A. S.*, Liége, 1924, p. 387-388).

PÉDOLOGIE. — *Rôle du soufre dans la formation de la terre végétale.* Note [1] de M. **Laurent Rigotard**, présentée par M. Lucien Cayeux.

En étudiant la formation des sols sur les montagnes, c'est-à-dire, comme je l'ai montré, en un lieu de choix, pour bien observer les facteurs concourant à la naissance de la terre arable, j'ai été amené, dès le début de mes recherches, à attribuer au soufre un rôle important, non seulement dans la désagrégation des roches, mais aussi sur le développement de la végétation. C'est d'ailleurs en observant une terre riche en végétation, dans le voisinage d'un filon de minerai sulfuré, que mon attention a été attirée sur la question, en 1923.

Le soufre peut jouer un rôle aux points de vue physique et chimique dans la formation des sols, parce qu'il existe, le plus souvent, à l'état de sulfures métalliques dans les roches cristallines; les pyrites exposées à l'air dans les roches désagrégées étant rapidement oxydées et transformées en sulfate, forme sous laquelle on les retrouve dans les sols à la disposition des organismes qui ont tous un besoin plus ou moins impérieux de soufre pour se développer.

Voici l'analyse d'une terre située vers 2700^m d'altitude, sur le Taillefer, dont le sommet s'élève à 2860^m environ en bordure du massif de l'Oisans dans les Alpes françaises.

L'analyse agronomique m'a révélé les teneurs suivantes dans la terre fine de 1^mm [2] :

Azote	6,78	pour 1000
Acide phosphorique en P^2O^5	1,08	»
Acide sulfurique SO^3	2,90	»
Potasse K^2O	0,95	»
Chaux CaO	3,32	»
Magnésie MgO	2,27	»

Il s'agit, on le voit, d'une terre qui, à l'analyse agronomique classique, se montre fertile, très riche en azote, c'est-à-dire en humus, et où la dose de sulfate est aussi élevée.

Je me suis attaché depuis à doser les sulfates dans un certain nombre de

---

(1) Séance du 13 janvier 1930.

(2) L. Rigotard, *Contribution à l'étude des terres de montagne* (*Revue générale des Sciences*, 37, iv, 1926, p. 99).

terres de montagnes, examinées avec l'aide de M. Marcel Gauchou, en mon Laboratoire d'Agronomie alpine. Ces études étaient faites sous le patronage de l'Institut des Recherches agronomiques ([1]).

Pour bien montrer la corrélation positive qui existe entre le développement de la végétation et la teneur en sulfates, je donne ci-dessous un tableau d'analyses de 19 terres rangées par ordre de teneur décroissante en azote pour 1000. J'ai fait figurer, outre le dosage des sulfates, celui de l'acide phosphorique dont MM. Gabriel Bertrand et Silberstein ont rappelé récemment la relation avec le soufre des végétaux (*Comptes rendus*, 189, 1929, p. 886).

Échantillons.	Altitude.	Az.	SO^3.	P^2O^5.
Villard-Notre-Dame (Isère) (1925) S_4......	1700 m	10,30	1,71	2,06
» » S_3......	1575	9,64	1,37	3,30
» » C_3.....	2355	8,25	1,23	1,58
» » M_3.....	2355	8,19	1,20	1,54
Taillefer (1923)........................	2700	6,78	2,90	1,08
La Pra (Isère) (1924) M_3..................	2100	5,06	1,09	1,52
» » S_3..................	2550	5,06	1,03	3,10
Villard-Notre-Dame (1925) T_3............	2355	4,66	1,09	1,26
La Pra (1924) Q_4......................	2125	3,88	1,50	2,83
La Grave (Hautes-Alpes) (1925) U_3........	3208	3,38	0,34	2,60
La Pra (1924) T_3......................	2260	2,17	0,63	1,35
» » U_3......................	2700	2,00	1,57	3,19
» » N_4......................	2700	1,81	0,82	1,45
Villard-Notre-Dame (1926) T_3............	1200	1,80	0,96	1,58
» (1924) S_3............	2390	1,78	1,11	1,05
La Grave (1925) V_4......................	2900	1,70	0,49	1,75
Villard-Notre-Dame (1924) V_4............	2150	1,02	0,68	1,67
La Pra (1924) O_3......................	2400	0,66	0,41	1,29
» » S_1......................	2235	0,25	0,89	1,88
Moyenne générale..................		4,12	1,10	1,89

On voit que, sauf dans quelques cas, d'ailleurs la plupart spéciaux, la teneur en sulfates croît avec la teneur en azote. Ceci confirme le rôle du soufre dans la formation de la matière humique, c'est-à-dire de la terre végétale en définitive. Sur 19 dosages de sulfate, 11 donnent une teneur supérieure à 1 pour 1000, moyenne 1,40; ils correspondent à une teneur moyenne en azote de 5,96 et en acide phosphorique de 2,04. Par

([1]) L. Rigotard, *Étude sur la formation des terres arables d'origine continentale* (*Annales de la Science agronomique*, 45, 1928, p. 1).

contre, 8 dosages de SO^3 inférieurs à 1 pour 1000 donnent une moyenne de 0,65 pour 1000 correspondant à une teneur moyenne en azote de 1,59 et en acide phosphorique de 1,69 pour 1000. On voit donc que, dans la série la plus riche en azote, c'est-à-dire en matière humique et en végétation, la dose de sulfate est la plus élevée. Le rôle du soufre dans la formation de la terre végétale est, en définitive, le suivant. Il agit :

1° Dans la désagrégation physique de la roche qui le contient le plus souvent à l'état de sulfure;

2° Dans la modification chimique des roches;

3° Dans le développement des organismes qui contribuent, eux aussi, puissamment, à la formation des sols arables.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la présence de Solénopores dans les formations oolithiques et pisolithiques du Lusitanien de Mortagne (Orne).* Note de M. **Louis Dangeard**, présentée par M. L. Cayeux.

Au cours d'une excursion récente, j'ai trouvé de beaux exemplaires de *Solenopora* dans le Jurassique de l'Orne.

Les Solénopores, considérées comme des algues calcaires voisines des Mélobésiées actuelles, forment des nodules qui jouent un rôle important dans certaines formations calcaires du Primaire. Jusqu'à présent les terrains secondaires n'ont fourni que de rares gisements. En 1926, Mme Lemoine et M. G. Delépine (1) ont annoncé la découverte du genre *Solenopora* dans le Jurassique de France (Bathonien et Argovien des Ardennes). En 1929, M. Peterhans (2) a montré que le genre *Pseudochætetes*, créé par Haug, se rapportait aux Solénopores : l'échantillon correspondant provient du Malm moyen de la Champagne.

Les gisements nouveaux que je signale appartiennent au Lusitanien. Ils sont situés à quelques kilomètres de Mortagne, le premier, dans une carrière voisine du bourg de Loise, l'autre, dans un chemin creux passant dans un tunnel sous la voie ferrée d'Alençon. Les échantillons ont été extraits d'une gangue de calcaire oolithique et pisolithique contenant des colonies de Poly-

(1) Mme P. Lemoine et G. Delépine, *Découverte du genre* Solenopora *dans le Jurassique de France* (*Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 798).

(2) E. Peterhans, *Les Algues jurassiques* Solenoporella *et* Pseudochætetes (*Bull. Soc. géol. Fr.*, 4e série, **29**, 1929, p. 3).

piers, des moules de Gastropodes et de Lamellibranches : c'est le calcaire corallien de la carte géologique, calcaire qui a une grande extension dans la région et qui se présente généralement en masses mal stratifiées, ou même compactes, contenant, par places, des buissons de Polypiers, des moules de *Diceras* et de Nérinées.

Les *Solenopora* forment, dans les deux gisements cités, des nodules de taille variable (de la grosseur d'une noix à celle de la tête), de forme généralement plus large que haute. La surface externe, lorsqu'elle n'est pas empâtée dans la gangue, laisse voir des protubérances irrégulières. En sectionnant les nodules, on est surpris d'observer une délicate teinte rose ou lie de vin, répartie suivant des zones concentriques relativement larges (2 à 3^{mm}), qui laissent entre elles de minces bandes blanches. Cette coloration semble bien due à la conservation du pigment de l'algue, comme dans le cas des échantillons provenant des Ardennes et d'Angleterre ([1]). Les zones concentriques présentent de nombreuses ondulations qui témoignent d'une croissance irrégulière. Les nodules sont fréquemment accidentés de perforations, de déchirures remplies de calcaire oolithique.

L'examen microscopique, en coupe longitudinale et transversale, des files cellulaires conservées, confirme la détermination que permettent déjà d'établir l'aspect général des échantillons et le coloris si particulier des zones de croissance.

Il est probable que les dépôts coralliens, si abondants dans le Jurassique de France, fourniront d'autres gisements; ceux qui sont connus jusqu'à ce jour témoignent, en effet, que les solénopores jurassiques, comme celles du Primaire, étaient associées à des formations coralliennes et oolithiques.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Recherches sur les variations de coloration des plantes au cours de leur dessiccation. Sur un nouveau chromogène, l'orobérol, retiré de l'*Orobus tuberosus L. Note de MM. **M. Bridel** et **C. Charaux**, présentée par M. L. Mangin.

L'*Orobus tuberosus* L. est une plante de la famille des Légumineuses-Papilionacées, qu'on trouve dans les bois et sur la lisière des forêts de presque toute la France.

([1]) Mme P. Lemoine, *Les* Solenopora *du Jurassique de France* (*Bull. Soc. Géol. Fr.*, 4e série, **27**, 1927, p. 405).

Séchée à l'air, sans précaution, cette plante prend une teinte noir bleuâtre très foncée, tout à fait caractéristique.

Quand on plonge la plante fraîche dans une atmosphère saturée d'éther, on voit très rapidement la teinte verte passer au noir bleuâtre. Les vapeurs d'éther ont provoqué la plasmolyse et le noircissement est dû à l'action d'un ferment soluble sur un principe chromogène.

Nous avons appliqué, à la plante fraîche et à la plante sèche, la méthode biochimique de Bourquelot à l'émulsine et notre méthode biochimique à la rhamnodiastase. Nous avons reconnu que l'*Orobus tuberosus* L. renferme, à la fois, un glucoside hydrolysable par l'émulsine (1) et un glucoside hydrolysable par la rhamnodiastase.

Toutefois, ni l'un ni l'autre de ces deux glucosides ne représente le chromogène, cause du noircissement de la plante, aussi bien par dessiccation que par plasmolyse.

Nous avons extrait ce chromogène de la façon suivante :

Préparation. — Les plantes sèches, ayant conservé leur teinte verte, ont été traitées par l'alcool à 60° bouillant. La solution alcoolique a été distillée à l'alambic. Le liquide aqueux résiduel a été filtré chaud pour séparer la chlorophylle, puis, encore tiède, épuisé, à plusieurs reprises par de l'éther. L'oroboside, le glucoside hydrolysable par l'émultine, cristallise très rapidement dans le liquide aqueux. Après séparation de l'oroboside, le liquide est acidifié par l'acide sulfurique au dixième, qui provoque la formation d'un abondant précipité. On agite le liquide contenant le précipité avec de l'éther. La solution éthérée, déshydratée, est distillée à sec et le résidu est repris par 200 parties d'eau bouillante. La solution filtrée laisse déposer, par refroidissement, l'orobérol cristallisé. On le purifie par des cristallisations dans l'alcool à 30° et dans l'eau.

Les rendements en orobérol pur sont assez variables, de $0^{g},75$ à $0^{g},176$ pour 100^{g} de plantes sèches.

Propriétés. — L'orobérol cristallisé dans l'eau se présente sous la forme d'une poudre cristalline, à aspect nacré, de couleur rose pâle, constituée par de fines lamelles séparées ou groupées, paraissant incolores.

Il renferme 4,59 pour 100 d'eau de cristallisation qu'il perd dans le vide, à $+60°-70°$, sans s'altérer. Il fond instantanément au bloc Maquenne à $+290°$.

(1) Ce glucoside a été obtenu à l'état cristallisé, ainsi que son produit d'hydrolyse non glucidique. Nous reviendrons plus tard sur ses propriétés et nous le désignons, dès maintenant, sous le nom d'*oroboside* et son produit d'hydrolyse sous celui d'*orobol*.

En solution alcoolique, il est inactif sur la lumière polarisée. Il est réducteur : 1g d'orobérol cristallisé réduit comme 0g,368 de glucose.

L'acide sulfurique le dissout en donnant une solution très légèrement verte, virant à la teinte lie de vin intense par addition d'une trace d'acide azotique.

Si l'on ajoute peu à peu de la soude à 1 pour 100 dans une solution d'orobérol dans l'alcool dilué, il se développe une magnifique coloration vert émeraude, disparaissant par addition d'un excès de soude.

En solution alcoolique, l'orobérol donne, par addition d'une solution de perchlorure de fer au centième, une coloration lie de vin, passant au violet.

L'eau iodée colore la solution d'orobérol en bleu, l'eau de Javel donne un bleu noir intense disparaissant avec un excès de réactif.

Le suc glycériné de *Russula delica* donne, avec une solution d'orobérol libre, une teinte rouge. Pour obtenir la teinte bleue, il faut opérer avec l'orobérol à l'état de sel alcalin ou alcalino-terreux. L'orobérol se conduit, dans cette dernière réaction, comme le bolétol de M. G. Bertrand [1].

L'orobérol se dissout dans la solution saturée de bicarbonate de sodium en dégageant du gaz carbonique : c'est donc un acide.

L'orobérol n'est pas azoté.

Nous proposons la formule $C^{18}H^{14}O^{8}$ qui concorde avec toutes les propriétés que nous avons déterminées :

	Trouvé			Calculé pour
	I.	II.	Moyenne.	$C^{18}H^{14}O^{8} = 358$.
C pour 100	59,98	59,52	59,75	60,33
H pour 100	3,90	4,02	3,96	3,91

L'orobérol cristallisé renferme 1 H^2O. Trouvé : 4,59 pour 100. Théorie, 4,78.

L'orobérol renferme deux fonctions acide libre ou une fonction acide et une fonction lactone très labile.

Il diffère du bolétol de M. G. Bertrand qui possède une coloration rouge foncé.

---

(1) *Bull. Soc. chim.*, 3e série, **27**, 1902, p. 454.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Variation de la perméabilité des cellules au cours de la végétation chez une plante ligneuse.* Note de M. **B. Soyer**, présentée par M. Molliard.

Dans ses recherches sur les variations qu'éprouvent les substances azotées dans les différents organes de Hêtres jeunes, R. Combes ([1]) a déterminé l'importance et les limites des deux grandes migrations qui se produisent, l'une au printemps, au début de la période active de végétation, des tiges et des racines vers les jeunes feuilles en voie de croissance, et l'autre en automne, à la fin de la période active de végétation, des feuilles jaunissantes vers les organes vivaces.

Dans le but de pénétrer le mécanisme intime de ces phénomènes R. Combes et M. Piney ([2]) ont recherché quelles sont les variations qualitatives de la matière azotée qui précèdent, accompagnent et suivent les grandes migrations; ainsi, avant, pendant et après celles-ci ils ont pu préciser le sens et l'amplitude des phénomènes de protéolyse et de protéogénèse.

Il y avait lieu de se demander ce que devenait la perméabilité cellulaire pendant toutes ces transformations; restait-elle constante ou au contraire se modifiait-elle? Dans ce dernier cas, son étude au cours de l'année, et particulièrement aux époques où se produisent les mises en circulation des grandes masses de substances, pouvait fournir des renseignements utiles dans l'étude du mécanisme des phénomènes de migration.

La perméabilité des cellules a été étudiée dans la tige et la feuille du Chêne qui se prête mieux que le Hêtre aux recherches de cette nature; elle a été déterminée par le temps de pénétration, dans des coupes d'une épaisseur de 20μ environ, d'une solution à 1 pour 1000 d'azotate de potassium; le moment de la pénétration a été recherché sur ces coupes, préalablement lavées à l'eau distillée, au moyen d'une solution sulfurique de diphénylamine à 1^g pour 1000^{cm^3} d'acide sulfurique pur.

Chaque expérience a été faite sur quatre tiges ou quatre feuilles d'un Chêne adulte du Bois de Boulogne. Dans ces deux organes, durant la série de déterminations faites du 20 mai au 22 octobre, la variation des moyennes

([1]) R. Combes, *Annales de Physiologie*, 3, 1927, p. 333.

([2]) R. Combes et M. Piney, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 79, et 189, 1929, p. 942.

du temps de pénétration, mesurant la perméabilité cellulaire de chaque lot, est représentée par le graphique ci-dessous.



Courbes de la variation du temps de pénétration de l'azotate de potassium, exprimé en heures, et correspondant à la période comprise entre le 20 mars et le 22 octobre 1929.
——— Courbe relative à la tige.
- - - - Courbe relative à la feuille.
A, début de l'ouverture des bourgeons; B, fin de la croissance en longueur des tiges; C, jaunissement des feuilles.

L'examen du graphique conduit aux conclusions suivantes :

A. La perméabilité de la tige et de la feuille du Chêne varie dans de très larges limites, au cours d'une année de végétation; ces variations se font dans le même sens pour les deux organes, mais elles sont, dans la tige, plus intenses et plus précoces que dans la feuille.

B. La courbe de la perméabilité des tissus de la tige montre :

a. Deux augmentations : l'une avant l'ouverture des bourgeons, c'est-à-dire pendant la protéolyse, et avant la grande migration printanière; l'autre, à la fin de septembre, précédant le jaunissement, c'est-à-dire pendant la grande migration automnale.

b. Une diminution notable en juin et juillet, intense à la fin d'août; que nous nous bornons à constater sans chercher, pour le moment, à l'expliquer.

c. Une stabilisation nette a une valeur très élevée, pendant le mois d'avril jusqu'à la fin de la croissance en longueur des jeunes pousses.

C. La courbe de la perméabilité de la feuille montre des variations analogues à celles constatées dans la tige, mais retardées par rapport à ces dernières :

a. Deux augmentations : l'une, d'abord brusque puis plus lente, depuis la fin de la

croissance de l'organe jusqu'au début de septembre; l'autre au milieu d'octobre pendant le jaunissement.

b. Une diminution importante en septembre.

On peut conclure de ces recherches que les grandes migrations printanière et automnale, qui se produisent dans les organes du Chêne sont accompagnées de modifications profondes de la perméabilité cellulaire, modifications ayant pour conséquence de faciliter la circulation des liquides à l'intérieur des tissus.

ZOOLOGIE. — *Sur la valeur de la méthode de la* lecture des écailles *appliquée aux poissons de la zone intertropicale*. Note (¹) de M. **P. Chevey**, présentée par M. L. Joubin.

La méthode de lecture des écailles, base de toute recherche sur la biologie des poissons, avait toujours vu son application limitée aux régions tempérées, en raison de la nature même du phénomène naturel auquel on la croyait exclusivement liée jusqu'ici, le rythme thermique estivo-hivernal. Or, jusqu'à quelle latitude, vers l'Équateur, les variations thermiques conservent-elles assez d'amplitude pour marquer les écailles? En examinant, dans les riches collections de l'Institut Océanographique de l'Indochine, à Nhatrang, deux séries d'individus de tailles comparables d'une espèce très commune, *Synagris japonicus* Bloch, l'une du Tonkin, l'autre de Cochinchine, j'ai observé des zones concentriques d'arrêts de croissance sur les exemplaires tonkinois, alors que la croissance des individus cochinchinois est parfaitement régulière et continue; mêmes résultats sur diverses autres espèces : *Scolopsis bimaculatus* Rüppell, *S. Vosmeri* Bloch, *Pristipoma argenteum* Forskål, *Scioena Vogleri* Blkr., etc. L'interprétation des faits n'est pas douteuse : *l'hiver tonkinois marque les écailles, alors que rien de semblable ne se manifeste en Cochinchine*, et l'Indochine occupe, au regard de ce problème, une situation privilégiée, du fait de la direction générale Nord-Sud de sa côte. Diverses conclusions découlent de ces faits; si l'on se base sur les résultats des récentes campagnes du *de Lanessan* (²) (chalutier de l'Institut Océanographique d'Indochine) et sur ceux plus anciens du

(¹) Séance du 13 janvier 1930.

(²) A. Krempf, *Rapport sur le fonctionnement du Service Océanographique des pêches de l'Indochine en* 1927-1928, Notes, n° 11, p. 9.

Challenger, dans la mer de Chine, on constate que la température estivale des couches superficielles (de 0 à 50^m, profondeur maxima à laquelle ont été chalutés les poissons examinés), aux latitudes du Nord Annam et du Tonkin, est de 27° à 28° C., la température hivernale de 23° à 24° C. Un écart de 4° à 5° C. seulement semble donc suffisant pour provoquer un ralentissement de croissance chez les poissons, et son inscription sur les écailles.

En deuxième lieu, si nous trouvons dans le Sud des espèces à écailles marquées, c'est qu'elles auront passé l'hiver dans le Nord, et inversement, si dans le Nord, nous observons des espèces à écailles non marquées, c'est qu'elles auront passé la mauvaise saison dans le Sud; c'est là une méthode de choix pour l'étude du problème des migrations.

Enfin, certaines observations pourront nous donner des indications, d'ordre hydrologique, très précises : les espèces prises au large du Cap Varella ont des écailles avec marques hivernales, par contre, celles de la baie de Honc-Cohé, à 22 milles plus au Sud, ont une croissance régulière et continue. C'est vraisemblablement aux courants froids venus du Nord, pendant la mousson de NE, que sont dus les « marquages » d'écailles au large des côtes, alors que dans les baies de cette région, toutes remarquablement abritées du côté du Nord, le phénomène ne se produit pas. Cette hypothèse, basée sur des faits d'ordre biologique, sera ultérieurement vérifiée par des prises de température.

Ces faits, et ceux mis en évidence par les récentes campagnes du *de Lanessan* ([1]), nous permettent de diviser les eaux qui baignent les côtes d'Indochine, en 3 secteurs, caractérisés par les particularités thermiques suivantes : 1° *Golfe de Siam*, température sensiblement identique en profondeur (70^m) comme en surface, et constante toute l'année (28 à 30° C.); 2° *Cochinchine et Sud Annam*, température des eaux profondes sensiblement plus basse (23°,5 C. à 50^m) que celle des eaux superficielles (27 à 28° C.); pas de refroidissement hivernal sensible ; 3° *Nord Annam et Tonkin*, mêmes caractéristiques générales que la zone précédente, avec refroidissement hivernal des couches superficielles (23 à 24° C.). Telle est l'ampleur des problèmes d'océanographie physique et biologique, à la solution desquels cette méthode est susceptible de donner son concours, dans toute la zone intertropicale.

([1]) *Loc. cit.*

ZOOLOGIE. — *Colulus et filières non fonctionnelles chez les Aranéides.* Note (¹) de M. **J. Millot**, présentée par M. M. Caullery.

On sait que, chez la plupart des Araignées vraies écribellatées, il existe à la partie postérieure de l'abdomen un petit appendice cylindro-conique impair et médian, le colulus, situé immédiatement au-dessous des filières inférieures. En général de très petite taille, il atteint cependant un développement assez important chez certaines espèces, chez celles en particulier qui appartiennent à la famille des Sicariidés. Sa présence avait éveillé depuis longtemps l'intérêt des aranéidologues, qui avaient cherché à lui attribuer une fonction. E. Simon (²), constatant que les fils émis par les Sicariidés du genre Loxoscèle avaient l'apparence de ceux des toiles des Araignées cribellatées, avait supposé que le colulus jouait un rôle analogue à celui du cribellum. Pour vérifier cette hypothèse, j'ai entrepris de préciser la structure interne, tout à fait inconnue jusqu'ici, de l'appendice. Je me suis adressé pour cela au matériel le plus favorable, au genre Loxoscèle, dont j'ai étudié deux espèces [*L. rufescens* Dufour et *L. distincta* Lucas (³)], et au genre Scytode (*Scytodes thoracica* Latr.). Chez toutes ces Araignées, la structure du colulus s'est révélée très simple : des coupes transversales le montrent constitué de dehors en dedans par une couche de chitine portant çà et là quelques poils, doublée d'un hypoderme très aplati, à noyaux condensés, et par une cavité intérieure contenant du sang; à la base de l'organe, on peut observer, mais de façon inconstante, quelques fibres musculaires striées. Le colulus se présente donc en somme comme un tube de chitine rempli d'hémolymphe; cette hémolymphe n'est le siège d'aucune activité spéciale; en particulier, il ne s'y produit aucun phénomène d'hématopoïèse; de même, dans l'hypoderme, on ne constate aucune différenciation structurale, aucune, entre autres, qui puisse représenter un organe sensoriel. Une constitution aussi rudimentaire permet d'affirmer que le colulus n'exerce aucune fonction définie.

Cependant la signification de cet appendice me paraît pouvoir être éclairée par des observations concomitantes que j'ai faites sur les filières. L'étude comparative de l'appareil séricigène dans les différents groupes

(¹) Séance du 13 janvier 1930.

(²) *Hist. Nat. des Araignées*, Paris, 1893, p. 272.

(³) M. Fage a bien voulu mettre à ma disposition plusieurs exemplaires de cette espèce.

d'Aranéides m'a amené, en effet, à cette constatation suggestive que, si certaines filières, celles des Argiopides par exemple, sont parcourues par plus de 100 canaux vecteurs de soie, et servent en conséquence de débouché à plus de 100 glandes séricigènes, d'autres ne sont traversées que par quelques conduits ou même par un seul (filières supérieures de *Scytodes thoracica*), d'autres enfin n'en contiennent aucun; telles sont par exemple les filières supérieures des *Pholcus* et les filières moyennes des *Loxoscèles*. Il existe donc, chez les Aranéides, des filières non fonctionnelles. Or, la structure interne de telles filières se révèle identique à celle que nous avons reconnue au colulus : celui-ci ne peut être distingué d'elles sur des coupes que par sa position.

Le fait que les filières sont typiquement des organes pairs, alors que le colulus est unique et médian, pourrait seul faire hésiter à leur reconnaître la même signification. Mais on peut remarquer que l'appareil séricigène des Araignées fournit, en d'autres de ses parties, maints exemples d'une fusion d'organes pairs sur la ligne médiane. C'est ainsi que le cribellum, très généralement assimilé à une quatrième paire de filières, est formé de deux plaques, qui, suivant les cas, sont tantôt largement séparées (Œcobiides), tantôt contiguës, tantôt même soudées sur la ligne médiane (beaucoup de Dictynides, Uloborides); que, chez certaines Araignées, les filières médianes sont étroitement rapprochées, parfois même fusionnées à leur base; enfin qu'il existe de nombreux cas, où des glandes séricigènes impaires résultent de l'union de deux vésicules primitivement paires. Il n'y a donc aucune difficulté de principe à considérer le colulus, ainsi qu'y invite sa structure, comme correspondant à une paire de filières rudimentaires. Je ne crois cependant pas devoir pour cela accepter la conception de Dahl (*Sitzber. ges. Naturf. Freunde*, 1901, p. 180), pour qui le colulus proviendrait de la réduction du cribellum. Le fait que les Araignées Cribellates sont dépourvues de colulus ne saurait constituer un argument en faveur de cette opinion. Il n'y a, entre cribellum et colulus, aucune similitude de structure, et il me paraît beaucoup plus vraisemblable de considérer l'un et l'autre organe comme résultant d'une évolution, dans deux directions bien distinctes, de la quatrième paire de filières des Araignées; le cribellum continue à participer à l'émission de la soie, le colulus, nettement régressé, n'exerce plus aucune fonction.

ZOOLOGIE. — *Quelques observations sur les* Ctenoplana *des mers de Chine.* Note de M. **C. N. Dawydoff**, présentée par M. M. Caullery.

J'ai signalé [1], la découverte, à Nhatrang (Annam), de trois espèces nouvelles du genre *Ctenoplana*. Je donne ici le résumé de mes observations de ces animaux sur le vivant, réservant pour plus tard l'étude de leur organisation interne. Je n'ai que peu de choses à dire sur leur biologie. Il semble que, contrairement à *Cœloplana*, *Ctenoplana* soit plutôt un organisme pélagique.

Placés en aquarium, mes animaux tombent sur le fond, mais ce n'est que très rarement qu'on les voit ramper sur leur face ventrale, grâce aux mouvements de leurs cils. Ordinairement ils se fixent au substratum par leur face orale et restent immobiles pendant des heures. Une fois fixé, l'animal s'allonge parfois considérablement suivant son axe vertical (oro-aboral). La région amincie de son disque se transforme alors en une sorte de pédoncule portant la partie aborale fortement comprimée dans le plan tentaculaire. Dans cette posture (qu'on observe principalement chez *C. agnæ*), l'animal a l'aspect d'un Anthozoaire. Si l'on ne l'inquiète pas, l'animal se détache de lui-même du fond et remonte à la surface. Tandis qu'il nage, il ne reste jamais à plat, mais se plie ventralement suivant le plan tentaculaire. Alors, la région amincie de son disque se transforme en deux lobes. Il nage ainsi, le pôle aboral en avant, non seulement au moyen de ses palettes, mais encore en battant l'eau de ses deux lobes improvisés. Souvent, on le voit se suspendre à la surface de l'eau, sa face aborale tournée vers le bas. Il est alors complètement étalé, ses tentacules étendus presque au maximum et ses tentilles, parfois presque aussi longues que les tentacules eux-mêmes (*C. Duboscqui*), sont en pleine activité.

J'ai donné précédemment quelques indications sur l'appareil tentaculaire. J'en donnerai encore ici sur l'organe aboral, les organes génitaux et l'appareil respiratoire.

1° *Organe aboral* — Il comprend, comme chez tous les Cténoplanides, le statocyste et le complexe des palpes sensitifs. Chez *C. Duboscqui*, ce dernier présente une symétrie bilatérale. Il se compose de deux demi-cercles flanquant le statocyste, de chaque côté du plan tentaculaire. Mais, chez *C. agnæ* et chez *C. jurii*, sa symétrie est biradiaire et non bilatérale.

---

[1] *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 1315.

En effet, chaque groupe demi-circulaire de palpes sensitifs se trouve subdivisé en deux demi-groupes équivalents, symétriques par rapport au plan normal au plan tentaculaire. En d'autres termes il y a un groupe de palpes dans chaque quadrant. L'organe aboral de *C. Duboscqui* présente une particularité remarquable. Il est relié aux palettes natatoires par 8 sillons, très étroits, peu profonds, nettement reconnaissables grâce à leur pigmentation jaune. Bien que ces formations n'aient qu'une ciliation rudimentaire, il est évident qu'on peut les homologuer aux bandelettes ciliées des Cténophores typiques.

2° *Appareil génital.* — Willey a décrit, chez *C. Korotnewi*, des gonoductes s'ouvrant au dehors par des pores spéciaux, disposition qui a surpris les naturalistes. Je confirme pleinement les observations du zoologiste anglais. Chez *C. jurii* et *C. Duboscqui*, l'appareil génital se compose de 4 gonades (en deux paires symétriques), alternant avec les côtes méridiennes et possédant chacune un gonoducte avec pore très petit et très peu visible. Sur le vivant, des grains de pigment accompagnent ces voies génitales et les décèlent. Même, chez *C. jurii*, toute la gonade est entourée d'une gaine pigmentaire, dans le mésenchyme, tout comme chez *Cœloplana gonoctena*, d'après Krempf.

L'appareil reproducteur des *Ctenoplana* indochinoises présente la remarquable particularité suivante. Chaque massif génital, bien que ne possédant qu'un seul gonoducte, est morphologiquement double, étant fait de deux glandes juxtaposées. Il est possible qu'on ait affaire là à un dispositif hermaphrodite, l'une des glandes étant mâle, l'autre femelle. Mais je suis porté à croire plutôt à la présence de 8 glandes, jadis indépendantes et sous-méridiennes, actuellement regroupées deux à deux et, partant, déplacées. Avant de conclure, il faut attendre l'examen cytologique.

3° *Papilles respiratoires dorsales.* — Il s'agit d'une particularité externe remarquable de l'appareil gastro-vasculaire. Chez *C. agnæ* et *C. Duboscqui*, les diverticules gastriques interradiaux sont capables de refouler la paroi dorsale du disque, déterminant ainsi l'apparition sporadique — selon un rythme plus ou moins régulier — de deux paires de protubérances coniques, papilliformes, érectiles, placées entre les côtes méridiennes, dans la région aborale. Bien qu'elles ne soient pas permanentes, ces formations peuvent sans doute être homologuées aux papilles aborales des Cœloplanides, qui, selon Krempf, émanent aussi des canaux méridiens paratentaculaires et parastomacaux. Il s'agit sans doute d'organes respiratoires.

PHYSIOLOGIE. — *Pancréas et excitabilité pneumogastrique.* Note de MM. **L. Garrelon, D. Santenoise, H. Verdier** et **M. Vidacovitch**, présentée par M. Charles Richet.

En expérimentant sur un très grand nombre d'animaux, et en soumettant nos résultats à une sévère critique scientifique, nous avons pu, non seulement établir que chez le chien, le pancréas est un organe régulateur de l'excitabilité réflexe du vague, mais encore qu'il déverse dans la circulation une substance vagotonisante différente de l'insuline. En effet :

1° L'ablation totale du pancréas est toujours suivie d'une diminution considérable de l'intensité du réflexe oculo-cardiaque. Pour obtenir ce résultat, il est indispensable de ne laisser aucune trace de pancréas, une faible quantité de cet organe suffisant à maintenir l'excitabilité réflexe du vague.

2° L'injection ou la transfusion du sang de la veine pancréatique ou du sang artériel total d'un donneur vagotonique à un animal dépancréaté exagère ou fait reparaître chez le récepteur le réflexe oculo-cardiaque.

Donc le pancréas sécrète une substance vagotonisante, qui se retrouve dans le sang artériel.

Il s'agissait de savoir si ce pouvoir vagotonisant était dû à l'insuline ou à une autre substance.

En 1922, avec des extraits pancréatiques bruts, où l'insuline était accompagnée d'une masse d'impuretés, nous avions régulièrement enregistré un intense pouvoir vagotonisant, mais il n'en a plus été de même lorsque nous avons repris nos recherches avec les insulines très purifiées que l'on prépare actuellement.

Avec des échantillons provenant de purifications successives d'extraits alcooliques de pancréas et aboutissant à des insulines très purifiées, nous avons constaté l'existence d'un pouvoir vagotonisant intense dans les premiers échantillons et son absence dans les échantillons correspondant aux derniers stades de purification. Ainsi ce n'est pas par l'insuline que le pancréas agit sur l'excitabilité réflexe du vague.

On aurait pu supposer que ce pouvoir était dû à la choline ou à un de ses dérivés. Mais d'une part, nous avons obtenu une action vagotonisante intense avec des extraits pancréatiques dépourvus de choline, et d'autre part, la choline et l'acétylcholine n'accroissent pas directement l'excitabilité réflexe du vague ; il y a, au contraire, diminution du réflexe oculo-cardiaque immédiatement après l'injection de ces corps.

Le pouvoir vagotonisant n'appartient non plus aux substances hypotensives à action immédiate trouvées dans les extraits pancréatiques. Nous avons vérifié qu'à diverses doses l'extrait pancréatique préparé suivant la technique de Gley et Kisthinios n'accroît pas l'intensité du réflexe oculocardiaque. De plus, l'élimination des substances hypotensives par les procédés actuellement classiques ne supprime pas le pouvoir vagotonisant, bien au contraire, car l'action sur le vague n'est plus voilée ou diminuée par les impuretés. Nous avons constaté quelquefois avec ces extraits débarrassés de substances immédiatement hypotensives des chutes de pression carotidienne.

Enfin, l'injection de doses assez élevées d'insulines purifiées à des chiens nettement vagotoniques non seulement n'exagère pas le réflexe oculocardiaque mais au contraire est assez souvent suivie de la diminution ou de la disparition du réflexe oculo-cardiaque.

Conclusion. — Ainsi nous avons démontré que le pancréas exerce une action importante sur l'activité fonctionnelle du système nerveux végétatif en sécrétant et en déversant dans le sang une hormone vagotonisante différente de l'insuline.

PHARMACODYNAMIE. — *Rôle physiologique de la fonction amine tertiaire dans le noyau pyrrolidine-pipéridine. Importance de la notion d'isomérie.* Note de MM. **René Hazard** et **Michel Polonovski**, présentée par M. A. Desgrez.

Nous avons déjà montré [1] les différences qui séparent les actions physiologiques de deux isomères sans pouvoir rotatoire : le tropanol, hypotenseur et cardio-inhibiteur et le pseudotropanol, hypertenseur à action cardiovasculaire d'allure nicotinique.

Il était intéressant de rechercher ce que devenaient ces différences lorsqu'on modifiait la fonction amine tertiaire, caractéristique commune de ces deux isomères : nous avons étudié comparativement les actions cardiovasculaires des aminoxydes (azote pentavalent) et des dérivés déméthylés (azote trivalent) de ces deux composés.

1° La fixation d'oxygène sur l'azote affaiblit également l'action de l'une et de l'autre molécule : *a*. les effets produits par le *N-oxytropanol* [2] (P. F. 238°), même à doses élevées, sont ceux d'un tropanol très

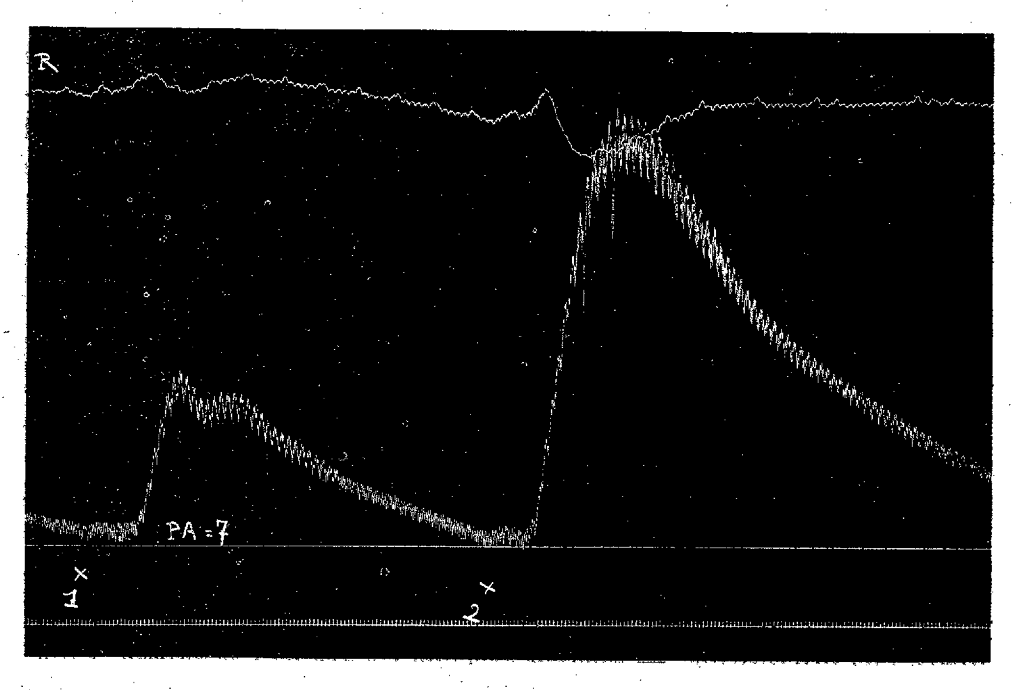
[1] Michel Polonovski et René Hazard, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1441.

[2] Max et Michel Polonovski, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1755.

atténué : la diminution d'amplitude, le ralentissement du rythme des contractions cardiaques et l'abaissement de la pression carotidienne sont ici faibles et fugaces; *b.* le *N-oxypseudotropanol* (¹) (P. F. 229°) laisse inchangés le rythme et l'amplitude, et élève très faiblement la pression.

2° Il n'en est plus de même quand on fait subir à la molécule la déméthylation :

a. Le *nortropanol* (tropigénine) (P. F. 161-162°) se comporte comme



Action hypertensive comparée du pseudotropanol et du norpseudotropanol après surrénalectomie.

Chien ♀ 7kg,100, chloralosé. L'animal, préalablement soumis à la surrénalectomie double, a reçu par la voie intraveineuse 3/10 de milligramme de sulfate d'atropine par kilogramme. De haut en bas : R = tracé oncographique du rein; PA = pression carotidienne avec repère à 7cm Hg. Temps en secondes. On injecte par la voie intraveineuse en (+ 1) 0g,01 par kilogramme de pseudotropanol neutralisé; en (+ 2) 0g,01 par kilogramme de norpseudotropanol neutralisé. (Tracé réduit de 1/3.)

un tropanol atténué : il diminue d'une manière fugace l'amplitude des contractions auriculaires, ralentit faiblement le rythme et provoque un abaissement faible et passager de la pression sanguine.

b. Au contraire, la déméthylation du pseudotropanol réalise un phénomène que nous avions déjà constaté pour son homologue supérieur hétéro-

---

(¹) MAX et MICHEL POLONOVSKI, *Bull. Soc. chimique de France*, 43, 1928, p. 364.

cyclique (¹) : le maintien et même le renforcement de l'activité de la molécule.

Qualitativement, le *norpseudotropanol* (²) exerce des effets cardiovasculaires analogues à ceux du pseudotropanol : hypertension; excitation réflexe et directe du vague cardiaque; accélération et augmentation d'amplitude après atropinisation; vasoconstriction périphérique. Il montre, pour une même dose, une action hypertensive au moins égale et beaucoup plus constante que le dérivé méthylé.

En outre, alors que le pseudotropanol voit ses effets très amoindris chez l'animal surrénalectomisé, le norpseudotropanol conserve, dans ces conditions, une activité à peu près semblable à celle qu'il exerce chez l'animal normal (voir figure ci-dessus), comme si son action était moins dépendante d'une décharge d'adrénaline dans l'organisme.

Conclusion. — Dans le noyau pyrrolidine-pipéridine, la transformation de la fonction amine tertiaire en fonction aminoxyde réduit également l'action cardiovasculaire des deux isomères, tropanol et pseudotropanol.

Il n'en est plus de même pour le passage à la fonction amine secondaire : si la déméthylation du tropanol, en effet, lui enlève presque toute activité sur le cœur et les vaisseaux, la déméthylation de son isomère, loin de diminuer l'efficacité de la molécule, rend ses actions plus constantes et semble lui conférer une activité cardiovasculaire propre. En somme, la déméthylation annihile l'action d'un isomère et renforce les effets de l'autre. *Ici encore se manifeste le rôle important joué par l'isomérie dans de tels composés.*

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Nouvelle réaction colorée de l'ergostérol. Différenciation de l'ergostérol et de l'ergostérol irradié.* Note de M. **R. Meesemaecker**, présentée par M. A. Desgrez.

De nombreuses réactions colorées des stérols ont été proposées. La plupart d'entre elles s'appliquent à la fois aux zoostérols et aux stérols d'origine végétale; tel est le cas des réactions de Hesse-Salkowski, de Liebermann, de Tschugaeff, etc. D'autres, parmi lesquelles on peut citer la réaction de Kahlenberg, caractérisent les cholestérines.

Enfin les dernières, et ce sont les plus rares, sont spécifiques du groupe de l'ergostérine; Tanret, Gérard et, plus récemment, Rosenheim, en ont signalé quelques-unes.

(¹) René Hazard et Michel Polonovski, *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 822.
(²) Max et Michel Polonovski, *Bull. Soc. chimique de France*, **43**, 1928, p. 364.

Pensant que le mécanisme de la réaction de Liebermann était dominé par un phénomène de déshydratation, nous avons soumis cette réaction à une étude critique, en remplaçant l'anhydride acétique par d'autres anhydrides, le chloroforme par d'autres solvants, l'acide sulfurique par d'autres déshydratants.

Si, dans la réaction de Liebermann, on remplace l'acide sulfurique par du chlorure de zinc *anhydre*, on obtient avec des stérols du groupe de l'ergostérine (stérol de l'ergot de seigle et stérol de levure) une coloration rose passant rapidement au vert émeraude. Dans les mêmes conditions, la cholestérine animale et la phytostérine du beurre de cacao ne donnent pas de coloration. L'acide abiétique et les terpènes ne donnent rien de comparable. Pour affirmer la spécificité absolue de cette nouvelle réaction, il eût été nécessaire d'essayer tous les phytostérols connus à ce jour.

Mode opératoire. — On dissout 1^{cg} d'ergostérol dans 5^{cm^3} de chloroforme, on additionne la solution de 2^{cm^3} d'anhydride acétique et d'un excès de chlorure de zinc anhydre, soit environ 2^g; on agite vigoureusement par retournement du tube et on laisse déposer le chlorure de zinc. La coloration rose du liquide surnageant apparaît, vire au jaune, puis au vert franc. L'intensité de la coloration arrive à son maximum dans le vert en moins de 30 minutes. Elle est remarquablement stable et se conserve, sans aucune précaution, plusieurs jours sans altération appréciable.

Sensibilité de la réaction. — $\frac{1}{100}$ de milligramme d'ergostérol dissous dans 1^{cm^3} de chloroforme, additionné de $0^{cm^3},5$ d'anhydride acétique et d'une pincée de chlorure de zinc, donne encore une coloration rose très nette. Mais la coloration verte ne se produit pas avec des quantités d'ergostérol inférieures au $\frac{1}{10}$ de milligramme. La présence de cholestérine ne diminue en rien la sensibilité de la réaction et ses caractéristiques. La coloration se dilue aisément avec un mélange de chloroforme et d'anhydride acétique saturé de chlorure de zinc. Par contre l'addition d'eau au mélange réactionnel filtré fait disparaître la coloration verte et le chloroforme se colore en jaune. Ce chloroforme prélevé et agité à nouveau avec du chlorure de zinc se recolore au vert émeraude instantanément.

Ces phénomènes semblent vérifier notre idée initiale, de même que les expériences suivantes.

En effet le chlorure de zinc seul (sans anhydride acétique) et d'autres déshydratants tels que l'anhydride phosphorique ne sont pas sans action sur les solutions chloroformiques d'ergostérol. Ils nous ont permis de révéler l'action photochimique de la lumière et des rayons ultraviolets sur l'ergostérol.

Voici les résultats de trois groupes d'expériences :

1° Une solution chloroformique d'ergostérol *fraîchement préparée* ou *conservée à l'obscurité* donne, par simple addition de chlorure de zinc anhydre ou d'anhydride phosphorique, une coloration rose qui disparaît rapidement.

2° Dans les mêmes conditions, une solution d'ergostérol *exposée quelques jours à la lumière* donne une coloration jaune puis verte à fluorescence verte.

3° La même solution chloroformique a été irradiée (lampe à vapeurs de mercure, distance : 70^{cm}, sous-épaisseur de 2^{cm}) pendant des temps variables : 15 minutes, 30 minutes, 1 heure, 1 heure 30 minutes. Alors que la solution témoin donne avec le chlorure de zinc la coloration rose des solutions fraîchement préparées, les solutions irradiées présentent une coloration verte dont l'intensité semble proportionnelle aux temps d'irradiation.

Conclusions. — 1° L'addition d'anhydride acétique, puis de chlorure de zinc à une solution chloroformique d'ergostérol provoque la formation d'une coloration rose, puis verte, très stable, qui semble caractéristique des stérols du groupe de l'ergostérol.

2° L'addition de chlorure de zinc ou d'anhydride phosphorique seuls à une solution chloroformique d'ergostérol produit une coloration rose avec la solution récente ou conservée à l'obscurité, et une coloration verte avec les solutions exposées à la lumière du jour ou bien exposées aux radiations ultraviolettes. L'intensité de cette coloration semble proportionnelle à la durée d'exposition.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les ferments solubles sécrétés par les Champignons Hyménomycètes. Les carbures d'hydrogène et les oxydes terpéniques, constituants des huiles essentielles et la fonction antioxygène.* Note de M. **L. Lutz**, présentée par M. L. Mangin.

I. *Carbures d'hydrogène.* — Poursuivant la série de recherches entreprises sur l'action antioxygène des principaux groupes de constituants des huiles essentielles, j'ai mis en œuvre un certain nombre de carbures d'hydrogène :

Carbures terpéniques ($C^{10}H^{16}$) : térébenthène, limonène ;

Carbure sesquiterpénique ($C^{15}H^{24}$) ; caryophyllène ;

Carbures aromatiques : cymène $C^6H^4\langle{}^{CH^3}_{C^3H^7}$, styrolène $C^6H^5-CH=CH^2$ (aussitôt après distillation).

Les essais ont été faits en présence d'un test de réduction : bleu de méthylène (II gouttes de solution aqueuse à 0,25 pour 100 par 5^{cm^3} de milieu). Chaque tube était additionné de III gouttes d'émulsion aqueuse à 1 pour 100 du carbure choisi.

Les Champignons ont été : *Stereum hirsutum*, *S. purpureum* et *Coriolus versicolor* et, pour certaines expériences de contrôle : *Coriolus versicolor*, *Corticium quercinum* et *Polyporus pinicola*.

Une première série d'essais, poursuivie à l'obscurité, a donné des résultats peu nets : on a pu, il est vrai, noter une certaine action antioxygène des carbures, permettant aux ferments réducteurs de transformer le bleu de méthylène en leucobase un peu plus rapidement et surtout plus énergiquement que dans les tubes témoins sans carbures, mais cette action, assez inconstante et lente à se produire, s'est montrée très inférieure en puissance à la plupart de celles qu'on a observées dans les expériences poursuivies jusqu'ici sur d'autres antioxygènes.

Je me suis alors demandé si les radiations lumineuses ne seraient pas capables d'intervenir pour activer la fixation sur le carbure de l'oxygène résultant de l'action des oxydases fongiques.

Deux séries parallèles d'expériences ont été disposées : l'une à la lumière directe du jour, l'autre à l'obscurité.

Les résultats ont été des plus probants. Alors qu'à l'obscurité la réduction du bleu de méthylène, quoique plus rapide que dans les témoins, progressait avec lenteur, elle était, au contraire, extrêmement rapide à la lumière, à tel point que, dix jours après l'ensemencement, les tubes placés à la lumière étaient entièrement décolorés, tandis qu'à l'obscurité, la réduction n'avait pas dépassé le stade lilas.

Cette activation, par la lumière, de la réduction, se poursuit vis-à-vis des phénomènes inverses de recoloration du milieu. On a déjà observé précédemment (1) de tels phénomènes en l'absence d'antioxygènes. Dans le cas des catalyses effectuées à la lumière en présence de carbures d'hydrogène, 3 jours après la décoloration des milieux, ceux-ci commençaient à se recolorer en surface et cette recoloration gagnait en profondeur, pour faire place, 15 jours plus tard, à une nouvelle et progressive décoloration.

Pendant ce temps, les progrès de la réduction des tubes placés à l'obscurité ne se manifestaient que très lentement et aucun symptôme de recoloration n'avait encore pu être observé.

---

(1) L. LUTZ, *Sur les ferments solubles sécrétés par les Champignons Hyménomycètes. Actions réductrices* (*Comptes rendus*, 183, 1926, p. 246).

On voit ainsi l'importance des radiations lumineuses pour certaines actions antioxygènes et l'on voit également, sous leur influence, les carbures constituants des huiles essentielles dériver énergiquement sur eux-mêmes les oxydations provoquées par les ferments catalyseurs et devenir, par cela même, de véritables modérateurs des oxydations au sein des cellules végétales qui en renferment.

II. *Oxydes terpéniques.* — Devant les résultats fournis par l'étude des carbures, il était intéressant d'expérimenter les oxydes terpéniques et plus spécialement l'eucalyptol $C^{10}H^{18}O$, qui se rencontre dans un grand nombre d'huiles essentielles et qui se trouve parmi les produits d'oxydation du phellandrène.

Les essais ont été faits en présence de tests d'oxydation : gaïacol à 1 pour 100, naphtolα à 0,50 pour 100 (I goutte de solution ou de suspension aqueuse par 5^{cm^3} de milieu) ou d'un test de réduction : bleu de méthylène à 0,25 pour 100 (II gouttes par 5^{cm^3} de milieu). L'eucalyptol a été ajouté à la dose de I goutte d'émulsion aqueuse à 1 pour 100 par 5^{cm^3} de milieu. Des tubes sans eucalyptol servent de témoins.

Les Champignons ensemencés ont été : *Corticium quercinum*, *Polyporus pinicola* et *Coriolus versicolor*.

Dans aucun cas, aussi bien à la lumière qu'à l'obscurité, il n'a été noté de différences appréciables entre les témoins et les tubes additionnés d'eucalyptol.

La fixation de l'oxygène sur le carbure a donc eu comme corollaire l'inertie complète de l'oxyde formé au point de vue de la fonction antioxygène.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Recherche du vanadium dans le sang des Ascidies.* Note de MM. **M. Azéma** et **H. Pied**, présentée par M. G. Urbain.

Henze (1) a caractérisé le vanadium dans les cellules sanguines de *Phallusia mamillata*, où il existerait, d'après cet auteur, sous forme de combinaison protéique.

D'autre part Hecht (2), signalant la présence de cet élément dans les cellules pigmentées du sang d'*Ascidia atra*, ajoutait « que, probablement,

---

(1) Henze, *Zeits. für Physiol. Ch.*, 72, 1911, p. 494-501.
(2) Hecht, *Am. J. of Physiol.*, 45, 1918, p. 157-187.

le vanadium joue un rôle catalytique dans l'activité respiratoire des ascidies ».

Il nous a paru dès lors intéressant de vérifier, par voie spectrale, les travaux de Henze sur le sang de *Phallusia mamillata* et d'étendre nos recherches à d'autres ascidies.

La présente Note concerne deux familles très différentes par leurs caractères anatomiques et la composition figurée de leur sang : les *Ascidiidæ* et les *Botryllidæ*. Nous avons étudié les espèces suivantes : *Phallusia mamillata*, *Ph. fumigata*, *Ascidia mentula* comme représentants caractéristiques de la première famille, et d'autre part *Botrylloïdes rubrum* et *Botryllus schlosseri* (variété smaragdus) pour la seconde famille.

Le sang de ces Ascidies, prélevé sur des animaux vivants, était versé dans de l'alcool bouillant, puis conservé en tubes scellés. Ce traitement provoque la formation d'un précipité assez abondant.

Pour les *Ascidiidæ* ci-dessus, le prélèvement du sang est relativement facile. Il n'en est pas de même pour les *Botryllidæ* pour lesquels, par suite de la petite taille des animaux, le sang ne peut être recueilli que par écrasement des colonies, ce qui entraîne l'introduction de fragments d'organes, et la dilution du sang par l'eau de mer contenue dans les cavités branchiales des ascidiozoïtes.

Le sang présente des couleurs très variables d'une espèce à l'autre, mais caractéristiques de l'espèce, couleurs que le traitement à l'alcool bouillant modifie instantanément dans le sens relaté par le tableau ci-dessous :

	Couleur du sang frais.	Couleur du précipité.
I. *Ph. mamillata*	jaune crème	bleu foncé
II. *Ph. fumigata*	vert clair	brun verdâtre
III. *Ascidia mentula*	rouge	orangé vif
IV. *Botrylloïdes*	ocre foncé	brun orangé
V. *B. smaragdus*	bleu verdâtre	violacé

Les précipités d'une part, après filtration et calcination; les filtrats alcooliques d'autre part, après évaporation et calcination, ont été examinés séparément par la méthode du spectre d'arc.

Pour toutes les espèces étudiées, le *vanadium* a pu être mis en évidence dans les précipités. Mais, alors que les précipités concernant les *Ascidiidæ* donnent des spectres où les raies de vanadium sont très nombreuses et très intenses, ceux correspondant aux *Botryllidæ* ne présentent que quelques

raies, extrêmement faibles, mais cependant attribuables avec certitude à cet élément (¹).

En dehors du vanadium, les spectres indiquent, dans les précipités et les filtrats, la présence du silicium, de l'aluminium, du sodium, du magnésium et du calcium.

Le magnésium est surtout abondant dans les filtrats; le calcium l'est surtout dans les précipités et filtrats provenant des *Botryllidæ*.

Signalons, d'autre part, la présence du *titane* (²) et de traces d'*argent* (³) dans *Botryllus smaragdus* et *Botrylloïdes*, et celle du *phosphore* dans les différents précipités, à l'exception du précipité I (⁴).

De cette étude, il ressort que le vanadium existe non seulement dans le sang de *Phallusia mamillata* comme l'avait montré Henze, mais aussi dans celui de deux espèces assez différentes appartenant à la famille des *Ascidiidæ*. Nous avons pu également le mettre en évidence dans le sang des deux Botrylles les plus caractéristiques.

MICROBIOLOGIE. — *Coccus mammaires hétérogènes, leur dissociation.* Note de M. **Constantino Gorini**, présentée par M. Roux.

Dans mes précédentes recherches (⁵) sur l'hétérogénéité et la dissociation des coccus de la mamelle, j'ai envisagé tout spécialement leur action sur le lait étudiée avec des procédés particuliers, maintenant je considère leur pouvoir fermentatif ainsi que d'autres caractères physiologiques auxquels

---

(¹) Pour les *Ascidiidæ*, la quantité de sang prélevée était de 5 à 10^{cm^3}. Dans le cas des *Botryllidæ*, le liquide obtenu (1 à 2^{cm^3}) était constitué en grande partie par de l'eau de mer, ce qui peut expliquer la faiblesse des raies de vanadium dans les spectres des précipités correspondants.

(²) Le titane se trouve à la fois dans les précipités et les filtrats. Sa présence dans *Phallusia fumigata* et *Ascidia mentula* est douteuse; son absence dans *Ph. mamillata* est certaine.

(³) L'argent n'existe que dans les précipités.

(⁴) Il est à noter que le précipité I, où le phosphore est absent, correspond à *Ph. mamillata* pour lequel le sang a pu être prélevé sensiblement pur. Le phosphore est par contre particulièrement abondant dans le précipité V qui provient de *Botryllus smaragdus*, où le prélèvement s'effectua dans de mauvaises conditions. Il ne serait dès lors pas surprenant que cet élément provienne de fragments d'organes, et non du sang de ces Ascidies. La remarque peut s'appliquer au titane.

(⁵) *Rend. M. Inst. Lombardo, Sc. et Lett.*, **34**, 1901, p. 1279; **40**, 1907, p. 947; *Rend. M. Acc. di Lincei*, **11**, 1902, p. 159; **1**, 1925, p. 99; *Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 1641; **182**, 1926, p. 246; **183**, 1926, p. 250; **184**, 1927, p. 1355.

les auteurs attribuent une grande valeur pour la distinction des streptocoques.

Mes nouvelles recherches ont porté sur 65 souches provenant de mamelles saines et de mamelles malades, en parties isolées par moi-même (40), en parties reçues d'autres laboratoires (25). Je les ai cultivées sur gélose additionnée de sang et de différents hydrates de carbone (sucres, glucosides, alcools polyvalents), sur gélatine et dans le bouillon ordinaire ou additionné de bile, et j'ai examiné la température de leur développement et leur résistance à la chaleur. J'ai constaté que dans les mamelles on rencontre des coccus doués des propriétés biologiques les plus différentes, les uns saprophytes, les autres semi-parasites ou parasites, streptocoques décrits par les auteurs depuis le *Str. lactis* jusqu'au *Str. pyrogenes-hemolyticus* en passant par *Str. salivarius*, *Str. fæcalis* ou *Enterococcus*, *Str. mastitis*, *Str. viridans*, etc.

Chaque type de Streptocoque peut se trouver dans les mamelles saines comme dans les mamelles malades. On rencontre souvent deux ou plusieurs types dans la même mamelle. Les types parasites prédominent dans les mamelles malades, mais on en trouve aussi dans les mamelles saines, cela se conçoit puisque les streptocoques pathogènes peuvent persister dans les mamelles guéries. Du reste la généralité des coccus mammaires, si peu nocifs qu'ils soient, doivent être considérés à cause de leur permanence dans les mamelles comme parasites ou semi-parasites. En effet, parmi les 65 souches examinées, celles à caractères saprophytes accusés étaient les plus rares. Cela ressort aussi de la manière dont ces 65 souches se comportent dans le lait. D'après mes recherches, on peut distinguer un type saprophyte propre qui acidifie fortement le lait en produisant un caillot ferme ne se dissolvant pas, et un type parasite ou semi-parasite acidifiant faiblement le lait et donnant un caillot floconneux et doué de propriété protéolytique, ce dernier type de Streptocoque nécessite parfois, pour se développer, l'addition de substances activantes. J'ai rencontré les deux types mélangés, cependant le second prédomine dans les mamelles malades.

En soumettant des souches de chaque type à la dissociation sur plaques de gélose, j'ai obtenu des colonies qui, bien qu'apparemment semblables, se comportent différemment dans le lait, dans les milieux contenant soit des hydrates de carbone, soit de la bile, ou encore sur les milieux gélatinés, ces colonies se distinguent aussi par leur résistance à la chaleur. Cela prouve que les différences physiologiques sont plus marquées que les différences morphologiques.

Nous conclurons donc que chaque souche de coccus mammaire est un

mélange en proportions inégales de types différents, dont l'action complexe dépend du type qui prend le dessus, soit parce qu'il est plus nombreux ou plus vigoureux, soit à cause de conditions locales habituelles ou occasionnelles. Ce qui explique l'inconstance que l'on observe dans les propriétés des streptocoques suivant l'âge, l'origine, les milieux de culture employés, et la façon dont ils sont stérilisés, la température d'incubation, l'acidité initiale, etc. De ces observations on peut tirer un argument en faveur de l'unicité des streptocoques, ou du moins de leur étroite parenté.

BACTÉRIOLOGIE. — *Sur la nature de la lyse transmissible des bactéries.* Note de M. **E. Plantureux**, présentée par M. Roux.

Les expériences que nous rapportons ont été faites avec deux souches de bacilles dysentériques de Shiga, de la collection de l'Institut Pasteur d'Algérie. L'une a été isolée à Alger, il y a six ans; la deuxième provient du laboratoire de bactériologie de la Faculté de Strasbourg.

Pour nous assurer de l'absence d'éléments lytiques dans ces deux souches, des cultures de quinze et trente jours en bouillon ordinaire, pH 7,8, ont été filtrées sur bougies Chamberland L^2. Le filtrat obtenu a été ajouté en quantité variable (10^{cm^3}, 5^{cm^3}, 2^{cm^3}, 1^{cm^3}) à 4 tubes de 10^{cm^3} de bouillon pH 7,8, ensemencés avec une goutte d'une culture sur gélose de 18 heures du même bacille de Shiga mise en suspension dans 3^{cm^3} de bouillon. Aucune apparence de lyse n'a pu être constatée dans les cultures en bouillon et ces cultures en bouillon, étalées sur gélose inclinée, n'ont donné lieu à la formation d'aucune plage.

Pour avoir une certitude encore plus grande d'opérer sur des bactéries pures, nous avons fait subir à ces deux souches dix passages successifs en bouillon à la limite de l'acidité tolérée et, au cours de ces passages, trois repiquages, par colonies isolées, sur gélose glucosée.

Ces précautions étant prises, on ensemence l'une de ces souches (I goutte d'une culture de 18 heures sur gélose mise en suspension dans 10^{cm^3} de bouillon), dans dix tubes, numérotés de 1 à 10, contenant chacun 5^{cm^3} de bouillon ordinaire $pH = 7,3$. Puis l'on ajoute I goutte ($\frac{1}{25}$ de centimètre cube) de solution normale de soude au premier tube, II gouttes au deuxième, III gouttes au troisième, etc., et l'on met à l'étuve à 37°. Si l'on repique ensuite tous les 6 ou 7 jours sur gélose inclinée ordinaire, préparée avec du bouillon $pH = 7,3$ (ensemencement par stries sur deux tubes sans recharger),

on constate (généralement dans les tubes ensemencés avec les nos 4, 5 et 6), très souvent dès le premier repiquage, presque toujours au deuxième, la présence de colonies anormales, à l'aspect givré, à bords dentelés et dont les plus différenciées rappellent un peu les colonies de bactéridie charbonneuse.

Si l'on ensemence des tubes de bouillon ordinaire (1) de pH = 7,8 avec l'une des colonies les plus différenciées, les bacilles poussent agglutinés, le milieu reste presque clair ou légèrement louche. Au bout d'une vingtaine de jours d'étuve à 37° (parfois beaucoup plus tôt), ces cultures sont filtrées et l'on ajoute des quantités variables de filtrat (10^{cm^3}, 5^{cm^3}, 2^{cm^3}, 1^{cm^3}) à quatre tubes de bouillon ordinaire de pH = 7,8, ensemencés au même moment avec une goutte d'une culture de 18 heures sur gélose de la souche originelle en suspension dans 3^{cm^3} de bouillon. Cette souche originelle a été entretenue jusqu'à ce moment par repiquage hebdomadaire sur gélose ordinaire inclinée. Très souvent le filtrat est suffisamment actif pour provoquer la lyse complète dans un ou plusieurs tubes (2).

L'activité du pouvoir lytique non seulement persiste mais peut s'exalter au cours des passages (la culture lysée étant filtrée entre chaque passage), et, après six ou sept passages, il suffit parfois d'une trace de culture lysée (prélèvement au fil de platine) pour provoquer la lyse en quelques heures, d'une culture bactérienne en suspension, d'aspect bien louche (3).

Ces expériences montrent qu'il est possible, par culture en milieu très alcalin, de faire apparaître chez des souches bactériennes pures un pouvoir lytique, transmissible en série.

Cette possibilité est incompatible avec l'hypothèse que la lyse est déterminée par un micro-organisme vivant, le bactériophage, comme le pense

(1) Il est bon d'ajouter au bouillon I goutte de solution stérile de chlorure de calcium à 1 pour 100, par 5^{cm^3}, ainsi que le conseille Bordet, pour toutes les expériences destinées à l'épreuve du pouvoir lytique.

(2) Lorsque les colonies anormales sont très différenciées, on peut procéder plus rapidement. Il suffit de mettre en suspension, dans du bouillon, des cultures (en colonies isolées) de 4 à 5 jours sur gélose ordinaire inclinée et de filtrer, pour obtenir des principes lytiques.

(3) Des résultats identiques ont été obtenus avec quatre autres bacilles dysentériques (deux de Flexner, deux de Hiss) et un bacille typhique. D'autres espèces microbiennes se transforment beaucoup moins facilement et ce n'est qu'après plusieurs essais et en leur faisant subir une série de passages en milieux très alcalins qu'il nous a été possible d'obtenir des colonies lysogènes pour un bacille de la typhose aviaire et un paratyphique B.

d'Hérelle. Le terme de bactériophage (mangeur de bactéries) est donc impropre. Nous proposons de le remplacer par celui de *bactériolyte* pour désigner le principe déterminant la lyse. Ce terme, n'indiquant que l'effet produit, pourra subsister, quelles que soient les hypothèses pouvant être émises sur la nature même du principe lytique.

THÉRAPEUTIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Traitement des hémorragies graves de différentes formes.* Note de MM. **Arnault Tzanck** et **Jean Charrier**, présentée par M. Charles Richet.

Dans les hémorragies aiguës il faut distinguer d'une part l'hémorragie *foudroyante*, qui tue en quelques secondes, et l'hémorragie *aiguë*, du type de celles que l'on rencontre dans la pratique des accouchements, dans les blessures par projectiles intéressant les gros vaisseaux, etc. Nous avons réalisé sur les animaux ces deux types d'hémorragie et nous avons observé des différences profondes :

A. *Différences cliniques des deux sortes d'hémorragie.* — 1° L'hémorragie foudroyante est réalisée par la section de la carotide primitive du Chien. On constate dès la 40e seconde des convulsions suivies de syncope, arrêt de l'écoulement sanguin et de la respiration. La mort survient en 1 minute et demie à 2 minutes avec hyperextension des membres, dilatation pupillaire; on observe quelques inspirations agoniques.

L'hémorragie semble avoir vidé l'animal de tout son sang. En réalité la saignée n'atteint pas 70 pour 100 de la masse sanguine en raison de deux phénomènes de défense qui interviennent : la *syncope* qui arrête la circulation et la *mise en réserve des globules rouges* dans les viscères; on constate, en effet, que, dès les premières secondes de la saignée, le sang se dilue avec une très grande rapidité, comme on peut le vérifier par des numérations globulaires pratiquées de 10 en 10 secondes.

2° *L'hémorragie aiguë* mais non foudroyante, comparable aux hémorragies cliniques a été réalisée au moyen de saignées prolongées, fractionnées, ou encore par des saignées répétées correspondant au centième du poids de l'animal, suivies chaque fois de la réinjection d'une quantité équivalente du sérum dont nous voulons étudier l'efficacité.

Par exemple, chez un chien de 8^{kg} (dont la masse sanguine peut être évaluée à 760^{g}) on passe (par 9 ablations successives de 80$^{cm^3}$ de sang suivies chaque fois de la réinjection de 80$^{cm^3}$ de sérum) de 6.800.000 à 2.150.000 de globules rouges.

Chez le Lapin nous avons pu, par ce procédé, atteindre couramment un chiffre inférieur à un million.

Les signes de la mort observés dans ces conditions rappellent ceux qu'on constate chez l'homme dans les hémorragies très graves : les phénomènes nerveux passent au second plan; les signes dominants sont la dyspnée extrême, l'angoisse, la soif d'air, l'asthénie excessivement marquée; cette agonie peut se prolonger pendant plusieurs heures.

C'est le tableau de la survie temporaire signalée par Ch. Richet et ses collaborateurs chez les animaux privés de la plus grande partie de leur masse sanguine et réinjectés avec les divers sérums susceptibles de provoquer le rétablissement momentané des animaux (après l'apparition des phénomènes convulsifs). Mais l'hémorragie avait dépassé 70 pour 100 de la masse sanguine et parfois atteint jusqu'à 80 et même 90 pour 100 de cette masse.

La mort par hémorragie pose donc deux problèmes très différents dont nous avons essayé de distinguer les types extrêmes.

B. *Pathogénie de la mort dans les deux sortes d'hémorragie.* — 1° Dans *l'hémorragie foudroyante* la mort semble provoquée par les accidents nerveux et la preuve en est fournie par l'expérience classique de C. Richet qui montre le rôle de l'anémie cérébrale puisque la position déclive (tête basse) de l'animal peut suffir à le ramener à la vie.

2° Dans l'agonie hémorragique des *saignées plus lentes* le rôle du système nerveux est accessoire, la position déclive reste sans influence, c'est la carence du liquide sanguin circulant qui semble déterminer les accidents tels que la dyspnée, la soif d'air et l'extinction progressive, à mesure que les échanges deviennent de plus en plus malaisés.

C. *Problèmes thérapeutiques.* — 1° Dans l'*hémorragie foudroyante* le facteur temps joue un rôle essentiel; tout dépend de la précocité de l'intervention qui rétablira la circulation cérébrale; la nature du liquide injecté importe peu, il s'agit de rétablir la masse sanguine et de diluer les globules mis en réserve dans les viscères. D'où l'efficacité très comparable des divers sérums : ils assureront, dans ces conditions, la survie définitive de l'animal.

2° Dans les *hémorragies plus lentes*, mais dépassant en quantité 80 et 90 pour 100 de la masse sanguine, tout sérum, quel qu'il soit, ne donnera lieu qu'à une survie temporaire et ne fera que prolonger l'agonie de l'animal. Seule la transfusion sera capable, dans ces conditions, de procurer la survie définitive.

En résumé on peut opposer deux expériences types :

1° L'hémorragie unique et massive : c'est le type des expériences de

Normet, et les résultats remarquables qu'il signale peuvent être obtenus avec tout autre sérum.

Ce type d'hémorragie est relativement rare en clinique; d'autre part l'injection de sérum ne doit être pratiquée qu'à la *condition expresse que l'hémostase soit assurée* au préalable, sinon cette injection de sérum va à l'encontre de la syncope salutaire et vide le sujet de ses globules restants.

2° L'hémorragie plus lente ou fractionnée qui peut supprimer jusqu'à 90 pour 100 de la masse sanguine (c'est le type même des expériences de Ch. Richet, Brodin et Saint-Girons). La transfusion sanguine seule peut, dans ces conditions, procurer la survie définitive de l'animal, alors que tout sérum ne donnera lieu qu'à une survie temporaire.

La séance est levée à $16^h 30^m$.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 30 décembre 1929.)

Note de M. *Th. Vautier*, Dissipation de l'énergie transportée par une onde aérienne :

Page 1255, ligne 19, *au lieu de* $n - l$ réflexions, *lire* $n - 1$ réflexions; ligne 21, *au lieu de* $S_n = S_0 \psi^{n-l} e^{-\sigma \mathfrak{L}}$, *lire* $S_n = S_0 \psi^{n-1} e^{-\sigma \mathfrak{L}}$; ligne 32, *au lieu de* $\sigma = 2,2,16^{-7}$, *lire* $\sigma = 2,2.16^{-7}$.

(Séance du 13 janvier 1930.)

Note de MM. *Ch. Fabry* et *E. Dureuil*, Sur une prétendue transformation du plomb par l'effet du rayonnement solaire :

Page 91, lignes 2 et 7, *au lieu de* DUBREUIL, *lire* DUREUIL.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 JANVIER 1930.

PRÉSIDENCE DE M. Léon LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Encore un deuil pour notre Académie.

Le général **Sebert**, doyen d'âge de l'Institut, vient de s'éteindre à l'âge de 91 ans.

Hippolyte Sebert était né le 30 janvier 1839 à Verberie, entre Senlis et Compiègne, dans une maison dont par la suite il conserva toute sa vie la propriété et non loin de laquelle il a été inhumé ce matin. Sorti en 1860 de l'École Polytechnique dans le Corps de l'Artillerie de Marine, il fut envoyé à l'Arsenal de Toulon.

Ses aptitudes professionnelles s'y manifestèrent si bien qu'en 1862 ses chefs le choisirent pour exécuter des expériences délicates, relatives à la construction des canons rayés. Il imagina dans ce but des appareils de précision permettant de mesurer les déformations de cylindres de grandes dimensions.

Bientôt après, le capitaine Sebert était placé à la tête de la Direction d'Artillerie qui venait d'être créée en Nouvelle-Calédonie. Obligé de se procurer dans l'île le bois destiné à l'édification des bâtiments, il explora des régions forestières encore inconnues et les mit en exploitation. A cette occasion, il détermina les propriétés mécaniques des espèces végétales, fort différentes des espèces européennes, auxquelles il avait affaire. Plus tard, en 1874, il publia un compte rendu détaillé de ces essais.

En 1870, il eut, pendant le siège de Paris, la charge d'assurer l'utilisation du matériel d'artillerie venu des ports de mer. La guerre finie, il coopéra brillamment à la réalisation du nouveau matériel de gros calibre. Il avait à

mesurer les efforts subis par ce matériel au moment du tir; de telles mesures étaient rendues fort malaisées par la violence des forces mises en jeu. Avant lui, ces forces étaient regardées comme instantanées. Il comprit la nécessité de faire entrer en ligne de compte la très brève durée de leur action. Aidé des conseils de Marcel Deprez, il imagina pour résoudre ce problème un ensemble d'appareils remarquables. Signalons encore son *vélocimètre* destiné à enregistrer simultanément le recul de la pièce et le mouvement du projectile à l'intérieur de l'âme. Cet appareil fut notamment employé par lui pour la mise au point du frein hydraulique servant à limiter le recul.

Pour observer le mouvement du projectile après sa sortie, il eut recours à l'emploi d'un projectile enregistreur, fort ingénieusement combiné, grâce auquel il put établir, en particulier, que le maximum de vitesse n'est atteint qu'un peu au delà de la bouche, parce que l'impulsion des gaz d'échappement surmonte un instant la résistance de l'air. Il réussit en outre à enregistrer les phénomènes complexes qui se produisent pendant la pénétration d'un obus dans une plaque de blindage.

C'est lui aussi qui parvint à régler la combustion de la poudre dans un tube lance-torpille avec assez de précision pour faire fonctionner juste au moment voulu le déclenchement déterminant l'ouverture du tube, qui se trouve ainsi préservé contre l'entrée de l'eau de mer.

Pour les recherches de pure théorie, il trouva un précieux collaborateur dans la personne du capitaine Hugoniot qui, quelques années plus tard, allait mourir prématurément en laissant des travaux de premier ordre sur la propagation des mouvements dans les gaz. Les *Comptes rendus* de l'Académie contiennent trois Notes rédigées en commun par Sebert et Hugoniot. Ces Notes concernent les vibrations longitudinales des barres élastiques, celles d'une tige terminée par une masse additionnelle, enfin la propagation d'un ébranlement uniforme au sein d'un gaz renfermé dans un tuyau cylindrique.

Ayant dû, par suite de sa promotion, en 1890, au grade de général, abandonner la direction, à laquelle il tenait particulièrement, du laboratoire central de l'artillerie de marine installé par ses soins, il se décida à prendre sa retraite. Il devint alors ingénieur-conseil, puis administrateur délégué de la Société des Forges et Chantiers de la Méditerranée. C'est en 1897 qu'il fut, en remplacement de Résal, élu dans notre Section de Mécanique, dont il était le doyen depuis le décès, en février dernier, de M. Boussinesq.

Le général Sebert avait, en 1900, présidé l'Association française pour l'avancement des sciences. Il présida longtemps la Fédération espérantiste

de France et la Société française de Photographie. Il était un adepte convaincu de la bibliographie décimale et avait publié diverses Notes à ce sujet.

Ses dernières années s'écoulèrent, moralement et physiquement, dans la douleur. Telle est, hélas, trop souvent, la rançon d'une grande longévité. Il eut à subir le cruel déchirement du veuvage, puis il fut atteint d'une pénible maladie en même temps que sa vue s'affaiblissait progressivement. Pourtant il persista, aussi longtemps que ses forces le lui permirent, à fréquenter régulièrement nos séances.

Malgré son beau courage, la mort a dû être accueillie comme une délivrance par notre vénérable et regretté confrère.

GÉOLOGIE. — *Existence de deux groupes d'Algues à structure conservée dans le « système schisto-calcaire » du Congo français.* Note de M. **L. Cayeux.**

Les explorateurs du Congo belge et du Congo français ont signalé à la base de la série sédimentaire un complexe de schistes et calcaires, reposant par l'intermédiaire d'un poudingue sur des terrains cristallophylliens et métamorphiques d'âge indéterminé. D'une puissance qui peut atteindre et dépasser un millier de mètres dans le Congo occidental, d'après les estimations de MM. Delhaye et Sluys (¹), le système schisto-calcaire, pourtant développé sur d'immenses espaces, n'a jamais fourni la plus petite trace de fossiles, en dépit de la cristallisation plutôt fine d'une partie des calcaires et de la présence d'oolithes dont la conservation peut ne pas laisser à désirer. Dans ces conditions, il n'est pas surprenant que la position du système schisto-calcaire dans l'échelle des terrains soit sujette à discussion, et qu'il y ait même de grandes divergences entre les assimilations proposées. Bref, la plus grande incertitude règne sur l'âge des formations sédimentaires les plus anciennes du Congo.

De multiples explorateurs ont signalé dans ce complexe la présence de

(¹) P. Delhaye et M. Sluys, *Les grands traits de la tectonique du Congo occidental* [*Ann. Soc. Géol. Belgique, Publ. rélat. au Congo belge* (année 1919-1920), 1920, p. 57-73]; *Les calcaires du Bas-Congo*, 79 pages, 5 planches et une carte géol. (extr. *Rev. gén. de la Col. belge Congo*, novembre 1920 et février 1921); *Esquisse géologique du Congo occidental. Étude du système schisto-calcaire* [*Ann. Soc. Géol. Belgique. Publ. spéc. rélat. au Congo belge* (année 1923-1924), 1929, p. 45-191, 9 planches].

roches oolithiques. C'est d'abord Thollon, puis l'ingénieur des Mines Maurice Barrat ([1]), J. Cornet ([2]), MM. V. Brien ([3]), F. Delhaye et M. Sluys et, tout récemment, M. Babet ([4]). D'après MM. Delhaye et Sluys, des calcaires oolithiques existent dans le Congo occidental à deux niveaux différents et présentent leur maximum de développement dans le complexe de la Lukunga, où ils sont accompagnés de plusieurs horizons de « silex », et, notamment, de « bancs de silex noirs oolithiques ».

Or il se fait que parmi ces calcaires il en est qui sont réellement oolithiques et d'autres qui ne le sont qu'en apparence. Dans certains échantillons, rapportés en 1893, du Bassin du Niari, par Maurice Barrat, j'ai observé des corps globuleux, d'un diamètre moyen d'environ 1^{mm}, se décomposant en une enveloppe calcaire à structure concentrique très nette et une sorte de noyau de calcite, c'est-à-dire en éléments caractéristiques de la structure oolithique typique. Mais d'autres particularités, relatives à la morphologie et à la structure même de ces matériaux, orientent le diagnostic vers une toute autre solution. J'ai retrouvé la même opposition de caractères, mais avec une moindre netteté, dans les calcaires dits oolithiques, recueillis par M. Babet, dans la région de Mayama (Bangou) au cours de son exploration de la zone du chemin de fer Congo-Océan, en 1926-1927.

Entre ces corps globuleux et les vraies oolithes il existe quatre différences importantes, que mettent en évidence des sections transversales et tangentielles.

1° Les éléments en question, de forme générale parfaitement sphérique et rarement ellipsoïdale, fournissent des sections transversales, en totalité échancrées à la périphérie par de petites cavités à bords arrondis, très rapprochées et régulièrement ordonnées.

2° Suivant les coupes, ces cavités se prolongent ou non sous forme de gros rayons de calcite pure, qui s'arrêtent à quelque distance de la surface ou gagnent la région centrale. D'autres rayons partent du sein même des enveloppes pour aboutir également au centre. Tous ces prolongements des

---

([1]) M. Barrat, *Sur la géologie du Congo français* (*Ann. Mines*, 9e série, 7, 1895, p. 379-510, pl. XII et XIII).

([2]) J. Cornet, *Observations sur la géologie du Congo occidental entre la côte et le confluent du Ruki* (*Bul. Soc. belge Géol.*, 11, *Mém.*, 1897, p. 311-377).

([3]) V. Brien, *Observations géologiques faites au Mayombe et au pays des Bassumdis* (Congo belge) (*Ann. Soc. Géol. Belgique*, 37, 1909-1910, p. 235-305).

([4]) Babet, *Étude géologique de la zone du chemin de fer Congo-Océan*, 1929, 176 pages, 16 planches et 1 carte.

échancrures superficielles dans la masse des globules affectent une disposition invariablement radiée, et ressortent nettement du fond gris constitué par le calcaire des enveloppes.

3° A vrai dire, la partie centrale des globules, de prime abord assimilable à un noyau d'oolithe, en diffère à deux points de vue. Tout noyau oolithique est un corps étranger de *volume* et de *forme* quelconques. Or, le groupement de calcite grenue, qui occupe le centre de ces corps d'aspect oolithique, est toujours de grande taille, et de forme rigoureusement identique à celle des enveloppes. Aussi la notion de corps étranger, jouant le rôle de noyau, doit-elle être rejetée?

4° Les coupes tangentielles diffèrent de celles des oolithes en ce que l'enveloppe se trouve interrompue par les sections transversales des cavités, ou de leurs prolongements vers l'intérieur, sections affectant la forme de taches de calcite incolore, dont les contours ont été un peu déformés sous l'influence de la cristallisation du minéral.

Tous ces détails de structure s'expliquent clairement — et c'est la seule explication conforme aux faits — si l'on admet que *les corps en question représentent d'anciens globules calcaires, formés d'une enveloppe épaisse à structure concentrique, entourant une grande cavité centrale, communiquant avec l'extérieur par une série de canaux radiés s'ouvrant par des pores.* Pour tout dire, ces globules représentent des *Algues calcaires siphonées*, rappelant par leur structure concentrique les formes du genre *Sycidium*, décrites par M. Karpinski (¹) dans le Dévonien de Russie, mais réalisant un type bien distinct. Dans l'espèce, il n'y a pas trace d'ouverture polaire comme dans les *Sycidium*.

Il est donc permis de conclure que dans le complexe oolithique du système schisto-calcaire du Congo français, certains calcaires d'aspect oolithique sont pétris d'Algues. Celles-ci ont avec les vraies oolithes qui les accompagnent des rapports qu'il importera d'élucider plus tard. Quant à la part qu'il convient de faire aux unes et aux autres dans la constitution des calcaires dits oolithiques, il faut attendre que de nouveaux éléments d'information permettent de la fixer.

Les matériaux qui viennent d'être passés en revue ne sont pas les seuls restes de structures organisées dans le système schisto-calcaire. M. Babet

(¹) A. Karpinski, *Die Trochilisken* (*Mém. Com. géol.*, nouvelle série, **27**, 1906, 166 pages, 3 planches).

a rapporté de sa mission des échantillons dans lesquels j'ai reconnu des Algues d'un type tout différent du précédent. Certaines préparations se résolvent presque uniquement en corps brunâtres, de taille comparable à celle des Algues calcaires siphonées, de forme générale amygdalaire, et parfois très allongés, tous groupés en amas stratifiés.

Chacun de ces corps se décompose en deux parties bien distinctes : une zone externe, nettement différenciée en une sorte d'enveloppe corticale de faible épaisseur et une région centrale beaucoup plus développée. Celle-ci est caractérisée par l'existence de grandes cellules, de forme générale elliptique, allongées et souvent bien conservées. Le réseau que forment lesdites cellules est interrompu, ou non, suivant les individus étudiés, par un ou plusieurs espaces indifférenciés, parfaitement définis, correspondant vraisemblablement à d'anciennes vacuoles. Une telle interprétation me paraît justifiée par l'absence de cellules en voie de destruction sur le bord des plages amorphes, non moins que par la différenciation de la matière colorante qui en souligne les contours. Quant à la couronne superficielle, elle n'a gardé aucune trace de structure lui appartenant en propre.

Les caractères brièvement indiqués sont ceux d'organismes qui ne laissent aucun doute sur leurs affinités avec les Algues. Ce sont des Algues non calcaires qui ont conservé une remarquable individualité, une microstructure souvent intacte, et jusqu'à leur matière organique, bien que le milieu soit complètement silicifié. Peut-être faut-il dire qu'elles ont gardé leur matière organique, précisément parce qu'elles sont silicifiées, la silice les ayant envahies de bonne heure et protégées contre les agents de destruction.

Conclusions. — De cette étude préliminaire, on peut tirer les enseignements suivants :

Le système schisto-calcaire du Congo français renferme de nombreux restes de végétaux inférieurs, relevant pour partie d'Algues calcaires siphonées et caractérisant un milieu marin. Jusqu'ici confondues avec des oolithes, ces Algues siphonées ont peut-être joué un rôle considérable dans l'élaboration des calcaires du Congo, ce qui expliquerait, dans une certaine mesure, l'absence de fossiles appartenant au règne animal.

Si la formation schisto-calcaire renferme en abondance des organismes submicroscopiques, dans un état de conservation qui ouvre de nouvelles perspectives aux chercheurs, la question de l'âge qu'il convient de lui attribuer ne s'en trouve pas pour cela résolue. La présence d'Algues siphonées très fréquentes, en compagnie de véritables oolithes, crée-t-elle un lien

chronologique entre le système schisto-calcaire du Congo et le Silurien baltico-scandinave, que l'on sait très riche en Algues siphonées associées à de nombreuses oolithes, il serait assurément téméraire de l'affirmer. En l'état de nos connaissances, c'est néanmoins le seul rapprochement tant soit peu justifié qui se présente à l'esprit. Quoi qu'il en soit, la découverte de nombreuses Algues dans le système schisto-calcaire du Congo fournit un document de plus à l'appui d'une conclusion qui s'affirme d'année en année, à savoir que les Algues ont joué un rôle de tout premier plan dans la formation des calcaires paléozoïques.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Vaccination préventive contre la pneumonie pesteuse par voie respiratoire.* Note de MM. **Charles Nicolle, Paul Durand et Ernest Conseil.**

I. Une grave épidémie de peste pulmonaire a sévi récemment à Tunis. Elle s'est limitée à un seul groupe d'habitants, les indigènes de la tribu des Douiret (Sud tunisien). Ces individus vivent entre eux sans grands rapports avec les autres éléments de la population musulmane.

Lorsqu'on se fut rendu compte de la limitation des cas aux Douiret, leur extraction de la ville et leur isolement parurent les mesures les plus propres à protéger de la contagion le reste des habitants de Tunis. Cette opération portait sur 900 individus environ; elle fut exécutée dans la nuit du 30 au 31 décembre avec un plein succès et il ne se montra, par la suite, aucun nouveau cas en ville.

II. Les Douiret furent répartis entre deux établissements : Le *lazaret de la Rabta* reçut les *contacts simples*, c'est-à-dire les locataires des maisons où des cas s'étaient produits, et les *contacts renforcés*, individus s'étant trouvés en contact intime avec des malades (même chambre, souvent même lit); au total 325 personnes. La *Prison civile*, vidée de ses pensionnaires habituels, reçut les *suspects*, c'est-à-dire le reste des Douiret (625 individus).

Dans chacun des établissements, on sépara ces hôtes dangereux en groupes, aussi nombreux et aussi restreints que possible, pour éviter l'intercontagion des isolés : *A la Rabta :* 8 groupes pour les contacts simples et autant que de familles pour les contacts renforcés; 15 *à la Prison civile*, dans 7 pavillons distincts : A, 99 hommes; B, id.; C, 16 hommes; F, 97 hommes; D, 53 femmes et enfants; G, 86 id.; H, 169 id.

III. Avant la date où ces mesures furent prises, il y avait eu 50 cas de pneumonie pesteuse qui, tous, se terminèrent par la mort. De cette date à

celle où les vaccinations furent entreprises, il y eut encore 6 cas de peste pulmonaire, tous mortels (Rabta 4, Prison 2) et deux cas buboniques qui guérirent (un individu échappé de l'isolement, mais retrouvé, et un à la Rabta).

IV. Des isolés, les uns furent soumis à la vaccination préventive avec le vaccin antipesteux, inoculé par voie sous-cutanée (2 inoculations à 6 jours d'intervalle, de 2 millions et demi, puis 3 millions de bacilles morts). On sait que la vaccination, pratiquée par cette voie, ne met pas à l'abri de la pneumonie pesteuse. Nous l'avons cependant employée par conscience, ne voulant pas priver les malades du secours du seul moyen logique. Mais, en même temps, l'idée nous vint de substituer, pour d'autres isolés, au mode d'introduction sous-cutanée du vaccin, la *voie respiratoire*. Celle-ci fut employée sous forme de pulvérisations de suspensions microbiennes à la dose de 3 milliards de microbes par séance d'une demi-minute de durée. Le nombre, variable, des séances est précisé plus loin. L'expérience fut ainsi réglée :

Prison. — Les isolés des groupes B, C, D, G, H reçoivent le vaccin sous-cutané (première inoculation du 3 au 6, seconde du 9 au 12 janvier). Ceux du pavillon F par voie respiratoire, tous les jours du 2 au 7 inclus. Ceux du pavillon A d'abord par voie sous-cutanée; puis (un cas de peste pulmonaire s'étant déclaré parmi eux) 50 sont soumis à la vaccination respiratoire du 10 au 17.

Rabta. — 214 reçoivent le vaccin par voie respiratoire, tous les jours du 2 au 17 janvier (sauf le 4); 31 enfants de moins de 4 ans par voie sous-cutanée du 2 au 8 janvier.

Au total, 313 vaccinés par voie respiratoire seule, 503 par voie sous-cutanée seule, 50 par voie sous-cutanée puis respiratoire.

V. A partir de la date où ont commencé les vaccinations, on a constaté :

A la Prison, 5 cas de peste pulmonaire, tous mortels; *à la Rabta,* 3 cas de peste pulmonaire *dont un a guéri.* Tous les cas ont été vérifiés par examen de crachats et, pour les cas mortels, sur frottis des poumons. Voici le détail de ces cas :

Prison. — Tous vaccinés par voie sous-cutanée : 1° vacciné le 5, malade le 5, mort le 6 janvier; 2° vacciné le 3, malade le 9, mort le 10; 3° vacciné le 5, malade le 11, mort le 12; 4° vacciné les 5 et 11, malade le 17, mort le 18; 5° enfant du précédent, vacciné les 5 et 11, reçoit 50^{cm^3} de sérum antipesteux les 18 et 19, malade le 20, mort le 22.

Rabta. — Tous vaccinés par voie respiratoire les 2 et 3 janvier : 1° malade le 4, mort le 7; 2° malade le 5, mort le 9 (à noter que chez ces deux individus qui n'ont reçu que deux inhalations, l'examen des crachats n'a pas montré de bacilles pesteux,

quoique ceux-ci aient été constatés sur les frottis pulmonaires et dans le sang (hémoculture); 3° inhalations les 2 et 3 janvier. Le 4 janvier, 40°, 2, pneumonie de la base gauche; le 6, second foyer à droite. Le 7, chute de la température qui, désormais, reste normale. Le 8, les crachats montrent, pour la première fois, des bacilles pesteux avec formes d'involution; le 9, leur nombre est tel qu'on dirait une culture, le malade se lève. Les symptômes pulmonaires ont disparu le 19; l'état général est excellent bien que l'élimination, à présent restreinte des bacilles pesteux, continue encore le 22, date à laquelle nous rédigeons cette Note.

VI. *En résumé*, sur 866 isolés, traités sensiblement aux mêmes dates par les deux méthodes de vaccination, 503 ayant reçu le vaccin par voie uniquement sous-cutanée ont donné cinq cas de pneumonie pesteuse tous mortels; 363 vaccinés par voie pulmonaire (dont 50 ayant reçu antérieurement le vaccin par voie sous-cutanée) en ont donné trois, dont un a guéri. Le dernier cas, observé parmi les vaccinés pulmonaires, date du 5 janvier, la peste peut donc être considérée comme éteinte chez ces vaccinés; le dernier cas des vaccinés sous-cutanés est du 20 janvier, donc encore récent.

Il est en outre à remarquer que, sur le total de 363 vaccinés par voie respiratoire, les 214 isolés de la Rabta représentaient des contacts simples ou des contacts renforcés, c'est-à-dire des sujets ayant vécu au contact des malades, tandis que les 503 vaccinés par voie sous-cutanée seule appartenaient simplement à la même tribu. La contagion était donc infiniment plus menaçante pour le premier groupe que pour le second.

Sans tirer de conclusion définitive de ces résultats, nous estimons que l'action préventive du vaccin antipesteux, introduit par voie respiratoire, paraît assez probable pour qu'il y ait lieu d'employer désormais cette méthode à la prévention de la pneumonie pesteuse, vis-à-vis de laquelle nous étions, jusqu'à ce jour, désarmés.

ALGÈBRE. — *Sur une classe de polynomes d'écart minimum.* Note (¹) de M. Serge Bernstein.

1. Dans une étude sur les polynomes orthogonaux, j'ai montré en particulier que la condition nécessaire et suffisante pour que

$$(1) \qquad S_n(x) = \frac{1}{\sqrt{t(x)}}\cos(n\theta + \psi), \qquad x = \cos\theta,$$

(¹) Séance du 13 janvier 1930.

où $t(x)$ est une fonction non négative donnée sur le segment $(-1, +1)$, puisse, par un choix convenable de $\psi(x)$, se réduire à un polynome de degré n pour deux valeurs $n=l$, $n=l+1$, est que l'on ait

$$t(x)=\frac{1-x^2}{t_1(x)}, \tag{2}$$

où $t_1(x)$ est un polynome de degré non supérieur à $2l+2$. Dans ces conditions, $S_n(x)$ sera un polynome de degré n pour toute valeur de $n \geq l$, et il existera une fonction $\psi(x)$ telle que le produit

$$\sqrt{t(x)}\, S_n(x)$$

prenne $n+1$ fois sa valeur maximale ± 1 sur le segment $(-1, +1)$ et, par conséquent, représente le produit d'écart minimum entre tous ceux qu'on obtient en mettant à la place de $S_n(x)$ un autre polynome $P_n(x)$ quelconque de degré n, ayant le même terme de degré supérieur (1) (ou assujetti à une autre condition analogue).

2. Cette valeur (unique) de ψ s'obtient de la façon suivante. Je supposerai d'abord (2) $t_1(x)=(1-x^2)\,t_0(x)$, où $t_0(x)>0$ sur $(-1, +1)$ est un polynome de degré $2l$ ou $2l-1$. Il est possible, en général, de mettre le polynome $t_0(x)$ sous la forme

$$t_0(x)=M^2(x)+(1-x^2)\,N^2(x), \tag{3}$$

où $M(x)$ est un polynome de degré l et $N(x)$ — de degré $l-1$, tels que

$$\psi_0=\operatorname{arc\,tang}\frac{N(x)\sqrt{1-x^2}}{M(x)}, \tag{4}$$

varie de 0 à $l\pi$, lorsque θ varie de 0 à π; alors

$$\psi=\psi_0-l\pi. \tag{5}$$

Le cas considéré est simplement lié à celui où $t_1(x)=t_0(x)$ (que l'on peut nommer complémentaire du précédent), car le polynome correspon-

---

(1) Le cas où $\frac{1}{\sqrt{t(x)}}$ est un polynome a déjà été étudié par Tchebycheff dans son célèbre Mémoire *Sur les questions de minima* (*Mémoires de l'Académie de Saint-Pétersbourg*, 7, 1859, p. 199-231).

(2) Le cas où $t_1(x)$ admet des racines à l'intérieur de $(-1, +1)$ ne présente pas de difficultés puisqu'il exige simplement que $S_n(x)$ admette les mêmes racines; il en est de même si $t_1(x)$ admet des racines multiples aux extrémités.

dant $U_n(x)$ de degré n d'écart minimum est donné par la formule

$$(6) \qquad U_n(x) = \sqrt{\frac{t_0(x)}{1-x^2}} \sin(\overline{n+1}\,\theta + \psi),$$

de sorte que l'on a (pour $n \geqq l$)

$$(7) \qquad S_n^2(x) + (1-x^2)\,U_{n-1}^2(x) = t_0(x).$$

3. Considérons ensuite le cas, où $t_1(x) = (1-x)\,t_0(x)$, où $t_0(x) > 0$ est un polynome de degré $2l+1$ ou $2l$; on peut alors mettre $t_0(x)$ sous la forme

$$(8) \qquad t_0(x) = A^2(x)(1+x) + B^2(x)(1-x),$$

où $A(x)$ et $B(x)$ sont de degré l tous les deux et ψ_0, dans la formule (5), ayant pour valeur

$$(9) \qquad \psi_0 = \operatorname{arc\,tang} \frac{B(x)}{A(x)} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}},$$

varie de 0 à $\left(l+\frac{1}{2}\right)\pi$, lorsque x varie de 1 à -1. Dans ces conditions, si $S_n(x)$ correspond à $t(x) = \frac{1-x^2}{t_1(x)} = \frac{1+x}{t_0(x)}$ et le polynome (complémentaire) $U_n(x)$ correspond à $t(x) = \frac{1-x}{t_0(x)}$, on a

$$(10) \qquad S_n(x) = \sqrt{\frac{t_0(x)}{1+x}} \cos(n\theta + \psi), \qquad U_n(x) = \sqrt{\frac{t_0(x)}{1-x}} \sin(n\theta + \psi),$$

pour toute valeur de $n \geqq l$.

4. Il est aisé de montrer que les polynomes $S_n(x)$ [ainsi que leurs complémentaires qui rentrent tous dans la formule (1)] sont orthogonaux [1] par rapport au poids trigonométrique correspondant $t(x)$; mais on peut démontrer, de plus, que les polynomes $S_n(x)$ jouissent de la propriété plus générale de réaliser le minimum de l'intégrale

$$\int_{-1}^{+1} \frac{|P_n(x)\sqrt{t(x)}|^p\,dx}{\sqrt{1-x^2}},$$

quel que soit $p \geqq 2$, si $P_n(x)$ est un polynome quelconque de degré $n \geqq l$,

---

(1) Szegö, *Ueber die Entwickelung einer willkürlichen Funktion nach den Polynomen eines Orthogonalsystems* (*Mathemat. Zeitschrift*, 12, 1922, p. 61-94).

ayant le même terme supérieur que $S_n(x)$. Ce minimum est donc égal à

$$\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}+1\right)}.$$

5. On peut déterminer la classe des fonctions $S_n(x)$ en se donnant deux polynomes arbitraires $S_l(x)$ et $U_{l-1}(x)$ [ou bien, pour le second cas, $S_l(x)$ et $U_l(x)$], assujettis à la seule condition d'avoir toutes leurs racines sur $(-1, +1)$ mutuellement séparées : alors, dans le premier cas,

$$(11) \qquad S_n(x) = T_{n-l}(x)\, S_l(x) + \frac{T'_{n-l}(x)\, U_{l-1}(x)\,(x^2-1)}{n-l},$$

et dans le second cas

$$(11^{bis}) \qquad S_n(x) = T_{n-l}(x)\, S_l(x) + \frac{T'_{n-l}(x)\, U_l(x)\,(x-1)}{n-l},$$

où $T_n(x)$ est le polynome de Tchebycheff et $T'_n(x)$ sa dérivée.

On pourrait aussi se donner arbitrairement un seul polynome $S_{2l}(x)$ de degré $2l$, ayant toutes ses racines sur $(-1, +1)$. Alors, en utilisant (11), pour fixer les idées, on détermine immédiatement $S_l(x)$ et $U_{l-1}(x)$; ainsi le polynome $t_0(x)$ [régulateur des oscillations de $S_{2l}(x)$] de degré non supérieur à $2l$ se trouvera déterminé sans ambiguïté.

6. Je me bornerai à indiquer une seule application de ce qui précède. Soit $P_n(x) = x^n + p_1 x^{n-1} + \ldots + p_n$ un polynome quelconque de degré n; si le polynome $H_l(z) = z^l + c_1 z^{l-1} + \ldots + c_l$ ne possède pas de racines à l'extérieur de la circonférence C de rayon 1, il y a des points sur cette circonférence, où

$$\frac{|\text{partie réelle de } P_n(z)|}{|H_l(z)|} \geqq 1 \qquad (n \geqq l),$$

ce qui généralise la propriété connue que la partie réelle de $P_n(z)$ ne peut rester inférieure à 1 sur C.

ÉLASTICITÉ. — *L'équation fondamentale des ondes de choc sur les surfaces élastiques*. Note [1] de M. **Louis Roy**.

Nous avons récemment montré comment la méthode énergétique et l'emploi du trièdre mobile permettent d'établir les équations les plus

---

[1] Séance du 20 janvier 1930.

générales du mouvement des surfaces élastiques [1]. Proposons-nous maintenant d'étudier la propagation des ondes sur de telles surfaces et tout d'abord d'établir l'équation fondamentale relative aux ondes de choc.

Supposons donc qu'une surface à six paramètres soit le siège d'une onde de choc, c'est-à-dire d'une onde du premier ordre par rapport aux coordonnées x, y, z de l'origine M du trièdre mobile (M) et aux cosinus directeurs α, β, ..., γ_2 de ses trois axes Mu, Mv, Mw par rapport aux axes fixes $Oxyz$. On reconnaît que la discontinuité est caractérisée par douze quantités λ, μ, ν; a, b, ..., c_2 correspondant aux précédentes et telles qu'on ait

$$\delta' \frac{\partial(x, y, z; \alpha, \beta, \ldots, \gamma_2)}{\partial(\omega, \omega_1, t)} = (\mathrm{a}, \mathrm{b}, -\mathfrak{V})(\lambda, \mu, \nu; a, b, \ldots, c_2),$$

δ' désignant la variation brusque éprouvée par chaque quantité discontinue à la traversée de l'onde, a, b les cosinus directeurs d'une demi-normale mn menée, dans le sens de la propagation, à l'image C de l'onde dans le plan $\omega O \omega_1$ au point $m(\omega, \omega_1)$ image du point matériel $M(x, y, z)$, $\mathfrak{V}$ la vitesse de propagation de l'image C dans son plan, liée à la vitesse de propagation de l'onde effective par la relation que nous avons autrefois établie pour les membranes flexibles [2]. Les neuf quantités a, b, ..., c_2 sont d'ailleurs liées par six relations résultant immédiatement de celles qui lient les cosinus directeurs.

Les expressions des douze composantes ξ, η, ζ; p, q, r; ξ_1, η_1, ..., r_1 suivant les axes mobiles $Muvw$ relatives à la translation et à la rotation élémentaires du trièdre (M) suivant chaque ligne du réseau, et des composantes P, Q, R suivant les mêmes axes de la rotation instantanée de ce trièdre montrent alors que l'onde considérée est d'ordre zéro par rapport à ces quantités et l'on a les formules

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{\delta'\xi}{\mathrm{a}} = \frac{\delta'\xi_1}{\mathrm{b}} = |\alpha\lambda|, \qquad \frac{\delta'\eta}{\mathrm{a}} = \frac{\delta'\eta_1}{\mathrm{b}} = |\alpha_1\lambda|, \qquad \frac{\delta'\zeta}{\mathrm{a}} = \frac{\delta'\zeta_1}{\mathrm{b}} = |\alpha_2\lambda|; \\ &\frac{\delta' p}{\mathrm{a}} = \frac{\delta' p_1}{\mathrm{b}} = |\alpha_2 a_1| = -|\alpha_1 a_2| = -\frac{\delta' \mathrm{P}}{\mathfrak{V}}, \\ &\frac{\delta' q}{\mathrm{a}} = \frac{\delta' q_1}{\mathrm{b}} = |\alpha\ a_2| = -|\alpha_2 a\ | = -\frac{\delta' \mathrm{Q}}{\mathfrak{V}}, \\ &\frac{\delta' r}{\mathrm{a}} = \frac{\delta' r_1}{\mathrm{b}} = |\alpha_1 a\ | = -|\alpha\ a_1| = -\frac{\delta' \mathrm{R}}{\mathfrak{V}}, \end{aligned} \right.$$

---

(1) L. Roy, *Sur les équations générales des surfaces élastiques* (*Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 480); *Sur les équations générales des surfaces élastiques* (*Journal de Math. pures et appl.*, **8**, 1929, p. 93 à 114).

(2) L. Roy, *Sur la propagation des ondes dans les membranes flexibles* (*Journal de Math. pures et appl.*, 6e série, **8**, 1912, p. 273).

où l'on a posé pour abréger

$$(2)\qquad |\alpha\lambda| = \alpha\lambda + \beta\mu + \gamma\nu, \quad \ldots,$$

qui montrent qu'on peut prendre $\delta'(\xi, \eta, \zeta; p, q, r)$ comme variations indépendantes, en fonction desquelles s'expriment aisément les douze quantités primitives λ, μ, ν; a, b, ..., c_2 et les autres discontinuités.

Cela posé, imprimons à la surface élastique un déplacement virtuel et soient $\delta(u, v, w; \omega_u, \omega_v, \omega_w)$ les composantes suivant les axes mobiles du déplacement et de la rotation virtuels de (M); l'équation fondamentale de l'Énergétique, appliquée à une bande infiniment étroite de longueur arbitraire et comprenant la portion de surface balayée par l'onde pendant le temps dt, exige qu'on ait pour tout déplacement virtuel et en conservant la notation abrégée définie par les formules (2)

$$(3)\quad \int \Bigg| \left(\rho \frac{\mathcal{V}^2}{\mathrm{a}} \delta'\xi + \mathrm{a}\,\delta'\mathcal{R}_u + \mathrm{b}\,\delta'\mathcal{R}_{1u}\right)\delta u + \left[\frac{\mathcal{V}^2}{\mathrm{a}}(\mathrm{A}\,\delta' p - \mathrm{F}\,\delta' q - \mathrm{E}\,\delta' r) + \mathrm{a}\,\delta'\mathcal{C}_u + \mathrm{b}\,\delta'\mathcal{C}_{1u}\right]\delta\omega_u + \left\{ \begin{aligned} &(\mathrm{a}\mathcal{F} + \mathrm{b}\mathcal{F}_1)\frac{\partial\,\delta u}{\partial n} + (\mathrm{b}\mathcal{F} - \mathrm{a}\mathcal{F}_1)\frac{\partial\,\delta u}{\partial l} \\ &+ (\mathrm{a}\mathcal{L} + \mathrm{b}\mathcal{L}_1)\frac{\partial\,\delta\omega_u}{\partial n} + (\mathrm{b}\mathcal{L} - \mathrm{a}\mathcal{L}_1)\frac{\partial\,\delta\omega_u}{\partial l} \\ &+ \Sigma[\mathcal{F}(q\,\delta w - r\,\delta v + \eta\,\delta\omega_w - \zeta\,\delta\omega_v) + \mathcal{L}(q\,\delta\omega_w - r\,\delta\omega_v)] \end{aligned} \right\} \mathcal{V} \Bigg|\, dl = 0,$$

l'intégration s'étendant à une portion arbitraire l de la courbe C, image de l'onde. Dans cette égalité, ρ désigne la densité superficielle de la surface élastique dans son état primitif; $\mathcal{R}_u$, $\mathcal{R}_v$, ..., $\mathcal{C}_{1w}$ les douze fonctions définies par les formules (2) de notre Note précitée; $\mathcal{F}$, $\mathcal{G}$, ..., $\mathcal{R}_1$ les actions correspondantes de viscosité, dans lesquelles les douze dérivées

$$\frac{\partial\xi}{\partial t}, \quad \frac{\partial\eta}{\partial t}, \quad \ldots, \quad \frac{\partial r_1}{\partial t}$$

sont remplacées par $-\delta'(\xi, \eta, \ldots, r_1)$; $(\mathrm{A}, \mathrm{B}, \ldots, \mathrm{F})\,d\omega\,d\omega_1$, les moments et produits d'inertie relatifs aux axes $Muvw$ du tronçon de surface élastique découpé en M normalement à la surface moyenne; Σ une somme de deux groupes de termes dont la valeur doit être prise immédiatement en avant du front de l'onde, le second se déduisant du premier qui est écrit par l'adjonction de l'indice 1, sauf au bas des composantes $\delta(u, v, \ldots, \omega_w)$. L'égalité (3) constitue l'équation fondamentale des ondes de choc que nous voulions établir.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Influence de la symétrie du milieu sur la symétrie des formes cristallines.* Note de MM. G. **Friedel** et R. **Weil**.

Les importantes observations de L. Royer (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1176 et 1303, et 189, 1929, p. 932) qui ont élucidé définitivement la question de l'influence de la symétrie du milieu extérieur sur la symétrie des formes cristallines, en complète conformité avec le principe énoncé par l'un de nous en 1927 (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 789), nous engagent à préciser ce principe et à en tirer quelques conséquences.

La symétrie des formes cristallines n'est pas régie par la seule symétrie du cristal. Ces formes en effet n'appartiennent pas seulement au cristal mais aussi bien au milieu ambiant, puisqu'elles sont la limite commune au cristal et au milieu. Il s'ensuit que, comme Royer l'a prouvé pour les formes de dissolution, mais comme cela est évidemment vrai au même titre pour les formes de croissance, la symétrie de la forme résulte à la fois de la symétrie du cristal et de celle du milieu. Les seuls éléments de symétrie qui appartiennent nécessairement à la forme extérieure sont les éléments de symétrie communs au cristal et au milieu.

Le cristal a l'une quelconque des 32 symétries connues. Pour le milieu, nous nous en tiendrons au cas où c'est un fluide amorphe et isotrope. Il n'a alors que deux symétries possibles : 1° la symétrie sphérique complète (infinité d'axes d'ordre infini; infinité de plans de symétrie; un centre). En ce cas, tout élément de symétrie du cristal se retrouve évidemment dans le milieu, et la symétrie de la forme est simplement celle du cristal. C'est le cas ordinaire, dont la fréquence a fait oublier la possibilité de l'autre; 2° la symétrie sphérique holoaxe (toutes les directions de droites sont celles d'axes d'ordre infini; pas de plans ni centre de symétrie) qui est celle des milieux amorphes isotropes dits actifs. En ce cas, la symétrie de la forme comporte tous les axes de symétrie du cristal, mais n'a ni plan, ni plan alterne, ni centre de symétrie.

Ainsi, si l'on n'a pas présente à l'esprit cette intervention possible de la symétrie du milieu, les formes cristallines de croissance ou de dissolution risquent de constituer un caractère trompeur de la symétrie du cristal. Telle est, comme on le sait pour KCl depuis les essais de Hettich, l'explication de l'hémiédrie holoaxe attribuée à tort à des espèces holoèdres comme la sylvine (KCl), le salmiac (AmCl), le soufre orthorhombique, etc. Mais

d'autres cas sont possibles, et il ne sera pas inutile de les énumérer. Appelons A la symétrie du cristal, B la symétrie minima que peuvent montrer ses formes extérieures de croissance ou de décroissance en présence d'un milieu actif. Pour toutes les symétries A holoaxes (ne comportant ni plan, ni centre de symétrie) B ne diffère pas de A. Nous n'en parlerons plus. Pour les autres, B diffère de A par la suppression des plans de symétrie simple ou alterne et du centre.

Dans le système cubique, et dans les systèmes sénaire, ternaire et quaternaire, toutes les fois qu'il existe un axe d'ordre supérieur à 2, si A est l'holoédrie, B est l'hémiédrie holoaxe; et si A est une hémiédrie, B est la tétartoédrie.

Dans tous ces cas, B reste du même système que A, avec simplement un degré de mériédrie de plus. Des particularités plus remarquables se présentent dans les symétries où il n'existe aucun axe d'ordre supérieur à 2.

C'est le cas d'abord lorsque A est l'une des deux symétries du système quaternaire qui n'ont que des axes binaires. L'antihémiédrie sphénoédrique (V_d Schœnflies) donne pour B une symétrie qui n'a que trois axes binaires trirectangulaires, les deux axes binaires de même espèce dans la symétrie A du cristal devenant d'ailleurs d'espèces différentes dans celle B de la forme, puisque les plans de symétrie y disparaissent. Cette symétrie B, c'est donc l'hémiédrie holoaxe orthorhombique (V). De même, la tétartoédrie sphénoédrique (S_4) ne laisse pour B qu'un axe binaire unique, en sorte que B est l'hémiédrie holoaxe clinorhombique (C_2).

Ainsi, dans ces deux cas, le cristal quadratique, tout en ayant pour toutes ses autres propriétés (clivages, propriétés optiques, etc. et surtout formes de croissance ou de décroissance en présence d'un milieu holoèdre) une symétrie qui est une mériédrie du système quaternaire, c'est-à-dire une symétrie (V_d ou S_4) qui exige que son réseau-période soit quaternaire, peut montrer, en présence d'un milieu actif, des formes dont la symétrie n'est qu'orthorhombique ou clinorhombique, et qui par suite, à elles seules, n'impliqueraient pas que le cristal ait un réseau quaternaire et appartienne donc au système quaternaire. Ici le seul examen de la forme du cristal (croissance ou décroissance) tromperait donc non seulement sur la nature de la symétrie dans l'intérieur d'un même système, mais aussi sur le système cristallin lui-même.

De même, dans le système orthorhombique, A holoèdre (V_h) donne B hémièdre holoaxe (V). C'est très probablement le cas signalé à diverses reprises dans le soufre orthorhombique. Mais A antihémièdre (C_{2v}) donne

pour B une symétrie qui ne comporte qu'un seul axe binaire, qui est identique à l'hémiédrie holoaxe clinorhombique (C_2) et qui par conséquent n'appartient plus au système orthorhombique. C'est le cas constaté par Royer pour la calamine (*loc. cit.*).

Enfin, dans le système clinorhombique, A holoèdre (C_{2h}) donne B hémièdre holoaxe (C_2), mais A antihémièdre (C_s) donne ponr B l'absence de toute symétrie, en d'autres termes l'hémiédrie asymétrique (C_1) qui n'appartient pas au système clinorhombique.

Est-ce à dire que ces 4 cas de symétrie réduite doivent être envisagés comme de nouveaux types de mériédrie, et que pour en tenir compte il faille modifier la notion de mériédrie et bouleverser en la compliquant la classification des symétries ? Nous ne le pensons pas. Rappelons qu'une mériédrie d'un système est une symétrie attribuée au cristal, c'est-à-dire commune à toutes les propriétés du cristal, et qui est telle que le réseau-période de ce cristal ait en toute rigueur une symétrie supérieure, appelée l'holoédrie du système. Ici il ne s'agit pas de la symétrie du cristal, mais seulement de la symétrie d'une seule de ses propriétés, savoir la forme extérieure qu'il prend dans des conditions très spéciales; et d'autre part cette symétrie, à elle seule, n'exigerait pour le réseau qu'une holoédrie inférieure à celle qu'il possède en réalité. De tels cas ne peuvent donc être confondus avec la vraie mériédrie définie ci-dessus. Par contre, et cela n'est pas sans danger, il y a là une véritable application de la vieille et par ailleurs si malheureuse notion de mériédrie conçue comme symétrie incomplète. La réduction de symétrie imposée à la forme du cristal par l'action du milieu est une véritable infirmité du genre de celles qu'impliquait l'ancienne idée de mériédrie. On peut constater le fait dans ce cas très particulier, sans pour cela ressusciter d'une manière plus générale cette notion heureusement périmée.

SÉROLOGIE. — *Influence empêchante de la gestation sur le phénomène d'Arthus.* Note (¹) de M. **Auguste Lumière** et Mlle **Anna Malespine.**

Quand on pratique sous la peau du lapin des injections de sérum de cheval ou d'une protéine étrangère à l'organisme de cet animal et que l'on répète ces injections à intervalles de 5 ou 6 jours, on sait qu'une lésion

(¹) Séance du 20 janvier 1930.

locale survient au point d'inoculation, à partir de la quatrième ou de la cinquième piqûre, les premières ayant été résorbées sans déterminer d'accident : c'est le phénomène d'Arthus bien connu.

Si cet auteur attribue à ce phénomène d'intolérance un caractère général, d'autres expérimentateurs ont parfois constaté, dans sa production, des irrégularités dont il n'a été fourni aucune explication jusqu'ici. C'est ainsi que M. Nicolle n'a obtenu, chez certains sujets, même en multipliant les inoculations, que des œdèmes passagers, tandis que dans d'autres cas, l'hypersensibilité s'accroissait progressivement, en donnant déjà des altérations nécrotiques, après un petit nombre d'injections ([1]).

Dans sa Thèse de Paris, H. Lemaire signale, en 1906, qu'il n'a pu obtenir aucun accident local à la suite d'injections répétées de sérum antidiphtérique au lapin, mais que ce traitement entraîne un amaigrissement rapide, puis une cachexie souvent mortelle ([2]).

Au cours d'une étude sur ce même phénomène, nous avons remarqué que si la plupart de nos animaux traités présentaient bien les lésions cutanées décrites par Arthus, quelques-uns d'entre eux demeuraient indemnes et montraient une tolérance remarquable aux réinjections. Or, tous les animaux réfractaires étaient des femelles.

Nos expériences ont porté sur 24 lapins, dont 17 mâles et 7 femelles.

A la suite d'injections sous-cutanées de 2^{cm^3} de sérum normal de cheval, tous les lapins mâles, sans aucune exception, ont présenté les lésions escharifiantes classiques, dès la quatrième piqûre; chez un certain nombre de ces animaux, les altérations locales se sont accompagnées d'amaigrissement allant quelquefois jusqu'à la cachexie fatale.

Les choses se passent d'une façon tout à fait différente chez les femelles.

1° Si les injections sériques sont pratiquées pendant la gestation, la sensibilisation ne se produit pas et les réinoculations sont complètement inopérantes.

2° Si l'administration du sérum a lieu avant la fécondation, l'animal peut conserver un certain degré de sensibilité aux injections ultérieures.

3° Enfin, si l'imprégnation par la protéine hétérogène précède la gestation, puis est continuée pendant et après elle, on assiste à une cessation

---

([1]) M. Nicolle, *Contribution à l'étude du phénomène d'Arthus* (*Annales de l'Institut Pasteur*, 37, 1907, p. 128).

([2]) H. Lemaire, *Recherches cliniques et expérimentales sur les accidents sérotoxiques* (*Thèse de Paris*, 1906-1907; Stenheil, éditeur).

plus ou moins complète des accidents locaux et généraux, suivant le moment où le traitement a été commencé.

Le sérum de tous les lapins mâles sensibilisés, mélangé, *in vitro*, avec le sérum normal de cheval qui a servi à les préparer, donne lieu à une abondante floculation.

Au contraire, le sérum des femelles en gestation, même si elles ont été profondément imprégnées par l'albumine étrangère, même si elles ont fait des accidents graves au cours d'une sensibilisation antérieure à leur état de gestation, ne précipite plus ou ne précipite que très faiblement par le sérum de cheval qui perd ainsi son pouvoir antigénique pendant la grossesse.

Bien entendu, le sérum des lapins normaux ne précipite pas par ce sérum de cheval.

Les accidents sériques observés, liés à la floculation, illustrent donc une fois de plus la théorie de l'anaphylaxie et la théorie colloïdale proposées par l'un de nous ([1]).

L'immunité des femelles en gestation est à rapprocher de leur résistance aux chocs anaphylactiques signalée antérieurement par Durand Raynals [*Rapport de l'anaphylaxie avec la grossesse* (*Revue d'Obstétrique et de Gynécologie*, 1920, p. 458)] et par nous ([2]) et aussi de l'échec de la greffe cancéreuse observé par plusieurs auteurs, chez les femelles pleines.

Lors de nos investigations relatives à l'influence de la parturition sur les crises anaphylactiques et anaphylactoïdes, nous avons attribué la protection des femelles à l'augmentation du volume de la masse sanguine ([3]), les nouvelles constatations que nous avons résumées plus haut nous montrent que le mécanisme de l'immunité pendant la grossesse est plus complexe.

L'acquisition, par le sérum, d'une propriété floculante extrêmement marquée, chez le lapin mâle, et nulle chez la femelle en gestation, nous révèle un fait qui nous avait échappé, parce que cette propriété n'apparaît, chez le cobaye qui avait seul servi à nos premiers essais, qu'à un degré beaucoup plus faible.

([1]) AUGUSTE LUMIÈRE, *Le problème de l'anaphylaxie* (Paris, 1924; O. Doin, éditeur); *La vie, la maladie et la mort* (Paris, 1928; Masson et Cie, éditeurs).

([2]) AUGUSTE LUMIÈRE et H. COUTURIER, *Grossesse et phénomènes de choc anaphylactique* (*Comptes rendus*, 172, 1921, p. 772).

([3]) AUGUSTE LUMIÈRE et H. COUTURIER, *Résistance des femelles en gestation aux chocs anaphylactiques et anaphylactoïdes* (*Comptes rendus*, 174, 1922, p. 495).

Nous ignorons donc encore la raison pour laquelle la sensibilisation, si constante chez les animaux des espèces les plus diverses, ne se produit pas pendant la gestation.

L'étude plus approfondie de cette exception permettra peut-être d'apporter quelque contribution utile à la compréhension de ce mystérieux phénomène qu'est la sensibilisation spécifique par les protéines.

CORRESPONDANCE.

M. **Marcel Delépine**, élu Membre de la Section de Chimie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie qu'une souscription internationale est organisée, à l'occasion du *Centenaire de la mort de Lamarck*, par la *Société Linnéenne du Nord de la France*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° T. Nagell. *L'analyse indéterminée de degré supérieur* (Fascicule 39 du *Mémorial des Sciences mathématiques*).

2° S. Lefschetz. *Géométrie sur les surfaces et les variétés algébriques* (Fascicule 40 du *Mémorial des Sciences mathématiques*).

3° A. Sainte-Laguë. *Géométrie de situation et jeux* (Fascicule 41 du *Mémorial des Sciences mathématiques*).

4° *La carbonisation dans ses rapports avec les problèmes d'économie nationale. Conférence faite le* 13 *avril* 1929 *à la Société industrielle de l'Est, par* Georges Kimpflin.

5° *Histoire naturelle des Coléoptères de France*, par G. Portevin. Tome I. Adephaga-Polyphaga : *Staphylinoïdea*. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques généralisations du produit d'Euler* $\prod_{\nu=0}^{\infty}(1+x^{2^\nu})$. Note [1] de M. **Alexandre Ostrowski**, présentée par M. Hadamard.

Le produit d'Euler $\prod_{\nu=0}^{\infty}(1+x^{2^\nu})$ est un cas particulier du produit

$$(1)\qquad \Phi(x)=\prod_{\nu=0}^{\infty}(1+x_\nu),\qquad x_{\nu+1}=\varphi(x_\nu),\qquad x_0=x.$$

Nous avons déterminé tous les cas dans lesquels $\varphi(x)$ étant rationnelle, $\Phi(x)$ converge dans le voisinage de $x=0$ et est *algébrique* en x. Une transformation immédiate permet de réduire (1) à la forme

$$(2)\qquad \Phi^*(x)=\prod_{\nu=0}^{\infty}\left(1+\frac{1}{x_\nu}\right),\qquad x_{\nu+1}=\varphi^*(x_\nu).$$

Outre le cas d'Euler $\varphi^*(x)=x^2$, on connaît un autre cas, découvert en 1913 par F. Engel, dans lequel $\varphi^*(x)$ est un *polynome :*

$$\varphi^*(x)=2x^2-1,\qquad \Phi^*(x)=\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}\quad [2].$$

Nous avons trouvé en particulier tous les autres cas dans lesquels $\varphi^*(x)$ est un polynome, $\Phi^*(x)$ étant une fonction algébrique de x :

$$(3)\qquad \varphi^*(x)=-a[(x+1)(x+a)+a^2],\qquad \Phi^*(x)=\frac{x+a+1}{x+a};$$

$$(4)\qquad \varphi^*(x)=-2(x+1)^2,\qquad \Phi^*(x)=\sqrt{\frac{x+2}{x}};$$

$$(5)\qquad \varphi^*(x)=(x+1)^2-3,\qquad \Phi^*(x)=\sqrt{\frac{(x+2)^2}{(x+3)(x-1)}};$$

$$(6)\qquad \varphi^*(x)=-(x^2-2),\qquad \Phi^*(x)=\sqrt{\frac{x^2-4}{(x-1)^2}};$$

$$(7)\qquad \varphi^*(x)=2x^3+6x^2-\frac{3}{2},\qquad \Phi^*(x)=\sqrt{\frac{2x+1}{2x-1}};$$

le cas (7) donne des développements convergeant très rapidement.

---

[1] Séance du 23 janvier 1930.

[2] F. Engel, *Verhandlungen der 52en. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner*, p. 191; Marburg, 1913.

Enfin deux cas correspondant aux fonctions $\varphi^*(x)$ linéaires.

G. Cantor a établi (¹) pour chaque nombre positif > 1 l'existence d'un développement unique en produit de la forme

$$\prod_{\nu=0}^{\infty}\left(1+\frac{1}{q_\nu}\right), \qquad q_{\nu+1} \geqq q_\nu^2,$$

q_ν étant des entiers positifs. En calculant les développements de 2, 3, 5, 15 il a remarqué que les q_ν obéissent à partir d'une certaine valeur à la relation $q_\nu = 2q_\nu^2 - 1$. Notre solution (5) prouve qu'il y a des développements cantoriens de racines carrées de nombres rationnels qui n'obéissent pas à cette loi.

Les produits correspondant aux cas énumérés conduisent à des développements assez curieux, comme par exemple les suivants :

$$\prod_{\nu=0}^{\infty}\left(1+\frac{2}{t^{2^\nu}+t^{-2^\nu}}\right)=\frac{t+1}{t-1} \quad \text{ou} \quad \frac{t-1}{t+1} \quad (\text{suivant que } |t|>1 \text{ ou } |t|<1),$$

$$\prod_{\nu=0}^{\infty}\left(1-\frac{\frac{1}{2}}{\cos 2^\nu\varphi}\right)=\mp\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi+\frac{1}{2}}, \qquad \prod_{\nu=0}^{\infty}\left(\frac{\cos 3^\nu\varphi+\frac{1}{2}}{\cos 3^\nu\varphi-\frac{1}{2}}\right)=\pm\, i\operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2}.$$

Ces deux produits ne sont convergents que pour φ *non réels* et les signes supérieurs ou inférieurs sont valables suivant que φ est dans le demi-plan supérieur ou inférieur.

Dans le cas général où $\varphi(x)$ est supposé rationnel et $\Phi(x)$ algébrique, $\Phi(x)$ est toujours une racine d'une fonction rationnelle. Il n'y a que cinq familles de solutions dont les plus intéressantes sont :

$$\varphi(x)=\frac{x^2+\left(1+\frac{1}{\omega}\right)x}{2\omega x^2+2(\omega+1)x+1}, \qquad \Phi(x)=\frac{\sqrt{(2\omega x+1)\left(\frac{2\omega}{2\omega+1}x+1\right)}}{\omega x+1};$$

$$\varphi(x)=\frac{2x^2+(3-\omega)x}{-(\omega+1)x^2+(\omega^2-\omega-2)x+\omega-1}, \qquad \Phi(x)=\frac{\frac{\omega+1}{2}x+1}{\sqrt{(\omega x+1)\left(\frac{x}{2-\omega}+1\right)}}$$

Ici $R\omega$ est $< -\frac{1}{2}$ resp. > 2.

(¹) *Zeitschrift f. Math. und Physik*, 14, 1869, p. 155.

La discussion de notre problème dépend de l'équation fonctionnelle

$$\frac{\Phi[\varphi(x)]}{\Phi(x)} = \frac{1}{1+x},$$

dont une analyse algébrique assez pénible permet d'établir toutes les solutions avec $\varphi(x)$ rationnel et $\Phi(x)$ algébrique.

L'exposition détaillée de notre analyse paraîtra prochainement dans un autre Recueil.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Du caractère topologique d'un théorème sur les fonctions méromorphes.* Note de M. **S. Stoïlov**.

1. Soit $Z = f(z)$ une fonction méromorphe dans un domaine fermé (d) limité par un contour simple (c) qui possède une tangente continue. M. Ålander [1] a démontré que, si $|f(z)| = \text{const.}$ sur (c) et si p et q désignent les nombres des zéros et des pôles de $f(z)$ dans (d), *le nombre des zéros de la dérivée $f'(z)$ dans le même domaine est* $p + \beta - 1$ (β désignant le nombre des points que les q pôles occupent dans le plan).

2. Comme M. Ålander l'a fait remarquer lui-même, le nombre des zéros de la dérivée à l'intérieur d'une courbe à module constant ne dépend donc pas de la multiplicité des pôles. Mais la formule devient symétrique par rapport à p et à q si au lieu du nombre des zéros de $f'(z)$ on se propose de rechercher celui des points de (d) autour desquels la fonction inverse de $f(z)$ n'est pas uniforme.

Nous dirons qu'un tel point est un point de *ramification* d'ordre m si la fonction inverse autour de ce point possède $m+1$ déterminations et nous considérerons un point de ramification d'ordre m comme équivalent à m points de ramification confondus. Pour $f(z)$ le nombre des points de ramification est alors bien $p + q - 1$ dans (d).

Cette façon de modifier le problème revient à substituer à une propriété exprimée au moyen de la dérivée un caractère *topologique* de la fonction, très voisin de cette propriété.

D'autre part il est aisé de démontrer que l'hypothèse $|f(z)| = \text{const.}$

(1) Ålander, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1411. Le théorème d'Ålander a été généralisé par M. Biernacki dans une autre direction que celle que nous indiquons ici.

sur (c), implique que dans (d) toute valeur extérieure au cercle (C) [image de (c)] est prise q fois, tandis que toute valeur intérieure à (C) est prise p fois (en des points distincts ou confondus).

Si de plus on substitue à (c) et à (C) des courbes fermées simples quelconques, tous les éléments qui, dans l'énoncé de plus haut, sont attachés à $S(z)$ deviennent des invariants topologiques. Le but de cette Note est d'indiquer que l'on peut, dans ces conditions, remplacer le théorème cité par une proposition beaucoup plus générale s'appliquant aux transformations continues que j'ai appelées *intérieures* et dont les fonctions méromorphes sont un cas particulier. J'ai étudié ces transformations, dont la classe est définie par des *caractères topologiques*, dans des travaux antérieurs. (*Annales scient. de l'École Normale*, 1928; *Fundamenta Mathematicæ*, 13, 1929).

2. Considérons deux sphères (s) et (S) dont nous désignerons les points par z et par Z respectivement et soit $Z = f(z)$ une transformation intérieure définie sur un domaine fermé (d) de (s) limité par une courbe fermée simple quelconque (c). Si la transformation fait correspondre à (c) une courbe fermée simple (C) sur (S), l'image de l'intérieur de (d) occupera soit la sphère (S) tout entière, soit l'une seulement des régions déterminées par (C) sur (S). A chacune de ces régions correspondra un « degré » de $f(z)$ dans (d), c'est-à-dire que tout point de l'une de ces régions sera l'image d'un même nombre de points (distincts ou confondus) de (d). Nous dirons pour cela que $m+1$ points de (d) sont confondus en un seul si ce dernier est un point de ramification d'ordre m (sous le rapport de l'inversion locale les transformations intérieures se comportent comme les fonctions méromorphes : *loc. cit.*).

Voici maintenant la proposition annoncée :

Si une transformation intérieure, qui est définie sur un domaine fermé (d) *de* (s) *limité par une courbe simple* (c), *fait correspondre à* (c) *une courbe simple* (C) *sur* (S), *le nombre des points de ramification de la transformation contenus dans* (d) *est* $p+q-1$, *où* p *et* q *sont les degrés de la transformation dans* (d) *pour les deux régions déterminées par* (C) *sur* (S).

La démonstration est basée sur ce lemme, dont l'énoncé est assez intuitif et qui peut s'établir de proche en proche :

Étant donnés n domaines fermés limités par des courbes simples de Jordan, soit (δ_i) $(i=1, 2, \ldots, n)$, on suppose que :

1° Les (δ_i) varient avec un paramètre r de façon qu'au début de cette variation les (δ_i) sont sans points communs et que pour tout $r''(>r')$ chacun des (δ_i) contienne à l'intérieur tous les points du même (δ_i) pour $r=r'$.

2° Quand r augmente, la connexion de chaque (δ_i) est simple au début et peut devenir multiple à partir d'une valeur de r, mais que dans cette variation aucun contour intérieur des domaines formés par l'ensemble des (δ_i) ne se réduit à un point (c'est-à-dire qu'aucune lacune ne disparaît);

3° Pour toute valeur de r il n'y a au plus qu'un seul point frontière de l'ensemble des (δ_i) par lequel passe deux arcs simples de cette frontière;

4° Quand r atteint, en augmentant, sa valeur limite, l'ensemble des (δ_i) forme un domaine unique à k lacunes.

Le nombre des valeurs r pour lesquelles la frontière de l'ensemble des (δ_i) possède un point multiple est alors de $n+k-1$.

Au moyen de ce lemme et de quelques considérations employées ailleurs (*loc. cit.*), on est conduit à la détermination du nombre des points de ramification pour le cas où (d) serait limité par un nombre $k+1$ quelconque de courbes simples distinctes : il y a alors $p+q+k-1$ points de ramification.

Appliquée aux fonctions méromorphes, la proposition montre que les conditions de (c) et de (C) peuvent être sensiblement élargies.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une inégalité pour les polynomes monotones.* Note de MM. **W. Břečka** et **J. Geronimus**, présentée par M. Hadamard.

W. Markoff a établi l'inégalité suivante [1] :

Si $R(x)$ est un polynome de degré n, qui, sur le segment $(-1, +1)$, ne dépasse pas M en valeur absolue, on a

$$(1) \qquad |R^{(k)}(x)| \leqq \frac{n^2(n^2-1)(n^2-2^2)\ldots[n^2-(k-1)^2]}{1.3.5\ldots(2k-1)} M,$$

quel que soit x sur le segment $(-1, +1)$.

Nous allons indiquer ici l'inégalité analogue pour un polynome $R(x)$ qui est monotone dans l'intervalle $(-1, +1)$.

La solution de ce problème pour des valeurs arbitraires de n conduit à de grandes difficultés algébriques.

Nous supposerons dans ce qui suit que n augmente indéfiniment. Alors,

---

[1] *Ueber Polynome die in einem gegebenen Intervall möglichst wenig von Null abweichen* (*Mathematische Annalen*, 77, 1916, p. 213-258).

pour k fini, on obtient l'inégalité suivante :

$$|R^{(k)}(x)| < \frac{(2k-2)!\,\varphi(k)M}{2^{3k-1}k\{(k-1)!\}^3} n^{2k}(1+\varepsilon), \tag{2}$$

où $\varphi(k)$ est un nombre qui ne dépend que de k et satisfait à la condition

$$1-\frac{1}{k} < \varphi(k) < \sqrt{1+\frac{1}{k}}, \tag{3}$$

et ε tend vers zéro comme $\frac{k^2}{n}$.

La même formule subsiste si k augmente indéfiniment, mais de telle manière qu'on ait

$$\lim \frac{k^2}{n} = 0, \qquad \text{pour } n \to \infty.$$

En comparant ces résultats avec la formule de W. Markoff écrite sous forme asymptotique, nous voyons que, pour k fini, la monotonie d'un polynome ne diminue que peu la capacité de croissance de sa dérivée; l'ordre de cette valeur maximale est n^{2k} pour un polynome monotone ainsi que pour un polynome quelconque.

Supposons maintenant que k croît, mais de telle manière qu'on ait

$$\lim \frac{k^2}{n} = 0 \qquad \text{pour } n \to \infty.$$

On démontre alors [1] que la monotonie d'un polynome diminue la valeur maximale de sa dérivée dans le rapport de 1 à $2\pi k$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *La sommation des intégrales divergentes dans la théorie des spectres.* Note de M. **Henri Eyraud**, présentée par M. Hadamard.

Soit $f(t)$ une fonction de la variable réelle t; nous nous proposons de déterminer son spectre de Fourier. Nous supposerons cette fonction continue par sections, et de plus réelle et paire pour fixer les idées. On a donc

$$f(t) = f(-t) = \frac{1}{2}[f(t+0) + f(t-0)]. \tag{1}$$

---

(1) La démonstration complète des résultats indiqués paraîtra dans un autre Recueil.

Posons

(2) $$f(t)\rfloor_T = f(t) \quad \text{si} \quad 0 < t < T; \qquad = 0 \quad \text{si} \quad t > T.$$

Le spectre de la fonction (2) sera

(3) $$g(u; T) = \frac{2}{\pi}\int_0^T f(s) \cos us \, ds$$

et la fonction (2) sera représentée spectralement par la formule

(4) $$f(t)\rfloor_T = \int_0^\infty g(u; T) \cos ut \, du.$$

Cette formule généralise la formule intégrale de Fourier; mais, comme la structure du spectre d'une fonction donnée dépend essentiellement des valeurs que prend la fonction pour les valeurs très grandes de t, la formule (3) ne peut nous servir que dans des cas très particuliers. Elle ne nous renseigne en rien sur les spectres de raies comme ceux des fonctions presque périodiques.

Faisons choix d'une fonction sommatoire $\sigma(x)$ assujettie à être continue, à tendre vers un lorsque x tend vers zéro et à rendre convergentes les intégrales suivantes lorsque T deviendra infini :

(5) $$\int_0^T \sigma(x)\, dx, \quad \int_0^T |f(x)\sigma(\varepsilon x)|\, dx.$$

La formule intégrale de Fourier (4) donne alors

(6) $$\sigma(\varepsilon t) f(t)\Big|_T = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \cos ut \, du \int_0^T \sigma(\varepsilon s) f(s) \cos us \, ds;$$

faisons tendre ensuite ε vers zéro. Posons, lorsque cette limite existe pour une valeur ν de la variable u,

(7) $$\lim_{\varepsilon \to 0} \int_0^\infty \sigma(\varepsilon s) f(s) \cos \nu s \, ds = g(\nu),$$

nous appellerons $g(\nu)$ la densité spectrale pour la fréquence ν. Si $g(\nu)$ est infini, nous dirons qu'il y a une raie spectrale de fréquence ν. Posons, lorsque cette limite existe,

(8) $$\lim_{\varepsilon \to 0} \varepsilon \int_0^\infty \sigma(\varepsilon s) f(s) \cos \nu s \, ds = 2A_\nu \int_0^\infty \sigma(s)\, ds.$$

Soit un spectre qui ne présente pas d'autre éventualité que celles des équations (7) ou (8) : il sera représenté par l'ensemble des expressions $g(\nu)$ et A_ν et la fonction $f(t)$ sera donnée par une intégrale de Stieltjes

$$(9) \qquad f(t) = \int_0^\infty \cos ut \, d\,G(u) \qquad [d\,G(u) = g(u)\,du + A_u].$$

La contribution, apportée à la fonction $f(t)$ par la raie de fréquence ν, est

$$(10) \qquad A_\nu \cos \nu t.$$

Les formules (7) et (8) n'épuisent évidemment pas la complexité des spectres de fonctions continues, comme le montrerait, par exemple, l'étude du spectre de la fonction

$$(11) \qquad f(t) = t \cos \nu t,$$

en prenant comme fonction sommatoire

$$(12) \qquad \sigma(x) = e^{-x}.$$

MÉCANIQUE. — *Sur la théorie mathématique des auto-oscillations.* Note ([1]) de MM. **M. A. Andronow** et **A. Witt**, présentée par M. Hadamard.

Les mouvements stationnaires des systèmes auto-oscillatoires ([2]) sont des *mouvements récurrents* de Birkhoff ([3]).

Dans le cas de deux degrés de liberté ils peuvent être périodiques ou quasi périodiques ou même d'un caractère encore plus général.

Nous nous bornerons dans cette Note à l'étude des solutions périodiques du système d'équations différentielles :

$$(A) \qquad \ddot{\xi} + \omega_1^2 \xi = \mu f(\xi, \dot{\xi}; \eta, \dot{\eta}; \mu), \qquad \ddot{\eta} + \omega_2^2 \eta = \mu g(\xi, \dot{\xi}; \eta, \dot{\eta}; \mu),$$

où μ est un paramètre qui peut être choisi arbitrairement petit, et

([1]) Séance du 20 janvier 1930.

([2]) Pour la définition des auto-oscillations et la discussion du cas d'un degré de liberté voir A. Andronow, *Les cycles limites de Poincaré et la théorie des oscillations auto-entretenues* (*Comptes rendus*, 189, 1929, p. 559).

([3]) G. Birkhoff, *Quelques théorèmes sur le mouvement des systèmes dynamiques* (*Bull. de la Société math. de France*, 40, 1912, p. 305).

où $\dot{\xi} = \frac{d\xi}{dt}$, $\ddot{\xi} = \frac{d^2\xi}{dt^2}$, etc. On obtient un tel système par exemple dans le cas d'un émetteur à triode comprenant deux circuits oscillants, en prenant des coordonnées normales et en ne considérant que les oscillations s'écartant peu de la forme sinusoïdale.

1° Dans le cas $\mu = 0$ les équations (A) ont une solution périodique,

$$\text{(B)} \qquad \xi = R\cos\omega_1 t; \qquad \eta = 0.$$

D'après Poincaré (¹), on obtient facilement une solution périodique pour μ suffisamment petit sous forme de séries ordonnées suivant les puissances de μ, convergentes pour μ suffisamment petit,

$$\text{(C)} \qquad \begin{cases} \xi = \varphi(t, \mu) = R\cos\omega_1 t + \mu A_1 + \mu^2 A_2 + \ldots; \\ \eta = \psi(t, \mu) = 0 + \mu B_1 + \mu^2 B_2 + \ldots. \end{cases}$$

Les coefficients de ces séries, qui sont des fonctions du temps, s'obtiennent aisément, les équations initiales étant linéaires. La nouvelle période $T = \frac{2\pi}{\omega_1} + \tau$ peut également être calculée comme une série en μ, convergente pour μ suffisamment petit. L'analyse montre que la condition nécessaire à l'existence de solutions périodiques de la forme (C) est

$$\text{(D)} \qquad \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_1}} f(R\cos\omega_1 q, -\omega_1 R\sin\omega_1 q; 0, 0; 0)\sin\omega_1 q\, dq = 0.$$

Cette condition détermine les amplitudes des solutions de forme (B) dont les solutions périodiques cherchées sont proches en cas de μ suffisamment petit.

2° Des considérations physiques conduisent à exiger que le mouvement auto-oscillatoire possède une *stabilité à la Liapounow* (²). Écrivant de la façon habituelle les équations aux variations (³) correspondant à la solution (C), on obtient pour la détermination des exposants caractéristiques α_i l'équation

$$\rho^4 + a\rho^3 + b\rho^2 + c\rho + d = 0,$$

où $\rho = 1 - e^{\alpha T}$ et a, b, c, d sont des séries en μ.

(¹) H. Poincaré, *Les méthodes nouvelles de la Mécanique céleste*, **1**, p. 89; Paris, 1892.

(²) Voir A. Liapounow, *Le problème général de la stabilité du mouvement* (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, **9**, 1907, p. 208).

(³) H. Poincaré, *loc. cit.*, p. 162.

Dans cette équation, $d=0$, car un des α_i est égal à zéro du fait que les équations (A) ne contiennent pas le temps explicitement. Posant $\rho=\frac{2}{1-z}$ (¹) et appliquant à l'équation transformée le criterium de Routh-Hurwitz (²) on obtient la condition que les trois autres exposants caractéristiques aient des parties réelles négatives (³)

$$\text{(E)} \qquad -8<c<0; \quad (b+c)^2+a(b+c)-c<0; \quad 8+4a+2b+c>0.$$

Pour μ suffisamment petit, (E) se réduit aux deux conditions

$$\text{(F)} \qquad \begin{cases} \displaystyle\int_0^{\frac{2\pi}{\omega_1}} f'_\xi(\mathrm{R}\cos\omega_1 q,\ -\omega_1\mathrm{R}\sin\omega_1 q;\ 0,\ 0;\ 0)\,dq<0, \\ \displaystyle\int_0^{\frac{2\pi}{\omega_1}} g'_\eta(\mathrm{R}\cos\omega_1 q,\ -\omega_1\sin\omega_1 q;\ 0,\ 0;\ 0)\,dq<0, \end{cases}$$

R ayant dans ces expressions les valeurs déterminées par la condition (D). Le cas où $\omega_2=n\omega_1$ exige une discussion particulière.

3° Les équations (D) et (F) contiennent la théorie mathématique d'une série de phénomènes accompagnant les auto-oscillations couplées en particulier celui que les Allemands appellent *Ziehen* (⁴).

MÉCANIQUE. — *La fibre moyenne des grandes voûtes hyperstatiques.* Note (⁵) de M. **F. Campus**, présentée par M. Mesnager.

Le problème considéré est celui de la meilleure forme de la fibre moyenne d'un grand arc hyperstatique. Une solution simple et directe

---

(¹) Cf. R. V. Mises, *Dynamische Probleme der Maschinenlehre*, p. 286 (Leipzig, 1911).

(²) E. Routh, *Stability of motion* (London 1877). — A. Hurwitz, *Mathem. Ann.*, 46. 1895, p. 273.

(³) Pour le système $\frac{dx_i}{dt}=\mathrm{X}_i(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, où les X_i ne dépendent pas explicitement du temps, une condition *suffisante* de stabilité à la Liapounow de la solution périodique $x_i=\varphi_i(t)$ $(i=1, 2, \ldots, n)$ est que les parties réelles de $n-1$ exposants caractéristiques soient négatives.

(⁴) Voir Möller, *Die Elektronenröhren*, p. 122 (Braunschweig, 1922). — B. van der Pol, *On oscillation hysteresis in a triode generator with two degrees of freedom* (*Phil. Mag.*, 6ᵉ série, 43, 1922, p. 700),

(⁵) Séance du 20 janvier 1930.

est obtenue par application de la méthode du professeur E. Timochenko, qui consiste à calculer les voûtes hyperstatiques dont la fibre moyenne est voisine du funiculaire des poids morts en prenant comme système isostatique de référence l'arc à trois rotules.

Considérons un arc encastré symétrique, l'origine des axes étant placée au centre élastique. Les expressions des moments à la clef et aux naissances sont

$$M_c = M' + H'c, \qquad M_n = M' - H'(f - c),$$

en désignant par H' et M' les éléments hyperstatiques rapportés au centre élastique

$$\text{(I)} \qquad H' = H_p \frac{\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{ds}{\Omega} + \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{y\,\Delta y\,ds}{I}}{\int_0^{\frac{l}{2}} \left(\frac{y^2}{I} + \frac{\cos^2\omega}{\Omega}\right) ds}, \qquad M' = H_p \frac{\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{\Delta y}{I}\,ds}{\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{ds}{I}},$$

H_p représente la poussée de l'arc à trois rotules et Δy l'écart variable de la fibre moyenne par rapport au funiculaire.

En s'imposant les valeurs de M_c et M_n, c'est-à-dire les points de passage de la ligne des pressions à la clef et aux retombées, on détermine M' et H'. On peut alors, par le calcul intégral ou l'intégration graphique, définir des fonctions Δy satisfaisant aux conditions (I) et qui résolvent le problème proposé.

Il est particulièrement commode pour l'exposé, sans nuire à la généralité, de considérer les conditions $M_c = 0$ et $M_n = 0$, qui imposent $H' = 0$ et $M' = 0$. Il en résulte que

$$\text{(II)} \qquad \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{\Delta y}{I}\,ds = 0 \qquad \text{et} \qquad \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{y\,\Delta y}{I}\,ds = -\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{ds}{\Omega}.$$

Comme Δy est négligeable vis-à-vis de y et de y_p (ordonnée courante du funiculaire), la dernière condition peut s'écrire pratiquement

$$\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{y_p\,\Delta y}{I}\,ds = -\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{ds}{\Omega}.$$

On voit d'après cela que la fibre moyenne doit être sous le funiculaire entre la clef et les reins et au-dessus entre les reins et la retombée. En vertu de la première des conditions (II), le centre élastique est invariable. Pour

satisfaire aux équations et aux conditions géométriques de l'arc, on peut opérer en traçant une courbe auxiliaire d'échelle indéterminée. Pour un demi-arc, elle est tangente à l'axe des abscisses au droit de la retombée et de la clef, en outre le point au droit de la clef est un point d'inflexion. Cette courbe a un maximum intermédiaire. La *courbe dérivée* de cette ligne auxiliaire satisfait aux conditions imposées à la fonction Δy, notamment à la première des conditions (II), la seconde permet de déterminer son échelle. La ligne des pressions étant confondue avec le funiculaire, les moments de flexion de l'arc ayant la fibre moyenne proposée sont $-(H_p - H')\Delta y$.

En vue de préciser les résultats, appliquons la méthode au funiculaire parabolique, dans l'hypothèse que

$$I \cos\omega = I_c = \text{const.} \qquad \text{et} \qquad \Omega \cos\omega = \Omega_c = \text{const.}$$

Les conditions à réaliser sont

$$\text{(III)} \qquad \int_0^{\frac{l}{2}} \Delta y \, dx = 0 \qquad \text{et} \qquad \int_0^{\frac{l}{2}} y_p \Delta y \, dx = -\frac{I_c l}{2\Omega_c}.$$

L'équation du funiculaire est

$$y_p = f\left(\frac{1}{3} - \frac{4x^2}{l^2}\right).$$

La fonction $\Delta y = \frac{Kx^2}{l^3}(x - 0,30l)(0,50l - x)$ satisfait à la première des conditions (III), la seconde fixe la valeur du paramètre $K = 373,33 k' f l$, en posant $k' = \frac{45}{4} \frac{I_c}{\Omega_c f^2}$. Les écarts maxima sont les suivants :

Pour $x = 0,4225 l$,
$$\Delta y_{\max} = 0,631 k' f;$$
Pour $x = 0,1775 l$,
$$\Delta y_{\min} = -0,464 k' f.$$

Lorsque la fibre moyenne est confondue avec le funiculaire, les excentricités à la clef et aux retombées valent respectivement $0,333 k' f$ et $-0,667 k' f \cos\varphi$. Si l'on tient compte de la variation des épaisseurs et des raccourcissements de l'arc dus aux autres causes extérieures, on voit que la fibre moyenne d'équation $y = y_p + \Delta y$ est plus avantageuse que celle d'équation $y = y_p$. On saisit aisément que la méthode permet tous les ajustements.

Son application aux arcs à deux rotules est encore plus simple. Il suffit

de satisfaire à la condition

$$\int_0^l \frac{y\,\Delta y}{I}\,ds = -\int_0^l \frac{ds}{\Omega},$$

l'origine étant à l'une des rotules. La fibre moyenne doit donc être partout en dessous du funiculaire, elle y est tangente à la clef et passe par les rotules. Dans le cas du funiculaire parabolique et de l'arc défini ci-dessus,

$$y_p = \frac{4f}{l^2}x(l-x) \qquad \text{et} \qquad \Delta y = -85{,}4\frac{kf}{l^3}\left(\frac{l}{2}-x\right)^2 x,$$

en posant $k = \frac{15}{8}\frac{I_c}{\Omega_c f^2}$. L'écart maximum est $-1{,}58kf$ pour $x = \frac{l}{6}$ et $x = \frac{5l}{6}$. Lorsque $y = y_p$, l'excentricité maximum à la clef vaut kf, ainsi qu'on le sait.

SPECTROSCOPIE. — *Influence des gaz étrangers sur le spectre d'absorption de l'oxyde azotique.* Note (1) de M. **Maurice Lambrey**, présentée par M. Ch. Fabry.

J'ai montré (2) que la densité optique d'une couche d'épaisseur constante d'oxyde azotique sous la pression variable p est de la forme $d = kp^{1,81}$, k étant une constante. Cette loi a été établie pour les bandes (0,0) et (0,1) du système γ de NO, par une méthode qui permet de se mettre à l'abri des difficultés inhérentes au pouvoir de résolution insuffisant du spectrographe.

Ces difficultés disparaissent d'ailleurs si l'on s'occupe de l'absorption générale, non quantifiée, présentée par ce même gaz entre ces bandes. On peut alors, avec un seul tube de longueur déterminée, reconnaître directement quelle est la relation entre la densité optique et la pression. L'expérience montre que la relation $d = kp^{1,81}$ reste observée (3).

Ainsi donc, à nombre de molécules constant, l'absorption est d'autant plus forte que les molécules sont plus près les unes des autres. On peut

(1) Séance du 20 janvier 1930.

(2) Lambrey, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 574.

(3) Chez l'oxyde azotique liquide cette absorption générale s'étend dans presque tout l'ultraviolet. Pour une épaisseur de 4mm, toute radiation de longueur d'onde, inférieure à 3650 Å, subit pratiquement une absorption totale.

alors se demander si la présence d'un gaz étranger agirait sur l'absorption de NO. L'expérience montre qu'il en est ainsi, et que, à masse constante d'oxyde azotique, l'absorption est considérablement accrue par la présence d'un autre gaz. Je me suis proposé d'établir les lois de ce phénomène.

Soit un mélange d'oxyde azotique sous la pression p et d'un gaz non absorbant sous la pression π. On peut déterminer la pression p' sous laquelle l'oxyde azotique pur, dans le même tube, présenterait la même densité optique apparente. Cette détermination peut être faite pour différents points remarquables de la courbe d'absorption. Une première constatation est que, pour un mélange déterminé, cette pression p' ne dépend pas du point étudié. On est par suite autorisé à penser que deux mélanges présentant la même densité optique apparente présentent aussi la même densité optique réelle.

Désignons par $d = kp^{1,81}[1 + f(\pi, p)]$ la densité optique réelle d'une couche d'épaisseur 1^{cm} du mélange étudié. Elle égale celle d'une couche de même épaisseur d'oxyde azotique pur sous la pression p', soit $d = kp'^{1,81}$. On peut donc déterminer la fonction $f(\pi, p)$.

L'hypothèse la plus simple est que cette fonction dépende uniquement de $\frac{\pi}{p}$. Pour qu'il en soit ainsi, il faut et il suffit que, pour des mélanges tels que $\frac{\pi}{p} = \text{const.}$, la pression totale $P = p + \pi$ du mélange et la pression p' de NO équivalent soient proportionnelles. L'expression montre qu'il en est ainsi.

Si maintenant l'on considère des mélanges dans lesquels p est maintenu constant, tandis que π croît, on constate que $f(\pi, p) = f\left(\frac{\pi}{p}\right)$ peut s'écrire $k'\left(\frac{\pi}{p}\right)^x$, k' et x étant des constantes.

Les mesures concernent la bande (0, 0) du système γ. Elles ont porté sur des mélanges d'oxyde azotique avec l'hydrogène, l'azote, l'argon, le gaz carbonique. L'exposant x ne paraît pas dépendre de la nature du gaz étranger. Il est de l'ordre de 0,90. Le facteur k' prend les valeurs suivantes : gaz carbonique, 0,87 ; argon, 0,91 ; azote, 0,87 ; hydrogène, 0,69. Il est donc sensiblement le même pour les trois premiers de ces gaz, mais notablement plus faible pour le dernier d'entre eux.

Il est remarquable de constater que la loi ainsi établie, qui peut s'écrire sensiblement $d = ap^{1,80} + bp^{0,90}\pi^{0,90}$, ne diffère pas considérablement de celle à laquelle on serait conduit en admettant que les molécules ne sont

absorbantes que pendant un temps très court à partir de l'époque des chocs qu'elles subissent, on aurait alors en première approximation $d = ap^2 + bp\pi$.

L'étude spectroscopique de l'équilibre chimique $2NO^2 \rightleftharpoons 2NO + O^2$ m'a montré, au moins d'une manière qualitative, que le mélange d'un gaz absorbant tel que NO^2 avec l'oxyde azotique provoque également une augmentation de la densité optique de ce dernier. Tout se passe en effet comme si la quantité de NO présente, calculée d'après les coefficients d'absorption du gaz pur, était plus grande que celle indiquée par les chimistes lors de l'équilibre, compte tenu de la décomposition photochimique de NO^2 par la lumière ultraviolette.

PHYSIQUE. — *Magnétophotophorèse et électrophotophorèse.* Note [1] de M. **Félix Ehrenhaft.**

L'observation de particules de matière isolées submicroscopiques dans mon condensateur électrique et dans mon micro-aimant décrits [2] ailleurs a conduit aux expériences suivantes :

Expérience I. — *Magnétophotophorèse transversale* [3]. — On éclaire, à gauche, une particule de rayon allant de 10^{-4} à 10^{-5} cm, qui se trouve dans le champ magnétique homogène vertical, d'une intensité de 3000 gauss environ, d'un micro-aimant d'Ehrenhaft un peu modifié, par un faisceau de lumière concentré de grande intensité; à droite par un faisceau diffus. On observe la particule par-devant, c'est-à-dire perpendiculairement aux rayons éclairants, au moyen d'un microscope, alternativement éclairé à gauche et à droite. En même temps on peut orienter un champ électrique dans la direction de la gravitation.

Il y a des particules de Fe, Ni, qui n'ont, dans le champ magnétique homogène et le faisceau diffus, qu'une très petite vitesse de chute et qui, éclairées par le faisceau intense, se déplacent suivant le sens de H ou le sens inverse. Le mouvement de la particule change avec la direction du

---

(1) Séance du 30 décembre 1929.

(2) F. Ehrenhaft, *Comptes rendus*, 158, 1914, p. 1071; 182, 1926, p. 1158; *Die Photophorese* (*Annalen der Physik*, 56, 1918, p. 81). — F. Ehrenhaft et D. Konstantinowsky, *Anzeiger d. Wien. Akad.*, IX, 18 mars 1920.

(3) Nous comprenons par photophorèse transversale ou longitudinale le déplacement de la particule perpendiculairement ou dans la direction du faisceau de lumière.

champ. Certaines particules montrent déjà dans le champ rémanent l'effet susdit.

EXPÉRIENCE II. — *Magnétophotophorèse longitudinale.* — Beaucoup de particules montrent la photophorèse longitudinale sans champ magnétique : une photophorèse positive (c'est-à-dire s'éloignant de la lumière) ou photophorèse négative (se rapprochant à la lumière). Dans le champ magnétique, la vitesse de la photophorèse longitudinale croît ou décroît ([1]). Il existe aussi des particules qui ne montrent pas de photophorèse sans champ magnétique, mais elles la montrent dans le champ magnétique.

EXPÉRIENCE III. — *Électrophotophorèse transversale.* — Une particule non chargée dans un champ électrique ne se meut que sous l'influence de la force gravifique et tombe lentement. Éclairée par un faisceau intense, elle se déplace dans le sens de E ou en sens inverse. Si l'on supprime la lumière intense ou la force électrique, le mouvement cesse à l'instant. La vitesse du mouvement dépend de la nature de la particule; pour les particules de Te, Sb, J, ce mouvement a déjà lieu pour de petites intensités de force électrique (0,017 élst. U.); pour celles de Ni, Fe, Se à des intensités plus grandes; pour certaines particules à 20 élst. U. ([2]). Ces mouvements changent aussi de sens selon le sens du champ.

La vitesse du mouvement n'est pas proportionnelle à la force électrique, elle croît plus lentement et semble tendre vers une limite. La vitesse croît avec l'intensité de la lumière, mais le sens du déplacement est indépendant de la direction du faisceau.

Dans un champ électrique alternatif (48 périodes) même jusqu'à une intensité de 20 élst. U., la photophorèse transversale n'a pas lieu. Quand on se sert en même temps d'un champ électrique statique et alternatif l'électrophotophorèse transversale décroît.

EXPÉRIENCE IV. — *Électrophotophorèse longitudinale.* — Il y a des particules dont la photophorèse longitudinale diminue beaucoup dans un champ électrique alternatif. Avec mes collaborateurs dans ce travail, M. E. Wasser et M. M. Reiss, je suis en train de rechercher comment la photophorèse longitudinale d'une particule non chargée dépend d'un

---

([1]) Pour éloigner dans cette expérience l'effet transversal, il faut le compenser par un champ électrique.

([2]) M. P. Placzeck a fait ces observations avec des forces électriques élevées (*Zs. f. Ph.*, 49, 1928, p. 601).

champ électrique statique et alternatif. Là aussi il se manifeste une influence.

Si l'on veut comparer ces effets à des phénomènes déjà connus, on pourrait penser que la distribution de la température sur la particule, qui produit la force pondéromotrice (observée dans le radiomètre), varie avec la force magnétique ou électrique de sorte que les actions pondéromotrices décrites en résultent. Des effets analogues, produits par un champ magnétique sur une plaque ou une couche fine, par laquelle on fait couler un flux de chaleur, sont déjà connus (effets thermomagnétiques transversaux et longitudinaux).

Des effets électriques analogues sont encore inconnus; il faudrait penser dans ce cas à des effets électrothermiques et il faudrait supposer qu'une partie de la force électrique statique pénètre dans l'intérieur des particules dont le rayon va de 10^{-4} jusqu'à 10^{-5} cm.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Sur la structure de la gélatine.* Note de M. **J.-J. Trillat**, présentée par M. de Broglie.

On sait depuis longtemps que la gélatine, examinée au microscope polarisant à l'état étiré, devient biréfringente (biréfringence accidentelle). Des essais au moyen des rayons X (Katz, Gerngross, Clark et Lanyon, Herzog, Meyer) [1] ont montré qu'il se produisait à l'état étiré une orientation générale donnant lieu à des renforcements des halos ou anneaux d'interférence.

Dans le présent travail, j'ai étudié une gélatine de pH = 6,2, contenant 0,4 pour 100 de cendres, en utilisant les rayons K du cuivre (40 milliampères, 40 kilovolts; pose : 1 heure), dans trois directions perpendiculaires, suivant une technique que j'ai décrite antérieurement à propos des films de nitro- et acétocellulose [2]. Cette gélatine a été étudiée d'abord au repos, après séchage sur un filet, et ensuite à l'état allongé (200 pour 100).

---

(1) Katz et Gerngross, *Naturw.*, 44, 1925, p. 901; *Koll. Zeit.*, 39, II, 1926, p. 181; 40, IV, 1926. — Meyer, *Biochem. Beihefte*, 214, IV-VI, 1929, p. 253. — Clark et Lanyon, *Applied X Rays*, 1927, p. 194. — Herzog, *Helv. Chim. Acta*, 11, 1928, p. 529; *Berichte, d. chem. Ges.* 58, 1925, p. 2228.

(2) J.-J. Trillat, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1246, et *Journ. de Phys.*, 10, 1929, p. 370.

Toutes précautions ont été prises pour éviter les phénomènes de diffraction dus au fond continu.

I. *Gélatine non étirée.* — On obtient, perpendiculairement à la surface de séchage, un diagramme composé d'un halo amorphe correspondant à un espacement intermoléculaire de 4,3 Å (voir *fig.* 1), et de deux anneaux fins correspondant l'un à une distance réticulaire de 11,9 Å, l'autre, de 2,8 Å. Il y a donc isotropie suivant cette direction. Dans les deux directions perpendiculaires, on obtient, au contraire, de forts renforcements polaires et équatoriaux (*fig.* 2).

II. *A l'état étiré* (200 pour 100). — A l'inverse du cas précédent, on obtient un diagramme sans renforcements (isotropie), lorsqu'on examine la bande de gélatine suivant la direction de la traction; l'anneau de 2,8 Å a disparu et le halo s'est un peu rétréci ($d = 4,8$ Å). Les diagrammes pris normalement à la surface de coulée et suivant la troisième direction perpendiculaire aux deux précédentes montrent une orien-

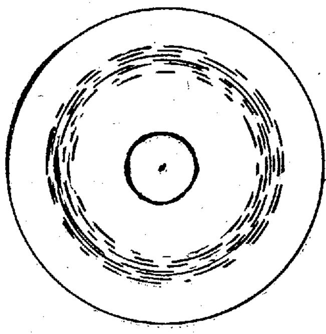


Fig. 1. — *Gélatine au repos.* Rayons X perpendiculaires à la feuille de gélatine.

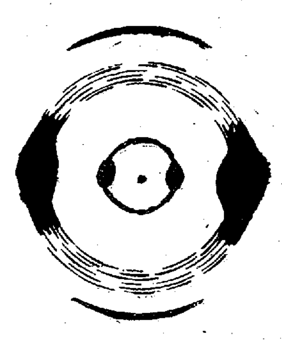


Fig. 2. — *Gélatine au repos.* Rayons X parallèles à la tranche de la feuille de gélatine.

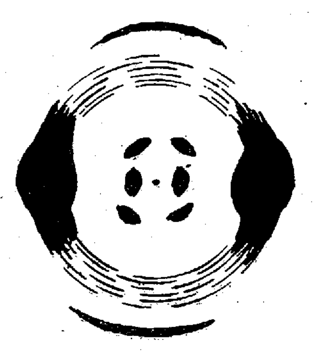


Fig. 3. — *Gélatine étirée.* Rayons X perpendiculaires à la feuille de gélatine.

tation très intense (*fig.* 3). Le halo présente deux forts renforcements équatoriaux; l'anneau interne est remplacé par deux fortes taches équatoriales et l'anneau externe se résout en deux secteurs polaires. De plus, il apparaît quatre points d'interférence bien définis, symétriquement placés par rapport au centre; le diagramme de la gélatine étirée est donc un véritable « diagramme de fibre », montrant un degré de symétrie supérieur au précédent, avec un axe d'orientation parallèle à la direction d'étirement.

La présence de ces quatre points permet, suivant les relations de Polanyi, de calculer la période d'identité suivant l'axe de traction; on trouve ainsi $a = 9,7$ Å. Il sera sans doute possible par la suite, si l'on réussit à obtenir quelques autres taches d'interférence, d'établir les deux autres dimensions de la cellule élémentaire; quoi qu'il en soit, la distance trouvée correspond probablement à la longueur d'un seul groupe C^3H^5ON, placé suivant l'arête de la cellule, en admettant en première approximation une symétrie rhombique. Ces résultats confirment en les complétant les recherches des auteurs cités plus haut.

Structure de la gélatine. — Dans le cas de la gélatine comme dans le cas de la cellulose ou du caoutchouc, il doit se former des chaînes de valence principales (Meyer, *loc. cit.*) par accolement bout à bout de groupes élémentaires ayant une longueur de 9,7 Å. Un certain nombre de ces chaînes forme un cristallite, et un certain nombre de cristallites forme une micelle.

Comme nous l'avons établi antérieurement pour la nitro- et l'acétocellulose (J. J. Trillat, *loc. cit.*), la gélatine se compose de deux phases, l'une, amorphe, à faible indice de polymérisation, incapable de constituer de longues chaînes; l'autre, fortement polymérisée, composée d'éléments en chaîne susceptibles de s'orienter sous des effets mécaniques (contraction due au séchage, étirement), et de donner alors lieu à des diffractions cristallines. Cette structure à deux phases (amorphe et pseudo-cristalline) paraît générale pour un très grand nombre de gels colloïdaux solides.

Il est à remarquer que l'orientation des cristallites est différente par le séchage et par l'étirement; ceci permet de déterminer la structure du film obtenu par les deux effets.

Ces résultats présentent aussi un intérêt en biologie, car les collagènes sont très répandus dans la nature vivante, et un grand nombre de phénomènes dus par exemple à la contraction ou à l'étirement peuvent être rapprochés des résultats obtenus.

Nous nous proposons d'étudier maintenant l'influence du pH de la gélatine, de la méthode de préparation, ainsi que du degré d'étirement.

RADIOLOGIE. — *Essai sur la visibilité radiographique du rein.* Note [1] de MM. **Jean Dalsace**, **M. Gory** et **Nemours-Auguste**, présentée par M. d'Arsonval.

Au cours de ces dernières années, l'étude radiographique d'un certain nombre d'organes a pu bénéficier de l'emploi de produits iodés.

Cette étude peut se faire soit par l'injection *in situ* d'un liquide à poids moléculaire élevé (méthode de Sicard et Forestier), soit par l'ingestion ou l'injection intra-vasculaire d'un produit à élimination sélective pour un organe déterminé (méthode de Graham pour l'opacification de la vésicule biliaire).

Dans le but de rendre les reins visibles aux rayons X, nous avons, en

(1) Séance du 20 janvier 1930.

août 1928, utilisé le lipiodol dans une première série d'expériences sur le cobaye. La voie intraveineuse ne nous a donné aucnn résultat probant. Par contre en utilisant la voie intra-artérielle ou intra-cardiaque, nous avons pu obtenir cinq minutes après l'injection les clichés que nous présentons à l'Académie.

On peut y voir parfaitement l'artère pulmonaire et son épanouissement formant une arborisation touffue, ainsi que l'aorte abdominale et les artères fémorales. Mais surtout l'on distingue avec une netteté remarquable les reins et les capsules surrénales dont on voit les artérioles les plus ténues. Les radiographies en série permettent de constater une rapide élimination du produit injecté. Aucun autre organe abdominal n'est visible.

Les injections de lipiodol dans les conditions de notre expérience se sont montrées toxiques pour l'animal. Mais nous avons cru bon d'apporter ces premiers résultats à cause de leur intérêt anatomique, et nous cherchons un produit non toxique, qui, à l'aide d'une seule injection, permettrait chez l'homme : 1° de rendre l'arbre urinaire visible aux rayons X et 2° d'apprécier par son élimination dans l'urine la valeur de la fonction rénale.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Passage des éthers β-cétoniques aux éthers β-aminés.* Note de M. J. **Décombe**, présentée par M. A. Béhal.

On pouvait penser que le passage des éthers β-cétoniques aux éthers β-aminés suivant le schéma :

$$R-\underset{\underset{O}{\parallel}}{C}-CH^2-CO^2C^2H^5 \rightarrow R-\underset{\underset{NH^2}{|}}{CH}-CH^2-CO^2C^2H^5$$

se ferait aisément en réduisant les oximes ou les azines de ces éthers. Mais les agents d'hydrogénation ménagée, auxquels il fallait s'adresser pour ne pas toucher à la fonction éther-sel [hydrogène gazeux en présence de noir de platine (¹) ou de palladium colloïdal (²) et amalgame d'aluminium] sont restés sans action sur ces deux sortes de composés. Par contre les acétylhydrazones ou les benzoylhydrazones des éthers β-cétoniques se réduisent par l'amalgame d'aluminium en fournissant les éthers β-aminés

(1) Vavon, *Thèse de doctorat;* Paris, 1913.

(2) Skita, *Ber. d. deut. chem. Ges.*, 43, 1910, p. 3393, et 45, 1912, p. 3312.

avec des rendements d'environ 50 pour 100. Nous avons opéré avec trois fois la quantité théorique d'amalgame.

Les acétylhydrazones des éthers acétylacétique et propionylacétique s'obtiennent facilement en mélangeant en solution alcoolique des quantités équimoléculaires d'acétylhydrazine et d'éther cétonique correspondant. La première fond à 90°, la seconde à 93° : toutes deux sont très peu solubles dans l'éther et assez facilement solubles dans l'alcool.

A partir du terme suivant, on ne peut plus isoler à l'état de pureté les dérivés correspondants. Le mélange en solution alcoolique d'acétylhydrazine et d'éther butyrylacétique conduit après évaporation du solvant à une huile légèrement colorée en jaune qui ne cristallise partiellement qu'après plusieurs jours d'abandon dans un excitateur à acide sulfurique. Les cristaux formés semblent constituer un mélange assez complexe : le lavage à l'éther et à la ligroïne élève progressivement leur point de fusion et le résidu après recristallisation dans l'eau bouillante fournit un produit fondant à 206°, donnant en solution alcoolique une coloration rouge sang avec le chlorure ferrique et dont la formule brute déduite de l'analyse serait $C^6H^{10}ON^2$. Il s'agit vraisemblablement de la propylpyrazolone, quoique Curtius ([1]) déclare n'avoir jamais pu obtenir de pyrazolone par action d'une acidylhydrazine sur un éther β-cétonique. (En l'espèce la fomylhydrazine et l'éther acétylacétique.)

Malgré ces conditions défavorables l'éther β-aminocaproïque s'obtient facilement à partir de l'éther butyrylacétique en traitant directement par l'amalgame d'aluminium le mélange en solution alcoolique préparé depuis 24 heures, d'acétylhydrazine et d'éther butyrylacétique.

Quant aux benzoylhydrazones leur préparation avait déjà été tentée par Curtius ([2]) mais en vain; le mélange de benzoylhydrazine et d'éther acétylacétique conduit à une huile épaisse, colorée en jaune, dont la cristallisation toujours partielle et laborieuse fournit un mélange de produits divers où d'après Curtius la dibenzoylhydrazine serait prépondérante. Toutefois l'hydrogénation par l'amalgame d'aluminium du mélange brut, préparé depuis 24 heures, conduit encore à l'éther β-aminé. Cette dernière voie peut être utilisée pour préparer les termes élevés, pour lesquels la séparation de l'acétamide et de la base formées dans l'hydrogénation de l'acétylhydrazone ne peut plus être faite par distillation. Il convient cependant

---

([1]) CURTIUS, *Jour. f. prakt. Chem.*, 2e série, 50, 1894, p. 284.
([2]) CURTIUS et STRUVE, *Jour. f. prakt. Chem.*, 2e série, 50, 1894, p. 304-309.

de signaler que les produits ainsi préparés bouillent moins bien que ceux obtenus à partir des acétylhydrazones. Pour obtenir une base tout à fait pure, il faut la régénérer de son oxalate. Celui-ci précipite immédiatement en ajoutant à la base une solution acétonique d'acide oxalique. La régénération se fait en traitant la solution aqueuse de l'oxalate par du carbonate de potassium en excès; le rendement de l'opération est malheureusement assez médiocre.

Nous avons préparé par cette méthode :

L'éther β-aminobutyrique, déjà décrit par E. Fischer (1) (P.E. 82° sous 20^{mm}). Son chloroplatinate, son oxalate neutre (P.F. 88-90°), sa phénylurée (F. 110°).

L'éther β-aminocaproïque (P.E. 102°-104° sous 25^{mm}), son chloroplatinate, son oxalate neutre qui se décompose sous l'action de la chaleur, sa phénylurée (P.F. 76°).

L'éther aminocaprylique (P. E. 132-133° sous 25^{mm}), son chloroplatinate, son oxalate neutre qui se décompose également sous l'action de la chaleur, sa phénylurée (P.F. 114°).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur la préparation d'éthers glycériniques des amino-acides.* Note de M. L. **Haskelberg**, présentée par M. A. Béhal.

Nous avons publié précédemment une méthode permettant d'obtenir les éthers glycériniques mixtes des acides aminés et des acides gras (2).

Cette méthode qui consiste à faire agir le sel de sodium de l'acide aminé sur les éthers-sels d'une halogènehydrine ne permet pas de préparer les monoéthers des acides aminés à l'état pur.

Le mauvais rendement, les difficultés d'isolement d'un corps pur, l'alcoolyse, la séparation du chlorure du sodium formé et surtout l'incertitude structurale due à la migration possible de l'acédyle, nous ont conduit à chercher une autre méthode qui exclut toutes ces difficultés.

Nos recherches ne sont pas encore tout à fait au point mais le travail de Percy Brigl et ses collaborateurs (3) qui vient de paraître nous oblige à faire connaître les résultats que nous avons obtenus.

(1) E. Fischer, *Ber. d. deut. chem. Ges.*, 34, 1901, p. 444.

(2) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 104; *Zeitschen f. physical. Chem.*, 6e série, 184, 1929, p. 241.

(3) *Ann. de Chem.*, 3e série, 476, 1929, p. 212.

Au cours de premiers essais, nous avons voulu préparer l'éther glycérinique de l'acide pyruvique et, par réduction de son oxime, arriver à l'éther de l'acide aminé.

En mélangeant l'acide pyruvique avec de la glycérine absolue, on remarque que le mélange s'échauffe. Pour éthérifier, nous avons chauffé au bain métallique 3-4^h à 105-110° en distillant au fur et à mesure l'eau formée. Le produit de la réaction distillé dans le vide fournit une fraction 100-125° sous 6^{mm} qui cristallise en partie et un résidu insoluble dans l'eau et l'éther. On essore les cristaux formés et le filtrat est fractionné; il fournit une huile qui passe sous 10^{mm}, à 118-119°. Les cristaux bruts fondent à 74° mais, après recristallisation, ils fondent à 83°,5.

Ces cristaux n'ont pas l'hydroxyle libre et ne réagissent pas avec une solution d'hydroxylamine dans l'alcool absolu, les propriétés chimiques et l'analyse montrent que ce corps est l'éther acétalpyruvique de la glycérine (P. F. 83°,5). Il est soluble dans l'alcool et l'éther (voir I).

```
CH².O.C.CO              CH².OH
|       |               |
CH.O\   |               CH.O\    /CH³
     >C — CH³                >C<
CH²O/                   CH²O/    \CONH.NHC⁶H⁵
      I.                             II.

               /NH.C⁶H⁵
CH²OOC.C<                CH²OOC.CO.CH³
               \CH³      |
|                        CH \
CH.OH                    |   >O
|                        CH²/
CH².OH
            III.                 IV.
```

Il ne réagit pas immédiatement avec la phénylhydrazine dans l'alcool à 60 pour 100, mais après 12 heures de contact à froid ou 15 minutes de chauffage au bain-marie les cristaux se dissolvent et il se précipite ensuite de gros rhomboèdres fondant à 156°. Nous n'avons pas encore déterminé la structure de cette substance qui peut répondre à une des deux formules ci-dessus (II ou III).

L'huile qui passe à 118-119° sous 10^{mm} réagit fortement avec l'hydroxylamine et la phénylhydrazine. D'après l'analyse et les propriétés chimiques elle possède la formule suivante (voir IV).

Son oxime (P. F. 119°, 5) donne de suite une coloration rouge avec le chlorure ferrique; elle est insoluble dans l'éther, facilement soluble dans l'eau, l'alcool chaud, et l'acétone, très peu soluble dans le chloroforme. La solution aqueuse a une réaction acide. Le dérivé tribenzoylé de l'éther oximinopropionique (P. F. 110°). Il est soluble dans l'eau chaude.

La phénylhydrazone correspondante (P. F. 114°) est insoluble dans l'éther, facilement soluble dans l'alcool chaud, le chloroforme et l'acétate d'éthyle. Cette phénylhydrazone est isomère avec celle précédemment obtenue, nous déterminerons ultérieurement la nature de cette isomérie.

Nous avons d'autre part cherché à préparer les monoéthers glycériniques des acides aminés en éthérifiant l'acétone glycérine par un acide gras a-halogené et transformant l'éther obtenu en le dérivé oximiné correspondant par action de l'azotite de sodium.

L'hydrolyse ménagée du dérivé oximiné devait permettre d'éliminer la molécule d'acétone bloquant deux des fonctions alcooliques de la glycérine, et la réduction ultérieure du produit obtenu devait fournir l'éther glycérinique de l'acide aminé.

Cette méthode nous a en effet permis d'atteindre le but poursuivi. Dans l'acétone glycérine les deux oxydrils glycériniques qui entrent en jeu étant bien l'un en α et l'autre en β, la fonction éther-sel se trouve nécessairement en α'.

Éther α-bromopropionique de l'acétone glycérine (P.Eb.138° sous 10^{mm}) : Huile facilement soluble dans les solvants organiques, insoluble dans l'eau. Éther α-oximinopropionique de l'acétone glycérine (P.F.43°) : Il est insoluble dans l'eau.

Éther α-oximinopropionique de la glycérine (P.F. 118°-118°,5) : Le mélange de cette oxime avec l'oxime dérivée de l'éther pyruvique fond 10-15° plus bas; elle ne donne qu'une faible coloration avec le chlorure ferrique, après plusieurs heures; ces deux corps sont donc différents. Le dérivé tribenzoylé de l'éther oximinopropionique de la glycérine (P.F. 79°).

L'éther de l'acide aminé obtenu par réduction a été transformé en picrate; celui-ci fond à 265° (décomposition). Il est insoluble dans l'éther, le chloroforme, soluble dans l'alcool absolu à chaud.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur la sédimentation des suspensions d'argile.* Note de M. **Augustin Boutaric** et Mlle **Madeleine Roy**, présentée par M. C. Matignon.

La vitesse de sédimentation des suspensions d'argile dans l'eau a fait récemment l'objet de Notes intéressantes de M. Dubrisay (1). Nous avions entrepris, de notre côté, depuis plusieurs années, des expériences analogues

(1) Dubrisay, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 978. — Dubrisay, Trillat et Astier, *Ibid.*, 189, 1929, p. 41.

qui confirment pleinement les résultats de M. Dubrisay. Nous indiquerons seulement ici quelques particularités qui nous paraissent compléter les résultats déjà publiés.

1. Lorsqu'on abandonne au repos une suspension de kaolin, on voit souvent le contenu se diviser en deux régions nettement délimitées : une partie supérieure parfaitement limpide et une partie inférieure constituée par une suspension de kaolin. Au fur et à mesure que progresse la sédimentation, la surface de séparation descend. On peut en suivre aisément la marche et mesurer la vitesse du phénomène.

La loi de la sédimentation peut être assez bien représentée en admettant qu'à chaque instant la vitesse de chute est inversement proportionnelle à la viscosité de la suspension calculée d'après la formule d'Einstein :

$$\eta = \eta_0(1 + 2{,}5\varphi),$$

où φ représente le rapport entre le volume des particules et le volume total de la suspension.

Si l désigne la hauteur initiale de la suspension et x la hauteur de chute à l'instant t, l'équation différentielle de la chute sera dans l'hypothèse précédente :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{A}{1 + \frac{Bc}{l - x}}.$$

Nous avons vérifié que cette équation représente bien la marche de la sédimentation en fonction du temps.

Si l'on envisage des tubes de même longueur mais de divers diamètres contenant la même quantité de kaolin, puis des tubes identiques contenant des quantités de kaolin différentes, et enfin des tubes de même hauteur et de divers diamètres contenant des quantités de kaolin proportionnelles au volume, on constate que pour un même milieu les courbes de sédimentation ne dépendent que de la concentration en kaolin. En particulier, pour des suspensions de diverses concentrations, quel que soit d'ailleurs le diamètre des tubes, les vitesses initiales v varient en fonction de la concentration suivant une loi hyperbolique

$$v = \frac{1}{\alpha + \beta c}.$$

Si l'on recommence les mesures à des journées différentes, on constate que la vitesse de chute diminue à mesure qu'augmente l'âge de la suspension, ce qui s'interprète par la formule d'Einstein en admettant un gonfle-

ment des particules de kaolin au contact de l'eau et permettrait même de calculer ce gonflement.

2. On a signalé (¹) l'influence accélératrice qu'exerceraient sur la sédimentation du kaolin de petites quantités de substances tensio-actives, telles que le camphre, le thymol, etc. A cause des très grandes différences qu'on observe dans les vitesses de sédimentation lorsqu'on opère dans l'eau, même distillée, sous l'influence des moindres variations de l'alcalinité, nous avons opéré en milieu parfaitement défini du point de vue de la concentration en ions hydrogène et pris dans des régions acides, loin de la neutralité. Dans ces conditions les mesures sont toujours parfaitement comparables. Nous avons fait plusieurs séries d'expériences soit dans des solutions très étendues d'acide sulfurique $\left(\frac{N}{1000}\right)$, soit dans des solutions tampons (acide acétique et acétate de sodium).

A titre d'exemple nous donnerons les résultats des mesures faites sur des tubes de 1^m de long et de $1^{cm^2},80$ de section intérieure contenant 10^g de kaolin et 150^{cm^3} d'eau acidulée additionnée ou non de diverses substances tensio-actives et donnant avec une pipette de Duclaux de 5^{cm^3} le nombre de gouttes suivant :

Tube A $\left(H^2SO^4 \frac{N}{1000}\right)$.................... 100 gouttes

Tube B $\left(H^2SO^4 \frac{N}{1000} + \text{camphre}\right)$.......... 144 »

Tube C $\left(H^2SO^4 \frac{N}{1000} + \text{menthol}\right)$.......... 152 »

Tube D $\left(H^2SO^4 \frac{N}{1000} + \text{alcool isoamylique}\right)$.. 238 »

Le tableau suivant donne les hauteurs de chute en fonction du temps pour les divers tubes :

	Hauteur de chute en millimètres,			
Durée de chute.	A.	B.	C.	D.
30 minutes............	5,25	4,75	4,50	3,25
60 »	13,75	13	11,50	8
90 »	25,25	24	21,50	19
120 »	34	31,75	31	24,75
150 »	37,50	36,50	35,75	30,25
180 »	40	39,25	39	35

(¹) LÉONOR MICHAELIS, *Techniques de physico-chimie*, p. 99 (Masson, éditeur, 1923).

Dans aucun cas nous n'avons constaté une accélération de la vitesse de sédimentation sous l'influence des substances tensio-actives telles que menthol, camphre, alcool isoamylique, bien que ces substances aient produit un abaissement considérable de la tension superficielle; il semble au contraire que la présence de substances tensio-actives produise plutôt un très léger retard dans la formation du dépôt.

GÉOLOGIE. — *Observations stratigraphiques et paléontologiques nouvelles sur le Crétacé supérieur de la province de Maintirano (ouest de Madagascar).* Note de M. **H. Besairie** et Mlle **E. Basse**, présentée par M. Pierre Termier.

Le Crétacé supérieur de la province de Maintirano a été étudié récemment par L. Barrabé. Les explorations effectuées par l'un de nous en 1928 nous ont fourni des résultats nouveaux en même temps qu'elles apportent des précisions stratigraphiques.

Stratigraphie : *Sénonien inférieur.* — La région voisine du Manambolo montre, au-dessus des basaltes, la succession suivante : 1° Calcaires marneux à *Mortoniceras texanum* Roemer; 2° Grès calcaires, parfois glauconieux à *Hauericeras Gardeni* Baily, *Desmoceras sugata* Forbes, *Hamites amapondensis* v. Hoepen, *Puzosia diphylloides* Forbes, *Pachydiscus antecursor* v. Hoepen; 3° Grès calcaires à *Schlœnbachia Umbulazi* Baily.

Cette succession est bien visible sur la piste de Bekopaka à Mitraiky. Sa constance, relevée en plusieurs points (8^{km} au nord de Trangahy, ouest d'Andranovorikolo), nous permet de définir, dans le Sénonien inférieur, trois zones d'Ammonites, respectivement caractérisées par *M. texanum*, *H. Gardeni*, *Schl. Umbulazi*.

L. Barrabé a déterminé une faune d'Ammonites pyriteuses (*Phylloceras Woodsi* v. Hoepen, etc.), découverte par R. Schnaebelé à Tsianaloky. Nous pouvons préciser l'âge de cette faune, qui s'intercale entre les basaltes et les grès à H. Gardeni. C'est là l'équivalent avec un faciès différent de la Zone à *M. texanum*.

Sénonien supérieur. — Le Sénonien supérieur est largement transgressif. En allant du Manambolo vers le Nord, on le voit recouvrir progressivement le Sénonien inférieur, puis s'étendre sur les basaltes; enfin, dans l'anticlinal d'Andrafiavelo, il recouvre directement les calcaires valanginiens. Nous distinguerons deux niveaux dans ce groupe :

1° *Grès d'Andrakaraka.* — A Andrakaraka, au sud d'Andrafiavelo, ces grès transgressifs renferment de nombreux fossiles : *Pachydiscus gollevillensis* d'Orb., *P. Neubergicus* v. Hauer, *P. colligatus* v. Binck, *P.* aff. *Quiriquinæ* Phillipi, *Hoplites Vari* Schluter, *Brahmaïtes* cf. *Haugi* Seunes, *Mortoniceras Delawarense* Morton, *Lopha acanthonota* Coq., *L. frons* Linné, *Macrodon japeticum* Forbes et de nombreux Oursins.

Ces couches se retrouvent dans la région nord du Manambolo. A l'est de Mitraiky, elles renferment : *Pachydicus gollevillensis* d'Orb., *P. Neubergicus* v. Hauer, *P. colligatus* v. Binck, *Lampadaster Gauthieri* Lambert, *Echinocorys ovatus* Leike. A 8km au nord de Trangahy, on les rencontre aussi dans un gisement signalé par L. Barrabé, mais là il faut distinguer deux niveaux. Seul, le niveau inférieur y correspond à l'horizon qui nous occupe, représenté ici par des calcaires subcrayeux avec : *Pachydiscus* aff. *Quiriquinæ* Ph., *P. isculensis* Redt., *Hoplites Vari* Schl., *Tetragonites Cala* Forbes, *Lopha acanthonota* Coq., *L. frons* Lin., *Alectryonia ungulata* Schl., etc.

Le même niveau, toujours avec des calcaires subcrayeux, renferme à l'ouest de Mokotibe : *Pachydiscus* sp., *Hoplites* (*Hoplitoplacenticeras*) *plasticus* Paulcke var. *laevis* Paulcke, *Nautilus desertorum* Zittel, etc.

2° *Calcaires crayeux de Trangahy et d'Andrafiavelo.* — Peu fossilifères au niveau supérieur de Trangahy, nous les avons surtout datés par une riche faune nouvelle rencontrée à Andrafiavelo, avec : *Bostrychoceras Schloenbachi* Nowak, *Pachydiscus gollevillensis* d'Orb., *Hemiaster Madagascariensis* Cottreau, *Pecten Dujardini* Roemer, *Inoceramus regularis* d'Orb., *Xenophora onusta* Binck, *Gyrodes pansus* Stol., *Pycnodonta vesicularis* Lam., *Turbinolia arcotensis* Forbes, *Nautilus* cf. *rota* Stol. Nous pouvons signaler aussi la présence, dans ces calcaires assez épais, d'un exemplaire d'*Hercoglossa danica* Schlot.

Paléogéographie. — L'intérêt de toutes ces faunes tient, d'une part, à leur richesse en espèces classiques ailleurs, d'autre part et surtout, à l'observation précise de leur niveau sur le terrain.

Sénonien inférieur. — Reposant sur les coulées basaltiques, il fournit *Mortoniceras texanum* Roemer, espèce banale au Santonien inférieur, mais non représentée dans l'Inde, où le faciès est un peu différent.

Puis, la faune suivante est un mélange de formes spéciales à l'Est-Africain (*Hamites amapondensis* v. Hoepen, *Pachydiscus antecursor* v. Hoep.) et d'autres assez communes dans le Santonien de l'Inde (*Desmoceras sugata* Forbes, *Hauericeras Gardeni* Baily.

Enfin le niveau supérieur contient *Schl. Umbulazi* Baily, localisé dans le

canal de Mozambique (Pondoland, Zululand, Ouest-Malgache); nos observations stratigraphiques nous conduisent à la placer soit au Santonien supérieur, soit au Campanien inférieur.

Sénonien supérieur : 1° *Formation d'Andrakaraka.* — La présence de *Mort-Delawarense*, bon fossile de niveau en Europe, fait commencer la transgression au Campanien moyen, tandis que *P. gollevillensis*, *P. Neubergicus* permettent d'attribuer les termes supérieurs de ce complexe au Maëstrichtien inférieur.

La faune présente des affinités paléontologiques tout à fait curieuses et inédites avec celles de la côte pacifique américaine : ainsi *P.* aff. *Quiriquinæ* Ph. et d'autres espèces, nouvelles, appartiennent à un groupe jusqu'alors localisé en Basse-Californie et dans les îles chiliennes (Quiriquina); de plus, l'espèce polymorphe de Patagonie : *H. plasticus*, y est représentée.

2° *Calcaires crayeux de Trangahy.* — Leur faune, analogue à celle de la côte Est de Madagascar, et constituée par les espèces banales du faciès crayeux maëstrichtien d'Europe, d'Afrique du Nord, de l'Egypte, de la Palestine et de l'Inde, atteste l'ampleur de la grande invasion marine à cette époque.

La présence de *Hercoglossa danica* indique peut-être que le calcaire de Trangahy monte jusqu'au Danien.

CHIMIE AGRICOLE. — *Corrélation entre la finesse et la solubilité carbonique des calcaires broyés, et leur action neutralisante sur les sols acides.* Note de MM. **Ch. Brioux** et **Edg. Jouis**, présentée par M. L. Cayeux.

L'industrie des calcaires broyés destinés à l'amendement des terres décalcifiées tend à prendre en France une importance de plus en plus grande. Mais tous les calcaires ne sont pas également propres au broyage; ceux qui sont durs, compacts, fournissent des poudres dont l'action sur le sol est beaucoup plus lente et moins complète que celle des poudres fabriquées avec des calcaires tendres ou des craies facilement attaquables.

Nous ne possédons pas encore de méthode officielle pour l'appréciation des calcaires broyés offerts à l'Agriculture; mais en fait, on détermine leur finesse à différents tamis, sur lesquels il y aurait lieu de s'entendre, ainsi que la solubilité dans l'eau saturée de gaz carbonique de quelques-unes des poudres plus ou moins fines, séparées par tamisage.

On obtient ainsi des solubilités carboniques que l'on chiffre en centièmes du carbonate de chaux total, et qui peuvent être très variables d'un calcaire à l'autre pour des poudres de même finesse. Ce sont naturellement les calcaires les plus compacts et les plus durs qui présentent, à finesse égale, les solubilités carboniques les plus faibles.

Mais la solubilité carbonique d'une poudre calcaire est-elle en rapport étroit avec son action neutralisante sur le sol? C'est ce que nous avons cherché à établir en utilisant la méthode générale qui consiste à suivre, dans le temps, les variations de la concentration en ions H, de divers lots d'un sol acide, additionnés de doses équivalentes de poudres calcaires de finesse et de solubilités carboniques différentes.

Grâce à la courbe de saturation, par la chaux, du sol utilisé, courbe préalablement établie avec le plus de précision possible, on peut calculer avec une approximation suffisante la proportion du carbonate de chaux ayant réagi sur le sol.

Nos essais ont porté sur des poudres de deux calcaires durs et de deux craies tendres, qui nous ont été remises par MM. Lenglen et Durier; ceux-ci en avaient déterminé préalablement la solubilité carbonique d'après un mode opératoire qu'ils décriront par ailleurs.

Pour chaque calcaire, il y avait trois poudres de finesse différente; *poudre* B, passage au tamis 25 et refus sur tamis 35, diamètre des grains $0^{mm},75$ à 1^{mm}; *poudre* E, passage au tamis 60, refus sur tamis 100, diamètre des grains $0^{mm},13$ à $0^{mm},25$; *poudre* G, parties impalpables passant au tamis 180, diamètre des grains $< 0^{mm},08$.

La terre acide un peu humifère ayant servi à nos déterminations présentait un pH initial de 5,72, et une acidité titrable de 1,064 pour 1000, d'après la courbe de saturation.

Mode opératoire. — Des lots de 300^{g} de la terre tamisée et sèche furent additionnés d'une quantité équivalente de chacune des poudres calcaires, apportant $0^{g},5$ de CO^3Ca, soit $1^{g},666$ par kilogramme. Ces divers lots, convenablement humidifiés, furent conservés à la glacière réglée à $+2°$, $+3°$, pour éviter l'action secondaire de la nitrification. Les pH furent déterminés à l'électrode à quinhydrone à intervalles échelonnés de 15 heures à 15 jours et plus.

Nous ne pouvons donner ici le détail de toutes nos déterminations : pH divers et quantités correspondantes de calcaire actif par kilogramme de sol, quantités que nous avons ensuite évaluées *en centièmes du carbonate de chaux total introduit.*

Nous nous bornerons à mettre en parallèle, pour chaque poudre calcaire, d'une part les solubilités carboniques obtenues par MM. Lenglen et Durier, d'autre part, l'action neutralisante directe sur le sol de chacune de ces poudres.

Origine des calcaires.	Teneur en CO^3Ca p. 100.	Nature des poudres.	Solubilité carbonique p. 100 du CO^3Ca.	Pouvoir neutral. sur le sol en centièmes du CO^3Ca, après 15 h.	2 j.	8 j.	15 j.
		B	10,0	3,0	5,4	13,5	15,6
Calcaire lithographique (Munich).	93,4	E	22,7	4,8	6,0	17,4	25,8
		G	74,1	72,6	76,2	88,2	87,0
		B	15,4	7,8	7,8	15,6	15,6
Calcaire de Langrune (Calvados).	97,0	E	28,2	10,5	14,1	25,8	26,7
		G	68,2	59,4	60,6	77,1	84,0
		B	30,8	10,5	17,4	25,2	26,7
Craie de Tillé (Oise)...........	94,7	E	43,9	32,4	36,3	57,0	69,9
		G	89,9	89,4	92,4	92,4	92,4
		B	30,3	13,5	22,2	28,8	31,5
Craie de Maule (Seine-et-Oise)...	99,0	E	47,5	38,4	44,4	58,8	70,8
		G	85,2	84,0	88,2	88,2	90,6

Les résultats figurant à ce tableau sont des maxima, car nous avons opéré dans des conditions optima. De l'examen des divers chiffres, on peut tirer les conclusions suivantes :

1° La rapidité d'action des diverses poudres calcaires est proportionnelle à leur finesse; l'un de nous l'avait déjà montré dès 1920 [1].

La poudre impalpable G des divers calcaires a une action neutralisante presque maximum après un laps de temps qui varie de 2 à 15 jours suivant la compacité du calcaire, tandis que les granules B, de $0^{mm},75$ à 1^{mm}, agissent beaucoup plus lentement surtout pour les calcaires durs.

2° L'action neutralisante des diverses poudres est nettement en rapport avec leur solubilité carbonique; elle est toutefois un peu supérieure pour les poudres E (grains de $0^{mm},13$ à $0^{mm},25$) des deux craies tendres, facilement attaquables par les divers composés acides du sol. Plus les calcaires sont durs, plus il y a d'écart entre l'action des poudres grossières B et celles des poudres impalpables.

Un graphique où l'on met en parallèle les solubilités carboniques de chaque poudre et leur action neutralisante directe sur le sol est beaucoup plus frappant que le tableau ci-dessus, car il fait apparaître à première vue la corrélation étroite qui existe entre les deux propriétés.

---

(1) Ch. Brioux, *Les terres acides du pays de Caux* (*Ann. Sc. agr.*, **39**, 1922, p. 129 à 152).

En résumé, nous estimons que la solubilité carbonique des calcaires broyés, déterminée dans des conditions bien spécifiées, peut, en même temps que l'évaluation de leur degré de finesse, servir de base à l'établissement d'une méthode rationnelle permettant d'apprécier leur valeur agricole comme amendements.

ZOOLOGIE. — *Sur divers rythmes autres que des rythmes thermiques susceptibles de* marquer *les écailles des poissons de la zone intertropicale.* Note de M. P. Chevey, présentée par M. L. Joubin.

Mettant en évidence la situation privilégiée des côtes indo-chinoises au regard de l'étude des rythmes thermiques saisonniers dans la mer de Chine et de leur inscription sur les écailles des poissons (¹), j'avais fait remarquer qu'en Cochinchine on ne trouvait plus, normalement, d'écailles *marquées*. Il y a pourtant une exception remarquable, c'est celle que l'on constate aux bouches du Mékong, et surtout du Bassac. Les écailles des poissons de cette région portent la trace d'un rythme alternatif de ralentissements et d'accélérations de croissance. On ne peut interpréter ces ralentissements comme le signe d'une migration lointaine et d'un séjour hivernal dans le Nord, car les poissons observés ont été capturés précisément en hiver. En réalité, il suffit de se reporter aux conclusions émises par M. Krempf dès 1926, à la suite des campagnes du *de Lanessan* dans ces parages (²), pour comprendre ce qui se passe. Tous les ans, depuis le mois d'octobre au début de mars, du milieu à la fin de la baisse des eaux du Grand Lac du Cambodge, les affluents de ce dernier, Mékong et surtout Bassac, déversent dans la mer une énorme quantité de matière azotée, sous toutes ses formes, qui provoque une concentration temporaire, mais particulièrement dense, de toute la population ichtyologique marine avoisinante. Il ne me paraît pas douteux que c'est ce rythme alternatif de concentrations et de dispersions qui s'inscrit sur les écailles, l'accélération de croissance correspondant à la concentration provoquée par l'abondance de nourriture, son ralentissement coïncidant avec la phase de dispersion.

(¹) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 207.

(²) A. Krempf. *Rapport sur le fonctionnement du Service océanographique des pêches de l'Indo-Chine, en* 1925-1926, Notes, n° 5, p. 12-15.

C'est donc par une pente toute naturelle de l'esprit que l'on est amené à se poser la question suivante : puisque des phénomènes ayant leur point de départ dans les eaux douces sont capables d'agir aussi fortement sur des poissons marins, les poissons de ces eaux douces elles-mêmes ne portent-ils pas trace, sur leurs écailles, du rythme annuel de hausse et de baisse des eaux? L'observation permet de répondre par l'affirmative. Tous les poissons des grands fleuves de Cochinchine et du Cambodge, tous ceux du Grand Lac, portent sur leurs écailles la trace d'un rythme périodique de croissance (*Cyclocheilichthys enoploides* Tirant, *Albulichthys Krempfi* Pelleg. et Chev., *Leptobarbus hoeveni* (Bleeker), *Labeo pleurotænia* (Bleeker), etc. Les arrêts de croissance correspondent aux mauvaises conditions de la saison des basses eaux qui représente, pour ces poissons, *un véritable hiver, physiologiquement parlant*. On devra donc tenir compte de ce nouveau moyen d'investigation dans l'étude biologique des poissons des eaux douces tropicales.

Telle est la diversité des conclusions auxquelles permet d'aboutir la méthode de lecture des écailles, appliquée aux poissons, marins et d'eau douce, de la zone intertropicale. L'océanographie biologique, ainsi que l'océanographie physique, pratiquées dans ces régions, ne pourront plus désormais en négliger l'emploi, soit comme moyen d'investigation pour la première, soit comme procédé de contrôle pour la seconde.

TOXICOLOGIE. — *Présence des sulfocyanures dans l'organisme humain. Transformation* post mortem *du véronal, dial, gardenal en composés cyanhydriques. Conséquences en toxicologie.* Note (¹) de M. **E. Kohn-Abrest**, Mlle **Hélène Villard** et M. **L. Capus**, transmise par M. d'Arsonval.

Le sort de l'acide cyanhydrique dans l'organisme a fait l'objet de nombreuses recherches (²). Sa transformation fréquente et partielle en acide *sulfocyanhydrique* sous l'influence de la putréfaction, observée par

---

(¹) Séance du 20 janvier 1930.

(²) Chelle, *Comptes rendus*, 169, 1919, p. 726, 852 et 973. — E. Kohn-Abrest, *in* Ogier et Kohn-Abrest, *Traité de Chimie toxicologique*, 1, p. 359. — E. Kohn-Abrest et Lupu, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 362.

Chelle [1] est d'un réel intérêt toxicologique; la présence d'acide cyanhydrique dissimulé (acide sulfocyanhydrique) constitue parfois la seule preuve de l'empoisonnement accidentel ou criminel par un composé cyanhydrique.

Il importait donc de rechercher, pour écarter toute cause d'erreurs judiciaires, si cette présence ne pouvait pas tenir à des causes plus ou moins banales, et autres qu'à l'absorption d'un cyanure toxique.

L'existence d'acide sulfocyanhydrique dans la *salive* est bien connue; elle n'intervient pas comme cause d'erreur, en raison des faibles proportions de salive dans les viscères.

La présence des sulfocyanures dans l'*urine* humaine a été observée par nous avec M. Riza Jundi (HCyS : 3 à 12^{mg} par litre) dans 10 pour 100 des urines examinées. Nous avons constaté depuis, qu'elle dépend du régime alimentaire [2] (crucifères) et plus particulièrement de la consommation de moutarde, ainsi que de certains traitements médicamentaux (sinapismes [2]).

Dans le sang, on a décelé parfois des traces de sulfocyanures, notamment chez un brightique (Chelle). Nous-mêmes, dans le sang normal, même très putréfié, n'en avons jamais trouvé. En abandonnant à la putréfaction pendant 30 jours du sang additionné de 2 pour 1000 d'urée, nous n'avons décelé que quelques dix-millioniémes d'acide sulfocyanhydrique.

Dans les viscères humains même très putréfiés, il ne se forme pas normalement de sulfocyanures; l'influence de l'alimentation paraît nulle; celle des traitements médicamenteux (sinapismes) reste à étudier.

Mais durant ces dernières années, l'un de nous (E. Kohn-Abrest) a constaté, au cours d'expertises judiciaires, la présence inattendue d'acide cyanhydrique dissimulé et même, bien que très rarement, de HCy libre dans les viscères de personnes alors que rien par ailleurs ne justifiait l'hypothèse d'un empoisonnement cyanhydrique [3]. Or il se trouvait que dans ces cas les personnes avaient absorbé des dérivés barbituriques : *véronal, dial, gardenal,* dont parfois toute trace avait disparu des viscères.

Étant donné l'usage si répandu de ces hypnotiques, une pareille coïncidence appelait une vérification expérimentale.

---

(1) CHELLE, *Comptes rendus*, **169**, 1919, p. 726.

(2) H. VILLARD, *Thèse Pharmacie*, Montpellier, 1930.

(3) Les quantités ($0^{mg},3$ à 7^{mg}) et la répartition de HCy dissimulé étaient celles que l'on constate souvent dans l'empoisonnement cyanhydrique, notamment par vapeurs.

In vitro. — Du sang de porc au $\frac{2}{1000}$ de véronal, dial, gardenal, est examiné à l'état frais, puis après 30 jours d'abandon en flacon légèrement bouché, au laboratoire :

A l'état frais, les résultats sont négatifs (pas de HCy, pas de HSCy).

Après 30 jours :

	En milligrammes par litre.	
	HCy libre.	HSCy.
Sang de porc témoin	0	0
» + 0,2 pour 100 véronal	0	6,6
» + 0,2 pour 100 dial	0	7,26
» + 0,2 pour 100 gardenal	0	5,12

Sur cobayes. — Cobaye A (320g) reçoit (voie buccale) 0g,20 *véronal;* cobaye B (445g), 0g,10 *dial;* cobaye C (520g), 0g10 *gardenal* (doses mortelles minima). Symptômes : convulsions, soubresauts, paralysie, sommeil, coma et mort, évolution rapide (une heure).

Examen toxicologique ([1]). — Viscères *à l'état frais* A, B, C : HCy libre, néant; HSCy, néant. Après 20 jours, abandon en capsules recouvertes de papier-filtre $t = +18^{\circ}$:

	HCy libre.	HSCy.
A	néant	4 mg
B	néant	2,25
C	néant	4,8

La transformation, tout au moins partielle, en dérivés cyanhydriques, des dérivés barbituriques précités, si largement employés, sous l'influence de la putréfaction, est donc démontrée. L'hypothèse, non justifiée quant

([1]) *Technique.* — Les viscères (ou le sang) sont additionnés de leur volume d'eau et de 10 pour 100 d'acide phosphorique. On distille une première fois et pendant 10 minutes au bain de chlorure de calcium $t = 105$ à 110°. Dans le distillat, on recherche HCy libre. Le produit resté dans le ballon est traité, encore chaud, par 5 pour 100 d'acide picrique en poudre. On mélange et l'on abandonne pendant quelques heures. On essore; le liquide jaune clair est introduit dans le ballon de l'appareil de Chelle, modifié par L. Capus, additionné de 10 pour 100 (volume) de liqueur de K^2CrO^4 à 5 pour 100 et de 20 pour 100 (volume) de H^2SO^4. On fait alors barboter à travers le mélange, pendant 2 à 3 heures, un fort courant d'air (25 litres à l'heure) exempt de CO^2, qui entraîne HCy régénéré par oxydation chromique de HSCy. HCy est fixé par un peu de potasse (1^{cm^3} solution à 5 pour 100) placée en fin d'appareil. On y caractérise et dose HCy à l'état de bleu de Prusse (suivant Chelle).

S'il s'agit de *sang* très putréfié, il sera bon de contrôler le résultat en effectuant une nouvelle opération, mais sans distiller au préalable et en ne chauffant pas au delà de $+85^{\circ}$, afin d'éviter toute formation possible de produits sulfocyanhydriques par pyrogénation.

à présent, de cette transformation dans l'organisme vivant, expliquerait la toxicité parfois si imprévue de ces hypnotiques [1].

Quoi qu'il en soit, les faits nouveaux que nous venons de signaler doivent inciter à beaucoup de prudence en ce qui concerne la preuve de l'empoisonnement cyanhydrique, question jusqu'alors considérée par les toxicologues comme relativement facile.

La séance est levée à 15h40m.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 13 janvier 1930.)

Note de M. *Daniel Schnéegans*, Sur la présence de radiolarites dans la nappe du Briançonnais :

Page 129, ligne 5 en remontant, *au lieu de* gangue siliceuse, *lire* gangue phylliteuse.
Page 130, ligne 4 en remontant, *au lieu de* Bull. kist., *lire* Bull. hist.; *au lieu de* Squinabo, *lire* Squinabol.

---

(1) G. Pissot, *Thèse Faculté de Médecine*, Paris, 1927.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 3 FÉVRIER 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 29 janvier 1930, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Marcel Delépine** pour occuper dans la Section de Chimie la place vacante par le décès de M. *Ch. Moureu*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Marcel Delépine** prend place parmi ses Confrères.

En communiquant la traduction d'un télégramme qui lui est parvenu :

Washington, le 24 janvier 1930.

En réponse à votre lettre, l'Académie Nationale a le plaisir de vous annoncer que M. Michelson est en train d'achever sa convalescence aux Bermudes.

R. A. MILLIKAN.

M. le **Secrétaire perpétuel** se fait l'interprète de la satisfaction de l'Académie d'apprendre que les nouvelles qui lui ont été communiquées le 30 décembre 1929 étaient inexactes; elle est heureuse de savoir que son éminent Associé est en bonne voie de guérison.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Bohuslav Hostinský**, professeur à la Faculté des Sciences de Brno, recteur de l'Université Masaryk, qui assiste à la séance.

M. A. Lacroix dépose sur le bureau un livre de M. V. Babet, dont il a écrit la *Préface*.

Cet ouvrage, intitulé *Étude géologique de la zone du chemin de fer Congo-Océan et de la région minière du Niari et du Djoué*, constitue l'exposé des recherches personnelles de l'auteur et une mise au point des travaux de ses prédécesseurs. Il est accompagné d'une carte géologique en couleur au $\frac{1}{500\,000}$ de la région étudiée.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Les Châtaigniers*, par Mlle A. Camus. Texte et Atlas.

2° *Bryozoa of the Philippine Region*, by Ferdinand Canu and Ray S. Bassler.

3° *Léon Lindet*, par P. Nottin.

4° *Anais do Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra.* Primeira secção. *Fenómenos solares.* Publicados pelo Director do Observatório, F. M. da Costa Lobo. Tome I. (Présenté par M. H. Deslandres.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équation $\Delta u = cu$, où $c > 0$ admet des points singuliers, et sur une équation de Fredholm correspondante à noyau singulier.* Note de M. **Marcel Brelot**.

1. J'indique ici des résultats, dont seront publiées ultérieurement ailleurs des démonstrations détaillées, et qui prolongent l'étude entreprise dans deux Notes récentes (30 décembre 1929 et 13 janvier 1930). Prenons encore $c(x, y) > 0$ et doué de dérivées premières continues, mais avec des points singuliers O_i dont on considère comme faisant partie le point à l'infini, en lesquels on ne fait *aucune* hypothèse quant à l'allure au voisinage, et pour $c(x, y)$ et pour les intégrales.

Par une extension immédiate des raisonnements des Notes précitées on établit l'existence d'une solution (bornée aux O_i) des *problèmes de Dirichlet*

(intérieur, extérieur, avec contours en courbes de Jordan simples sans points communs et succession continue des valeurs données, et cas du plan entier) avec ou sans singularités logarithmiques données en des points $\neq O_i$, non situés sur les contours. On montre aussi *l'unicité* de la solution sous la condition qu'au voisinage d'un O_i

$$\frac{u(M)}{\log O_i M} \to 0 \quad \text{avec } O_i M \quad (O_i \text{ à distance finie}),$$

$$\frac{u(M)}{\log OM} \to 0 \quad \text{avec } \frac{1}{OM} \quad (O_i \text{ à l'infini; point } O \text{ à des distances finies}).$$

2. La propriété *du passage à la limite* (de la solution sur le domaine diminué des *voisinages* circulaires des O_i, et qui *s'annule* sur ces circonférences) qui nous a conduit au théorème d'existence s'étend au cas où, avec ou sans singularités logarithmiques, on utilise au lieu de cercles isolants *des suites de courbes de Jordan se réduisant simultanément aux* O_i, *lorsqu'on prend sur ces courbes des successions continues de valeurs qui dans leur ensemble sont en module de croissance moindre que* $\log \frac{1}{O_i M}$ (ou $\log OM$).

Il y a quelque difficulté dans le cas du plan entier parce qu'on ne peut alors faire un raisonnement analogue à celui du théorème d'unicité. Mais on peut faire une démonstration différente du même principe, basée sur la comparaison, non plus avec une fonction harmonique, mais avec une fonction > 0 ayant des infinis logarithmiques aux O_i (∞ compris), solution d'une équation du type $\Delta u = c(x, y)u$, avec un $c(x, y)$ au plus égal à l'autre et convenablement choisi au voisinage des O_i.

On peut faire une nouvelle généralisation du passage à la limite en isolant aussi les singularités logarithmiques Ω_i et prenant sur les courbes isolantes, par exemple, les valeurs de $A_i \log \frac{1}{\Omega_i M}$ (A_i valeur de la singularité donnée en Ω_i). On déduit de là que, dans le cas le plus général envisagé, *pour des données* $\geqq 0$ (aux limites, et valeurs des singularités logarithmiques), *une diminution de c entraîne une augmentation de la solution* $\geqq 0$. D'ailleurs, cette solution est au plus égale — cas du plan entier exclu — à la solution harmonique.

3. Étudiant les intégrales *bornées* au voisinage d'un O_i, la comparaison avec les fonctions harmoniques montre *l'existence en* O_i *d'une « valeur moyenne »*, limite de la moyenne sur une circonférence ou une couronne circulaire se réduisant à O_i. Il y a même *quasi-continuité*, en ce sens qu'il suffit de supprimer sur chaque circonférence de O_i un ensemble de points

convenable dont la mesure *angulaire* tend vers O avec le rayon pour que, sur le voisinage restant, la fonction tende vers la valeur moyenne en O_i quand $M \rightarrow O_i$.

La *comparaison* avec les intégrales fonctions de r seulement d'une équation où $c = f(r)$, c'est-à-dire avec les intégrales de l'équation différentielle

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} - f(r)\, u = 0,$$

permet de trouver des cas simples où *toutes* les intégrales s'annulent et donne des précisions sur leur allure. Ainsi : si $c.r^2 \geqq \alpha^2$ au voisinage de O_i toute intégrale est de module $< A r^\alpha$ (A const. > 0). De même en remplaçant hypothèse et conclusion par $cr^{2(1+\alpha)} \geqq \alpha^2$ et $A e^{-\left(\frac{1}{r}\right)^\alpha}$, etc.

4. On peut enfin montrer en supposant les solutions bornées au voisinage des O_i l'équivalence du problème de Dirichlet intérieur ou extérieur avec la résolution de l'équation intégrale

$$u(M) + \frac{1}{2\pi}\int\int_D G(M, P)\, c(P)\, u(P)\, d\sigma_P = u_0(M)$$

(G, fonction de Green ; u_0, solution harmonique), en supposant pour celle-ci que u, de module borné sauf au voisinage des singularités logarithmiques Ω_i où il est supposé avoir un infini logarithmique, donne partout un sens à $\int\int_D$. Et ces conditions peuvent être étendues. La difficulté consiste à montrer que la solution du problème de Dirichlet donne un sens à

$$\int\int_D \log\frac{1}{MP}\, c(P)\, u(P)\, d\sigma$$

quel que soit M au voisinage de O_i (et même en O_i). J'y parviens en comparant avec une solution d'une équation du même type pour laquelle le résultat est exact, et qui correspond à un c plus petit et borné.

Dans le cas du *plan entier*, l'équation intégrale (mêmes conditions)

$$u(M) + \frac{1}{2\pi}\int\int_{\text{plan}} \log\frac{1}{MP}\, c(P)\, u(P(\, d\sigma_P = \sum_i^1 A_i \log\frac{1}{\Omega_i M} + \text{const.}$$

n'a de solution que pour une valeur unique de la constante, la valeur moyenne à l'infini de la solution de l'équation différentielle : et il y a alors équivalence avec le problème de Dirichlet.

Ces équations intégrales fournissent, sous certaines conditions pour $c(x, y)$, par exemple

$$c(x, y) = \frac{A(x, y)}{r^\alpha} \qquad [0 < A_1 \leqq A(x, y) \leqq A_2(x, y)],$$

des propriétés de continuité et dérivation des intégrales en O.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les solutions analytiques des systèmes d'équations aux dérivées partielles avec deux variables indépendantes.* Note de M. **S. Soboleff**, présentée par M. Hadamard.

Proposons-nous d'étudier le système

$$(1) \quad \alpha_1^{(j)} \frac{\partial v_1}{\partial x} + \beta_1^{(j)} \frac{\partial v_1}{\partial y} + \alpha_2^{(j)} \frac{\partial v_2}{\partial x} + \beta_2^{(j)} \frac{\partial v_2}{\partial y} + \ldots + \beta_m^{(j)} \frac{\partial v_m}{\partial y}$$
$$+ \varepsilon_1^{(j)} \frac{\partial w_1}{\partial x} + \delta_1^{(j)} \frac{\partial w_1}{\partial y} + \ldots + \delta_l^{(j)} \frac{\partial w_l}{\partial y} + F_j = 0 \qquad (j = 1, 2, \ldots, m + l),$$

où les valeurs initiales des dérivées des fonctions F_j, par rapport à toutes les dérivées des fonctions inconnues, sont nulles. Cherchons la solution dans laquelle on a $v = 0$ pour $x = 0$ et $w = 0$ pour $y = 0$.

Donnons le nom de *quadrants* aux matrices

$$A_l^{(k)}(n) = \left\| \begin{matrix} \alpha_l^{(k)} & \beta_l^{(k)} & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_l^{(k)} & \beta_l^{(k)} & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \ldots & \ldots & \ldots & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & \alpha_l^{(k)} & \beta_l^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & \alpha_l^{(k)} & \beta_l^{(k)} \end{matrix} \right\| \quad \text{et} \quad B_l^{(k)}(n) = \left\| \begin{matrix} \varepsilon_l^{(k)} & \delta_l^{(k)} & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_l^{(k)} & \delta_l^{(k)} & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \ldots & \ldots & \ldots & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & \varepsilon_l^{(k)} & \delta_l^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & \varepsilon_l^{(k)} & \delta_l^{(k)} \end{matrix} \right\|$$

qui contiennent chacune n lignes et $n+1$ colonnes et convenons de désigner par les symboles $\underline{A}$, $\overline{A}$, $\underline{\underline{A}}$ et $\overline{\overline{A}}$ ou $\underline{B}$, $\overline{B}$, $\underline{\underline{B}}$ et $\overline{\overline{B}}$, le résultat obtenu en supprimant dans A ou B la première ou la dernière ligne ou colonne.

Si nous convenons de comprendre le symbole

$$\left| \begin{matrix} \underline{\underline{A_1^{(1)}(n)}} & \underline{A_2^{(1)}(n)} & \ldots & \overline{B_l^{(1)}(n)} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots \\ \underline{\underline{A_1^{(m+l)}(n)}} & \underline{A_2^{(m+l)}(n)} & \ldots & \overline{B_l^{(m+l)}(n)} \end{matrix} \right|$$

comme le déterminant formé en remplaçant tous les symboles A et B par les matrices correspondantes, après quoi toutes les séparations sont biffées,

le déterminant P_n qui apparaît quand on calcule les valeurs initiales des dérivées d'ordre n des fonctions inconnues sera représenté par le symbole

$$P_n = \begin{vmatrix} \overline{A_1^{(1)}(n)} & \overline{A_2^{(1)}(n)} & \dots & \overline{A_m^{(1)}(n)} & \underline{B_1^{(1)}(n)} & \underline{B_2^{(1)}(n)} & \dots & \underline{B_l^{(1)}(n)} \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots & \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots & \dots & \dots\dots \\ \overline{A_1^{(m+l)}(n)} & \overline{A_2^{(m+l)}(n)} & \dots & \overline{A_m^{(m+l)}(n)} & \underline{B_1^{(m+l)}(n)} & \underline{B_2^{(m+l)}(n)} & \dots & \underline{B_l^{(m+l)}(n)} \end{vmatrix}.$$

Si l'on introduit encore $2\left[\binom{m+l}{m} - 1\right]$ autres déterminants qu'on obtient par des permutations quelconques des $\overline{}$ ou $\underline{}$ dans P_n, on peut montrer que P_n et ces déterminants satisfont à deux systèmes d'équations aux différences finies dont les coefficients sont des déterminants formés déduits d'une certaine matrice. Soit $D_{m,l}(z) = 0$ l'équation caractéristique de ces deux systèmes. De même on peut introduire les équations $D_{k,r}(z) = 0$ où $k + r = m + l$.

Si l'on calcule le mineur d'un élément quelconque du déterminant P_n, on conclut que ce mineur est égal à une somme finie de produits de trois multiplicateurs. Deux de ces multiplicateurs satisfont aux systèmes d'équations aux différences finies, avec l'équation caractéristique $D_{m,l}(z) = 0$, et le troisième avec l'équation caractéristique $D_{m+1,l-1}(z) = 0$ ou $D_{m-1,l+1}(z) = 0$, selon que notre élément est situé au-dessus ou au-dessous de la diagonale de son quadrant. Le degré de ce multiplicateur se confond avec la distance de l'élément de la diagonale, tandis que la somme des degrés des deux autres complète ce nombre près de n. Au moyen de représentation assymptotique des solutions du système d'équations aux différences finies, on peut évaluer la somme des modules des rapports à P_n des mineurs des éléments de quelque colonne de P_n. Cela conduit à une condition suffisante pour l'existence de la solution cherchée.

Théorème. — Si : 1° Tous les P_n sont distincts de 0;

2° Parmi les racines de l'équation $D_{m,l}(z) = 0$ il y en a une seule, z_1, qui est la plus grande en valeur absolue;

3° Le carré de $|z_1|$ est plus grand que le produit des modules des plus grandes racines des équations $D_{m+1,l-1}(z) = 0$ et $D_{m-1,l+1}(z) = 0$;

4° Le coefficient de la $n^{\text{ième}}$ puissance de z_1 dans la représentation de P_n est différent de zéro, alors le système (1) a la solution cherchée et, dans le voisinage des valeurs choisies des coefficients, cette solution sera leur fonction analytique.

Par exemple, le système

$$\alpha \frac{\partial v}{\partial x} + \beta \frac{\partial v}{\partial y} + \gamma \frac{\partial w}{\partial x} + F_1 = 0,$$
$$\varkappa \frac{\partial v}{\partial y} + \varepsilon \frac{\partial \omega}{\partial x} + \delta \frac{\partial w}{\partial y} + F_2 = 0,$$

où

$$\alpha\delta = \lambda, \qquad \beta\varepsilon = \mu, \qquad \mu\varkappa = \nu \qquad \text{et} \qquad \lambda + \mu - \nu = 1$$

a la solution cherchée si les coefficients ne remplissent pas l'une des deux conditions : ou 1° $4\lambda\mu - 1 = k$ où k est un nombre positif réel quelconque, ou 2° $\nu = 0$, $R(\mu) > \frac{1}{2}$. La première de ces conditions correspond au cas dans lequel la seconde condition du théorème n'est pas remplie, et la seconde au cas dans lequel la quatrième condition cesse de l'être. Le premier cas se confond avec celui de M. Gunther ([1]), tandis que le second se trouve dans le travail de Méray ([2]). Les valeurs exclues des paramètres λ, μ forment l'ensemble limite des λ et μ, pour lesquelles on a

$$P_n = \frac{1}{2^{n+1}} \frac{(1+\sqrt{1-4\lambda\mu})^{n+1} - (1-\sqrt{1-4\lambda\mu})^{n+1}}{\sqrt{1-4\lambda\mu}}$$
$$- \frac{\mu}{2^n} \frac{(1+\sqrt{1-4\lambda\mu})^{n} - (1-\sqrt{1-4\lambda\mu})^{n}}{\sqrt{1-4\lambda\mu}} = 0,$$

comme dans le cas de M. Gunther.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Observations sur notre Note : Fonctions analytiques d'une seule substitution variable* ([3]). Note de M. **J. S. Lappo-Danilevski**, présentée par M. Hadamard.

Dans la Note mentionnée nous avons indiqué entre autres la formule

$$(1) \qquad f(X) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(X-\xi_1)\ldots(X-\xi_{k-1})(X-\xi_{k+1})\ldots(X-\xi_n)}{(\xi_k-(\xi_1)\ldots(\xi_k-\xi_{k-1})(\xi_k-\xi_{k+1})\ldots(\xi_k-\xi_n)} f(\xi_k),$$

où $f(X)$ est une fonction d'une substitution X, définie par une série des puissances de cette substitution, et $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ sont des nombres caracté-

([1]) N. Gunther, *Rec. Math.*, **32**, 1, p. 42. Moscou, 1924.
([2]) Meray et Riquier, *Ann. de l'École Normale*, 3e série, 7, 1890, p. 24-88.
([3]) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 1235.

ristiques de X. Comme M. J. Hadamard nous l'a fait remarquer la formule (1), relativement à des fonctions analytiques des nombres hypercomplexes, a été déjà établie [1].

PHYSIQUE. — *Mouvement brownien dans un champ de radiation thermique.* Note de M. **T. Takéuchi**, présentée par M. M. de Broglie.

Dans une enceinte vide, parcourue par des radiations noires à température T, se trouvent des particules matérielles. Ces particules prendront un mouvement d'agitation, c'est-à-dire un mouvement brownien dû aux fluctuations des rayonnements absorbés, émis et réfléchis. Quelle est leur énergie d'agitation (énergie cinétique moyenne) du point de vue de la théorie des photons ?

Quand la particule placée dans la radiation isotherme se meut, elle subit une résistance visqueuse, c'est-à-dire une force approximativement proportionnelle à la vitesse v :

$$\vec{f} = -\lambda \vec{v} \quad [2],$$

que l'on pourrait appeler « viscosité de radiation ».

Considérons un cas simple : la particule est sphérique, de rayon a, douée d'un pouvoir complètement absorbant pour toutes les radiations. Puisque la densité d'énergie est égale à $3nkT$, où n est le nombre des photons par unité de volume et k la constante de Boltzmann, nous pouvons obtenir aisément l'expression du coefficient λ :

$$\lambda = \frac{4a^2 nkT}{c}, \tag{1}$$

c étant la vitesse de lumière dans le vide.

L'énergie qui tombera, pendant le temps assez court τ, sur la sphère restant comprise dans un angle solide infiniment petit $d\omega$, vaut en moyenne

$$E_m = \pi a^2 c\tau \frac{3nkT}{4\pi} d\omega.$$

Désignant par ε l'écart de l'énergie effective à la moyenne, nous avons

(1) Voir l'article de MM. Study et Cartan, *Nombres complexes* (*Encyclopédie des Sciences mathématiques*, I, 1, III, 1908, p. 438).

(2) Voir R. H. Fowler, *Statistical Mechanics*, 1929, p. 486.

par la loi générale

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{\partial E_m}{\partial T} k T^2 = \pi a^2 c \tau \frac{3nk}{\pi} d\omega . k T^2 \text{ (}^1\text{)}.$$

Les fluctuations dans le rayonnement émis sont entièrement indépendantes de celles dues à l'absorption et ont la même valeur. Et en général la somme de tous les carrés moyens des quantités du mouvement communiquées dues aux fluctuations de l'énergie donne le carré moyen de l'impulsion totale. Nous avons donc le carré moyen des impulsions relatif à chaque axe de coordonnées pendant τ :

$$(2) \qquad \overline{X^2} = 2 . \frac{1}{3} . \frac{\pi a^2}{c} \tau k T^2 \frac{3nk}{\pi} . 4\pi .$$

De la conservation du carré moyen de la quantité du mouvement de la particule suivant l'axe des x pendant τ, nous tirons

$$(3) \qquad \overline{X^2} = 2 m \lambda \tau \overline{v^2},$$

m étant la masse de la particule et $\overline{v^2}$ le carré moyen de sa vitesse.

En comparant (1), (2) et (3) nous obtenons

$$m \overline{v^2} = k T.$$

Soit $\overline{\xi^2}$ le carré moyen du déplacement de la particule suivant un axe pendant τ. Nous avons comme constante de diffusion

$$(4) \qquad \frac{\overline{\xi^2}}{2\tau} = \frac{kT}{\lambda}.$$

De (3) et (4) nous tirons

$$\sqrt{\overline{X^2}} = \sqrt{\overline{\xi^2}} \lambda .$$

Dans le cas d'une particule complètement réfléchissante pour les radiations de toutes fréquences, on trouverait le même résultat, parce que, dans ce cas, λ a la même valeur ainsi que $\overline{\mu^2}$, la particule n'émettant aucune radiation.

(1) L. DE BROGLIE, *Journ. de Phys.*, 3, 1922, p. 424.

POUVOIR ROTATOIRE. — *Influence des molybdates alcalins sur le pouvoir rotatoire du glucose.* Note de MM. **E. Darmois** et **J. Martin**, présentée par M. Ch. Fabry.

D'après G. Tanret[1] si l'on ajoute à une solution de glucose une quantité suffisante de molybdate ordinaire d'ammonium, le pouvoir rotatoire du glucose augmente d'environ 3 pour 100. Cette observation rend probable l'existence d'un ou plusieurs composés analogues à ceux que l'un de nous a décrits dans diverses publications.

Nous avons étudié la formation de ces composés en déterminant le pouvoir rotatoire de mélanges contenant du glucose, de l'acide molybdique, de la soude (ou de l'ammoniaque). Le rapport $\frac{\mathrm{Na\,OH}}{\mathrm{Mo\,O^3}}$ doit être maintenu entre certaines limites pour éviter soit une réduction de $\mathrm{Mo\,O^3}$ par le glucose en solution trop acide, soit la transformation bien connue du glucose en solution basique; pratiquement, les maxima de rotation correspondent à des valeurs du rapport comprises entre 1 et 2.

Une série de solutions est constituée de la façon suivante : dans $100^{\mathrm{cm^3}}$, P mol-gr de glucose (5^{g} de glucose dans tous les cas), nP mol-gr de $\mathrm{Mo\,O^3}$, x P mol-gr de Na OH. On mélange d'abord $\mathrm{Mo\,O^3}$ et Na OH, on ajoute le glucose qui se dissout rapidement et l'on complète à $100^{\mathrm{cm^3}}$, le temps est compté à partir de l'instant où l'on ajoute le glucose. La rotation est déterminée à température constante (20°) pour les radiations jaune, verte, indigo du mercure; quand la rotation varie trop vite, on se contente de suivre la mutarotation pour la raie verte. Le glucose ajouté initialement peut être du glucose α, du glucose β ou du glucose $\alpha \rightleftharpoons \beta$ provenant d'une solution faite à l'avance et où l'équilibre $\alpha\beta$ est atteint. Dans tous les cas, la rotation initiale (extrapolée) est celle du glucose pur; il n'y a donc pas de combinaison instantanée; la rotation met un certain temps (de l'ordre de 1^{h}) à atteindre sa valeur limite. Cette valeur limite est indépendante de la nature du glucose de départ et caractérise l'équilibre glucose-molybdates-composé.

Exemple : (A) Glucose $\alpha\beta$; $n = x = \frac{1}{2}$:

T.....	$2^{\mathrm{m}}25^{\mathrm{s}}$.	$9^{\mathrm{m}}0$.	$17^{\mathrm{m}}40^{\mathrm{s}}$.	31^{m}.	150^{m}.	24^{h} (∞).
$\alpha_{\mathrm{v}}^{2dm}$,....	6,32	6,42	6,55	6,66	6,72	6,74

(1) *Comptes rendus*, **172**, 1921, p. 1363.

(B). Glucose α; $n = x = \frac{1}{2}$:

T.....	$3^m 55^s$.	$7^m 33^s$.	$16^m 18^s$.	$22^m 21^s$.	$30^m 56^s$.	$42^m 11^s$.	$60^m 20^s$.	110^m.	$18^h (\infty)$.
α_j^{2dm}....	10,34	9,63	8,47	7,94	7,48	7,12	6,88	6,77	6,73

Dans la série des mélanges où n est constant et x variable, la rotation limite augmente d'abord avec x, passe par un maximum, puis diminue; quand $x = 2n$ (saturation de MoO^3 en MoO^4Na^2), la rotation et la dispersion rotatoire sont celles du glucose $\alpha\beta$. Le composé formé possède donc, comme beaucoup de ceux déjà décrits, un pH de stabilité maximum.

La rotation maximum obtenue augmente avec n; le composé est plus stable en présence d'un excès de MoO^3. La dispersion rotatoire à ce moment est nettement différente de celle du glucose; si l'on caractérise cette dispersion par le rapport $\alpha_{4359} : \alpha_{5780}$, on trouve pour le glucose α 1,875, pour le glucose β 1,899 (¹), pour les solutions à rotation maximum 2,15 au moins. Cette dernière valeur suffit pour montrer qu'il s'agit d'un composé nouveau; on a également ici un nouvel exemple de l'utilité des mesures de dispersion rotatoire.

Par analogie avec les composés molybdomaliques et molybdotartriques, il est probable que la constitution du nouveau composé est de la forme $[MoO^3.mC^2H^{12}O^6]Na$; l'étude des mélanges $MoO^4HNa + C^6H^{12}O^6$ par le procédé physico-chimique général déjà décrit ailleurs (²) donne pour m la valeur 2.

Nous avons déjà dit plus haut que la mutarotation se produit quel que soit le glucose utilisé et que la rotation initiale est celle du glucose pur. Dans les composés molybdomaliques et tartriques, la rotation du complexe s'établit immédiatement; il est donc possible que la combinaison de MoO^3 ne s'effectue, ni avec le glucose α, ni avec le glucose β, mais avec une autre forme du glucose, présente en quantité très faible et qui se formerait lentement à partir de α ou β. On sait que plusieurs auteurs ont admis l'existence d'au moins une forme « réactive » du glucose; les résultats donnés ci-dessus viendraient à l'appui de cette hypothèse, au moins pour les solutions acides (pH voisin de 5-6). Des expériences en cours montrent qu'on observe des phénomènes analogues du côté basique avec l'acide borique et les borates.

Si l'on construit enfin pour le glucose et les molybdates les courbes

(¹) Valeurs déduites d'expériences croisées effectuées pendant la mutarotation.

(²) *J. Chim. Phys.*, 23, 1926, p. 664.

$\log(\alpha_\infty - \alpha) = f(t)$, on obtient des droites, au moins tant que les mesures sont assez précises (1re heure). La réaction serait donc monomoléculaire pour le glucose. L'addition d'un sel [par exemple NH^4Cl dans $MoO^4H(NH^4)$] produit de grosses modifications dans la vitesse de mutarotation; l'étude détaillée de cet effet de sel sera importante. D'après Brönsted [1], l'existence de cet effet cinétique des sels neutres prouve qu'il s'agit d'une réaction entre ions. Toutefois les variations de [α] dans la mutarotation étant très faibles, il serait probablement plus facile d'étudier le xylose et le galactose qui, d'après G. Tanret [2], donnent lieu à des variations beaucoup plus importantes dans leur combinaison avec le molybdate d'ammonium. Jusqu'ici, pour le glucose, les différents faits observés sont assez bien d'accord avec une réaction entre ions [glucose⁻] et MoO^{4--}.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'émission des raies spectrales dans un champ électrique.* Note de M. **E. Sevin**, présentée par M. d'Ocagne.

M. Stark a fait la remarquable découverte expérimentale suivante, qu'il considère comme inconciliable avec les théories de Bohr-Epstein-Kramers, de Heisenberg-Schrödinger et de Sommerfeld. Lors de l'émission des raies spectrales dans un champ électrique, dans l'observation longitudinale, l'intensité d'une composante déviée vers le rouge diffère de celle de la composante correspondante déviée vers le violet, et le sens de cette dissymétrie se trouve renversé quand l'expérimentateur inverse sa position par rapport à la direction du champ.

M. Stark ayant bien voulu nous tenir au courant des résultats de ses observations, nous avons suivi la question dans le cadre de notre théorie générale. Réservant pour le moment les conclusions auxquelles nous avons ainsi été conduit sur la nature intime de la lumière, nous résumons rapidement ci-dessous les caractéristiques générales du phénomène.

Quand un atome d'hydrogène est plongé dans un champ électrique $\vec{Z}$, son électron est soumis, dans le plan de l'orbite, à deux forces perturbatrices centrales et à deux autres transversales : elles sont dues à la variation de la masse et à l'influence même du champ. Dans ces conditions, l'équa-

(1) Voir par exemple *Trans. Farad. Soc.*, 24, 1928, p. 630.
(2) *Loc. cit.*

tion de la trajectoire comporte des termes progressifs respectivement en

$$e\frac{v^2}{c^2},\qquad e\frac{EZ}{\frac{E^2}{r^2}}\qquad\text{et}\qquad\frac{EZ}{\frac{E^2}{r^2}},$$

expressions où e désigne l'excentricité, v la vitesse de l'électron, c celle de la lumière, E la charge de l'électron et r le rayon vecteur.

Examinons comment agit un champ intense sur les orbites de faible excentricité, qui seules interviennent dans notre théorie. Pour $Z=100000$ volts par exemple, les grandeurs $\frac{v^2}{c^2}$ et $\frac{EZ}{\frac{E^2}{r^2}}$ sont du même ordre (en 10^{-5} pour les premiers niveaux), et il s'ensuit que le seul terme qui ait de l'importance est celui en $\frac{EZ}{\frac{E^2}{r^2}}$. L'équation de la trajectoire prend alors la forme simple suivante :

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{r_0}\left[1+e\cos\theta+\frac{3}{2}\frac{EZ}{\frac{E^2}{r^2}}\cos\beta\,\theta\sin(\theta-\gamma)\right],$$

β étant l'angle de $\overrightarrow{Z}$ avec le plan de l'orbite, θ l'anomalie vraie et γ l'angle de la projection $\overrightarrow{Z\cos\beta}$, de $\overrightarrow{Z}$ sur le plan de l'orbite, avec la direction du péricaryon. Cette équation représente une ellipse dont l'excentricité varie d'une façon progressive *et dont l'orientation du péricaryon tend à se fixer rapidement, dans le sens de la rotation de l'électron, à 90° de* $\overrightarrow{Z\cos\beta}$.

Quant à la force perturbatrice $\overrightarrow{EZ\sin\beta}$, normale au plan de l'orbite, elle entraîne la variation progressive :

$$\Delta\beta=\frac{EZ}{\frac{E^2}{r^2}}\sin\beta\left\{-\frac{3}{2}e\theta\sin\gamma+\frac{9}{8}\frac{EZ}{\frac{E^2}{r^2}}\cos\beta[\theta^2-\theta\sin 2(\theta-\gamma)]\right\}.$$

Or, d'après la conclusion à laquelle nous venons d'arriver, $\sin\gamma$ prend très vite le signe négatif et le conserve; les deux termes de $\Delta\beta$ sont alors positifs et il en résulte *qu'un champ électrique intense oriente les plans des orbites normalement à sa direction*.

Les plans ainsi orientés sont décalés, par rapport au noyau et à l'opposé

de la direction du champ, d'une longueur δ, telle que $\frac{\delta}{r} = \frac{EZ}{\frac{E^2}{r^2}}$, et ils constituent, pour les orbites, des positions d'équilibre stable. Les perturbations, qui agissent parallèlement à ces plans, introduisent une légère excentricité, tout se passe comme si le champ n'existait pas *et cela oblige que le moment de la quantité de mouvement soit égal à $n\frac{h}{2\pi}$*. Les perturbations parallèles à $\vec{Z}$ (ou les chutes de l'électron d'un niveau à l'autre, qui intéressent des plans inégalement décalés) entraînent, dans leur direction même, des oscillations de l'électron dont la période est la même que celle de la révolution de l'orbite. Pour rechercher la structure fine, nous avons opéré d'une façon analogue à celle qui nous a réussi en dehors de l'intervention d'un champ; mais, cette fois, le problème s'est trouvé un peu plus complexe, à cause des oscillations dont nous venons de parler. Nous avons ainsi été conduit à attribuer, au niveau d'ordre n, $2n-1$ trajectoires quasi circulaires concentriques répondant à la formule

$$\frac{dr}{r} = \pm 3\frac{p}{n}\frac{EZ}{\frac{E^2}{r^2}} \qquad \text{avec } 0 \leqq p < n.$$

Calculons la variation de fréquence qui en résulte :

$$\Delta\nu = \frac{m_0}{2h}dv^2 = -\frac{m_0 v^2}{2h}\frac{dr}{r} = \pm\frac{3m_0 v^2 r^2 p Z}{2hnE}$$

ou, en tenant compte de ce que le moment de la quantité de mouvement est égal à $n\frac{h}{2\pi}$:

$$\Delta\nu = \pm\frac{3pnhZ}{8\pi^2 m_0 E}.$$

C'est l'expression de l'effet Stark.

PHOTO-ÉLECTRICITÉ. — *Action de la lumière sur les phénomènes thermioniques.* Note de M. **R. Deaglio**, présentée par M. A. Cotton.

Case [1], Meritt [2], Ives [3], Henriot [4], Crew [5] ont étudié l'action de la lumière sur les phénomènes thermioniques. Cette action est manifeste : l'éclairement produit une augmentation du courant thermionique. Mais tous les expérimentateurs ne sont pas d'accord sur l'explication de cette action : est-elle due à un effet thermique des radiations qui frappent le filament, ou à une action photo-électrique directe de la lumière ? C'est là une question sur laquelle plusieurs auteurs ont arrêté leur attention, tandis que Crew, et tout récemment Bodemann [6], ont étudié comment le pouvoir photo-électrique d'un filament émetteur de thermions dépendait de sa température.

Je me suis proposé, comme Meritt et Henriot, d'étudier l'action de la lumière sur le courant thermionique, pour établir si l'effet est certainement photo-électrique, ou s'il peut être rattaché à un simple effet thermique.

J'ai expérimenté en conséquence sur une lampe à deux électrodes construite spécialement en prenant tous les soins nécessaires pour garantir une émission thermo-électronique pure. La cathode est un filament de tungstène de $0^{mm},05$ de diamètre, l'anode est en fer, cylindrique (diamètre intérieur 8^{mm}).

Les conditions expérimentales étaient les suivantes :

1° Le filament se trouvait à une température de 2300° K. environ (courant de chauffage, 0,54 ampère);

2° La tension anodique était variable de -6 volts à $+40$ volts, et le courant anodique variait en correspondance de 0 à 3,86 milliampères;

3° L'éclairement du filament était limité à sa partie centrale, il était obtenu par un pinceau de rayons lumineux provenant d'un arc à charbons (diamètre des charbons 8^{mm}, courant de fonctionnement environ 7 ampères). La lumière de la source était concentrée sur le filament au moyen d'un objectif en verre; ainsi les radiations de $\lambda < 3000$ Å se trouvaient pratiquement éliminées;

---

(1) W. Case, *Phys. Rev.*, 17, 1921, p. 398.

(2) Meritt, *Phys. Rev.*, 17, 1921, p. 525.

(3) Arnold and Ives, *Phys. Rev.*, 19, 1922, p. 248.

(4) E. Henriot, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 651.

(5) H. Crew, *Phys. Rev.*, 28, 1926, p. 1265.

(6) E. Bodemann, *Ann. der Phys.*, 5, 1929, p. 614.

4° Le courant thermo-électronique était mesuré avec un dispositif compensateur permettant de déceler des variations de courant de 10^{-9} ampère.

Dans ces conditions j'ai pu étudier l'action de la lumière pour plusieurs points de chacune des caractéristiques de la lampe diode. Enfin j'ai déterminé, par une méthode bolométrique, la variation de température du filament sous l'action des radiations lumineuses. On trouvera ailleurs les détails expérimentaux et la discussion des résultats obtenus. Je me borne à reporter ici les conclusions les plus importantes.

I. Lorsqu'on applique au filament incandescent une tension anodique positive mais suffisamment petite, c'est-à-dire lorsque le courant thermo-électronique est loin de la saturation, l'accroissement du courant thermo-électronique par effet de l'éclairement du filament est de l'ordre de 10^{-8} ampère, et le centième seulement de cet accroissement peut être attribué à l'accroissement de température du filament par effet de la lumière. L'effet observé est donc presque complètement un effet photo-électrique vrai. Il faut remarquer que la longueur d'onde minima de la lumière incidente est $\lambda = 3000$ Å et que le courant photo-électrique produit par la même lumière sur le filament froid est absolument insensible.

II. Lorsqu'il y a saturation, on observe un accroissement du courant thermo-électronique par l'effet de la lumière, mais on ne peut plus conclure en faveur d'un effet photo-électrique vrai parce que dans ces conditions l'accroissement de température du filament par l'éclairage donne lieu à un accroissement du courant thermo-électronique du même ordre de celui observé.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur le potentiel des métaux dans les liquides purs.* Note (1) de M. **Er. Toporescu**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Il existe entre deux métaux différents mis en contact avec une substance liquide, pure, une différence de potentiel qui dépend de la nature du liquide. Pour certains liquides cette différence de potentiel peut être nulle.

On a cherché à expliquer ce phénomène par une relation entre les cons-

(1) Séance du 13 janvier 1930.

tantes diélectriques des liquides et les différences de potentiel ([1]). Mais cette hypothèse n'est pas suffisante. J'ai repris l'étude de ce phénomène.

Comme liquides j'ai pris la série normale, homologue des alcools, et comme électrodes le couple platine-zinc, dont les différences de potentiel sont assez fortes.

L'électrode en platine était maintenue pendant toute la série d'expériences, en contact avec le liquide à étudier. L'électrode en zinc, chimiquement pur, était constituée par une baguette de 5^{mm} de diamètre, dont la surface de contact avec le liquide était fraîchement limée avant chaque mesure.

Pour déterminer la différence de potentiel, je me suis servi d'un électromètre Dolezalek dont l'aiguille chargée à 95 volts me donnait 375^{mm} pour 1,0183 volt sur une échelle à 2^{m}.

Les premiers résultats montrèrent que le potentiel dépend de la surface de l'électrode; elle est d'autant plus grande que cette surface présente plus de rayures fines.

Zinc dans l'alcool amylique.

	volt
Électrode polie, comme elle sort du moule	0,566
» frottée avec papier d'émeri n° 000	0,662
» frottée avec papier d'émeri n° 0	0,701
« frottée avec une lime	0,692

Dans le tableau suivant je donne : 1° les différences de potentiel P, en volts, qui sont des moyennes d'au moins huit expériences dont les résultats ne s'écartent que de 2 pour 100; 2° K, les constantes diélectriques; 3° V*m*, le volume moléculaire; 4° *n*, le degré de polymérisation, et 5° $n \times Vm$, le produit de ces deux derniers nombres, qui caractérise l'édifice moléculaire,

	P.	K.	V*m*.	*n*.	$n \times Vm$.
Alcool méthylique	0,517	33,2	40,8	3,43	139,95
» éthylique	0,537	25,8	62,8	2,74	172,07
» propylique	0,600	22,2	84,8	2,25	190,8
» butylique	0,622	19,2	106,8	1,94	207,2
» amylique	0,692	16,0	128,8	1,79	230,5

Les différences de potentiel ne sont pas fixes, elles varient en fonction du temps, diminuant en tendant vers une limite. Les résultats de ce

([1]) E. SIEGLER et R. CERNATESCU, *Annales scientifiques de l'Université de Jassy*, 12, 1927, III-IV, p. 155.

tableau correspondent à des mesures faites une minute après la mise en contact de l'électrode en zinc avec le liquide.

Comme conclusion, on peut dire qu'il n'y a aucun parallélisme entre les différences de potentiel et les constantes diélectriques, mais ces différences peuvent dépendre de la structure intime du liquide, c'est-à-dire de l'édifice moléculaire.

PHOTOCHIMIE. — *Les transformations photochimiques et les piles photovoltaïques.* Note (¹) de M. **S. Schlivitch**, présentée par M. A. Cotton.

Nous avons montré récemment qu'on observe, dans une pile photovoltaïque : Pt/solution d'uranine/Pt, des forces électromotrices différentes à la pression atmosphérique et dans le vide (²). Il était intéressant de voir si nous retrouvions par la même voie tous les changements photochimiques constatés par d'autres méthodes et notamment la réversibilité des réactions.

Les transformations photochimiques de la fluorescéine ont été souvent étudiées et il a été constaté qu'en présence d'air le liquide est oxydé. En solution aqueuse additionnée de glycérine et sous pression réduite (dans le « vide ») on constate une hydrogénation du colorant aux dépens du polyalcool. Cette réaction bimoléculaire donne naissance à un leucodérivé et à une aldéhyde (Levaillant, Perrin et Mlle Choucroun). Par oxydation ultérieure à l'air, la matière colorante reparaît et nous sommes ici en présence d'une réaction pseudo-réversible constatée aussi par Lasareff et Gebhard avec le bleu de méthylène.

Pour éviter les complications qui peuvent provenir de la superposition des f. é. m. de l'effet Becquerel et de l'effet de masse, nous avons placé les électrodes à quelques millimètres de la paroi frappée par les rayons lumineux. Les solutions étudiées absorbent pratiquement toutes les radiations actives, même en couche très mince. Cette précaution s'est montrée suffisante pour séparer les deux effets, sauf pour les faibles concentrations (à partir de 10^{-4} g/cm³).

Avec une solution d'uranine dans l'eau pure, éclairée pour la seconde ou la troisième fois, on obtient des f. é. m. dont les valeurs absolues sont moindres que quand on a éclairé pour la première fois. Ceci s'explique si l'on admet que le photoproduit formé par l'oxydation ne disparaît pas dans

(¹) Séance du 20 janvier 1930.

(²) A. Grumbach et S. Schlivichtt, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 753.

l'obscurité. Par contre, en présence de glycérine, les éclairements successifs pendant les mêmes temps produisent des f. é. m. du même ordre de grandeur (conc. 5g par litre environ), et le tableau suivant montre le résultat d'une expérience.

Temps en minutes	0	1	2	3	4	5	6
f. é. m. en 10^{-4} V	0	12	30	43	64	77	87

Ces forces électromotrices peuvent souvent varier de 20 à 30 pour 100, mais nous savons que de tels écarts sont assez fréquents dans un élément photovoltaïque. En tout cas il s'agit ici de mesures purement qualitatives.

En se reportant à notre première Note, on voit qu'une pile photovoltaïque a reproduit fidèlement toutes les variations des réactions photochimiques à la suite des changements de solvant et de pression. Ici elle peut être considérée comme une sorte d'accumulateur photo-électrique. Nos expériences permettent aussi de conclure que, dans le cas où le solvant contient un polyalcool, la quantité de matière transformée par unité de temps est plus grande en absence d'oxygène qu'en sa présence.

Signalons encore le fait suivant. Si on laisse l'air se dissoudre à nouveau dans une solution aqueuse contenant 5g d'uranine et 0g,01 de NaOH par litre, conservée préalablement sous pression réduite, on trouve, en éclairant après quelques heures, une f. é. m. de 150 à 200 millivolts. En recommençant l'éclairement au bout de temps différents à partir du moment où l'on avait laissé l'air pénétrer dans l'appareil, on constate des f. é. m. de grandeurs variables, ce qui indiquerait qu'elles dépendent de la quantité d'oxygène dissous.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude ébullioscopique des équilibres moléculaires de la résorcine dans les solutions de chlorure de baryum.* Note de MM. **F. Bourion** et **E. Rouyer**, présentée par M. G. Urbain.

Afin de compléter l'étude de la détermination ébullioscopique des équilibres moléculaires de la résorcine dans les solutions salines [1] et l'étude cryoscopique similaire faite par l'un de nous en collaboration avec M. Ch. Tuttle [2],

(1) F. Bourion et E. Rouyer, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 941 et 1064; **186**, 1928, p. 82; **188**, 1929, p. 626, et **189**, 1929, p. 1081; *Journ. de Chim. Phys.*, **24**, 1927, p. 437-469, et **25**, 1928, p. 234-248.

(2) F. Bourion et Ch. Tuttle, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1124, et **188**, 1929, p. 1110 et 1496; *Journ. de Chim. Phys.*, **25**, 1928, p. 485-496, et **26**, 1929, p. 291-311.

nous avons examiné, par voie ébullioscopique, les solutions de résorcine, dans les solutions de chlorure de baryum. La constante d'équilibre est

$$K_n = \frac{c^n}{c'} = \frac{n\,C^{n-1}(n \times 110\,\Delta e - ak)^n}{(n-1)^{n-1}\,a^{n-1}\,k^{n-1}\,(nak - n \times 110\,\Delta e)},$$

n, c, c', C et a étant le degré d'association, les concentrations des molécules simple, associée et totale (cette dernière étant exprimée en molécules simples), et la masse de résorcine dans 100g d'eau, k et Δe la constante et l'élévation ébullioscopiques. Nous avons étudié les deux séries 0,25 M et 0,6125 M. Dans chaque série, le rapport de la masse de Cl^2Ba à la masse d'eau contenue dans le mélange est déterminé et égal en particulier à celui du mélange eau-Cl^2Ba dont la composition définit la série ; k est obtenu par la méthode des premiers passages vers zéro, et d'encadrement.

1. Pour chaque série, la résorcine dissoute dans les solutions de Cl^2Ba donne lieu à des équilibres entre molécules simples et doubles ou entre molécules simples et triples. On a :

	Cl^2Ba 0,25 M ($k = 6{,}28$).			Cl^2Ba 0,6125 M ($k = 7{,}72$).		
Concentrations.	K_2.	K_3.	K_4.	K_2.	K_3.	K_4.
0,500.....				1,40	1,33	
0,625.....	2,41	2,87		1,40	1,58	
0,750.....	2,14	2,97		1,20 (c)	1,71	
0,875.....	2,01 (a)	3,33		1,14	1,91	
1,000.....	2,07	3,93	5,02	1,14	2,22	2,72
1,125.....	2,02	4,35		1,03	2,26	
1,250.....	1,92	4,61		0,93	2,32	
1,375.....	1,53	4,07			2,51	
1,500.....		4,62			2,48	
1,625.....		4,40 (b)			2,52 (d)	
1,750.....		4,47	9,30		2,46	4,91
1,875.....		4,16	9,14		2,41	5,13
2,000.....	1,05	4,38	10,20	0,53	2,52	5,71

(a) K_2 moyen = 2,06 ; (b) K_3 moyen = 4,38 ; (c) K_2 moyen = 1,26 ; (d) K_3 moyen = 2,46.

2. La constante ébullioscopique k, plus élevée que dans l'eau, croît en même temps que la concentration en chlorure de baryum ; elle est plus grande que dans le ClK à la même concentration équivalente, de même ordre de grandeur que pour ClNa et Cl^2Ca mais plus faible que pour ClLi. On a :

		0,5 M.			0,25 M.	
	Eau.	ClK.	ClNa.	ClLi.	Cl^2Ca.	Cl^2Ba.
k	5,24	6,01	6,35	7,38	6,29	6,28
K_2	2,03	1,77	1,69	–	1,93	2,06
K_3	5,04	3,85	3,61	1,43	3,12	4,38

		1,225 M.			0,6125 M.	
	Eau.	ClK.	ClNa.	ClLi.	Cl^2Ca.	Cl^2Ba.
k	5,24	7,06	7,67	8,38	7,41	7,72
K_2	2,03	1,75	1,46	–	1,44	1,26
K_3	5,04	2,61	2,26	1,36	2,93	2,46

Les constantes d'équilibre K_2 et K_3 sont, pour les deux séries, du même ordre de grandeur que pour les concentrations équivalentes en ClK, ClNa et Cl^2Ca, alors que la constante K_3 est sensiblement plus faible pour ClLi.

3. Nous avons montré antérieurement, par voie thermodynamique, que si le chlorure de baryum possède la même pression osmotique dans le mélange ternaire que dans le solvant pur en présence du même poids d'eau, et si la résorcine obéit à la loi de Van't Hoff relative aux solutions diluées, les solutions de Cl^2Ba devaient satisfaire comme milieu aux lois de l'ébullioscopie avec une constante ébullioscopique sensiblement égale à celle de l'eau pure, résultat en contradiction avec l'expérience. On explique cette divergence en admettant une adsorption de l'eau par les ions du sel.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Les dépôts électrolytiques sur l'aluminium et ses alliages.* Note de M. **Ballay**, présentée par M. Léon Guillet.

Des dépôts électrolytiques adhérents n'ont pu être obtenus directement jusqu'ici sur l'aluminium poli; toutes les méthodes préconisées pour l'obtention de revêtements électrolytiques sur ce métal consistent à créer, en surface des objets à traiter, des rugosités où s'attachent les dépôts. Les rugosités peuvent être obtenues mécaniquement par sablage ([1]) ou par attaque chimique ([2]). Le dépolissage mécanique au jet de sable s'applique à tous les alliages d'aluminium et donne une bonne adhérence, mais il a l'inconvénient de rendre très difficile le polissage ultérieur. La méthode

([1]) L. Guillet et M. Gasnier, *Comptes rendus*, 170, 1920, p. 1253.
([2]) Tassilly, *Revue de Métallurgie*, *Mémoires*, 11, 1914, p. 670.

chimique exigeait jusqu'ici l'emploi de réactifs différant suivant la nature de l'alliage. En fait la réalisation des dépôts électrolytiques sur l'aluminium est peu courante et considérée comme difficile malgré son grand intérêt pratique.

Nous avons cherché une méthode générale pour le nickelage des alliages d'aluminium et de l'aluminium pur, un dépôt adhérent préalable de nickel permettant évidemment de déposer électrolytiquement du cuivre, du cadmium, de l'argent, de l'or, etc.

La plupart des solutions corrodantes proposées pour la préparation de l'aluminium avant nickelage sont très fortement acides et contiennent de petites quantités d'un métal plus électronégatif que l'aluminium : fer, manganèse ou nickel, susceptible de se déposer sur l'aluminium par déplacement. Il semble qu'on ait considéré ce dépôt chimique, peu important du reste dans les solutions habituellement utilisées, comme servant uniquement d'accélérateur à la corrosion. Nous avons cherché au contraire à obtenir par déplacement un enduit métallique adhérent en réduisant la corrosion au minimum.

Nous avons constaté que cette condition s'obtenait facilement avec des solutions très chaudes (90 à 100°) de chlorure ferrique légèrement acidulées par de l'acide chlorhydrique, alors que les mêmes solutions froides attaquent l'aluminium de la même manière que l'acide chlorhydrique. La température joue un rôle très important; ces solutions jaunes à froid sont rouges à chaud, et le dépôt chimique de fer ne s'effectue convenablement que dans les solutions de couleur rougeâtre. Nous avons donc entrepris une étude systématique des conditions de formation d'un dépôt adhérent de fer dans ces solutions; nous avons étudié plus de 50 solutions de concentrations diverses en chlorure ferrique et en acide chlorhydrique à la température ordinaire et à l'ébullition. Nous avons opéré sur des plaquettes ayant les compositions ci-après :

Aluminium extra-pur (Al = 99,85 pour 100).
Aluminium commercial (Al = 98,5) écroui et recuit.
Alpax (Si 13 pour 100 environ), laminé, coulé en coquille ou en sable.
Duralumin, brut de coulée ou traité (Cu = 4; Mg = 0,6; Si = 0,5).
Alliage à 8 pour 100 de cuivre coulé en coquille ou en sable.
Alliage Al = 85, Zn = 15 coulé en coquille.
Almasilium (Si = 1,5; Mg = 1).

Les plaquettes ont été nickelées et l'adhérence appréciée par emboutissage et pliage jusqu'à rupture. Nous résumerons succinctement les résultats

obtenus en exprimant les concentrations des solutions de chlorure ferrique en grammes de fer et les concentrations d'acide chlorhydrique en nombres de molécules de HCl par litre.

A froid, des dépôts d'une adhérence remarquable peuvent être obtenus dans des solutions riches en fer contenant par exemple 25 à 30^g de fer et $6^{mol},5$ à 9 de HCl par litre, mais la corrosion est trop forte pour qu'ils soient pratiquement intéressants lorsque les pièces doivent être ultérieurement polies.

Les solutions de chlorure ferrique non acidifiées, qui se troublent à chaud par hydrolyse, ne peuvent être utilisées. L'acide tartrique empêche l'hydrolyse et les solutions ainsi constituées donnent sur l'aluminium un dépôt de fer adhérent. Les solutions alcalines (en présence d'acide tartrique) donnent un dépôt de fer non adhérent.

C'est dans les solutions acides (chlorhydriques) de chlorure ferrique bouillantes ou au voisinage de l'ébullition que les résultats sont le plus intéressants. Nos recherches ont porté sur des solutions contenant, par litre, $1^g,7$ à 43^g de fer et de 0 à $1^{mol},7$ de HCl. Pour des concentrations convenables en ces deux corps, on obtient sur l'aluminium et ses alliages un enduit de fer qui donne au dépôt électrolytique de nickel une grande adhérence. La présence de fer peut être mise en vue par immersion de la plaquette dans une solution de ferricyanure chloruré. Quoique les concentrations optima en $FeCl^3$ et HCl varient un peu avec la composition des alliages, certaines solutions de concentrations variables, dans d'assez larges limites d'ailleurs, conviennent bien pour tous les alliages étudiés. Les plus intéressantes sont comprises dans les limites :

$$Fe = 6 \text{ à } 22^g \text{ par litre}; \qquad HCl = 0,10 \text{ à } 0^{mol},70 \text{ par litre.}$$

L'adhérence est moins bonne sur le duralumin trempé et revenu que sur le même alliage coulé et recuit, et en général que sur tous les autres alliages étudiés. Tous les bains de nickelage peuvent être employés pour le nickelage de l'aluminium suivant cette méthode et nous avons vérifié qu'il était inutile d'employer des bains contenant des doses élevées de sulfate de sodium ou de magnésium, comme on l'a recommandé quelquefois, le nickel n'étant pas déplacé des solutions de nickelage courantes par l'aluminium. Les bains de nickelage fonctionnant à chaud, à forte densité de courant, permettent l'obtention rapide de dépôts adhérents.

Les dépôts de nickel ainsi obtenus se chroment et se cuivrent aisément en bain de sulfate de cuivre acide.

Ces recherches ont permis la mise au point d'une méthode industrielle de nickelage de l'aluminium et de ses alliages d'application très simple et d'une grande souplesse.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Constitution des combinaisons dites tétrahydropyroniques*. Note de M. **R. Cornubert**, présentée par M. Marcel Delépine.

Une vingtaine de cyclanones des types $-CH^2-CO-CHR-$ et $-CHR-CO-CHR'-$ nous ont actuellement donné, par réaction avec l'aldéhyde benzoïque sous l'influence de l'acide chlorhydrique, des combinaisons représentant une condensation d'une molécule de cétone et de deux molécules d'aldéhyde avec élimination d'une molécule d'eau. Quelques corps de ce type ont été précédemment isolés dans d'autres séries par différents auteurs et ont été dénommées « combinaisons tétrahydropyroniques » sans que leur constitution ait été réellement démontrée.

Nous avons en conséquence entrepris l'examen de la constitution de ces corps; cette étude se poursuit actuellement. Mais simultanément nous avons cherché à établir directement que les restes benzaldéhydiques sont situés en α et α' par rapport au CO; dans la présente Note, nous allons rendre compte d'essais engagés dans ce but.

Nous nous sommes basé sur les faits expérimentaux suivants : l'$\alpha\alpha'$-diméthylcyclohexanone I et l'α-méthyl-α'-benzylcyclohexanone II donnent leurs « tétrahydropyroniques » avec des rendements respectifs de 100 et de 97 pour 100 :

I $-(CH^3)CH-CO-CH(CH^3)-$ III $-(CH^3)^2C-CO-CH(C^7H^7)-$

II $-(CH^3)CH-CO-CH(C^7H^7)-$ IV $-(CH^3)CH-CO-C(CH^3)(C^7H^7)-$

Par suite, si, dans la cétone II, les atomes d'hydrogène situés en α et α' sont effectivement engagés lors de la condensation avec l'aldéhyde benzoïque, le remplacement de l'un ou de l'autre par un groupe méthyle devra entraver totalement la production de tétrahydropyronique. Nous avons donc préparé les cétones III et IV et nous avons cherché à les condenser avec l'aldéhyde benzoïque sous l'influence de l'acide chlorhydrique; toutes deux ont été retrouvées inaltérées.

Malgré ce résultat nous ne pouvions rejeter complètement la possibilité de l'intervention d'atomes d'hydrogène en β, γ ou ω lors de la formation des pyroniques, et nous devions nous demander si, la cétone II possédant

une certaine propriété, celle-ci peut rigoureusement disparaître par introduction d'un groupe méthyle (cétones III et IV), le support de cette propriété subsistant en passant de la formule II aux formules III et IV. Ne connaissant pas de transformation permettant de comparer la valeur réactive des atomes d'hydrogène en β, γ ou ω, nous avons cherché à établir le degré de possibilité de cette proposition en examinant comparativement l'activité du CO chez ces cétones.

En opérant dans les mêmes conditions lors de la préparation des oximes d'une part, des semicarbazones d'autre part, nous avons observé que ces trois cétones donnent leurs oximes avec un rendement excellent; par contre l'étude de la formation des semicarbazones des cétones II, III et IV a conduit aux rendements respectifs 58,41 et 0 pour 100. Toutefois, en opérant en présence d'un grand excès de semicarbazide, nous avons pu obtenir une petite quantité de semicarbazone de la cétone IV.

Une propriété déterminée de la cétone II n'intéressant pas les atomes d'hydrogène en α peut donc disparaître dans certaines conditions expérimentales par introduction d'un simple groupe méthyle en α dans cette cétone et, par suite, l'annihilation de la réaction aux pyroniques chez les cétones III et IV n'a pas une valeur démonstrative absolue. Le fait que le rendement en pyronique tombe d'une valeur théorique à une valeur nulle en passant de la cétone II aux cétones III et IV tendrait cependant à faire accorder une certaine probabilité à l'idée que les atomes d'hydrogène en α et α' sont engagés lors de la formation des pyroniques.

La cétone III a été préparée par hydrogénation de la benzylidène-αα-diméthylcyclohexanone par catalyse au nickel. Ce liquide présente les constantes suivantes : $Eb_{20} = 179°$; $d_{13} = 1,005$; $n_D^{13} = 1,5251$; R.M. 65,9; calc. 65,7; oxime F. 145°; semicarbazone F. 201-202°.

La cétone IV a été engendrée par benzylation de l'αα'-diméthylcyclohexanone I, ce qui a donné simultanément une petite quantité de diméthyldibenzylcyclohexanone F. 78°. La cétone IV bout à 174° sous 22^{mm} et présente les constantes suivantes : $d_{18,5} = 1,014$; $n_D^{18,5} = 1,5297$; R.M. 65,8; calc. 65,7; oxime F. 155-156°; la semicarbazone n'a pu être isolée tout à fait pure.

La cétone II, obtenue par hydrogénation catalytique au nickel de la benzylidène-α-méthylcyclohexanone, a fourni une oxime fondant à 115° et une semicarbazone fondant à 163-164°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Passage d'un aminoxyde tertiaire en une dialcoylhydroxylamine : la* N-*oxynornarcéine*. Note de MM. **Max** et **Michel Polonovski**, présentée par M. A. Desgrez.

Nous avons décrit ([1]) les aminoxydes d'hydrastine et de narcotine et nous avons signalé que ces composés se transformaient facilement en des isomères nouveaux de constitution toute différente. Nous rapporterons ici l'étude de la transposition du N-oxyde de narcotine, nous réservant de revenir prochainement sur celle du N-oxyde d'hydrastine.

La transformation de l'aminoxyde de narcotine, très rapide à chaud, est assez lente à froid, en solution chloroformique, pour permettre d'en suivre la marche. La solution à 10 pour 100 environ, préalablement desséchée sur Na^2SO^4, et parfaitement limpide, se trouble à froid en 24 heures; on voit apparaître des gouttelettes d'eau, qui, augmentant peu à peu, forment au bout de 4 jours une mince couche qui surnage. Des prélèvements effectués de temps en temps sur la solution permettent de constater une chute graduelle du pouvoir rotatoire, de $\alpha_D = 35°$ à 0°, en même temps qu'un titrage à l'aide d'une solution décinormale alcoolique de HCl accusait une diminution parallèle de l'alcalinité à l'hélianthine. Ces faits indiquent que les trois phénomènes sont concomitants, et que la perte de H^2O est accompagnée de migrations qui affectent le C asymétrique du noyau isoquinoléique et font perdre à l'azote sa basicité.

Comme d'autre part le composé final est insoluble dans les acides dilués, irréductible par SO^2 et même par Zn et HCl et ne réagit ni avec l'anhydride acétique ni avec CH^3I, il est évident que l'O oxydique de l'azote s'y trouve bloqué, vraisemblablement éthérifié par le carboxyle du groupe opianique.

Ajoutons en passant que ce composé absorbe en solution chloroformique Br^2 en donnant un bromhydrate d'un *dérivé monobromé* fondant à 186° (C 52,16 pour 100; H 4,12 pour 100; N 2,85 pour 100; Br 16,9 pour 100; calculé pour $C^{22}H^{27}NO^8Br$, C 51,97 pour 100; H 4,32 pour 100; N 2,76 pour 100; Br 15,75 pour 100) et qui se comporte dans toutes ses réactions comme le composé primitif.

Dissous dans 20 parties de HCl concentré, suivant la technique déjà décrite par Drummond et McMillan ([2]), notre produit de transposition s'hydrolyse et donne un chlorhydrate (F 213°), presque insoluble, qui se dissocie dans l'eau en un composé (F. 191°), à réaction également acide et soluble dans les carbonates alcalins.

En traitant ce produit d'hydrolyse, ou le dérivé primitif, par HCl gazeux et un alcool, nous avons obtenu des éthers bien cristallisés, insolubles dans les alcalis, solubles dans C^6H^6, alcalins à l'hélianthine, et donnant avec les acides des sels cristallisés facilement dissociables [chlorhydrate de l'éther éthylique, F. 197°; éther éthy-

---

([1]) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 341.

([2]) Drummond et McMillan, *J. of chem. Soc.*, **129**, 1926, p. 2702.

lique, F. 151° (C 60,05 pour 100; H 6 pour 100; N 3,33 pour 100; calculé pour $C^{24}H^{29}O^{9}N$, C 60 pour 100; H 6,1 pour 100; N 2,95 pour 100) éther méthylique $C^{23}H^{27}O^{9}N$, F 137°].

L'alcalinité à l'hélianthine, la neutralité au tournesol de ces éthers nous indiquaient que la fonction basique ne s'y trouvait pas sous forme d'amine secondaire ou tertiaire, mais bien de $= N - OH$. Déjà dans l'acide, encore plus dans les éthers, nous voyons apparaître la fonction hydroxylamine, qui était complètement masquée dans le corps neutre primitif. En effet, tous ces dérivés s'altèrent facilement par les alcalis, *réduisent* la liqueur de Fehling, $HgCl^2$ et NO^3Ag ammoniacal *et réagissent enfin vivement avec* SO^2, non comme les amixoxydes qui se réduisent ou donnent des éthers sulfuriques très instables, mais en conduisant presque intégralement à des acides sulfaminiques $R = N - SO^3H$, très stables vis-à-vis des agents hydrolysants (*dérivé sulfaminique de l'acide*, F. 175°, *dérivé sulfaminique de l'éther éthylique* 146°), *toutes réactions caractéristiques des dialcoylhydroxylamines.*

Nous avons apporté la preuve de cette hypothèse par la réduction ménagée de ces composés. Par SO^4Fe, en milieu sodique, nous avons, en effet, réussi à obtenir presque quantitativement, par réduction de l'acide provenant de l'hydrolyse de notre dérivé de transposition, un corps neutre, soluble dans la soude, insoluble dans les carbonates alcalins et que nous avons identifié avec la *nornarcéine* décrite par Raabe (F. 225°, chlorhydrate F. 146°, transformation en iodométhylate d'éthylnarcéine F. 208°).

Le passage de l'aminoxyde de narcotine en nornarcéine rappelle en quelque sorte celui de l'iodométhylate de narcotine en narcéine et peut être représenté par le schéma suivant :

$\xrightarrow{-H^2O}$ $\xrightarrow{+H^2O}$ $\xrightarrow{+H^2}$

Hydrate de N-oxyde de narcotine. — Anhydro-N-oxy-nornarcéine. — N-oxynornarcéine. — Nornarcéine.

Le composé initial de transposition résulte donc de l'ouverture du cycle basique par perte de H^2O et formation d'un anhydride interne de la fonction hydroxylamine ainsi créée par le carboxyle délactonisé : c'est une

anhydre N-*oxynornarcéine*, que HCl hydrolyse en N-*oxynornarcéine*. Cette curieuse transposition d'un aminoxyde en une dialcoylhydroxylamine confirme la formule $\equiv N\begin{smallmatrix}/OH\\ \backslash OH\end{smallmatrix}$ que nous avons toujours préconisée pour les aminoxydes véritables et met une fois de plus en évidence le rapprochement que nous avons souvent signalé entre les N-oxydes d'amine tertiaire et les hydroxylamines substituées.

GÉOLOGIE. — *Sur la géologie du Massif de la Rhune (Basses-Pyrénées).* Note de M. **Pierre Viennot**, présentée par M. Pierre Termier.

Le Massif de la Rhune, qui termine les Pyrénées françaises au voisinage de l'Océan, a été étudié par de nombreux géologues : visité par la Société géologique de France en 1866, il a été spécialement, depuis cette époque, l'objet des travaux de Stuart-Menteath et de Seunes. L'analyse en est difficile, à cause de certaines similitudes de faciès lithologiques, de l'abondance des éboulis, et surtout de l'exubérance de la végétation, véritable maquis où domine la fougeraie. Depuis trois ans, j'ai exploré à diverses reprises le versant français de ce massif, en vue de la révision de la carte géologique (feuille *Bayonne*), ici très schématique.

Stratigraphie. — Le Paléozoïque de la Rhune (versant français) se compose de schistes, phtanites, quartzites et calcaires. Il a été généralement attribué au Carbonifère, mais sa stratigraphie détaillée reste encore imprécise, à cause de la rareté des fossiles. Toutefois, dans un calcaire affleurant à 200^m au nord de la cote 178 (rive droite de la Lancette), le microscope m'a permis de trouver les petits organismes dont l'assemblage est caractéristique du Dinantien (Viséen?) : *Calcisphæra*, *Endothyra*, *Valvulina*, radioles de Paléchinides, avec des Lithistidés. Quant aux phtanites, ils se sont montrés particulièrement riches en Radiolaires (Liosphéridés, Stylosphéridés, Cubosphéridés,...) dans le petit lambeau isolé au voisinage de Sare, en recouvrement sur le Trias, et rapporté par Seunes à l'Albien. Le Stéphanien supérieur, dont la flore est depuis longtemps connue, affleure particulièrement dans le ravin à l'est du Col des Trois Fontaines. Mais les conditions d'observation sont si mauvaises qu'il m'a été impossible de séparer le Stéphanien du Carbonifère plus ancien, et de préciser s'il y a concordance ou discordance entre le Stéphanien et le Permien, auquel il convient de rapporter des schistes argileux rouges pouvant atteindre une centaine de mètres d'épaisseur au moins, superposés aux schistes à

plantes, mais qui paraissent localisés au secteur situé à l'est de la route d'Ibardin.

Au-dessus viennent en concordance des conglomérats à gros galets quartzeux, que leur extension assez régulière permet de considérer comme un horizon stratigraphique à la base du Trias (crête de la Petite Rhune). Puis viennent les grès puissants du Trias inférieur (crête de la Grande Rhune et versant nord de la Petite Rhune) dans lesquels s'interstratifient, surtout vers le haut, des schistes argileux rouges, très semblables à ceux du Permien, et que Stuart-Menteath a proposé d'appeler argilites. Le passage au Keuper, composé d'argiles bariolées gypsifères avec quelques cargneules (nord de Sare), est lui-même insensible; toutefois, j'ai réussi à retrouver, en un point situé à l'ouest de la cote 65 et au sud de la cote 25 (1^{km} au sud-ouest d'Ascain), une mince lentille de calcaire gris attribué par les auteurs au Muschelkalk et qui peut servir à préciser localement la limite entre Trias inférieur et Trias supérieur. Au nord de Sare, dans la coupe la plus complète, le Lias fossilifère (Charmouthien et Toarcien) repose sur le Keuper.

Le Crétacé est discordant, et débute par des grès à *Orbitolina conoidea* (= *subconcava*) — *discoidea*, probablement aptiens, passant vers le haut à des schistes noirs où des fossiles albiens ont été signalés antérieurement. Des lentilles calcaires (Ascain, Croix-de-Sainte-Barbe), où j'ai retrouvé la même Orbitoline avec *Lithophyllum amphiroæformis*, paraissent contemporains de ce complexe, où la rareté des fossiles caractéristiques s'oppose à une analyse stratigraphique détaillée. Vers le Nord, le Flysch (Cénomanien, Turonien, Sénonien), très épais et très plissé, couvre des territoires considérables.

Pétrographie. — Le Paléozoïque est envahi par le granite du massif de Licarlan, bordé d'une auréole métamorphique où abondent les filons pegmatitiques et où se rencontrent des gîtes d'hématite (600^{m} au nord de l'embouchure de la Lancette). Des coulées basaltiques, que j'ai décrites antérieurement, s'interstratifient dans les schistes rouges permiens, au voisinage de leur sommet. J'en ai trouvé récemment un nouvel affleurement, le plus occidental, 600^{m} à l'est du contour que décrit la route d'Ibardin à 1^{km} de la frontière. Quant à l'ophite, elle apparaît en gisements laccolitiques, strictement localisés dans le Trias supérieur, comme sur toute la longueur de la chaîne.

Tectonique. — La structure du versant français de la Rhune est dominée par deux anticlinaux principaux, dont la zone axiale est jalonnée par

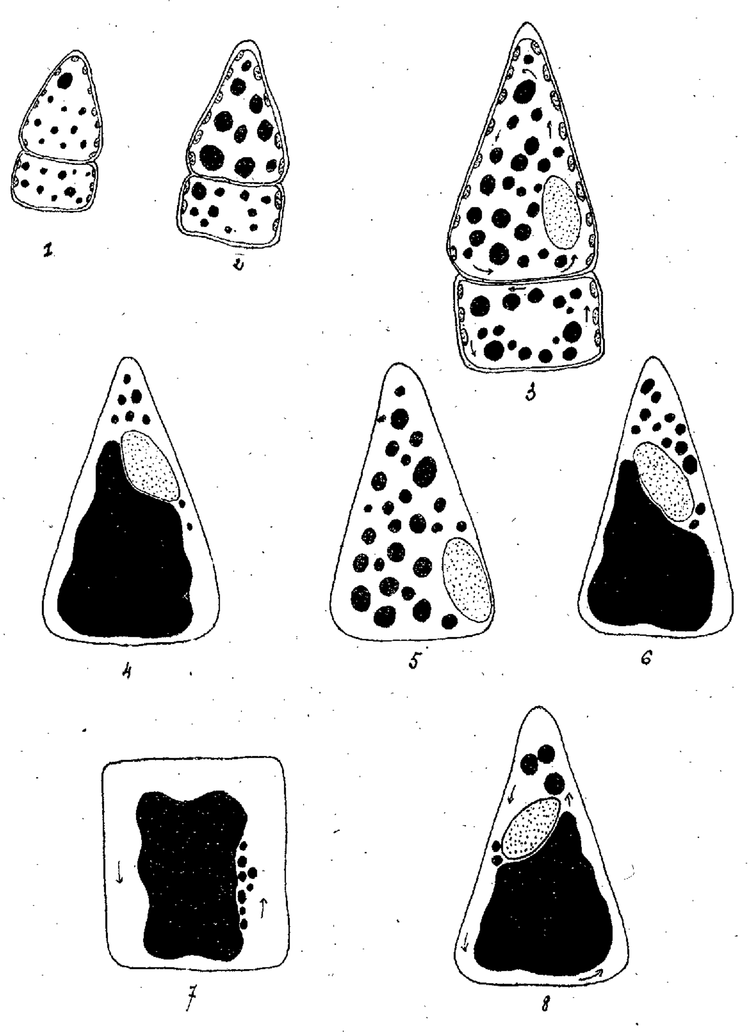
le Carbonifère et le Permien : 1° Le sommet de la Grande Rhune est exactement situé sur l'axe d'une voûte symétrique de grès triasiques, érodée vers l'Ouest où elle est ouverte jusqu'au Permien avec basalte dans le ravin au nord du Col de Sisquille, et même jusqu'au Carbonifère dans le grand ravin de Berra, en territoire espagnol et à une centaine de mètres de la frontière. La voûte de grès triasiques, toujours symétrique, est conservée au Camp des Émigrés, puis de nouveau érodée à partir du méridien du Col d'Ibardin, de sorte que le Carbonifère injecté de granite affleure vers l'Ouest. — 2° Un axe anticlinal plus septentrional se suit aisément depuis le fond du grand ravin qui descend vers Sare jusqu'à la route d'Ibardin. Ce pli est faillé et déversé au Sud, et le contact anormal qui correspond à son flanc inverse laminé coïncide à peu près avec les thalwegs des ravins bordant au Sud la Petite Rhune, Hucelhaya, le Mont de Ciboure et la colline plus occidentale; le flanc méridional de ces collines est occupé par les schistes permiens avec basalte, et le Carbonifère affleure localement dans les zones les plus érodées. Vers l'Ouest, ce grand pli s'amortit dans le Trias inférieur à la hauteur de la route d'Ibardin; vers l'Est son axe plonge très brusquement au sud-ouest de Sare, où se dessine sa terminaison périclinale. Il est d'ailleurs compliqué de replis secondaires, eux-mêmes faillés; l'un de ces replis est bien visible dans la belle coupe fournie par la tranchée du chemin de fer à crémaillère, à la traversée de la crête de la Petite Rhune; ces plis faillés deviennent plus nombreux vers le Sud-Est, de sorte que l'ophite qui affleure à 1^{km} au sud-ouest de Sare est pincée en synclinal aigu dans ce complexe.

Le Massif de la Rhune apparaît tectoniquement indépendant du Carbonifère broyé du Labourd, dont un petit lambeau isolé repose tout près de Sare sur la série triasique plongeant au Nord. D'autre part, il est séparé du Flysch prépyrénéen par un contact, généralement anormal, dont la nature tectonique, particulièrement nette entre Ascain et Saint-Pée, est en relation avec des injections de Trias : la cuvette d'Aptien et d'Albien au nord de Sare flotte sur le Keuper plastique.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'évolution du vacuome des* Chara *dans ses relations avec les mouvements du cytoplasme*. Note de M. **Cazalas**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Si l'on observe, avec la méthode des colorants vitaux, les cellules subapicales et apicales des très jeunes folioles entourant les points végé-

tatifs chez le *Chara major* var. *hispida*, on constate que le vacuome est constitué à ce stade par de nombreuses vacuoles très petites (*fig.* 1, 2) qui comprennent en général une partie centrale chromatique, de teinte orangée et une zone claire très mince limitant la vacuole. Cette distinction s'efface par la suite et le contenu des vacuoles se colore uniformément.



Les jeunes vacuoles, en s'hydratant, grossissent progressivement, alors que le cytoplasme jusque-là immobile commence à être le siège de mouvements locaux, indiqués par les trépidations et les déplacements rapides des fines granulations qu'il contient : cette agitation suffit déjà parfois à produire la fragmentation d'une vacuole en deux avec étirement.

Les vacuoles sphériques sont entraînées par les courants protoplasmiques et les unes s'éloignant de la périphérie ralentissent tandis que d'autres qui les précèdent s'y maintiennent et viennent buter contre elles, se déformant seulement ou se fusionnant. Ainsi, prennent naissance des vacuoles de dimensions plus importantes. Il arrive parfois qu'une de ces grosses vacuoles vient au centre de la cellule. Immobile quelques instants, elle ne tarde pas à être fragmentée par quelques remous et les petites vacuoles formées regagnent peu à peu les couches périphériques qui les entraînent à la vitesse maximum.

Ces phénomènes sont beaucoup plus marqués dans les cellules apicales que dans les subapicales et vraisemblablement à cause de la forme conique des premières, dans lesquelles des tourbillons se produisent au voisinage de la pointe et opèrent dans la masse un brassage important. Au cours de l'évolution de ces cellules, le vacuome adulte présente l'aspect suivant : vacuoles importantes constamment déformées, petites vacuoles sphériques, toutes entraînées par les mouvements cytoplasmiques. En général, le vacuome est situé à la périphérie de la cellule suivant la direction approximative des génératrices du cône. A la base de la cellule, le protoplasme s'étale et ralentit; les vacuoles arrivant rapidement dans cette région se rencontrent, s'entassent et la plupart fusionnent leur contenu. Le vacuome comprend alors une grande vacuole aux contours oscillants et de nombreuses petites vacuoles sphériques (*fig.* 4). Puis la grande vacuole, entraînée vers le sommet de la cellule, s'amincit à la partie antérieure et, en arrivant dans la zone où les mouvements cytoplasmiques sont les plus intenses, présente des contours imprécis et subit une fragmentation qui peut être totale. Le résultat est la formation de nombreuses petites vacuoles (*fig.* 5) qui, entraînées par le protoplasme, vont à nouveau se grouper à la base de la cellule et, pour la plupart, fusionner leur contenu en reconstituant la grande vacuole (*fig.* 6). Mais le plus généralement la fragmentation n'est que partielle et laisse une vacuole dont le volume est sensiblement quatre à cinq fois celui d'une des petites vacuoles de fragmentation. Réciproquement, ces dernières ne participent jamais en totalité à la formation de la grande vacuole.

Le vacuome âgé est caractérisé par une fragmentation réduite de la grande vacuole; celle-ci détache encore de petites vacuoles qui, après avoir effectué isolément un très court trajet, s'incorporent de nouveau à la grande vacuole (*fig.* 7). L'unité ainsi reconstituée de cette dernière n'est que de courte durée; en effet, le noyau entraîné à la vitesse de 10 à 13 μ/s et arri-

vant au sommet de la cellule (*fig.* 8) exerce sur la grande vacuole une pression qui ne tarde pas à déterminer une fragmentation donnant naissance à une ou plusieurs petites vacuoles. Très rapidement, celles-ci sont reprises par la grande vacuole.

Jusqu'ici les exemples connus de dislocation et d'agrégation du vacuome n'ont été signalés que chez les plantes carnivores, telles que les *Drosera* et les *Drosophyllum* : on rattache cette propriété à l'influence d'excitations naturelles ou artificielles en relation avec le mode de nutrition de ces plantes ([1]).

Nos observations montrent que ces phénomènes ne sont pas particuliers aux plantes carnivores et c'est ce qui en constitue le principal intérêt.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur un curieux cas de prolifération florale chez* Rosa alpina *L.* Note de Mlle **Gabrielle Bonne** et M. **S. Buchet**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Au début d'août 1928, l'un de nous récolta dans le bois de la Madeleine, au voisinage de l'Institut alpin du Lautaret, une sommité de tige de ce rosier présentant des feuilles rapprochées et déformées qui pouvait faire songer à une acrocécidie. En écartant les feuilles terminales de ce soi-disant bourgeon, on découvrait de longs poils blancs qui pouvaient passer pour anormaux et laisser croire qu'il s'agissait de l'action d'un Ériophyide.

Non seulement la recherche du parasite ne donna aucun résultat, mais l'étude attentive et la dissection nous montrèrent que nous étions en présence d'une fleur prolifère, dont l'axe prolongé n'était, si l'on peut s'exprimer de la sorte, que le *réceptacle évaginé* et considérablement allongé, présentant sur toute sa longueur, à des hauteurs successives, la libération désordonnée des pétales, étamines et carpelles plus ou moins reconnaissables malgré leur tendance, de plus en plus grande de bas en haut, à prendre l'aspect foliacé.

A la base même de cette déformation, il était facile de reconnaître le calice représenté par un verticille régulier de cinq véritables feuilles 5-foliolées et presque normales, bien que certaines eussent 2-3 folioles du même côté plus ou moins concrescentes par leurs bords. Ces feuilles étaient complètement libres entre elles et assez longuement pétiolées. Elles enveloppaient

(1) Pour la bibliographie très importante du sujet, consulter Homès, *Bulletin Soc. Royale de Belgique*, 61, 1929, p. 147.

jusqu'aux trois quarts de sa hauteur la prolifération centrale dont l'axe était incurvé en crosse, et cachaient de la sorte les appendices les moins modifiés. En écartant ces feuilles sépalaires, on constatait que l'une d'elles (nous l'appellerons le sépale α) présentait de chaque côté de son aisselle un pétale dont l'un était rudimentaire, mais l'autre à peine modifié dans sa nervation et son aspect, et seulement assez étroit; ce dernier portait dans son aisselle une étamine presque normale. Entre les autres sépales ou vis-à-vis d'eux, il n'existait pas trace d'autres pièces florales ni de cicatrices de leur chute : mais au-dessus d'eux on retrouvait ces pièces, de plus en plus transformées, tout le long de l'axe prolongé. Du côté du sépale α, l'axe restait nu jusqu'à mi-hauteur et là, en même temps qu'il se courbait en crosse par ralentissement de croissance sur cette face, il s'entr'ouvrait brusquement ou plutôt s'étalait par une sorte de boutonnière dont les bords donnaient insertion vers le bas à une dizaine d'étamines ou de staminodes et dont le fond couvert de longs poils blancs, unicellulaires et sclérifiés, donnait insertion à des carpelles, les 1-2 inférieurs bien reconnaissables, mais sans style, les autres transformés en folioles. La surface de cette boutonnière, évidemment comparable à l'aire interne d'une cupule normale, avait donc ici sa paroi formée par une moitié seulement de l'axe, l'autre se terminant par la libération des étamines restées presque normales du côté du sépale α et des deux pétales inférieurs. La moitié luxuriante de l'axe, vis-à-vis des quatre autres sépales, en même temps qu'elle se courbait par exagération de sa croissance, libérait successivement, depuis le bas jusqu'au sommet, des pièces pétaloïdes, puis semi-pétaloïdes, présentant souvent une moitié d'anthère sur un de leurs bords, enfin de véritables feuilles; plusieurs de ces dernières possédaient même des bourgeons axillaires très développés.

L'intérêt de cette monstruosité est de jeter quelque lumière sur la construction florale de la Rose, sur les affinités du genre *Rosa* avec ses voisins et peut-être aussi de donner la vraie signification des proliférations bien connues des Roses cultivées dont les exemples étudiés jusqu'alors étaient trop retournés au type foliaire pour qu'on y retrouve comme ici la nature florale des appendices.

En particulier, la déduction à tirer des faits précédents se trouve en complet accord avec l'explication donnée par l'un de nous, dans un travail récent (¹), de la cupule florale de la Rose. Il suffit pour le vérifier de constater qu'ici la concrescence des sépales et d'une partie des pétales ne s'est

---

(¹) G. Bonne, *Recherches sur le pédicelle et la fleur des Rosacées* (Thèse de doctorat ès sciences, Paris, 1928).

point faite avec la région interne de la cupule, qui *seule est selon nous de nature axiale*. De ce fait on peut supposer qu'au lieu d'être entraîné et soulevé sur son pourtour par la croissance plus rapide des appendices connés avec lui, et par conséquent de se creuser, l'axe devenu libre a continué sa croissance vers le haut comme dans le genre *Rubus* (dont le travail cité montre tous les caractères de parenté). D'autre part, la libération des étamines du côté du sépale α, anticipée par rapport à celles du côté opposé, met à nu la surface portant les carpelles en amenant un trouble si brusque et si considérable dans la symétrie et la croissance qu'il est impossible de ne pas en conclure qu'il n'existe rien d'autre dans l'axe floral que la somme des appendices coalescents.

ENTOMOLOGIE. — *Sur la présence en France du* Gastrophilus inermis (*Brauer*). Note (1) de M. **G. Dinulescu**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

La biologie du *Gastrophilus inermis* était peu connue jusqu'à présent. De l'état adulte on ne possède que la description faite par Brauer (1858) (2) sur deux individus obtenus d'éclosion.

Henry (Alfort) a décrit en 1909 le troisième stade sur des larves trouvées en France dans le rectum du cheval (3). L'année dernière j'ai décrit les œufs et le premier stade larvaire sous lequel cet œstride est la cause d'une affection assez répandue sur les chevaux en France (*dermatite estivale des joues*) et dont on ne connaissait pas l'agent pathogène. J'ai décrit en même temps cette affection que j'ai appelée *myiase gastrophilienne* des joues du cheval (4). Enfin, avec Henry, j'ai décrit tout récemment le deuxième stade larvaire du *Gastrophilus inermis* (5). Il restait donc à trouver en France les adultes de ce Gastrophile. Comme il est très difficile de l'observer en liberté, ou même d'en trouver les nymphes, j'ai cherché à suivre quelque temps l'évolution des larves à l'intérieur du cheval. J'ai pu observer cette évolution à partir du mois d'avril jusqu'à la fin du mois d'août 1929, sur des larves fixées dans le rectum des chevaux tués à l'abattoir de Vaugirard. Dans les deux premiers mois les larves arrivées au troisième stade ne font qu'augmenter de volume. Le mois suivant la plupart des larves présentent une sorte de plissage de la paroi des deux derniers segments et un rétrécis-

(1) Séance du 27 janvier 1930.

(2) F. Brauer, *Verh. d. K. k. Zool. bot. Gesellschaft*, 8, 1858, p. 464.

(3) A. Henry, *Recueil de Méd. Vétér.*, 86, 1909, p. 319.

(4) G. Dinulescu, *Annales de Parasitologie*, 7, v, 1929, p. 419-429.

(5) A. Henry et G. Dinulescu, *Diptera*, 5, 1930, p. 172-173.

sement de la chambre stigmatique. Ces larves effectuent donc à l'intérieur de l'hôte le début du stade nymphal. Toutes ces larves, détachées de la muqueuse du rectum, mises dans du sable stérilisé et desséché, puis gardées à une température de 25-28°, continuent l'évolution nymphale. Les adultes éclosent après une durée de 21-26 jours. J'ai pu obtenir ainsi quelques dizaines d'individus mâles et femelles. Les caractères de ces individus correspondent, sur tous les points, au *Gastrophilus inermis*, d'après la diagnose donnée par Brauer. (M. Henry m'a fait connaître qu'il a obtenu difficilement des adultes de quelques nymphes.)

En tenant compte de ces derniers faits, l'évolution de cet œstride peut se résumer ainsi : Les larves primaires issues des œufs déposés sur les poils de la face du cheval pénètrent dans les tissus de la peau de la face et arrivent dans la muqueuse de la bouche oú elles restent jusqu'au stade suivant. Elles se rendent ensuite dans le rectum où elles accomplissent le deuxième et le troisième stade larvaire. Expulsées au dehors elles s'enfoncent dans la terre pour continuer leur stade nymphal d'où sort l'adulte.

D'après les dates des observations sur l'évolution des larves et sur les éclosions des adultes, je peux conclure que ce Gastrophile, répandu en France, doit être plus fréquent à l'état adulte pendant le mois de juillet, mais sa présence ne dépasse pas le milieu du mois d'août. Cette période correspond avec l'apparition, sur les chevaux, de la *myiase gastrophilienne des joues*.

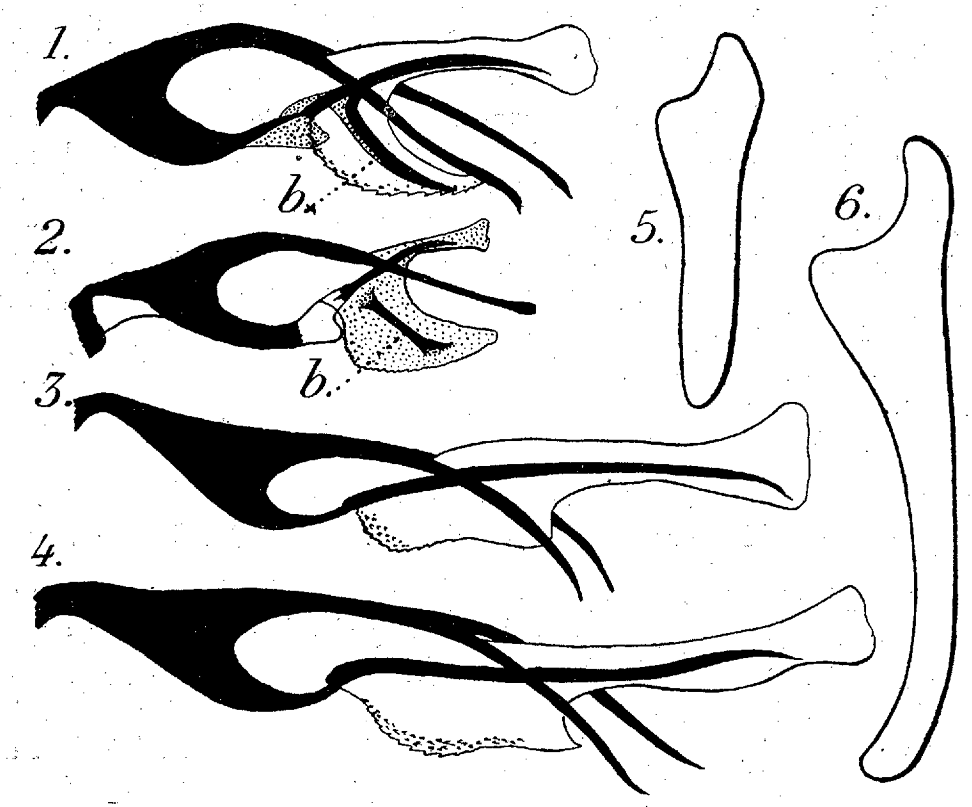
ENTOMOLOGIE. — *Variation de certaines pièces de l'armature génitale mâle de* Pollenia rudis *F.* (*Diptère* Calliphorinæ); *importance de cette variation pour la notion d'espèce chez les Myodaires supérieurs*. Note de M. **L. Mercier**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

L'étude de l'*ædeagus* (pénis) et du *forceps* de nombreux mâles de *Pollenia rudis* F. capturés à Luc-sur-Mer et à Caen m'a montré que ces organes présentent de la variation dans leur structure. J'ai reconnu l'existence de trois types se rapportant respectivement aux formes suivantes : *P. rudis rudis* F., *P. rudis luciencis* Mercier et *P. rudis bisulca* Pand..

1° *P. rudis rudis* F. et *P. rudis luciencis* Mercier. — Ces deux formes ne présentent aucune différence appréciable dans la conformation du forceps; les paralobes (*fig.* 5) sont droits à l'apex et leur longueur ne dépasse pas sensiblement celle des mésolobes. Mais par contre, la structure de l'ædeagus est différente dans les deux formes (comparer la figure 1 et la figure 3). En par-

ticulier, chez *P. rudis rudis* (*fig.* 1), chaque lobe ventral présente une baguette chitineuse (*b*) qui n'existe pas chez *P. rudis luciencis*.

2° *P. rudis bisulca* Pand.. — J'ai reconnu l'existence de cette forme à Luc dès 1927 [1]. La structure de l'ædeagus est du même type que chez *P. rudis luciencis* (comparer la figure 3 et la figure 4); mais la conformation du



Pénis de : *P. rudis rudis* (1), de *P. rudis alajensis* (2) (d'après Rohdendorf), de *P. rudis luciencis* (3) et de *P. rudis bisulca* (4); *b*, baguette chitineuse du lobe ventral. × 110. 5, Paralobe de *P. rudis rudis* et de *P. rudis luciencis*. × 110. 6, Paralobe de P. *rudis bisulca*. × 110.

forceps est différente. En effet les paralobes (*fig.* 6) sont un peu crochus à l'apex et sensiblement plus longs que les mésolobes.

Tous les mâles de *Pollenia* que j'ai capturés à Caen en 1927 et en 1929 sont du type *P. rudis rudis*, alors que les mâles recueillis à Luc, dans une même station, appartiennent aux trois types : *P. rudis rudis*, *P. rudis luciencis* et *P. rudis bisulca*.

---

[1] L. Mercier, Pollenia bisulca *Pand.* (*Myodaire supérieur, Calliphorinæ*) *est-il une bonne espèce?* (*Bull. Soc. zool. de France*, 52, 1927, p. 324).

Rohdendorf (1926) ([1]) avait déjà constaté une variation dans la structure du pénis de *P. rudis;* ce qui l'a conduit à reconnaître une forme : *P. rudis alajensis* Rhod. (*fig.* 2). On peut donc admettre que l'espèce collective (linnéon) *P. rudis* renferme au moins quatre formes.

Quel est le déterminisme de cette dislocation de l'espèce ? On sait que des causes telles que le parasitisme larvaire (Villeneuve, 1925, 1928) ([2]), le rythme saisonnier (L. Mercier, 1929) ([3]) sont susceptibles d'influencer des caractères utilisés dans la discrimination des espèces, en particulier l'armature génitale mâle. Mais l'expérimentation seule, grâce à des élevages appropriés, permettra de résoudre le problème en rendant possible la connaissance de la formule héréditaire des différentes formes. Tant que nos connaissances biologiques sur *P. rudis* (linnéon) ne seront pas plus approfondies, il serait prématuré de considérer, par exemple, *P. rudis rudis*, *P. rudis luciencis* et *P. rudis bisulca* comme des jordanons (espèces-unités). Pour ma part j'admets que ce sont des *espèces jointives*, c'est-à-dire des formes dont la valeur au point de vue génétique n'est pas établie, mais qui peuvent cependant être différenciées par les taxinomistes.

ZOOLOGIE. — *Un mode de symbiose nouveau chez les Cochenilles.* Note de M. **Raymond Hovasse**, présentée par M. M. Caullery.

On sait, depuis Putnam (1877), Moniez (1887), que les Cochenilles renferment des symbiotes, parfois à l'intérieur d'un tissu spécial, le *pseudovitellus* des anciens auteurs. Pierantoni (1910) et Buchner (1912) nous en ont donné une connaissance sérieuse, en étudiant en particulier *Icerya purchasi* et *Lecanium corni*. Les symbiotes y sont localisés dans un organe particulier, le *mycétome*, fait de grosses cellules bourrées de microorganismes. Ceux-ci peuvent s'obtenir en cultures artificielles, ce sont des levures. Elles se transmettent de génération en génération, l'œuf s'infestant avant d'être pondu.

L'étude monographique que je poursuis d'une Cochenille assez voisine d'*Icerya purchasi*, *Marchalina hellenica*, parasite des pins des îles des

---

([1]) Rohdendorf, *Morphologisches Studium an äusseren Genitalorganen der Calliphorinen* (Diptera) (*Rev. Zoolo. Russe*, 6, 1926, p. 87).

([2]) Villeneuve, *Espèces naissantes chez les* Calliphorinæ (*Ass. fr. avanc. des Sc., Grenoble*, 1925, p. 414); *Quelques mots sur les* Calliphorinæ *paléarctiques* (*Bull. et Mém. Soc. Entom. de Belgique*, 68, 1928, p. 147).

([3]) Mercier, *Contribution à la connaissance de l'espèce chez les Myodaires supérieurs* (*Bull. Biol. France et Belgique*, 63, 1929, p. 399).

Princes, près de Constantinople, m'a fourni un mode de symbiose nouveau, non pas seulement pour les Cochenilles, mais aussi pour tous les Hémiptères. Le tissu à symbiotes est en effet ici constitué par une partie du tube digestif.

Comme chez beaucoup d'autres Rhynchotes, l'intestin digestif de *Marchalina hellenica* forme un anneau complet, appendu à un bulbe volumineux, à la fois aboutissement de l'œsophage et départ du rectum. C'est sur cet anneau que débouchent, près du bulbe, les tubes de Malpighi, ici au nombre de trois.

L'anneau se montre, à la dissection, composé de deux parties minces réunies par une troisième large et épaisse. Tandis que les cellules de ces deux-là sont petites, à bordure en brosse, telles qu'on les rencontre chez la plupart des Insectes, celle-ci est constituée par des cellules géantes, facilement visibles à la loupe. Sur coupe, on leur voit un noyau très hypertrophié, souvent mûri de prolongements qui s'étendent dans tout l'élément. Quant au protoplasma, on a peine à le voir, tout l'espace compris entre le noyau et la membrane étant rempli par une masse de symbiotes tassés les uns contre les autres.

Le reste du tube digestif est totalement indemne de microorganismes; il n'y en a aucun dans la lumière de l'intestin. Normalement, on n'en rencontre pas dans ce qui sert ici de corps adipeux. Une seule catégorie d'éléments en renferme encore chez les larves — que j'ai seules examinées à ce point de vue — : ce sont certaines des cellules épithéliales recouvrant les follicules ovariens, alors au début de leur développement. L'infection s'en sera faite par contact de cellule à cellule : les ébauches des organes génitaux sont, en effet, à ce stade, intimement appliquées contre les cellules à symbiotes de l'intestin. Il paraît vraisemblable que, par le moyen de ces cellules, l'œuf parvienne ensuite à s'infecter et que la symbiose devienne ainsi héréditaire.

Les symbiotes examinés en place sont des filaments sinueux, ayant 1^{μ} de large, une trentaine de μ de long; par dissociation, on voit qu'ils atteignent jusqu'à 50^{μ} de long. Leur colorabilité, pas plus que ces dimensions, ne les rapprochent des levures : ce sont des *bactéries typiques*, ne prenant pas le Gram. Les cultures en sont positives, principalement sur milieux gélatinés, ou sur carotte. La gélose peptonée m'a donné de moins bons résultats. Sur milieux favorables, la bactérie conserve ses caractères, ses chaînes s'allongeant seulement davantage. La symbiose d'une bactérie avec un Hémiptère est également un fait nouveau.

La bactérie n'est du reste pas le seul symbiote de la cochenille. Les cul-

tures sur carotte et milieux sucrés m'ont fourni plusieurs fois une levure à bourgeonnement actif, ne faisant pas fermenter le jus de raisin. Sur coupes, je ne suis pas arrivé encore à la retrouver, probablement parce qu'elle se confond avec les multiples types d'inclusions dont sont bourrées les cellules sanguines.

Pour apprécier les rapports de l'Insecte avec son symbiote bactérien, je l'ai fait jeûner. Au bout d'une quinzaine de jours, alors que la vitalité de la cochenille ne paraît pas diminuée, on constate que de nombreuses bactéries sont en voie d'altération : elles commencent à être digérées par leur hôte. Celui-ci les utilise donc comme une réserve alimentaire dont on comprend toute l'importance pour la phase adulte de l'Insecte, sachant que la bouche n'y est plus fonctionnelle. Cette période de jeûne obligatoire est pourtant marquée par des dépenses énergétiques considérables : la fin de la croissance des œufs, la ponte, la sécrétion autour d'elle d'un épais cocon de cire.

La symbiose est donc plus avantageuse pour l'Insecte que pour la bactérie.

BIOLOGIE. — *Suspension évolutive et hibernation larvaire obligatoire, provoquées par la chaleur, chez le moustique commun,* Culex pipiens *L. Les diapauses vraies et les pseudo-diapauses chez les insectes.* Note de M. E. **Roubaud**, présentée par M. F. Mesnil.

Le Moustique commun, *Culex pipiens* L., présente, dans les conditions naturelles, un développement larvaire continu, jusqu'à l'éclosion imaginale. Il n'y a généralement pas, semble-t-il, pour cette espèce, véritablement domestique, d'hibernation à l'état de larves, soit parce que l'espèce parvient à se conserver en état d'activité permanente dans des locaux artificiellement chauffés (forme autogène ou citadine), soit parce que les femelles cessent de se reproduire à la saison froide (forme des habitations rurales).

En faisant varier les conditions thermiques de développement du Moustique, à l'Insectarium, j'ai pu constater cependant que les larves de l'une ou de l'autre forme peuvent être expérimentalement affectées par une phase d'arrêt évolutif ou de torpeur spontanée, analogue à la diapause hivernale obligatoire qui affecte normalement les larves de certaines espèces de Culicides vivant à l'extérieur (*Aëdes geniculatus, Anopheles bifurcatus*, etc.). L'arrêt évolutif survient, chez les larves de *C. pipiens*, uniquement lorsque leur développement s'est effectué, depuis l'œuf, à haute température *con-*

tinue (25-28° C.). Lorsque cette température est coupée de périodes nocturnes de détente à 16-20° C., le développement s'effectue rapidement, sans arrêt. Lorsqu'au contraire la haute température est maintenue en permanence, jour et nuit, le développement, d'abord normal et rapide, se ralentit bientôt. Un petit nombre de larves seulement parviennent à la nymphose vers le 15e jour. Le plus grand nombre demeurent, sans se transformer, au quatrième stade évolutif.

Si les conditions de température élevée continue se maintiennent, les larves arrêtées spontanément dans leur évolution deviennent de plus en plus lentes et torpides; elles finissent par succomber après une survie extrême d'environ deux mois. Mais si ces larves torpides sont placées pendant quelques semaines à température basse, inférieure à 16° C., elles se réactivent et la nymphose survient rapidement si on les reporte ensuite à haute température. Ce sont donc des hivernantes obligatoires, appelées, par un développement suractif, à la nécessité de la détente du froid, pour reprendre leur évolution. Le phénomène explique sans doute pourquoi le *C. pipiens*, Moustique si fréquent sous nos climats, est si peu répandu dans les régions tropicales.

Cette suspension évolutive spontanée à la chaleur, des larves de *C. pipiens*, présente tous les caratères que nous avons définis pour les diapauses *vraies* des Insectes. Il ne faut pas entendre sous ce terme, comme le pense G. Cousin [1], dans ses recherches sur *Lucilia sericata*, de simples arrêts métaboliqnes provoqués par des actions banales inhibitrices du développement : froid, desséchement, manque de nourriture, etc. Les arrêts évolutifs ainsi déterminés ne sont que des pseudo-diapauses cédant rapidement lorsqu'on cesse de faire agir sur l'insecte l'action empêchante. Dans la diapause vraie ou spontanée, au contraire, l'arrêt évolutif survient sans causes apparentes, l'insecte étant placé dans des conditions favorables à la croissance et au développement. La diapause vraie correspond à un état de surmenage, de dépression nerveuse ou de fatigue, succédant à un labeur physiologique intensif et pour lequel j'ai créé le terme d'*asthénobiose* afin de le distinguer des arrêts métaboliques banaux dus à des conditions extérieures délibérément empêchantes. Que cet état d'asthénie survienne normalement dans le cycle individuel de l'insecte (Ver à soie, Pyrale du Maïs, etc.), qu'il soit hérité de l'organisme maternel cycliquement (certains Muscides) ou non (Aëdines, Phlébotomes), qu'il soit déclenché par des influences thermiques extérieures (*C. pipiens*), il se

---

[1] *C. R. Soc. Biol.*, 101, 1929, p. 913, 1115, 1117.

présente toujours avec le caractère essentiel de ne pouvoir céder qu'à des influences très spéciales. Parfois, lorsque le degré d'asthénie ou d'intoxication spécifique est faible, la diapause peut être vaincue par de simples excitants brusques qui galvanisent l'activité nerveuse et secouent l'insecte de sa torpeur.

Mais, le plus souvent, l'asthénobiose ne cède qu'à une mise au repos prolongé, réalisée soit par le froid (athermobiose), soit par le dessèchement (anhydrobiose), qui réactive l'organisme en permettant son épuration physiologique.

Dans l'un et l'autre cas, l'action réactivante se présente, au point de vue de la reprise du développement ultérieur, avec la valeur d'une nouvelle intervention génératrice ou fertilisante, obligatoire, que j'ai dénommée fécondation secondaire.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Comment l'état hygrométrique de l'air peut influencer le métabolisme. De l'hypotonus en milieu chaud et humide.* Note de MM. **J. Lefèvre** et **A. Auguet**, présentée par M. d'Arsonval.

Nous avons présenté l'an dernier (¹) le nouveau laboratoire de Bioénergétique et sa chambre calorimétrique, appropriés aux recherches sur l'homme et sur les animaux de grande taille.

Parfaitement étanche et adiabatique, automatiquement réglée, conservant son état initial pendant toute la durée d'une expérience, cette chambre, dont l'inertie totalement immobilisée dans l'équilibre n'a plus aucune prise sur le jeu délicat des éléments de la mesure, réalise pour la première fois l'instrument exact et souple que la Bioénergétique réclamait.

Des étalonnages précis l'ont justifiée — pour CO^2, pour H^2O et pour la chaleur sensible — à quelques millièmes près. Mais surtout, par ses réglages, notre chambre peut, contrairement à celles qui l'ont précédée, choisir et maintenir sa température, choisir et maintenir son état hygrométrique. De telle sorte que certains problèmes, inaccessibles jusqu'à ce jour, pourront être maintenant résolus, parmi lesquels l'influence de la température et de l'humidité extérieures sur la valeur du métabolisme et sur la grandeur du tonus vital.

Ces deux influences ont été étudiées par nous. Nous ne présenterons toutefois ici que la deuxième, celle de l'humidité, toute nouvelle et particulièrement intéressante.

(¹) J. Lefèvre, *La Bioénergétique et son nouveau laboratoire* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 515).

Le problème se présente ainsi :

A toutes les températures et en toutes conditions, le sujet doit maintenir son équilibre homéotherme.

Cet équilibre exige l'égalité parfaite entre la *déperdition* et la *production* caloriques.

Or le sujet dégage sa chaleur sous les deux formes sensible (rayonnement) et latente (évaporation). Plus il fait chaud moins il rayonne de chaleur et plus il doit en éliminer sous forme latente par évaporation d'eau à la surface des poumons et de la peau.

Mais pour que cette évaporation se fasse, il faut que l'humidité de l'air ne s'y oppose pas, sinon l'équilibre homéotherme sera rompu.

Il y avait donc lieu de chercher *pour un sujet au repos*, en neutralité thermique ou franchement au chaud :

1° Jusqu'où l'état hygrométrique peut s'élever sans modifier la chaleur latente;

2° Quel trouble subit l'équilibre homéotherme lorsque l'atmosphère chaude s'approche de la saturation. Ces études ont été faites sur la brebis, à toison épaisse, dont le *point de neutralité* (voisin de 25° chez l'homme au repos) s'abaisse à 19 ou 20°, et qui à 25° se trouve à peu près dans les mêmes conditions de chaleur qu'un homme moyennement vêtu à 30 ou 35°.

La mesure du métabolisme a été réalisée par les deux méthodes directe et indirecte, d'ailleurs concordantes, sous des états hygrométriques variant depuis 30 pour 100 jusqu'à 85,90 et même 100 pour 100 d'humidité. Voici les résultats :

a. Jusqu'à 80 *ou* 85 *pour* 100 *d'humidité le sujet peut librement faire sa chaleur latente; il a pu même aisément l'élever de* 26 *à* 38 *calories pour résister au chaud.*

b. Mais quand l'humidité atteint et dépasse 90 *pour* 100, *l'évaporation devenant de plus en plus faible, la chaleur latente s'abaisse considérablement.*

Alors, de deux choses l'une : ou bien la « production » ne sera plus équilibrée par la « déperdition », et le sujet par sa propre chaleur entrera en hyperthermie; ou bien, au contraire, il gardera sa température normale en abaissant son métabolisme au niveau de sa déperdition.

Entre ces deux hypothèses, l'expérience tranche nettement, comme l'indique l'importante loi suivante :

c. En atmosphère chaude et humide, sans changer sa température, *l'organisme diminue son métabolisme fondamental et réduit son tonus vital de* 80 *à* 65^{cal}, *c'est-à-dire de près de* 20 *pour* 100.

Les conséquences de cette loi doivent être envisagées au triple point de vue théorique, hygiénique (prophylactique) et pratique.

1° *Point de vue théorique.* — Le métabolisme basal de Benedict, simplement mesuré à jeun et au repos, sans tenir compte de la température extérieure, de l'humidité atmosphérique et du coefficient déperditeur de chaque sujet, est généralement envisagé comme une constante physiologique, dont la variation est fatalemeut le signe d'une maladie.

On saura maintenant qu'il diminue grandement en atmosphère chaude et humide, sans révéler pour cela le moindre trouble pathologique actuel. Il existe d'ailleurs d'autres causes *normales* de variation du métabolisme basal.

2° *Point de vue hygiénique.* — Le malaise éprouvé dans les pays (ou par les temps) chauds et *humides*, ou encore dans les espaces confinés qui groupent de nombreux êtres vivants (salles de cours ou de réunion, chambres à coucher chaudes et étroites, étables, écuries, etc.) résulte d'un *hypotonus* dont le prolongement engendrera la « misère physiologique » avec toutes ses conséquences.

3° *Point de vue pratique.* — Il importe donc *d'abaisser l'état hygrométrique*, et, dans la mesure du possible, la température de ces espaces, par aération directe, — si l'air extérieur est plus sec et plus frais — et, dans le cas contraire, par une ventilation d'air partiellement desséché et refroidi.

Pour les pays chauds et humides on peut concevoir aisément l'installation — par un mécanisme semblable à nos réglages hygrométriques — de *salles de détente* propres à rétablir périodiquement le tonus affaibli.

La même influence sur le tonus et le rendement du travail sera étudiée ultérieurement.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Formation d'hydroxyméthyl-4-imidazol, à basse température, à partir du fructose en solution d'hydroxyde de cuivre ammoniacal.* Note de MM. **Pierre Girard** et **J. Parrod**, présentée par M. G. Urbain.

Nous n'avons sur la question fondamentale du passage de l'azote du monde minéral au monde vivant que très peu de données expérimentales. Les botanistes savent que chez les végétaux, l'élaboration des substances protéiques à partir de l'ammoniaque du sol, en passant par des termes intermédiaires, comme l'asparagine, les acides aminés, etc., dépend de la teneur des tissus en sucres, et principalement en sucres à fonction cétone (fructose). *In vitro* il n'existe également que très peu de faits chimiques autorisant des hypothèses raisonnables sur cette question. Le présent

travail, en bon accord avec les observations des botanistes sur le rôle des sucres cétoniques, montre qu'il est possible, à la température ordinaire, par agitation dans l'oxygène, d'obtenir à partir de l'ammoniaque et du fructose, en utilisant l'hydroxyde de cuivre comme agent d'oxydation du sucre, l'hydroxyméthyl-4-imidazol. L'intérêt de ce résultat est que l'histidine, l'une des bases hexoniques fournies par l'hydrolyse des protéines, résulte de la conjugaison en 4 de l'imidazol et de l'alanine.

Voici les conditions d'une expérience. On agite dans une atmosphère d'oxygène le mélange suivant : lévulose, 30^g; hydroxyde de cuivre, 30^g; ammoniaque à 20 pour 100, 75^{cm^3}; eau, 1000^{cm^3}.

Après quelques jours on obtient un précipité vert contenant du cuivre, que l'on sépare du liquide bleu. Celui-ci contient de notables quantités d'acide oxalique.

Le précipité est mis en suspension dans l'eau, et traité par H^2S. Au filtrat du sulfure de cuivre, réduit à petit volume dans le vide, on ajoute une solution concentrée d'acétate de plomb. Il précipite un sel de plomb qui, fait remarquable, contient de l'azote et aussi du soufre que l'on peut identifier à l'état de sulfure de plomb en portant à l'ébullition sa solution sodique.

Le plomb est éliminé du filtrat par H^2S que l'on chasse ensuite. L'acide picrique précipite un sel que l'on purifie par cristallisation dans l'eau. Afin d'isoler la base, on met le sel en solution aqueuse, traité par un excès de CO^3K^2, évapore à sec, reprend par l'acétone à chaud. Par refroidissement, on obtient de gros cristaux incolores fondant à 93°, solubles dans l'eau et l'alcool, peu solubles dans l'acétone à froid, un peu plus solubles à chaud, insolubles dans les autres solvants usuels. Une solution aqueuse de cette substance précipite $HgCl^2$, NO^3Ag ammoniacal, SO^4Cu ammoniacal; traitée par l'acide picrique, elle donne un picrate soluble dans l'eau chaude d'où il cristallise par refroidissement en belles aiguilles jaune d'or fondant à 206°.

Les propriétés de la base et du picrate isolés sont celles de l'hydroxyméthyl-4-imidazol et de son picrate décrits par Franck Lee Pyman [1].

$$CH\begin{matrix}\nearrow N - C - CH^2OH \\ \quad\quad\ \ \| \\ \searrow NH - CH\end{matrix}$$

L'identification de cette base fut complétée par l'analyse élémentaire dont voici le résultat : C 50,3; H 5,36; N 28,9 (théorie : C 49,0; H 6,15; N 28,6).

[1] *Journ. Chem. Soc. Trans.*, **99**, 1911, p. 668.

En recherchant dans la littérature les travaux relatifs au corps que nous avions isolé, nous avons vu que MM. Windaus et Ullrich (1) ont annoncé qu'après avoir laissé pendant trois ans du glucose (50^g) dissous dans une solution très concentrée d'hydroxyde de cuivre ammoniacal (150^g de SO^4Cu dans 200^{cm^3} d'ammoniaque à 25 pour 100) ils avaient obtenu au contact de l'air, outre l'acide oxalique, l'acide imidazol-4-carbonique (2)

$$CH\begin{matrix}\diagup N \text{———} C - C\begin{matrix}\diagup\!\!\diagup O \\ \diagdown OH\end{matrix} \\ \qquad\qquad \| \\ \diagdown NH - CH\end{matrix}$$

Il est raisonnable d'envisager cet acide, obtenu à partir du glucose au cours d'un processus qui semble extrêmement lent, comme un produit d'oxydation de l'hydroxyméthyl-4-imidazol que nous obtenons à partir d'un sucre cétonique.

IMMUNOLOGIE. — *Les réactions cellulaires et humorales d'immunité antimicrobienne dans le phénomène de la symbiose chez* Macrosiphum Jaceæ. Note de M. **A. Paillot**, présentée par M. P. Marchal.

Nos premières observations sur le mécanisme de la symbiose chez les Aphides avaient fait ressortir l'importance du rôle des réactions humorales d'immunité antimicrobienne naturelle. L'étude de la symbiose chez un Puceron très commun de la Centaurée Jacée, *Macrosiphum Jaceæ*, nous a permis de mettre en évidence l'importance des réactions d'immunité de type cellulaire.

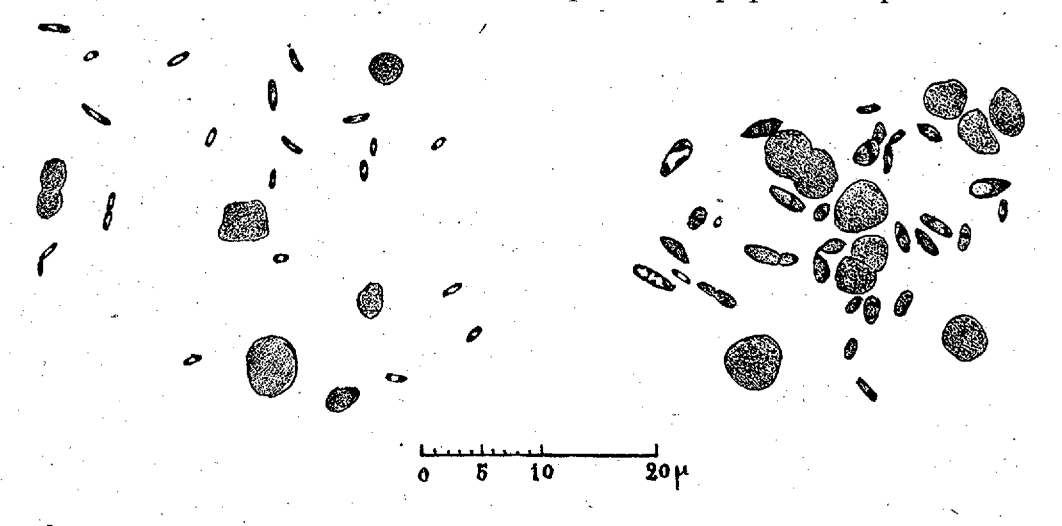
Comme chez beaucoup d'autres Aphides, les microorganismes symbiotiques de *Macrosiphum Jaceæ* sont représentés à la fois par des formes arrondies (soi-disant formes-levures) et des formes bacillaires. Klevenhusens, qui les a figurées dans son récent Mémoire consacré à l'étude de la symbiose chez les Aphides, les considère comme des Champignons appartenant à deux espèces différentes.

Sur frottis de Pucerons colorés par le mélange de Giemsa, les formes bacillaires ne se présentent nullement sous l'aspect de filaments mycéliens

(1) *Zeitsch. f. physiol. Ch.*, 90, 1914, p. 366.

(2) Avec l'hydroxyde de zinc ammoniacal en solution très concentrée et sans qu'un processus d'oxydation intervienne, Windaus et Knoop (*B. der D. chem. Ges.*, 38, 1905, p. 1166; 39, 1906, p. 3886; 40, 1907, p. 799) avaient obtenu après plusieurs semaines différents méthylimidazols en partant de différents sucres (glucose, fructose, mannose, sorbose, etc.).

mais bien sous celui de Bacilles typiques plus colorables aux deux extrémités que dans la partie moyenne. Outre les formes dites levures et les éléments bacillaires, on observe des formes de passage non signalées par l'auteur allemand : il s'agit de véritables Coccobacilles géants ayant tendance à se renfler à l'une des extrémités. Nous avons représenté dans la figure ci-dessous deux portions de champ microscopique correspondant à



deux Pucerons différents récoltés sur la même tige de Centaurée; alors que les Bacilles sont relativement nombreux sur l'un des frottis, ils sont très rares sur l'autre; par contre, les formes de passage y sont abondantes. Des constatations semblables peuvent être faites sur coupes. Il semble donc que la multiplication des Bacilles dans la cavité générale des Pucerons de la Centaurée ne soit pas continue et que chaque période de multiplication active soit suivie d'une phase de repos au cours de laquelle l'action humorale se manifeste par une transformation des Bacilles en formes géantes ou « formes de croissance ». Cette transformation a lieu principalement au contact des mycétocytes.

Sur coupes fixées par les méthodes mitochondriales (bichromate-formol de Regaud ou formol salé) et colorées par la méthode d'Altmann modifiée par Kull, on distingue très nettement les formes de passage grâce à leur fuchsinophilie très marquée : elles se présentent en rouge sur le fond bleu des formes géantes arrondies. Après coloration par le Giemsa, la couche périphérique de ces éléments se distingue de la portion centrale par une affinité plus grande pour le colorant.

Sur coupes colorées par la méthode de Kull ou par le Giemsa, on distingue très nettement, à la surface des mycétocytes, des amas plus ou moins

volumineux et plus ou moins nombreux de bacilles libres ou englobés dans les micronucléocytes du sang; des bacilles libres se rencontrent également, mais en petit nombre, dans le sang circulant en même temps que des micronucléocytes libres chargés de bacilles. Les phagocytes appliqués contre la surface du mycétone font bientôt corps avec ce dernier et contribuent à son accroissement en volume; on peut observer à l'intérieur du pseudo-organe les noyaux des micronucléocytes grâce à la fuchsinophilie de leur nucléole. Il est possible que ces éléments cellulaires se transforment directement en mycétocytes par hypertrophie du noyau et de la couche protoplasmique.

De ces faits on peut conclure à l'existence, chez le *Macrosiphum Jaceæ* de plusieurs types de réaction d'immunité antimicrobienne naturelle; le phénomène de la symbiose est la résultante de toutes ces réactions. On peut résumer ainsi les différentes phases du processus symbiotique :

1° Phagocytose des bacilles par les micronucléocytes après multiplication dans la cavité générale; cette multiplication représente le stade d'infection normale pendant lequel le bacille agit comme parasite;

2° Agglutination des bacilles libres du sang au contact des mycétocytes et pénétration de ces bacilles dans la couche cytoplasmique;

3° Fixation des micronucléocytes libres chargés de bacilles par les mycétocytes; les micronucléocytes s'incorporent ensuite à la masse du mycétome et contribuent ainsi directement à son accroissement en volume;

4° Transformation des éléments bacillaires en formes géantes arrondies.

Bacilles et formes géantes passent ensemble dans l'œuf d'hiver et forment, dans le vitellus, un amas volumineux situé à l'un des pôles. La constitution de cette masse microbienne peut être assimilée à celle des amas microbiens qu'on observe dans le sang d'animaux supérieurs en état d'immunité.

MÉDECINE. — *Syphilis héréditaire et formes évolutives du tréponème.* Note [1] de M. Y. **Manouélian**, présentée par M. Calmette.

Nous savons que, dans la syphilis héréditaire, le tréponème existe rarement dans le placenta et dans le cordon. Quand il s'y trouve, on constate toujours chez le fœtus des manifestations syphilitiques avec pullulation de tréponèmes. Or nous avons déjà rapporté deux observations dans lesquelles, seul le cordon présentait des lésions avec des tréponèmes; mais il n'existait aucun parasite ni de lésions appréciables dans les viscères et les tissus, sauf une hémolyse complète. Depuis, grâce au professeur Brindeau, nous avons pu étudier un troisième cas.

---

[1] Séance du 20 janvier 1930.

Malgré de nombreuses recherches, nous n'avions pas réussi à déceler de tréponèmes typiques au niveau des lésions du cordon. Des formes évolutives y pullulaient pourtant. Le rapport de ces formes avec les tréponèmes était certain ; nous pensions cependant que la présence seule de ces formes évolutives n'aurait pas convaincu les esprits non avertis. Les cliniciens auraient pensé, non sans raison, que devant l'absence des tréponèmes typiques, il était hasardeux d'affirmer la nature syphilitique des lésions, et ils n'auraient pas souscrit à nos conclusions. Heureusement, en étudiant de nouveaux fragments de cordon, nous avons pu surprendre des parasites typiques.

Mme X, 23 ans, entre dans un service; début de travail, grossesse à terme. Pas de renseignements sur ses parents. Rien à signaler comme antécédents héréditaires. Elle s'est toujours bien portée pendant sa grossesse.

Quelques heures après son entrée, elle accouche d'un fœtus en occipito-pubienne, pesant 1280^g. Le fœtus crie mal, il est cyanosé. Pas de lésions de la peau ni des muqueuses. Il meurt 5 heures après sa naissance.

Le placenta, blanchâtre, épais, volumineux, pèse 700^g. Pas de lésions macroscopiquement visibles du fœtus.

A faible grossissement, on constate une bande de tissu, composé surtout d'éléments chromophiles, qui entoure seulement une portion de la veine ombilicale.

A plus fort grossissement, les éléments chromophiles sont composés de leucocytes polynucléaires et de macrophages, ceux-ci en nombre bien moins considérable. La polynucléolyse est accusée. Il existe des champs où l'on ne constate aucun leucocyte normal. Tout est réduit en granulations retenant encore les couleurs basiques d'aniline.

L'imprégnation à l'argent nous a permis de déceler les tréponèmes exclusivement au niveau de la zone inflammatoire. Mais les formes typiques sont très rares; on n'y voit, pour ainsi dire, que des formes anormales du tréponème. On est frappé de l'analogie de ces formes avec celles que l'on constate si fréquemment dans la syphilis tardive. Notons que, dans un travail sur l'artérite syphilitique, Sézary avait signalé déjà des formes anormales du tréponème, et nos recherches nous permettent de constater toute une série de stades, depuis le tréponème typique jusqu'au corpuscule arrondi, tréponèmes portant un anneau à une extrémité ou le long du corps; d'autres disposés en couronne. Cette couronne se resserre de plus en plus, en même temps que la forme spiralée s'atténue. Le tréponème se transforme ainsi en un corpuscule arrondi, limitant un espace clair en son milieu, lequel contient un point central; cet espace clair prend une teinte sombre, et le corpuscule devient presque homogène. Serait-ce là la forme de résistance du parasite ?

Il existe aussi des tréponèmes en voie de dégénérescence : tréponèmes à spires relâchées, variqueuses, grenues, fragmentées. Enfin il en est qui sont en voie de lyse, et l'on trouve, *par place, des amas de très fines granulations d'origine tréponémiques.*

Il s'agit donc *de mésophlébite et de périphlébite syphilitiques du cordon.*

Quant au placenta, nous n'avons pu y déceler aucun tréponème.

Nous avons étudié aussi un grand nombre d'organes de l'enfant; pas de lésions appréciables, mais une forte hémolyse. Nulle part nous n'avons

surpris le tréponème, ni d'autres microbes. Après cet échec, nous avons, à *plusieurs reprises*, imprégné à l'argent le foie et les capsules surrénales, organes où fourmille surtout le tréponème dans la syphilis héréditaire; aucune trace de parasite. En présence d'une hémolyse complète et en l'absence totale de tréponème, nous inclinerions à penser qu'à la suite de l'infection syphilitique du cordon, des hémolysines ont pénétré dans l'organisme de l'enfant et provoqué sa mort. Cette mort du fœtus est-elle attribuable à l'action d'un ultravirus syphilitique? Les formes invisibles du tréponème, peut-être aussi ces granules très fins que l'on constate dans les lésions syphilitiques, présentent une analogie avec l'ultravirus tuberculeux.

Nous savons que l'agent de la syphilis présente d'autres formes que la forme spiralée. Les constatations que nous venons d'exposer dans ce travail nous conduisent à penser que l'existence de formes anormales du tréponème permet d'affirmer, ou du moins de soupçonner fortement cette infection syphilitique.

Voici le troisième cas de syphilis héréditaire où seul le cordon ombilical contient des tréponèmes. Une mère, saine en apparence, n'ayant ressenti aucun trouble pendant sa grossesse et ne présentant pas de manifestations syphilitiques, donne naissance à un enfant bien conformé, indemne de lésions cutanées et muqueuses et qui meurt peu de temps après l'accouchement. L'examen des viscères ne révèle ni tréponèmes, ni autre microorganisme; pas de lésions appréciables. Seul, le cordon est atteint d'une vive inflammation *uniquement* localisée au niveau de la veine ombilicale où fourmillent les tréponèmes.

CHIMIE PATHOLOGIQUE. — *Variations de la composition minérale du tissu osseux chez le rat normal, rachitique, et guéri du rachitisme expérimental.* Note de M. **J. Alquier**, Mlle **L. Asselin**, Mme **M. Kogane** et Mlle **G. Silvestre de Sacy**, présentée par M. E. Leclainche.

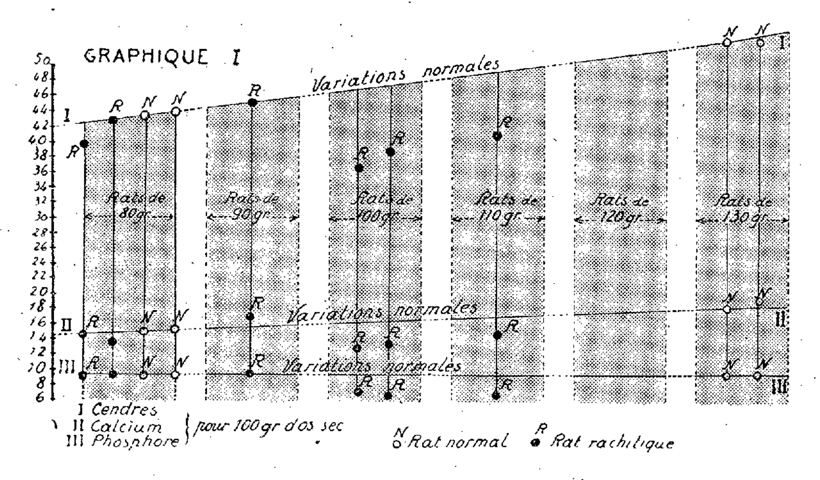
Nos observations ont porté sur une centaine de rats blancs ou pie, dont 85, maintenus à l'abri de la lumière directe et au régime artificiel Randoin-Lecoq (*C. R. de la Soc. de Biologie*, 97, p. 1277) sont devenus rachitiques.

Cette alimentation rachitigène apporte tous les principes alimentaires nécessaires, sauf la vitamine antirachitique et le phosphore, peut-être insuffisant quantitativement; elle présente en outre un déséquilibre accentué du rapport Ca : P variant de 2,3 à 3,7. Ce régime a été rendu curatif du rachitisme expérimental, soit par irradiation à la lampe en

quartz à vapeur de mercure, soit par addition de lait sec, irradié ou non, ou d'huile de foie de morue active, ou d'ergostérol irradié. Les irradiations ont été faites selon des techniques raisonnées (Mlle Van Stolk, MM. E. Dureuil et Heudebert, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 854).

Les animaux étaient pesés, puis soumis régulièrement et fréquemment à l'examen clinique et radiologique. La plupart ont été sacrifiés aux fins d'examen histologique et de l'analyse chimique des os. Les dosages ont porté sur le mélange des fémurs, tibias, humérus, radius, cubitus, clavicules, omoplates, os iliaques, préalablement débarrassés des tissus adhérents. Les taux de cendres, de phosphore et de calcium, déterminés selon les techniques les plus précises, sans recourir aux microdosages, sont rapportés à 100 d'os secs non dégraissés.

Les graphiques I et II résument les résultats analytiques obtenus et rappellent leur concordance.

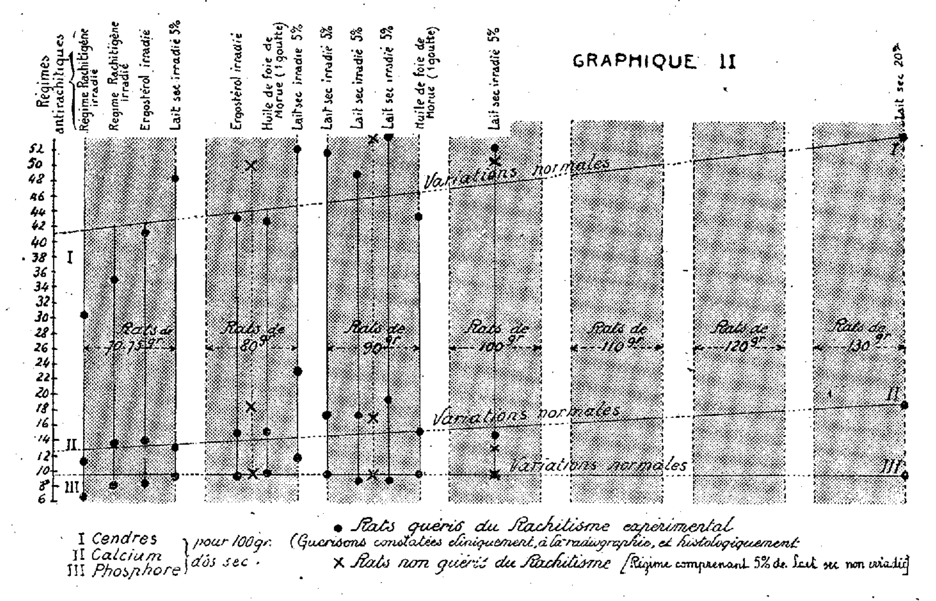


Chez le *rat normal* (graphique I), alors que la teneur des os en phosphore reste constante, les proportions de cendres et de calcium augmentent avec le poids vif et par conséquent l'âge de l'animal. Les graphiques groupent donc les résultats obtenus par catégories d'animaux de même poids (zones teintées). Les variations des taux de cendres, de calcium et de phosphore des os du rat normal figurent sur les deux graphiques; elles ont été obtenues en réunissant les résultats se rapportant, d'une part, à la catégorie des rats du poids le plus faible (70-80g) et, d'autre part, à celle des rats du poids le plus élevé (130g).

Chez le *rat reconnu rachitique*, après examen clinique, radiologique et histologique (graphique I), si la croissance n'a pas été active, comme chez les animaux dont le poids ne dépassait pas 90g en fin d'expérience, les tissus osseux conservent à peu près leurs taux normaux de cendres, de calcium et de phosphore; mais, chez les rats rachitiques ayant atteint des poids de 100-110g, la déminéralisation (P — Ca) est très accentuée.

Chez le *rat reconnu guéri du rachitisme*, après examen clinique, radiologique et histologique (graphique II), le retour à la composition minérale normale des os, déminéralisés par le rachitisme, n'est pas la règle.

La guérison par l'ergostérol irradié ou l'huile de foie de morue, à la dose minimum active de 1 goutte, coïncide avec une reminéralisation très nette des os rachitiques. Le taux de calcium dépasse même alors la moyenne normale. Chez les rats guéris par le régime rachitigène irradié et dont la croissance s'est montrée particulièrement lente (rats de 70-75^{g}), les taux de cendres et de phosphore restent toujours faibles; la teneur en calcium seule redevient normale.



L'adjonction au régime rachitigène de 5 pour 100 de lait sec irradié provoque une reminéralisation plus accentuée que l'huile de foie de morue et l'ergostérol irradié, à tel point que, après guérison, la teneur des os en cendres et en calcium dépasse de beaucoup la normale. Cette action du lait sec, à doses faibles, se manifeste même chez les animaux non guéris du rachitisme, comme le montre le graphique II.

Il en résulterait que la guérison du rachitisme, contrôlée cliniquement et radiologiquement, ne coïnciderait pas avec un retour à la minéralisation normale des os. Le lait sec irradié, dans la proportion de 5 pour 100 d'un régime rachitigène, est un agent actif de reminéralisation. Le lait sec non irradié, dans la proportion de 20 pour 100, guérit en outre le rachitisme.

La séance est levée à 15^{h}40^{m}.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 10 FÉVRIER 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Émile Picard**, faisant hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *Un coup d'œil sur l'histoire des sciences et des théories physiques*, s'exprime comme il suit :

Je dépose sur le bureau la lecture que j'ai faite à l'Académie dans sa dernière séance publique annuelle, éditée de nouveau avec ses soins habituels par la Librairie Gauthier-Villars.

En ces cent pages, j'ai cherché à tracer une esquisse du développement des sciences physico-mathématiques depuis l'Antiquité jusqu'à nos jours.

J'ai insisté quelque peu sur le rôle des théories physiques. On entend dire parfois qu'il y a aujourd'hui dans la science une crise de la réalité. En fait, de telles crises ont été fréquentes depuis les temps lointains où les sages d'Ionie trouvaient en se jouant les principes des choses. L'histoire des sciences montre la nécessité de compléter et de transformer sans cesse les théories physiques. Suivant le mot de Voltaire, celles-ci sont comme les souris; elles passent par neuf trous, mais sont arrêtées par le dixième. Il arrive toujours un moment où un fait nouveau oblige à quelque modification dans nos vues théoriques.

Il faut préciser aussi ce qu'on doit entendre par réalité scientifique. Quand serons-nous portés à attribuer une telle réalité à certains éléments qui se présentent dans les théories ? Ce sera quand, comme conséquences de celles-ci, des expériences variées auront amené à faire correspondre des nombres déterminés à ces éléments. Tel fut jadis l'éther de Huygens et de Fresnel; tels sont aujourd'hui l'*électron*, ou atome d'électricité négative, le *proton* ou atome d'électricité positive, et le quantum de lumière ou *photon*. C'est au

fond la doctrine pythagoricienne, débarrassée d'ailleurs de tout sens mystique, proclamant que toute chose accessible à notre connaissance possède un nombre, et que sans celui-ci nous ne pouvons rien comprendre ni connaître.

On voit généralement aujourd'hui dans une théorie physique un moule, analytique ou géométrique, utile et fécond pour une représentation provisoire des phénomènes, et l'accord d'une théorie avec l'expérience ne nous paraît plus démontrer qu'elle exprime la réalité profonde des choses. Est-il toujours vrai de dire qu'une théorie garde quelque chose de celle qu'elle remplace? Au point de vue cosmologique, l'affirmation peut être inexacte; c'est plutôt une forme mathématique, qui reste souvent utilisable. Aussi dans les théories les plus modernes de la physique, le monde nous apparaît-il parfois comme un vaste réseau de symboles mathématiques.

Quoi qu'il en soit de questions côtoyant l'ordre ontologique, aucun découragement ne doit résulter du fait que l'histoire des sciences nous montre tant de systèmes abandonnés. Il faut tout au contraire s'émerveiller de ce que, avec des représentations lointaines et décolorées des choses, l'esprit humain ait pu débrouiller le chaos de tant de phénomènes, en dégageant de la connaissance scientifique des idées de beauté et d'utilité, qui représentent les deux points de vue sous lesquels nous apparaît la science, idées que Descartes, non moins soucieux de pratique que de théorie, ne séparait pas, quand il souhaitait pour la science « de nous rendre comme maîtres et possesseurs de la nature ». Nous revenons ainsi au propos de Montaigne, par lequel je commençais cette lecture : « C'est un grand ornement que la science, et un outil de merveilleux service. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la limitation des dérivées des polynomes.* Note [1] de M. **Serge Bernstein.**

1. *Soit* $P_n(z) = a_0 z^n + \ldots + a_n$ *un polynome quelconque, et soit*

$$H_l(z) = b_0 z^l + \ldots + b_l,$$

un polynome de degré $l \leqq n$, *n'ayant pas de racines à l'extérieur de la circonférence* C *de rayon* 1; *si l'on a sur* C

$$(1) \qquad |P_n(z)| \leqq |H_l(z)|,$$

(1) Séance du 20 janvier 1930.

on a également, quel que soit k,

(2) $$|P_n^{(k)}(z)| \leqq |[z^{n-l} H_l(z)]^{(k)}|$$

En effet, il suffira de considérer le cas où $n = l$, $k = 1$. Or, en posant $z = z_0 \frac{i-x}{i+x}$, où z_0 est un point de la circonférence C, on aura

(3) $$P_n(z) = \frac{A(x)}{(1+x^2)^n}, \qquad H_n(z) = \frac{B(x)}{(1+x^2)^n},$$

où le polynome $B(x)$ a toutes ses racines dans le demi-plan supérieur, et l'inégalité (1) devient

$$|A(x)| \leqq |B(x)|,$$

pour toutes les valeurs réelles de x. Donc, en vertu d'une proposition connue, on aura aussi

$$|A'(x)| \leqq |B'(x)|$$

sur tout l'axe réel. Par conséquent, en utilisant les égalités (3) on obtient, après quelques réductions immédiates,

$$|z P'_n(z) - inx P_n(z)| \leqq |z H'_n(z) - inx H_n(z)|;$$

d'où il vient, en posant $x = 0$,

$$|P'_n(z_0)| \leqq |H'_n(z_0)|.$$

2. En appliquant l'inégalité (2) aux suites trigonométriques, on a la proposition suivante : *Si une suite trigonométrique* $S_n(\theta)$ *d'ordre* $n \geqq l$ *satisfait à l'inégalité*

(4) $$|S_n(\theta)| \leqq |H_l(e^{i\theta})|,$$

pour toute valeur réelle de θ, *on a aussi*

(5) $$|S'_n(\theta)| \leqq |(n-l) H_l(e^{i\theta}) + e^{i\theta} H'_l(e^{i\theta})|.$$

et en général,

(6) $$|S_n^{(k)}(\theta)| \leqq |[e^{i(n-l)\theta} H_l(e^{i\theta})]^{(k)}|.$$

De (4) nous pouvons tirer l'inégalité correspondante pour les polynomes sur le segment $(-1, +1)$; *si l'on a sur ce segment*

(7) $$|P_n(x)| \leqq \sqrt{M^2(x) + (1-x^2) N^2(x)},$$

où $M(x)$ *et* $N(x)$ *sont deux polynomes réels de degrés* l *et* $l-1$, *respecti-*

vement, tels que $M(x) > 0$ *et* $N(x) > 0$ *pour* $x > 1$, *et ayant toutes leurs racines sur* $(-1, +1)$ *mutuellement séparées, on a sur le même segment l'inégalité*

$$(8)\quad |P'_n(x)\sqrt{1-x^2}| \leqq \sqrt{[(n-l)M(x) + xN(x) + (x^2-1)N'(x)]^2 + (1-x^2)[(n-l)N(x) + M'(x)]^2}$$

(qui se réduit pour $l = 0$ à une inégalité connue).

Il en résulte que, $t(x) > 0$ *étant une fonction continue quelconque, l'inégalité*

$$(9)\quad |P_n(x)| \leqq t(x)$$

sur $(-1, +1)$ *entraîne*

$$(10)\quad |P'_n(x)\sqrt{1-x^2}| \leqq n\,t(x)(1+\varepsilon_n),$$

où ε_n *tend uniformément vers zéro avec* $\frac{1}{n}$ *sur le segment* $(-1, +1)$.

D'ailleurs il est possible de montrer que l'inégalité (9) entraîne même que

$$(11)\quad |nP_n(x) + iP'_n(x)\sqrt{1-x^2}| \leqq n\,t(x)(1+\varepsilon_n);$$

en particulier, lorsque $t(x)$ est constant, on a identiquement $\varepsilon_n = 0$.

3. La détermination du module maximum des dérivées successives aux extrémités ± 1, si l'inégalité (7) est remplie sur tout le segment $(1, +1)$, est une conséquence facile des développements de ma dernière Note. On obtient, en effet,

$$(12)\quad |P'_n(1)| \leqq (n-l)^2 M(1) + M'(1) + 2(n-l)N(1),$$

et, en général, quel que soit k,

$$(13)\quad |P_n^{(k)}(1)| \leqq [T_{n-l}(1)M(1)]^{(k)} + \frac{2k}{n-l}\left[[T'_{n-l}(1)N(1)]^{(k-1)} + \frac{k-1}{2}[T'_{n-l}(1)N(1)]^{(k-2)}\right],$$

où $T_n(x) = \cos n \arccos x$.

Donc, *en supposant remplie l'inégalité* (9), *où* $t(x)$ *est une fonction continue positive donnée quelconque, on aura*

$$(14)\quad |P_n^{(k)}(\pm 1)| \leqq \frac{n^2(n^2-1)\ldots[n^2-(k-1)^2]}{1.3\ldots 2k-1}\,t(\pm 1)(1+\varepsilon),$$

où ε *tend vers zéro avec* $\frac{k}{n}$.

Il est aisé de montrer que *la plus grande des deux valeurs du second membre de* (14) *sert aussi asymptotiquement de limite supérieure* M *de* $|P_n^{(k)}(x)$ *pour tout le segment* $(-1, +1)$, *pourvu que* $\frac{k^2}{n}$ *tende vers zéro*. Le fait curieux, à première vue, que la valeur M ne dépend que de $t(\pm 1)$ ne présente rien d'inattendu, si l'on se rend compte que l'ordre (par rapport à n) de croissance maxima des dérivées en des points fixes à l'intérieur du segment est inférieur à celui des extrémités.

ÉLASTICITÉ. — *La propagation des ondes sur les surfaces élastiques à six paramètres.* Note de M. **Louis Roy**.

L'équation fondamentale des ondes de choc, que nous avons dernièrement établie pour les surfaces élastiques à six paramètres (¹), permet de traiter aisément le problème de la propagation des ondes. Supposons déjà la surface affectée de viscosité. L'équation devant être vérifiée quels que soient $\delta(u, v, \ldots, \omega_w)$ le long de la courbe C, image de l'onde dans le plan $\omega O \omega_1$, doit l'être, en particulier, lorsque ces six variations sont nulles le long de C et par suite leurs dérivées tangentielles $\frac{\partial}{\partial l}$; il ne subsiste plus alors dans l'équation que les termes relatifs aux dérivées normales, ce qui exige qu'on ait tout le long de C, en supposant $\mathcal{V} \neq 0$,

$$\mathrm{a}\mathcal{F} + \mathrm{b}\mathcal{F}_1 = 0, \qquad \mathrm{a}\mathcal{G} + \mathrm{b}\mathcal{G}_1 = 0, \qquad \ldots, \qquad \mathrm{a}\mathcal{R} + \mathrm{b}\mathcal{R}_1 = 0.$$

On a ainsi, d'après les égalités (1) de notre précédente Note, un système de six équations linéaires et homogènes en $\delta'(\xi, \eta, \ldots, r)$, dont le déterminant est en général différent de zéro, ce qui exige que ces six variations soient nulles et, par suite, toutes les autres discontinuités. De là ce premier résultat :

Une surface élastique à six paramètres ne peut être le siège d'aucune onde de choc qui se propage.

Supposons maintenant la surface dénuée de viscosité; l'équation fondamentale se réduit à

$$\int \Big| \left(\rho \frac{\mathcal{V}^2}{\mathrm{a}} \delta'\xi + \mathrm{a}\,\delta'\mathcal{R}_u + \mathrm{b}\,\delta'\mathcal{R}_{1u}\right) \delta u + \left[\frac{\mathcal{V}^2}{\mathrm{a}}(\mathrm{A}\,\delta' p - \mathrm{F}\,\delta' q - \mathrm{E}\,\delta' r) + \mathrm{a}\,\delta'\mathcal{C}_u + \mathrm{b}\,\delta'\mathcal{C}_{1u}\right] \delta\omega_u \Big| \, dl = 0,$$

(¹) L. Roy, *L'équation fondamentale des ondes de choc sur les surfaces élastiques* (*Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 240).

et, comme elle doit être vérifiée quels que soient $\delta(u, v, \ldots, \omega_w)$, cela exige qu'on ait tout le long de C :

$$(1)\quad \begin{cases} \rho\dfrac{\mathfrak{V}^2}{a}\delta'\xi + a\delta'\mathcal{R}_u + b\delta'\mathcal{R}_{1u} = 0, \\ \rho\dfrac{\mathfrak{V}^2}{a}\delta'\eta + a\delta'\mathcal{R}_v + b\delta'\mathcal{R}_{1v} = 0, \\ \rho\dfrac{\mathfrak{V}^2}{a}\delta'\zeta + a\delta'\mathcal{R}_w + b\delta'\mathcal{R}_{1w} = 0; \\ \dfrac{\mathfrak{V}^2}{a}(\quad A\delta'p - F\delta'q - E\delta'r) + a\delta'\mathcal{C}_u + b\delta'\mathcal{C}_{1u} = 0, \\ \dfrac{\mathfrak{V}^2}{a}(-F\delta'p + B\delta'q - D\delta'r) + a\delta'\mathcal{C}_v + b\delta'\mathcal{C}_{1v} = 0, \\ \dfrac{\mathfrak{V}^2}{a}(-E\delta'p - D\delta'q + C\delta'r) + a\delta'\mathcal{C}_w + b\delta'\mathcal{C}_{1w} = 0, \end{cases}$$

les composantes $\mathcal{R}_u, \mathcal{R}_v, \ldots, \mathcal{C}_{1w}$ se réduisant maintenant à

$$(2)\qquad \mathcal{R}_u = -f'_{\zeta}, \quad \mathcal{R}_v = -f'_{\eta}, \quad \ldots, \quad \mathcal{C}_{1w} = -f'_{r_1},$$

où f désigne le potentiel thermodynamique interne par unité d'aire comptée sur l'état primitif.

Comme les douze déformations $\xi - \xi_0, \eta - \eta_0, \ldots, r_1 - r_{10}$ sont supposées très petites, il en est de même de leurs variations $\delta'(\xi, \eta, \ldots, r_1)$ à la traversée de l'onde ; de sorte que, si nous supposons la variation correspondante $\delta'T$ de la température absolue également très petite, nous pouvons calculer les variations $\delta'(\mathcal{R}_u, \mathcal{R}_v, \ldots, \mathcal{C}_{1w})$ par une simple différentiation des expressions (2), soit

$$(3)\qquad \delta'\mathcal{R}_u = -(f''_{\xi^2}\delta'\xi + f''_{\xi\eta}\delta'\eta + \ldots + f''_{\xi r_1}\delta'r_1 + f''_{\xi T}\delta'T), \ldots,$$

formules où les dérivées peuvent être indifféremment prises dans l'une ou l'autre région sur le bord de l'onde, puisque les discontinuités sont très petites. Nous avons alors deux cas à distinguer.

I. *La surface est bonne conductrice de la chaleur.* — Dans ces conditions $\delta'T$ est nul, de sorte que si l'on pose pour abréger

$$\Phi_{uv} = a^2 f''_{uv} + ab(f''_{uv_1} + f''_{u_1v}) + b^2 f''_{u_1v_1},$$

les équations (1) deviennent, d'après (3) et les formules (1) de notre précédente Note,

$$(\Phi_{\xi^2} - \rho\mathfrak{V}^2)\delta'\xi + \Phi_{\xi\eta}\delta'\eta + \ldots + \Phi_{\xi r}\delta'r = 0,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\Phi_{r\xi}\delta'\xi + \Phi_{r\eta}\delta'\eta + \ldots + (\Phi_{r^2} - \mathcal{C}\mathfrak{V}^2)\delta'r = 0.$$

Pour que les discontinuités ne soient pas toutes nulles, il faut et il suffit que le déterminant de ces six équations linéaires et homogènes le soit, ce qui donne une équation du sixième degré en $\mathfrak{V}^2$. Cinq de ces équations déterminent ensuite, pour chaque valeur de $\mathfrak{V}$, les diverses discontinuités en fonction d'un même paramètre arbitraire.

II. *La surface est mauvaise conductrice de la chaleur.* — Dans ces conditions et en supposant $\mathfrak{V} \neq 0$, on reconnaît qu'on a

$$\delta' T = \frac{T}{c\mathfrak{E}}(f''_{T\xi}\delta'\xi + f''_{T\eta}\delta'\eta + \ldots + f''_{Tr_1}\delta' r_1),$$

c désignant la capacité calorifique par unité de surface primitive, $\mathfrak{E}$ l'équivalent mécanique de la chaleur; de sorte que si l'on pose pour abréger

$$\Psi_u = a f''_{Tu} + b f''_{Tu_1},$$

les équations (1) deviennent

$$\left(\Phi_{\xi^2} + \frac{T}{c\mathfrak{E}}\Psi_\xi^2 - \rho\mathfrak{V}^2\right)\delta'\xi + \ldots + \left(\Phi_{\xi r} + \frac{T}{c\mathfrak{E}}\Psi_\xi\Psi_r\right)\delta' r = 0,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\left(\Phi_{r\xi} + \frac{T}{c\mathfrak{E}}\Psi_r\Psi_\xi\right)\delta'\xi + \ldots + \left(\Phi_{r^2} + \frac{T}{c\mathfrak{E}}\Psi_r^2 - C\mathfrak{V}^2\right)\delta' r = 0,$$

et le calcul s'achève comme précédemment. On reconnaît ensuite que les conclusions précédentes, en particulier les deux équations aux vitesses de propagation, restent valables pour des ondes d'un ordre quelconque.

Remarquons enfin que tous ces résultats sont analogues à ceux que nous avons antérieurement obtenus pour la ligne élastique [1].

M. J. Costantin fait hommage à l'Académie de deux opuscules qu'il vient de publier : l'un intitulé *Biologie culturale et pathologique de l'*Hevea brasiliensis *en Indochine*, l'autre intitulé *Influence de la culture sur les plantes à mycorhizes* (ce dernier avec la collaboration de M. Magrou, Mlle Jandel et M. Lebard).

---

(1) L. Roy, *La propagation des ondes sur la ligne élastique à six paramètres* (*Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 569); *Sur les équations générales des lignes élastiques et la propagation des ondes* (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 3e série, **18**, 1926, p. 159).

Dans le premier il s'agit d'une des entreprises les mieux réussies de la colonisation française.

Dans le second, d'investigations faites dans les jardins alpins du Petit Saint-Bernard, du Lautaret et de la rocaille alpine du Muséum.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Bureau Veritas. *Conditions techniques pour le matériel non destiné aux Constructions navales*, 1929. III. (Présenté par M. L. Guillet.)

2° Émile Forgue et Antoine Basset. *La Rachianesthésie. Sa valeur et sa place actuelle dans la pratique.* (Présenté par M. P. Bazy.)

GÉOMÉTRIE. — *Configurations.* Note de M. **Bertrand Gambier.**

1. Appelons *configuration* un ensemble de n individus mathématiques dont chacun a la même définition et possède, par rapport à p autres de cet ensemble; une même propriété; cette définition très générale s'applique aussi bien à l'analyse qu'à la géométrie : racines des équations abéliennes par exemple, ou points d'inflexion des cubiques planes, ou points d'intersection de deux courbes algébriques.

Le nombre d'individus peut devenir infini; on peut encore considérer une réunion de deux ou plusieurs configurations telles que chaque individu de l'une soit lié par une propriété déterminée à chaque individu de l'autre : par exemple les génératrices des deux systèmes d'une même quadrique. La recherche des configurations est l'un des problèmes où le dénombrement des inconnues et des équations peut conduire à bien des déceptions et qui nécessite le concours de la théorie des groupes et des invariants.

2. Je vais prendre un exemple particulièrement simple : cherchons n droites dont chacune coupe p autres. Le nombre des intersections est $\frac{np}{2}$ de sorte que np est pair; on a $4n$ inconnues liées par $\frac{pn}{2}$ relations; tenant compte du fait que l'homographie générale respecte la définition de cette

configuration, on pourrait croire nécessaire de se borner au cas

$$n\left(4-\frac{p}{2}\right) \geqq 15;$$

pour n impair, le maximum de p serait donc $p=6$, n devant être au moins égal à 15; pour n pair, le maximum de p serait $p=7$, n devant être au moins égal à 30. Il est aisé de voir que ces limitations sont inexistantes : imaginons en effet que par une méthode quelconque nous ayons obtenu une telle configuration (n, p) de droites; la transformation de Sophus Lie remplace cette configuration par n sphères dont chacune touche p autres, c'est-à-dire coupe p autres suivant deux génératrices isotropes; on trouve donc un total de pn droites isotropes dont chacune rencontre $2p-1$ autres; une transformation homographique ayant pour but de remplacer la conique ombilicale par une conique différente donne donc pn droites (rencontrant une même conique) dont chacune coupe $2p-1$ autres; c'est une configuration de même définition que primitivement, mais n et p ont été respectivement remplacés par pn et $2p-1$, nombres supérieurs, car le cas $p=1$ n'est pas intéressant.

La transformation homographique intermédiaire peut d'ailleurs être remplacée par une transformation dualistique, de façon à avoir pn droites, qui ne sont plus isotropes, mais touchent un même cône de degré 2. On peut maintenant recommencer sur la seconde configuration l'opération en double partie qui a été faite sur la première (avec une transformation homographique ou dualistique différente), et ainsi de suite; h opérations conduisent à $p(2p-1)(4p-3)\ldots(2^{h-1}p-2^{h-1}+1)n$ droites dont chacune coupe $(2^h p-2^h+1)$ droites de la configuration; ces droites rencontrent toutes une même conique ou sont tangentes à un même cône de degré 2; le nombre de paramètres arbitraires augmente aussi à chaque opération. Il reste à indiquer une configuration initiale : on peut prendre $2n$ génératrices d'une quadrique (n dans chaque système); on peut prendre 4 boulets sphériques égaux, disposés de façon que chacun touche les trois autres; ici on peut poursuivre l'opération dans le sens indiqué; mais on ne peut revenir en arrière, c'est-à-dire remplacer les quatre sphères par quatre droites dont chacune coupe les trois autres; cela tient à ce que, en réalité, la transformation de Sophus Lie fait correspondre à une droite une sphère *orientée*, mais remplace une sphère non orientée par *deux* droites; on peut prendre les 27 droites d'une surface cubique non réglée : chacune rencontre 10 autres.

Ce dernier exemple prouve même qu'au fond le problème posé revient à déterminer parmi les surfaces non réglées, algébriques, de degré donné arbitraire, celles qui possèdent des droites concourantes. Il semble assez difficile de décider, en suivant strictement la méthode précédente, le nombre de droites (ou sphères) réelles. Au lieu de prendre la transformation précise de Sophus Lie, définie par exemple par les équations

$$x - iy + x'z - z' = 0, \qquad x'(x + iy) - z - y' = 0,$$

de sorte qu'à une droite de l'espace (x', y', z') correspond une sphère de l'espace (x, y, z), nous pouvons employer la transformation de contact définie par le couple d'équations

$$x - y + x'z - z' = 0, \qquad x'(x + y) - z - y = 0,$$

de sorte qu'à une droite de l'espace (x', y', z') correspond cette fois un hyperboloïde de révolution à une nappe de l'espace (x, y, z), les génératrices faisant avec Oy l'angle $\frac{\pi}{4}$; dans ce cas des droites réelles sécantes fournissent des hyperboloïdes réels se coupant suivant deux droites réelles de sorte que l'opération en partie double expliquée plus haut donne constamment soit des droites réelles, soit des quadriques réelles pour toute configuration réelle initiale; en particulier on sait qu'il existe des surfaces cubiques possédant 27 droites réelles et distinctes.

3. On rapprochera avec intérêt ces propriétés d'une belle proposition due à M. Tzitzéica [1] : *Considérons une droite* ω, *puis cinq droites* A_i $(i = 1, 2, 3, 4, 5)$ *coupant* ω; *on suppose que la seconde sécante commune à* A_1, A_2, A_3, A_4 *ne rencontre pas* A_5; *nous appelons* A'_i *la seconde sécante commune aux* A_j $(j \neq i)$: *les cinq droites* A'_i *rencontrent une même droite* ω'. Il résulte d'un échange de vues entre M. Tzitzéica et M. Montel que la démonstration est immédiate en remarquant que la condition nécessaire et suffisante pour que cinq droites soient sur une même surface cubique est ou que deux se rencontrent ou qu'elles aient une même sécante commune. On voit immédiatement que les douze droites mises en jeu sont sur une même surface cubique.

---

(1) *Bulletin de Mathématiques et Physique de l'École Polytechnique de Bucarest*, I, 1929, p. 17-21.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les représentations des cercles.*
Note (¹) de M. **Paul Delens**, présentée par M. Hadamard.

1. Je me propose de montrer ici que les principes de représentation des imaginaires de Laguerre (²) et Darboux permettent la synthèse et l'extension des procédés récents d'étude des cercles de l'espace (³); je m'en tiendrai aux cercles réels.

L'opération $\mathcal{L}$ *associe* à un cercle ses deux foyers, à un cycle l'un des foyers ou une succession des foyers (sans insister davantage sur les règles connues d'orientation); $\mathcal{L}_\varpi$ est l'opération plane qui à deux points (ou un segment) d'un plan ϖ fait correspondre les points *associés*, $\mathcal{L}_\sigma$ l'opération analogue sur une sphère σ.

I. *Par projection orthogonale $\mathcal{T}$ sur un plan ϖ d'un cercle et de ses foyers, on obtient une ellipse et ses foyers imaginaires* (Laguerre).

II. *Par projection géodésique $\mathcal{S}$ sur une sphère σ d'un cercle et de ses foyers, on obtient une conique sphérique et deux paires (diamétralement opposées) de ses foyers imaginaires.*

Les foyers imaginaires en jeu sont associés des foyers réels; les opérations $\mathcal{L}^{-1}$, $\mathcal{L}_\varpi^{-1}$, $\mathcal{L}_\sigma^{-1}$ ramènent aux cercles ou aux foyers réels. Nous appellerons *fausses projections* les opérations $\mathcal{T}' = \mathcal{L}\mathcal{T}\mathcal{L}^{-1}$, $\mathcal{T}'_\varpi = \mathcal{L}\mathcal{T}\mathcal{L}_\varpi^{-1}$, $\mathcal{S}'$, $\mathcal{S}'_\sigma$.

Les énoncés précédents sont encore relatifs à deux focales imaginaires du cylindre ou du cône projetant : les focales réelles associées, *fausses projetantes*, sont, au sens de M. Robert, deux droites focales du cercle projeté; leur construction directe permet de rester dans le domaine réel, d'où l'intérêt des méthodes de cet auteur.

2. Appliquons le principe I à la représentation plane d'une congruence paratactique (P). Soient $\Delta(y = ix,\ z = i\mathrm{R})$ et $\bar{\Delta}$ les bases, C un cercle de (P). La projection $\mathcal{T}$ la plus simple s'effectue sur le plan médian

---

(¹) Séance du 3 février 1930.

(²) *Œuvres*, 2; en particulier p. 167-177, une première étude de la congruence paratactique.

(³) A. Bloch, *Comptes rendus*, 177, 1923, p. 731 et 858; *Journ. de Math.*, 9ᵉ série, 3, 1924, p. 51. — J. Hadamard, *Nouv. Ann.*, 6ᵉ série, 2, p. 257, 289 et 314; *L'Enseignement scientifique*, 1, x, 1928, p. 296. — P. Robert, *L'Ens. scient.*, 1, iv, 1928, p. 108; 2 xviii, 1929, p. 230. — P. Delens, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 126 et 292. — B. Gambier, *L'Ens. scient.*, 3, xxii, 1929, p. 33.

$\varpi(z=0)$, les foyers $M(\alpha, \beta, \gamma)$ sur Δ, $\overline{M}$ sur $\overline{\Delta}$, se projetant en μ et $\overline{\mu}$, sur $\delta(y=ix,\ z=0)$ et $\overline{\delta}$, droites isotropes de ϖ, sécantes en O.

$\mathcal{L}_{\varpi}^{-1}$ associe à μ et $\overline{\mu}$ le segment OL, on encore le point L, d'affixe $\zeta=\alpha-i\beta=2\alpha$; O et L sont les foyers réels de l'ellipse E, projection de C; C étant orthogonal à la sphère principale $\Sigma(x^2+y^2+z^2+R^2=0)$, le cercle principal C_0 de E coupe aux extrémités d'un diamètre le cercle $\mathcal{C}=\mathcal{C}_0$ $(x^2+y^2=R^2,\ z=0)$ de (P), situé dans ϖ : l'ellipse E a un petit axe de longueur constante $2R$.

Le réseau plan des ellipses E est une image de (P), comme aussi le réseau des cercles C_0. On peut compléter l'épure de (P) par une seconde projection sur un plan orthogonal à ϖ : à C correspond une ellipse dont le centre est sur la trace de ϖ, et dont les foyers réels se projettent sur cette trace aux extrémités d'un segment de longueur constante $2R$.

3. Soient C, C' deux cercles axiaux de (P); chacun d'eux portant les foyers de l'autre, il en est de même pour les ellipses E, E' et leurs foyers imaginaires. Chacun des segments OL, OL' représentant deux points imaginaires conjugués de E' ou E, les points O, L, L' sont alignés et $\overline{OL}.\overline{OL'}=-4R^2$.

Les points employés par MM. Hadamard et Bloch pour la représentation de (P) sur ϖ sont H, milieu de OL (centre de C, E, C_0), et B, inverse de H par rapport à Σ; H et B s'échangent avec C et C'. Les représentations par les points L, H, B sont équivalentes.

La représentation spatiale de μ et $\overline{\mu}$ est le cercle $\Gamma = C\mathcal{L}'$, de diamètre OL, orthogonal à ϖ; la fausse projection de (P) est la congruence (II) des cercles Γ tangents en O à la droite D, axe de $\mathcal{C}$.

4. Une chaîne de points imaginaires d'une droite est l'ensemble des points tels que quatre d'entre eux aient un birapport réel [1]; la projection $\mathcal{L}$ conserve chaînes et birapports. A une cyclide de Dupin de (P) correspond une chaîne de $\Delta(\overline{\Delta})$, puis une de $\delta(\overline{\delta})$; la représentation de celle-ci sur le plan de Gauss est *tracée* par L sur ϖ, suivant un cercle, avec conservation du birapport. L'angle de parataxie de deux cercles de (P) est défini par le birapport de leurs foyers et pieds sur Σ (foyers des cercles axiaux) : d'où les propriétés de la représentation plane et de la représentation sphérique qui s'en déduit, par projection stéréographique sur σ, de grand cercle $\mathcal{C}$.

---

[1] Notion due à VON STAUDT; cf. *Encycl. des Sc. math.*, III, 8, p, 105, et J.-L. COOLIDGE, *A Treatise on the circle and the sphere*, p. 535-545. Oxford, 1916.

5. Le principe II donne sur σ une autre représentation sphérique, *dédoublée*, valable dans les mêmes conditions pour tous les cercles C orthogonaux à Σ : c'est la représentation de M. Gambier [1]. Dans la projection $\mathfrak{S}$ sur σ, Σ est représentée par homothétie (rapport $\pm i$), d'où encore ici la conservation des chaînes et birapports.

Nos méthodes s'appliquent à des cercles C quelconques avec deux projections $\mathfrak{T}$ ou $\mathfrak{S}$, d'où deux images *dépendantes*. Plus généralement, on aura des correspondances entre cercles par homographies ou transformations ponctuelles *généralisées* $\mathcal{L}\mathcal{H}\mathcal{L}^{-1}$, $\mathcal{L}\mathcal{T}\mathcal{L}^{-1}$ ($\mathcal{H}$ homographie, $\mathcal{T}$ transformation ponctuelle), les premières seules conservant toujours birapports et chaînes à une ou plusieurs dimensions. Ceci répond à deux suggestions de M. Coolidge : développement de la représentation de Laguerre; transformations des cercles qui ne soient pas des opérations sphériques.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème de M. J. Hadamard d'uniformisation des ensembles*. Note de M. **N. Lusin**, présentée par M. Hadamard.

1. Considérons un plan XOY et, dans ce plan, un ensemble de points E. Nous dirons que l'ensemble E est *uniforme relativement à l'axe* OX si toute parallèle à l'axe OY coupe E en un point au plus.

En général un ensemble de points E n'est pas uniforme, et ceci nous amène à proposer la définition suivante : *Nous dirons qu'un ensemble de points* E *est uniformisable lorsqu'on sait obtenir une partie uniforme* E_1 *de* E *ayant la même projection sur l'axe* OX. Cet ensemble E_1 est dit *uniformisant* et trouver un tel ensemble E_1 c'est *uniformiser* l'ensemble donné E.

Ce problème d'uniformisation paraît présenter de grandes difficultés. Or, comme le note M. J. Hadamard, l'application du raisonnement de M. Zermelo nous donne la preuve immédiate de l'existence des ensembles uniformisants : il suffit de choisir *ad libitum* un point de E sur chaque droite $x = x_0$ qui coupe effectivement l'ensemble E; ce choix pouvant être fait pour chacune des droites $x = x_0$ peut être fait pour *toutes* ces droites.

On peut se demander si cette preuve n'est pas purement idéale, c'est-à-

---

[1] J'ignorais, lors d'une première rédaction récente de cette Note, l'article de M. Gambier. De son côté, M. Robert était parvenu à cette représentation au moyen de méthodes d'une grande généralité qui l'ont conduit à des résultats très importants.

dire *s'il existe réellement* des ensembles uniformisants pour tout ensemble E donné. On arrive alors naturellement à poser le problème de M. J. Hadamard : *Est-il ou non possible de définir un ensemble de points* E *tel qu'on ne puisse nommer aucun ensemble uniformisant* E_1, *c'est-à-dire le distinguer sans ambiguïté de tous les autres ensembles uniformisants?*

2. Historiquement ce problème a été indiqué par M. J. Hadamard pendant le grand débat sur le raisonnement de M. Zermelo qui a eu lieu en 1904 entre MM. Hadamard, Borel, Lebesgue et Baire, et qui a été publié dans les *Cinq lettres sur la théorie des ensembles*. Citons textuellement un passage de la première lettre de M. J. Hadamard à M. E. Borel (*Bulletin de la Société mathématique de France*, décembre 1904) :

... C'est d'ailleurs une pure question de sentiment; car la notion de correspondance « qui peut être décrite » est ... « en dehors des Mathématiques »; elle relève du domaine de la psychologie et est relative à une propriété de notre esprit; c'est une question de cette nature que celle de savoir si la correspondance employée par M. Zermelo pourra jamais être indiquée *en fait*.

Quant à l'existence de cette correspondance, elle me paraît aussi adéquate à la possibilité de prendre *un* élément dans un ensemble quelconque donné, que la proposition suivante :

A. *Un nombre x étant donné, il existe des nombres y qui ne sont liés à x par aucune équation algébrique à coefficients entiers*,

l'est à celle-ci :

B. *Il existe des fonctions y de x telles que, pour aucune valeur de x, y n'ait ni valeur algébrique, ni une valeur liée à x par une équation algébrique à coefficients entiers.*

On pourrait d'ailleurs, sans doute, former de telles fonctions. Mais ce que je prétends, c'est que cela n'est nullement nécessaire pour affirmer l'exactitude du théorème B; et je crois que beaucoup de mathématiciens ne prendraient pas plus que moi cette peine s'ils avaient à employer le théorème en question.

La forme que M. J. Hadamard a bien voulu donner à son problème peut paraître au premier abord un peu particulière. Mais aucun lecteur ne s'y trompera; il est évident que, en réalité, il s'agit d'un ensemble plan E *quelconque* ayant des points sur chaque parallèle à l'axe OY.

3. Il paraît que la famille des ensembles analytiques est la dernière où l'uniformisation est possible; les ensembles projectifs ne l'admettent plus. Voici les résultats précis à cet égard.

Théorème I. — *Tout ensemble analytique peut être uniformisé au moyen d'une différence de deux ensembles analytiques.*

Théorème II. — *Il existe un ensemble analytique* E *ayant l'axe* OX *pour*

projection et qui ne peut pas être uniformisé au moyen d'un complémentaire analytique.

Théorème III. — *Tout ensemble mesurable* B *peut être uniformisé au moyen d'un complémentaire analytique* (¹).

Théorème IV. — *Si l'ensemble* E, *analytique ou mesurable* B, *est coupé par chaque parallèle à* OY *en une infinité dénombrable de points au plus, alors* E *est la réunion d'une infinité dénombrable d'ensembles uniformes.*

Dans ce dernier cas, l'uniformisation nous donne, par suite, les renseignements complets sur la structure de l'ensemble considéré E.

4. Il ne reste qu'à considérer l'uniformisation des complémentaires analytiques plans E. Or ici l'uniformisation est impossible, même si l'ensemble E est coupé en une infinité dénombrable par chaque droite $x = x_0$.

La notion d'un complémentaire analytique est *purement négative*, donc *idéale*. Choisir un élément dans un complémentaire analytique c'est choisir un élément dans un ensemble *stationnaire* et, en même temps, *le plus général*. L'uniformisation d'un complémentaire analytique plan est visiblement identique au choix d'un point distingué fait dans *toute* partie du continu. Or, même les idéalistes les plus hardis ne semblent plus admettre le continu bien ordonné *en fait*.

Voici maintenant la solution *positive* du problème de M. J. Hadamard. Considérons la série infinie

$$\text{(S)} \qquad \varphi_1(x).P_1(t) + \varphi_3(x).P(t) + \ldots + \varphi_n(x).P_n(t) + \ldots,$$

où la suite $P_1, P_2, \ldots$ est composée de tous les polynomes en t à coefficients rationnels et $\varphi_1, \varphi_2, \ldots$ est une courbe péanienne continue remplissant tout l'espace à une infinité dénombrable de dimensions. Nous marquons sur chaque droite $x = x_0$ tous les points dont les ordonnées y *ne* sont *pas* des valeurs de la somme de la série (S) où l'on pose $x = x_0$. L'ensemble plan E ainsi obtenu ne peut pas être uniformisé; d'ailleurs, on démontre aisément que E est un complémentaire analytique.

Pour les *idéalistes* il y a des sous-ensembles uniformisants E_1 idéaux, indéfinissables pour nous et néanmoins existants *en soi*. Pour les *réalistes* un exemple d'un ensemble plan E sans sous-ensembles uniformisants E_1 n'est pas plus étonnant qu'une fonction continue sans dérivée.

(¹) Ce résultat a été obtenu simultanément par M. W. Sierpinski et par l'auteur.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les δs-fonctions de M. Hausdorff.* Note de MM. **L. Kantorovitch** et **E. Livenson**, présentée par M. Hadamard.

Soient $E_1, E_2, \ldots, E_n, \ldots$ des ensembles de points (dans l'espace R_m), appartenant à une classe $\mathcal{F}$ d'ensembles. Nous appelons, avec M. F. Hausdorff [1], δs-fonction de ces ensembles-arguments l'ensemble

$$E = \Phi(E_1, E_2, \ldots) = \sum_{\nu \in \mathfrak{N}} E_{n_1} E_{n_2} E_{n_3} \ldots, \tag{1}$$

où la sommation s'étend à toutes les suites $\nu = (n_1, n_2, n_3, \ldots)$ de nombres naturels qui appartiennent à un ensemble donné $\mathfrak{N}$ de telles suites. Au lieu de $\mathfrak{N}$, il nous sera plus commode d'indiquer l'ensemble N [2] de nombres irrationnels

$$x = \cfrac{1}{n_1 + \cfrac{1}{n_2 + \ldots}};$$

nous l'appellerons *base* de la δs-fonction, en désignant celle-ci par $\Phi_N(E_1, E_2, \ldots)$. Les ensembles (dans R_m) qu'on peut construire moyennant la fonction Φ_N, à partir des ensembles $E_1, E_2, \ldots$ de la classe $\mathcal{F}$, forment une Φ_N-classe sur $\mathcal{F}$. Le but de cette Note est d'indiquer la liaison entre quelques Φ_N-classes importantes et leurs bases N. Nous allons caractériser ces ensembles N de manière à faciliter les applications aux ensembles projectifs de M. Lusin.

Il est à remarquer que les résultats suivants s'étendent facilement à quelques autres espaces métriques, particulièrement à l'espace E_ω.

1° Si les ensembles $F_1, F_2, \ldots$ (en nombre fini ou en infinité dénombrable) varient respectivement dans une Φ_{N_1}-classe, Φ_{N_2}-classe, ... sur $\mathcal{F}$, leurs sommes $E_1 + E_2 + \ldots$ forment aussi une Φ_N-classe sur $\mathcal{F}$, dont la base N est la somme des ensembles holomorphes à N_i et placés dans les ensembles ouverts disjoints.

2° Il en sera de même pour la classe d'ensembles-produits $F_1 F_2 F_3 \ldots$, la base N cette fois étant homéomorphe à un ensemble dans l'espace E_ω, tel que les coordonnées de ses points varient indépendamment dans les ensembles $N_1, N_2, \ldots$.

---

(1) F. Hausdorff, *Mengenlehre*, 2e Auflage, 1927, p. 89.

(2) Cette idée féconde est due à M. D. Faddeeff.

3° Les compléments aux ensembles d'une Φ_N-classe sur $\mathcal{F}$ forment une $\Phi_{\bar{N}}$-classe sur $C\mathcal{F}$ (la classe $C\mathcal{F}$ est composée de complémentaires aux ensembles de $\mathcal{F}$), dont la base $\bar{N}$ est complémentaire à un ensemble se déduisant par la même Φ_N-opération de certains ensembles F_σ bien déterminés.

4° Désignons par $\mathcal{F}_m$ la classe des ensembles fermés et bornés dans R_m ($m > 1$). Si une Φ_N-classe sur $\mathcal{F}_m$ est telle qu'elle ne s'altère pas lorsqu'on remplace ses ensembles par leurs produits par un ensemble G_δ fixe, les projections sur R_n ($n < m$) des ensembles de cette Φ_N-classe forment également une $\Phi_{N'}$-classe sur $\mathcal{F}_n$. La base N' de celle-ci se déduit aussi par la Φ_N-opération de certains ensembles $F_{\sigma\delta}$.

5° Soit $T = \Phi_{N_0}(E_1, E_2, \ldots)$, E_i appartenant à une Φ_{N_i}-classe sur $\mathcal{F}$ ($i = 1, 2, \ldots$); ces ensembles T forment également une $\Phi_{N'}$-classe sur $\mathcal{F}$.

Pour caractériser sa base N', désignons généralement par N^* un ensemble plan de points (x, y) tels, que $y \varepsilon N$, x étant quelconque, et introduisons un ensemble plan S fixe du type G_δ. Alors N' s'obtiendra à partir des ensembles S, N_0^*, N_1^*, N_2^*, ... par des opérations des types suivants : homéomorphie, addition, multiplication.

6° La δs-fonction (*) peut être définie par l'opération projective suivante : Posons

$$\delta_{n_1, n_2, \ldots, n_k} = \left(\cfrac{1}{n_1 + \cfrac{1}{n_2 + \ddots + \cfrac{1}{n_k}}}, \; \cfrac{1}{n_1 + \cfrac{1}{n_2 + \ddots + \cfrac{1}{n_k + 1}}} \right),$$

$$H_{n_1, n_2, \ldots, n_k} = \mathcal{E}_{x,y}(x \varepsilon E_{n_k}, y \varepsilon \delta_{n_1, n_2, \ldots, n_k}), \qquad R = \prod_{k=1}^{\infty} \sum_{(n_1, n_2, \ldots, n_k)} H_{n_1, n_2, \ldots, n_k}.$$

Alors l'ensemble $E[\varphi(*)]$ sera la projection, sur l'axe de x, de l'ensemble plan RN^*.

7° Soit $G = F(E_1, E_2, \ldots)$ un ensemble fonction des ensembles E_1, E_2, ... (variables dans une classe $\mathcal{F}$), définie de manière que le point appartient à G ou non, suivant celui de ces ensembles E_1, E_2, ..., où il est contenu. Alors cette fonction sera forcément une δs-fonction des ensembles E_1, E_2, ... et de leurs complémentaires.

Enfin, signalons deux énoncés connus :

8° Pour les ensembles d'une Φ_N-classe sur $\mathcal{F}_m$, il existe toujours un ensemble universel (dans R_{m+1}), c'est-à-dire un ensemble F (de la classe sur $\mathcal{F}_{m+1}$) dont les sections par des hyperplans parallèles à un des plans coordonnés, donnent tous les ensembles de cette classe et ces ensembles

seulement [voir A. Kolmogoroff, *Opérations sur des ensembles* (*Rec. mathématique de Moscou*, 35, 1928, p. 418). — L. Kantorovitch, *Sur les fonctions universelles* (*Journ. de la Soc. Ph.-Math. de Leningrad*, 1929, p. 13)].

9° Les Φ_N-classes sur $\mathcal{F}$ ($\mathcal{F}$ étant la classe des ensembles ouverts dans R_m) sont des invariants topologiques dans R_m [1].

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Les fonctions de deux variables complexes et les domaines cerclés de M. Carathéodory*. Note de M. **Henri Cartan**.

A tout système de deux nombres complexes x et y faisons correspondre un point d'un espace à quatre dimensions réelles. Deux domaines [2] D et D′ de cet espace seront dits en *correspondance analytique* s'il existe un système de deux fonctions analytiques des variables complexes x et y,

$$X = f(x, y), \qquad Y = g(x, y),$$

établissant une correspondance biunivoque entre les deux domaines.

J'appelle *domaine cerclé* un domaine qui contient l'origine ($x = y = 0$) à son intérieur, et qui, s'il contient (x, y), contient aussi $(xe^{i\theta}, ye^{i\theta})$ (θ réel quelconque). Si en outre il contient $(xe^{i\theta}, ye^{i\varphi})$ (θ et φ réels quelconques), je l'appelle *domaine de Reinhardt* [3]. J'appelle *domaine cerclé étoilé* un domaine qui contient l'origine à son intérieur, et qui, s'il contient (x, y), contient aussi (kx, ky) (k complexe, $|k| \leq 1$).

J'appelle domaine *maximum* un domaine D tel qu'il existe une fonction $f(x, y)$, holomorphe dans D, et non prolongeable au delà.

Un domaine cerclé non étoilé, et, d'une façon générale, un domaine quelconque D n'est pas forcément *univalent* (*schlicht*) : on peut concevoir que des points distincts de D coïncident avec un même point de l'espace. On peut même supposer que D admet à son intérieur des continuums de ramification, pourvu que le voisinage de tout point de D puisse être mis en correspondance analytique avec un domaine univalent.

Théorème I. — *Si une fonction $f(x, y)$ est méromorphe dans un domaine*

---

(1) Cela résulte de raisonnements de M. W. Sierpiński (*Comptes rendus*, 171, 1920, p. 24). Nous devons cette remarque à M. I. Natanson.

(2) J'appelle *domaine* un ensemble connexe de points intérieurs, sans m'occuper des points frontières.

(3) Pour ces dénominations, voir Carathéodory, *Ueber die Geometrie der analytischen Abbildungen* (*Math. Seminar der Hamburg. Univ.*, 6, 1928, p. 96-145).

cerclé D (non univalent *a priori*), *elle reprend forcément la même valeur en deux points de* D *qui coïncident avec un même point de l'espace*. On doit donc, au point de vue des transformations analytiques, considérer deux tels points comme identiques, et D comme univalent. Si $f(x, y)$ est holomorphe, le théorème I découle du suivant :

THÉORÈME II. — *Toute fonction* $f(x, y)$, *holomorphe dans un domaine cerclé* D, *est développable en série* $\sum_0^\infty P_n(x, y)$ (P_n polynome homogène de degré n), *uniformément convergente au voisinage de tout point de* D. On en conclut que $f(x, y)$ est holomorphe dans un domaine cerclé *étoilé* [1] contenant D.

THÉORÈME III. — *Le domaine total de convergence* [2] *d'une série* $\Sigma P_n(x, y)$ *est un domaine cerclé étoilé maximum* Δ; *réciproquement, tout domaine cerclé maximum est le domaine total de convergence d'une série* $\Sigma P_n(x, y)$.

La relation bien connue entre les rayons de convergence associés d'une série double de Taylor exprime que le domaine de convergence de cette série (domaine de Reinhardt) est *maximum*; c'est le plus grand domaine de Reinhardt inscrit dans notre domaine Δ.

THÉORÈME IV. — D *étant un domaine cerclé quelconque, tous les domaines cerclés maxima, contenant* D, *contiennent l'un d'entre eux* Δ (*plus petit domaine cerclé maximum* contenant D). Toute fonction holomorphe dans D est aussi holomorphe dans Δ, et *ne prend dans* Δ *que les valeurs qu'elle prend dans* D.

THÉORÈME V. — $d\omega$ *désignant l'élément de volume de l'espace à quatre dimensions, et*

$$f(x, y) = \sum_0^\infty P_n(x, y)$$

étant une fonction holomorphe dans un domaine cerclé borné D, *on a*

$$\iiiint_D |f(x, y)|^2 d\omega = \sum_0^\infty \iiiint_D |P_n(x, y)|^2 d\omega.$$

---

[1] M. Hartogs a établi notre théorème II en supposant *a priori* que D était étoilé (*Math. Ann.*, 62, 1906, p. 1-88 ; voir paragraphe 11).

[2] C'est forcément un domaine de convergence *uniforme* (Hartogs, *loc. cit.*).

THÉORÈME VI. — *Si deux domaines cerclés bornés sont en correspondance analytique*

$$X = f(x, y), \qquad Y = g(x, y), \qquad [f(0, 0) = g(0, 0) = 0],$$

on a nécessairement

$$X = ax + by, \qquad Y = a'x + b'y.$$

THÉORÈME VII. — *Tout domaine borné (univalent ou non), qui admet une infinité de transformations analytiques en lui-même, laissant fixe un point intérieur, peut être mis en correspondance analytique avec un domaine cerclé univalent* (1).

THÉORÈME VIII. — *Si les transformations analytiques d'un domaine borné* D *en lui-même, qui laissent fixe un point intérieur, dépendent de deux paramètres,* D *est représentable sur un domaine de Reinhardt; si elles dépendent de plus de deux paramètres,* D *est représentable sur une hypersphère* (2).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les domaines fondamentaux des fonctions méromorphes.* Note de M. **Miloch Radoïtchitch**, présentée par M. Émile Borel.

Dans la présente Note nous appellerons un domaine ouvert de la surface de Riemann d'une fonction analytique $z = \varphi(\zeta)$, un *feuillet*, s'il satisfait aux trois conditions suivantes : 1° il recouvre tout le plan de ζ sans laisser de domaines complémentaires ; 2° il ne le recouvre dans aucune partie plus d'une seule fois ; 3° chaque partie de sa frontière est commune à certains domaines de la surface, extérieurs au domaine considéré.

A chaque feuillet ainsi défini, de $\varphi(\zeta)$, correspond sur la surface de Riemann de la fonction inverse $\zeta = f(z)$, un domaine ouvert que nous appellerons un *domaine fondamental* de $f(z)$ (3). Dans un domaine fondamental d'une fonction analytique, celle-ci est par conséquent univalente

(1) Il y a peut-être un cas d'exception, qu'il serait trop long d'expliquer ici, et qui peut en tout cas se lever moyennant une condition supplémentaire, peu restrictive. Notons qu'il existe des domaines bornés qui ne satisfont pas aux conditions d'application du théorème VII.

(2) Aucun cas d'exception n'est possible ici.

(3) Le *domaine fondamental* est une expression qu'on trouve chez F. Klein, employée dans un sens un peu différent, pour les fonctions de H. Poincaré.

et elle y prend toute valeur, soit dans l'intérieur, soit sur la frontière comme une valeur limite.

Nous dirons enfin qu'une surface de Riemann est *divisible* en feuillets (ou en domaines fondamentaux), s'il existe sur cette surface une suite de feuillets (resp. de domaines fondamentaux) sans domaines communs, et qui ne laisse subsister sur la surface aucun domaine qui soit extérieur à cette suite.

Ceci étant posé, nous allons signaler quelques conséquences immédiates des deux propositions suivantes :

I. La surface de Riemann de la fonction inverse d'une fonction méromorphe est illimitée ([1]).

II. Toute surface de Riemann illimitée est divisible en feuillets dont les frontières sont continues ([2]).

Si nous considérons la fonction inverse, nous obtenons de la proposition II, immédiatement la suivante :

III. La surface de Riemann d'une fonction analytique dont l'inverse a une surface illimitée, est divisible en domaines fondamentaux, dont les frontières sont continues dans tous les points au moins, où la fonction n'a que des singularités algébriques.

Passons aux fonctions méromorphes. En appliquant I à II et III nous obtenons respectivement les deux propositions suivantes :

IV. *La surface de Riemann de la fonction inverse d'une fonction méromorphe est divisible en feuillets dont les frontières sont continues.*

V. *Le plan des z d'une fonction méromorphe $f(z)$ est divisible en domaines fondamentaux de cette fonction, dont les frontières sont continues.*

On voit facilement comment la dernière affirmation dans V résulte de III. Le point $z=\infty$ étant la seule singularité transcendante, les discontinuités de la frontière d'un domaine fondamental devraient se limiter à ce point seul. Puisque c'est impossible, il faut bien que la frontière de ce domaine soit continue.

([1]) M. F. Iversen, *Recherches sur les fonctions inverses des fonctions méromorphes* (*Thèse*, 1914, p. 18), M. G. Valiron en a simplifié la démonstration : *Démonstration de l'existence pour les fonctions entières des chemins de détermination infinie* (*Comptes rendus*, **166**, 1918, p. 382). J'ai donné à cette proposition la forme actuelle dans ma Note *Sur les fonctions inverses des fonctions méromorphes* (*Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 1240), où je l'ai démontré d'une autre manière, ignorant les résultats des travaux cités de M. Iversen et M. Valiron.

([2]) La démonstration de cette proposition se trouve dans mon travail *Sur la division des surfaces de Riemann en feuillets* (*Publ. de l'Acad. Roy. Serbe*, **134**, 1929).

DYNAMIQUE. — *Extension au cas d'un nombre quelconque de degrés de liberté d'une propriété relative aux Systèmes Pfaffiens.* Note de M. **Lucien Féraud**, présentée par M. Goursat.

Dans le voisinage d'un point d'équilibre, on peut considérer un système Pfaffien comme dérivant d'une forme différentielle linéaire

$$\omega = \sum_{i=1}^{n} R_i \, d\xi_i + \sum_{i=1}^{n} S_i \, d\eta_i + Q \, dt,$$

qui satisfait aux conditions initiales suivantes : R_i, Q n'ont aucun terme de degré inférieur au second et S_i n'en renferme qu'un seul qui est ξ_i ($\xi_i = \eta_i = 0$ étant le point d'équilibre). La réduction de ω à une forme canonique s'obtient par un changement de variables de la forme

$$(c) \qquad \xi_i = \bar{\xi}_i + F_i, \qquad \eta_i = \bar{\eta}_i + G_i,$$

F_i, G_i commençant par des termes du second degré au moins. Ceci résulte, au point de vue *formel*, c'est-à-dire sans considérer la question de la convergence des séries, du Mémoire même dans lequel M. Birkhoff [1] introduit la forme ω. Dans une Note précédente [2], j'ai établi dans le cas $n = 2$ l'analyticité de F_i, G_i; je me propose ici d'esquisser comment j'ai pu étendre ce résultat pour un nombre quelconque de degrés de liberté.

En posant

$$(1) \qquad \xi_i = x_i, \qquad \eta_i = y_i + u_i,$$

je suis conduit à considérer le système

$$(S) \qquad \frac{\partial u_{n+1}}{\partial x_i} = \sum_{j=1}^{n} S_j(x, y+u) \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + R_i(x, y+u) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

dans lequel les x, y sont des variables indépendantes, les u des fonctions inconnues. Je commence par établir pour ce système l'existence d'une solution holomorphe au voisinage du point $x = y = 0$ et satisfaisant aux conditions

---

(1) *Stability and the Équations of Dynamics* (*American Journal of Mathematics*, **49**, I, 1927, p. 1).

(2) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1144.

initiales suivantes :

$$(u_i)_0 = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

$$\left(\frac{\partial u_p}{\partial x_q}\right)_0 = 0, \qquad \left(\frac{\partial u_p}{\partial y_q}\right)_0 = 0 \qquad (p = 1, 2, \ldots, n+1;\ q = 1, 2, \ldots, n),$$

$$\left(\frac{\partial^2 u_{n+1}}{\partial y_h \partial y_k}\right)_0 = 0 \qquad (h = 1, 2, \ldots, n;\ k = 1, 2, \ldots, n).$$

Je me reporte pour cela au théorème d'existence donné par Riquier ([1]) pour les systèmes d'équations simultanées aux dérivées partielles et je l'applique au système (S) que je *prolonge* d'abord en lui adjoignant le système (S′) de ses conditions d'intégrabilité convenablement résolues par rapport aux dérivées $\frac{\partial u_i}{\partial x_k}$ $(i < k)$. Au voisinage des valeurs $x = y = u = 0$ tous les coefficients de ce système sont holomorphes. On s'assure alors : 1° de son *orthonomie;* 2° de sa *passivité*, et l'on montre ensuite que l'on peut obtenir les conditions initiales que nous nous sommes imposées par un choix approprié des *dérivées paramétriques* qui restent arbitraires. Ainsi, en prenant pour les u la solution du système (S) dont on vient d'établir l'existence, le changement de variables (1) remplace ω par

$$\sum_{i=1}^{n}\left[S_i(x, y) - \frac{\partial u_{n+1}}{\partial y_i} + \sum_{j=1}^{n} S_j(x, y)\frac{\partial u_j}{\partial y_i}\right] dy_i + du_{n+1} + Q\,dt.$$

Considérons maintenant les équations

$$S_i - \frac{\partial u_{n+1}}{\partial y_i} + \sum_{j=1}^{n} S_j \frac{\partial u_j}{\partial y_i} = z_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n);$$

elles définissent une transformation

$$(2) \qquad y_i = y_i, \qquad x_i = \Phi_i(y, z),$$

dont le Jacobien est égal à l'unité pour $x = y = 0$.

De plus, on voit facilement que chaque Φ_i ne contient qu'un seul terme de degré inférieur au second qui s'écrit précisément z_i. On arrive donc à conclure qu'en effectuant successivement les changements de variables (1) et (2), qui sont bien de la forme (c), on peut réduire ω à $\overline{\omega} + dE + Q\,dt$; $\overline{\omega}$ étant la forme canonique $\sum_{i=1}^{n} z_i\,dy_i$ et dE une différentielle totale exacte.

([1]) *Les systèmes d'équations aux dérivées partielles;* en particulier, le Chapitre VII, p. 201-254 (Gauthier-Villars, 1910).

Si, maintenant, au lieu d'envisager cette conclusion du point de vue de la dynamique, on se place à celui de la théorie des équations de Pfaff, on s'aperçoit qu'elle prend une signification nouvelle. En effet, elle permet d'obtenir, par un changement de variables holomorphe, la réduction de l'équation $\omega = 0$ a une forme canonique $\bar{\omega} + dE = 0$, et ceci au voisinage d'un point pour lequel tous les coefficients de $\omega^{(2m-2)}$ sont nuls, et où, par conséquent, le théorème général de M. Goursat ([1]), établissant l'existence d'un *groupe principal*, ne s'applique plus. Ce théorème peut donc être considéré comme susceptible d'être étendu, à l'aide du résultat ci-dessus, dans tous les cas où nos hypothèses relatives aux R_i, S_i sont satisfaites.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Sur la réciproque du théorème de Lagrange.* Note ([2]) de M. **N. Četajev**, présentée par M. Émile Borel.

L'étude de l'instabilité, dans le voisinage d'une position d'équilibre où la fonction de forces n'est pas maxima, a fait l'objet des travaux de Liapounoff, de Hadamard, de Painlevé. Mais le problème n'a pu être résolu rigoureusement que sous certaines restrictions. Je me propose d'étudier ici ce problème.

En nous guidant par des considérations de Liapounoff (*Problème général de la stabilité du mouvement*, § 16), nous pouvons établir la proposition suivante par le mouvement permanent.

Soit V une fonction des variables x_i, possédant les propriétés suivantes :

1° Sa dérivée V', par l'inégalité $V' > 0$, définit un domaine C où V est aussi positif.

2° Sa dérivée deuxième V'' dans le voisinage de la surface $V' = 0$ de C conserve un signe et sur cette surface n'a pas le signe contraire.

Si une pareille fonction V peut être formée à l'aide des équations différentielles du mouvement troublé, le mouvement non troublé est instable.

Appliquons cette proposition générale au problème de l'instabilité du mouvement

$$\frac{dx'_i}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x_i}, \qquad \frac{dx_i}{dt} = x' \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

où la fonction de forces $U = U_m + U_{m+1} + \ldots$ dépend seulement des x_i et n'est pas maxima dans la position d'équilibre $x_i = 0$.

([1]) *Leçons sur le Problème de Pfaff*, Chapitre IV et, en particulier, page 183-186 Paris, 1922.

([2]) Séance du 3 février 1930.

Considérons

$$2V = U^2,$$

on peut écrire

$$V' = U \sum x'_i \frac{\partial U}{\partial x_i},$$

$$V'' = \left(\sum x'_i \frac{\partial U}{\partial x_i}\right)^2 + U\left[\sum \left(\frac{\partial U}{\partial x_i}\right)^2 + \sum \Sigma x'_i x'_j \frac{\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_j}\right].$$

Nous supposons que U n'est pas maxima. Ainsi il existe un domaine où $U \geqq 0$. Sur la surface de ce domaine, V'' est essentiellement positif ou nul, et dans le domaine le signe de V'' n'est pas moins que celui de l'expression

$$W = \sum x'_i x'_j \frac{\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_j}.$$

Si, dans un domaine C où les inégalités $U \geqq 0$, $\sum x'_i \frac{\partial U}{\partial x_i} \geqq 0$ existant simultanément, la fonction W est essentiellement positive, la solution $x_i = 0$ des équations du mouvement est instable.

Dans C existent des points où W n'est que positif. Dans C nous n'avons de point que sur la surface de C, où W est nul avec $\Delta = 0$; Δ est le discriminant de la forme quadratique W par rapport aux x'_i.

Si $\Delta < 0$, W n'est pas nul dans C. En effet, soit l'expression

$$\sum x'_i x'_j \frac{\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_j} - \lambda\left(\sum x'_i \frac{\partial U}{\partial x_i} - \varepsilon\right) \qquad (\varepsilon > 0),$$

qui est minima pour certaines valeurs données des ε, x_i. Si x_i, x'_i se trouvent dans C, à $\lambda > 0$ correspond l'inégalité $W > 0$.

Pour λ nous avons :

$$\lambda \begin{vmatrix} 0 & \frac{\partial U}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial U}{\partial x_n} \\ \frac{\partial U}{\partial x_1} & & & \\ \cdots & & |\Delta| & \\ \frac{\partial U}{\partial x_n} & & & \end{vmatrix} > 0.$$

Le déterminant D de l'inégalité dernière est dans le domaine C positif. Dans le cas particulier, on peut le démontrer par un calcul direct; par exemple, pour $U = U_m$,

$$D = -\frac{m}{m-1} \Delta U_m.$$

Dans le cas général, on peut l'indiquer par la théorie des caractéristiques de Kronecker (*Berliner Monatsberichte*, mars 1869); si $\Delta < 0$ et $U > 0$, la valeur de U croît sur la ligne

$$\frac{\partial U}{\partial x_i}(1+\alpha) - \left(\frac{\partial U}{\partial x_i}\right)_0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

dans l'espace $\alpha, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$.

Ainsi, dans C, W n'est que positif. La solution $x_i = 0$ des équations du mouvement est instable.

En employant la méthode des multiplicateurs de Lagrange, on peut aussi simplement indiquer le résultat analogue lorsque le système holonome est assujetti à certaines liaisons indépendantes du temps.

On obtient en résultat le théorème déjà énoncé par Appell (*Traité de Mécanique rationnelle*, 2, p. 333) : « Si, dans une position d'équilibre du système, U n'est pas maximum, c'est une position d'équilibre instable. »

HYDRODYNAMIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Sur la formation des mouvements tourbillonnaires à l'arrière des solides immergés*. Note de M. **Jean Courrègelongue**, présentée par M. M. Brillouin.

J'ai étudié ([1]), les deux familles de tourbillons qui forment le remous à l'arrière des solides immergés dans un courant. Je complète ces premières observations par la description des phénomènes qui accompagnent la mise en mouvement d'un solide dans un fluide immobile. Je précise ainsi certains résultats de Prandtl et Tiedjens ([2]).

Je déplace un solide (cylindre ou plan mince) dans l'eau en repos parfait et j'observe les pseudo-images du sillage sur le fond. Les phénomènes sont semblables pour les deux sortes d'obstacles.

La plaque en expérience a 5^{cm} de largeur, elle est déplacée perpendiculairement à son plan. Si la mise en mouvement est brusque, on voit apparaître deux gros tourbillons à l'arrière, près des bords; la pseudo-image de chaque tourbillon est une grosse tache noire bordée d'un cercle brillant. Les deux tourbillons se rapprochent de la ligne médiane où ils entrent en contact, ils sont alors brusquement écartés l'un de l'autre; ils s'éloignent parallèlement au plan de l'obstacle. Nous avons ainsi formé deux tourbillons d'impulsion.

([1]) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 972.

([2]) *Naturwissenschaften*, 13, 1925, p. 1050.

Si la plaque reçoit un mouvement alternatif, ses deux faces sont le siège des mêmes phénomènes; mais les deux tourbillons formés au cours d'une demi-période contournant les bords de l'obstacle viennent choquer les deux tourbillons naissants de l'autre face et sont diffusés latéralement. La pseudo-image donne l'impression de deux boules noires qui oscillent autour des bords de l'obstacle.

Avec une mise en mouvement rectiligne moins vive que dans le premier cas, et suivie d'un déplacement progressif, les deux tourbillons d'impulsion laissent apparaître sur leur bord les deux chaînes de tourbillons adjoints qui prennent naissance au point de décollement des filets sur les bords extrêmes de la plaque (*fig.* 1). Avec une mise en marche encore plus lente, l'enroulement des chaînes est moins rapide (*fig.* 2). Dans ces deux cas les tourbillons se rencontrent encore sur la ligne médiane, puis s'écartent en restant reliés aux bords de la plaque par des chaînes qui s'allongent. Le sillage reste symétrique; on peut même par une deuxième impulsion dirigée dans le sens de la marche provoquer un nouvel enroulement symétrique des chaînes (*fig.* 3).

Avec un obstacle plus petit (plan de $2^{cm},5$) on peut reproduire les mêmes phénomènes. Le choc des tourbillons d'une même paire provoque la formation d'une nouvelle paire de tourbillons symétriques, mais toute irrégularité dans le mouvement amène une dyssymétrie et l'apparition de la forme alternée (*fig.* 4). Dès que cette disposition est apparue, elle est stable. L'aspect du sillage est alors celui que j'ai décrit dans la Note précédente, mais on peut observer ici plusieurs tourbillons alternés à la fois (*fig.* 5). Toute accélération et toute irrégularité dans le sens de la marche provoquent un enroulement des chaînes coïncidant avec un afflux de tourbillons adjoints; il y a là une cause d'erreur dans les mesures faites avec des courants à rafales ou avec des solides qui ne sont pas déplacés avec une parfaite régularité.

Si l'on déplace la plaque mince après l'avoir fixée à une lame élastique perpendiculaire à son plan, elle oscille avec une grande amplitude. La pseudo-image est alors modifiée : on a deux rangées de tourbillons très nets bordés d'une caustique brillante (*fig.* 6). Il pourrait y avoir dans cette double forme du même phénomène une nouvelle cause de désaccord entre les mesures faites avec des obstacles en vibration et celles qui seraient faites avec des obstacles fixes.

Le plan mince déplacé obliquement présente immédiatement une dyssymétrie d'autant plus marquée que l'obstacle est plus incliné sur la normale au courant. Le tourbillon du bord d'attaque est plus important que

celui du bord de fuite (*fig.* 7). Un système alterné se crée si le plan oblique progresse.

Enfin avec les petits obstacles le sillage présente les formes alternées

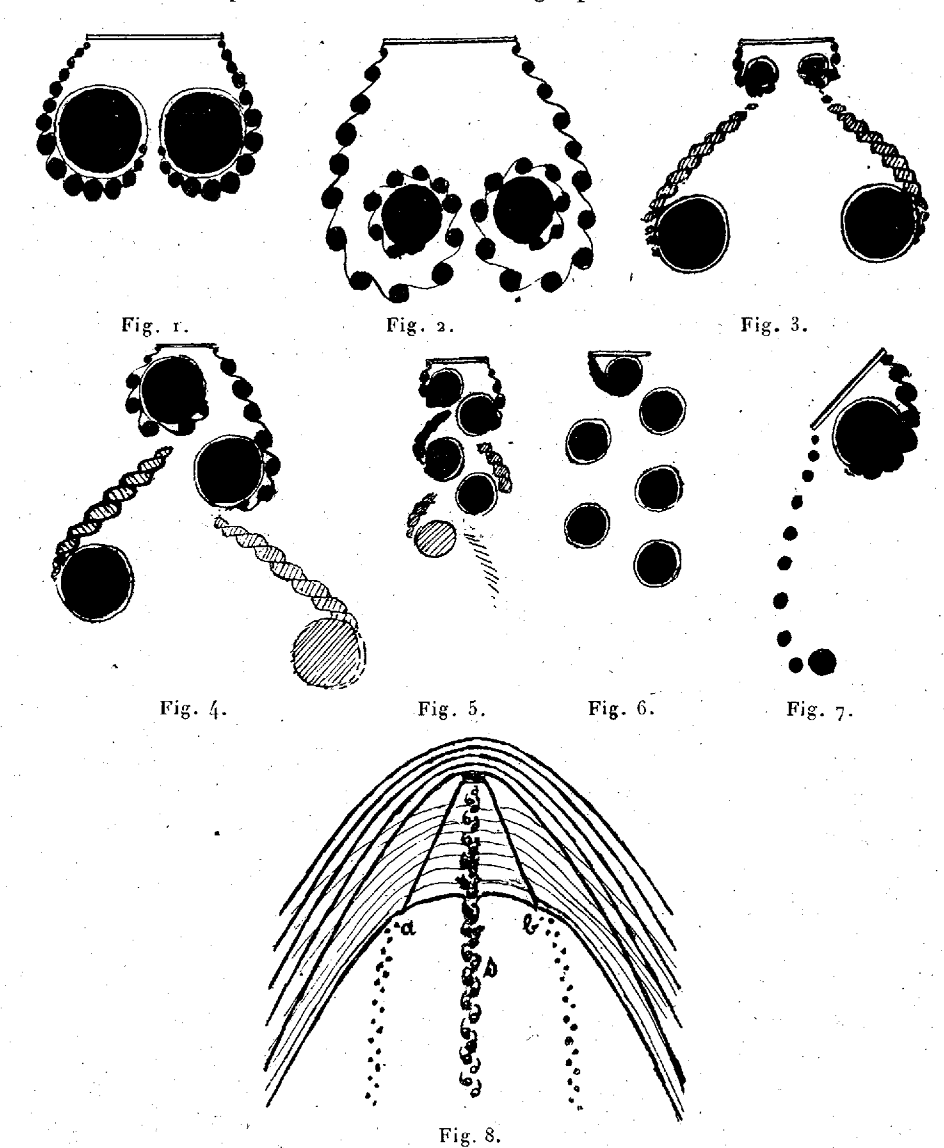


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6. Fig. 7.

Fig. 8.

classiques de M. Bénard. Si la vitesse de l'obstacle dépasse la vitesse de propagation des ondes capillaires (23^{cm}), le seuil post-poupe, décrit par M. Bénard [1], s'éloigne de l'obstacle. On reconnaît qu'il est formé par le

[1] *Comptes rendus*, 156, 1913, p. 1003.

front de la première onde de gravité (*fig.* 8). Outre le sillage (s) qui passe par la brèche médiane, on a deux lignes latérales très écartées de fins tourbillons. Ces traînées font suite aux bords rectilignes (a, b) de l'arène. Quand la vitesse croît encore (50^{cm}) les points (a, b) sont rejetés en arrière et les traînées disparaissent. En même temps la zone post-poupe s'est creusée et le sillage central qui émerge en arrière est particulièrement intense.

HYDRAULIQUE. — *Conditions du passage, par une section, d'un courant permanent à ciel ouvert, uniforme ou graduellement varié.* Note de M. G. **Mouret**, présentée par M. Mesnager.

Il existe entre la valeur totale de la charge H (énergie totale du courant par kilogramme de liquide) sur le fond du lit, et la valeur Q du débit par la section considérée, abstraction faite du reste du courant, la relation établie par D. Bernoulli et complétée par Poncelet :

$$\mathcal{H} = h + \frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2}, \tag{1}$$

où, négligeant l'inclinaison du lit supposée faible, la valeur du potentiel h peut être prise égale à la profondeur maxima du courant dans la section; ω est le débouché du courant et α le coefficient de Poncelet, fonction décroissante de h. Dans cette équation, si la section est de forme quelconque mais évasée, ou est rectangulaire, le débouché ω est une fonction croissante de la profondeur h, et le rapport $\frac{\alpha}{\omega^2}$ en est une fonction décroissante.

Directement de cette équation, ou par l'intermédiaire du conoïde à plan directeur qui la représente (coordonnées $\mathcal{H}$, h et Q^2), on déduit les conditions limitant les deux degrés de liberté ($\mathcal{H}$ et Q) dont jouit le courant. Ces conditions servent de base à toute la théorie des eaux courantes, dont les premiers principes sont les suivants.

Étant donnée la valeur du débit du courant, la charge ne peut être inférieure à une certaine valeur qui dépend du débit et de la forme de la section. La profondeur h' du courant doit alors être égale à l'unique racine de l'équation approchée

$$\frac{\omega^3}{l} = \frac{\alpha Q^2}{g}, \tag{2}$$

où l est la largeur de la surface libre. Au cas particulier du ressaut, la pro-

fondeur ainsi calculée est celle que Bresse a désignée sous le nom de *profondeur critique*. Pour préciser on la désignera, dans le cas général ici étudié, par le nom de *profondeur critique fonction du débit*. Il y a, en effet, une autre sorte de profondeur critique, car, étant donnée la valeur de la charge, le débit ne peut dépasser une valeur finie qui dépend également de la forme de la section. Cette profondeur h'' doit satisfaire à la relation, qui ne comporte qu'une racine, comme l'équation (2),

$$(3) \qquad \frac{\omega}{l} = 2(\mathcal{H} - h).$$

Cette profondeur critique h'', *fonction de la charge*, est, dans le cas général, supérieure à la profondeur h' fonction du débit.

Il y a corrélation entre le maximum de débit et le minimum de charge; ainsi, lorsque le débit du courant possède la valeur maxima que peut assurer la charge, celle-ci possède la valeur minima qui peut assurer le débit et vice versa.

Dans le cas général, les profondeurs critiques h' et h'' sont distinctes l'une de l'autre, comme de la profondeur d'eau effective; ce sont des profondeurs virtuelles. Mais si la charge et le débit atteignent leurs valeurs extrêmes, les deux profondeurs critiques se confondent avec la profondeur d'eau effective. On peut alors dire que le courant est à un *état critique*. Dans ce cas, la valeur du débit et celle de la charge doivent satisfaire à la relation

$$(4) \qquad \psi(\mathcal{H}, Q) = 0.$$

obtenue en éliminant la variable h entre les deux équations (2) et (3). Par exemple, pour une section rectangulaire, la fonction ψ prend la forme simple

$$(5) \qquad \frac{q^2}{\mathcal{H}^3} = \frac{8}{27}\frac{g}{\alpha},$$

q étant le débit par mètre de largeur. Cette formule a été établie par Bélanger pour le cas particulier de l'écoulement en déversoir, mais sa portée s'étend à tous les modes d'écoulement.

Les états critiques sont représentés sur le conoïde par sa ligne de striction, et à toute profondeur d'eau répond un état critique du courant dont la charge et le débit satisfont à l'équation (4).

De la considération du niveau critique se dégage une distinction fondamentale à établir entre les divers régimes, soit des courants uniformes, soit

des courants graduellement variés. Bien qu'un courant par une section semble ne posséder que deux degrés de liberté, cependant ce courant n'est pas complètement déterminé par sa charge et son débit (ou sa vitesse). Étant données la valeur de la charge et celle du débit deux courants sont possibles, car une parallèle à l'axe du conoïde coupe cette surface en deux points correspondant à deux courants de profondeurs différentes, comportant la même charge et le même débit. La profondeur de l'un des courants est d'ailleurs *inférieure*, celle de l'autre est *supérieure* aux deux profondeurs virtuelles h' et h'', h'' étant supérieur à h'.

Ces deux sortes de courants jouissent, dans toutes les circonstances, de propriétés opposées, de dénivellations de sens contraires, qu'il s'agisse d'une variation de charge ou de débit, ou d'une modification de forme, de largeur, de niveau ou de rugosité du lit. La théorie classique, celle de du Buat et de Dupuit, ne connaît qu'un seul de ces régimes, le régime *supracritique*, c'est le plus fréquent, car il est le régime naturel des cours d'eau de faible pente relativement au débit. Les régimes *infracritiques* échappent à la théorie classique.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Le mouvement des étoiles doubles sous l'action du champ de gravitation de la galaxie.* Note de M. **Henri Mineur**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1° Soit

$$V = V_0 + \varphi_1(x_1, x_2, x_3) + \varphi_2(x_1, x_2, x_3) + \ldots$$

le potentiel de gravitation de la galaxie, φ_i désignant l'ensemble des termes de degré i. Prenons pour origine l'astre central d'un système binaire et pour axes les axes de la quadrique (Q), $\varphi_2 = 1$, soit

$$\varphi_2 = A_1 x_1^2 + A_2 x_2^2 + A_3 x_3^2.$$

Le mouvement du compagnon est régi par les équations

$$\frac{d^2 x_i}{dt^2} = -\frac{x_i}{r^3} + A_i x_i. \tag{1}$$

Nous nous sommes proposé de trouver les termes séculaires du mouvement sans nous limiter aux faibles exentricités ni aux faibles inclinaisons.

2° Le demi-grand axe a ne contient pas de termes séculaires; soient γ les cosinus directeurs de la normale au plan de l'orbite, α_i ceux de la direc-

tion du périhélie, e l'excentricité. Ces quantités réduites à leur partie séculaire vérifient le système

$$\frac{\sqrt{f}}{a^{\frac{3}{2}}}\frac{d\gamma'_i}{dt}=(A_j-A_k)(\gamma'_j\gamma'_k-5\alpha'_j\alpha'_k)+p_j\gamma'_k-p_k\gamma'_j,$$

$$\frac{\sqrt{f}}{a^{\frac{3}{2}}}\frac{d\alpha'_i}{dt}=(5A_k+A_j)\gamma'_j\alpha'_k-(5A_j+A_k)\gamma'_k\alpha'_j+p_j\alpha'_k-p_k\alpha'_j,$$

où i, j, k est une permutation paire, $\gamma'_i=\gamma_i\sqrt{1-e^2}$, $\alpha'_i=\alpha_i e$, et où p_1, p_2, p_3 sont les composantes de la rotation instantanée de la galaxie.

3° Cherchons les cas où l'orbite est stable par rapport à des axes entraînés dans la rotation galactique :

Il n'y a qu'une position stable pour laquelle l'excentricité est nulle, la normale au plan de l'orbite est dans le méridien galactique de l'étoile double considérée.

4° Si l'on néglige p_1, p_2, p_3 et e, la normale au plan de l'orbite décrit un cône du second degré.

5° Supposons le principe d'équipartition de l'énergie vérifié dans l'univers galactique; soit $F(P, e, \gamma_i, \alpha_i)dP\,de\,d\omega\,dg$ le nombre d'orbites de période P, d'excentricité e, pour lesquelles le pôle de l'orbite est dans l'angle solide $d\omega$ entourant la direction γ_i et le périhélie dans l'angle dg du plan de l'orbite autour de la direction α_i.

On trouve que

$$\log F=\frac{HMM'}{(M+M')^{\frac{1}{3}}}\left(\frac{2\pi f}{P}\right)^{\frac{2}{3}}+\log e+\frac{HMM'}{2(M+M')^{\frac{1}{3}}}\left(\frac{f}{4\pi^2}\right)^{\frac{2}{3}}$$
$$\times P^{\frac{4}{3}}[5e^2(A_1\alpha_1^2+A_2\alpha_2^2+A_3\alpha_3^2)+(e^2-1)(A_1\gamma_1^2+A_2\gamma_2^2+A_3\gamma_3^2)]+\text{const.},$$

f est le coefficient d'attraction, M, M' les masses des composantes, H une constante. On en déduit les conséquences suivantes :

6° Il y a une corrélation entre les périodes et les excentricités.

Les pôles des orbites ont tendance à être plus nombreux dans la direction du plus petit axe de la quadrique Q.

Les périhélies ont tendance à être plus nombreux dans la direction du plus grand axe de Q.

7° Si l'on fait sur les coefficients A_i les mêmes hypothèses que dans une Note précédente [1], on trouve que les phénomènes décrits au n° 6° ne sont

---

[1] *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 1061.

observables que sur les étoiles doubles dont la période est largement supérieure à 100000 ans. On ne peut donc songer à les vérifier sur les orbites actuellement connues. La vérification serait tout au plus possible sur les couples très écartés et fixes; les angles de position de ces couples doivent présenter une tendance à se grouper autour de deux valeurs opposées ne dépendant que de la région du ciel considérée.

8° La théorie précédente ne permet donc pas d'expliquer les anomalies observées dernièrement sur les étoiles doubles; nous examinerons prochainement les résultats que l'on peut tirer d'une décroissance de masse des étoiles.

PYROMÉTRIE. — *Sur le calcul de la température des flammes et leur teneur en hydrogène atomique.* Note de M. **G. Ribaud**, présentée par M. A. Cotton.

Le calcul de la température des flammes données par les mélanges d'hydrogène et d'oxygène a jusqu'ici conduit à des valeurs notablement plus élevées que celles fournies directement par l'expérience, même si l'on tient compte de la dissociation de CO^2 et H^2O au sein de ces flammes. Par exemple pour la flamme $C^2H^2 + 2O$, le calcul a fourni à Pollitzer (1) la valeur 4030°C., alors que la mesure directe conduit à une température (2) voisine de 3100°C. (3). Ces différences sont d'ailleurs incompatibles avec les incertitudes actuelles sur les valeurs des chaleurs spécifiques des gaz aux températures élevées ou sur les valeurs des fractions de dissociation de CO^2 et H^2O. Nous avons été conduit à rechercher l'influence de la dissociation en hydrogène atomique de l'hydrogène qui se trouve au sein de la flamme, et à calculer la température en tenant compte de cette dissociation.

Dans les calculs qui suivent nous avons admis pour les chaleurs spécifiques des gaz aux températures élevées et pour les fractions de dissociation de CO^2 et H^2O les valeurs indiquées par Bjerrum (4), pour les fractions de

(1) Pollitzer, *Zts. f. angewandte Chemie*, 35, 1922, p. 683.

(2) Température de la partie la plus chaude de la flamme, où le rayonnement et la conductibilité interviennent très peu.

(3) Henning et Tingwaldt, *Zts. f. Physik.*, 48, 1928, p. 805.

(4) Bjerrum, *Zts. f. physik. Chemie*, 79, 1912, p. 540.

dissociation de l'hydrogène les nombres obtenus par Langmuir [1] et pour la chaleur de dissociation de la molécule d'hydrogène la valeur moyenne 100000, actuellement la plus probable. Nous désignerons dans la suite par x_0, y_0, z_0 les fractions de dissociation de H^2O, CO^2 et H^2 purs sous la pression atmosphérique, et par x, y, z les fractions de dissociation correspondantes au sein de la flamme.

Flamme $H^2 + O$. — L'équilibre de dissociation des divers constituants de la flamme (H^2O, H^2, H) conduit aux équations suivantes :

$$\frac{x^3(1-z)^2}{(1-x)^2(2+x+2xz)} = \frac{x_0^3}{(1-x_0)^2(2+x_0)}; \qquad \frac{2xz^2}{(1-z)(2+x+2xz)} = \frac{z_0^2}{1-z_0^2}$$

faciles à résoudre, par approximations successives, pour chaque température. On aura la valeur de la température de la flamme en cherchant, par tâtonnements, la température pour laquelle l'énergie chimique mise en jeu dans la flamme se trouve égale à l'énergie calorifique gagnée par les constituants de la flamme. Le calcul conduit à

$$t = 2850^\circ C., \qquad x_{H^2O} = 0{,}22, \qquad z_{H^2} = 0{,}26 \quad (^2);$$

il fournirait $t = 3050^\circ C.$ si l'on néglige la dissociation de H^2.

Flamme $C^2H^2 + 5O$. — Le calcul thermodynamique conduit ici aux équations suivantes :

$$\frac{y^3(2y+x)}{(1-y)^2(6+2y+x+2xz)} = \frac{y_0^3}{(1-y_0)^2(2+y_0)},$$
$$\frac{x^2(1-z)^2(2y+x)}{(1-x)^2(6+2y+x+2xz)} = \frac{x_0^3}{(1-x_0)^2(2+x_0)},$$
$$\frac{2xz^2}{(1-z)(6+2y+x+2xz)} = \frac{z_0^2}{1-z_0^2};$$

leur résolution et le calcul de la température se font encore ici par approximations successives. On obtient

$$t = 3200^\circ C., \qquad x_{H^2O} = 0{,}45, \qquad y_{CO^2} = 0{,}85, \qquad z_{H^2} = 0{,}65 \quad (^3)$$

alors qu'en négligeant la dissociation de H^2 on trouve $t = 3780^\circ C.$; la différence est très importante.

Flamme $C^2H^2 + 2O$. — Des calculs analogues aux précédents conduisent à

$$t = 2975^\circ C., \qquad z_{H^2} = 0{,}28 \quad (^4);$$

en négligeant la dissociation de H^2 le calcul fournirait 3875°C.

---

(1) LANGMUIR, *J. Amer. Chem. Soc.*, **38**, 1916, p. 2271; *General Electr. Rev.*, **29**, 1926, p. 153.

(2) La flamme contient, en volume, environ 10 pour 100 d'hydrogène atomique.

(3) La flamme renferme 13,5 pour 100 d'hydrogène atomique, en volumes.

(4) Une telle flamme renferme, en volumes, 17 pour 100 d'hydrogène atomique.

Les températures calculées pour les deux dernières flammes s'accordent assez bien avec les mesures récentes de Henning et Tingwaldt (*loc. cit.*) (3100 et 3060° C.), les écarts peuvent s'expliquer uniquement par la connaissance imparfaite des données calorifiques actuelles relatives aux gaz aux températures élevées.

POUVOIR ROTATOIRE. — *Sur l'action de l'acide borique et des borates sur le pouvoir rotatoire de l'acide tartrique.* Note de M. E. **Darmois**, présentée par M. Ch. Fabry.

1. Depuis Biot qui a découvert cette action, un assez grand nombre de travaux ont paru sur la question. J'ai moi-même [1] repris cette étude par les méthodes générales exposées en divers endroits; j'ai pu montrer que les variations considérables de la rotation et de la dispersion rotatoire de l'acide tartrique étaient bien représentées en admettant que les deux acides se combinent dans la proportion $BO^3H^3 + 2C^4H^6O^6$. L'acide complexe obtenu est largement hydrolysé dans l'eau; en neutralisant par une base, on obtient des rotations beaucoup plus grandes; l'équilibre se déplace nettement dans ces conditions en faveur de l'ion complexe. Je n'ai réussi à isoler, ni l'acide complexe, ni un de ses sels. Cette lacune vient d'être comblée par M. Lowry [2] qui a obtenu un sel cristallisé de composition $(BT^2)K$, où B et T désignent par abréviation les radicaux des 2 acides. Il a mesuré également la dispersion rotatoire de ce produit en solution dans l'eau à la concentration de 5 pour 100; si l'on se reporte au Mémoire cité [1], on verra que l'acide complexe peut prendre environ 2,8 K sans se décomposer; le sel isolé est donc fortement hydrolysé à la concentration indiquée et la dispersion rotatoire se rapporte à un mélange. Le composé est d'ailleurs du type dont j'ai donné maints exemples; il possède un pH de stabilité maximum (aux environs de pH = 4). J'ai montré aussi en diverses publications que les mesures de pH étaient loin de donner des renseignements aussi intéressants que la dispersion rotatoire. On en trouve ici un autre exemple : M. Lowry donne la courbe de neutralisation du mélange $(BT^2)H^x$ par la soude; on n'y remarque d'abord aucune singularité pour le sel $(BT^2)K$. De plus, avec 4 NaOH, le pH est voisin de 6 et M. Lowry admet que le complexe est décomposé, l'inflexion observée correspondant

---

(1) *J. Chim. Phys.*, 23, 1926, p. 649. On trouvera dans ce travail la bibliographie antérieure à 1926.

(2) *J. Chem. Soc.*, 131, 1929, p. 2853.

à la neutralisation de l'acide tartrique; dans le Mémoire rappelé au début, la rotation observée dans ces conditions pour une solution $\frac{M}{2}$ en TH^2 est $\alpha_v^{2dm} = 9,97$ avec $\rho = \alpha_{4358} : \alpha_{5780} = 1,885$ alors que TNa^2 pur donne $\alpha_v^{2dm} = 7,28$ avec $\rho = 1,78$. Le complexe est loin d'être entièrement décomposé.

2. Dans mes publications antérieures sur les complexes que j'ai proposé d'appeler complexes de Biot-Gernez, j'ai indiqué une méthode assez commode pour l'étude de la cinétique de ces complexes; elle consiste à faire agir l'oxyde acide sur un éther-sel de l'acide actif, elle a permis en particulier de proposer des formules de constitution pour les complexes molybdomaliques. Nous donnerons ici quelques-uns des résultats obtenus dans l'action de l'acide borique et des borates sur le tartrate d'éthyle.

L'acide borique n'a pas d'action sur le tartrate d'éthyle, même à 40°; comme avec MoO^3 [1], l'action ne devient sensible que si l'on neutralise partiellement l'acide borique. Le borax $\left(BNa^{\frac{1}{2}}\right)$ a déjà une action très nette à 40°; le métaborate (BO^2Na) agit à 20°.

Exemple : Mélange $2\,BO^2Na + T(C^2H^5)^2$; conc. 0,2M en tartrate. On prépare séparément les solutions aqueuses de borate et de tartrate, les mélange et suit la rotation à 20° à partir de cet instant :

T	1m 3/4.	31m.	52m.	75m.	1h 54m.	5h 30m.	7h 10m.	24h.	48h.
α_v^{2dm}	-2,25	-1,98	-1,82	-1,68	-1,49	-0,90	-0,70	+0,47	+1,47

La rotation initiale extrapolée est $-2,28$; $\rho = 2,17$ pour T = 31m. Pour différentes proportions B : T, les rotations initiales sont

B : T	0 (Éther pur).	1/2.	1.	2.	4.
α_{v_0}	+2,49	+0,42	−1,37	−2,28	−2,36

Une courbe construite avec ces valeurs donne immédiatement l'idée d'une combinaison instantanée dissociable entre BO^2Na et $T(C^2H^5)^2$. On a cherché à préciser la composition de cette combinaison en étudiant des mélanges de solutions équimoléculaires de borate et de tartrate. La combinaison a lieu dans la proportion 1 : 1 et la constante d'équilibre

$$\frac{(BO^2Na)\,[T(C^2H^5)^2]}{(\text{complexe})} = 0,017 \quad \text{à} \quad 20°;$$

[1] *Bull. Soc. Chim. Fr.*, 4e série, 43-44, 1928, p. 1214.

on peut affirmer que, avec B : T = 4, 97 pour 100 de tartrate sont combinés. Dans ce complexe, la combinaison de l'acide tartrique doit avoir lieu par les OH alcooliques. Le pH initial est supérieur à 10 et l'on se trouve dans des conditions analogues à celles que j'ai réalisées en dissolvant l'acide borique dans le tartrate de soude en présence d'un fort excès d'alcali (*loc. cit.*); les rotations observées ont également été gauches.

On remarque de plus que la rotation varie lentement et finit par prendre des valeurs positives; il est facile de vérifier qu'on finit par atteindre la rotation, la dispersion rotatoire, le pH correspondant aux complexes droits dont nous parlons au début de cette Note. Le complexe $[BT(C^2H^5)^2]Na$ est instable en solution alcaline; le tartrate d'éthyle est lentement saponifié et l'on retrouve les conditions de formation des composés droits à partir de l'acide tartrique.

3. Dans le travail cité au début, M. Lowry propose une formule de constitution du composé droit où le bore possède un indice de coordination égal à 4; cette formule est d'accord jusqu'ici avec les faits; mais, comme je l'ai exprimé ailleurs [1], une systématique de ces composés exigera dans chaque cas la détermination du poids moléculaire, ce qui n'a été fait jusqu'ici que pour quelques complexes seulement.

PHYSIQUE. — *Remarques sur une Note de MM. Fabry et Dureuil, intitulée : Sur une prétendue transformation du plomb.* Note [2] de Mlle **Stéphanie Maracineanu**.

MM. Fabry et Dureuil [3] contestent les résultats publiés dans le *Bulletin de l'Académie roumaine* (12, vi, 1929).

Je tiens à donner quelques détails et à soutenir mes résultats. Le fait que les deux faces du plomb de la toiture de l'Observatoire de Paris ne présentent pas le même spectre est certain et les différences ne tiennent pas seulement au fer et au charbon.

1° En ce qui concerne la raie ultime 2536 du mercure et le flou qui l'entoure, ils paraissent dans les spectres *d'arc* de tous les plombs, et cette raie, ne paraissant pas dans les spectres d'étincelle, plus riches en raies,

---

(1) *Bull. Soc. Chim. Belg.*, 36, 1927, p. 64.
(2) Séance du 3 février 1930.
(3) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 91.

n'est pas une raie du plomb; elle est accompagnée aussi d'autres raies du mercure.

2° Les raies de l'hélium obtenues sont très faibles (¹).

3° L'identification du doublet dans la région 2428,8-2428 ne peut être faite que par comparaison avec d'autres spectres d'échantillons-étalons de plomb aurifère, car, pour de très faibles teneurs en or, il y a déplacement du doublet vers la raie du plomb.

Il se peut aussi que les analyses de MM. Fabry et Dureuil n'aient pas porté sur des plombs provenant de toitures assez anciennes; ou bien, si des échantillons ont été prélevés à l'Observatoire de Paris, ils ont pu être pris là où la surface avait été grattée par moi, car je crois que j'ai gratté pour des analyses tout ce qu'il y avait d'accessible sur la corniche et sur quelques autres petites toitures. Si l'on veut chercher du plomb à l'Observatoire, il faut le prendre là où l'accès est très difficile.

Bien que ces spectres doivent être obtenus de nouveau dans d'autres laboratoires, je me permets de faire ces quelques remarques pour établir certains points qui pourront expliquer pourquoi *mes résultats sont contestés par M. Fabry*.

Quand j'ai travaillé à l'Institut d'Optique, j'ai eu le concours de M. Dureuil surtout pour la prise de ces spectres, de la lecture et de l'interprétation desquels je prends absolument la responsabilité. Ces résultats sont la conséquence immédiate de la radioactivité du plomb qui a été vérifiée aussi à Amsterdam, au Laboratoire de Chimie physique, par le professeur Smits et ses assistants (*Amsterdam, Proceedings of the Section of Sciences*, 32, v, 1929).

RADIOACTIVITÉ. — *Sur un procédé d'activation de la matière.* Note de M. G. **Reboul**, présentée par M. A. Cotton.

J'ai indiqué antérieurement (²) les conditions dans lesquelles des lames métalliques acquièrent la propriété de décharger l'électroscope et d'impressionner la plaque photographique; je me suis appliqué à déterminer l'origine de cette activité.

I. L'activité acquise décroît avec le temps suivant une loi exponentielle

(¹) Spectres pris à l'aide de tubes munis d'un petit réservoir contenant la poudre de Pb, qui était chauffée, afin de dégager les gaz y contenus; ou bien de tubes à électrodes de Pb. Temps de pose très long, de 1 à 2 heures.

(²) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 1256.

fort nette; les apparences sont les mêmes que celles d'une radioactivité induite, on peut donc calculer la *constante radioactive* et déterminer *la vie moyenne* des lames après leur activation. Ainsi dans l'exemple que j'ai cité d'une lame de plomb activée sous une tension de 20000 volts, on trouve pour la constante $\lambda = 0,0003$ sec^{-1} et une vie moyenne de 40 minutes.

On peut ainsi déterminer le coefficient d'absorption du rayonnement par l'aluminium, on trouve des valeurs voisines de 200 cm^{-1} s'abaissant jusqu'à 50 cm^{-1} quand l'épaisseur de l'aluminium interposé augmente de $0^{mm},01$ à $0^{mm},1$; ces résultats montrent la nature complexe du rayonnement, dont les caractères apparaissent indépendants des conditions de l'activation, ainsi que l'ont fait voir les expériences suivantes.

II. Si, avec une même cellule, on active à diverses reprises une lame de métal, l'activité initiale a des valeurs différentes, mais sa diminution avec le temps a toujours même allure et donne les mêmes valeurs que plus haut pour la constante radioactive et pour la vie moyenne; les coefficients d'absorption par l'aluminium étant aussi du même ordre de grandeur.

Quand on change les conditions de fonctionnement ou la nature de la cellule, on trouve que l'activité initiale est d'autant plus grande que la tension employée est plus élevée, mais l'on obtient encore les mêmes constantes de variation en fonction du temps.

Enfin si l'on opère avec des lames de nature différente (plomb, cuivre, zinc, laiton, aluminium, etc.), le coefficient d'absorption, la constante radioactive et la vie moyenne ne changent pas de manière nette; les valeurs trouvées pour λ oscillent entre 0,0003 et 0,00028 et la vie moyenne varie de 39 à 41 minutes pendant les premières heures.

III. Les caractères de l'activité des lames sont donc indépendants de leur nature, de la composition des cellules et des conditions de leur fonctionnement, l'origine de l'activité doit être par conséquent cherchée dans la seule chose qui ne change point dans les diverses expériences, c'est-à-dire dans le milieu environnant : il paraît probable que les centres électrisés, produits dans le gaz par le fonctionnement des cellules, servent de noyaux de condensation à une émanation qui préexiste dans le milieu environnant et vient se déposer sur les lames métalliques; le processus serait analogue à celui de la précipitation par l'aigrette électrique des poussières radioactives en suspension dans l'atmosphère (méthode de Sella).

Le laboratoire dans lequel sont faites les expériences n'a jamais été utilisé pour l'étude de substances radioactives, d'autre part une origine uniquement atmosphérique paraît insuffisante pour expliquer l'abondance relative de cette émanation supposée.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur un nouveau procédé de microdosage de l'ion calcium.* Note de MM. **A. Astruc**, **M. Mousseron** et M[lle] **N. Bouissou**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les méthodes employées pour doser de faibles proportions d'ion calcium ne sont pas encore parfaitement au point. Elles sont basées sur la formation de composés insolubles, tels l'oxalate de calcium ou le tungstate de calcium. C'est ce dernier que nous avons étudié, ce qui nous a permis, avec quelques précautions, d'établir un procédé de microdosage du calcium parfaitement exact et réalisable dans tous les laboratoires.

On sait que le tungstate de calcium, obtenu par précipitation d'un sel soluble de calcium par une solution de tungstate de sodium, est insoluble dans l'eau et qu'il est transformé, à froid, par les acides chlorhydrique, nitrique, sulfurique, en un précipité blanc amorphe d'acide tungstique hydraté, lequel, par ébullition, se modifie en un précipité jaune d'acide tungstique anhydre soluble dans les alcalis (l'acide phosphorique se comporterait d'une façon un peu particulière en donnant un phosphotungstate complexe, soluble dans un excès d'acide).

D'autre part certains réducteurs transforment les tungstates en composés dérivant de l'oxyde W^2O^5, possédant une coloration parfois jaunâtre (avec le chlorure stanneux) ou bleue virant au brun (avec l'hydrogène naissant par action de l'acide phosphorique sur une lame de zinc platinée), ou enfin nettement bleue (avec le chlorure titaneux).

C'est le chlorure titaneux que nous avons employé dans nos recherches, et la coloration bleue obtenue, stabilisée par $0^{cm^3},3$ de ClH N pour 10^{cm^3}, a été examinée au colorimètre de Duboscq, comparativement avec la coloration fournie par une solution de concentration étalon et par la méthode ordinaire.

La solution de chlorure titaneux est facilement oxydable; il faut la renouveler pour chaque série de dosages de tungstate : on dilue la solution commerciale fortement colorée et contenant 12 pour 100 de Cl^3Ti, au centième environ; on titre cette dernière par une solution chlorhydrique de sel ferrique à 1^{mg} de Fe par centimètre cube, en présence de sulfocyanure et après addition de carbonate acide de sodium, de façon à avoir un milieu non oxydant; on opère rapidement; la solution de Cl^3Ti est ensuite convenablement étendue pour que 1^{cm^3} réduise environ 2^{mg} de fer à l'état ferrique.

Avec ce réactif réducteur, on obtient facilement la coloration bleue des

dérivés tungstiques; on peut ainsi déterminer la proportion de tungstène du tungstate de calcium et, partant, la quantité de ce dernier.

Pratiquement, le microdosage est réalisé comme il suit :

Dans un tube à centrifugeuse, placer la solution de sel de calcium, représentant de $0^{mm},1$ à $1^{mm},5$ de Ca; étendre d'eau distillée à 7^{cm^3}; ajouter 1^{cm^3} de solution de tungstate de sodium à 5 pour 100; agiter sans racler les parois et porter une heure au bain-marie vers 70-80°. Après quelques minutes de chauffage, on observe l'apparition d'un louche, puis le précipité de tungstate de calcium devient cristallin et se dépose dans le fond du tube; centrifuger; laver le précipité deux ou trois fois, avec 5^{cm^3} d'eau distillée (la dernière eau de lavage ne fournit aucune coloration bleue par le réactif titaneux, preuve du lavage suffisant et de l'insolubilité absolue du tungstate de calcium).

Le tungstate de calcium ainsi obtenu est transformé en acide tungstique par traitement avec trois gouttes d'acide chlorhydrique concentré versées sur le culot de centrifugation lavé, puis addition de $0^{cm^3},5$ d'eau distillée; porter au bain-marie bouillant pendant 15 minutes; l'acide tungstique hydraté blanc donne l'anhydride jaune insoluble, pendant que le calcium passe en solution chlorhydrique (observons que l'acide phosphorique ne peut être utilisé, parce qu'il formerait, par la suite, du phosphate de titane insoluble).

Le précipité d'acide tungstique est lavé par centrifugation avec 2^{cm^3} ClH N, pour éliminer les dernières traces de calcium; puis le résidu est dissous à chaud dans 2^{cm^3} de potasse pure à 20 pour 100. La dissolution effectuée, neutraliser exactement par l'acide chlorhydrique en présence de tournesol; ajouter $0^{cm^3},3$ de ClH N; porter à 10^{cm^3} avec de l'eau distillée et ajouter $0^{cm^3},3$ de réactif titaneux. Procéder au dosage colorimétrique de la solution bleue obtenue, par comparaison avec la solution étalon (les deux solutions doivent posséder une intensité de coloration assez voisine, pour diminuer l'erreur systématique du dosage).

De la quantité d'acide tungstique trouvé, il est facile de déduire la proportion de calcium du tungstate et de la substance mise en œuvre.

Nous avons vérifié l'exactitude de la méthode sur une solution de chlorure de calcium titrée à $0^{mg},32$ de Ca par centimètre cube :

Ca mis en expérience.	Ca trouvé.
mg	mg
0,16	0,145
0,32	0,33
0,64	0,63
0,96	0,93
1,28	1,26

Le microdosage de l'ion Ca que nous proposons est rapide, pratique et exact. Il sera appliqué non seulement au dosage du calcium isolé, mais aussi au dosage du calcium en présence de fer et de phosphore; également en présence de fer, de phosphore et de matières organiques (sang, lait, etc.).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une érythrite éthylénique.*
Note de MM. **Lespieau** et **Bourguel**, présentée par M. C. Matignon.

L'un de nous ayant obtenu une érythrite acétylénique

$$CH^2OH.CHOH.C \equiv C.CHOH.CH^2OH,$$

et son éther diméthylique biprimaire (*Comptes rendus*, 173, 1921, p. 1367) nous avons cherché à en dériver par hydrogénation modérée les composés éthyléniques correspondants.

Comme il fallait opérer à froid, l'emploi du palladium colloïdal était indiqué, d'autant plus que ce catalyseur, convenablement employé, ne conduisant qu'au composé cis (Bourguel) on n'a pas à craindre avec lui la production simultanée de deux isomères, dont la séparation serait probablement fort difficile.

$8^g,92$ de l'érythrite acétylénique pure, fondant à 114°, ont été dissous dans 300^g d'eau et additionnés d'une solution amidonnée de palladium colloïdal renfermant 3^{cg} de métal. Le tout a été agité dans une atmosphère d'hydrogène fourni par un flacon de Deville, ce qui permettait de mesurer la vitesse d'absorption. Au début cette vitesse était de 3300^{cm^3} à l'heure, elle monta rapidement à 3900 et s'y maintint pour tomber très brusquement, et devenir négligeable quand il se fut fixé deux atomes de gaz, soit 1450^{cm^3}.

On a alors additionné le liquide d'alcool méthylique, filtré et concentré à 100° dans le vide de la trompe à eau. Par refroidissement le résidu a cristallisé. On redissout la masse cristalline dans de l'acide acétique et abandonne dans le vide en présence de potasse. Quand il ne reste plus que très peu de liquide on met sur une assiette poreuse, à la surface de laquelle, au bout de quelques heures, on ne trouve plus que des cristaux blancs fondant au tube capillaire à 80-82°. Leur analyse indique que l'on se trouve bien en présence d'une érythrite éthylénique,

$$CH^2OH.CHOH.CH = CH.CHOH.CH^2OH,$$

(trouvé pour 100 : C 48,48; H 8,17; théorie 48,61 et 8,10).

L'érythrite acétylénique employée avait été extraite d'un mélange pâteux où il y a tout lieu de penser qu'elle est accompagnée d'un isomère stérique; sa purification avait exigé le sacrifice de beaucoup de matière, aussi a-t-on essayé l'hydrogénation du produit brut. Elle s'est montrée bien

moins facile, parce que le mélange renfermait des impuretés qui paralysaient rapidement le catalyseur. On pouvait remédier à cet inconvénient en ajoutant progressivement de nouvelles quantités de ce dernier, mais malgré cela la vitesse est devenue pratiquement nulle quand on a eu fixé sensiblement deux atomes d'hydrogène, ce qui est en faveur de l'hypothèse de la présence de deux érythrites isomériques dans le mélange utilisé. Le produit obtenu s'est refusé à cristalliser.

Au point de vue stéréochimique il faut y voir un corps cis inactif par nature sur la lumière polarisée.

On a ensuite hydrogéné l'éther diméthylique

$$CH^3OCH^2.CHOH.C \equiv C.CHOH.CH^2OCH^3.$$

Celui-ci bouillait bien, mais comme il provenait de la même source que le mélange des deux érythrites mentionné ci-dessus, il devait probablement renfermer aussi deux stéréoisomères. Seulement ici la distillation avait éliminé les anticatalyseurs, aussi l'hydrogénation a-t-elle été aisée; elle s'est encore arrêtée brusquement après la fixation de deux atomes d'hydrogène : 27^g de liquide ont absorbé ainsi 3780^{cm^3} de gaz, en présence de 3^{cg} de palladium.

Le liquide résultant additionné d'alcool, puis filtré, a été distillé. L'éther éthylénique a passé alors à 151° sous 5^{mm} et à 145° sous 3^{mm}. On lui a trouvé une réfraction moléculaire de 44,85 la théorie voulant 45,01. A 23° densité 1,0969, indice D 1,471. On y a dosé pour 100, C 54,29; H 9,15, nombres correspondant à la formule

$$CH^3OCH^2.CHOH.CH = CH.CHOH.CH^2OCH^3.$$

Voici les mesures faites sur ces vitesses d'hydrogénation :

Érythrite.		Éther diméthylique.	
Volume fixé.	Vitesse.	Volume fixé.	Vitesse.
cm³	l	cm³	l
1229	3,900	3250	3,900
1355	3,900	3525	3,900
1385	4,200	3660	4,050
1420	3,900	3750	3,000
1445	1,500	3770	1,000
1450	0,300	3780	0,300
Après	Négligeable	Après	Négligeable

En réalité la théorie n'exigerait que $1^l,37$ dans le premier cas, et $3^l,73$ dans le second, au lieu de $1^l,45$ et $3^l,78$, mais l'expérience répétée sur de

nombreux cas d'hydrogénation a montré qu'on absorbe toujours un léger excès d'hydrogène, soit que le palladium en retienne, soit pour toute autre cause. Cet excès conduirait pour le premier cas à $1^l,46$ environ et $3^l,78$ pour le second.

GÉOLOGIE. — *Sur l'âge des couches à Orbitolines du nord de la province d'Alger.* Note de M. **Louis Glangeaud.**

Les Atlas de Blida et du Bou-Maad, situés au sud de la Mitidja et du bassin de Marceau, appartiennent à une zone stratigraphique et tectonique que j'ai appelée zone II ou du géosynclinal de Blida. Les assises d'âge crétacé y présentent plusieurs niveaux calcaires superposés qui ont été attribués au Cénomanien par Ficheur dans son remarquable travail sur l'Atlas de Blida ([1]). Cet auteur séparait par des contacts anormaux les calcaires dits *cénomaniens* des couches situées au contact. Dans l'Atlas du Bou-Maad, le Crétacé n'avait fait l'objet d'aucune étude précise.

Les fossiles que j'ai recueillis dans le massif du Bou-Maad me permettent d'expliquer cette superposition de plusieurs niveaux calcaires par la réapparition de faciès analogues dans une série stratigraphique normale, sans faire intervenir de recouvrements anormaux. De même, dans l'Atlas de Blida, la découverte d'*Orbitolina lenticularis* Blum, que j'ai rencontrée dans le niveau calcaire le plus inférieur, prouve que les calcaires dits *cénomaniens* de la base de cette série sont en réalité d'âge aptien ou albien inférieur.

Il est impossible de préciser que les calcaires à *Orbitolina lenticulatis* sont d'âge aptien supérieur. En effet ceux-ci surmontent des couches qui ont fourni dans le Bou-Maad : *Parahoplites flexisulcatus* d'Orb., *Costidiscus recticostatus* d'Orb., *Lytoceras* cf. *Liebigi* Opp. (déterminations confirmées par M. Roch). Ces calcaires peuvent être rapportés à l'Aptien inférieur (Bédoulien). Au-dessus de ces calcaires bédouliens apparaissent des lumachelles et des calcaires gréseux à Encrines et à *Orbitolina lenticularis* Blum (détermination confirmée par M. Douvillé), qui avaient été attribués au Cénomanien. Les couches à Orbitolines sont recouvertes par l'Albien schisto-gréseux avec *Parahoplites Milletianus* d'Orb.. Comme elles sont comprises entre le Bédoulien (zone I de M. Jacob)

([1]) E. Ficheur, *Les plissements du Massif de Blida* (*Bull. Soc. géol. de Fr.*, 3e série, 24, 1896, p. 982 à 1041).

et l'Albien inférieur (zone III de M. Jacob), on peut admettre qu'elles sont d'âge aptien supérieur (zone II de M. Jacob).

Des couches analogues transgressives sur le Lias du Zaccar contiennent *Parahoplites Uhligi* Anthula (détermination de M. Roch). On a donc là une série continue et normale entre le Bédoulien et le Vraconnien fossilifère (zone VI de M. Jacob) où il est possible de reconnaître sans trop de difficultés les zones décrites par M. Jacob.

Trois niveaux principalement calcaires sont superposés dans la zone du géosynclinal de Blida. Le premier est aptien, le deuxième vraconnien, le troisième cénomanien. Une partie des contacts anormaux, que Ficheur a été obligé de mettre à la base des couches de calcaires dans la détermination stratigraphique était inexacte, me paraît devoir disparaître.

Au Nord du géosynclinal de Blida s'étend la zone que j'ai appelée zone I ou des massifs anciens. Dans cette dernière zone j'ai montré que le Flysch schisto-gréseux, qui était autrefois attribué au Danien de l'Éocène supérieur, était d'âge albo-aptien ([1]). A la base de ce Flysch on observe en plusieurs points des couches à *Orbitolina lenticularis*, de 10^{m} environ d'épaisseur, qui sont recouvertes par les grès et schistes de l'Albien avec *Douvilleiceras Bigoureti* Seunes. Ces couches à Orbitolines de la zone I reposent directement sur le Primaire ou le Trias. Il paraît possible de les assimiler à celles de l'Aptien supérieur de la zone II.

L'Aptien présente dans ces deux zones des faciès différents au point de vue pétrographique. Dans la région littorale les couches à Orbitolines sont représentées par des grès calcaires roux, très ferrugineux, riches en débris organiques; tandis que dans la zone II les couches de l'Aptien supérieur sont des marno-calcaires clairs, accompagnés de lumachelle. Ces deux faciès de l'Aptien présentent le caractère commun d'être peu profonds. La différence entre les deux zones, très marquée pour les autres étages du Crétacé s'atténue donc un peu à l'Aptien où les faciès néritiques prennent une grande extension. J'ai pu suivre ces faciès néritiques depuis le Dahra jusqu'aux environs de Bougie ([2]) sur plus de 360^{km}. Cette augmentation de surface des faciès néritiques à l'Aptien paraît être un fait d'ordre général en Algérie et en Tunisie. Elle a été signalée par Ficheur, Flamand, Pervinquière, Thomas, MM. Blayac, Dalloni, Joleaud et Savornin dans les régions qu'ils ont étudiées.

([1]) LOUIS GLANGEAUD, *Sur la présence de l'Aptien dans la région littorale de la province d'Alger* (*Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 249).

([2]) LOUIS GLANGEAUD, *loc. cit.*

GÉOLOGIE. — *Sur l'extension verticale du genre* Spiriferina *au Maroc.* Note de M. **Henri Termier**, présentée par M. Pierre Termier.

Dans son beau Mémoire sur les Spiriférines, M. G. Corroy (¹), qui a eu en mains une énorme quantité d'échantillons français, arrête à la première zone de l'Aalénien l'extension verticale de cet intéressant groupe de Brachiopodes en Europe. Je crois pouvoir affirmer que les Spiriférines ont eu au Maroc une longévité plus grande et je fonde cette opinion sur l'examen de deux gisements particulièrement typiques.

I. Le premier se trouve sur le Causse préatlasique des Beni M'guild à environ 15^{km} au sud d'Azrou et à 10^{km} au sud-ouest du Djebel Hébri. On observe à 300^{m} à l'est de la maison forestière d'*Aïn Kahla* des bancs de calcaire qui rappellent le *ciret* du Mont-d'Or lyonnais et qui sont très riches en coquilles partiellement silicifiées. J'ai recueilli en ce point des Spiriférines associées à des fossiles connus surtout dans le Bajocien. Pour être fixé sur le niveau exact de cette formation je me suis adressé à d'autres paléontologistes et voici le résultat de ces différentes études.

Les Spiriférines ont été déterminées par M. Corroy comme *Spiriferina Walcotti* var. *Nuvoteri* Daw.; un petit lot envoyé à M. Gardet lui a permis de reconnaître les espèces suivantes : *Terebratula ventricosa* Hartm. (in Zieten, Bajocien), *T. gr. perovalis* Sow. (zone à Murch.), *Plagiostoma Annoni* Mérian (Dogger); un autre lot soumis à M. Dubar lui a donné : *T.* cf. *ventricosa* Hart., *T. perovalis* Sow. var. *Kleini* Lmk (Aal. sup.); *Rhynchonella* cf. *lotharingica* Haas (Aal. moy. et sup.), *Plagiostoma semicircularis* Goldf. (Aal. moy. et sup.), Spicules d'éponges (tétractinellides).

« Certains exemplaires de *T.* cf. *ventricosa* sont apparentés à *T. insignis* Schl. Le crochet, très fort, rappelle *T. ventricosa* Daw., la forme est très bombée, beaucoup plus que celle de tous les échantillons figurés. »

Enfin je compléterai cette liste par *Trigonia* cf. *duplicata* Sow. et par un *Ctenostreon* à côtes bifides, probablement nov. sp.

Non loin de ces couches à Brachiopodes, à 100^{m} au nord de la maison forestière, existent des bancs de calcaire marneux à silex qui paraissent bien le prolongement des premiers ou qui ne leur sont supérieurs que de 3 ou 4^{m}, et où fourmillent des tiges de *Pentacrinus bajocencis* d'Orb. Cette

---

(¹) G. Corroy, *Les Spiriféridés du Lias européen et principalement du Lias de Lorraine et d'Alsace* (*Annales de Paléontologie*, **16**, 1927, p. 34-35).

détermination a été confirmée par MM. Gardet et Dom Valette. De tout ceci résulte que l'affleurement d'Aïn Kahla appartient au Bajocien ou tout au moins à un Aalénien déjà élevé, et que la *Spiriferina Walcotti* qui en France s'éteint à la fin du Charmouthien se rencontre beaucoup plus haut dans le Maroc Central.

II. Le défilé de Tsiouant (feuille *Reggou* au $\frac{1}{100\,000}$ n°s 6 et 7) offre une magnifique coupe naturelle entre les mines de sel et le Ksar proprement dit. Du Nord-Ouest au Sud-Est on observe la succession suivante : 1° Trias; 2° Lias inférieur ou moyen en gros bancs; 3° au point 629, 1-308, 5, 15^{m} de marno-calcaires qui m'ont fourni les espèces suivantes :

Spiriferina alpina var. *Falloti* G. Corroy (détermination Corroy) associée à *Plagiostoma cardiiformis* Sow. (Dogger), *Pleuromya rhenana* Schlipp (Dogger), *Ctenostreon Wrighti* Bayle (Baj.), *Rhynchonella tetraedra* Sow. (Baj.), *Isastrea bernardiana* d'Orb. (Baj.). Ces cinq espèces ont été déterminées par M. Gardet. J'y ajouterai : *Pholadomya Murchisoni* Sow. (Dogger), *Plagiostoma Annonii* Merian (Dogger), *Ctenostreon* cf. *pectiniforme* Schl. (Dog.), *Chlamys* cf. *Dewalquei* Oppel, *Entolium* cf. *clathratus* Rœmer, *Lucina Bellona*. d'Orb., *Belemnites* sp. Une telle faune ne prouve pas absolument l'âge bajocien de ces couches marno-calcaires puisqu'elle ne contient pas de Céphalopodes, mais c'est celle que j'ai rencontrée un peu partout dans le Moyen Atlas au-dessus du Toarcien bien caractérisé (Ammonites pyriteuses) et même de l'Aalénien quand il existe.

Comme on le voit, il est difficile d'échapper à la conclusion que les Spiriférines ont persisté dans le Maroc plus longtemps que dans le Nord-Ouest de l'Europe.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence du Cuivre dans le Soudan occidental français.* Note de M. **Raymond Furon**, présentée par M. L. Cayeux

Au cours d'une mission géologique dans le cercle de Nioro (janvier 1929), j'ai découvert l'existence du cuivre dans la région de Sirakoro.

La région étudiée est située à l'est de Nioro, dans le pays Diawara. On y rencontre des terrains très variés : roches éruptives (série monzonite quartzifère-gabbro-diabase), schistes et pélites, grès violets tendres et calcaires marmorisés.

Bien que les contacts soient rarement visibles, on peut donner la succession stratigraphique suivante, à l'ouest de Sirakoro :

4. Diabases (pointements et coulées).
3. Calcaires marmorisés, passant latéralement à des grès blancs, plus ou moins calcarifères.
2. Grès tendres, violacés.
1. Schistes et pélites.

Toute cette zone, depuis Tourougoumbé jusqu'à Yéréré, est fortement minéralisée et de grands amas de magnétite sont visibles au contact des calcaires et des diabases.

A l'ouest de Sirakoro, les calcaires marmorisés disparaissent pour faire place à des grès blancs, calcarifères au sommet. C'est dans un ravin de cette région, entre Sirakoro et Séï, que j'ai découvert des bancs de grès fortement imprégnés de sels de cuivre : malachite et chrysocolle.

Les grès, localement plissés et disloqués par de petites failles, ont un pendage de 30° vers le Sud-Est; ils constituent des collines recouvertes de blocs de magnétite et de diabase. Ayant exécuté quelques fouilles sommaires, j'ai pu constater la présence de trois bancs, au moins, de grès cuprifères, mesurant ensemble environ 1^{m}. Un échantillon moyen (du banc inférieur) analysé par M. C. Boulanger contient près de 12 pour 100 de cuivre métal. Cette découverte est, à ma connaissance, la première qui soit faite du cuivre dans le Soudan occidental français.

BOTANIQUE. — *Sur la formation des zoosporanges et la germination des spores chez un* Saprolegnia, *en cultures sur milieux nutritifs additionnés de rouge neutre*. Note de M. **Guilliermond**, présentée par M. Molliard.

Dans une Note antérieure [1], nous avons exposé les résultats de nos essais de culture d'un *Saprolegnia* sur bouillon de peptone additionné de rouge neutre et nous avons montré que jusqu'à une dose de 5^{mg} pour 100 du colorant, le Champignon se développe aussi bien que dans les cultures témoins, tout en accumulant le rouge neutre dans son vacuome qui, pendant toute sa croissance, apparaît fortement coloré. Toutefois le mycelium obtenu dans ces conditions restait constamment stérile, comme d'ailleurs dans les cultures témoins et il ne nous avait pas été possible d'obtenir la formation des zoosporanges. Le *Saprolegnia* que nous avons cultivé ne donne, en effet, de zoosporanges en milieu liquide, que lorsqu'on place en inanition

[1] *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1621.

un mycélium jeune et bien nourri provenant d'une culture sur bouillon de peptone et, même dans ces conditions, les zoosporanges n'apparaissent que difficilement et au bout de huit jours environ. Au contraire, le Champignon sporule abondamment et rapidement sur bouillon de soja gélosé, milieu qui ne nous paraissait pas favorable à sa coloration vitale et que nous n'avions pas essayé.

Depuis, M. Skupienski (¹) a communiqué des résultats de même ordre que les nôtres, obtenus sur un Myxomycète, le *Didymium nigripes*. En cultivant ce Champignon sur un bouillon de carotte et de pomme de terre gélosé et additionné de rouge neutre, cet auteur a réussi a obtenir son développement complet jusqu'à la sporulation et a constaté qu'à toutes les phases de sa croissance, le Champignon accumulait le rouge neutre dans ses vacuoles. Ceci nous a donné l'idée d'appliquer à notre *Saprolegnia* une méthode semblable dans le but d'obtenir sa sporulation. Ce Champignon a été cultivé sur bouillon de Soja gélosé et additionné de 1^{mg} pour 100 de rouge neutre dans des boîtes de Petri.

On peut étudier tous les stades de leur germination, en prélevant les zoosporanges ainsi obtenus et en les ensemençant en chambre humide, sur gouttelettes pendantes de bouillon de Soja additionné de rouge neutre. La germination s'effectue d'uue manière un peu anormale par suite du milieu solide où les zoosporanges sont placés. Le plus souvent, en effet, les spores germent directement dans les zoosporanges sans passer par le stade zoospore. Le premier signe de leur germination consiste en leur gonflement accompagné de l'hydratation de leurs petites vacuoles qui confluent pour former une unique et très grosse vacuole occupant la presque totalité de la spore et refoulant à la périphérie le noyau et le cytoplasme. Cette vacuole offre une teinte rouge diffuse avec de gros corpuscules plus fortement colorés. Bientôt la spore donne naissance à un tube germinatif, qui, après avoir perforé la paroi du zoosporange, s'allonge et se ramifie. Le tube germinatif apparaît d'abord comme une petite hernie de la spore occupée par le noyau et un cytoplasme très dense; mais très rapidement, dès le début de la croissance du tube, on voit apparaître dans le cytoplasme de petites vacuoles teintes en rose et renfermant souvent des corpuscules plus fortement colorés qui ne montrent aucune relation avec la grosse vacuole de la spore : celle-ci reste dans la spore sans subir aucune modification ou parfois se prolonge un peu à la base du tube germinatif, entraîné dans celui-ci

(¹) *Acta Societatis botanicorum Poloniæ*, 6, 1929, p. 203.

avec le cytoplasme. Les petites vacuoles du tube germinatif s'accroissent rapidement, puis se fusionnent pour former de grosses vacuoles, occupant la majeure partie du tube, tandis que, à l'extrémité de ce dernier, on voit se former de nouvelles, très petites.

Ainsi notre *Saprolegnia* parcourt tout son développement en milieu nutritif, additionné de rouge neutre, depuis la germination de la spore jusqu'à la formation du zoosporange, et pendant toutes les phases de sa croissance, il accumule le rouge neutre dans ses vacuoles. Seule, la reproduction sexuelle n'a pu être réalisée, mais celle-ci n'a jamais été obtenue dans aucune condition depuis cinq ans que nous cultivons ce Champignon dans notre laboratoire, ce qui laisse penser qu'il s'agit d'une forme devenue agame. Ces résultats, joints à ceux de M. Skupienski sur le *Didymium nigripes*, et que nous avons pu nous-même vérifier en cultivant dans du milieu additionné de rouge neutre une culture obligeamment envoyée par cet auteur, démontrent donc que le rouge neutre est un colorant extrêmement peu toxique et d'un usage précieux pour l'étude des vacuoles.

Cultivé dans ces conditions et à 25°, le *Saprolegnia*, au bout de 24 heures, forme au milieu de la plaque de gélose une végétation ronde constituée par de fins filaments s'irradiant autour du point d'ensemencement. Cette végétation offre une teinte rouge très marquée qui la fait ressortir dans le substratum qui, au contraire, tend à se décolorer. Comme dans nos cultures antérieures en milieu liquide, le Champignon sélectionne donc le rouge neutre. Au bout de 48 heures environ, la végétation envahit tout le substratum. Observée alors au microscope, à un très faible grossissement, la plaque de gélose montre un mycélium constitué par de nombreux filaments colorés dont les extrémités sont occupées par des renflements en voie de se transformer en zoosporanges ou par des zoosporanges entièrement formés. Des fragments de ce mycélium prélevés et examinés à un fort grossissement permettent d'observer les différentes phases de la formation des zoosporanges et l'évolution que subit, pendant ce phénomène, le vacuome qui apparaît d'abord constitué par de nombreuses vacuoles teintes en rose avec à leur intérieur des corpuscules plus colorés. Au début de leur formation, les spores montrent un noyau occupant le centre et un cytoplasme rempli de petites vacuoles à contenu colloïdal très condensé, uniformément et fortement coloré en rouge. Les zoospores peuvent, à la longue, se gonfler et commencer à germer dans le milieu où elles se sont formées.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *L'oroboside, nouveau glucoside hydrolysable par l'émulsine, retiré de l'*Orobus tuberosus *L. et ses produits d'hydrolyse : glucose et orobol.* Note de MM. **M. Bridel** et **C. Charaux**, présentée par M. L. Mangin.

Dans une Note récente sur l'orobérol, chromogène de l'*Orobus tuberosus* L., nous avons indiqué qu'au cours de la préparation de ce principe, on obtenait, à l'état cristallisé, le glucoside hydrolysable par l'émulsine, l'oroboside (1).

Cristallisé dans l'alcool à 40^c l'oroboside se présente sous la forme de prismes microcopiques, assez larges et isolés. Sa couleur est jaune pâle. Il fond instantanément au bloc Maquenne à $+220°$-$221°$. Il est lévogyre. Son pouvoir rotatoire a été déterminé dans la pyridine, le seul dissolvant qui donne une solution assez concentrée :

$$\alpha_D = -61°,29; \quad [\alpha]_{5461} = -76°,62 \quad \text{(pour le produit anhydre).}$$

L'oroboside présente plusieurs réactions colorées, notamment avec la soude très diluée, dans laquelle il se dissout en donnant une solution jaune virant très rapidement, par oxydation à l'air, au rouge cerise intense.

Il est très rapidement oxydé par le sel purpuréo-cobaltique avec formation d'un précipité violet noir abondant.

Il est réducteur : 1^g réduit comme 0^g,470 de glucose.

Par hydrolyse sulfurique, il fournit 39,77 pour 100 d'un sucre réducteur qui a été obtenu à l'état cristallisé et identifié comme glucose par sa forme cristalline et son pouvoir rotatoire, et 64,46 pour 100 d'un produit non glucidique, insoluble dans l'eau, cristallisé, l'orobol.

A cause de sa solubilité très faible dans l'eau (1^g dans 10^l d'eau environ), l'hydrolyse de l'oroboside par l'émulsine est excessivement lente.

En 79 jours, à $+30°$, en faisant agir 0^g,50 d'émulsine sur 1^g,2864 d'oroboside anhydre en suspension dans 100$^{cm^3}$ d'eau toluénée, on a obtenu 35,75 pour 100 de glucose, ce qui correspond à l'hydrolyse de 90 pour 100 de l'oroboside mis en œuvre. Le glucose a été obtenu à l'état cristallisé, ainsi que le produit non glucidique qui est identique à l'orobol obtenu par hydrolyse acide.

---

(1) M. Bridel et C. Charaux, *Recherches sur les variations de coloration des plantes au cours de leur dessiccation. Sur un nouveau chromogène, l'orobérol, retiré de l'*Orobus tuberosus *L.* (*Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 202).

L'*orobol*, cristallisé dans l'acide acétique au demi se présente comme un produit floconneux, d'un jaune pâle, un peu plus vif que celui de l'oroboside. Il est constitué par des aiguilles courbes, groupées.

Il fond, au bloc Maquenne, à $+ 270°,5$. Il est inactif sur la lumière polarisée.

L'orobol présente des réactions colorées qui rappellent celles de l'oroboside. Soluble dans une solution de carbonate de sodium, il est insoluble dans la solution saturée de bicarbonate de sodium : ce n'est donc pas un acide.

En solution alcoolique, il donne avec le perchlorure de fer une teinte verdâtre passant à la teinte lie de vin.

Il est oxydé par le suc glycériné de *Russula delica* avec formation d'une coloration orangée. Le sel purpuréo-cobaltique l'oxyde très rapidement avec formation d'un précipité violet noir abondant. L'orobol réduit très rapidement la solution ammoniacale d'azotate d'argent. Son pouvoir réducteur sur la solution cupro-alcaline est supérieur à celui de l'oroboside : 1^g réduit comme $0^g,962$ de glucose.

L'orobol ne renferme pas de groupements méthoxylés.

Les résultats de l'analyse élémentaire et le calcul du poids moléculaire permettent de proposer la formule $C^{15}H^{10}O^6$:

	Trouvé.				Calculé pour $C^{15}H^{10}O^6$.
	I.	II.	III.	Moyenne.	
Poids moléculaire...	–	–	–	292	286
C pour 100........	62,49	62,12	62,63	62,41	62,93
H pour 100........	3,77	3,80	3,81	3,79	3,49

Comme on connaît maintenant la formule des deux produits d'hydrolyse de l'oroboside, glucose et orobol, ainsi que leurs proportions relatives, on peut établir la formule de l'oroboside

$$\underset{(286)}{C^{15}H^{10}O^6} + \underset{(180)}{C^6H^{12}O^6} = H^2O + \underset{(448)}{C^{21}H^{20}O^{11}},$$

qui concorde avec toutes les propriétés de l'oroboside, comme le montre le tableau suivant :

	Trouvé.			Calculé pour $C^{21}H^{20}O^{11}$.
	I.	II.	Moyenne.	
Poids moléculaire.....	452	459	455,5	448
Glucose pour 100......	39,77	39,21	39,49	40,17
Orobol pour 100......	64,46	64,19	64,325	63,83
C pour 100..........	55,39	55,33	55,36	56,25
H pour 100..........	4,91	4,87	4,89	4,46

Les propriétés de l'orobol permettent de le regarder comme une tétrahydroxyflavone $C^{15}H^6O^2(OH)^4$. Deux oxhydryles, au moins, doivent se trouver en position *ortho*, étant donnée l'oxydation facile de l'orobol.

Pour connaître la position de ces quatre oxhydryles dans la molécule de l'orobol, il faudra recourir à la fusion potassique et étudier les produits formés, polyphénols et acide-phénol.

ÉCONOMIE RURALE. — *Observation, par le diagnostic foliaire, du phénomène de remplacement physiologique mutuel de deux bases : chaux et potasse.* Note de MM. **H. Lagatu** et **L. Maume**, présentée par M. P. Viala.

La physiologie végétale ne peut manquer de tirer profit de la méthode de contrôle de l'alimentation des plantes cultivées que nous avons instituée sous le nom de *diagnostic foliaire* (¹) et qui est déjà appliquée dans plusieurs stations agronomiques françaises et étrangères. En voici un exemple.

En 1929, nous avons cultivé une même variété de Pomme de terre, Royal Kidney, d'une part dans une terre très calcaire de l'École d'Agriculture de Montpellier, d'autre part dans une terre non calcaire du domaine de Malbosc, au nord de Saint-Pons (Hérault), dont le propriétaire M. Ludovic Gaujal a généreusement contribué aux frais de l'expérience. De ces champs d'essais nous ne considérerons que les parcelles nos 1 et 11 sans engrais et les parcelles nos 2 et 12 ayant reçu une fumure complète (sulfate d'ammoniaque, superphosphate, chlorure de potassium). Les deux feuilles situées à la base des rameaux issus directement du tubercule-mère ont été prélevées à plusieurs époques et soumises à une analyse dont nous ne retiendrons ici que les résultats en potasse K^2O et en chaux CaO.

POUR-CENT DE MATIÈRE SÈCHE DE LA FEUILLE.

1929. — *Montpellier.*

		14 mai.		3 juin.		26 juin.		9 juillet.		24 juillet.	
		N° 1.	N° 11.	N° 1.	N° 11.	N° 1.	N° 11.	N° 1.	N° 11.	N° 1.	N° 11.
Témoins	K^2O.	5,50	5,61	4,14	3,37	2,79	2,37	2,36	2,09	1,83	1,55
	CaO.	6,10	6,29	7,42	7,36	8,98	8,92	9,38	9,24	8,93	9,23
		11,60	11,90	11,56	10,73	11,77	11,29	11,74	11,33	10,76	10,78
		N° 2.	N° 12.	N° 2.	N° 12.	N° 2.	N° 12.	N° 2.	N° 12.	N° 2.	N° 12.
Fumure complète	K^2O.	5,45	5,32	4,64	3,50	3,01	2,09	2,60	2,49	1,86	1,73
	CaO.	6,40	6,52	8,02	8,17	7,89	7,94	9,41	9,34	10,05	9,12
		11,85	11,84	12,66	11,67	10,90	10,03	12,01	11,83	11,91	10,85

(¹) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1062.

1929. — *Malbosc.*

		29 juin.		22 juillet.		10 août.	
		N° 1.	N° 11.	N° 1.	N° 11.	N° 1.	N° 11.
Témoins	K^2O	7,47	7,43	6,02	5,61	4,89	4,56
	CaO	4,31	4,41	4,69	4,89	4,92	4,99
		11,78	11,84	10,71	10,50	9,81	9,55
		N° 2.	N° 12.	N° 2.	N° 12.	N° 2.	N° 12.
Fumure complète	K^2O	8,14	8,39	6,41	6,57	5,53	3,26
	CaO	4,08	4,21	4,78	4,58	4,97	5,25
		12,22	12,60	11,19	11,15	10,50	8,51

Pour une somme à peu près constante, la répartition entre la potasse et la chaux est inversée quand on passe de la feuille en station calcaire (Montpellier) à la feuille en station non calcaire (Malbosc).

La feuille de la Pomme de terre dispose donc, dans une assez large mesure, du rapport de ses teneurs en potasse et en chaux pour adapter son travail chimique, non seulement aux besoins spéciaux de chaque nouveau tissu (feuilles, tubercules), mais aussi aux ressources que lui offre chaque sol par l'intermédiaire des racines.

Il est digne de remarque que la feuille de Malbosc, prédestinée à faire son lest alcalin avec la potasse et non avec la chaux, soit *dès le début, alors que la chaux ne paraît pas manquer encore*, beaucoup plus riche en potasse que la feuille de la terre calcaire, en telle manière qu'elle puisse livrer de la potasse aux nouveaux tissus en formation et cependant mourir riche en potasse, tandis que la feuille de l'École d'Agriculture meurt très riche en chaux et pauvre en potasse.

Nous avons analysé le bouquet de petites feuilles prélevé le 14 septembre à Malbosc au sommet des tiges partiellement défeuillées.

Pour-cent de matière sèche du bouquet terminal des tiges (14 septembre).

	Témoins.		Fumure complète.	
	n° 1.	n° 11.	n° 2.	n° 12.
K^2O	3,70	3,90	3,99	4,18
CaO	2,49	2,79	3,06	3,08
	6,19	6,69	6,05	7,26

Les jeunes feuilles des sommets des tiges, vingt-sept jours avant la récolte, conservent donc encore, à Malbose, une teneur en potasse supé-

rieure à la teneur en chaux. Mais elles sont beaucoup moins riches en potasse que les feuilles de juin. Elles ne doivent d'ailleurs pas se développer; et nous constatons qu'elles portent à leur début le signe chimique de leur courte destinée, tandis que les feuilles de juin portaient à leur début la condition chimique d'une ample évolution.

CHIMIE AGRICOLE. — *Appréciation de la valeur des calcaires broyés employés en agriculture.* Note de MM. **Lenglen** et **Durier**, présentée par M. L. Cayeux.

Le problème de l'utilisation des calcaires naturels en vue de remédier à la désacidification et à la décalcification d'un grand nombre de nos terres cultivées est à juste titre l'un de ceux qui préoccupent le plus vivement le monde agricole.

Le CO^3Ca est l'un des corps le plus répandu dans la nature, mais il est aussi un de ceux qui y existent sous les formes les plus variées présentant entre elles des différences considérables, non seulement quant à leur composition chimique, mais aussi quant à leur structure physique. Ces différences de structure se traduisent toujours, ainsi que l'a constaté depuis longtemps la pratique agricole, par des différences de résistance à l'action des agents atmosphériques et aux agents dissolvants du sol et il en résulte qu'à égalité de teneur en CO^3Ca, les différentes sortes de calcaires peuvent avoir une valeur amendante très inégale. La question du choix à faire parmi les nombreuses variétés de calcaire naturel présente un énorme intérêt et à plusieurs reprises on s'est efforcé de rechercher une méthode à la fois simple et exacte permettant d'apprécier la valeur des calcaires en vue de leur utilisation comme amendement.

Parmi ces méthodes, il en est qui consistent à mesurer la vitesse d'attaque du calcaire (Houdaille et Semichon), d'autres sont basées sur la solubilité du CO^3Ca dans l'eau chargée d'acide carbonique, dont les caractéristiques ont été si remarquablement définies par Schlœsing [1].

Nous inspirant des divers travaux déjà publiés sur la question nous avons effectué sur une soixantaine d'échantillons de calcaires d'origines les plus diverses amenés à des degrés de finesse exactement déterminés, toute une série d'essais comparatifs suivant une technique spéciale que nous avons

[1] Th. Schlœsing, *Sur la dissolution du carbonate de chaux par l'acide carbonique* (*Comptes rendus*, 74, 1872, p. 1552, et 75, 1872, p. 70).

mise au point et qui est basée sur la solubilité totale du carbonate de chaux chimiquement pur obtenu par précipitation du nitrate de chaux par le bicarbonate d'ammoniaque.

Cette méthode consiste à traiter par agitation mécanique, dans un récipient approprié, une quantité de calcaire sec rigoureusement déterminée par l'expérience (correspondant à $0^{g},200$ de CO^3Ca) par 500^{cm^3} d'eau chargée de CO^2 à raison d'environ $1^{g},6$ par litre, à une température aussi voisine que possible de 15° pendant 2 heures et à doser dans la solution filtrée l'alcalinité par une liqueur N/10 d'acide sulfurique en présence d'orangé III.

Les résultats trouvés nous ont permis de classer les calcaires en trois groupes : durs, demi-durs et tendres, suivant leur solubilité carbonique à divers degrés de finesse déterminés. Nous donnons dans le tableau ci-après quelques-uns des résultats qui nous semblent représenter les caractéristiques moyennes de chacune des trois catégories. Ils indiquent la quantité de CO^3Ca dissous pour 100 du carbonate de chaux contenu dans les matériaux examinés :

				Grains (en millimètres).						
Nos.	Système.	Groupe.	Provenance.	1 à 2.	0,75 à 1.	0,75 à 0,50.	0,50 à 0,25.	0,25 à 0,13.	0,13. à 0,08.	Inf. à 0,08.
1..		Calcite	Manche	6,2	9,4	11,2	13,7	16,2	26,2	51,9
2..		Spath	M.-et-L.	6,9	9,4	11,9	13,7	18,7	25,6	56,2
3..	I	Carbonif. Culm.	Manche	7	11,2	13,3	16,1	21	28	63,7
4..		Stalactites	Oise	7,2	7,7	9,3	12,3	15,9	22,6	49,9
5..		Aragonite	P.-de-D.	7,7	9	10,3	13,5	16	21,2	50,2
6..	II	Oolith. Portl.	Bavière	7,9	11,1	13,1	17,1	23	30,2	74,1
7..	II	Oolith. Bath.	Sarthe	15,4	17,4	19,4	26,7	32,8	35,6	79,6
8..	II	Oolith. Baj.	Ain	19,1	20,4	21,7	24,8	28,7	32,5	73
9..	II	Crét.	Landes	23,1	24,8	29,9	37,6	39,3	44,4	78,7
10..	II	Crét. Sénon.	S.-Inf.	25,8	28,4	33,4	37,5	42,5	47,3	78,9
11..	II	Crét. Sénon.	Aisne	30	43,4	45,5	53,9	57,4	62,3	82,6
12..	II	Crét. Néoc.	Oise	31,2	39	46,7	55,2	61,8	66,3	75
13..	II	Crét. Sénon.	Oise	36,1	42,1	47,5	57,5	60,2	78,2	92,9
14..	II	Crét. Sénon.	Yonne	36,4	41	43,7	51	55	76,8	89,6
15..	II	Crét. Sénon.	E.-et-L.	49,4	50	55	61,7	61,7	74,7	81,9

On voit par ces nombres que :

1° A égalité de finesse de mouture, la solubilité carbonique d'un calcaire peut varier dans de très larges limites suivant sa structure physique; la comparaison des résultats fournis par les nos 4 et 12 qui se rapportent

à une stalactite et au calcaire dont elle provient, en constitue une preuve très nette.

2° La solubilité carbonique augmente pour un même calcaire suivant son degré de ténuité, en raison inverse de la grosseur des grains de celui-ci. Elle croît régulièrement s'il s'agit d'un calcaire tendre; s'il s'agit d'un calcaire compact plus ou moins cristallisé, elle augmente progressivement pour toutes les poudres constituées par des grains dont les dimensions varient de 2^{mm} à $0^{mm},08$; pour les grains inférieurs à $0^{mm},08$, la solubilité s'élève brusquement et le plus souvent du simple au double par rapport à celle de la poudre précédente.

D'autre part, il résulte des recherches effectuées par M. Brioux [1] sur une terre acide, à l'aide de quatre types différents de calcaires, que nous lui avions remis, qu'il y a une corrélation certaine et presque parfaite entre la solubilité carbonique des calcaires et leur action neutralisante sur le sol.

La solubilité carbonique peut donc logiquement servir de base à l'appréciation de la valeur des calcaires employés comme amendement et elle est en outre de nature à fournir des indications essentielles sur le degré de finesse auquel ils doivent être amenés suivant leur origine géologique pour donner le maximum d'efficacité.

ZOOLOGIE. — *Asymétrie viscérale et dimorphisme des spermatophores chez quelques Pagures.* Note de M. **Charles Pérez**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

En corrélation avec leur habitat dans les coquilles turbinées de Gastéropodes dextres, les Pagures présentent, comme on sait, une asymétrie comparable à celle de ces Mollusques eux-mêmes. Dès l'extérieur cette asymétrie se manifeste par la torsion de l'abdomen et la disparition des pléopodes du côté droit, qui répond à la columelle de la coquille; à l'intérieur, elle se traduit par des différences de forme ou des déplacements topographiques des viscères (foie, glandes génitales, etc.). La région céphalothoracique de ces Crustacés est moins profondément déformée.

---

(1) Brioux et Jouis, *Corrélation entre la finesse et la solubilité carbonique des calcaires broyés et leur action neutralisante sur les sols acides* (*Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 277).

Un contraste analogue existe pour la localisation des parasites susceptibles d'infester les Pagures. Les Bopyriens branchiaux (*Pseudione*) s'installent indifféremment à droite ou à gauche; les *Athelges*, parasites abdominaux, sont toujours à gauche : ils s'établissent, à l'état Cryptoniscien, en se cramponnant à un pléopode et restent définitivement de ce côté qui leur offre à la fois, sur l'hôte des commodités d'accrochage et, dans la coquille, un logement suffisamment spacieux. C'est aussi sur le côté gauche de l'abdomen que sont implantés les *Peltogaster;* il s'agit évidemment ici non d'un choix instinctif, déterminé par un tropisme électif de la larve, mais du résultat automatique de l'asymétrie viscérale, qui canalise en quelque sorte le germe parasitaire inoculé et le conduit du côté gauche à un point d'émergence à peu près fixe.

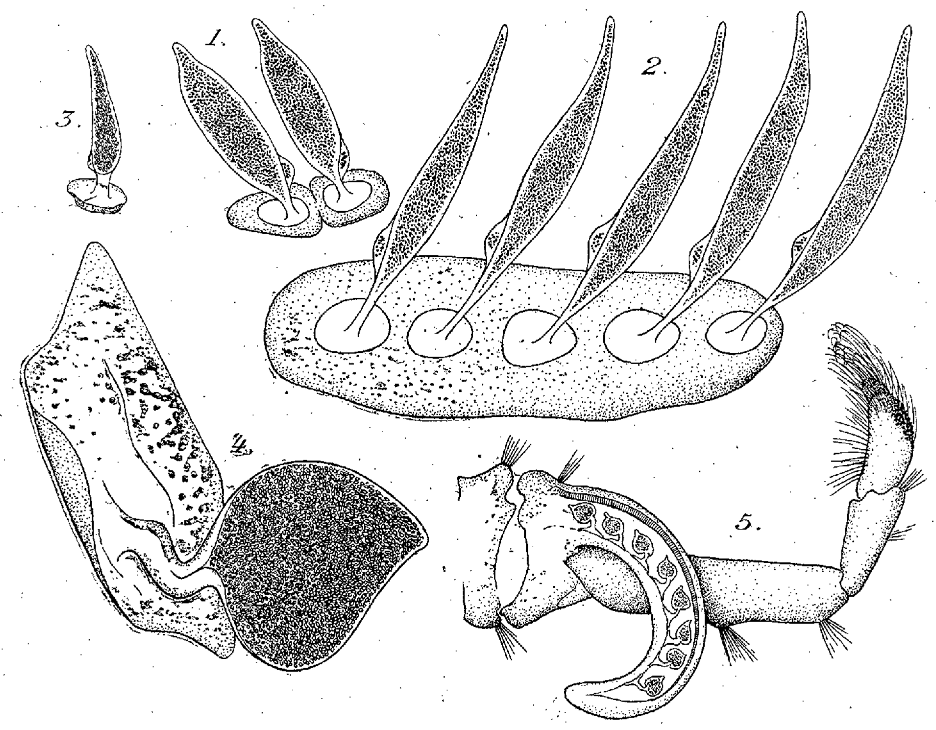
A cette asymétrie viscérale est encore lié, chez certains Pagures, un remarquable dimorphisme entre les spermatophores de droite et de gauche. A la sortie de chaque testicule, le sperme s'écoule en un flux continu; puis dans une certaine région du canal déférent, une série de processus compliqués substitue, à cette continuité de flux, une discontinuité périodique : une sorte de calibrage répété débite le sperme en gouttes de volume sensiblement fixe; chacune de celles-ci, façonnée en une ampoule de forme définie, est enfermée dans une coque ou capsule résistante et acquiert une embase glutineuse adhésive. Une série linéaire de spermatophores successivement formés est entraînée vers la région distale du canal déférent.

Variables suivant les genres, la forme et la taille des capsules sont fixes dans chaque espèce, et, chez beaucoup de Pagures, les spermatophores sont semblables dans les canaux déférents des deux côtés du corps : parmi les espèces examinées, il en est ainsi chez le *Diogenes pugilator* Roux, le *Clibanarius misanthropus* Risso, l'*Eupagurus cuanensis* Thompson et l'*Eup. Prideauxi* Leach.

Dans d'autres espèces au contraire, les spermatophores de droite et de gauche sont dissemblables. C'est le cas, par exemple, pour l'*Eupagurus bernhardus* (L.). Du côté droit, où le canal déférent présente un calibre plus volumineux, les spermatophores sont constitués par des capsules fusiformes allongées (*fig.* 2) et, leurs embases étant soudées bout à bout, un certain nombre de spermatophores consécutifs, le plus souvent cinq ou six, restent solidairement implantés en file sur une sorte de patin collectif. Du côté gauche, chaque spermatophore a dans l'ensemble une constitution analogue, mais la capsule est notablement plus courte et plus trapue (*fig.* 1); en outre

les embases se désarticulent les unes des autres, de sorte que les spermatophores s'individualisent ou restent tout au plus associés par deux ou par trois.

Le contraste est encore plus accentué chez les *Anapagurus*, par exemple chez l'*A. Hyndmanni* Thompson. A droite, les spermatophores, qui remplissent de leur amas dense la partie distale du canal déférent, ont chacun la forme d'une petite ampoule atténuée vers son sommet (*fig.* 3) et rappellent



1, spermatophores du côté gauche, et 2, spermatophores du côté droit de l'*Eupagurus bernhardus*, ×127; 3, spermatophore du côté droit, et 4, spermatophore du côté gauche de l'*Anapagurus Hyndmanni*, ×127; 5, cinquième patte thoracique gauche de l'*A. Hyndmanni*, avec une file de spermatophores dans le tube sexuel, ×14.

beaucoup par leur structure ceux des *Eupagurus*. A gauche, au contraire, les spermatophores sont de taille relativement considérable; leur capsule trapue et acuminée rappelle la forme d'un as de pique obliquement déjeté sur son embase d'une manière asymétrique (*fig.* 4); elle est dépourvue de vésicule accessoire. Ces gros spermatophores restent, jusqu'à l'extrémité distale du conduit déférent, exactement alignés en file indienne, et on les voit aisément par transparence, jalonnant le canal éjaculateur (*fig.* 5) dans

le tube incurvé caractéristique que porte, du côté gauche, la patte de la cinquième paire. Ainsi, chez les *Anapagurus*, les spermatophores de droite et de gauche du même individu sont au moins aussi différents entre eux que les spermatophores de deux Paguriens appartenant à des genres éloignés.

Il serait désirable de contrôler, par des observations sur l'accouplement, si ce dimorphisme est lié à un emploi différent des spermatophores, ou s'il est simplement le résultat d'une dissymétrie anatomique sans répercussion fonctionnelle.

ZOOLOGIE. — *Morphologie comparée des canaux déférents de quelques Pagures.* Note de Mlle **Simone Mouchet**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

La formation des spermatophores des Pagures à partir de la colonne de sperme qui, du testicule, passe dans le canal déférent, met en jeu divers processus. Ceux-ci sont eux-mêmes en relation avec la morphologie du canal qui peut être divisé en régions distinctes, caractérisées à la fois par leur aspect extérieur, leur structure et leur rôle physiologique. Parmi ces différentes régions, certaines sont constantes chez tous les Pagures; d'autres, au contraire, manquent chez quelques-uns, et à ce fait est liée la différence de constitution des divers spermatophores. Nous prendrons, pour distinguer les zones successives, le canal qui offre la plus grande complexité : c'est, pour les espèces étudiées, celui de *Diogenes pugilator*.

Un spermatophore se compose, typiquement, d'une ampoule de sperme, d'une coque entourant l'ampoule, d'un pédicule supportant coque et ampoule et d'une embase glutineuse. La substance engluant les spermatozoïdes, la coque, le pédicule et l'embase sont le résultat d'autant de sécrétions distinctes de la paroi interne du canal déférent. Ces sécrétions ont lieu dans des régions déterminées. D'autre part, l'individualisation des spermatophores se fait en deux temps : isolement des ampoules, puis isolement des embases et nécessite des phénomènes d'ordre mécanique qui ont lieu en des points précis. D'où la distinction, dans le canal déférent, de zones de sécrétions et de zones d'action mécanique.

On rencontre chez *Diogenes pugilator :*

I. Une partie rectiligne, irrégulière, de canal venant du testicule.

II. Une hélice dextre à tours serrés, où le canal étroit, de calibre constant, conduit le sperme en colonne continue. C'est dans les derniers tours de cette hélice qu'est sécrétée la coque enveloppant l'ampoule.

III. Une hélice sénestre où le diamètre du canal grandit. La colonne de sperme y est fragmentée en segments qui s'incurvent en arceaux et forment des ampoules par accolement de leurs extrémités.

Entre les régions II et III se trouve le point de changement de rotation des deux hélices. Ce point précis est l'endroit où s'individualisent les ampoules des spermatophores.

IV. Dans le dernier tour de la deuxième hélice, chaque ampoule acquiert un pédicule court et épais.

V. Le canal s'élargit en fuseau. Au début du fuseau, dans la partie amincie, a lieu la sécrétion des embases, sous forme d'un ruban continu supportant les pédicules individualisés.

VI. Dans la zone renflée du fuseau, on assiste à l'étirement des pédicules. Les ampoules suivent une génératrice de la lumière et, les embases glissant le long de la génératrice diamétralement opposée, les pédicules subissent un allongement correspondant à l'accroissement de diamètre.

VII. A l'extrémité distale du fuseau se produit la segmentation du ruban des embases.

VIII. Dans le tube effilé qui suit le fuseau, les spermatophores cheminent en file unique et couchés dans le canal, l'ampoule dirigée vers l'avant.

IX. Le canal s'élargit et les ampoules se disposent d'une façon quelconque, les embases restant en file indienne jusqu'à l'orifice génital. Au début de cette région les cellules glandulaires sécrètent un mucus qui emballe les spermatophores.

On voit que, par leur rôle et leur forme, neuf régions successives sont manifestes dans le canal déférent de *Diogenes pugilator*. La plupart de ces zones se retrouvent chez les autres Pagures.

Eupagurus Bernhardus, *E. Prideauxi* et *Anapagurus hyndmanni* (côté droit) ont un canal déférent présentant sept régions distinctes. Ce sont les régions numérotées I, II, III, V, VII, VIII, IX chez *Diogenes*. Il manque donc ici les zones de sécrétion et d'étirement des pédicules, c'est-à-dire la fin de la seconde hélice et le fuseau dilaté. Ici, d'ailleurs, les hélices sont remplacées par deux spirales, l'une dextre, l'autre sénestre, juxtaposées dans le même plan, ayant le même nombre de tours, trois chez *Eupagurus Bernhardus* et *E. Prideauxi*, un seul chez *Anapagurus hyndmanni*.

Il faudrait répéter pour *Eupagurus Cuanensis* ce qui vient d'être dit des autres Eupagurus, à cela près que la seconde spirale est ici remplacée par une hélice de deux tours.

Le canal déférent gauche d'*Anapagurus hyndmanni*, gardant un faible

calibre après la deuxième spirale, ne comporte pas la région IX et il se réduit donc aux zones I, II, III, V, VII, VIII.

C'est *Clibanarius misanthropus* qui a le canal le moins différencié : les régions I, II, III, V, IX y sont seules reconnaissables. Il n'y a qu'une seule hélice, la première, dextre, suivie d'une spirale sénestre et d'un tube rectiligne uniformément calibré; pas de sécrétion de pédicule ni de segmentation d'embases. Les spermatophores restent accolés et emballés dans une sorte de mucilage spécial.

Dans les six espèces de Pagures étudiées on distingue donc, du testicule à l'orifice génital, les zones suivantes :

1° une hélice ou une spirale dextre;

2° une hélice ou une spirale sénestre;

3° une partie irrégulièrement contournée puis rectiligne.

Quatre dispositions sont possibles suivant que coexistent deux spirales, deux hélices, une spirale et une hélice ou une hélice et une spirale. Ces divers cas se trouvent réalisés, le premier chez *Eupagurus Bernhardus*, *Eup. Prideauxi*, *Anapagurus hyndmanni* (à droite et à gauche), le deuxième chez *Diogenes pugilator*, le troisième chez *Eupagurus Cuanensis*, le quatrième chez *Clibanarius misanthropus*.

Tout se passe comme si le canal déférent, supposé d'abord rectiligne, avait subi en un point une torsion engendrant de part et d'autre la formation de deux hélices inverses et décrivant le même nombre de tours, susceptibles, chacune indépendamment de l'autre, de s'aplatir en spirale plane. Le point d'inflexion où a lieu le changement de sens est aussi celui où se produit, chez tous les Pagures envisagés, la fragmentation de la colonne de sperme jusque-là continue. C'est là qu'a lieu le travail mécanique de distribution des spermatozoïdes en gouttelettes successives calibrées qui constitueront les ampoules des spermatophores.

La complexité de structure du spermatophore et celle des processus de sa genèse justifient la haute différenciation morphologique de l'organe qui le produit.

MORPHOLOGIE DYNAMIQUE. — *Mode de vol des Insectes et charge alaire par unité de surface.* Note de M. **P. Portier** et M[lle] **de Rorthays**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Nous avons continué nos recherches sur le vol des Insectes dont les premiers résultats ont déjà été communiqués (¹).

Nous essayons aujourd'hui de montrer que les divers modes de vol peuvent s'expliquer par les caractéristiques anatomo-physiologiques si variables dans les divers groupes d'Insectes.

Comme pour les Oiseaux, on peut distinguer parmi les Insectes, ceux qui pratiquent le vol *ramé* et ceux qui utilisent le vol *plané* par glissement sur l'air. Le vol ramé est de beaucoup le plus répandu. Il exige une dépense d'énergie beaucoup plus considérable que le vol plané. Nous n'avons observé ce dernier que chez certaines familles de Lépidoptères Rhopalocères.

Il semble avant tout déterminé par deux facteurs : la *charge par unité de surface des ailes* et la *vitesse de progression de l'insecte*.

Les études méthodiques sur les conditions de sustentation d'une surface plane qui se déplace dans l'air par glissement à la manière des ailes des avions sont données par la formule

$$P = K \times S \times v^2 \times \sin i$$

(P, poussée de l'air; S, surface portante en mètres carrés; v, vitesse en mètres-seconde; i, angle d'incidence; K, coefficient déterminé expérimentalement).

En prenant pour i la valeur de 7°, d'où $\sin i = 0,132$; pour K, la valeur 0,08, la formule devient $P = 0,01 \times S \times v^2$, d'où $v^2 = \sqrt{\frac{P}{S} \times 100}$.

Mais $\frac{P}{S}$ est la charge par mètre carré. Ainsi, en première approximation, on peut calculer la *vitesse minima* de translation qui *permet le planement* en multipliant par 100 la charge au mètre carré. La racine carrée du nombre obtenu représente la vitesse cherchée en mètres-seconde.

(¹) *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 1126.

Appliquons cette formule à un papillon chez lequel on observe le vol plané, la *Vanessa Io* par exemple. La charge par mètre carré (moyenne d'un grand nombre de mesures) est, chez cette espèce, de $0^{kg}, 244$. On a donc $v = \sqrt{24}$.

En chiffres ronds, la vitesse de translation devra donc atteindre 5 m/sec pour que le vol plané soit possible.

Des déterminations faites chez un grand nombre de Rhopalocères de nos pays nous ont montré que la vitesse de translation minima variait de 3 à 6 m/sec.

Ce sont bien là, en effet, des vitesses faibles en valeur absolue, mais suffisantes pour la modeste charge alaire qu'atteignent normalement ces papillons quand ils ont pris leur essor par le vol ramé.

Au contraire, si nous considérons un Sphingide comme le *Macroglossa stellatarum*, qui a une charge de $1^{g},500$ par mètre carré ([1]), la formule nous donne $v = \sqrt{150}$, soit 12 à 13 m/sec, ce qui correspond déjà à 45^{km} à l'heure.

Enfin certains hyménoptères, comme le *Xylocopa violacea*, ont une charge qui peut dépasser 5^{kg} au mètre carré. On a alors $v = \sqrt{500}$, soit 22 à 23 m/sec ou près de 80^{km} à l'heure.

Pour ces derniers insectes, le vol plané est impossible; la vitesse de translation minima est bien trop élevée, aussi les voit-on, en effet, pratiquer uniquement un vol ramé à rythme très élevé.

Il y a donc une concordance très frappante entre les modes de vol des divers Insectes et leurs caractéristiques anatomo-physiologiques.

PHARMACODYNAMIE. — *Sur la toxicité pour les animaux de laboratoire de hautes doses d'ergostérol irradié*. Note de MM. **H. Simonnet** et **G. Tanret**, présentée par M. A. Desgrez.

La toxicité pour les animaux de laboratoire de hautes doses d'ergostérol irradié par les rayons ultraviolets a surtout été étudiée à l'étranger depuis les premiers travaux de Pfannenstiel, de Kreitmair et Moll. Bien des points restent à élucider quant au mécanisme de son action, aux doses mortelles et à leurs conditions de réalisation. Les recherches suivantes apportent une contribution à cette étude.

([1]) Certains individus de cette espèce ont même une charge de 2^{kg}, ce qui donne une vitesse voisine de 54^{km} à l'heure.

1. L'ergostérol employé doit être rigoureusement pur $[\alpha]_D = -126°$, exempt de zymostérol physiologiquement presque inactif [1]. Dissous dans l'éther et irradié, il donne naissance à une substance amorphe, très soluble dans les solvants organiques, qui seule est antirachitique et toxique, tandis que l'ergostérol qui peut en être séparé sans altération reste physiologiquement inerte. Après 45 minutes d'irradiation, la transformation atteint environ 30 pour 100 : après 6 heures, elle est presque complète : le produit a alors $[\alpha]_D = -15°$; après une vingtaine d'heures il est dextrogyre (Windaus). Nous appellerons encore provisoirement « milligramme d'ergostérol irradié » la quantité de facteur actif contenu dans un milligramme d'ergostérol mis en œuvre, quelles que soient les conditions de son irradiation.

2. Le choix du réactif animal a une importance considérable, une espèce donnée ayant une sensibilité extrêmement différente de celle des autres espèces. Après le chat (Kreitmair), le lapin est l'animal le plus sensible. Nos expériences ont porté sur une cinquantaine de lapins, mâles et adultes.

3. Après s'être assuré que l'ergostérol non irradié, pas plus que l'éther irradié plusieurs heures, n'a de toxicité propre, on a administré aux lapins par voie buccale et à la dose de 40^{mg} par jour, dissous dans du beurre de cacao, de l'ergostérol irradié 45 minutes : la mort est survenue tardivement, du 58e au 175e jour. Avec de l'ergostérol irradié 6 heures, la mort au contraire a été bien plus rapide : du 10e au 15e jour pour la dose quotidienne de 40^{mg}, du 12e au 23e pour celle de 20^{mg}. La toxicité ne disparaît pas par une chauffe de 15 minutes à 120°, 135° ou 150°.

4. La substance amorphe résultant d'une irradiation modérée (45 minutes) est, à poids égal, sensiblement aussi toxique que celle qui est produite par une longue irradiation (6 heures). Le pouvoir antirachitique mesuré sur le rat est sensiblement identique.

5. Les lésions observées sont celles qui ont déjà été relatées par les différents auteurs et tout récemment par Levaditi et Li Yuan Po. La plus constante et la plus importante est la calcification du système artériel, de l'aorte en particulier où le calcium passe de 0,10 pour 100 de l'organe frais à 4,8 et 7,7 : le système veineux et, fait remarquable, l'artère pulmonaire restent macroscopiquement indemnes de calcification. Très souvent le rein

(1) Pénau et Tanret, Fabre et Simonnet, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1312 et 1317.

est frappé de néphrite : la zone corticale est infiltrée de granulations calcaires, criant sous le couteau, et l'on y dose jusqu'à 5,82 pour 100 de calcium alors qu'un rein normal n'en contient que des traces. Presque constamment on a relevé des hémorragies de la muqueuse stomacale, tantôt discrètes, tantôt très étendues. Quelques animaux meurent néanmoins sans calcification apparente.

6. Par voie sous-cutanée, l'ergostérol irradié a amené la mort en un temps assez long : 48 à 64 jours (irradiation de 6 heures, 40^{mg} par jour). Dans les zones d'injection, il se forme de vastes nodules calcaires, contenant jusqu'à 7,7 pour 100 de Ca : les os sont devenus fragiles, et il y a eu migration du calcaire de l'os vers ces dépôts de nouvelle formation.

7. L'ergostérol irradié est peu toxique pour les souris, comme nous l'avons déjà montré (¹). Il l'est encore moins pour les cobayes. Comme Lesné et Clément, nous avons vu une toxicité du même ordre chez le rat : il en est de même pour le chien (Kreitmair).

8. Nos animaux en gestation ont bien supporté l'ergostérol irradié. En particulier deux rattes, recevant quotidiennement 5^{mg} du produit irradié 6 heures, ont mené à bien gestation et allaitement : les petits étaient normaux et ont vécu. Ces jeunes rats ont, après le sevrage, été soumis à un régime rachitigène et ont résisté au rachitisme, alors que des témoins, dans les mêmes conditions, montraient les lésions du rachitisme expérimental. La quantité de facteur D accumulé pendant l'allaitement les a donc protégés contre toute carence ultérieure.

9. Le cholestérol irradié 6 heures ne donne naissance qu'à de très faibles quantités de produits amorphes et est dépourvu de toxicité.

10. Le peroxyde d'ergostérol, irradié, s'est montré dépourvu de toute propriété antirachitique sur le rat et de tout pouvoir toxique sur le lapin.

11. Les faits observés chez nos animaux, et la résistance propre de chaque espèce à l'action toxique de l'ergostérol irradié, interdisent toute idée d'assimilation et de comparaison relativement à l'homme et à l'enfant : et cela d'autant plus que les doses employées dans nos expériences étaient 100 à 1000 fois supérieures à celles qui sont utilisées dans la thérapeutique infantile.

(¹) Simonnet et Tanret, *C. R. Soc. Biol.*, 100, 1929, p. 548.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Phénomènes d'oxydo-réduction observés au cours du développement de quelques champignons.* Note de M. F. **Labrousse** et Mlle S. **Philippon**, présentée par M. L. Mangin.

Par l'emploi de la technique exposée dans une Note précédente (1), nous avons étudié les propriétés oxydo-réductrices de quelques champignons, en utilisant comme indicateurs le bleu de méthylène, le bleu de crésyl et le gaïacol.

Nos recherches ont porté sur les espèces suivantes : *Armillaria mellea*, *Pleurotus olearius*, *Stereum necator*, *Schizophyllum commune*, *Polyporus fulvus*, *Fusarium vasinfectum*, *Fusarium tracheiphilum*, *Fusarium eumartii*, *Botrytis cinerea* et *Vermicularia varians*.

Entre le quarantième et le soixantième jour de culture, nous avons pu faire les constatations suivantes :

1° *Armillaria mellea*, *Pleurotus olearius*, *Stereum necator*, *Polyporus fulvus* et *Botrytis cinerea* oxydent le gaïacol en développant, dans les milieux de culture additionnés de cet indicateur, une coloration brun rouge plus ou moins intense, généralement localisée à la région où le mycélium se développe, parfois diffusée jusqu'à une certaine distance de la surface. *Aucune modification de teinte, autre que la superposition des pigments sécrétés par certains de ces champignons à la teinte propre des indicateurs, ne se manifeste au cours du développement de ces champignons en présence du bleu de crésyl et du bleu de méthylène.*

2° *Schizophyllum commune*, *Fusarium vasinfectum*, *Fusarium tracheiphilum*, *Fusarium eumartii* et *Vermicularia varians* décolorent totalement les milieux additionnés de bleu de crésyl, et partiellement ceux additionnés de bleu de méthylène. *Aucune modification de teinte, autre que la couleur propre des pigments élaborés par certains de ces champignons, ne se manifeste au cours de leur développement en présence de gaïacol.*

Ces constatations s'accordent logiquement avec les conditions dans lesquelles se réalisent les phénomènes d'oxydo-réduction des indicateurs que

(1) Labrousse et J. Sarejanni, *Changements de réaction et phénomènes d'oxydo-réduction observés au cours du développement de quelques champignons* (*Comptes rendus*, 189, 1929, p. 805).

nous avons utilisés. En effet, l'oxydation du gaïacol, qui demeure normalement sous sa forme réduite en présence d'air, implique pour cette substance un potentiel d'oxydo-réduction supérieur à celui de l'eau, c'est-à-dire à + 1,23 volt (Nerk).

Par ailleurs, la réduction du bleu de crésyl et du bleu de méthylène, qui demeurent normalement sous leur forme oxydée en présence d'air, implique pour ces substances un potentiel d'oxydo-réduction inférieur à celui de l'eau. D'ailleurs, Aubel, Aubertin et Genevois [1] ont précisé que ces potentiels, mesurés à $pH = 7,5$, sont respectivement de + 0,033 volt et — 0,005 volt. Donc, d'après ces données, il est évident *à priori* qu'il ne peut y avoir *simultanément* oxydation du gaïacol et réduction du bleu de crésyl et du bleu de méthylène par un même champignon, puisque ces faits correspondraient à l'établissement dans le milieu de culture, d'un potentiel d'oxydo-réduction, à la fois supérieur à + 1,23 volt et inférieur ou égal à + 0,033 ou — 0,005 volt.

Les faits que nous rapportons viennent confirmer les conclusions auxquelles nous sommes arrivés dans notre précédente Note, à savoir que, en ce qui concerne les champignons que nous avons étudiés jusqu'ici, *les propriétés oxydantes ou réductrices qu'ils manifestent en présence d'indicateurs convenables, sont exclusives les unes des autres.*

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sucre protéidique et mannose chez les mammifères et les oiseaux.* Note de M. **H. Bierry**, présentée par M. A. Desgrez.

Il est possible de doser et d'obtenir le *sucre protéidique* à partir des protéides du plasma sanguin. Pour cela il est nécessaire d'isoler les albumines, et d'en opérer le clivage.

J'ai déjà indiqué les résultats que l'on obtient, soit par le clivage avec les acides, soit par le clivage avec les alcalis dilués, à l'autoclave à 120°. En particulier, si l'on chauffe, avec des acides minéraux étendus, les protides

---

(1) E. Aubel, E. Aubertin et L. Genevois, *Sur le potentiel d'oxydo-réduction de la levure, des anaérobies facultatifs, des anaérobies stricts et des milieux où vivent ces organismes* (*Ann. Physiol. et Physico-chimie*, 5, 1929, p. 1-10).

plasmatiques (cheval) isolés et purifiés (méthode de Bierry et Vivario), on met en liberté du *d*-mannose. Je suis d'accord, sur ce point, avec Z. Dische qui s'est contenté d'hydrolyser, après l'avoir soumis à la dialyse, du plasma de cheval. Si ces mêmes protides sont soumis, non plus à l'action des acides, mais à l'action préalable des alcalis dilués, on ne libère pas directement du mannose, mais un polyholoside non réducteur, qui donne du mannose par hydrolyse acide ([1]).

Le mannose a été tout d'abord caractérisé par son hydrazone. Cette hydrazone, après cristallisation dans l'alcool à 60°, présentait le même point de fusion (fusion instantanée au bloc Maquenne) et le même pouvoir rotatoire que l'hydrazone isolée à partir du mannose pur; portée au bain-marie bouillant avec de l'acétate de phénylhydrazine, elle donnait de la glucosazone typique. Enfin le mannose, régénéré de son hydrazone par la méthode d'Herzfeld, a pu être obtenu, en petite quantité, à l'état cristallisé.

Le mannose entre donc dans la constitution du groupement prosthétique hydrocarboné des protides plasmatiques (sucre protéidique) du cheval, mais il n'est pas le seul glucide constituant. J'ai déjà eu l'occasion d'insister sur ce point ([2]); j'aurai à y revenir.

Comme le sucre protéidique se trouve constamment dans le sang total et le plasma des divers animaux, j'ai voulu vérifier tout d'abord si le groupement prosthétique hydrocarboné des protides d'animaux, d'espèces variées, renfermait du mannose.

Une première série d'expériences a montré la présence d'un polyholoside, générateur du mannose, dans les protéides plasmatiques de différents Mammifères (cheval, chien, âne, mulet) et d'Oiseaux (poule). Le mannose peut être facilement dosé si l'on a soin de peser la mannosehydrazone recueillie, lavée et séchée avec les précautions d'usage.

Le mannose, dont la présence n'a guère été signalée jusqu'ici que chez les végétaux, se rencontre donc chez les différents animaux. L'alibilité de cet hexose, dans l'organisme animal a, du reste, été démontrée par un grand nombre de travaux, en particulier, ceux de Cremer, de P. Portier et ceux de Herring, Irvine et Mc. Leod. Les crises et l'hypoglycémie concomitantes à l'injection d'insuline rétrocèdent sous l'action de quelques rares glucides.

([1]) H. Bierry, *C. R. Soc. Biol.*, 99, 1928, p. 1839.
([2]) H. Bierry, *C. R. Soc. Biol.*, 101, 1929, p. 544 et 1066.

Des résultats entièrement positifs ne sont obtenus qu'avec le glucose et son épimère : le mannose, dont les effets se montrent pratiquement égaux.

La présence constante, dans les protides plasmatiques, d'un polysaccharide, générateur de mannose, incite à faire un rapprochement entre le métabolisme des animaux supérieurs et celui de la levure. La levure, cultivée dans des solutions concentrées de saccharose, emmagasine en même temps que du glycogène un corps générateur de mannose (une sorte de mannane). Pendant la période de multiplication cellulaire, le taux de cette mannane diminue en même temps que celui du glycogène. Dès lors, on peut se demander si la présence simultanée de plusieurs glucides n'est pas nécessaire au fonctionnement des organismes, ou si elle ne marque que des étapes dans le cycle d'évolution d'un même glucide.

La séance est levée à 16h.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 2 septembre 1929.)

Note de M. *A. Kovanko*, Sur une classe de fonctions presque périodiques qui engendre les classes de fonctions p. p. de W. Stepanoff, H. Weyl et Bezicovitch :

Page 394, ligne 7, *au lieu de*

$$|\overline{\mathfrak{M}}_E\{[f(x)]^k\}| > \varepsilon \quad \text{et} \quad |\overline{\mathfrak{M}}_E\{[P_{n_\varepsilon}(x)]^k\}| < \varepsilon,$$

lire

$$\overline{\mathfrak{M}}_E\{|f(x)|^k\} < \varepsilon \quad \text{et} \quad \overline{\mathfrak{M}}_E\{|P_{n_\varepsilon}(x)|^k\} < \varepsilon.$$

(Séance du 2 décembre 1929.)

Note de M. *L. Ravier*, Sur une formule générale pour le calcul de la poussée des terres :

Page 975, figure 1, la perpendiculaire en tirets sur OB en x doit être remplacée par un arc de cercle de centre O passant par le point de contact de la tangente menée du point O à la demi-circonférence de diamètre aB.

(Séance du 13 janvier 1930.)

Allocution de M. *Léon Lecornu* au sujet de la mort de M. Auguste Rateau :

Page 89, lignes 21 et 23, *au lieu de* Turbomoteurs, *lire* Turbomachines (comprenant les turbomoteurs et les turbogénérateurs).

Note de M. *Marcel Brelot*, Sur le problème de Dirichlet extérieur pour l'équation $\Delta u = c(x, y)\, u(x, y)\ (c > 0)$.

Page 101, dernière ligne, *au lieu de* $\int\int_S$, *lire* $\int \cdot \int_\varepsilon$.

Page 103, ligne 12, *au lieu de* régulière, *lire* harmonique.

(Séance du 20 janvier 1930.)

Note de M. *Victor Henri*, Chaleur de dissociation de la molécule d'oxygène et énergie d'activation de l'atome d'oxygène :

Page 179, ligne 7, *au lieu de* 11,5 volts, *lire* 7,1 volts.
Page 180, ligne 5, *au lieu de* $O^2 \rightarrow O + O - 136000^{cal}$, *lire* $O^2 \rightarrow O + O - 128000^{cal}$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 FÉVRIER 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **P.-A. Dangeard** fait hommage à l'Académie de la série XXI (1929) de la revue *Le Botaniste*.

CORRESPONDANCE.

MM. **Louis Breguet**, **Émile Brylinski** prient l'Académie de vouloir bien les compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Division des Applications de la Science à l'Industrie par le décès de M. *A. Rateau*.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la planification des familles de surfaces analytiques.* Note (¹) de M. **A. Buhl.**

J'indique ici, dans le cas des surfaces *analytiques*, des méthodes de planification qui me semblent pouvoir réunir et généraliser des résultats donnés, dans un Mémoire (²) Georges Humbert, pour le cas des surfaces *algébriques*.

Soit la surface S ayant pour équation, en coordonnées homogènes,

$$F\left(\frac{X}{T}, \frac{Y}{T}, \frac{Z}{T}\right) = 0.$$

(¹) Séance du 10 février 1930.

(²) G. Humbert, *Sur le théorème d'Abel et quelques-unes de ses applications à la Géométrie* (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 4ᵉ série, 6, 1890, p. 233).

Imaginons que l'on résolve, par rapport à T, pour faire ensuite $T = 1$. On aura

$$f(X, Y, Z) = 1$$

avec f homogène d'ordre 1. Soit un contour fermé Σ *hors de* S *et n'ayant même d'abord aucune relation avec* S. Le cône $O\Sigma$ découpera, sur S, une cloison d'aire

$$A = \int\int_\sigma f^{-3}\left[\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}(\alpha x + \beta y + \gamma z)\, d\sigma.$$

Cette intégrale double est étendue à σ, cloison quelconque établie sur Σ. Elle est obligatoirement transformable, en intégrale de ligne, par la formule de Stokes réduite

$$\int\int_\sigma \frac{\partial N}{\partial z}(\alpha x + \beta y + \gamma z)\, d\sigma = \int_\Sigma N(y\, dx - x\, dy)$$

avec $N(x, y, z)$ fonction homogène d'ordre -2. Ceci entraîne la relation d'identification

$$(1) \qquad \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)^2 = \left(\frac{\partial N}{\partial z}\right)^2, \qquad 2g = -f^{-2}.$$

Quant à la planification de S, on est censé connaître g, on a N *par une quadrature* puis, *imaginant* Σ *tracé sur la surface* $2N + 1 = 0$, on obtient l'aire A *planifiée dans le contour* Σ', projection de Σ sur le plan Oxy. Telle est la question qui, jusqu'ici, a surtout été traitée [1]. Or, elle en fait naître une autre beaucoup plus intéressante encore. Pour la surface S donnée, N étant définitivement obtenu, la fonction g de (1) n'est pas la plus générale qui satisfasse à cette équation. A la fonction g, aussi générale que possible, correspond toute une famille (S) de surfaces sur lesquelles le cône $O\Sigma$ découpe des cloisons équivalentes. De plus, ce cône $O\Sigma$ peut être transformé en une infinité d'autres conservant, sur (S), les aires en question; il suffit de faire varier Σ, sur la surface $2N + 1 = 0$, de manière que Σ' conserve l'aire plane incluse.

La recherche générale de g dépend d'une équation aux dérivées partielles à deux variables seulement car, g et N devant être homogènes d'ordre -2,

---

[1] A. Buhl, *Sur les transformations et extensions de la formule de Stokes* (troisième Mémoire) (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 3e série, 6, 1914, p. 85).

on peut poser

$$g = \frac{1}{x^2}\varphi(u, v), \qquad N = \frac{1}{x^2}\theta(u, v), \qquad u = \frac{x}{z}, \qquad v = \frac{y}{z}.$$

Ceci donne à (1) la forme

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u} - 2\frac{\varphi}{u}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial v}\right)^2 + \left(u\frac{\partial\varphi}{\partial u} + v\frac{\partial\varphi}{\partial v}\right)^2 = \left(u\frac{\partial\theta}{\partial u} + v\frac{\partial\theta}{\partial v}\right)^2.$$

C'est surtout cette équation qui demande maintenant une étude approfondie ne pouvant être faite ici; toutefois on voit que la famille (S), déterminée par la méthode précédente, dépend d'une fonction arbitraire d'une variable.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équation* $\Delta u = c(x, y)u(x, y)$ $(c > 0)$. Note de M. **Marcel Brelot**.

1. Je me propose de revenir sur la démonstration du théorème d'existence que j'ai donnée dans ma Note des *Comptes rendus* (13 janvier 1930). Elle a besoin d'être complétée sur un point important.

Reprenons l'intégrale $u_\rho \geqq 0$ prenant sur Γ les valeurs données et sur C_ρ la valeur zéro. Elle ne peut que croître en chaque point quand ρ croît indéfiniment et, comme elle est *bornée* supérieurement par la valeur maximum sur Γ, elle a une limite $v(M)$. J'ajoutais que sur toute portion bornée du domaine considéré pouvant contenir des parties de Γ, elle tend *uniformément* vers v; et pour cela, j'invoquais ce théorème de Dini qu'une suite de fonctions positives continues sur un domaine fermé borné, en tout point, non croissante et tendant vers zéro tend *uniformément* vers zéro. De là on ne peut tirer immédiatement la proposition annoncée que si l'on est sûr de la *continuité* de la limite v, même pour les points de Γ.

C'est ce que je vais prouver ici. D'abord *au voisinage* d'un point M_0 intérieur au domaine D, $u_\rho + \frac{1}{2\pi}\int\int_\delta \log\frac{1}{MP}\, u_\rho(P)c(P)d\sigma_P$ (δ voisinage de M_0) est harmonique $\geqq 0$ et non décroissante mais bornée. Elle tend donc $(\rho \to +\infty)$ vers une fonction harmonique.

D'autre part, en considérant des intégrales de Lebesgue, le $\frac{1}{2\pi}\int\int_\delta$ a pour limite $\frac{1}{2\pi}\int\int_\delta \log\frac{1}{MP}\, c(P)v(P)d\sigma_P$; et cette intégrale de Lebesgue est évi-

demment une fonction continue de M au voisinage de M_0. On en déduit que $v(M)$, égale à une fonction harmonique diminuée de cette fonction continue, est continue au voisinage de M_0.

Il reste à prouver la *continuité aux points de* Γ. Soient γ une des courbes du contour Γ; γ_1 une courbe de Jordan voisine à l'intérieur de D, Δ le domaine fermé compris entre les deux, G(M, P) la fonction de Green relative à Δ. Si U_ρ est la fonction harmonique prenant les mêmes valeurs que u_ρ sur le contour de Δ

$$u_\rho(M) + \frac{1}{2\pi}\iint_\Delta G(M_1 P)c(P)u_\rho(P)\,d\sigma_P = U_\rho(M)$$

où l'intégrale est prise au sens de Lebesgue ou bien au sens de Riemann avec l'aire intérieure.

Sur ce contour $U_\rho(M)$, monotone, converge *uniformément* vers sa limite puisque sur γ_1, $u_\rho(M)$ converge uniformément vers $v(M)$ à cause de la continuité de v, donc convergence *uniforme* de u_ρ vers v sur tout domaine borné fermé intérieur à D, ne contenant aucun point du contour. Ainsi $U_\rho(M)$ convergera uniformément dans Δ fermé vers une fonction *continue* sur Δ fermé, harmonique d'ailleurs à l'intérieur.

D'autre part l'intégrale de Lebesgue $\iint_\Delta$ tendra vers

$$\iint G(M_1 P)c(P)v(P)\,d\sigma_P,$$

fonction *continue* de M sur Δ *fermé* (s'annulant sur γ et γ_1). On conclut aussitôt à la continuité de $v(P)$ aux points de γ.

2. Voici d'ailleurs un *autre moyen* d'établir la convergence de u_ρ vers une fonction v continue en tout point du domaine D et du contour frontière Γ, intégrale en tout point intérieur. J'établis la convergence *uniforme* sur toute région bornée de D pouvant contenir des parties de Γ, sans le théorème de Dini ni l'intégrale de Lebesgue, mais avec la notion d'égale continuité d'une famille de fonctions.

D'abord *au voisinage* d'un point M_0 intérieur, reprenons

$$u_\rho + \frac{1}{2\pi}\iint_\delta \log\frac{1}{MP}\,c(P)\,u_\rho(P)\,d\sigma_P.$$

Cette fonction harmonique positive non décroissante bornée convergera *uniformément* vers une fonction harmonique au voisinage de M_0. Quant à $\iint_\delta$, c'est une famille de fonctions bornées satisfaisant à une condition

immédiate d'*égale continuité;* monotone, cette fonction de ρ tendra donc *uniformément* vers sa limite.

On conclut aussitôt pour u_ρ. Quant au voisinage de Γ, je reprends avec une intégrale de Riemann tout simplement, mais étendue à l'aire intérieure

$$u_\rho + \frac{1}{2\pi}\int\int_\Delta G(M_1 P)\,c(P)\,u_\rho(P)\,d\sigma_P = U_\rho(M)$$

et il suffit de constater la convergence *uniforme* de U_ρ sur le contour, donc aussi sur Δ fermé, et aussi celle de $\int\int_\Delta$ fonction de ρ, jouissant encore de la propriété d'*égale continuité* sur Δ *fermé* pour conclure à la convergence uniforme de u_ρ vers $\varphi(M)$ sur Δ fermé.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les changements de signe d'une fonction dans un intervalle donné.* Note de M. **Michel Fekete**, présentée par M. J. Hadamard.

1. *Soit $f(x)$ une fonction réelle de la variable réelle x, continue dans l'intervalle $0 \leqq x \leqq 1$ et présentant $V(0 \leqq V \leqq \infty)$ changements de signe quand x parcourt (en croissant toujours) ledit intervalle. Formons le tableau*

$$(1) \qquad \mu_0^{(k)}, \quad \mu_1^{(k)}, \quad \ldots, \quad \mu_n^{(k)}, \quad \ldots \qquad (k=0, 1, 2, \ldots),$$

où $\mu_n^{(k)} = \int_0^1 f(t)(1-t)^k t^n\,dt = \mu_0^{(k)}\{f(x)\}$ *et désignons par* $v^{(k)}$ *le nombre (fini ou infini) des variations de signe dans sa* $k^{\text{ième}}$ *ligne horizontale* (1). *On a alors*

$$(2) \qquad v^{(k)} \leqq V \qquad (k=0, 1, 2, \ldots),$$

$$(3) \qquad \lim_{k \to \infty} v^{(k)} = V.$$

La relation (2) résulte immédiatement d'un théorème ([1]) de M. Fejér; mon résultat (3) y a été mentionné aussi, pour le cas particulier des fonctions régulières. Le but principal de la présente Note est la démonstration de (3), pour les fonctions continues générales de x.

2. Cet énoncé s'établira au moyen de l'inégalité fondamentale

$$(4) \qquad \left|\frac{\mu_n^{(k)}\{f(x)\}}{\mu_n^{(k)}\{1\}} - f\left(\frac{n}{n+k}\right)\right| < \varepsilon$$

([1]) *Comptes rendus*, 157, 1914, p. 1328.

dont la validité, pour $n \geqq N[\varepsilon; f(x)]$, $k \geqq 0$, est presque évidente dans le cas où $f(x)$ est un polynome et se déduit de là, pour la fonction continue générale $f(x)$, à l'aide du théorème classique de Weierstrass.

En effet l'hypothèse $1 \leqq \omega \leqq V$ entraîne l'existence de $\omega + 1$ nombres croissants $\xi_0, \xi_1, \ldots, \xi_\omega$ tels que la suite correspondante de valeurs de f offre précisément ω variations de signe. En fixant ε tel que

$$0 < \varepsilon < \varepsilon_0, \qquad 2\varepsilon < \operatorname{Min}[|f(\xi_0)|, \quad \ldots, \quad |f(\xi_\omega)|],$$

choisissons d'abord un nombre $k_1 = k_1(\varepsilon) > 0$ tel que, pour $k \geqq k_1$ et $\frac{n}{n+k} > \varepsilon$, on ait (4); puis $k_2 = k_2(\omega)$ tel que, pour tout $k \geqq k_2$, il y ait $\omega + 1$ nombres entiers croissants $n_0, n_1, \ldots, n_\omega$ dépendant de k), satisfaisant aux inégalités

$$\varepsilon < \frac{n_\nu}{n_\nu + k} \leqq \xi_\nu < \frac{n_\nu + 1}{n_\nu + k + 1}, \qquad \left| f\left(\frac{n_\nu}{n_\nu + k}\right) - f(\xi_\nu) \right| < \varepsilon \qquad (\nu = 0, 1, \ldots, \omega).$$

Alors, pour $k > k \geqq \operatorname{Max}(k_1, k_2)$, on a $v^{(k)} \geqq \omega$.

3. Si V est fini on a toujours $v^{(k)} = V$ pour $k > K_0$.

On peut tirer du tableau (1) les mêmes valeurs de x où $f(x)$ (supposée régulière) présente des changements de signe.

Pour $k \geqq K_0$, désignons par $n_\nu = n_\nu(k)$ la plus grande valeur de n telle que la suite (1) ne présente pas plus de $\nu - 1$ variations. *On a alors*

$$(5) \qquad \lim_{k \to \infty} \frac{n_\nu}{n_\nu + k} = x_\nu, \qquad (1 \leqq \nu \leqq V).$$

4. Pour la démonstration, fixons d'abord $\rho > 0$ et $\varepsilon = \varepsilon(\rho)$ d'une façon telle que : 1° les intervalles $x_\nu - \rho \leqq x \leqq x_\nu + \rho$ n'aient pas de points communs; 2° $f(x_\nu - \rho) f(x_\nu + \rho) < 0$; 3° $0 < \varepsilon \leqq x_1 - \rho$,

$$2\varepsilon < \operatorname*{Min}_{1 \leqq \nu \leqq V} [|f(x_\nu - \rho)|, |f(x_\nu + \rho)|].$$

Cela posé, choisissons un nombre naturel $k_0 = k_0(\rho) > K_0$ tel que, pour tout $k \geqq k_0$, l'intervalle $x_\nu - \rho \leqq x \leqq x_\nu + \rho$ comprenne au moins trois termes $g_\nu \leqq n \leqq h_\nu$ ou $h_\nu - g_\nu = h_\nu(k) - g_\nu(k) \geqq 3$ de la suite $\frac{1}{1+k}, \frac{2}{2+k}, \ldots, \frac{n}{n+k}$, que

$$\left| f\left(\frac{g_\nu}{g_\nu + k}\right) - f(x_\nu - \rho) \right| < \varepsilon, \qquad \left| f\left(\frac{h_\nu}{h_\nu + k}\right) - f(x_\nu + \rho) \right| < \varepsilon,$$

et enfin que, pour $\frac{n}{n+k} \geqq \varepsilon$, on ait l'inégalité (4). Alors $g_\nu \leqq n_\nu$ et $n_\nu + 1 \leqq h_\nu$; d'où notre assertion (5).

5. *$f(x)$ étant régulière pour $0 \leq x \leq 1$, les $v^{(k)}$ ne décroissent jamais lorsque k croît.* Pour établir cette proposition, écrivons les $\mu_\nu^{(k+1)}$ pour $k \leq 0$, $\nu \geq 0$, sous forme de différences $\mu_\nu^{(k)} - \mu_{\nu+1}^{(k)}$, d'où l'on déduit sans peine que les nombres $\mu_0^{(k+1)}, \ldots, \mu_{n-1}^{(k+1)}, \mu_n^{(k+1)}, \mu_n^{(k)}$ offrent, pour $n \geq 1$, au moins autant de variations que les $\mu_0^{(k)}, \mu_1^{(k)}, \ldots, \mu_n^{(k)}, \mu_{n+1}^{(k)}$ eux-mêmes.

Or, d'après (4), les $\mu_n^{(k)}$ sont de même signe à partir d'une certaine valeur de n pour tout k fixe; c'est-à-dire qu'ils ont le signe de $f^{(r)}(1)$, en désignant par r ($r \geq 0$) l'ordre de la première dérivée de $f(x)$ ne s'annulant pas pour $x = 1$. Donc, pour les n suffisamment grands, le nombre $v_n^{(k+1)}$ des variations dans la suite $\mu_0^{(k+1)}, \mu_1^{(k+1)}, \ldots, \mu_n^{(k+1)}$ est au moins égal au nombre $v_n^{(k)}$ des variations, présentées par $\mu_0^{(k)}, \mu_1^{(k)}, \ldots, \mu_n^{(k)}$, d'où, en vertu des relations $\lim_{n \to \infty} v_n^{(k)} = v^{(k)}$, $\lim_{n \to \infty} v_n^{(k+1)} = v^{(k+1)}$, la conclusion $v^{(k)} \leq v^{(k+1)}$ cherchée.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème mixte.* Note de M. **Basile Demtchenko**, présentée par M. J. Hadamard.

Nous nous proposons de résoudre le problème suivant : trouver une fonction $\mathcal{F}$ holomorphe à l'intérieur d'un cercle unitaire connaissant les valeurs ψ_i ($i = 1, 2, 3, \ldots, n$) de sa partie imaginaire sur n arcs λ_i de la circonférence et les valeurs φ_i de sa partie réelle sur les n autres arcs ω_i. Nous prendrons comme point de départ la formule de M. Villat [1] qui détermine la fonction analytique $\mathcal{F}$ d'aprés les valeurs de sa partie réelle sur le cercle (3). En effectuant la transformation

$$t = i\,\frac{1-z}{1+z}, \tag{1}$$

on peut écrire cette formule sous la forme

$$\mathcal{F}(t') = \frac{i}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t)\,\frac{1+tt'}{t'-t}\,\frac{dt}{1+t^2} + i\mathcal{K}. \tag{2}$$

D'où l'on déduit

$$\mathcal{F}(t')\mathcal{F}_1(t') = \frac{i}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} (\varphi\varphi_1 - \psi\psi_1)\,\frac{1+tt'}{t'-t}\,\frac{dt}{1+t^2} + i\mathcal{K}, \tag{3}$$

$$\frac{d\mathcal{F}(t')}{dt'}\mathcal{F}_1(t') = \frac{i}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{d\varphi}{dt}\varphi_1 - \frac{d\psi}{dt}\psi_1\right)\frac{1+tt'}{t'-t}\,\frac{dt}{1+t^2} + i\mathcal{K}'. \tag{4}$$

---

(1) Villat, *Sur le problème de Dirichlet dans une aire circulaire* (*Bulletin Soc. mathématique de France*, 39, 1911, p. 443).

La fonction $\mathcal{F}_1$, pour le moment arbitraire, doit être holomorphe à l'intérieur du cercle mais pas nécessairement sur tout le cercle. Choisissons cette fonction telle qu'elle soit réelle sur les arcs ω_i et imaginaire pure sur les arcs λ_i. Par exemple, supposons que

$$(5)\qquad \mathcal{F}_1 = \mathrm{T}, \quad \mathrm{T} = k\sqrt{\prod_{i=1}^{n}(t-a_i)^{\varepsilon_i}(t-b_i)^{\eta_i}} \qquad (\varepsilon_i, \eta_i = \pm 1),$$

où a_i et b_i sont les points qui correspondent dans le plan t aux extrémités des arcs λ_i et k une constante convenablement choisie. D'après les formules (3) et (4), on obtient

$$(6)\qquad \mathcal{F}(t') = \frac{i}{\pi}\mathrm{T}(t')\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{c(t)}{\mathrm{T}(t)}\,\frac{1+tt'}{t'-t}\,\frac{dt}{1+t'} + i\mathcal{K}\mathrm{T}(t'),$$

$$(7)\qquad \mathcal{F}(t) = \frac{i}{\pi}\int\frac{dt'}{\mathrm{T}(t')}\left[\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dc(t)}{dt}\mathrm{T}(t)\,\frac{1+tt'}{t'-t}\,\frac{dt}{1+t^2} + i\mathcal{K}'\right] + \text{const.},$$

où $c(t) = \varphi_i$ sur les arcs ω_i, $c(t) = i\psi_i$ sur les arcs λ_i.

Ces deux formules donnent la solution du problème posé sous deux formes différentes. Il n'est pas évident *a priori* que la solution ainsi obtenue soit régulière. On peut affirmer seulement que si elle existe, elle est donnée par la formule (6) ou la formule (7).

Démontrons maintenant que la condition de régularité impose une relation entre les valeurs φ_i et ψ_i données sur le cercle. Nous nous servirons d'une transformation que M. Villat [1] a appliquée dans un cas particulier de notre problème. Remarquons d'abord que la transformation (1) donne la représentation conforme du cercle sur le demi-plan t. Représentons ce demi-plan sur une aire polygonale d'après la formule de Schwarz en posant

$$(8)\qquad dw = \frac{dt}{\mathrm{T}}, \qquad \sum_{i=1}^{n}(\varepsilon_i + \eta_i) = 4.$$

Cette aire polygonale est rectangulaire car tous ses angles sont droits. Les côtés ω_i sont parallèles à l'axe réel et les côtés λ_i à l'axe imaginaire. En introduisant la fonction $\frac{d\mathcal{F}}{dw}$, on ramène le problème mixte au problème de Dirichlet et l'on obtient facilement la formule (7). La régularité de la solu-

(1) VILLAT, *Sur la résolution de certaines équations intégrales* (*Acta mathematica*, 40-41, 1916, p. 111).

tion $\mathcal{F}$ exige que l'intégrale de Cauchy $\int \mathcal{F}\, dw$ prise le long du contour polygonal soit nulle. On obtient ainsi la condition à laquelle doivent satisfaire les valeurs φ_i et ψ_i,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} c(t)\frac{dt}{\mathrm{T}} = 0. \tag{9}$$

La formule (6) peut être obtenue en appliquant la méthode de Hilbert relative à un autre problème mixte [1].

Les raisonnements précédents peuvent être facilement généralisés dans le cas d'une couronne circulaire. Il faudra seulement remplacer la formule (2) par une autre qui a été donnée par M. Villat [2].

Dans le cas où le problème est extérieur, les formules (6) et (7) sont encore applicables, si la fonction $\mathcal{F}$ est régulière à l'infini. Dans le cas contraire, il faudrait préciser le caractère de la singularité. Si, par exemple, la partie réelle de la fonction $\mathcal{F}$ est cyclique, la fonction

$$f = \mathcal{F} + \frac{ix}{2\pi}\log z \qquad (x = \text{const.})$$

est uniforme et régulière et est donnée par la formule (6) ou (7). La formule (9) nous permet de calculer la constante cyclique x d'après les valeurs de φ_i et ψ_i

$$\sum_{i=1}^{n}\int_{\omega_i} \operatorname{arc\,tang} t \frac{dt}{\mathrm{T}} = -\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{C}(t)}{\mathrm{T}}\, dt.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions entières et les séries de Dirichlet.* Note de M. **Vladimir Bernstein**, présentée par M. Hadamard.

Théorème I. — *Soit* $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n, \ldots$ *une suite de nombres positifs indéfiniment croissants, mesurable et de densité* D; *soit* $\varphi(z)$ *une fonction*

---

[1] Hilbert a résolu le problème mixte général quand les parties réelle φ et imaginaire ψ de la fonction inconnue satisfont sur la circonférence à une relation de la forme $a(\theta)\varphi + b(\theta)\psi = c(\theta)$. La méthode de Hilbert n'est applicable que si les coefficients a, b, c sont continus.

[2] Villat, *Le problème de Dirichlet pour une aire annulaire* (*Rendic. Cir. mat. Palermo*, 33, 1912, p. 134-175).

entière d'ordre un et de type minimum; dans ces conditions, si la série

$$\psi(s)=\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\varphi(\lambda_\nu)}{C'(\lambda_\nu)}e^{-\lambda_\nu s} \tag{1}$$

possède une abscisse de convergence finie $\Big[$ce qui aura toujours lieu si le nombre $\delta=\left|\overline{\lim}\,\frac{\log|C'(\lambda_n)|}{\lambda_n}\right|$ relatif à la suite $\{\lambda_n\}$ est fini$\Big]$, *elle représente une fonction de s uniforme dans tout le plan et dont toutes les singularités se trouvent sur l'axe imaginaire.*

Démonstration basée sur mes théorèmes précédents (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1018; 190, 1930, p. 36; § 8 et 9 de ma Thèse), un raisonnement analogue à celui employé par M. Lindelöf au paragraphe 59 de son *Calcul des résidus* et enfin sur un théorème de M. Painlevé sur le prolongement analytique (P. Montel, *Familles normales*, p. 46).

Théorème II. — *Soient* $\{\lambda_n\}$ *et* $\{\mu_n\}$ *deux suites de nombres positifs croissants, telles que*

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n}{\lambda_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{n}{\mu_n}=D$$

et soit $\varphi(z)$ *une fonction holomorphe dans l'angle* $|\arg z|\leqq\alpha\leqq\frac{\pi}{2}$ *et qui y satisfait à la condition* $|\varphi(z)|<e^{A|z|}$. *Considérons les deux fonctions*

$$\psi(s)=\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\varphi(\lambda_\nu)}{C'(\lambda_\nu)}e^{-\lambda_\nu s},\qquad \chi(s)=\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\varphi(\mu_\nu)}{\Gamma'(\mu_\nu)}e^{-\mu_\nu s}, \tag{2}$$

où

$$C(z)=\prod_{\nu=1}^{\infty}\left(1-\frac{z^2}{\lambda_\nu^2}\right),\qquad \Gamma(z)=\prod_{\nu=1}^{\infty}\left(1-\frac{z^2}{\mu_\nu^2}\right); \tag{3}$$

si la quantité δ *relative à l'une de ces suites est infinie, on supposera que la série* (2) *correspond à une abscisse de convergence finie. Construisons, en partant de chaque point singulier* s_0 *de* $\psi(s)$, *l'angle*

$$\frac{\pi}{2}+\alpha\leqq\arg(s-s_0)\leqq\frac{3\pi}{2}-\alpha \tag{4}$$

et soit $\mathcal{H}$ *l'ensemble des points extérieurs à tous les angles* (4) [cet ensemble est évidemment d'un seul tenant et contient tout le demi-plan d'holomorphie de $\psi(s)$]. *Dans ces conditions* $\chi(s)$ *est régulière en tout point intérieur de l'ensemble* $\mathcal{H}$.

Démonstration basée sur l'application d'un théorème de M. Pólya (*Math. Zeitschrift*, 29, 1929, p. 598, théorème V) généralisée pour le cas où la fonction $F(z)$ (notation de M. Pólya) n'est holomorphe et de type exponentiel que dans un secteur, généralisation qui m'a été communiquée par M. Pólya lui-même. Ce théorème doit être appliqué à la fonction $\psi(s)$ et l'on démontre en se servant de l'expression de $\psi(s)$ que j'ai indiquée dans la Note *Sur les points singuliers des séries de Dirichlet* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 539; voir aussi le paragraphe 7 de ma Thèse) que la transformée de $\psi(s)$ est précisément $\chi(s)$. Le domaine $\mathfrak{J}$ de M. Pólya se réduit aux deux côtés de l'angle (4) $(s_0 = 0)$.

Théorème III (Généralisation du théorème de Faber). — *Dans les conditions du théorème* I, *les seuls points singuliers possibles de la fonction* (1) *sont les points* $s_K = \pm(2k-1)\pi i D$, $(k = 1, 2, \ldots)$.

On appliquera le théorème II avec $\mu_n = nD$, le théorème de Faber et le théorème I.

Théorème IV. — *Si la suite* $\{\lambda_1\}$ *a une densité maximum finie égale à* D *et si la série*

$$(5)\qquad f(s) = \sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu e^{-\lambda_\nu s} \qquad (a_\nu \neq 0)$$

a une abscisse de convergence et une abscisse d'holomorphie finies, l'ensemble S *des points singuliers de* $f(s)$ *situés sur la droite d'holomorphie se transforme en lui-même par une translation de* $2\pi i D$.

On appliquera le théorème de ma Note citée (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 539 ou le paragraphe 7 de ma Thèse) et le théorème II avec $\mu_n = nD$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques inégalités relatives aux fonctions entières*. Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. J. Hadamard.

Nous poserons

$$f(z) = \Sigma c_\nu e^{i\alpha_\nu} z^\nu, \qquad F(r) = \Sigma c_\nu r^\nu, \qquad \log c_\nu = -g_\nu,$$
$$M(r) = \text{Max.}\,|f(re^{i\theta})|, \qquad M_2^2(r) = \Sigma c_\nu^2 r^{2\nu} = m^2(r)\,\omega_2^2(r),$$

$m(r)$ désignant le terme maximum de $F(r)$. Nous supposerons les g_ν interpolés par une fonction continue $g(x)$.

I. *Résultats relatifs à* $M_2(r)$. — 1° Si $g(x)$ est convexe, on a

$$\varphi[\omega_2(r)] \leq \frac{M_2^2(r)}{m(r)F(r)} < 1,$$

la fonction $\varphi(\omega)$ tendant vers $\frac{1}{2}$ pour ω infini. Il est impossible de la remplacer dans cet énoncé par une autre ayant une limite $> \frac{1}{2}$.

Ce résultat précise celui que j'ai indiqué dans une Note antérieure (3 juin 1929).

2° Si $g''(x)$ s'annule à l'infini et si $g'''(x) = g''(x)\, o\left[\sqrt{g''(x)}\right]$, on a

$$M_2^2(r) \sim \frac{m(r)F(r)}{\sqrt{2}}.$$

Pour comprendre la portée de ce résultat, il faut observer que les hypothèses n'excluent que des fonctions irrégulières ou des fonctions d'ordre nul à croissance suffisamment lente.

II. *Résultats relatifs à* $|f(z)|$ *et à* $M(r)$. — Nous nous placerons au point de vue du calcul des probabilités, les c_ν étant supposés connus et les a_ν choisis au hasard.

1° Pour une valeur donnée de z, la probabilité de l'inégalité

$$|f(z)| > \rho M_2(r) \qquad (r = |z|)$$

est peu différente de $e^{-\rho^2}$. L'erreur commise dans cette évaluation, quel que soit le nombre positif ρ, est inférieure à une valeur ε, fonction seulement de $\omega_2(r)$, et s'annulant pour $\omega_2(r)$ infini.

2° Si $g(x)$ est convexe, la probabilité de l'inégalité

$$M(r) < CM_2(r)\sqrt{\log \omega_2(r)}, \tag{1}$$

pour une valeur donnée de r et pourvu que C soit supérieur à une certaine constante absolue, est supérieure à une valeur $1 - \varepsilon'$, fonction seulement de $\omega_2(r)$, et tendant vers 1 pour $\omega_2(r)$ infini.

3° Si $xg''(x)$ est, pour tout x supérieur à X, compris entre deux constantes positives a et b [ce qui implique une fonction $f(z)$ d'ordre positif et fini], et si C est supérieur à une certaine valeur (qui peut dépendre de a et b), la probabilité que l'inégalité (1) soit vérifiée pour tout $r > R$ tend vers zéro pour R infini.

En termes moins précis, on peut dire que, les arguments des coefficients d'une fonction entière étant choisis au hasard, pour tout r assez grand

$$M(r) = M_2(r)\, O\left[\sqrt{\log \omega_2(r)}\right],$$

et il ne semble pas possible, même pour des déterminations particulières

des modules c_ν, de remplacer $\sqrt{\log \omega_2(r)}$ par une fonction moins rapidement croissante.

La démonstration, qui utilise des idées J. E. Littlewood, paraîtra dans un autre Recueil.

GÉODÉSIE. — *Détermination des positions astronomiques en vue de l'étude de la déviation de la verticale autour de la péninsule Armoricaine.* Note de M. **L. Pirot**, présentée par M. P. Helbronner.

Dans la présente Note nous donnons les déterminations de positions astronomiques en divers points de la péninsule Armoricaine, d'où ont été déduites les déviations de la verticale qui ont fait l'objet d'une Communication antérieure [1].

La plupart de ces déterminations ont été faites au cours de l'année 1929, avec l'astrolabe à prisme modèle géodésique de Jobin travaillant, pour la coordonnée horaire, sur les signaux rythmés de la Tour Eiffel (et quelquefois ceux de Nauen, pour vérification). Jointes à celles obtenues à Brest, Lorient et Quiberon en 1927 et 1928, avec le même instrument et par le même observateur (le lieutenant de vaisseau Perzo), elles nous mettent finalement en possession de huit positions astronomiques, sept à la périphérie et une (Pontivy) dans la région centrale de la presqu'île de Bretagne.

Les observations n'ont pas été faites aux points mêmes indiqués ci-dessus, mais les stations ont été rattachées aux points de référence soit par triangulation (Brest, Pontivy), soit par relevés sur plans hydrographiques à grande échelle. Les coordonnées géodésiques sont celles de l'ancienne triangulation de la France, affectées des corrections calculées par le Service géographique de l'Armée. Ces corrections tiennent compte : de la nouvelle valeur admise pour la latitude de l'Observatoire de Paris ($48°50'11'',2$ au lieu de $48°50'13'',2$), de l'erreur sur la longitude du Panthéon et sur l'azimut de départ du côté Panthéon-Belle-Assise, et enfin de la substitution de l'ellipsoïde de Clarke à l'ellipsoïde des Ingénieurs-Géographes.

Les longitudes sont rapportées au méridien de Paris. Nous donnons ci-après, pour chaque point, les positions astronomiques et géodésiques (ces dernières sur l'ellipsoïde de Clarke) et les résultats de leur confrontation

(1) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 109.

sous la forme des coordonnées x et y de la projection du zénith astronomique de la station par rapport au zénith géodésique. Les x sont comptés positivement vers l'Est, les y positivement vers le Nord. La déviation résultante s'en déduit immédiatement en grandeur et en direction. Remarquons ici que la direction de la déviation est juste à l'opposé de celle du vecteur dont x et y sont les composantes; il est d'évidence en effet que, quand le plomb du fil à plomb est appelé dans une direction, vers l'Est par exemple, le zénith qui est à l'extrémité de la verticale se déplace dans la direction opposée, soit vers l'Ouest.

Point auquel sont rapportées les observations.	Position astronomique.	Position géodésique (ellipsoïde de Clarke).	Composantes de la déviation.		Déviation.
Clocher de l'église de Pontivy..........	L_a=48°03′59″,07 N G_a= 5.18.13,26 W Paris	L_g=48°04′03″,52 G_g= 5.18.09,53	x=−2″,66 y=−4,45	ex=±0″,29 ey=±0,32	4″,7 au N 30 E
Phare de Locmaria (extrémité de la presqu'île de Quiberon)...........	L_a=47.28.44,47 N G_a= 5.27.39,33 W	L_g=47.28.47,48 G_g= 5.27.38,20	x=−0,93 y=−3,01	ex=±0,60 ey=±0,50	3,2 au N 18 E
Lorient (Tour du port)............	L_a=47.44.40,79 N G_a= 5.41.25,42 W	L_g=47.44.43,88 G_g= 5.41.23,77	x=−1,28 y=−3,09	ex=±0,17 ey=±0,19	3,4 au N 23 E
Bénodet-Loctudy (clocher de Loctudy)............	L_a=47.49.48,06 N G_a= 6.30.44,12 W	L_g=47.49.54,72 G_g= 6.30.43,63	x=−0,50 y=−6,66	ex=±0,17 ey=±0,16	6,7 au N 5 E
Douarnenez (clocher de Ploaré).......	L_a=48.05.06,43 N G_a= 6.39.34,99 W	L_g=48.05.12,23 G_g= 6.39.28,97	x=−4,19 y=−5,80	ex=±0,11 ey=±0,11	7,2 au N 38 E
Brest (tour de l'église Saint-Louis)......	L_a=48.23.20,58 N G_a= 6.49.41,65 W	L_g=48.23.20,54 G_g= 6.49.35,08	x=−4,53 y=+0,04	ex=±0,10 ey=±0,10	4,5 à l'Est
Carantec (phare de la Lande ou Tour Blanche).........	L_a=48.38.14,44 N G_a= 6.13.22,17 W	L_g=48.38.13,26 G_g= 6.13.16,41	x=−3,97 y=+1,18	ex=±0,20 ey=±0,20	4,1 au S 73 E
Lézardrieux-Paimpol (clocher de Paimpol).............	L_a=48.46.43,68 N G_a= 5.23.10,00 W	L_g=48.46.43,98 G_g= 5.23.04,14	x=−4,03 y=−0,30	ex=±0,22 ey=±0,20	4,0 au N 87 E

SÉISMOLOGIE. — *Périodes diurne et annuelle dans la distribution de 1944 tremblements de terre enregistrés par un même sismographe.* Note de M. **Luis Rodés**, présentée par M. Ch. Lallemand.

La présente Note a pour objet d'exposer les conclusions qui se dégagent d'un enregistrement homogène de tremblements de terre, obtenu à l'Obser-

vatoire de l'Èbre, durant une période de 16 années, de 1914 à 1929 inclusivement, avec un même sismographe, du type Mainka-Ebro, dont la masse est 1500^{kg} et la période 14,8 secondes.

Durant ces 16 années, on a enregistré au total 1944 tremblements de terre, parfaitement définis, dont les graphiques ont été lus par un même observateur. De ce nombre total, 56,6 pour 100 ont eu lieu de 17^h à 4^h T. C. G. et 43,4 pour 100 de 5^h à 16^h. L'excès, de 13,2 pour 100, des tremblements de terre relevés durant une moitié du jour solaire par rapport à l'autre moitié ne paraît pas avoir d'autre cause que l'action exercée par le Soleil sur une surface planétaire hétérogène, qui réagit de façon inégale à cette excitation. Effectivement, en examinant la sphère terrestre, on voit que durant la moitié de la période diurne qui s'étend de 17^h à 4^h, passent successivement devant le Soleil la Grande Cordillère des Andes, les Montagnes Rocheuses et la Sierra Nevada, les Iles Aléoutiennes, Hawaï et d'autres îles du Pacifique, les Kouriles, le Japon, la Nouvelle-Guinée, les Philippines et la côte orientale de Chine, c'est-à-dire la grande majorité des zones sismiques du globe; tandis que, durant l'autre moitié de la rotation diurne, de 4^h à 17^h, passent devant le Soleil les continents asiatique et européen, l'océan Indien, le continent africain, l'océan Atlantique et la région orientale de l'Amérique du Sud, dont les foyers d'activité sont moins nombreux et de moindre extension.

Le maximum diurne apparaît encore plus marqué si l'on divise les 24^h en groupes de 4, comme on peut le voir dans la statistique suivante, des 16 années en question :

Heures	23^h à 3^h.	3^h à 7^h.	7^h à 11^h.	11^h à 15^h.	15^h à 19^h.	19^h à 23^h.
Nombre de tremblements de terre	350	321	**247**	304	331	**391**

La valeur maxima, 391, enregistrée entre 19^h et 23^h T. C. G. dépasse de 50 pour 100 la valeur minima, 247, enregistrée entre 7^h et 11^h; en tenant compte, comme nous l'avons dit, de la rotation terrestre, le maximum diurne correspond aux heures durant lesquelles la zone sismique qui s'étend des Andes à l'Alaska atteint sa température maxima, tandis que le minimum a lieu quand les rayons solaires tombent sur l'océan Indien et sur une grande partie des continents européen et africain.

Ces résultats paraissent démontrer que des changements de température, même faibles, sont un facteur important dans la production des tremblements de terre en général.

Nous sommes amenés à la même conclusion par l'étude de la distribution

annuelle des tremblements de terre sur le globe. Si leur production dépend de l'échauffement diurne et des rapides variations de température qui en sont la conséquence, on s'explique que, lorsque le Soleil se trouve dans l'hémisphère Nord, celui où les continents « de moindre capacité calorifique » atteignent leur plus grande extension, on enregistre plus de tremblements de terre que lorsque le Soleil se trouve dans l'hémisphère Sud et que ses rayons tombent en grande partie sur les Océans qui, grâce à leur plus grande capacité thermique, résistent aux changements rapides de température.

La statistique ci-dessus des 1944 tremblements de terre enregistrés à Tortosa confirme pleinement cette prévision; elle offre un maximum de 1144 séismes, durant les six mois d'avril à septembre, pendant lesquels la déclinaison du Soleil est septentrionale, et un minimum de 800 pendant les mois d'octobre à mars, où la déclinaison est méridionale; un excès de 43 pour 100 caractérise la période durant laquelle le Soleil se trouve dans l'hémisphère Nord.

Une autre confirmation de l'influence solaire sur les tremblements de terre est offerte par la statistique de 276 séismes relativement proches, avec épicentre situé à moins de 1000^{km} de distance de l'Observatoire de l'Èbre. Quoique de moindre valeur, à cause du nombre limité des séismes relevés, cette statistique offre aussi un maximum de 66 tremblements de terre enregistrés entre 15^h et 18^h, et un minimum de 28 entre 5^h et 8^h, en rapport avec l'effet thermique. Un autre maximum secondaire, constaté entre 23^h et 2^h, ne permet pas une explication aussi facile.

La distribution annuelle de ces 276 séismes est plus irrégulière et capricieuse; mais, ici encore, les trois mois d'été, juillet, août et septembre, présentent un maximum de 75 et les trois mois d'hiver, décembre, janvier et février, un minimum de 60.

L'homogénéité des renseignements ci-dessus analysés ne permet pas de mettre en doute l'influence directe du Soleil dans la genèse des tremblements de terre.

SPECTROSCOPIE. — *Spectres continus de l'hydrogène liés aux séries de Balmer et de Paschen.* Note [1] de MM. **D. Chalonge** et **Ny Tsi Zé**, présentée par M. Ch. Fabry.

Nous avons montré [2] que le spectre d'un tube à hydrogène excité par des décharges fortement condensées ne contient plus qu'une proportion très faible de radiations d'origine moléculaire et se compose (dans le visible et le proche ultraviolet) de la série de Balmer et du spectre continu qui lui fait suite. L'effet Stark provoqué par l'énorme champ interatomique dû aux ions et aux électrons libres provoque d'une part un élargissement considérable des raies de Balmer dont seules les six ou sept premières existent, d'autre part un très grand déplacement de la limite du spectre continu du côté du rouge.

Influence de la pression. — Lorsque l'on fait croître progressivement la pression de l'hydrogène (de $0^{mm},3$ à 23^{mm} de mercure) dans un tube que l'on excite constamment par les mêmes décharges fortement condensées, on constate que la courbe de répartition de l'énergie entre les diverses radiations se modifie et tend vers une courbe limite qui semble atteinte vers 18^{mm}. Les raies du spectre secondaire (raies d'origine moléculaire), assez nombreuses pour une pression de $0^{mm},3$, s'affaiblissent rapidement lorsque la pression croît et ont pratiquement disparu à 18^{mm} : ceci fait supposer qu'aux faibles pressions le rayonnement continu observé est la superposition du spectre continu de la molécule et de celui de l'atome, et que ce dernier subsiste seul aux hautes pressions. La première étude [3] ayant été faite à l'aide d'un tube rempli sous une pression de 3^{mm}, c'est-à-dire un peu trop faible, nous l'avons recommencée sur un tube contenant de l'hydrogène sous 20^{mm}.

Spectre continu de la série de Balmer. — Nous avons déterminé sa courbe d'énergie en le comparant photographiquement au spectre du cratère positif de l'arc au charbon considéré comme un corps noir à 3780° K. [4].

---

(1) Séance du 10 février 1930.

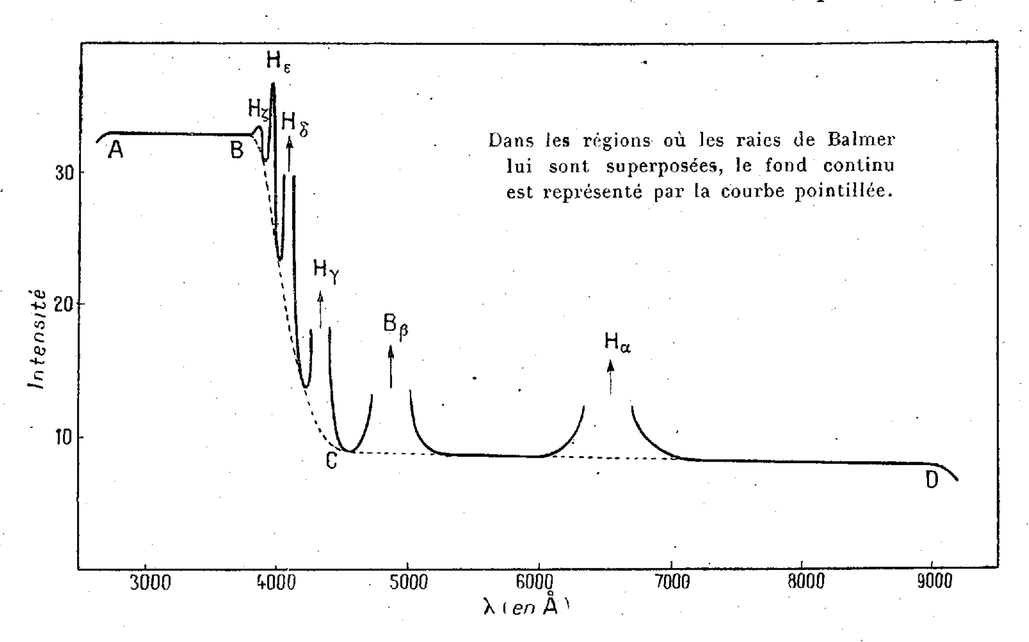
(2) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 243.

(3) *Loc. cit.*

(4) Les difficultés d'ordre photométrique que soulève la comparaison photographique des courbes d'énergie d'une source constante et d'une source intermittente seront discutées dans une autre publication. Nous avons reconnu que cette comparaison était possible en utilisant les méthodes ordinaires de la photographie.

Cette courbe, rapportée à une dispersion normale, est représentée en ABC, entre 2600 et 4300 Å. A la précision des expériences près ([1]), l'énergie est répartie uniformément entre les radiations de 3800 Å à 2600 Å.

Spectre continu de la série de Paschen. — L'examen au spectroscope du tube rempli sous 20mm révèle l'existence d'un fond continu très intense qui s'étend, du côté du rouge, bien au delà de la raie H_α, jusqu'à la limite de sensibilité de l'œil. Avec la collaboration de M. Calzavara, qui nous a pré-



paré des plaques permettant de photographier sans voile jusqu'à 9200 Å, nous avons pu constater que ce rayonnement continu se prolongeait au delà de la limite de sensibilité des plaques. Il peut être attribué, lui aussi, à l'atome : si en effet on excite le tube au moyen de décharges alternatives non condensées, de façon à obtenir le spectre secondaire et le spectre continu moléculaire, il disparaît et se trouve remplacé par de nombreuses raies secondaires se détachant sur un fond continu extrêmement faible. Nous avons déterminé sa courbe d'énergie en le comparant photographiquement au spectre de la flamme d'un étalon Féry à acétylène, dont la répartition spectrale est la même, dans le domaine considéré, que celle d'un corps noir

([1]) Les ordonnées de cette courbe sont déterminées avec une précision qui ne dépasse pas 10 pour 100.

à 2460° K. (¹). La répartition nous est apparue comme à peu près uniforme : elle est représentée par la courbe CD.

Il est vraisemblable que ce spectre est celui qui succède à la série de Paschen; s'il n'y avait pas d'effet Stark il commencerait vers 8200 Å, mais il est probable que sa limite est beaucoup plus déplacée vers les grandes longueurs d'onde que celle du spectre continu de Balmer : en effet, les six premières raies de la série de Balmer existant seules (la sixième extrêmement faible d'ailleurs), il semble qu'il n'y ait plus aucune orbite quantifiée de quantum total supérieur à 8; la dernière raie observable dans la série de Paschen du côté des courtes longueurs d'onde, celle qui vraisemblablement limite le spectre continu, doit donc être

$$\lambda = \frac{1}{R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{8^2}\right)} = 9546 \text{ Å};$$

elle se trouve bien en dehors de la zone de sensibilité des plaques utilisées (²).

SPECTROSCOPIE. — *Sur la structure du premier spectre d'étincelle du mercure* HgII. Note de MM. **G. Déjardin** et **R. Ricard**, présentée par M. Ch. Fabry.

La classification du premier spectre d'étincelle du mercure HgII a été récemment développée par Paschen (³), en prenant pour point de départ les attributions proposées par Caroll et confirmées par divers résultats expérimentaux (⁴). L'analyse théorique de ce spectre ne pouvait être tentée qu'après l'avoir séparé expérimentalement des spectres d'ordre supérieur HgIII et HgIV. A cet égard la technique employée par Paschen semble beaucoup *moins efficace* que la méthode de la décharge sans électrodes,

---

(¹) Coblentz, *Sc. Pap. Bur. Stand.*, 15, 1920, n° 362. Cette source est beaucoup plus stable et d'un emploi beaucoup plus commode que l'arc.

(²) On peut avec ces plaques dépasser largement 1μ, mais des poses très longues sont alors nécessaires et la lumière diffusée rend difficile l'étude du fond continu.

(³) *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, Phys.-Math. Klasse*, 32, 1928, p. 32.

(⁴) G. Déjardin, *Annales de Physique*, 10ᵉ série, 8, 1927, p. 424.

utilisée dans le même sens par L. Bloch, E. Bloch [1] et G. Déjardin. Dans l'intervalle spectral 8000-1850 Å, environ 250 raies ont été retenues par Paschen et considérées comme susceptibles d'appartenir au spectre HgII. En fait les nombreuses raies *non classées* peuvent être groupées en deux catégories comprenant chacune une cinquantaine de raies :

1° Dans le premier groupe figurent les raies appartenant très probablement au spectre HgIII, d'après la technique du tube sans électrodes. Cette hypothèse a d'ailleurs été confirmée par la classification partielle du spectre HgIII obtenue par Mc Lennan, Mc Lay et Crawford [2];

2° D'après les spectrogrammes fournis par la décharge sans électrodes, les autres raies non classées se rattachent manifestement au premier degré d'excitation, c'est-à-dire au spectre d'étincelle du premier ordre. Toutefois, elles comprennent, presque sans exception, les raies du groupe E'_1, dont l'existence a été mise en évidence par la méthode du choc électronique (G. Déjardin, Eldridge). Ces raies se distinguent de celles du groupe E_1 (lesquelles font partie des raies classées de Paschen) par leur potentiel d'excitation plus élevé, leur évolution à tension croissante et par l'influence de l'hélium sur leur intensité relative [3].

L'examen sommaire des raies non classées de la seconde catégorie nous a permis de dégager les régularités suivantes :

λ.	Δν.	λ.	Δν.	λ.	Δν.	λ.	Δν.
3277,87 3264,06*	129,0	5307,8 4751,17	2206,6	4040,49 3549,41*	3423,2	3264,06* 2935,92*	3423,0
2947,08* 2935,92*	128,9	4704,63 4261,88	2207,6	3914,29 3451,69*	3422,8	2981,61 2705,36*	3423.5
1978,08 1973,06	128,8	3604,09 3338,42	2207,3	3604,09 3208,20*	3422,8	2797,43 2552,87*	3423,3
4040,49 3914,29	797,7	2981,61 2797,43	2207,4	3386,99 3035,10	3422,0	2492,09* 2296,12	3423,4
3549,41* 3451,69*	797,3	2705,36* 2552,87*	2207,2	3277,87 2947,08*	3423,1		
2761,97 2702,47	796,8						

Les groupements précédents comprennent seulement trois raies classées par Paschen (4705, 3338 et 2492). Par contre, ils font intervenir la plupart

(1) L. et E. Bloch, *Journal de Physique*, 6e série, 4, 1923, p. 333.

(2) *Transactions of the Royal Society of Canada*, 3e série, 1928, p. 247.

(3) G. Déjardin, *Ann. de Phys.*, 10e série, 2, 1924, p. 241, et 8, 1927, p. 424; *Journ. de Phys.*, 10, 1929, p. 69.

des raies E'_1, indiquées par le signe *, et en particulier les raies typiques (3264, 3208, 2947 et 2936) dont le potentiel d'excitation est compris entre 26 et 30 volts. Ces résultats semblent confirmer la réalité du spectre E'_1 (¹) et, indépendamment de toute hypothèse, révèlent la complexité du premier spectre d'étincelle du mercure.

Parmi les raies attribuées à l'atome doublement ionisé (Hg III), d'après la décharge sans électrodes, les deux groupes : 5746, 4-3358, 78 et 4212, 22-2769, 22, présentent la même séparation égale a 12367 cm^{-1} et correspondant à $6p^3F_4 - 6p^3F_3$. Les raies 4212 et 3358 figurent dans la liste de Paschen, ainsi que 3312,31 dont la classification est certainement erronée. En effet, l'excitation de cette dernière raie a été obtenue par choc électronique, et elle appartient sans aucun doute au spectre Hg III.

THERMOCHIMIE. — *Sur la chaleur de dissolution limite de l'hyposulfite de soude et du sulfate de magnésie hydratés.* Note de M. J. **Perreu**, présentée par M. C. Matignon.

La chaleur de dissolution limite de l'hyposulfite de soude à cinq molécules d'eau, et du sulfate de magnésie à sept molécules d'eau, a été mesurée à 11°C, de la même façon que celle des autres sels précédemment étudiés (²).

Aucun travail antérieur sur les chaleurs spécifiques des solutions d'hyposulfite, n'ayant été publié, j'ai dû tout d'abord mesurer la chaleur spécifique des solutions de ce sel, que je devais utiliser.

J'ai employé à cet effet un procédé décrit par Berthelot (³), et qui est basé sur la méthode des mélanges. Les chaleurs spécifiques moyennes de 14° à 34°, ainsi trouvées, sont les suivantes, en définissant les concentrations par le nombre p, de grammes de sel hydraté contenus dans 100ᵍ d'eau libre.

Concentrations des solutions p (%)	25.	50.	75.	100.	120.	130.	135.	140.	145,8.
Chaleurs spécifiques....	0,884	0,824	0,791	0,769	0,758	0,754	0,750	0,748	0,744

Méthode directe. — Voici les résultats fournis par cette méthode :

(¹) Contestée par Valasek, *Journal of the Optical Society of America*, **17**, 1928, p. 102.

(²) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 167, 285 et 462; **190**, 1930, p. 52.

(³) Berthelot, *Précis de Calorimétrie chimique*, p. 174.

Hyposulfite de soude.

Concentrations des solutions en sel p.	en eau n.	Q_n moléculaire.
		cal.
0	∞	−11,56 (1)
25	55,111	− 9,22
50	27,555	− 8,17
75	18,37	− 7,76
100	13,777	− 7,60
120	11,481	− 7,54
130	10,598	− 7,51
135	10,205	− 7,50
140	9,841	»
145,8 (sat.)	9,449	− 7,49 (extrap.)

Sulfate de magnésie.

Concentrations des solutions en sel p.	en eau n.	Q_n moléculaire.
		cal.
0	∞	−3,81
20	68,416	−3,94
40	34,208	−4,03
60	22,805	−4,07
70	19,547	−4,10
80	17,104	−4,11
90	15,203	−4,12
93,5 (sat.)	14,634	−4,13 (extrap.)

(n, étant le nombre de molécules d'eau dissolvant une molécule de sel hydraté).

La chaleur de dissolution limite de l'hyposulfite, obtenue par extrapolation, est $L = -7^{cal},49$; celle du sulfate de magnésie, $L = -4^{cal},13$.

Méthode des chaleurs de dilution. — La mesure directe des chaleurs de dilution des solutions d'hyposulfite, jusqu'à 1 pour 100, a donné les nombres ci-après.

Concentrations des solutions à diluer. p.	n.	Chaleurs de dilution moléculaires. $f(n)$.
%		cal.
160 (sursat.)	8,611	−3,38
145,8 (sat.)	9,449	−3,31
140	9,841	−3,28
135	10,205	−3,26
130	10,598	−3,23
120	11,481	−3,16

Concentrations des solutions à diluer. p.	n.	Chaleurs de dilution moléculaires. $f(n)$.
%		cal.
100	13,777	−3,01
75	18,37	−2,73
50	27,55	−2,28
25	55,11	−1,54
5	275,55	−0,16

Pour la saturation,

$$f(n)_{sat.} = 3^c,31, \qquad f'(n)_{sat.} = 0,08; \qquad nf'(n)_{sat.} = -0^c,75.$$

D'où $L = 11^c,56 + 4^c,06 = -7^c,50$.

La mesure directe de la chaleur d'addition A (correspondant à la dilution d'un grand excès de solution saturée par la masse d'eau qui dissout à saturation la molécule — g de sel hydraté), donne $A = -0^{cal},70$.

D'où $L = -7^{cal},55$.

En déterminant les chaleurs de dilution et d'addition par une méthode indirecte (¹), j'ai trouvé des résultats qui sont d'accord avec les précédents.

Dans le cas du sulfate de magnésie, la mesure directe de la chaleur de dilution moléculaire de la solution saturée, donne $f(n)_{sat} = 0^{cal},12$. Pour des solutions de concentration moindre, les variations de température descendent rapidement au-dessous de $0°,01$; les résultats obtenus manquent de précision.

La mesure directe de la chaleur d'addition donne $A = 0^{cal},24$.

D'où l'on tire $L = -3^{cal},81 - 0^{cal}12 - 0^{cal},24 = -4^{cal},17$.

La méthode indirecte (¹) donne pour les chaleurs de dilution les nombres suivants :

Concentrations des solutions.

p............	93,5 %$_{(sat.)}$	90	80	70	60
n............	206,729	214,768	241,588	276,1	322,1
$f(n)$ (cal.).....	0,12	0,11	0,08	0,05	0,03

Par suite : $f'(n)_{sat} = -0,0175$; $A = -nf'(n)_{sat} = 0^{cal},25$.

D'où $L = 4^{cal},18$.

En résumé, les diverses méthodes employées pour déterminer la chaleur de dissolution limite des deux sels étudiés donnent des valeurs assez concordantes.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les bronzes d'aluminium spéciaux, au zinc, au silicium et à l'antimoine.* Note (²) de M. **Armel Sévault**, présentée par M. Léon Guillet.

Cette étude sur les bronzes d'aluminium spéciaux, riches en cuivre, a été entreprise pour mettre en vue l'influence des additions sur la position des points de transformation, sur les propriétés physiques et la structure micrographique en fonction des traitements thermiques.

Bronzes d'aluminium au zinc. — A la suite de recherches sur les bronzes d'aluminium au zinc, Robin (³) avait trouvé que l'addition de zinc pour certaines teneurs pouvait déterminer la formation de la structure en

(¹) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 462.

(²) Séance du 10 février 1930.

(³) *Sur les constituants en aiguilles des alliages* (*Bulletin de la Société d'Encouragement pour l'Industrie nationale*, 112, 1er semestre 1913 p. 12).

aiguilles. La présente étude n'a pas confirmé l'existence de cette propriété.

J'ai trouvé que l'addition de zinc est sans influence sur la position des points de transformation et que cet élément se dissout dans la solution solide α. Dans le cas où l'alliage est formé de deux constituants α et γ, il se comporte de même et doit entrer en solution dans un de ces constituants, lorsque sa teneur varie de 1 à 10,02 pour 100 et que la teneur en aluminium varie de 10,08 à 12,8. Si la teneur en zinc est égale ou supérieure à 14,5 pour 100 et la teneur en aluminium inférieure à 8 pour 100, il apparaît un constituant spécial qui existe même après des trempes successives. Dans ce dernier cas il se présente sous forme de constituant mâclé et un revenu vers 650° le fait disparaître et donne une cristallisation normale. Les alliages uniquement constitués de α + γ prennent la trempe : à 650° avec formation de la structure « en fer de lance », à 800° avec la structure en aiguilles.

D'après mes expériences, le tableau suivant montre l'influence du zinc sur la dureté des bronzes d'aluminium :

Composition des alliages.			Duretés à l'état (bille de 10^{mm}, charge 1000^{kg}).					
			Brut		Trempés à			
Cu.	Al.	Zn.	de coulée.	Recuit.	500°.	650°.	800°.	900°.
84,5	12,8	2,7	245	245	245	147	125	104
86,6	12	1,6	301	290	290	145	147	104
71,1	8	20,9	244	226	228	148	165	189
92,15	5,76	2,01	47	47	48	82	87	84
88,9	10,1	1	151	134	132	129	224	226
88,6	10,2	1,5	108	121	114	121	210	244

Les alliages constitués de α + γ + constituant spécial sont adoucis par trempes à hautes températures et un revenu vers 450° tend à leur rendre leur dureté initiale.

Les alliages, dans lesquels le zinc entre en solution dans α + γ, voient croître leur dureté par trempe, et reviennent à leur dureté primitive par un revenu vers 550°.

La résistivité électrique suit les mêmes variations.

Bronzes d'aluminium au silicium. — Dans mes expériences les teneurs en silicium ont varié de 0,43 à 4,31 pour 100 et l'aluminium de 8,6 à 13 pour 100. L'élément spécial est sans influence sur la position des points de transformation.

Lorsque la teneur en silicium est inférieure à 1,85 pour 100 et que le rapport $\frac{\text{aluminium}}{\text{silicium}}$ est supérieur à 4,6 il n'y a pas formation d'un élément

spécial; mais l'entectoïde des bronzes d'aluminium n'est plus résoluble au microscope. Lorsque la teneur en silicium est supérieure à 1,85 pour 100 avec le rapport $\frac{\text{aluminium}}{\text{silicium}}$ égal ou inférieur à 4,6 il apparaît un troisième constituant.

Ce constituant spécial entre en solution par des trempes à températures élevées et l'on obtient alors une structure aciculaire; il réapparaît par revenu vers 650°.

Comme le montre le tableau suivant, le constituant spécial apporte une grande dureté aux alliages :

Composition des alliages.				Duretés à l'état (bille de 10mm, charge 1000kg).					
				Brut		Trempes à			
Cu.	Al.	Si.	Si-gr.	de coulée.	Recuit.	500°.	650°.	800°.	900°.
88,4	11,2	0,43	–	147	130	151	168	228	228
89,2	9,8	0,9	–	112	115	91	138	210	185
88,3	10,1	1,5	–	147	151	129	157	228	197
89,3	9,0	1,6	0,25	185	165	181	170	185	157
89,8	8,6	2	0,5	228	205	210	170	168	157
85,1	13,0	1,9	0,85	300	290	245	245	245	244
85,5	11,24	3,41	0,9	240	230	210	205	189	210

Les alliages de constitution $\alpha + \gamma$ ont des duretés qui croissent par trempe à haute température; le phénomène contraire se passe lorsqu'il y a présence du constituant spécial. Nous remarquerons que, pour l'alliage de compositions Cu 85,1, Al 13,0, Si 1,9, Si-gr. 0,85, la dureté est peu modifiée par les trempes successives.

La résistivité électrique suit les mêmes variations.

Bronzes d'aluminium à l'antimoine. — Dans mes expériences, les teneurs en antimoine ont varié de 1,18 à 14,6 pour 100 et l'aluminium de 4 à 15,5 pour 100.

Tant que la teneur en antimoine est inférieure à 4,5 pour 100, le rapport $\frac{\text{aluminium}}{\text{antimoine}}$ restant égal ou supérieur à 3,3, il n'y a pas formation de constituant spécial et, lorsque ce rapport est égal ou inférieur à 6, on trouve des traces d'antimoine libre. Lorsque la teneur en antimoine est égale ou supérieure à 4,5 pour 100 et que le rapport précédent est inférieur à 3,3, le constituant α prend la forme, à l'état brut de coulée, d'aiguilles entre-croisées rappelant l'aspect de la martensite, avec présence abondante d'antimoine libre.

Les alliages formés des deux constituants α et γ présentent un maximum

de dureté par trempe à 650°; les alliages à structure en aiguilles ont leur maximum par trempe à 500°. Ils prennent tous, par trempe et revenu, la structure aciculaire, sauf l'alliage de composition Cu 88,7, Al 10, Sb 1,4, qui donne lieu à la formation de macles. L'antimoine apporte une très grande fragilité, donne naissance à des microretassures nombreuses et est sans influence sur la position des points de transformation au chauffage et au refroidissement.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le silicium fondu compact et la densité de cet élément.* Note de M. **Ch. Bedel**, présentée par M. A. Béhal.

Le silicium fondu fournit généralement, par refroidissement, un solide d'aspect poreux.

Nous avons pu cependant préparer de petites masses compactes en opérant de la façon suivante :

A du silicium passant au tamis 80, on ajoute 10 pour 100 de fluosilicate de potassium. Le mélange est introduit dans un tube de quartz, puis recouvert d'une légère couche du même sel; on place le tube dans un four électrique à résistance (résistance formée de graphite granulé). On élève progressivement la température jusqu'à 1500°. Le silicium est à ce moment parfaitement fondu. Après refroidissement, le tube est brisé et l'on en retire un culot de couleur grise, à surface unie, ne présentant même à l'intérieur ni failles, ni pores, visibles à l'œil nu. Le microscope permet toutefois d'y déceler encore la présence de petites cavités.

Nous avons déterminé la densité de ce produit, et nous l'avons comparée à celle des siliciums cristallisés dans l'aluminium ou dans le zinc. Les valeurs indiquées par les auteurs pour cette constante ne concordent pas. Elles varient de 2,044 à 2,49; celle donnée pour le silicium commercial est même de 1,90.

Nos déterminations ont été effectuées de la façon suivante :

Le flacon à densité dont nous nous sommes servi se compose d'un récipient cylindrique en pyrex à parois épaisses, de 6^{cm} de hauteur et de 2^{cm} de diamètre. Un bouchon soigneusement rodé, également en pyrex, s'y enfonce sur une longueur de $1^{cm},3$. Il est perforé d'un canal de 1^{mm} de diamètre, évasé à sa partie supérieure en forme de cupule. Après refroidissement de 2 heures dans une enceinte à 0°, on enlève l'eau qui se trouve dans la cupule, l'affleurement se faisant au niveau du tube capillaire à la partie inférieure de celle-ci. La pesée est effectuée après un séjour de 2 heures dans une atmosphère sèche.

Cet appareil nous a permis d'effectuer des déterminations avec une précision nettement supérieure à celle que nous avons obtenue avec les divers dispositifs ordinairement adoptés.

Les résultats ci-dessous se rapportent à la densité prise dans l'eau à la température de 0° :

Silicium.	État de division.	Si %.	Densités.	Moyenne des densités.
A l'aluminium	0,05 à 0mm,15	97,27	2,3284 2,3275 2,3217	2,326 ± 0,0033
Au zinc (cristaux)	1mm à 7mm	96,88	2,3270 2,3329 2,3323 2,3268	2,329 ± 0,0030
Au zinc (pulvérisé et lavé à HF).	< tamis 120	98,08	2,3334 2,3343 2,3335	2,333 ± 0,0004
Fondu (fragments)	Longueur 3cm; diamètre 1cm,6	98,94	2,3073 2,3083 2,3073 2,3066 2,3077 2,3071	2,307 ± 0,0008
Fondu (concassé et lavé à HF)..	Tamis 80/120	-	2,3370 2,3296 2,3278	2,331 ± 0,0046
Fondu (pulvérisé et lavé à HF).	< tamis 120	-	2,3305 2,3319 2,3272	2,330 ± 0,0023

Il résulte de l'ensemble de ces déterminations qu'on peut attribuer au silicium cristallisé et au silicium fondu convenablement divisé une même densité, qui est égale à 2,33. Pour les fragments fondus préparés par nous, elle est inférieure, sans toutefois s'abaisser au-dessous de 2,30.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelles synthèses de l'acide cyanique et de l'urée par oxydation, en présence d'ammoniaque, du carbone et de ses dérivées.* Note de M. **Georges Laude**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

1. En cherchant l'origine de l'urée formée par oxydation des substances organiques en milieu ammoniacal, M. R. Fosse (¹) a découvert que les pro-

(¹) R. Fosse, *Annales de l'Institut Pasteur*, 34, x, octobre 1920, p. 715.

tides, les glucides, le glycérol et l'aldéhyde formique donnent naissance à l'acide cyanique, dont la formation vainement tentée par de nombreux auteurs était considérée comme irréalisable. Avec M. R. Fosse [1] nous avons démontré que l'acide cyanique est un produit constant de l'oxydation des principes carbonés, naturels ou artificiels, appartenant aux fonctions : alcool, phénol, aldéhyde, acétone, acide, amine, amide, nitrile, carbylamine.

2. Dans cette Note nous généralisons encore cette synthèse et nous démontrons que l'acide cyanique se produit lorsqu'on oxyde en présence d'ammoniaque les représentants des fonctions qui suivent : alcaloïdes, corps à noyau hétérocyclique oxygéné ou azoté, dérivés halogénés de carbures saturés, carbures d'hydrogène cyclaniques, cycléniques, cycliques et aliphatiques.

Si des molécules aussi complexes que les alcaloïdes et les noyaux hétérocycliques peuvent se dégrader en carbimide, le corps le plus simple de la Chimie organique, le carbone, est capable lui-même de s'unir dans les mêmes conditions à l'azote, à l'oxygène et à l'hydrogène pour former l'acide cyanique.

3. Nous réalisons ces synthèses en traitant le corps à oxyder par du permanganate, généralement alcalin, en présence d'ammoniaque concentrée. Avec certains corps la décoloration du permanganate, signe de l'oxydation, ne se produit pas. Il est alors nécessaire d'avoir recours à la chaleur et surtout à l'influence d'un catalyseur. Après destruction de l'oxydant on essore et l'on obtient une liqueur limpide. Une partie de cette liqueur sert à la recherche et au dosage de l'acide cyanique par transformation en urée de la carbimide qu'elle peut contenir. L'autre partie sert à former le sel d'argent de l'acide cyanique. Ce sel, obtenu dans un grand état de pureté par cristallisation dans l'eau chaude, donne toujours très nettement, dans ces conditions, les réactions spécifiques des cyanates, celles du cobalticyanate de potassium et de l'hydroxylurée.

4. Le tableau ci-contre résume les résultats obtenus.

---

(1) R. Fosse et G. Laude, *Comptes rendus*, **172**, 1921, p. 684 et 1240; **173**, 1921, p. 318.

Substances.	Proportions des réactifs. Matière.	H²O.	NH³ concentrée.	MnO⁴K ou MnO⁴Na.	Volume total de liquide.	Urée pour 100g ou centimètre cube de matière: avant chauffage.	après chauffage.	Réaction colorée effectuée sur le cyanate d'argent obtenu par la méthode: du cobalticyanate.	de l'oxyurée.
Alcaloïdes.									
Chlorhydrate de quinine....	0,05 g	0	6 cm³	0,7 g	15 cm³	traces	9,85 g	+	—
Chlorhydrate de morphine.	0,05	0	6	1,5	20	traces	14,28	+	+
Chlorhydrate de cocaïne...	0,05	0	6	0,6	15	0	8,14	+	—
Composés hétérocycliques.									
Furfurol..................	0,2	5	8	2,5	25	traces	7,5	+	—
Pyrrol....................	0,2	0	10	3	25	traces	13,39	+	+
Diméthylpyrone...........	0,1	4	6	2	25	traces	12,50	+	—
Pyridine et Cu............	0,5	0	10	4	20	0	1		
Pipéridine................	0,2	0	10	2	25	traces	6,69	+	+
Pipérazine hydratée........	0,2	4	8	1,2	25	2,05	11,69	+	+
Indigotine................	0,1	0	5	1	10	5,42	13,42	+	+
Dérivés halogénés de carbures saturés.									
Iodure de méthyle.........	0,2	0	5	3	20	0	5,21	+	+
Iodure d'éthyle...........	0,2	0	8	1	20	0	2,92	+	+
Chloroforme...............	0,2	0	8	1	15	0	0,85		
Chloroforme et Cu.........	0,2	0	8	1	20	0	2,8	+	+
Carbures d'hydrogène.									
Éthylène..................	0,125	0	10	8	60	traces	2,74	+	+
Acétylène.................	0,116	0	10	8	60	traces	3,69	+	+
Benzène et Cu............	1	0	10	0,3	20	0	traces		
Naphtalène + Cu.........	1	0	30	10	40	0	1,82	+	—
Anthracène + Cu..........	1	0	30	8	35	0	1,12		
Cyclohexane + Cu.........	1	0	10	1	15	0	traces		
Diméthylcyclohexane + Cu.	1	0	10	1	15	0	0,91		
Cyclohexène + Cu.........	1	0	10	1	15	0	1,71	+	+
Méthylcyclohexène + Cu...	1	0	10	1	15	0	1,93	+	+
Pinène α..................	0,2	0	5	2	15	traces	5,35	+	+
Carbone.									
Charbon de sucre..........	1	10	15	10	50	0	1,14	+	+

Les chiffres donnés ne représentent nullement le rendement maximum que l'on pourrait obtenir en faisant varier certains facteurs (température — catalyseur — proportion du composé soumis à l'oxydation) mais rendent compte de l'aptitude plus ou moins grande des corps à s'oxyder.

5. Parmi les synthèses effectuées, il est intéressant de signaler, outre celle réalisée à partir du carbone lui-même, celle obtenue à partir de la pyridine.

L'oxydation permanganique du noyau pyridique — l'un des plus résistants à la fracture par oxydation — a déjà été constatée par M. Delépine [1] qui, en milieu acide, constate une décoloration du permanganate, un dégagement tumultueux de CO^2 et propose comme équation d'oxydation

$$C^5H^5-N+5,5O^2=5CO^2+NH^3+H^2O.$$

Notre synthèse est réalisée en milieu fortement ammoniacal, en présence de poudre de cuivre, amorçant la réaction par la chaleur et en maintenant la température vers 30°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une classe de glycols benzéniques.* Note de M. **Deluchat**, présentée par M. Matignon.

Par condensation du di-aldéhyde-*o*-phtalique avec l'iodure de méthylmagnésium, Nelken et Simonis (*Ber. d. chem. Ges.*, 41, 1908, p. 986) ont obtenu l'*o*-dioxydiéthylbenzène, qu'ils décrivent comme un liquide huileux, se prenant en une masse vitreuse par refroidissement, et qu'une simple distillation dans le vide suffit à déshydrater avec formation de 1.3-diméthylphtalane. Ces mêmes auteurs ont aussi obtenu l'*o*-dioxydipropylbenzène, offrant les mêmes caractères que le glycol précédent.

Antérieurement à ces travaux, Harry Ingle (*Ber. d. chem. Ges.*, 27, 1894, p. 2527), réduisant par l'amalgame de Na une solution aqueuse de *p*-diacétylbenzène $C^6H^4(CO-CH^3)^2$, avait obtenu le *p*-dioxydiéthylbenzène, décrit par lui comme une huile épaisse indistillable.

Reprenant la méthode indiquée par Nelken et Simonis, nous avons fait agir chacun des trois di-aldéhydes phtaliques sur le bromure de méthylmagnésium et le bromure d'éthylmagnésium; nous avons ainsi obtenu, avec des rendements de l'ordre de 60 pour 100, outre les glycols déjà

(1) M. Delépine, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 206.

mentionnés, trois autres glycols, complétant la série des corps de formule :

$$C^6H^4(CHOH - CH^3)^2 \quad \text{et} \quad C^6H^4(CHOH - C^2H^5)^2;$$

en outre, l'action du bromure de phénylmagnésium sur les *m*- et *p*-di-aldéhydes nous a fourni deux glycols de formule

$$C^6H^4(CHOH - C^6H^5)^2.$$

Tous ces corps cristallisent avec plus ou moins de facilité; le fait que les auteurs déjà cités ont obtenu des huiles incristallisables semble indiquer qu'ils n'ont pas préparé ces glycols à l'état de pureté.

Nous avons préparé les di-aldéhydes phtaliques d'après les méthodes indiquées par Thiele et Günther (*Liebigs Annalen*, 347, 1906, p. 107), les *o*- et *m*-di-aldéhydes par ébullition du xylène tétrabromé correspondant avec l'oxalate de K en solution dans l'alcool à 50 pour 100, le *p*-di-aldéhyde en dissolvant le *p*-xylène tétrabromé dans l'acide sulfurique concentré.

o-dioxydiéthylbenzène. — Après condensation du di-aldéhyde *o*-phtalique en solution dans l'éther avec un excès de CH^3MgBr et destruction par l'eau acidulée, la couche éthérée est séparée, séchée sur CO^3Na^2; on sépare par distillation la majeure partie de l'éther, et soumet le liquide restant à une évaporation rapide; des cristaux apparaissent, que l'on essore, et purifie par deux cristallisations dans la benzine. On obtient ainsi des tablettes rectangulaires, fondant à 105°. Le mode de formation, l'analyse et les propriétés de ce corps indiquent la formule

$$C^6H^4(CHOH - CH^3)^2.$$

o-dioxydipropylbenzène. — L'action du di-aldéhyde *o*-phtalique sur C^2H^5MgBr donne, dans les mêmes conditions que précédemment, le glycol

$$C^6H^4(CHOH - C^2H^5)^2,$$

cristaux en aiguilles fondant à 79°, très solubles dans l'éther, peu solubles dans l'éther de pétrole et la benzine à froid.

m-dioxydiéthylbenzène. — Le *m*-di-aldéhyde phtalique réagit sur CH^3MgBr de même façon que l'*o*-di-aldéhyde, et l'évaporation de la solution éthérée fournit un produit cristallisé, qui après purification dans l'éther fond à 98°.

m-dioxydipropylbenzène. — Dans les mêmes conditions, C^2H^5MgBr donne un produit qui cristallise lentement de la solution éthérée. On le purifie en le faisant cristalliser au sein d'un mélange d'éther et d'éther de pétrole, et favorisant la cristallisation par une agitation constante durant l'évaporation du solvant. On obtient ainsi des cristaux fondant à 67°.

m-dioxydibenzylbenzène. — Le *m*-di-aldéhyde réagit de même sur le bromure de phénylmagnésium, et donne des cristaux formant un feutrage de fines aiguilles enchevêtrées, fondant à 157°.

p-dioxydiéthylbenzène. — Dans les mêmes conditions que précédemment, le *p*-di-aldéhyde phtalique réagit sur un excès de CH^3MgBr pour donner finalement un produit cristallisé purifié par recristallisation dans l'éther et fondant à 81°.

p-dioxydipropylbenzène. — En remplaçant CH^3MgBr par C^2H^5MgBr, on obtient ce glycol, cristaux en longues aiguilles fondant à 118°.

p-dioxydibenzylbenzène. — L'action du *p*-di-aldéhyde phtalique sur C^6H^5MgBr donne un produit cristallisé, peu soluble dans l'éther, assez peu soluble dans la benzine même à chaud, et fondant à 172°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Existence possible de plusieurs dibenzylidènecyclopentanones.* Note de M. R. **Cornubert**, présentée par M. M. Delépine.

Nous avons préparé la dibenzylidènecyclopentanone par condensation de la cyclopentanone et de l'aldéhyde benzoïquesous l'influence de divers agents : soude diluée, méthylate de sodium, éthylate de sodium, acide chlorhydrique, et avons toujours obtenu la même substance en cristaux feutrés jaune citron fondant à 190° après cristallisation dans l'alcool. L'analyse de cette substance, déjà examinée par différents auteurs, a donné des résultats théoriques (trouvé : H pour 100, 6,22 pour 6,15; C pour 100, 87,61 pour 87,70).

Ce corps a distillé à 267° sous 21^{mm} et a donné naissance à un solide jaune plus ou moins empâté par une résine brune, tandis qu'une partie de la matière mise en œuvre restait dans le ballon de distillation à l'état de goudrons. Le produit distillé, repris par l'alcool bouillant, a conduit à une substance plus soluble que le produit initial, d'un jaune plus pâle, fondant à point fixe à 129° et présentant la composition d'une dibenzylidènecylopentanone (trouvé : H pour 100, 6,16; C pour 100, 87,34). Dans une première opération de distillation, nous n'avons obtenu que cette nouvelle combinaison dibenzylidénique, dans d'autres, des mélanges de produit initial inaltéré et de la substance fusible à 129° dont nous avons séparé les constituants par cristallisation dans l'alcool.

Mais, en condensant, dans des expériences faites en collaboration avec M. Borrel, une α-méthylcyclopentanone souillée d'une petite quantité de cyclopentanone, avec l'aldéhyde benzoïque sous l'influence de l'acide

chlorhydrique, nous avons obtenu, à côté des produits de condensation de la benzaldéhyde et de l'α-méthylcyclopentanone décrits par ailleurs [1], une substance de teinte jaune d'or vif fondant à 192°; le mélange de ce corps avec la dibenzylidénique fondant à 190°, a fondu à 165-170°. Cette substance, qui contenait une trace de chlore, a donné à l'analyse les teneurs suivantes : H pour 100, 6,55 et 6,35; C pour 100, 87,55 et 87,91, nombres assez voisins de ceux d'une dibenzylidènecyclopentanone. Cependant, la teinte ferait penser à l'existence d'une accumulation des liaisons doubles conjuguées comme il en existe une possible dans la dibenzylidènecyclopentylidènecyclopentanone (H pour 100, 6,75; C pour 100, 88,34). La formation de cette dernière paraît *a priori* peu probable car, lors de la condensation de la cyclopentanone pure et de la benzaldéhyde sous l'influence de l'acide chlorhydrique, nous n'avons obtenu que la dibenzylidénique fondant à 190° à côté de résines. Il faut noter dans tous les cas que ce corps fondant à 192°, qui se présente d'une manière bizarre à certains points de vue, fait sûrement intervenir la cyclopentanone, car on ne l'obtient plus avec l'α-méthylcyclopentanone pure. Ajoutons que, lors de la combustion, il ne s'est pas décomposé de la même façon que les corps fusibles à 190° et 129° qui ont présenté à ce point de vue les mêmes caractères.

Quoi qu'il en soit, les théories de Baeyer et de Sachse-Mohr accordant au noyau cyclopentanique une structure plane et ne faisant prévoir que deux dibenzylidènecyclopentanones [2] :

$$\begin{array}{cccccc} H & CH^2 & — & CH^2 & H \\ | & | & & | & | \\ C & = C & & C = & C \\ | & & \diagdown \ \diagup & & | \\ C^6H^5 & & CO & & C^6H^5 \end{array} \qquad \begin{array}{cccccc} H & CH^2 & — & CH^2 & C^6H^5 \\ | & | & & | & | \\ C & = C & & C = & C \\ | & & \diagdown \ \diagup & & | \\ C^6H^5 & & CO & & H \end{array}$$

Isomère *cis*. Isomère *trans*.

nous allons préparer des quantités suffisantes de ces trois substances fondant à 129, 190 et 192°, pour essayer d'établir s'il s'agit d'isomères, de polymères, de formes cristallines, ou, pour le 192, de toute autre chose.

La dibenzylidénique F : 190, hydrogénée catalytiquement au nickel, a donné une cétone dibenzylée, F : 37°, $Eb._{15}$: 230°, qui a engendré une oxime,

---

(1) R. CORNUBERT et CHR. BORREL, *Bull. de la Soc. chim.*, 4e série, 45, 1929, p. 1148.

(2) Dans un précédent Mémoire (*loc. cit.*) M. Borrel et nous-même avons attiré l'attention sur les deux benzylidène-α-méthylcyclopentanones possibles. Nous espérons prochainement pouvoir décrire un autre couple de benzylidéniques cyclopentaniques.

F : 145°, une semi-carbazone, F : 156-157° et, avec un rendement théorique, une tétrahydropyronique, F : 201-202°, corps d'une résistance extraordinaire à la chaleur. Nous rappellerons que la dibenzylcyclohexanone n'a pu être combinée à la benzaldéhyde (¹) et n'a pas engendré d'oxime dans les conditions habituelles de travail.

Nous indiquerons encore que la distillation de la dibenzylidènecyclohexanone F = 118° ne nous a donné que cette substance.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'hydrogénation de l'octohydrophénazine.* Note de MM. **Marcel Godchot** et **Max Mousseron**, présentée par M. M. Delépine.

L'un de nous a indiqué, en 1925 (²), qu'il était facile d'obtenir l'octohydrophénazine par action de l'ammoniaque sur l'*o*-monochlorocyclohexanone. Il nous a paru intéressant de soumettre cette base non saturée à l'action de différents modes d'hydrogénation en vue d'obtenir la base saturée correspondante, c'est-à-dire un véritable dérivé de la pipérazine, la bis-tétraméthylène pipérazine :

H^2C — $\overset{H}{C}$ — NH — $\overset{H}{C}$ — CH^2
H^2C CH^2
H^2C CH^2
CH^2 — $\underset{H}{C}$ — NH — $\underset{H}{C}$ — CH^2

La présente Note a pour but de faire connaître nos premiers résultats.

I. En soumettant l'octohydrophénazine dissoute dans l'alcool absolu à l'action du sodium, on isole, parmi les produits de la réaction, une substance se purifiant parfaitement bien par cristallisations répétées dans l'alcool ordinaire, se présentant sous la forme de longues aiguilles incolores, fusibles à 133°-134°; la cryoscopie dans le benzène (P. M. trouvé, 192; théorie pour $C^{12}H^{22}N^{2}$, 194) et les analyses (trouvé : C pour 100, 73,88; H pour 100, 11,96; N pour 100, 14,10. Théorie pour $C^{12}H^{22}N^{2}$: C pour 100, 74,21; H pour 100, 11,34; N pour 100, 14,43) s'accordent pour assigner à ce nouveau composé la formule $C^{12}H^{22}N^{2}$ et il est dès lors très vraisemblable que la nouvelle base, ainsi isolée, n'est autre chose qu'une

(¹) R. Cornubert et Chr. Borrel, *loc. cit.*

(²) *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 444.

bis-tétraméthylène-pipérazine, résultant de la fixation de 6 atomes d'hydrogène sur l'octohydrophénazine. Cette base, lorsqu'on la fait cristalliser au sein de l'alcool, cristallise avec 2 molécules d'alcool éthylique qu'elle perd facilement dans le vide. Elle donne des sels très bien cristallisés (chlorhydrate, tartrate, picrate, chloro-platinate, etc.), dont l'étude est poursuivie.

Son dérivé dinitrosé $C^{12}H^{20}N^4O^2$ est constitué par de beaux prismes jaunes, fusibles à 161°-162°.

Cette bis-tétraméthylène-pipérazine dissout l'acide urique avec formation d'urate acide (1 partie d'urate se dissout dans 110 parties d'eau environ, à 20°, dans 60 parties à 35°).

Distillée enfin sur de la poudre de zinc, elle donne la phénazine elle-même fusible à 170°.

II. Si l'on entraîne par un courant d'hydrogène de l'octohydrophénazine en vapeurs sur du nickel réduit et chauffé vers 170°, on obtient également la bis-tétraméthylène-pipérazine, fusible à 133-134°, mais cette dernière ne se forme qu'au début de l'opération, le nickel perdant rapidement son activité. Si l'on essaie d'opérer en milieu liquide (alcool + octohydrophénazine), sous pression ou non, on ne fixe aucune quantité d'hydrogène.

III. Si l'on utilise, par contre, comme catalyseur d'hydrogénation le noir de platine préparé suivant la méthode décrite par Voorhes et Adams, on peut poursuivre l'hydrogénation de l'octohydrophénazine, dissoute dans l'acide acétique cristallisable. Les conditions dans lesquelles il faut se placer pour obtenir de bons résultats seront décrites ailleurs; disons seulement que la pipérazine obtenue est nettement différente de celle signalée plus haut; elle est beaucoup plus soluble dans les dissolvants; fusible vers 107°, elle ne peut être obtenue pure qu'en passant par son dérivé dinitrosé, belles aiguilles jaunes, fusibles à 182°; elle distille vers 170° sous 15mm; son pouvoir dissolvant de l'acide urique est nettement plus grand.

Il est infiniment probable que cette pipérazine (P.F. 107°) est un isomère stéréo-chimique de la bis-tétraméthylène-pipérazine (P.F. 133°); on sait en effet que, suivant le mode d'hydrogénation de certains composés non saturés, on peut obtenir tantôt un isomère cis, tantôt un isomère trans.

CHIMIE AGRICOLE. — *Action neutralisante sur le sol des silicates de la chaux hydraulique*. Note de MM. **Ch. Brioux** et **Edg. Jouis**, présentée par M. L. Cayeux.

Nous avons montré [1] que les silicates et les silico-phosphates de chaux entrant dans la constitution des scories de déphosphoration et des phosphates dits « désagrégés » se décomposent assez rapidement dans les sols acides, en libérant de la chaux capable de saturer l'acidité du sol.

Nous avons été conduits à examiner comment se comportent, dans les mêmes conditions, les silicates basiques de chaux qui existent dans certaines chaux maigres et constituent la majeure partie de chaux hydrauliques. L'emploi de ces dernières en agriculture, à défaut de chaux grasses, est sujet à controverses; la plupart des agronomes leur reprochent d'encroûter le sol si elles sont employées sans précautions; mais ils admettent généralement que les silicates et aluminates de chaux qu'elles renferment peuvent avoir une action neutralisante sur laquelle on n'est pas encore bien fixé (Muntz et Girard, Immendorf, Meyer, etc.).

Nos essais, basés sur la détermination des courbes de saturation des sols acides par la chaux, et conduits d'après la technique décrite dans notre précédente Note, nous ont permis de préciser ce point. La chaux hydraulique mise en expérience présentait la composition suivante :

Perte au feu	10,10
Chaux totale	52,60
Magnésie	1,70
Peroxyde de fer	2,40
Alumine	3,80
Silice gélatineuse	23,10
Sable siliceux	4,50
Indosé	1,80
	100,00

Sur les 52,60 pour 100 de chaux totale, il y avait 5,27 pour 100 de chaux recarbonatée et 6,05 pour 100 de chaux soluble dans l'eau sucrée.

Les divers lots de terres acides, additionnés de $0^{gr},5$ à $1^{gr},5$ de chaux hydraulique par kilogramme, et humidifiés à 50 pour 100 de leur capacité d'absorption, étaient maintenus dans une armoire frigorifique réglée à $+2°$, de façon à éviter autant que

---

(1) Ch. Brioux et Edg. Jouis, *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 177.

possible l'action secondaire sur la réaction du sol, de la nitrification et autres actions biologiques.

Les pH furent déterminés par l'électrode à hydrogène, et nous en avons déduit, comme précédemment, d'après les courbes de saturation des sols expérimentés, les doses de chaux active correspondantes.

Voici les résultats trouvés pour deux terres nettement différentes : n° 1, terre de limon non humifère, pH initial 5,76, acidité électrométrique 0,311 pour 1000; n° 2, terre humifère de défrichement, pH initial 5,57, acidité 1,12 pour 1000.

	Terre n° 1 : 0gr,5 de chaux hydraulique par kilogramme.			Terre n° 2 : 1gr,5 de chaux hydraulique par kilogramme.		
		Chaux active correspondant aux pH			Chaux active correspondant aux pH	
	pH.	pour 1kg de terre.	°/0 de chaux hydraulique.	pH.	pour 1kg de terre.	°/0 de chaux hydraulique.
		g			g	
Après 3 heures.......	–	–	–	6,37	0,602	40,1
» 20 heures.......	6,67	0,220	44,0	6,35	0,590	39,3
» 3 jours........	6,70	0,223	44,6	–	–	–
» 8 jours........	6,71	0,223	44,6	6,35	0,590	39,3

Nous constatons que l'action de la chaux hydraulique sur la réaction du sol est très rapide; après 3 heures de contact, l'effet est maximum pour la terre humifère n° 2, et l'on peut dire après 20 heures pour la terre n° 1. Nous ne tenons pas compte d'autres déterminations effectuées après le huitième jour, car elles indiquent pour la terre humifère une nouvelle et légère diminution d'acidité due, ainsi que nous l'avons vérifié, à une lente ammonisation de l'humus, malgré la température de + 2° à + 3°. Nous comptons revenir sur ce point.

La dose de chaux active trouvée varie de 40 à 44 pour 100, pour 52,6 pour 100 de chaux totale. Comme pour nos essais précédents, cette dose paraît être en rapport assez étroit avec la solubilité de la chaux hydraulique dans l'eau saturée de gaz carbonique, après 4 et 6 heures d'agitation (0gr,250 de chaux pour 500cm³ d'eau).

Voici en effet les résultats obtenus pour la poudre passant au tamis n° 100 :

Durée de l'agitation.	CaO dissoute pour 100.
4 heures................................	41,55
6 heures................................	44,91

La solubilité carbonique après 4 ou 6 heures d'agitation pourrait donc servir de base à l'appréciation des chaux agricoles renfermant une dose plus ou moins forte de silicates basiques de chaux.

Si l'on procède à plusieurs épuisements successifs sur la même prise d'essai de $0^{gr},250$ par 500^{cm^3} d'eau saturée de CO^2, on arrive à décomposer complètement les silicates et autres composés calciques de la chaux hydraulique.

	CaO dissoute, titrée alcalimétriquement.
Premier épuisement de 4 heures	41,55
Deuxième épuisement de 4 heures	10,42
Troisième épuisement de 4 heures	2,02
Total	53,99 (CaO + MgO)

Des essais exécutés sur un silicate monocalcique naturel (wollastonite) nous ont montré qu'il est moins facilement décomposable par CO^2 ou par l'acidité du sol. Par contre, un laitier de haut fourneau dosant 32,4 de silice et 45,9 pour 100 de chaux, incorporé à la terre n° 2, nous a donné une neutralisation correspondant à 28 pour 100 de chaux active après 15 jours (action lente et progressive).

PHYSIOLOGIE. — *Le système sympathique comme agent de la stabilité de l'organisme.* Note de M. **Cannon**, présentée par M. Charles Richet.

Par des procédés opératoires spéciaux, j'ai pu enlever complètement les deux troncs sympathiques depuis le ganglion cervical supérieur jusqu'aux ganglions pelviens chez des chats, des chiens et des singes. J'ai gardé les animaux en pleine santé et en pleine vigueur dans le laboratoire pendant plusieurs mois.

En comparant leur métabolisme basal avant et après l'opération, j'ai constaté que la sympathectomie ne réduit pas de plus de 10 pour 100 le métabolisme, réduction qui peut être considérée comme négligeable. De plus la sympathectomie n'empêche pas la femelle de reproduire : toutes les fonctions de reproduction persistent.

Mais il y a d'importantes déficiences dans l'organisme sympathectomisé.

La répartition vasomotrice du sang dans l'organisme, la dilatation des bronchioles et la libération d'adrénaline font défaut. Une agitation de 3 à 10 minutes provoque chez l'animal normal une augmentation moyenne de 34 pour 100 de sucre sanguin, tandis que chez les animaux sympathectomisés, la même durée d'excitation ne provoque aucun croît appréciable

de la glycémie. L'augmentation des globules rouges qui suit l'agitation chez l'animal normal manque chez l'animal sympathectomisé, par suite de la non-coopération de la rate. Après sympathectomie l'exposition au froid n'est plus suivie d'érection des poils.

Par suite de ces déficiences, la capacité de travail est fortement réduite. Presque toutes les adaptations circulatoires qui protègent l'organisme contre l'hyperthermie et la concentration des ions d'hydrogène manquent.

De même les animaux sympathectomisés résistent mal au froid. Placés dans une chambre froide, dont la température était de $+ 0°,8$ à $+ 6°$, ils se refroidissaient rapidement jusqu'au point où se produisait le frisson et alors la température restait basse et constante, grâce au frisson.

Ainsi, quoique les animaux sans sympathique continuent à vivre dans le laboratoire, en réalité ils ne peuvent vivre que d'une existence spéciale et limitée. On n'a donc pas le droit de dire que le système sympathique est d'une importance minime pour le fonctionnement de l'organisme, car, si les animaux sans sympathique étaient mis en liberté dans le monde extérieur, ils ne pourraient maintenir leur existence normale. Il ne pourrait y avoir aucune augmentation de la glycémie dans le cas où le glucose serait nécessaire, aucune polycythémie, aucune vaso-constriction splanchique avec augmentation de la pression sanguine et de la vitesse de la circulation qui en résulte, aucune modification circulatoire au bénéfice des muscles en contraction, aucune sécrétion d'adrénaline pour hâter la coagulation et venir en aide aux muscles fatigués.

Les déficiences de l'animal sympathectomisé sont surtout évidentes quand il est exposé au froid ou au chaud.

Bref il est incapable d'assurer, comme l'animal normal, la constance de son milieu intérieur.

Nous pouvons donc conclure que c'est la partie sympathique du système autonome qui agit directement et rapidement pour protéger contre toute funeste modification du milieu intérieur. En mobilisant les réserves de l'organisme et en modifiant la vitesse des processus métaboliques, elle fait en sorte que le milieu intérieur reste constant.

Le système sympathique peut donc être considéré comme l'agent spécial et immédiat de la stabilité de l'organisme.

PHYSIOLOGIE. — *La recharge glycémique du foie.* Note de MM. **F. Rathery**, **R. Kourilsky** et Mlle **Yvonne Laurent**, présentée par M. A. Desgrez.

Sous le nom de recharge glycémique du foie, nous décrivons la sécrétion de sucre par le foie, qui se manifeste par un excès de sucre dans la veine sus-hépatique par rapport à la veine porte. Nous prélevons le sang directement par piqûre de la veine porte et de la veine sus-hépatique. Nous dosons concurremment le glycogène hépatique.

Chez le chien normal, cette recharge glycémique se juge par un excès de la glycémie sus-hépatique par rapport à la glycémie porte.

Sur les 28 chiens examinés, 25 fois ce lait se vérifia. Dans 3 cas seulement, il était en défaut et de peu (0,03).

L'écart habituel entre la glycémie sus-hépatique et la glycémie porte oscille entre 0,04 et 0,63/1000 avec une moyenne de 0,15 à 0,18.

Aucune relation n'apparaît entre le taux du glycogène hépatique et l'intensité de la fonction de recharge glycémique du foie.

Chez le chien dépancréaté (9 animaux). — 6 fois sur 9, la glycémie sus-hépatique restait supérieure à la glycémie porte. Cet écart varie de 0,04 à 0,86 (moyenne 0,35/1000). L'excès sus-hépatique s'est donc accru par rapport à la glycémie porte.

Malgré cette persistance de la recharge glycémique du foie, le glycogène hépatique a subi une baisse considérable; le foie continue donc à fournir du sucre, bien que le glycogène soit très abaissé.

Chez le chien inanitié (4 animaux). — L'inanition même prolongée (6 à 36 jours) n'amène pas toujours une fonte considérable du glycogène. La fonction de recharge glycémique du foie se fait comme chez le chien normal. L'écart entre la glycémie porte et la glycémie sus-hépatique est assez sensiblement le même, plutôt un peu inférieur (moyenne 0,12/1000). L'abaissement du glycogène hépatique est très variable d'un animal à l'autre. Le taux de cet abaissement est sans rapport avec la grandeur de l'écart porte-sus-hépatique :

Écart sus-hépatique porte	Glycogène hépatique.
0,21	1,47
0,19	0,45

Chez le chien inanitié et phloriziné (6 animaux). — Il y a un effondrement constant et considérable du glycogène hépatique.

On trouve ici des chiffres nettement inférieurs à ceux constatés chez les chiens dépancréatés; cette chute du glycogène hépatique est constante.

Or la glycémie sus-hépatique est toujours supérieure à la glycémie porte; les écarts ont atteint jusqu'à 0,16 et 0,33 (moyenne 0,13).

La recharge glycémique du foie s'opère donc alors que le glycogène hépatique a presque complètement disparu.

Conclusions. — La recharge glycémique du foie se retrouve constamment chez le chien normal, le chien dépancréaté, le chien inanitié et phloriziné.

Cette fonction de recharge glycémique du foie persiste quel que soit le taux du glycogène hépatique que celui-ci reste élevé (chien normal), qu'il soit légèrement (chien inanitié) ou fortement abaissé (chien dépancréaté) ou qu'il ne subsiste qu'à l'état de traces (chien inanitié et phloriziné), toujours le foie fabrique du sucre et le déverse dans la veine sus-hépatique.

La fonction glycogénique du foie ne joue donc qu'un rôle accessoire dans la production du phénomène.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur la loi d'excitation neuro-musculaire par décharges électriques brèves chez l'homme.* Note de M. **Philippe Fabre**, présentée par M. d'Arsonval.

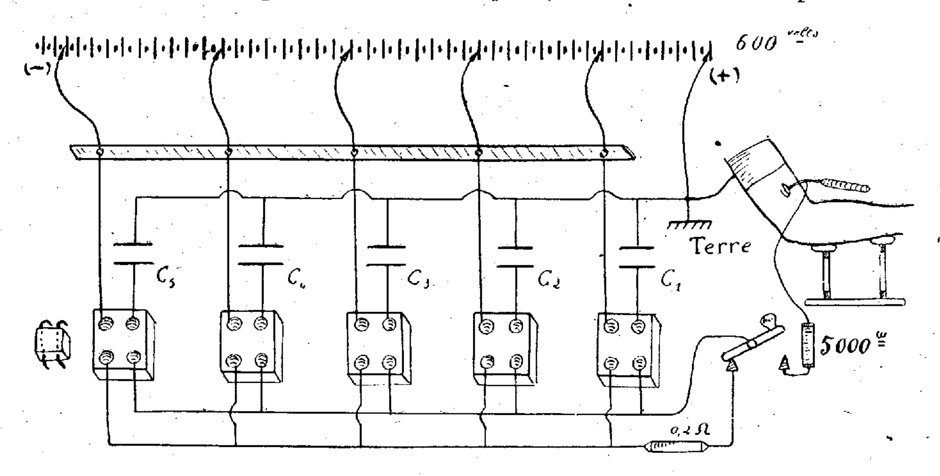
Des opinions diverses ont été émises sur la loi qui relie, pour les muscles rapides, les quantités d'électricité excitatrices de la secousse liminaire en fonction des temps de passage très brefs. Nernst avait prévu théoriquement une loi représentée par une parabole : $Q = K\sqrt{t}$. Notre théorie cinétique conduisait à une hyperbole à axe incliné $Q(AQ - t) = Bt$ (1). L'expérience pratiquée comme nous le rapportons ci-après, paraît établir que *la quantité liminaire à débiter en des temps très brefs est indépendante de la durée de la décharge*. Le domaine exploré s'étend de $2^{\sigma\sigma},5$ à $25^{\sigma\sigma}$ ($\sigma\sigma = 10^{-6}$ sec.). Pour des durées aussi brèves des précautions expérimentales rigoureuses doivent être prises. Nous avons adopté la méthode des décharges de condensateurs, seule convenable pour des durées de l'ordre indiqué. Les expériences ont porté sur l'homme par excitation percutanée monopolaire.

Les difficultés à surmonter étaient d'ordres divers : 1° On sait que la peau se comporte comme un diélectrique imparfait doué de capacité (en général plus de $\frac{1}{100}$ de microfarad environ par centimètre carré d'électrode

(1) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 482.

excitatrice mouillée). Elle oppose aux courants continus sa résistance de diélectrique. Cette même résistance joue un rôle non négligeable pour les décharges moyennement rapides et vicie les mesures d'excitabilité. Au contraire les décharges très rapides s'effectuent par effet de capacité cutanée. La forme du courant n'est pratiquement pas modifiée si le condensateur de décharge a une capacité faible vis-à-vis de la capacité cutanée. Avec une électrode excitatrice de 5^{cm^2} nous pourrons utiliser sans cause d'erreur notable des capacités de $\frac{5}{1000}$ μf et au-dessous.

2° La constante de temps de décharge : R × C contient la résistance R du circuit total. Elle comporte en particulier la résistance r du corps entre électrodes. Celle-ci, mesurée à l'oscillographe cathodique, est faible puisque, dans le cas actuel, la peau n'intervient pas (250 ohms dans l'expérience sur



le biceps). Afin d'obtenir des décharges d'une durée suffisante vu la faiblesse de C, nous avons ajouté 5000 ohms en série avec le corps sous la forme d'une résistance électrolytique. Notons que R n'intervient plus si l'on évalue les temps en valeurs relatives.

3° Pour les décharges très brèves les pertes, par effet de capacité par rapport au sol, des fils, des instruments, du sujet risquent d'être importantes.

Nous les rendons peu sensibles en mettant le sujet au sol par l'intermédiaire de l'électrode indifférente qui constitue un anneau de garde autour du membre, au-dessus de la région explorée. Le membre lui-même est maintenu loin du sol par des isolants. Sont aussi à la terre les accumulateurs de charge (pôle +), les armatures inférieures des condensateurs.

Sont au contraire tenus éloignés de la table par des isolants évidés : l'électrode excitatrice, la résistance de 5000^{ω}, la clef charge-décharge, les

blocs à godets de liaisons, et les fils de décharge. Les connexions, en fil épais, sont droites et courtes.

4° Si l'excitation à travers la peau présente l'avantage de laisser intact l'organe exploré, elle présente l'inconvénient des déplacements de l'électrode par rapport au point moteur. De minimes glissements de la peau sur les plans musculaires suffisent à faire varier notablement la valeur des seuils.

L'expérience nous a prouvé qu'il était illusoire de comparer entre elles des évaluations faites à intervalles espacés, nécessaires pour le réajustement laborieux de la capacité et du voltage correspondant, même avec l'aide d'un opérateur. Grâce à plusieurs blocs de paraffine, larges et fraîchement préparés, portant chacun quatre petits godets à Hg, il nous a été possible de comparer successivement les seuils obtenus avec cinq capacités, les voltages étant ajustés par des tâtonnements préalables. Les capacités utilisées étaient isolées au mica et encloses dans des tubes à vide. Nous les avons étalonnées, par un dispositif à oscillographe cathodique et triodes, en micro-micro-farads. Voici les résultats d'une expérience sur le biceps :

C (en 10^{-12} farad)	5000	3840	2567	2000	1800	956	$567^{\mu\mu}$
V (en volts)	56	72	94	120	140	292	500
CV (en 10^{-9} coulomb)	280	275	240	240	250	280	285

Nous notons systématiquement un léger abaissement de la quantité (de $\frac{1}{7}$ environ au maximum) pour les capacités moyennes telles que $1800^{\mu\mu}$, $2567^{\mu\mu}$ ..., et autres, malgré leur étalonnage précis et une recherche soignée et répétée des seuils. C'est que pour les capacités plus fortes le diélectrique peau doit commencer à intervenir et de plus les durées de décharge se rapprochent de celles où la loi linéaire se vérifie. Pour les capacités plus faibles les pertes et une distribution modifiée des lignes de courant dans l'organe exploré relèveraient là aussi la quantité à débiter. D'où l'existence d'un minimum pour les capacités moyennes (vers $2200^{\mu\mu}$). On peut donc admettre, en tenant compte de ces correctifs, la loi d'invariance des quantités liminaires pour les temps très brefs. Nous montrerons que la contradiction entre cette loi d'invariance et la forme générale de la loi d'excitabilité électrique, expliquée par la théorie cinétique, n'est qu'apparente.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la localisation de l'adrénaline virtuelle.* Note de MM. **A. Leulier** et **L. Revol**, présentée par M. A. Desgrez.

G. Mouriquand et A. Leulier (¹) ont constaté la présence, dans les capsules surrénales fraîches de cobaye, d'une adrénaline qu'ils ont appelée virtuelle, parce qu'elle ne se pouvait déceler par ses réactifs chimiques spécifiques. A. Leulier et Gojon (²) ont noté un phénomène analogue dans les capsules surrénales de divers mammifères : bœuf, cheval, mouton, porc, chèvre, etc. D'après leurs recherches, chimiquement confirmées par celles de Paget et Lohéac (³) et même par celles de Mazocco et Molinelli (⁴), il semble que l'adrénaline est en partie engagée dans une combinaison particulièrement fragile puisqu'il suffit d'un séjour de 24 heures dans le vide pour la détruire (⁵). Il restait à préciser à quelle partie de la glande était réservé ce rôle de fixation. Déjà des résultats inédits avaient permis à l'un de nous de prévoir la spécificité de la médullo-surrénale. Une série de nouvelles reeherches, poursuivies pendant plusieurs mois, a donné, semble-t-il, pleine confirmation de ce fait (⁶).

Voici en effet les chiffres trouvés sur des lots de corticale ou de médullaire aussi identiques que possible et traités soit à l'état frais, soit après 24 heures de séjour dans le vide sulfurique profond.

---

(1) *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 1352.

(2) *C. R. Soc. Biol.*, **96**, 1927, p. 547.

(3) *C. R. Soc. Biol.*, **99**, 1928, p. 1421.

(4) *C. R. Soc. Biol.*, **99**, 1928, p. 1001.

(5) Des expériences en cours nous ont montré qu'un chauffage de 15^{m} à l'étuve à + 100 produisait un effet analogue.

(6) Il convient de signaler que nos analyses sont en contradiction avec celles publiées récemment par MM. J. Abelous et R. Argaud (*C. R. Soc. Biol.*, **102**, 1930, p. 129).

ADRÉNALINE POUR 1000 DE GLANDES FRAICHES.

Dosage immédiat.		Dosage après 24 heures de vide.	
Corticales.	Médullaires.	Corticales.	Médullaires.
	Mouton.		
0,28	3,00	0,24	4,02
0,19	3,05	0	6,66
0,18	3,57	0	6,57
indosable	5,80	indosable	6,80
»	3,83	»	4,00
»	6,30	»	8,62
»	4,55	»	5,40
»	4,60	»	6,20
»	4,38	»	4,57
»	4,44	»	5,45
	Bœuf.		
0,40	2,69	traces	3,70
0,35	2,91	0,15	4,25
0,21	4,27	0,16	4,72
0,17	4,98	0	5,02
0,60	6,50	traces	8,88
0,93	5,48	0,25	8,85
	Cheval.		
0,23	3,92	0,25	4,87
0,16	4,22	0,16	5,55
0,20	4,87	traces	7,03
0,12	4,90	»	9,00
0,40	5,19	»	7,27
traces	5,80	»	8,28

Sans préjuger en rien de la forme sous laquelle l'adrénaline est masquée dans la médullaire fraîche, les chiffres ci-dessus démontrent que cette médullaire s'enrichit considérablement par dessiccation dans le vide et que l'adrénaline libre aussi bien que virtuelle y semble étroitement localisée.

Par contre, si dans la corticale on rencontre parfois de l'adrénaline en proportion notable, il ne semble pas impossible d'attribuer ce fait à une dissection imparfaite ou à une diffusion de l'adrénaline médullaire. En tout cas, il ne nous a pas été permis de noter le moindre phénomène d'enrichisse-

ment, et tout se passe comme si la zone corticale n'intervenait point dans la libération d'adrénaline virtuelle ([1]).

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur l'arrêt de l'intoxication diphtérique par le placenta.* Note de MM. **G. Mouriquand**, **A. Leulier**, et **P. Sedallian**, présentée par M. Charles Richet.

Nous avons montré que l'intoxication diphtérique altérait gravement la composition chimique de la partie médullaire ([2]), aussi bien que celle de la partie corticale ([3]) de la surrénale du cobaye. Cette altération se produit aussi bien chez le cobaye adulte que chez le cobaye jeune. Elle se traduit par une diminution considérable du taux d'adrénaline, mesuré à la réaction de Bailly; aussi bien que du taux de cholestérol, déterminé par la méthode de Grigaut.

Cette diminution n'est décelable qu'à partir de la 10e heure après l'injection de toxine et n'atteint toute son ampleur qu'à partir de la 16e de sorte qu'il est possible de suivre l'évolution de l'intoxication diphtérique par la baisse du taux d'adrénaline des surrénales.

Nous avons voulu nous rendre compte si pendant une durée d'incubation aussi longue le poison diphtérique ne pouvait, à travers le placenta, agir de la même façon sur les surrénales du fœtus.

Nous avons dans ce but inoculé avec ce poison des cobayes femelles pleines et arrivées à la fin de leur gestation.

Les animaux ont été sacrifiés vers la 16e heure après cette injection. Nous avons vérifié que chez toutes les femelles ainsi inoculées les surrénales, la plupart du temps fortement hémorragiques (rouge cerise), ne renfermaient plus d'adrénaline décelable à la réaction de Bailly.

Par contre les surrénales des fœtus vivants, qui atteignaient toujours un poids très faible, donnaient des réactions nettes se prêtant au dosage colorimétrique.

([1]) Nos expériences feront ailleurs l'objet d'une publication plus détaillée, mais nous devons signaler que le maximum de la réaction colorée est atteint en 3 minutes, pour les capsules séchées dans le vide, et en 25 minutes seulement, pour les capsules fraîches.

([2]) Mouriquand, Leulier et Sedallian, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1359.

([3]) Mouriquand, Leulier et Sedallian, *C. R. Soc. Biol.*, 99, 1928, p. 1923.

Voici les chiffres trouvés dans trois séries d'expériences concordantes effectuées chaque fois sur des lots comprenant une dizaine d'animaux.

Adrénaline pour 1000 *de glande fraîche.*

Capsules maternelles.	Capsules fœtales.
	g
0	0,15
0	0,22
0	0,22

A l'examen de ces chiffres on voit que les capsules des jeunes fœtus renferment sensiblement autant d'adrénaline que les capsules des cobayes normaux. De plus ces fœtus ne présentaient aucun des signes anatomiques de l'intoxication diphtérique habituelle, et en particulier ni épanchements dans les séreuses, ni hémorragies apparentes des surrénales.

De ces faits il semble résulter que le placenta arrête la toxine diphtérique, ou tout au moins les phénomènes d'intoxication auxquels elle donne naissance, et en particulier en ce qui concerne les surrénales.

A $15^h 45^m$, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 15^m$.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 9 décembre 1930.)

Note de M. *T. Takéuchi*, Sur les machines qui fonctionnent entre deux sources radiantes :

Page 1067, ligne 24, *au lieu de* w_1, *lire* $\frac{W_1}{2}$; ligne 27, *au lieu de* w_1, *lire* W_1.

(Séance du 3 février 1930.)

Note de M. *T. Takéuchi*, Mouvement brownien dans un champ de radiation thermique :

Page 292, ligne 22, *au lieu de* $4a^2nkT$, *lire* $4\pi a^2nkT$.

(Séance du 10 février 1930.)

Note de M. *Louis Glangeaud*, Sur l'âge des couches à Orbitolines du nord de la province d'Alger :

Page 380, commencement du 3e alinéa, *au lieu de* Il est impossible de préciser, *lire* Il est possible de préciser.

Page 381, ligne 15, *au lieu de* attribué au Danien de l'Éocène supérieur, *lire* attribué au Danien et à l'Éocène supérieur.

Note de M. *Guilliermond*, Sur la formation des zoosporanges et la germination des spores chez un *Saprolegnia*, en cultures sur milieux nutritifs additionnés de rouge neutre :

Reporter le dernier alinéa de la page 386 à la page 385, avant le paragraphe commençant par « On peut étudier ».

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 FÉVRIER 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHOTO-ÉLASTICITÉ. — *Sur une nouvelle méthode pour l'étude expérimentale des tensions élastiques.* Note de M. **Ch. Fabry.**

On doit à M. Mesnager une méthode, qui a rendu de grands services, permettant d'étudier par l'expérience les problèmes d'élasticité à deux dimensions en utilisant la biréfringence du verre soumis à des tensions. Une lame de verre convenablement découpée, modèle réduit du corps à étudier, est soumise à des forces proportionnelles à celles qui agissent réellement sur ce corps; elle devient biréfringente et, en chacun de ses points, se comporte comme une lame cristallisée; les *axes* de cette lame se confondent avec les directions des tensions principales, et la mesure de sa biréfringence fait connaître la différence de ces deux tensions. Une autre mesure est nécessaire pour achever de résoudre le problème; M. Mesnager a montré qu'on peut y arriver en déterminant, en chaque point, la variation de l'épaisseur de la lame de verre sous l'action des forces appliquées.

Le problème est ainsi complètement résolu; mais la mesure de la variation d'épaisseur, de l'ordre du micron, est une opération délicate. Récemment, M. Henry Favre (1), de Zurich, a imaginé une autre méthode pour arriver au même résultat. En un point donné, la lame de verre non déformée a une certaine épaisseur optique e_0 (produit de son épaisseur réelle par son indice de réfraction). Sous l'action des tensions, la lame devient biréfringente, et

---

(1) Henri Favre, *Sur une nouvelle méthode optique de détermination des tensions intérieures* (*Revue d'Optique*, 8, 1929, p. 193 et suiv.; *Thèse de l'École polytechnique fédérale de Zurich*, Éditions de la *Revue d'Optique*; Paris 1929).

au lieu d'une épaisseur optique elle en acquiert deux, correspondant aux deux vibrations rectilignes principales qui sont transmises sans altération. Soient e' et e'' ces deux valeurs. La mesure des variations $e' - e_0$ et $e'' - e_0$, accompagnée de la détermination des directions des axes, détermine complètement les tensions principales. Tout est ramené à la mesure de variations d'*épaisseurs optiques*, sans qu'interviennent des épaisseurs réelles, et, par suite, sans utilisation de contacts mécaniques.

Dans l'appareil de M. Favre, les deux variations d'épaisseur optiques sont mesurées au moyen d'un interféromètre analogue à celui de Michelson dont tout l'ensemble doit rester invariable pendant les mesures. De cette méthode, M. Favre a tiré d'excellents résultats, mais l'appareil est un peu compliqué, et des précautions sont nécessaires pour maintenir invariable cet ensemble assez étendu malgré les variations de température.

Je me suis demandé s'il ne serait pas possible d'appliquer les mêmes principes en utilisant seulement les faces du modèle en verre, sans prendre appui, pour les mesures, sur des surfaces extérieures et éloignées. Les « franges de lames argentées » dont, avec le regretté A. Perot, j'ai introduit l'usage en optique, conduisent facilement à une solution très simple.

Le modèle en verre, d'épaisseur approximativement uniforme, est légèrement argenté sur ses deux faces; on l'éclaire en lumière monochromatique (par exemple au moyen de la radiation verte du mercure), et l'on observe par transmission. On a alors des franges brillantes *fines*, qui peuvent être observées de deux manières différentes : sous forme de « lignes d'égale épaisseur optique », en lumière parallèle et normale à la lame, et sous forme « d'anneaux à l'infini », en utilisant une toute petite région (moindre qu'un millimètre carré) de la lame. Lorsqu'on soumet la lame à des tensions, elle prend en chaque point *deux* épaisseurs optiques, toutes deux différentes de l'épaisseur initiale; les franges se déplacent et se dédoublent. Les deux déplacements par rapport à la frange initiale font connaître les deux variations d'épaisseur optique.

L'observation des franges, en lumière monochromatique, avant et après la compression laissera une incertitude sur le sens des déplacements et sur la partie entière des variations des ordres d'interférence. Toute incertitude cesse s'il est possible de suivre le phénomène lorsque les tensions croissent progressivement, suivant une loi d'ailleurs quelconque, depuis zéro jusqu'à leur valeur finale. Il suffirait d'ailleurs de faire cette observation sur un point de la lame, tout le reste s'en déduisant par continuité. Mais cette unique opération n'est même pas nécessaire; si l'on se sert de la lumière du

mercure, certaines franges montrent des coïncidences de maxima de deux ou plusieurs radiations, et se reconnaissent immédiatement à leur couleur; leur position après la compression se retrouve sans difficulté.

Si l'on examine les franges à travers un analyseur on trouve, pour chaque point, deux orientations rectangulaires qui font disparaître l'un ou l'autre système de franges. Les deux directions de disparition font connaître les directions des tensions principales; leur observation peut dispenser de l'observation entre polariseur et analyseur. Il se peut cependant que, pour la recherche des directions des tensions principales et de la différence de ces tensions, la méthode classique de M. Mesnager reste plus simple et plus précise.

Les prévisions que je viens d'indiquer ont été complètement vérifiées, dans un essai fait à l'institut d'Optique avec le concours de M. Lucien Roux, sur une lame de verre de 4^{mm} d'épaisseur. Les deux modes d'observation (franges d'égale épaisseur et anneaux à l'infini) ont donné les résultats prévus. Les lignes d'égale épaisseur en lumière parallèle sont d'un emploi particulièrement commode; elles montrent une vue d'ensemble, et la photographie des franges, avant et après l'application des tensions, permettrait d'obtenir très rapidement les éléments de toutes les mesures. Les seules précautions à prendre seraient :

1° Maintenir constante la température du modèle, ou tenir compte des variations, précaution d'ailleurs nécessaire dans toutes les méthodes.

2° Ramener le faisceau éclairant à être normal aux faces du modèle, réglage très facile, qu'il n'est pas nécessaire de maintenir *pendant* qu'on établit les tensions, mais qu'il suffit de rétablir *après*.

Le seul inconvénient de la méthode que je viens de décrire, inconvénient qui existe aussi dans la méthode de M. Favre, est la nécessité d'employer un modèle assez bien travaillé, de telle manière que son épaisseur ne varie pas trop rapidement d'un point à un autre. S'il en était autrement, les lignes d'égale épaisseur formeraient un réseau de courbes si serrées que leur observation serait impossible. La difficulté n'est cependant pas aussi grande qu'on pourrait le croire. Si, par exemple, les deux faces sont à peu près planes mais font entre elles un angle de $30''$, on aura des franges rectilignes et parallèles avec une équidistance de $1^{mm},2$, dont l'observation sera facile; or une lame dont les faces sont parallèles avec une tolérance de $30''$ peut être obtenue très facilement.

Je ferai remarquer en terminant que l'argenture des faces n'est pas théoriquement indispensable, bien qu'elle rende l'observation beaucoup plus

précise et plus facile. Si la lame n'est pas argentée, il faudra l'examiner par réflexion; la compression produira non plus un dédoublement mais une diminution de netteté, allant jusqu'à la disparition des franges en certains points. Avec un analyseur, on retrouvera deux orientations rectangulaires qui leur rendront la netteté maximum; l'observation successive des deux systèmes de franges donnera les mêmes résultats, mais d'une manière moins simple et moins précise, que l'observation des deux systèmes de franges visibles simultanément dans le cas de la lame argentée.

ÉLECTRICITÉ. — *Diagrammes pour l'étude des régimes et de la stabilité statique des alternateurs accouplés.* Note (¹) de M. **André Blondel.**

Considérons un nombre quelconque n d'alternateurs G_1, G_2, ..., travaillant simultanément à l'alimentation des barres d'un réseau (²).

Chaque alternateur et ses constantes $\mathbf{Z}$ et $\mathbf{Y}=\frac{1}{\mathbf{Z}}$ et ses variables $\mathbf{E}$ et $\mathbf{I}$ sont affectés d'un indice commun, p par exemple. Un ou plusieurs de ces alternateurs peuvent fonctionner, d'une manière permanente ou momentanément, comme récepteurs, donnant un travail mécanique ou non.

En supposant d'abord suivant l'approximation de Joubert que les machines G_1, G_2, ..., G_n ont des réactances constantes $\mathbf{X}_1$, $\mathbf{X}_2$ ..., $\mathbf{X}_n$, on peut écrire pour chaque alternateur l'équation de la force motrice interne et ensuite exprimer que l'intensité totale est égale à la somme $\mathbf{I}_e$ des intensités partielles; $\mathbf{I}_e$ est absorbée par un réseau de distribution $\mathbf{Y}_e$. On a ainsi le système d'équations vectorielles (où les lettres grasses indiquent des quantités complexes (²)

$$\mathbf{I}_e=\mathbf{I}_1+\mathbf{I}_2+\ldots+\mathbf{I}_p+\ldots+\mathbf{I}_n,$$
$$\mathbf{I}_1=\mathbf{Y}_1\mathbf{E}_1-\mathbf{Y}_1\mathbf{Z}_e\mathbf{I}_e,\qquad \ldots,\qquad \mathbf{I}_p=\mathbf{Y}_p\mathbf{E}_n-\mathbf{Y}_n\mathbf{Z}_e\mathbf{I}_e,\qquad \ldots.$$

On en tire

$$\mathbf{I}_p=\mathbf{Y}_p\left(1-\frac{\mathbf{Y}_p}{\mathbf{Y}_e+\Sigma\mathbf{Y}}\right)\mathbf{E}_p-\mathbf{Y}_p\frac{\sum\limits_{-p}\mathbf{Y}\mathbf{E}_p}{\mathbf{Y}_e+\Sigma\mathbf{Y}},\qquad \ldots.\qquad \mathbf{I}_p=\mathbf{A}_p\mathbf{E}_p-\sum_{-p}(\mathbf{A}_{pq}\mathbf{E}_q)$$

(¹) Séance du 3 février 1930.

(²) Plus généralement, on sait qu'on peut toujours définir par de telles équations un réseau compliqué, pourvu que les récepteurs soient à impédance et capacité constantes.

pour un quelconque G_p des alternateurs, en désignant $\Sigma\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_p$ par $\sum_{-p}\mathbf{Y}$.

Nous introduirons pour simplifier les admittances complexes

$$\mathbf{A}_p = A_p \underline{|\beta_p} \mathbf{Y}_p \left(1 - \frac{\mathbf{Y}_p}{\mathbf{Y}_e + \Sigma\mathbf{Y}}\right), \quad \ldots, \quad \mathbf{A}_{pq} = A_{pq} \underline{|\delta_{pq}} = \frac{\mathbf{Y}_p\mathbf{Y}_q}{\mathbf{Y}_e + \Sigma\mathbf{Y}}.$$

Les puissances et hormanances s'en déduisent comme on le sait en multipliant $\mathbf{I}_p$ par projection de $\mathbf{E}_p = E_p \underline{|\psi}$, et de $E_p \underline{\left|\psi_p + \frac{\pi}{2}\right.}$, respectivement,

$$P_p = A_p E_p^2 \cos\beta_p - A_{p1} E_p E_2 \cos(\delta_{p2} - \theta_{p1}) - A_{pq} E_{p1} E_q \cos(\delta_{pq} - \theta_{pq}), \quad \ldots,$$

en posant encore pour simplifier

$$\psi_p - \psi_1 = \theta_{p1}, \quad \psi_p - \psi_2 = \theta_{p2}, \quad \ldots, \quad \psi_p - \psi_q = \theta_{pq}.$$

L'hormanance (puissance réactive) de chaque alternateur, comptée négativement dans le cas où le courant est en retard par rapport à la force électromotrice de l'alternateur, s'en déduit en remplaçant les cosinus par les sinus correspondants. La puissance complexe $P + jH$ peut être représentée vectoriellement par une droite, résultante de P et H, soit $\mathrm{OB} = \mathbf{A}_p \mathbf{E}_p^2$.

Soit OD la résultante des vecteurs des puissances mutuelles. La puissance totale complexe de G_p a pour vecteur la droite BD. Si l'on décale l'alternateur G_p seul, cette résultante tournera de l'angle θ d'avance ou de retard de G_p. On donne à θ un signe tel que la puissance représentée par la projection horizontale de la droite MD (en appelant M la nouvelle position de l'extrémité de la résultante) diminue de longueur dans le cas du retard et augmente dans le cas de l'avance. Les positions du point M, pour lesquelles la puissance fournie par l'alternateur G_p atteint un maximum ou un minimum algébrique, sont les limites théoriques de sa stabilité statique.

Si les autres alternateurs subissent eux-mêmes des décalages de phase les uns par rapport aux autres, alors, au lieu de la résultante OD, il faut faire tourner séparément les vecteurs des différentes puissances mutuelles.

Le vecteur de la résultante MB peut être considéré comme représentant à une échelle convenable le courant de l'alternateur G_p en grandeur et en phase par rapport à la force électromotrice $\mathbf{E}_p$ de celui-ci supposée tracée suivant OX; car alors les deux projections du vecteur de puissance MB ont entre elles les mêmes valeurs relatives que les projections du courant de cet alternateur sur le vecteur de tension $\mathbf{E}_p$.

Dans le cas de deux alternateurs seulement, on pourrait porter les puis-

sances propres complexes de G_1 et G_2 en $O_{12}B_1$ et $O'_2B'_2$ et pour chaque décalage θ entre $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$ tracer deux rayons $O_{12}M_1$ et $O_{12}M_2$, faisant avec $O_{12}D_{12}$ les angles $+\theta$ et $-\theta$ (en supposant que θ est l'angle d'avance de $\mathbf{E}_2$ sur $\mathbf{E}_1$, θ compté positivement dans le sens inverse des aiguilles d'une montre), et les puissances totales complexes seraient figurées par les vecteurs $M_{12}B_1$ et $M_{12}B'_2$ respectivement. Mais nous trouvons plus commode de n'avoir qu'un seul point mobile M_{12} sur le cercle C_{12} et pour obtenir ce résultat nous rabattons autour de $O_{12}C_{12}$ comme charnière le polygone $O_{12}B_2H'_2O_{12}$ et OX_1, qui viennent à gauche en $O_{12}B_2H_2O_{12}X_{12}$. Les puissances de l'alternateur G_2 sont alors mesurées (ainsi que les courants qui leur sont proportionnels) par les projections de la puissance complexe B_2M_{12} sur les axes de coordonnées $O_{12}X_{12}$ et $O_{23}B_2$ relatifs à l'alternateur G_2. Les angles de phase des vecteurs de courant, d'admittance, de puissance, relatifs à G_2, sont alors à compter à partir de OX_{12} et positivement dans le sens des aiguilles d'une montre.

Le cas d'un transport de force entre deux alternateurs G_1, G_2 s'obtient en faisant $\mathbf{Z}_c=\infty$; les deux points B_1 et B_2 viennent sur la droite de puissance mutuelle $O_{12}D_{12}$.

Il a suffi de généraliser cette méthode des images en l'appliquant aussi au groupe des alternateurs G_2 et G_3 pour obtenir l'épure de trois alternateurs ; les trois angles de décalage sont alors θ_{12}; θ_{12}; θ_{23}; et les trois vecteurs de puissance F_1L_1; F_2L_2; F_3L_3.

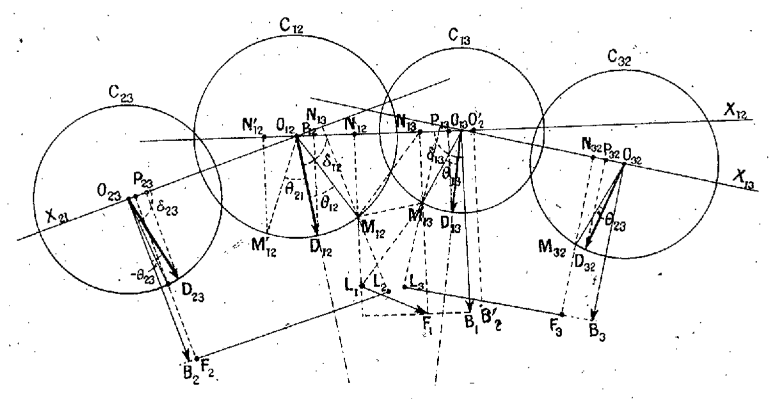
Application au cas de trois alternateurs. — On peut tracer assez facilement un diagramme unique pour l'ensemble de trois alternateurs, comme le montre la figure dans laquelle la droite $O_{12}O_{13}$ représente l'axe de puissance, et en même temps l'axe de la force électromotrice de l'alternateur G_1, l'axe $O_{12}O_{23}$ se rapporte de même à l'alternateur G_2 et l'axe $O_{13}O_{32}$ à l'alternateur G_3.

Par chacun des quatre points O on trace les vecteurs représentant les puissances mutuelles; $O_{12}D_{12}$ représente la puissance mutuelle des alternateurs 1 et 2 proportionnelle à $A_{12}\underline{|\delta_{12}}$ et forme avec la direction $O_{12}O_{13}$ un angle δ_{12} en arrière, de même $O_{13}D_{13}$ représente la puissance mutuelle des alternateurs G_1 et G_3 mais orienté de l'angle δ_{13} vers la gauche au lieu d'être mesuré vers la droite, et elle est proportionnelle à l'admittance A_{15}.

L'axe $O_{12}O_{23}$ fait avec $O_{12}C_{13}$ l'angle δ_{12} symétrique du précédent; $O_{12}D_{12}$ est la bissectrice de $O_{23}O_{12}O_{13}$; de même $O_{13}D_{13}$ sera la bissectrice de l'angle formé par O_{13} et O_{32}. Autour de chacun des sommets O comme centre, on a tracé un cercle représentant les puissances mutuelles entre les

alternateurs portant les mêmes indices, par conséquent, les deux cercles extrêmes C_{23} et C_{32} sont égaux. Sur chacun des trois axes on construit le vecteur OB de la puissance propre de l'alternateur correspondant.

On obtient ainsi une figure formant un triptyque, dont les charnières seraient O_{12} D_{12} et O_{13} D_{13}. La même figure peut servir pour le cas de deux alternateurs, par exemple G_1 et G_2, si l'on supprime les trois cercles C_{13}, C_{23} et C_{32}; et à condition de modifier en conséquence le rayon du cercle C_{12}.



Solution graphique du problème des trois alternateurs sur réseau quelconque.
(En pratique, les angles δ sont > 90° dès que le débit utile est important.)

Les modifications du régime de l'alternateur G_1 par l'alternateur G_2 et inversement sont obtenus en déplaçant sur le cercle C_{12} le point M_{12} vers la droite, si G_1 prend un retard θ_{12} par rapport à G_2, et vers la gauche si au contraire il prend une avance; de même les réactions entre G_1 et G_3 sont représentées par le déplacement du point M_{13} sur le cercle C_{13}, mais en portant cette fois sur la gauche de OD_{13} les angles de retard θ au lieu de les porter vers la droite; cela afin de pouvoir ajouter bout à bout les projections P_{12} H_{12} et P_{13} H_{13} quand G_1 prend l'avance à la fois sur G_2 et G_3(¹).

Si les alternateurs ont une réactance directe X_d différente de la réactance transversale, tous les calculs peuvent être faits en première approximation

(¹) On pourrait d'ailleurs faire toute autre convention; par exemple mesurer l'angle D_{13} suivant O_{32} O_{13} D_{12}, en prenant comme sens pour l'avance de G_1 sur G_3 celui du déplacement de M_3 vers la droite de D_{13}. On voit facilement le signe qu'il faut choisir en remarquant que toute avance d'un alternateur par rapport à un autre augmente la puissance fournie par le premier alternateur. En outre, forcément $\theta_{23} = \theta_{13} - \theta_{12}$.

avec X_t; ensuite on corrigera ainsi les différents vecteurs d'admittance

$$A'_p = \left[1 - \frac{(X_t - X_d)_p I_p \sin\varphi_p}{E_p} \right] A_p,$$
$$A'_{pq} = \left[1 - \frac{(X_r - X_d)_q I_p \sin\varphi_q}{E_q} \right], \qquad \ldots,$$

dans lesquels φ_p, φ_q, ... sont les angles de phase des courants $\mathbf{I}_p$ par rapport à $\mathbf{E}_p$, $\mathbf{I}_q$ par rapport à $\mathbf{E}_q$, etc. Ces expressions tiennent compte du supplément $(X_t - X_d)\ I_p \sin\varphi$ combiné arithmétiquement avec la force électromotrice interne $\mathbf{E}$ correspondante [cf. *Comptes rendus*, 175, 1921, p. 624, équation (5)].

M. **L. Cayeux** fait hommage à l'Académie, de la part du Service de la Carte géologique détaillée de la France, d'un volume qui a pour titre général : *Les Roches sédimentaires de France*, et pour sous-titre *Roches siliceuses*, et s'exprime comme il suit :

Dans cet Ouvrage j'ai étudié successivement : les roches siliceuses d'origine détritique (sables, grès, etc.), les roches siliceuses d'origine organique (gaizes, spongolithes, jaspes, lydiennes, phtanites et diatomites), et, enfin, les roches siliceuses d'origine chimique (cherts, silex, chailles, silexites, meulières, etc.). Ce livre, qui comporte 30 planches en héliogravure, fait suite à l'*Introduction à l'étude pétrographique des roches sédimentaires*, publiée en 1916.

M. **M. d'Ocagne** fait hommage à l'Académie :

1° d'un article qu'il vient de faire paraître dans la *Revue des questions scientifiques*, de Louvain (livraison de janvier 1930), intitulé *L'œuvre mathématique de Georges Humbert;*

2° d'une brochure de M. Jean Grégoire : *La transmission aux roues avant de l'automobile*, dont il a écrit la *Préface*, et où l'auteur développe dans tous ses détails la solution qu'il a donnée, sous le nom de *joint homocinétique*, du problème de la transmission, avec conservation de la vitesse, d'une rotation entre deux axes faisant entre eux un angle variable.

NOMINATIONS.

M. J. **Bordet** est désigné pour représenter l'Académie aux cérémonies qui auront lieu, les 23, 24 et 25 juin 1930, à l'*Université libre de Bruxelles*, à l'occasion de l'inauguration du groupe de constructions universitaires offert par la *C. R. B. Educational Foundation* et de l'École de Médecine offerte par la *Rockefeller Foundation*.

ELECTIONS.

M. **Augustus Love**, par 28 suffrages contre 18 à M. *D. Riabouchinsky*, est élu Correspondant pour la Section de Mécanique en remplacement de Sir *George Greenhill* décédé.

PLIS CACHETÉS.

M. F. **Boinot** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 22 mai 1922 et inscrit sous le n° 9005.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée *Fermentation butylacétonique. Étude de la transformation en alcool butylique et en acétone de sels organiques ajoutés pendant la fermentation.*

(Renvoi à la Section de Chimie.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à la place de Membre titulaire vacante au Bureau des Longitudes par le décès de M. *H. Andoyer*.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la répartition des valeurs d'une fonction méromorphe*. Note de M. **F. Marty**, présentée par M. Goursat.

Étant donnée une fonction $f(z)$ méromorphe à l'intérieur d'un domaine fermé D, il existe un entier p tel que toute valeur prise par $f(z)$ dans D y soit prise p fois au plus : p est dit ordre de multivalence de f dans D [1]. On peut se proposer de trouver les propriétés des domaines partiels intérieurs au domaine d'existence d'une fonction multivalente d'ordre p, notamment au voisinage des points singuliers. Cette Note résume des résultats que l'on peut obtenir en envisageant un domaine fermé D dans lequel la fonction est méromorphe, et qui sont utiles dans des problèmes plus généraux.

1. Je vais d'abord prendre le cas où la fonction $f(z)$ est holomorphe, et où sa dérivée ne s'annule pas dans D. Un procédé de subdivisions successives, par exemple, permet d'établir le lemme suivant :

Lemme. — *Étant donnée une fonction $f(z)$ holomorphe dans un domaine fermé et fini* D, *dans lequel $f'(z)$ ne s'annule pas, il existe trois nombres d, m et n, positifs tels que l'inégalité*

$$|z_1 - z_2| \leqq d$$

entraîne les inégalités

$$m \leqq \left| \frac{f(z_1) - f(z_2)}{z_1 - z_2} \right| \leqq n,$$

z_1 et z_2 désignant deux points du domaine D.

Par conséquent, à l'intérieur du domaine D, la fonction est univalente dans tout cercle de diamètre d.

Appelons *points homologues* deux points où la fonction $f(z)$ prend la même valeur. On peut établir le :

Théorème I. — *Étant donné un groupe de points* P *intérieurs à* D *et homologues, on peut construire autour de chacun d'eux un domaine k tel que :*

1° *$f(z)$ est univalente dans chaque domaine k.*

2° *Toute valeur prise par $f(z)$ dans un domaine k est prise dans tous les autres.*

3° *A l'intérieur de chaque domaine k on peut tracer le cercle de centre* P *et de rayon* $a\dfrac{m}{n}$.

---

(1) Cf. P. Montel, *Sur les familles quasi normales de fonctions holomorphes* (*Mémoires de l'Académie royale de Belgique*, 2e série, 6, 1922, p. 20).

a désigne la plus petite des longueurs $\frac{d}{2}$ et l (plus courte distance d'un point P à la frontière de D). Dans le cas où un ou plusieurs points homologues se trouvent sur le contour, on a un résultat de forme moins simple, implicitement contenu dans la suite de cette Note.

2. Étant donné un point P du domaine D, traçons à partir de P un arc continu; si P_1 est un point homologue de P intérieur à D, il part de P_1 un arc dont tous les points sont respectivement homologues des points de l'arc issu de P, la correspondance étant bicontinue. On pourra être arrêté dans le prolongement de l'arc issu de P_1 par la rencontre du contour, si l'arc issu de P contient des points homologues de points du contour et dans ce cas seulement.

Nous appellerons *arcs homologues* deux arcs ainsi définis, et nous rappellerons que si un arc est formé d'un nombre fini d'arcs élémentaires (arcs convexes en tout point ne rencontrant pas en d'autres points la droite qui joint leurs extrémités) il en est de même de tous ses arcs homologues.

Envisageons un domaine fini fermé D, dont le contour est d'un seul tenant sans comprendre d'arcs « coupures » (dont les points ne sont pas limites de points extérieurs) ni de points doubles.

Théorème II. — *Si $f(z)$ est « p-valente » dans un domaine* D, *et si le contour n'a pas de points homologues à l'intérieur de* D :

1° *$f'(z)$ s'annule à l'intérieur de* D;

2° *Toute valeur prise une fois dans* D *y est prise p fois.*

Nous dirons qu'un tel domaine D est *réduit*. Soit alors un domaine D qui ne soit pas réduit, mais tel qu'après avoir rendu le domaine d'un seul tenant par des coupures, le contour obtenu soit formé par un nombre fini d'arcs élémentaires et ait une longueur finie :

Théorème III. — *Si $f(z)$ est holomorphe, dans le domaine fermé* D *les arcs homologues d'arcs du contour sont en nombre fini; ils partent d'un point du contour pour aboutir en un autre point du contour; ils décomposent* D *en un nombre fini de domaines partiels d.*

Nous dirons que D est décomposé en *cellules*.

3. Supposons d'abord que $f'(z)$ ne s'annule pas dans D, cette décomposition a les propriétés suivantes :

Théorème IV. — 1° *La fonction est univalente dans tout domaine d.*

2° *Étant donnés deux domaines d, ou bien toute valeur prise dans l'un est prise dans l'autre, ou bien aucune valeur prise dans l'un n'est prise dans l'autre.*

3° *Le procédé de décomposition indiqué donne le minimum du nombre de domaines partiels connexes que doit comprendre une subdivision de* D *pour avoir ces propriétés, et réalise seul ce minimum.*

4° *La condition nécessaire et suffisante pour que deux cellules soient homologues est que leurs contours soient complètement homologues.*

Théorème V. — 1° *Si le contour de* D *est d'un seul tenant sans coupures ni points doubles, il est possible que toutes les cellules soient homologues entre elles.*

2° *Si* D *est multiplement connexe, si toute valeur prise dans* D *est prise exactement* p *fois, et si les contours de* D, *après suppression des coupures, n'ont pas d'homologues à l'intérieur de* D, *tout point du contour a* $p-1$ *homologues sur le contour; le prolongement analytique de la fonction à l'intérieur de l'un au moins des trous donne un zéro ou un pôle de la dérivée, ou une singularité de la fonction.*

4. Si nous supprimons la condition $f'(z) \neq 0$, ces propriétés s'étendent; en outre, on peut supposer $f(z)$ méromorphe en faisant jouer des rôles symétriques aux zéros et aux pôles de $f'(z)$. Avec ces nouvelles hypothèses les cellules sont des domaines réduits, mais une subdivision nouvelle en *sous-cellules* fournit des domaines d'univalence auxquels le théorème IV s'applique.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Influence de l'état initial de certains métaux et alliages sur la variation de dureté en fonction de l'écrouissage.* Note de MM. **Guichard**, **Clausmann** et **Billon**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons donné [1] les courbes de variation de dureté en fonction de la déformation par le laminage, pour divers métaux et alliages monétaires. Ces métaux et alliages avaient été soigneusement recuits avant tout travail.

Or il est bien connu que le métal simplement coulé peut avoir une structure différente de celle du même métal recuit. Dans quelle mesure cette différence d'état initial se conserve-t-elle au cours des déformations produites par le laminage? C'est ce que nous avons cherché à mettre en évidence sur quelques-uns des exemples que nous avions étudiés.

Deux cas se sont rencontrés : pour certains métaux ou alliages, les courbes de durcissement ne sont pas modifiées par la différence d'état initial,

---

(1) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 112.

non plus que la limite maxima de dureté; pour d'autres au contraire, les courbes et les limites de dureté paraissent dépendre de cet état initial.

Si, par exemple, on écrouit, par laminage, du cuivre électrolytique fondu, désoxydé à la coulée et non recuit, la dureté progresse de 35 unités Brinnel à 103; si ce même cuivre a été soigneusement recuit, la courbe de dureté va de 33 à 108, ce qui n'est pas différent.

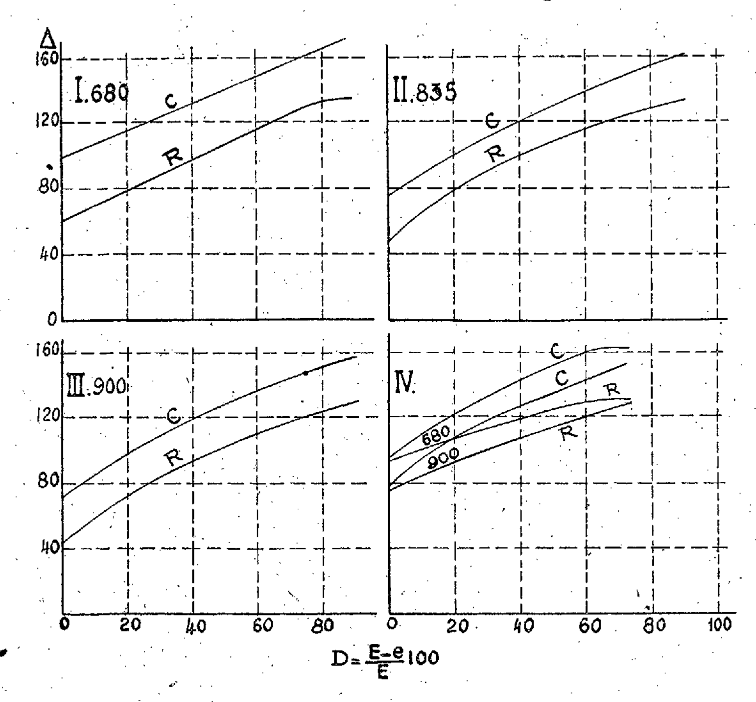
L'écrouissage D a été poussé dans ces essais et dans les suivants jusqu'à 90 pour 100, c'est-à-dire à l'extrême limite de ce qui est possible; nous le mesurons par la relation

$$D = \frac{E - e}{E} 100;$$

E est l'épaisseur initiale et e l'épaisseur atteinte par le laminage.

L'argent pur donne de même, soit coulé, soit recuit, une variation de dureté de 22 à 83. De même encore, le cuivre-nickel des monnaies va de 77 à 162 (coulé), ou de 66 à 162 (recuit). Ce dernier est, comme on le sait, un alliage à solution solide.

La conclusion est toute différente avec les alliages de cuivre et d'argent,



alliages à eutexie, essentiellement hétérogènes. Nos essais ont porté sur trois titres différents : 680, 835, 900 millièmes d'argent.

Le métal à 680 millièmes, coulé, C (*fig.* I) va, en unités Brinnel Δ, de 100 à 181; le même métal, après recuit, R, va de 60 à 134, pour un écrouissage D de 90. Pour le

métal à 835 millièmes, les deux courbes (*fig.* II) vont de 77 à 162 (coulé C) ou de 48 à 131 (recuit R). Enfin, le métal à 900 millièmes donne les deux courbes (*fig.* III) de 71 à 157 (C) et de 44 à 131 (R). Ces différences, confirmées sur des lames provenant de diverses préparations, peuvent encore être mises en évidence de la manière suivante : On écrouit une lame recuite R juste assez pour qu'elle reprenne la dureté de la lame simplement coulée C dont elle provient. On prend alors deux échantillons de ces lames R et C, ajustées exactement à la même épaisseur. On procède ensuite au laminage progressif de ces deux lames qui ont donc même dureté et même épaisseur et, par suite, des points de départ identiques sur le diagramme (*fig.* IV). Or on constate que les deux courbes divergent dès le début, celle du métal coulé montant plus vite que celle du métal recuit. Pour le 680 millièmes, C va de 96 à 162; R de 94 à 131. Pour le 900 millièmes, C va de 77 à 153, R de 77 à 131.

Pour conclure, il semble résulter des mesures que nous avons faites sur divers métaux et alliages, que l'on obtient, en général, une courbe de dureté en fonction de l'écrouissage, d'allure classique, conduisant à une dureté limite caractéristique de chacun d'eux et que cette limite est la même pour un métal simplement coulé et pour le même métal recuit (cas du cuivre, de l'argent, du cuivre-nickel).

Pourtant les alliages cuivre-argent, de divers titres, conduisent difficilement à une limite de dureté. En outre, dans chaque cas, le métal coulé tend vers une limite de dureté plus élevée que le métal recuit. Quelque chose de la différence initiale de structure se conserverait donc à travers les profondes déformations que produit l'écrouissage intense de ces alliages.

MÉCANIQUE. — *Résultats d'expériences sur la poussée des terres.* Note de M. **L. Ravier**, présentée par M. Mesnager.

Quand on établit une muraille de soutènement retenue par des ancrages, les efforts imposés à ceux-ci peuvent théoriquement être calculés par les formules classiques de la poussée des terres.

Nous nous sommes proposé de vérifier les tensions existant effectivement dans de tels ancrages.

Nous avons opéré sur des modèles réduits en mettant derrière la petite muraille essayée un remblai en gravier non cohérent que nous considérions comme représentant, suivant le principe de similitude mécanique, un remblai en moellons mis derrière le mur de soutènement de hauteur normale.

Pour la mesure des tensions dans les ancrages, nous avons accroché chacun de ceux-ci à la muraille par l'intermédiaire d'une sorte d'étrier fixé

en saillie sur cette muraille, le tirant traversant la paroi librement par un orifice et étant accroché à l'étrier par l'intermédiaire d'un ressort à boudin, formant peson, convenablement taré.

Avec cette installation nous avions constamment sous les yeux l'effort imposé à l'ancrage.

Les expériences faites ainsi nous ont amené aux constatations, puis aux déductions suivantes :

Quand on a établi une surcharge sur le terre-plein retenu par une muraille de soutènement (ou un quai) et qu'on retire cette surcharge, la tension créée dans les ancrages subsiste presque intégralement.

On s'explique facilement la chose par le fait que la surcharge comprime le remblai, et que, quand on la retire, le remblai reste comprimé.

Il doit évidemment en être de même avec toute disposition de muraille de soutènement, même ne comportant pas d'ancrages.

Nous avons d'autre part, toujours avec le remblai de gravier, fait la constatation que quand la surcharge augmente, la poussée contre la muraille croît moins que proportionnellement à la surcharge.

Cela nous paraît correspondre au fait que quand la surcharge sur le remblai de gravier a produit la compression maxima possible par le tassement des éléments de ce gravier, l'addition d'une surcharge complémentaire, ne pouvant plus produire de tassement, ne fait plus aussi augmenter que de beaucoup moins la poussée contre la muraille.

Nous sommes passé de là à l'hypothèse, que si l'on trouvait le moyen de comprimer le remblai d'avance sans créer de pression derrière la muraille, quand on ajouterait une surcharge il n'en résulterait qu'une poussée nulle ou réduite derrière la muraille.

On reviendrait d'ailleurs ainsi au cas d'un terrain tassé naturellement, et compact, dans lequel on peut tailler une tranchée verticale assez profonde et même charger jusqu'à un certain point les côtés de cette tranchée sans qu'il y ait éboulement.

Nous imposant toujours d'opérer avec un remblai non cohérent, nous avons exécuté un remblai en gravier derrière une muraille en le tassant au fur et à mesure de son exécution avec un appareil vibrateur.

Une surcharge importante imposée ensuite sur le terre-plein n'a donné qu'une poussée réduite derrière la muraille.

Continuant à analyser ces résultats, nous avons fait les remarques suivantes :

Le gravier que nous employions, comme la plupart des graviers d'ailleurs,

naturel ou de concassage, était composé en grande partie de grains plats.

Le tassement vibratoire a pour effet de provoquer un meilleur arrimage de ces grains plats qui doivent alors un peu se ranger comme les pierres d'un mur en pierres sèches, et comme apparaissent d'ailleurs juxtaposés les grains plats d'un banc de gravier naturel.

Au moment même où l'on déverse le gravier par l'action de la pesanteur, les grains ont tendance à se mettre à plat, et il en résulte qu'un remblai naturel comprenant des éléments plats n'est pas un milieu isotrope.

Les théories rigoureuses de la poussée des terres supposent le milieu isotrope; elles négligent tous les phénomènes que nous avons constatés, elles nous paraissent faussées de ce fait.

Le vieux raisonnement de Coulomb, qui présente moins de rigueur, mais que l'on peut plus facilement adapter aux circonstances, est, par suite, peut-être préférable.

Dans un autre ordre d'idées, nous avons observé ce qui suit :

Une petite muraille simplement posée sur le sol étant retenue par deux ancrages l'un vers le haut et l'autre vers le bas, nous cherchions à vérifier la répartition de la poussée entre l'ancrage du haut et l'ancrage du bas.

D'après les formules ordinaires de la poussée des terres, l'ancrage du bas aurait dû travailler plus que celui du haut.

Nous avons trouvé qu'en réalité il en était autrement et que l'ancrage du bas n'était soumis qu'à un très faible effort.

L'explication qui apparaît est que la poussée contre la muraille a (conformément à la thèse de Resal et à une hypothèse qu'avait d'ailleurs envisagée Coulomb) une composante verticale appuyant la muraille sur le sol, de telle sorte que le simple frottement sur celui-ci retient la muraille sans que l'ancrage inférieur ait à travailler.

ASTRONOMIE. — *Sur le calcul de l'orientation du grand cercle de recherche des astéroïdes.* Note (¹) de **Benjamin Jekhowsky.**

Le problème de correction des éphémérides des petites planètes, que j'ai traité en indiquant brièvement les résultats dans une Note des *Comptes rendus* (²), m'a conduit à d'autres problèmes relatifs aux petites planètes,

(¹) Séance du 17 février 1930.

(²) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 548.

en particulier à celui du calcul de l'orientation du grand cercle de recherche des astéroïdes [1].

Cette question, vu son importance, a vivement intéressé les astronomes [2].

En attendant que paraisse mon Mémoire, où toutes ces questions sont traitées en détail, je demande la permission de faire les remarques suivantes :

1° Les raisons pour lesquelles il faut tenir compte au moins de la variation $d\rho$ de la distance géocentrique ρ de la planète, lorsqu'elle se trouve éloignée de la date de l'opposition, sont déjà indiquées dans le Mémoire cité [3] de M. Popovici.

2° Toutes les formules que l'on peut déduire dans ce cas résultent des équations (3) et (4) de ma Note [4] où je mets en évidence les cosinus directeurs de la direction calculée et leurs différentielles.

3° Je me borne à indiquer ici que, si l'on tient compte de la variation $d\rho$, ma formule (4) [4], en posant

$$\mathcal{J} = 1 - \frac{(g_1\lambda_1 + g_2\lambda_2 + g_3\lambda_3)\sin\delta}{g_3}, \tag{1}$$

devient

$$j = \frac{15' g_3 \cos\delta}{\lambda_1 g_2 - \lambda_2 g_1}\,\mathcal{J}. \tag{2}$$

De sorte que dans ce cas, comme on le voit, il vient un facteur de correction, facile à calculer quand on s'éloigne de l'opposition et rien ne change ainsi pour la construction des Tables, comme je l'ai indiqué [5].

Le fait important est que, pour le calcul de la quantité j, on se trouve en présence des quantités déjà connues et ces quantités résultent de la connaissance d'une seule position de la planète.

---

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 771.
(2) *Journal des Observateurs*, 12, XI, 1929, p. 199.
(3) *Bull. Astr.*, 28, 1911, p. 33.
(4) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 549.
(5) *Astr. Nachr.*, 236, n° 5658, p. 295.

ASTRONOMIE. — *Sur un calendrier perpétuel donnant instantanément le calendrier d'une année quelconque julienne ou grégorienne.* Note de M. **Maurice Michel**, présentée par M. Ch. Lallemand.

Le calendrier perpétuel en question permet de mettre intantanément en vue les quantièmes et jours des 12 mois de n'importe quelle année julienne ou grégorienne. Il donne immédiatement, sans calcul et sans correction, le jour de la semaine correspondant à une date quelconque, les années ayant le même calendrier, etc., et résout, avec la plus grande simplicité, divers autres problèmes de dates.

Il peut ainsi rendre certains services, car la recherche du jour correspondant à une date déterminée est généralement longue et parfois compliquée, surtout pour les dates lointaines, à cause de l'intercalation des années bissextiles et de la réforme grégorienne de 1582 (suppression de 10 jours et maintien d'une seule année séculaire sur quatre).

L'année de 365 jours donne 52 semaines de 7 jours + 1 jour d'excédent; l'année bissextile donne 2 jours d'excédent. Le siècle julien ou le siècle grégorien à année séculaire bissextile donne 100 + 25 jours, soit 17 semaines + 6 jours d'excédent ou 18 semaines — 1 jour. Le siècle grégorien à année séculaire non bissextile donne 18 semaines — 2 jours.

Ainsi, entre deux dates distantes de 1 an ou de 100 ans, il y a 1 ou 2 jours d'avance ou de recul, et ces écarts sont différemment variables selon la suite des années considérées. Le tableau suivant montre qu'ils sont, à 100 ans d'intervalle, tantôt — 1, — 2, — 2, — 2, tantôt — 2, — 2, — 2, — 1, et, pour une même date d'années voisines, tantôt + 1, + 2, tantôt + 1, + 1, tantôt + 2, + 1.

	1599 1999	1600 2000	1601 2001		1699 2099	1700 2100	1701 2101		1799 2199	1800 2200	1801 2201		1899 2299	1900 2300	1901 2301	
1er Janv.	V			—1	J			—2	Ma			—2	D			—2
»		S		—1		V		—2		Me		—2		L		—2
»			L	—2			S	—2			J	—2			Ma	—1
1er Mars.	L			—1	D			—2	V			—2	Me			—2
»		Me		—2		L		—2		S		—2		J		—1
»			J	—2			Ma	—2			D	—2			V	—1

Ces sautes différemment variables de 1 ou 2 jours et la réforme grégorienne compliquent la confection d'un calendrier simple et pratique. Ces difficultés sont résolues ici simplement, d'une façon générale et pour toutes

les années juliennes et grégoriennes : les parties séculaires des années sont inscrites sur un support mobile portant également les noms des jours; celui-ci se déplace devant un support fixe portant les parties annuelles de 00 à 99, ainsi que les quantièmes et les mois; tous ces éléments de dates sont inscrits dans leur ordre logique, avec le décalage voulu des parties séculaires et annuelles pour tenir compte des siècles ou années bissextiles. En plaçant simplement en concordance les deux parties du millésime d'une année, on obtient le calendrier entier de cette année (19 en face de 30 donne le calendrier de 1930, 12 en face de 82 donne celui de 1282).

Le jour correspondant à une date donnée se trouve au croisement des rangées du mois et du quantième. On a également immédiatement, par exemple, les 10 de chaque mois, les vendredis 13, la date du 3e jeudi d'un mois, les mois de 5 dimanches, les années de même calendrier, etc. On trouve aussi instantanément que deux événements qui ont eu lieu les deux premiers vendredis 13 janvier du XIXe siècle se sont passés en 1804 et 1809 (en amenant V en face de 13 dans les colonnes Janv. et Janv. année bissextile); qu'un enfant, son père et son grand-père, nés en des années de dim. 29 février, sont de 1920, 1880, 1852.

Le renouvellement des mêmes jours aux mêmes dates tous les 700 ans (calendrier Julien) ou 400 ans (calendrier grégorien) permet de prolonger le calendrier avant l'ère chrétienne ou au delà des limites du modèle, en ajoutant ou retranchant un multiple de 700 ou 400. Exemple : l'origine de l'ère égypto-chaldéenne, le 26 février julien 747 avant J.-C., est un mercredi, comme le 26 février 654 (car $-746+1400=654$).

Alors que, dans les barèmes ou calendriers existants, les recherches donnent lieu à calculs, corrections, manipulations diverses, ou que ceux-ci sont limités à une période plus ou moins longue, ou ne donnent qu'un jour ou un mois, ou présentent les éléments de dates en désordre, ici le problème est traité dans sa généralité et résolu très simplement.

On peut varier les modèles, les faire circulaires ou cylindriques, disposer autrement les éléments des dates, ou utiliser la répétition du cycle de 28 ans, le principe reste le même et la simple mise en regard des deux parties du millésime donne par *ce seul mouvement*, *instantanément*, *sans calcul* et *sans correction*, le calendrier de l'*année entière*, avec une rapidité facilitée par le fait que tous les éléments des dates, *partie séculaire*, *partie annuelle*, *mois*, *quantième*, *jour*, se trouvent dans leur *ordre normal* et *logique*.

GÉOGRAPHIE. — *Sur le remaniement des alluvions dans les lacs aménagés en réservoirs.* Note de M. L. **Gaurier**, présentée par M. H. Douvillé.

Dans une Note du 13 janvier 1920, j'ai indiqué que les variations rapides et réitérées de la surface liquide dans les lacs aménagés en réservoirs provoquaient, sous la double action du ruissellement et du clapotis des vagues, un glissement de tous les talus meubles des rives vers le fond du lac.

Comme les couches superficielles des dépôts riverains sont seules affectées par cet entraînement des matériaux, l'exhaussement du fond de la cuvette ne progresse qu'avec lenteur. Mais ce travail s'exerce avec plus d'intensité dans les cônes de déjection torrentielle débouchant dans le lac, car ici l'érosion n'est plus due seulement au ruissellement et aux vagues, mais à la force vive du torrent qui a jadis formé le delta sous-lacustre, et qui cherche à l'éventrer, maintenant qu'il émerge.

En effet, avant l'aménagement du réservoir le courant était immédiatement amorti par la résistance de la nappe d'eau calme dans laquelle il entrait, de sorte qu'il déposait devant son embouchure la masse principale de ses alluvions. Maintenant que cette nappe d'eau est abaissée de plusieurs dizaines de mètres, le courant ne peut plus y descendre qu'en se creusant un lit dans l'épaisseur du delta mis à découvert. L'érosion régressive évide donc dans le cône de déjection une tranchée qui s'approfondit sans cesse ; et comme le cours d'eau y rencontre peu d'obstacles volumineux, son lit prend une pente très inclinée et suit un tracé à peu près rectiligne.

Il serait très intéressant de pouvoir calculer avec précision la rapidité de cette érosion. Elle doit être grande si l'on en juge par les modifications du vaste delta qui occupe une partie de la rive sud du lac d'Oo (Haute-Garonne), sous la cascade venant du lac d'Espingo. Ce delta a émergé pour la première fois le 18 août 1921, date de la mise en service de ce lac; or, quatre ans et demi plus tard, en avril 1926, le torrent d'Espingo avait déjà creusé dans ce talus, naguère horizontal, un véritable ravin large d'une quinzaine de mètres, profond de 8 à 10^m, et long d'environ 150^m, entre le pied de la cascade et le lac. Le volume des matériaux enlevés par ce torrent atteint ainsi 2250^{m^3}. En moyenne le delta a donc perdu annuellement 500^{m^3} qui sont allés se déposer au fond du lac.

Il est évident que si le talus est émergé sur une grande hauteur, juste au moment d'une crue due à la fonte des neiges ou à quelque pluie diluvienne,

l'affouillement du delta et le comblement consécutif du lac deviennent considérables. Le 20 mai 1926, à la suite d'un coup de vent du Sud qui provoqua une forte fusion des neiges, la cascade du lac d'Oo augmenta démesurément, et une énorme quantité de matériaux fut enlevée au cône de déjection et jetée dans le lac dont l'eau resta trouble pendant plusieurs jours.

Mais c'est au lac d'Artouste que ce phénomène s'est manifesté avec le plus de puissance. Deux cônes de déjection y descendent : l'un au débouché du torrent de Bat-Boucou, l'autre à l'embouchure d'un ruisselet descendant du col d'Arrius. Il est à remarquer que le torrent principal, décanté dans le grand lac d'Arrémoulit et dans un chapelet de petits bassins, n'a formé aucun dépôt dans le lac d'Artouste. Le niveau de ce bassin était abaissé de $36^m,20$, le 8 juillet 1925, lorsque à la suite d'un gros orage le ruisselet du col d'Arrius se gonfla subitement. Le vaste delta qu'il traversait, n'étant plus maintenu par la pression du lac, fut littéralement éventré : *plus du quart de sa masse totale* croula dans le lac d'Artouste, et s'y étala de nouveau en un large cône de déjection, très aplati.

Six semaines après cet éboulement, le niveau du lac ayant encore baissé de $14^m,50$, le nouveau delta avait déjà été entamé à son tour par l'érosion régressive, et un nouveau ruisseau y circulait dans un lit profond.

Ces observations prouvent que le déplacement des matériaux meubles des rives vers le fond des lacs est assez actif pour mériter l'attention des ingénieurs chargés d'aménager ces réservoirs. Sans doute le volume d'eau disponible reste le même puisque la nappe liquide gagne en étendue sur les rives ce qu'elle perd en profondeur ; mais puisque le comblement devient d'autant plus rapide que les oscillations du niveau du réservoir sont plus fréquentes, il est indispensable que la galerie destinée à amener l'eau du lac aux conduites de l'usine débouche toujours à une assez grande hauteur au-dessus du fond de la cuvette, sous peine d'être promptement obstruée par les alluvions.

OCÉANOGRAPHIE. — *Sur les principales zones chalutables de la Méditerranée orientale. Carte de pêche du golfe d'Alexandrette.* Note de M. **A. Gruvel**, présentée par M. L. Mangin.

Les travaux que nous avons poursuivis, au cours de deux missions successives sur les côtes de Syrie, soit seul, soit avec l'aide de l'un de mes collaborateurs, M. W. Besnard, nous ont permis, grâce à la mise à notre

disposition de l'un des avisos de la Défense mobile et, surtout, d'un chalutier, d'étudier les différentes zones chalutables situées entre l'embouchure du Nil et le golfe de Tarse, en passant par les côtes de Palestine et de Syrie.

Nous avons pu délimiter quatre zones chalutables :

La *première* comprise entre l'embouchure du Nil et le cap Carmel ;
La *deuxième* s'étendant de Tripoli vers Lattaquié ;
La *troisième* formée par la quasi-totalité du golfe d'Alexandrette ;
Enfin la *quatrième*, située dans le golfe de Tarse.

La première zone, qui s'étend plus spécialement sur des fonds de 60 à 200^m, est formée de sable pur, de sable vaseux, parfois, de débris de coraux, de coquilles brisées, avec, vers la profondeur de 60^m, des têtes de roches disséminées un peu sporadiquement, au milieu de quelques fonds de gros graviers, très durs au chalut, plus spécialement dans la région de Jaffa. Les merluchons, dits merlans, y sont abondants et de bonne qualité.

La deuxième zone, très étroite, formée de sable dur, souvent rempli de débris de coraux, est parsemée de quelques têtes de roches qui la rendent assez dangereuse. Elle est surtout accessible aux petits engins et, par conséquent, aux petits chalutiers. Les poissons, surtout les pageaux, y sont nombreux et excellents.

La troisième zone est exclusivement formée par le golfe d'Alexandrette, que nous avons pu étudier d'une façon complète et dont nous présentons en même temps un projet de carte de pêche. Le centre de la baie, entre les fonds de 90 à 75^m, est encombré de débris végétaux et animaux, ainsi que d'éponges, non commerciales qui s'y rencontrent en quantités considérables. Ces fonds sont riches en merluchons, mais difficiles à travailler à cause de l'encombrement des chaluts produit par les débris de toutes sortes. De 75 à 50^m, les fonds deviennent de sable vaseux et renferment de nombreuses espèces de poissons. Mais la partie la plus intéressante de cette zone, au point de vue de la pêche, est la région côtière, de 50 à 10^m de profondeur ; elle est formée de fonds de sable, rarement de sable vaseux, avec des herbiers situés dans le fond de la baie qui sont très intéressants pour la pêche, mais se trouvent dans les eaux turques.

Le caractère principal de cette zone est la quantité considérable d'*Epinephelus alexandrinus* C. Y. (sorte de Serran) et de tortues (*Thalassochelys caretta* L.) qu'on y rencontre. On trouve également une énorme crevette (*Pænus monodon* Fabre Bate) originaire de l'océan Indien qui peut mesurer jusqu'à 22^{cm} de long et peser jusqu'à plus de 80^g.

En face et au sud de la baie d'Ayas, on rencontre un banc apporté par le Djihour et formé de vase molle extrêmement gluante et particulièrement dangereuse pour les engins qui ne peuvent plus en sortir. Ce banc est, du reste, peu étendu vers le Sud et l'on retrouve ensuite la même zone de sable et de sable vaseux que dans le fond de la baie, avec les mêmes caractères ichthyologiques.

La quatrième zone chalutable est située dans le golfe de Tarse, et s'étend presque jusqu'à Chypre, présentant des fonds de sable, sable vaseux et vase qui se continuent en s'élargissant vers l'Ouest. C'est une zone extrêmement importante, contenant tous les poissons déjà mentionnés et, en particulier, les serrans, les pageaux, les merlus, etc., en même temps que des quantités considérables de tortues (de l'espèce citée précédemment) puisqu'il est possible d'en capturer jusqu'à 70 dans un même coup de chalut.

Nous signalons spécialement la capture que nous avons faite, dans le fond du golfe d'Alexandrette, par 45 à 50^{m}, d'un magnifique exemplaire d'une tortue considérée comme tortue d'eau douce, signalée dans le Nil et dans les eaux douces syriennes, le *Trionyx triunguis* Forsk., que nous avons ramenée vivante dans un coup de chalut, mélangée aux autres tortues.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Théorie ondulatoire et rayonnement noir.* Note de M. L. **Décombe**, présentée par M. Charles Fabry.

1. Une formule connue permet d'évaluer le nombre de vibrations propres d'une enceinte dont les fréquences sont comprises entre ν et $\nu + d\nu$. Tout le problème du rayonnement noir consiste à évaluer l'énergie $\mathcal{E}(\nu, T)$ attribuable, à T degrés, à chacune de ces fréquences.

Le rayonnement étant supposé de nature électromagnétique, $\mathcal{E}(\nu, T)$ se compose de deux parties égales : l'énergie électrique (E) assimilable à une énergie *potentielle* et l'énergie magnétique (M) assimilable à une énergie *cinétique*, de sorte que l'on a

$$2E = 2M = \mathcal{E}(\nu, T).$$

La quantité de chaleur qu'il faut fournir au système pour accroître de $d\nu$ sa fréquence et de dM son énergie cinétique est donnée par la formule de Boltzmann :

$$(1) \qquad dQ = 2\nu\, d\left(\frac{M}{\nu}\right) = \nu\, d\left[\frac{\mathcal{E}(\nu, T)}{\nu}\right]$$

et le second principe de la thermodynamique exige que l'on ait

$$\frac{\mathcal{E}(\nu, T)}{\nu} = F\left(\frac{\nu}{T}\right). \tag{2}$$

Ceci posé, imaginons que la vibration électromagnétique considérée soit développable en série de Fourier. On aura, d'après une propriété connue :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \ldots, \tag{3}$$

$\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$, $\mathcal{E}_3$, ... désignant les énergies individuelles des composantes sinusoïdales de fréquences ν, 2ν, 3ν, ..., ce qui conduit à mettre la relation (2) sous la forme

$$\frac{\mathcal{E}(\nu, T)}{\nu} = F\left(\frac{\nu}{T}\right) = F_1\left(\frac{\nu}{T}\right) + F_2\left(\frac{2\nu}{T}\right) + F_3\left(\frac{3\nu}{T}\right) + \ldots, \tag{4}$$

les fonctions successives F_1, F_2, F_3, ... se rapportant aux vibrations composantes de Fourier. La série (4) doit être convergente.

Dans le cas particulier où les termes successifs $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$, $\mathcal{E}_3$ des développements (3) et (4) décroissent géométriquement, on a

$$\mathcal{E}_p = h\nu e^{-\alpha \frac{p\nu}{T}} \tag{5}$$

h et α désignant des constantes positives. Substituant dans (4) et posant $k = \frac{h}{\alpha}$, on obtient immédiatement la formule de Planck

$$\mathcal{E}(\nu, T) = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \tag{6}$$

sans avoir eu à postuler aucune discontinuité pour l'énergie.

La vibration périodique ici envisagée est attribuable aux oscillations des électrons autour de leurs orbites normales, oscillations provoquées par l'agitation calorifique des atomes et réglées, quant à la fréquence, par les vibrations des tubes de force qui relient chaque électron orbital au centre positif attirant [1]. On voudra bien me permettre de revenir ultérieurement sur l'intéressante relation (5).

Aujourd'hui je remarquerai seulement que, dans les deux cas limites ($\nu \to 0$ et $T \to \infty$), *l'énergie totale $\mathcal{E}(\nu, T)$ s'équipartage exactement entre les composantes de Fourier*, la valeur limite pour chacune d'elles étant égale à $h\nu$, *c'est-à-dire précisément à l'énergie trajectorielle de l'électron orbital.*

---

(1) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 684 et 1251.

2. On me permettra de résumer l'ensemble des résultats que j'ai obtenus à ce jour touchant l'interprétation *ondulatoire* de la gravitation (¹), de la production des rayons X et des séries spectrales (²), de la structure fine (³), de l'effet photo-électrique et du spectre de fluorescence des rayons X (⁴), de l'effet Compton (⁵), des orbites privilégiées de Bohr-Sommerfeld (⁶), du phénomène de Zeeman (⁷), de l'effet Stark (⁸) et enfin du rayonnement noir.

J'ai cherché à obtenir de ces divers phénomènes une interprétation purement ondulatoire ne faisant intervenir aucune des discontinuités dont fait usage la théorie dite *des quanta*.

A cet effet j'ai assimilé le proton et l'électron à des particules sphériques pulsantes *dont j'ai établi la propriété fondamentale d'avoir une fréquence pulsatoire proportionnelle à l'énergie électrostatique et, par conséquent, à la masse*. Cette fréquence est modifiée par le mouvement de la particule (libre ou engagée dans un champ de forces). J'ai mis d'autre part en évidence le rôle des tubes de force aboutissant à une particule électrisée pulsante (⁹). Les vibrations de ces tubes (dont j'ai explicité la fréquence) et les pulsations de la particule à laquelle ils aboutissent se conditionnent mutuellement d'une façon très étroite et l'on peut exprimer les divers phénomènes ci-dessus rappelés en termes *pulsatoires* relatifs à la particule électrisée ou *vibratoires* relatifs aux tubes de force qui y aboutissent, sans avoir à postuler l'existence d'aucun quantum de rayonnement ni d'aucune discontinuité pour l'énergie.

MAGNÉTISME. — *Le diamagnétisme des ions halogènes.* Note (¹⁰) de M. G. **Foëx**, transmise par M. P. Weiss.

Le diamagnétisme des atomes neutres est dû surtout aux électrons superficiels (¹¹).

(¹) *Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 1150.
(²) *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1263.
(³) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 68.
(⁴) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1291.
(⁵) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1607
(⁶) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 823.
(⁷) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 865.
(⁸) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1094.
(⁹) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 684 et 1251.
(¹⁰) Séance du 17 février 1930.
(¹¹) G. Foëx, *J. de Phys.*, 6ᵉ série, **10**, 1929, p. 436.

Mettant à profit cette propriété on peut calculer une valeur approchée du diamagnétisme des *ions* halogènes.

L'atome neutre contient 7 électrons de valence; l'ion en possède un huitième qui forme avec les précédents une couche extérieure complète analogue à celle des gaz rares.

Si le rayon des trajectoires existantes n'est pas modifié par l'arrivée du huitième électron et si ce dernier tourne sur une orbite de mêmes dimensions que les précédentes le diamagnétisme de l'ion doit être les $\frac{8}{7}$ de celui de l'atome neutre.

Il est assez remarquable que ces hypothèses simplistes conduisent à de bonnes vérifications numériques.

Les coefficients d'aimantation des ions halogènes, qui dans le tableau ci-dessous servent de termes de comparaison, ont été calculés avec beaucoup de sûreté par P. Weiss ([1]) à partir des mesures très précises de Hocart ([2]).

Les diamagnétismes des atomes neutres qui m'ont servi à calculer ceux des ions ont été mesurés par Pascal ([3]) sur les halogènes libres à l'état liquide ou solide. Les coefficients d'aimantation atomiques χ_a ont été obtenus en multipliant les coefficients spécifiques de Pascal par les masses atomiques. Cela suppose que *le diamagnétisme n'est pas altéré par la liaison homéopolaire entre les atomes contenus dans une molécule* de Cl, Br ou I ou du moins que l'altération qu'elle produit est bien inférieure à celle de l'ionisation.

Cette supposition s'accorde mal avec les théories déjà un peu anciennes de la combinaison, qui, faisant appel à des orbites englobant deux noyaux, auraient conduit à des variations importantes du diamagnétisme par la liaison chimique.

Ion.	$-\chi_{\text{Ion}}.10^6$ (Weiss).	$-\frac{8}{7}\chi_a.10^6$.
Cl^-	23,1±0,6	23,0
Br^-	33,9±1,2	34,9
I^-	49,5±1,7	51,0

Pour les trois ions la différence entre les nombres trouvés par les deux procédés de calcul reste inférieure à la limite d'incertitude fixée

([1]) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 95.
([2]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1151.
([3]) *Ann. Chim. et Phys.*, 8e série, 19, 1910, p. 5.

par P. Weiss. A cette incertitude due au calcul il faut ajouter celle qui résulte des erreurs de mesure dans l'évaluation de χ_a.

Pour Br^- et I^- l'excès des nombres de la troisième colonne sur ceux de la deuxième est peut-être dû à ce que la part des électrons internes dans le diamagnétisme n'est pas tout à fait négligeable.

Les hypothèses qui ont servi de points de départ sont soulignées dans le texte; leur accord avec les faits est assez satisfaisant pour qu'elles méritent d'être prises en considération.

En dehors des halogènes il est exceptionnel que l'on possède, pour un même élément, des données numériques précises sur le diamagnétisme de l'atome et sur celui de l'ion.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la radioactivité de divers métaux provenant de toitures anciennes.* Note de M. **Augustin Boutaric** et Mlle **Madeleine Roy**, présentée par M. C. Matignon.

1. Mlle Maracineanu a signalé antérieurement la radioactivité présentée par des feuilles de plomb anciennes et notamment par celles d'une partie de la toiture de l'Observatoire de Paris [1].

Mlle Maracineanu ayant bien voulu nous confier un échantillon du plomb sur lequel elle a opéré, et ayant réussi nous-mêmes à nous procurer des feuilles de divers métaux provenant de toitures anciennes, nous avons étudié la radioactivité de ces divers métaux.

Nous avons utilisé un électromètre de Szilard de grande sensibilité (dont la chambre d'ionisation comprend un large fond de 15^cm de diamètre), installé à demeure au laboratoire de manière à éviter toute variation dans sa sensibilité. Lorsque l'appareil est muni de son fond d'aluminium, il n'éprouve qu'une décharge très lente (courant de fuite) due à l'ionisation spontanée de l'air et aux imperfections inévitables de l'isolement.

Ayant remplacé le fond d'aluminium par des feuilles de plomb, de zinc ou de cuivre provenant de toitures anciennes et disposées de manière que la face située à l'intérieur de la chambre d'ionisation fût la face externe de la toiture, nous avons constaté, dans tous les cas où nous étions sûrs de la provenance de nos feuilles, une vitesse de décharge nettement plus rapide

(1) Mlle St. Maracineanu, *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 774; **183**, 1926, p. 345; **184**, 1927, p. 1322; **185**, 1927, p. 122; **186**, 1928, p. 746.

qu'avec le fond d'aluminium. Lorsqu'au contraire la feuille de métal était disposée de manière que la face située à l'intérieur de la chambre d'ionisation fût la face interne de la toiture, la vitesse de décharge ne différait pas sensiblement de celle produite par le fond d'aluminium.

Voici la provenance de quelques-unes des lames de métal qui nous ont donné des résultats positifs :

N° 1 : Plomb de l'Observatoire de Paris (transmis par Mlle Maracineanu).
N° 2 : Plomb de l'École normale des jeunes filles de Dijon (50 ans).
N° 3 : Plomb d'un immeuble de Dijon (35 ans).
N° 4 : Plomb du Château de Versailles. Galeries des Batailles (95 ans).
N° 5 : Zinc d'un immeuble de Dijon (20 ans).
N° 6 : Zinc provenant du château de Mme Shillito Dina aux Avenières à l'altitude de 1050^m^ (20 ans).
N° 7 : Cuivre provenant de l'Observatoire Vallot au Mont Blanc (35 ans).

Le tableau suivant donne pour ces diverses lames la vitesse de décharge de l'électromètre évaluée par le nombre de divisions dont se déplace l'aiguille en dix minutes pour le fond d'aluminium; cette vitesse varie suivant l'humidité de la salle entre 0,5 et 0,9.

	Face	
Numéro de l'échantillon.	exposée.	non exposée.
1 (10 avril 1929)	7	1,2
1 (28 janvier 1930)	7	1
2 (11 avril 1929)	3,5	0,8
2 (15 octobre 1929)	4,25	1
3	3	0,7
4	3,25	1,5
5	3,75	0,3
6 (10 octobre 1929)	7	0,8
6 (15 février 1930)	7,2	1
7	2,75	1

2. Trois hypothèses pourraient être invoquées pour interpréter les faits précédents : 1° une désintégration des métaux sous l'influence d'un rayonnement venu du soleil ou de l'espace; 2° la présence d'impuretés radioactives dans le métal; 3° la fixation de produits radioactifs contenus dans l'atmosphère.

Le fait que le zinc et le cuivre longuement exposés à l'air libre peuvent devenir radioactifs aussi bien que le plomb ne nous paraît pas en faveur de la première hypothèse, émise par Mlle Maracineanu. Nous n'avons d'ail-

leurs constaté aucune variation de l'activité des métaux après une exposition de plusieurs heures à l'action des rayons solaires.

L'absence de toute radioactivité appréciable sur la face de la lame non exposée à l'air libre conduit à rejeter l'hypothèse que la radioactivité observée proviendrait d'une impureté radioactive présente dans le métal ; il suffit d'ailleurs de racler légèrement le métal pour lui faire perdre sa radioactivité qui se retrouve alors dans les raclures. La radioactivité constatée sur le zinc du Château des Avenières et sur le cuivre de l'Observatoire Vallot, dans des régions où l'atmosphère est particulièrement pure, ne semble pas pouvoir être attribuée à une contamination par les fumées.

Il nous paraît plus vraisemblable d'admettre que les métaux peuvent fixer par adsorption les émanations radioactives contenues dans l'atmosphère et dans l'eau de pluie. Le fait signalé par Mlle Maracineanu que la pierre voisine de la toiture en plomb de l'Observatoire de Paris n'est pas radioactive ne nous paraît pas en opposition avec cette hypothèse, soit que les émanations radioactives aient diffusé profondément dans la pierre, soit que, fixés à la surface, les dépôts actifs aient été entraînés par la désagrégation lente mais continue de la pierre sous l'influence des eaux pluviales.

Nous poursuivons ces recherches.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la loi de combustion des poudres colloïdales.* Note de MM. **H. Muraour** et **G. Aunis**, présentée par M. G. Urbain.

Les expériences classiques de M. Vieille exécutées il y a une quarantaine d'années ont démontré l'influence considérable de la pression sur la vitesse de combustion des poudres colloïdales. Depuis ce travail fondamental, la loi de combustion a été en général formulée sous la forme $V = KP^n$; n variant de 0,66 à 1 suivant les expérimentateurs.

L'examen des tracés obtenus dans une bombe Krupp nous a conduit à formuler la loi de combustion sous la forme $V = a + bP$, le terme a devenant négligeable à haute pression (*Bull. Soc. chimique*, 4e série, 41, 1927, p. 1451), en particulier avec une poudre du type sans dissolvant (taux d'azote nitrique 12,75 pour 100), les tracés conduisaient à la formule :

$$V \text{ (diminution d'épaisseur des tubes en millimètres par seconde)} = 12{,}0 + 0{,}1070\,P.$$

On voit que pour les faibles pressions le terme a n'est plus négligeable vis-à-vis du terme b ; il lui devient même équivalent pour une pression voisine de 110^kg^ par centimètre carré, ce qui signifie qu'à cette pression la

vivacité de combustion (vitesse de combustion ramenée à la pression 1) est environ le double de celle que l'on calculerait à partir de la vitesse à haute pression et en admettant la simple proportionnalité à la pression. Le début d'une combustion pouvant être perturbé par des causes secondaires, le mode opératoire qui consiste à déduire d'un tracé, obtenu sous forte pression, la loi qui régit la combustion au début de l'inflammation, dans la région où les pressions sont encore faibles, peut prêter à la critique. Aussi dans de nouvelles expériences avons-nous étudié la variation de l'aire de la courbe pression-temps $\left(\int p\,dt\right)$ en fonction de la pression maximum. La formule $V = a + bP$ implique que cette aire doit diminuer considérablement aux faibles densités de chargement, l'absence du terme a impliquerait au contraire la constance de l'aire à toute densité de chargement. Les expériences ont été exécutées dans une bombe de 150^{cm^3} avec une poudre du type sans dissolvant (13 pour 100 d'azote nitrique), on a opéré avec des pistons de surface variable, soit avec des crushers de 13/8 (table piston libre Burlot), soit avec des crushers de 4,90 (la table de tarage de ces derniers crushers a été dressée par comparaison avec les crushers de 13/8). A partir des résultats expérimentaux, on a calculé la constante K_1 en divisant la pression maximum corrigée [1] par le coefficient angulaire de la droite tracée en prenant pour abscisse $\int p\,dt$ et pour ordonnée les pressions (K_1 est égal au $\int p\,dt$ de la poudre, calculée en faisant abstraction des perturbations qui existent à l'origine et à la fin du tracé).

Le graphique nnnexé montre que la vivacité de combustion (inverse de K_1) est *une fonction linéaire de l'inverse de la pression maximum*, cette vivacité croît lorsque la pression décroît et, pour la poudre examinée, elle est, vers 70^{kg} de pression maximum, environ le double de celle qu'on observe sous 2000^{kg}. Pendant la combustion tout se passe donc comme si l'énergie qu'il faut apporter à la poudre pour la décomposer avait une double origine :

1° Énergie apportée par les chocs moléculaires de la masse gazeuse, proportionnelle à la pression;

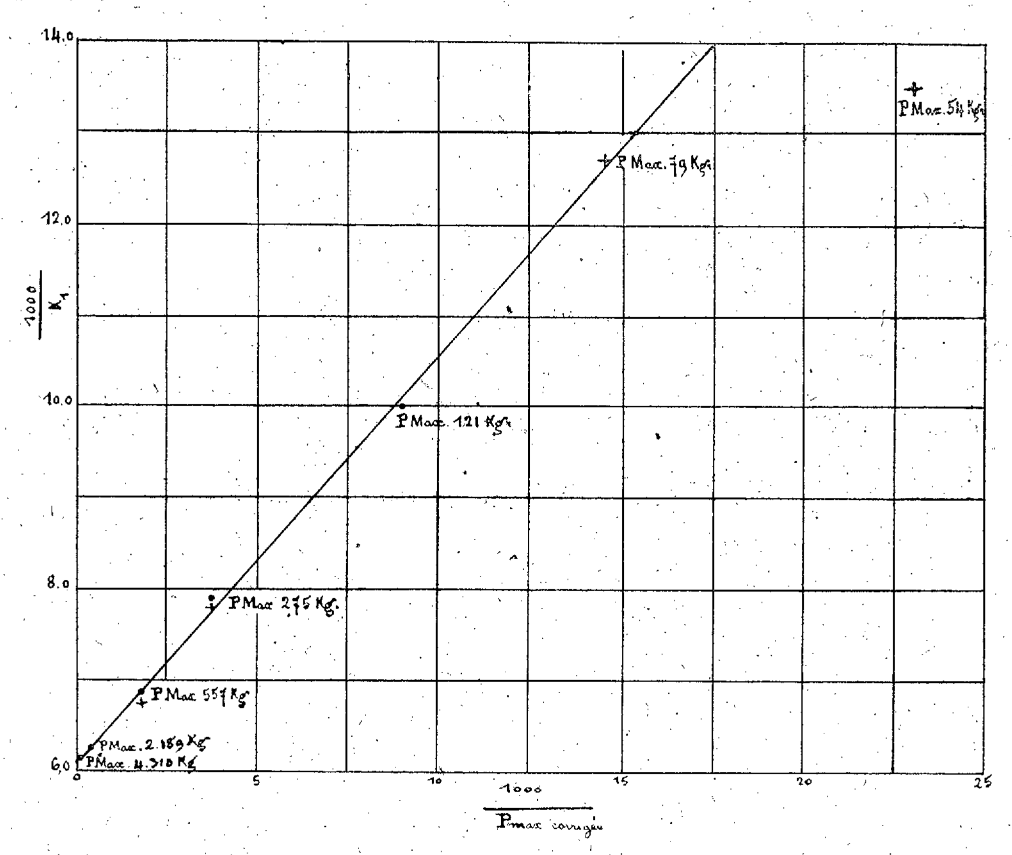
2° Énergie complémentaire, proportionnelle au temps et indépendante de la pression.

On remarquera que le point qui correspond à $P \max = 54^{kg}$ ne se place

---

(1) La pression maximum corrigée est égale à la pression maximum diminuée de la pression de l'amorce.

plus sur la droite, il est probable qu'à cette basse pression la réaction devient très incomplète dans la couche de passage, dont la température règle seule la vitesse de combustion (voir *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 374).



On notera que le fait que le crusher est écrasé plus lentement dans les expériences exécutées à basse pression ne peut expliquer la diminution de $\int p\,dt$ observée, l'écrasement plus lent devrait en effet tendre à relever les pressions, c'est-à-dire à augmenter $\int p\,dt$.

D'autre part nous avons vérifié, en exécutant des expériences avec lames de refroidissement, que l'influence du refroidissement par les parois, particulièrement accentué aux basses pressions, ne pouvait être cause du phénomène observé.

Enfin les pertes de pression par frottement du piston contre la paroi ne paraissent jouer qu'un rôle négligeable, car l'emploi de pistons de diamètre

variable ne modifie pas, pour une même densité de chargement, la valeur de $\int p\, dt$.

M. Domart nous a apporté son aide dans l'exécution de ces expériences.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude des solutions de matières colorantes par la pectographie.* Note de M. **P. Bary**, présentée par M. G. Urbain.

Lorsque les solutions de matières colorantes sont soumises à une évaporation lente, elles laissent sur une lamelle de verre trempant presque verticalement dans le liquide des figures de dessiccation très différentes les unes des autres suivant le choix des colorants et du dissolvant employés, la concentration de la solution et la vitesse d'évaporation. La matière déposée mais encore humectée, subit des modifications qui la transforment d'amorphe en cristallisée, d'autant plus complètement qu'elle est plus longtemps humide.

Les pectographies obtenues dérivent des trois formes suivantes :

A. Dépôt cristallin (solution cristalloïdale).
B. Dépôt par teintes continues (solution de colloïde lyophile).
C. Dépôt par points très petits (solution de colloïde lyophobe).

Plusieurs de ces formes peuvent se montrer à la fois sur la même pectographie, soit par suite de l'hétérogénéité de la solution, soit par transformation du dépôt avant la dessiccation complète.

Le tableau ci-après résume les observations faites sur les solutions aqueuses de diverses concentrations, les solutions alcooliques et acétoniques.

Dans ce tableau, nous avons porté dans les colonnes correspondantes de chaque genre de solutions les lettres A, B ou C de la classification précédente, dans le but d'indiquer la nature du dépôt. On remarquera que, dans la majorité des cas, le dépôt est un mélange de deux formes : cristaux-gelée, ou cristaux-grains. Lorsque les deux formes sont séparées par une flèche →, c'est qu'il a été possible d'observer que la transformation de l'une à l'autre s'est produite pendant la dessiccation du dépôt, dans le sens indiqué par la flèche.

Colorants.		Solutions dans Eau conc. : 0,2 à 0,1 %.	Eau conc. : 0,03 à 0,02 %.	Alcool.	Acétone.
Rouge Congo		C	C	A	–
Bleu de méthylène		A	B + A	A	–
Dérivés du triphénylméthane.	Parafuchsine	C → A	B → A	A + B	B → A
	Fuchsine AB	C + A	B → A	B	B + C
	Violet méthyle 300 XE	B	B	–	–
	Violet cristallisé	B → A	A + B	A + B	B → A
Écarlate d'induline		B → A	A	C → A	C → B → A
Safranines.	Safranine T	A	A	A	C + B
	Violet de méthylène	–	B + A	C → A	B → A
	Safranine MN	B → A	B → A	A	C
Acide picrique		B → A	–	B + A	A

Pour les solutions aqueuses, chaque colorant a été employé sous quatre concentrations : 0,2 ; 0,1 ; 0,05 et 0,025 pour 100. Certains d'entre eux, la fuchsine AB et la parafuchsine, fournissent des dépôts de moins en moins cristallisés avec la dilution et peuvent donner des plages uniformes sans cristallisation aucune (exemple : la parafuchsine). Dans les concentrations intermédiaires, on observe ces mêmes plages plus ou moins étendues et mêlées de cristaux. Dans d'autres cas, comme pour le violet cristallisé, ce sont les solutions concentrées qui donnent les pectographies amorphes et les solutions diluées, les cristallisations les plus abondantes.

Si l'on compare les résultats obtenus entre différents colorants dérivés du triphénylméthane, on constate que la tendance à former un dépôt vitreux, ou une gelée, s'accentue avec l'augmentation du poids moléculaire du colorant et avec la dilution de la solution.

Dans la série de la safranine, on observe également la même tendance vis-à-vis du poids moléculaire, mais un effet inverse en fonction de la dilution.

Étant données les différences observées parfois entre les solutions des matières colorantes dans l'eau et dans l'alcool, il nous a paru utile de faire les mêmes essais sur des solutions alcooliques et acétoniques de certains d'entre eux.

Une centaine de pectographies ont été faites sur les solutions de colorants, et leur discussion détaillée, ainsi que certaines reproductions micrographiques paraîtront dans un autre Recueil.

En résumé, des observations ci-dessus sur les matières colorantes essayées,

on peut conclure que les pectographies sont en accord avec les nombreuses études déjà faites sur ces matières (dialyse, ultramicroscopie, viscosimétrie, etc.) pour montrer les formes diverses que prennent ces matières en solution, suivant leur constitution, leur concentration et le liquide employé comme dissolvant. Elles montrent, en outre, l'existence, pour certains colorants, d'une forme de solution qui n'est pas la solution vraie (moléculaire), ni la dispersion de la matière à l'état de granules, mais celle que donnent les colloïdes lyophiles capables de fournir des gelées. Ces gelées sont assez instables et cristallisent si leur dessiccation n'est pas obtenue assez rapidement.

Ces résultats, ainsi que ceux déjà décrits par nous (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 625; 189, 1929, p. 294), confirment l'existence, pour différentes solutions colloïdales, des deux formes possibles de dispersion correspondant à ce qu'on nomme couramment solution et suspension colloïdales.

MÉCANIQUE CHIMIQUE. — *Nouveau mode de gazéification des huiles lourdes.* Note de M. **Chilowsky**, présentée par M. Jean Perrin.

Les essais de gazéification d'huiles lourdes (cracking) par combustion partielle de ces huiles avec de l'air se sont heurtés jusqu'ici à une production abondante de charbon et de goudron qui en rendaient l'emploi pratiquement impossible, en particulier pour les moteurs à combustion interne.

J'ai reconnu que ces inconvénients sont dus à ce que la succession des réactions commence par une combustion complète beaucoup trop importante, ce qui détermine d'une part une dislocation trop profonde des premières molécules attaquées, et d'autre part ne soumet la plus grande partie de l'huile lourde qu'à une action thermique dont l'énergie est insuffisante.

J'ai donc cherché à modifier la réaction qui se produit dans la chambre de combustion et j'ai réussi à lui donner une allure toute différente dans laquelle la production de charbon a disparu, en même temps que la production de goudron est réduite à un taux insignifiant (inférieur à 1 pour 100).

J'ai obtenu ce résultat par un ensemble de moyens dont les trois principaux ont été : 1° l'insufflation d'un mélange intime de l'huile finement pulvérisée avec l'air; 2° le chauffage préalable de l'air à une température supérieure à la température d'inflammation spontanée de l'huile (les meilleurs résultats ont été obtenus en chauffant l'air de 500 à 700°); 3° un agencement de la chambre de combustion et de l'écoulement des gaz qui maintient les parois à une température élevée (environ 1000°).

Il me semble que les nouvelles réactions mises en œuvre par ces moyens peuvent être représentées schématiquement par les hypothèses suivantes :

1° Une combustion complète de la faible partie de vapeur d'huile dégagée par contact de celle-ci avec de l'air chaud jouant le rôle d'une amorce juste suffisante pour fournir l'énergie nécessaire à une peroxydation intense des gouttelettes d'huile. Cette peroxydation (endothermique) est très favorisée par la présence de l'air chaud;

2° Une destructiou de la phase liquide sous l'action de la peroxydation, par explosion de gouttelettes peroxydées accompagnée d'une première dislocation des molécules d'huile lourde en molécules plus légères;

3° Une oxydation de ces molécules légères, qui a lieu dans un temps de l'ordre de $\frac{5}{100}$ de seconde. Cette oxydation n'est pas une combustion proprement dite, car elle ne comporte ni apparition de flamme visible, ni dégagement même temporaire de particules de charbon. Mais on peut admettre que l'oxygène agit par attaque de chacune des molécules telles qu'elles sortent, semi-brisées, de la phase précédente pour achever leur rupture, contrairement au processus qui consisterait en une combustion complète de certaines molécules dont la chaleur agirait sur les autres molécules pour les briser. Si l'on considère l'huile même à l'état de molécules semi-brisées, avec une proportion d'huile 5 à 6 fois supérieure à celle correspondant à la combustion complète, le nombre d'atomes d'oxygène est bien supérieur au nombre des molécules d'huile. On conçoit, de plus, qu'en cas de cette attaque directe, l'activité de dislocation de l'oxygène peut être beaucoup plus grande que le serait l'attaque thermique par la chaleur dégagée, l'énergie chimique n'étant pas dans le premier cas dispersée sous forme de chaleur dans toute la masse du mélange, mais restant, au contraire, localisée dans les molécules participant directement à la réaction.

Nous avons obtenu avec l'huile végétale la même dislocation des molécules et la transformation complète en gaz. Elle se produit même plus facilement et d'une façon plus complète. La présence d'oxygène dans les molécules d'huile végétale semble faciliter leur dislocation.

Le tableau ci-dessous donne la composition pour 100 des gaz obtenus avec l'huile minérale et l'huile végétale :

	CO.	CH^4.	C^2H^4.	C^2H^2.	H^2.	O^2.	N^2.	CO^2.
Gasoil	13,8	9,1	4,4	-	8,6	0	59,3	4,8
Huile d'arachide . .	17,95	7,3	5,6	-	4,8	0,75	57,8	5,9

Grâce à ce cracking particulier de l'huile lourde, il devient possible

d'utiliser cette huile pour l'alimentation des moteurs, ce qui a été en effet réalisé en collaboration avec M. Huard dans le cas difficile de l'équipement d'un camion.

Dans le tableau ci-dessus on remarquera la proportion élevée en oxyde de carbone et en méthane, connus pour la lenteur de leur combustion et pour leurs températures d'inflammation élevées, ce qui évite les auto-allumages. Cette propriété heureuse m'a permis d'élever le rapport de compression jusqu'à 8 sans aucun inconvénient. Il est probable que ce rapport pourra encore être augmenté.

Le rendement thermique s'est montré élevé : non seulement on récupère la dépense supplémentaire du combustible nécessaire pour obtenir les températures élevées de gazéification ; mais on assure le maintien intégral de la puissance avec une consommation d'huile lourde égale, sinon inférieure à celle de l'essence malgré le pouvoir calorifique supérieur de cette dernière. En outre, l'alimentation du moteur en combustible gazeux a donné une amélioration sensible de marche surtout en bas régime où l'utilisation de combustible liquide est toujours défectueuse.

Il est à noter que ces résultats ont été obtenus avec du gasoil distillant entre 230° et 370°.

L'application de ce nouveau procédé donnerait donc une économie de dépenses voisine de 75 pour 100. L'utilisation d'huiles végétales aux colonies paraît également présenter de l'intérêt. Enfin les deux combustibles : gasoil et huile végétale, sont ininflammables, caractères précieux pour les moteurs d'avion et la navigation.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Configuration des molécules dans l'espace. Absorption dans l'ultraviolet des acides alcoylmaloniques.* Note [1] de Mme **Ramart-Lucas**, et M. **F. Salmon-Legagneur**, présentée par M. G. Urbain.

L'étude de l'absorption d'éthers diarylmaléiques et fumariques dans l'ultraviolet, faite par l'un de nous avec M. Hoch [2], a montré que, contrairement à ce qui semblait admis jusqu'ici, la courbe d'absorption du dérivé trans n'est pas toujours située plus près du visible que celle du dérivé cis.

Nous avons alors pensé que : pour toute molécule possédant deux fonc-

---

[1] Séance du 17 février 1930.

[2] Mme Ramart-Lucas et J. Hoch, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 696.

tions ayant une action mutuelle, la courbe d'absorption ne se déplacera pas toujours dans un même sens à mesure que les deux fonctions s'éloignent sur la chaîne carbonée, mais que ce déplacement devra varier avec la position respective dans l'espace de ces deux fonctions, lesquelles, prenant le rapprochement minimum compatible avec la rigidité des valences, peuvent devenir très voisines alors que le nombre d'atomes de carbone qui les séparent devient plus grand. Ceci est bien en accord avec le fait que certaines réactions intramoléculaires (formation de composés cycliques : lactones lactames, etc.) se font plus facilement que les réactions correspondantes entre molécules voisines.

L'étude de l'absorption de diacides (¹) nous a permis de constater que, dans cette série, l'hypothèse précédemment émise est bien vérifiée.

D'autre part, dans l'acide malonique la rigidité des valences impose des distances fixes pour les trois atomes de carbone; mais ceux-ci peuvent tourner autour de leur axe et de ce fait les distances respectives des atomes ou des groupes d'atomes constituant la molécule varieront et l'acide malonique aurait plusieurs configurations possibles dont les formules planes ci-dessous donnent idée :

```
  O               HO              HO
   \\               \               \
    C—OH             C=O             C=O
   /                /               /
H\                H\              H\
  >C                >C              >C
H/                H/              H/
   \                \               \
    C—OH             C—OH            C=O
   //               //              /
  O                O              HO
```

En remplaçant les atomes d'hydrogène du groupe méthénique *qui ont un caractère acide* par des radicaux alcoylés, on pouvait espérer provoquer de semblables transformations de structure lesquelles pourraient être décelées par l'étude de l'absorption dans l'ultraviolet.

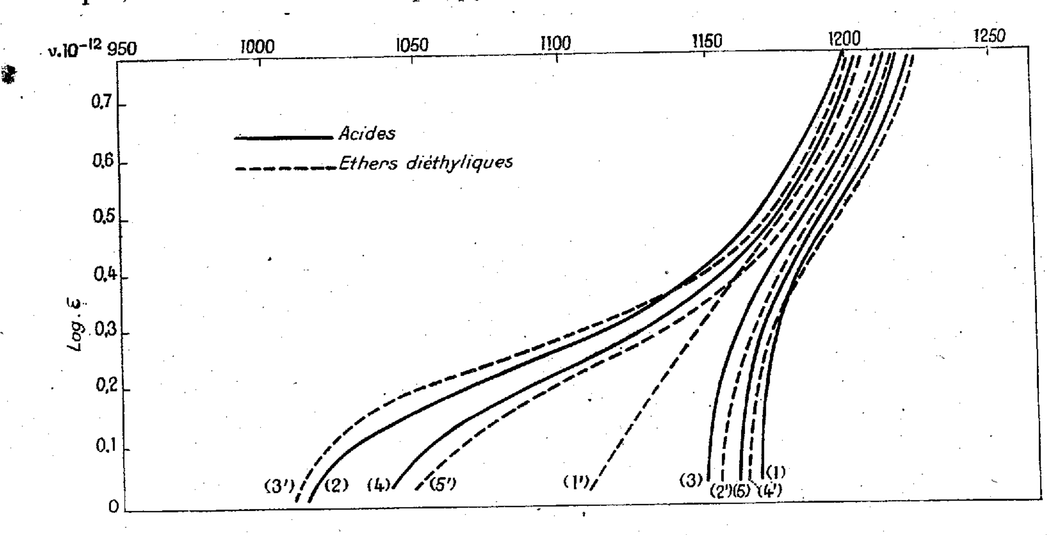
C'est effectivement ce que nous avons constaté : *si dans l'acide malonique on remplace un atome d'*H *du groupe* CH^2 *par un radical alcoylé (méthyle, éthyle, propyle, isobutyle, butyle, heptyle) la courbe d'absorption, pour les faibles coefficients d'absorption, est fortement reculée vers le visible.*

(¹) Mme Ramart-Lucas et F. Salmon-Legagneur, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 915. Nous devons signaler qu'après des mesures effectuées sur des substances purifiées à nouveau les courbes d'absorption des acides glutarique, azélaïque et sébacique doivent être déplacées vers l'ultraviolet.

Si l'on remplace les deux H *par deux radicaux* (ici identiques) *les courbes se déplacent vers l'ultraviolet par rapport aux dérivés monoalcoylés.* On ne peut attribuer ce déplacement au degré de substitution puisqu'il n'a pas lieu dans un même sens quand on passe de l'acide malonique aux dérivés mono puis disubstitués.

Les courbes d'absorption des éthers diéthyliques des acides précédents se déplacent vers le visible quand on passe de l'éther monoalcoylé à l'éther dyalcoylé. C'est donc l'inverse de ce qui se passe avec les acides. Il s'ensuit qu'il existe une différence parfois très grande entre la position de la courbe d'absorption d'un acide et celle de son éther. Or, à notre connaissance, on n'a jamais observé que de petites différences dans la position des courbes d'absorption des monoacides gras et de leurs éthers [1]. On peut dès lors admettre que la structure des diéthers et celle des diacides diffèrent dans la série malonique.

Nous donnons comme exemple les courbes d'absorption de l'acide malonique, des acides mono et dipropylmaloniques, des acides mono et diisobu-



tylmaloniques et celles des éthers diéthyliques correspondants. Toutes ces mesures ont été faites avec des solutions alcooliques (alcool à 95°) à la concentration de N/10.

En résumé, l'étude de l'absorption dans l'ultraviolet des acides de la série

(1) V. Henri, *Études de photochimie*, 1919, p. 94.

malonique conduit à attribuer une structure différente dans l'espace pour les acides monosubstitués et pour les acides disubstitués.

On doit également admettre qme les acides et leurs éthers ont une configuration spatiale différente.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des hydracides sur l'épihydrine-phtalimide.* Note de MM. **M. Weizmann** et **S. Malkowa**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

En vue d'obtenir des glycérides mixtes ou parfaitement éthérifiés nous avions été amenés, en collaboration avec M. Haskelberg, à préparer divers dérivés amino-halogénés de la glycérine en partant de l'allylphtalimide [1]. Cette méthode étant assez pénible nous avons élaboré un procédé de préparations qui utilise comme matière première l'épibromhydrine de la glycérine qui se condense facilement avec la phtalimide potassique en donnant l'épihydrine phtalimide. Petits cristaux blancs (F. = 93°-94°).

Quand nous avons essayé d'ouvrir le cycle oxydique par action des hydracides nous avons constaté qu'il se produisait non point une hydrolyse mais une fixation d'hydracide d'après le schéma suivant :

$$\underbrace{CH^2 - CH^2}_{O} - CH^2 - N\begin{matrix} \diagup CO \\ \diagdown CO \end{matrix}C_6H_4 + HX \rightarrow CH^2X - CHOH - CH^2N\begin{matrix} \diagup CO \\ \diagdown CO \end{matrix}C_6H_4$$

La réaction aboutit toujours au même produit qu'on emploie l'hydracide à l'état gazeux et anhydre ou en solution aqueuse même quand on abaisse la concentration à 1 pour 100 dans le cas des acides bromhydrique et chlorhydrique. La seule différence constatée est que dans le cas des acides gazeux ou concentrés la réaction se déclenche spontanément avec un violent échauffement qu'il est indispensable de modérer, tandis qu'un chauffage prolongé est nécessaire dans le cas des acides dilués.

Nous avons obtenu par cette voie :

1° Chloro-1-oxy-2-propylphtalimide, cristaux blancs : F. = 96°-97° (ligroïne);

2° Bromo-1-oxy-2-propylphtalimide, cristaux blancs : F. = 112° (ligroïne);

---

(1) Weizmann, Haskelberg et Malkowa, *Zeitschrift für physiologische Chemie*, 184, 1929, p. 241.

3° Iodo-1-oxy-2-propylphtalimide, cristaux jaunes clairs : F. = 124° (alcool) [1].

La saponification des chloro et bromo-glycérine-phtalimide s'effectue facilement par chauffage avec l'hydracide correspondant, filtration de l'acide phtalique, concentration et recristallisation. Nous avons ainsi préparé :

1° Bromhydrate de l'amino-3-oxyl-2-bromo-1-propane. Cristaux prismatiques (F. = 113-113°,5).

2° Chlorhydrate du chloro-1-oxyl-2-amino-3-propane. Cristaux prismatiques (F. = 101-102°).

Dans le cas de l'iodo-1-oxy-2-propylphtalimide l'ébullition avec les acides bromhydrique ou chlorhydrique produit une décomposition et l'iode sublime.

Pour fixer avec certitude les positions respectives des divers substituants nous avons traité les amino-halogéno-glycérines par la benzaldéhyde en présence de carbonate de soude et d'un peu d'eau. Nous avons ainsi obtenu les phenyl-2-chloro-méthyl 5-oxazolidine et phényl-2-bromo-méthyl-5-oxazolidine, qui sont identiques aux substances décrites pour Bergmann, Radt et Brandt [2], ce qui démontre que l'halogène a été introduit en position 1 lors de l'ouverture du cycle oxyde d'éthylène.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation de quelques arylcétones α trisubstituées.* Note de Mme **Bruzau**, présentée par M. M. Delépine.

Au cours des recherches que nous poursuivons sur les transpositions moléculaires qui accompagnent la déshydratation des alcools secondaires de formule générale

$$C^6H^5-\overset{\displaystyle CH^3}{\underset{\displaystyle CH^3}{C}}-\underset{\displaystyle OH}{CH}-Ar,$$

(1) Ce corps a été déjà préparé par Gabriel et Ohle, *Ber. d. Chem. Ges.*, 50, 1917, p. 820.

(2) *Ber. D. ch. Ges.*, 54, 1921, p. 1645.

nous avons été conduit à préparer les cétones

$$C^6H^5-\overset{\displaystyle CH^3}{\underset{\displaystyle CH^3}{C}}-CO-Ar$$

$$(Ar = C^6H^5, \quad C^6H^4.CH^3, \quad C^6H^4.OCH^3)$$

qui, par réduction, donnent les alcools cherchés.

Or Mme Ramart-Lucas et M. F. Salmon-Legagneur (1) ont montré qu'en faisant réagir un bromure d'arylmagnésium sur des nitriles trisubstitués on obtenait des cétones trisubstituées. Il se forme intermédiairement la cétimine dont les auteurs ont pu, dans la plupart des cas, isoler un sel; celui-ci, hydrolysé, fournit la cétone. Le rendement par rapport au nitrile est d'autant plus élevé que le poids moléculaire du nitrile est plus faible. On observe les transformations suivantes :

$$\begin{matrix}Ar\\R'\\R\end{matrix}\!\!>\!C-CN+Ar'MgX \rightarrow \begin{matrix}Ar\\R\\R'\end{matrix}\!\!>\!C-\underset{\underset{\displaystyle NH}{\|}}{C}-Ar' \rightarrow \begin{matrix}Ar\\R\\R'\end{matrix}\!\!>\!C-CO-Ar'$$

RR' étant des radicaux alcoylés, Ar Ar' des radicaux arylés.

Pour préparer les cétones dont nous avions besoin nous avons donc fait réagir sur le diméthylphénylacétonitrile les bromures de phényl, de *p*-tolyl et de *p*-anisylmagnésium. En milieu toluénique, le rendement en cétone par rapport au nitrile qui n'est que de 27 pour 100 avec le bromure de phénylmagnésium atteint 50 pour 100 avec le bromure de *p*-tolylmagnésium et 57 pour 100 avec celui de *p*-anisylmagnésium. En milieu xylénique les trois rendements ont à peu près la même valeur variant de 60 à 70 pour 100. Le nitrile doit être très pur : la présence de petites quantités de dérivé monométhylé empêche la cétone de cristalliser et le rendement avec le bromure de phénylmagnésium en milieu toluénique tombe de 27 pour 100 à 8 pour 100.

Le mode opératoire est celui qu'ont indiqué les auteurs précités.

Les bromhydrates de cétimine sont assez stables; toutefois, même à froid, ils s'hydrolysent peu à peu au contact des solutions acides. Traités par une solution hydro-alcoolique de chlorhydrate d'hydroxylamine et d'acétate de

(1) Mme Ramart-Lucas et F. Salmon-Legagneur, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 43, 1928, p. 321. — Mme Ramart-Lucas et Anagnastopoulos, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 43, 1928, p. 1345.

sodium, ils donnent immédiatement l'oxime de la cétone. Si on les chauffe quelques heures avec une solution hydro-alcoolique de chlorhydrate de semi-carbazide et d'acétate de sodium on forme la semi-carbazone.

Nous avons obtenu les produits suivants qui, à notre connaissance, n'avaient jamais été préparés :

Diphényl-1.2-méthyl-2-propanone-1 [1] :

$$C^6H^5-\underset{CH^3}{\overset{CH^3}{\overset{|}{\underset{|}{C}}}}-CO-C^6H^5 \qquad (\text{P. F.} = 46^\circ\text{-}47^\circ).$$

Le bromhydrate de cétimine correspondant fond à 240°-241°.

Diphényl-1.2-méthyl-2-propanone-1-oxime (P. F. = 192°-193°); on peut obtenir cette oxime directement à partir de la cétone, mais la réaction est plus lente que lorsqu'on utilise le bromhydrate de cétimine.

Diphényl-1.2-méthyl-2-propanone-1-semi-carbazone (P. F. = 177°-178°), se prépare à l'aide du bromhydrate de cétimine ou directement à partir de la cétone; dans ce cas, il faut chauffer plus longtemps et les rendements sont moins bons.

P-tolyl-1-phényl-2-méthyl-2-propanone-1 :

$$C^6H^5-\underset{CH^3}{\overset{CH^3}{C}}-CO-C^6H^4-CH^3 \qquad (\text{P. F.} = 60^\circ\text{-}61^\circ).$$

Le bromhydrate de cétimine correspondant fond à 246°-247°.

P-tolyl-1-phényl-2-méthyl-2-propanone-1-oxime (P. F. = 205°-206°), s'obtient comme l'oxime précédente.

P-totyl-1-phényl-2-méthyl-2-propanone-1-semi-carbazone (P. F. = 223°-224°), se prépare de la même façon que son homologue inférieur.

P-anisyl-1-phényl-2-méthyl-2-propanone-1 :

$$C^6H^5-\underset{CH^3}{\overset{CH^3}{C}}-CO-C^6H^4-O-CH^3 \qquad (\text{P. F.} = 100^\circ\text{-}101^\circ).$$

Le bromhydrate de cétimine correspondant fond à 205°-206°.

P-anisyl-1-phényl-2-méthyl-2-propanone-1-oxime (P. F. = 193°-194°), s'obtient à

(1) Cette cétone s'obtient aussi en sodant la méthyldésoxybenzoïne par NH^2Na et en traitant le dérivé sodé par l'iodure de méthyle.

partir du bromhydrate de cétimine, mais ne peut être préparé directement à l'aide de la cétone.

P-anisyl-1-phényl-2-méthyl-2-propanone-1-semi-carbazone (P. F. = 210°-211°), se prépare à partir du bromhydrate de cétimine, mais ne peut être obtenu avec la cétone.

En condensant le chlorure de benzylmagnésium sur le diphénylbenzylacétonitrile et sur le triphénylacétonitrile, Mme Ramart-Lucas et M. F. Salmon-Legagneur [1] n'ont pas préparé les cétones attendues : le nitrile se scinde ; il se forme un carbure dérivant du nitrile, un cyanure métallique et du dibenzyle « en quantité telle qu'on ne peut le considérer comme un produit secondaire ». Nous avons observé les mêmes phénomènes dans l'action du chlorure de benzylmagnésium sur le diphényléthylacétonitrile.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le spectre d'absorption ultraviolet de la chélidonine.* Note [2] de M. V. **Brustier**, présentée par M. Paul Sabatier.

La chélidonine, alcaloïde de la chélidoine (*Chelidonium majus*, Papavéracées), répond à la formule $C^{20}H^{19}NO^2OH^2 = 371$.

Gadamer et ses élèves l'ont d'abord considérée comme possédant un noyau isoquinoléique (I), puis ils ont été conduits à la supposer constituée par un noyau heptacyclique, dont ferait partie l'atome de N, accolé à un noyau phénanthrénique (II) [3] :

(I). (II).

Il nous a paru intéressant de rechercher quelle conception l'examen du spectre d'absorption ultraviolet permettrait d'adopter.

---

(1) *Loc. cit.*

(2) Séance du 17 février 1930.

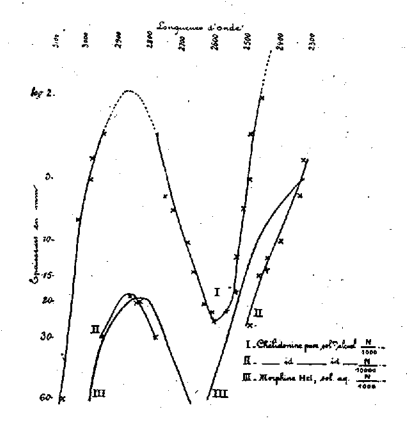
(3) Gadamer, Diéterlé et Winterfeld, *Arc. Pharm.*, **262**, 1924, p. 250, 452, 488; *Bull. Soc. Chim.*, 36, 1924, p. 2068.

Nous avons utilisé des solutions : dans l'alcool absolu $\frac{N}{1000}$ et $\frac{N}{10000}$, une solution $\frac{N}{1000}$ dans l'hexane purifié de chélidonine pure (Merck; F. 134°-135°) et une solution aqueuse $\frac{N}{1000}$ de son chlorhydrate.

La technique et la représentation graphique adoptées sont celles employées au cours de précédentes recherches [1]; en outre, pour vérifications, nous avons, sans rien changer par ailleurs, pris comme source lumineuse la lampe à hydrogène de Chalonge et Lambrey [2].

Chacune des solutions donne des spectres semblables.

Caractéristique du spectre : une seule bande large allant à sa base de 3059,2 à 2666,7 Å, dans sa partie moyenne de 3047,7 à 2631,1; son sommet (maximum de l'absorption) est à 2280,9; le point de rebroussement à 2599,5-2598,5. L'ultraviolet extrême est complètement absorbé à partir de 2327,5; pour l'ultraviolet lointain, l'absorption commence là et augmente progressivement jusqu'à 2586 Å.



Ce spectre ne rappelle en rien celui de l'isoquinoléine présentant 10 bandes et semble de plus pouvoir être rapproché de ceux de l'hydrastinine, de la narcotine et de l'hydrocotarnine; or, ces alcaloïdes possèdent un noyau isoquinoléique, mais donnent des spectres n'ayant aucune ressemblance avec celui de l'isoquinoléine (P. Steiner) [3]. Retenons donc,

---

(1) V. Brustier, *Bull. Soc. chim.*, 39, 1926, p. 1527; *Thèse Doct. Méd.*, Toulouse, 1926.

(2) Chalonge et Lambrey, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1057.

(3) P. Steiner, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 6, 1924, p. 253.

de cette analogie apparente, que le spectre de la chélidonine est très éloigné de celui de l'isoquinoléine. Par contre, un examen plus attentif permet de constater sa ressemblance frappante avec ceux de la morphine et de la dionine, que nous avions étudiés; plus précisément, il se rapproche de celui de la thébaïne, déterminé par P. Steiner : la bande d'absorption de la chélidonine est, en effet, plus large que celle de la morphine, l'intensité de l'absorption plus forte (10 fois plus environ) et il en est de même pour la thébaïne comparée à la morphine.

Les spectres des alcaloïdes du groupe de la morphine sont une simplification progressive de celui du phénanthrène, celui-ci perdant successivement ses doubles liaisons quand on passe aux alcaloïdes qui en dérivent [V. Henri et Gompel (1); P. Steiner].

La chélidonine a, comme l'apomorphine, une double liaison de moins que le phénanthrène; son spectre devrait donc se rapprocher de celui de l'apomorphine; mais sa constitution, plus complexe, est plutôt comparable à celles de la thébaïne et de la morphine : rien d'étonnant que son spectre se place, pour ainsi dire, entre ceux de ces derniers alcaloïdes.

En résumé, l'analogie entre l'absorption ultraviolette, produite par la chélidonine et les alcaloïdes du groupe de la morphine, nous autorise à l'interprétation suivante : la chélidonine est un dérivé du phénanthrène et non de l'isoquinoléine, conformément à la deuxième opinion de Gadamer.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la fixation de l'ozone par les composés non saturés.* Note (2) de MM. **Georges Brus** et **G. Peyresblanques**, présentée par M. Paul Sabatier.

Ainsi que nous l'avons signalé (3), on peut suivre la *vitesse de fixation* de O^3 sur un composé non saturé, en traçant sa *courbe d'ozonisation*.

L'oxygène ozonisé vient barboter dans la solution du corps à ozoniser; puis, les gaz sont recueillis dans une solution de KI. Tous les 5l d'oxygène, on dose O^3 *non absorbé* pendant le passage du demi-litre suivant. On porte en abscisses les volumes d'oxygène envoyés dans l'appareil; en ordonnées, les quantités de O^3 non absorbé.

La vitesse du courant gazeux, la pression dans l'appareil, le voltage, la température

(1) V. Henri et Gompel, *Comptes rendus*, 157, 1913, p. 1422.

(2) Séance du 17 février 1930.

(3) Georges Brus et G. Peyresblanques, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 984.

des ozoneurs sont maintenus constants. La teneur pour 100 en O^3 de l'oxygène ozonisé est ainsi constante; dans nos expériences, elle a été de 5 à 9 pour 100.

L'établissement des courbes d'ozonisation nous a permis de faire diverses remarques dont l'exposé constitue le but de la présente Note ([1]).

Dans le cas des doubles liaisons non benzéniques, les courbes dont l'allure est représentée par les figures 1 et 2 présentent deux parties : l'*absorption de O^3 est d'abord intégrale* (OA); puis, la proportion de O^3 non absorbé croît *très brusquement* (AB) et augmente ensuite à peu près linéairement (BC) pour se rapprocher de la teneur en O^3 de l'oxygène effluvé.

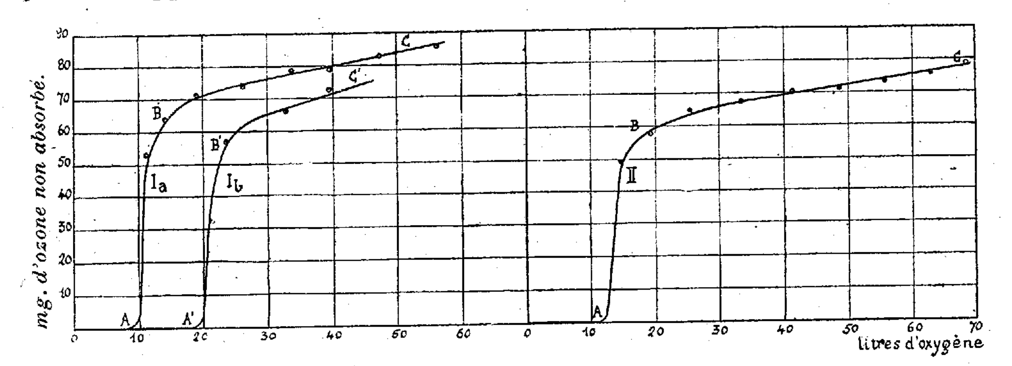


Fig. 1. — I_a, pinène; I_b, limonène.

Fig. 2. — Acide oléique.

a. La *première partie* (OA) correspond à la formation de l'*ozonide normal* par fixation d'une molécule de O^3 par double liaison (triméthyléthylène, cyclohexène, pinènes α et β, camphène, acide oléique, méthylhepténones).

La longueur du palier OA permet de compter le *nombre de doubles liaisons* dans une molécule (limonène-cyclohexadiène).

b. La *deuxième partie* (BC) montre une disparition de O^3, de moins en moins considérable à mesure que la durée de l'ozonisation augmente.

α. Dans le cas des *corps ayant un groupe carbonyle*, son interprétation est immédiate : elle correspond à la formation du *peroxyde d'ozonide, par fixation de* O *sur le groupe* CO, formation *postérieure* à celle de l'ozonide normal. L'acide oléique et la méthylhepténone nous ont ainsi conduits à des perozonides en O^4.

$$\mathrm{R-CH=CH\ldots CO-R'} \rightarrow \begin{array}{l}\mathrm{R-CH-CH\ldots CO-R'}\\ \quad\;\;\mathrm{|}\quad\;\;\mathrm{|}\\ \quad\;\;\mathrm{O}\quad\mathrm{O}\\ \quad\quad\diagdown\mathrm{O}\diagup\end{array} \rightarrow \begin{array}{l}\mathrm{R-CH-CH\ldots CO-R'}\\ \quad\;\;\mathrm{|}\quad\;\;\mathrm{|}\qquad\;\;\mathrm{||}\\ \quad\;\;\mathrm{O}\quad\mathrm{O}\qquad\mathrm{O}\\ \quad\quad\diagdown\mathrm{O}\diagup\end{array}$$

([1]) Le cadre de cette Note ne permet pas de donner des précisions sur les résultats expérimentaux.

β. Dans le cas des *carbures*, l'allure de la deuxième partie des courbes est la même; en C, on a un mélange d'ozonides en O^3 et en O^4; il y a formation d'un *perozonide*, *postérieure* à celle de l'ozonide normal, probablement par fixation de O sur un atome d'oxygène du groupe ozonide

$$>C=C< \;\rightarrow\; \begin{array}{c} >C-C< \\ | \quad\; | \\ O \quad O \\ \diagdown \diagup \\ O \end{array} \;\rightarrow\; \begin{array}{c} >C-C< \\ | \quad\; | \\ O \quad O \\ \diagdown \diagup \\ O \\ \| \\ O \end{array}$$

Harries ([1]) n'avait obtenu ces perozonides en O^4, à partir des carbures, qu'avec de l'O^2 ozonisé à 12-14 pour 100 de O^3, il pensait que leur formation était *simultanée* à celle des ozonides en O^3, l'attribuait à la présence d'*oxozone* O^4 dans l'O^2 ozonisé à forte teneur en O^3 et les nommait *oxozonides*.

La formation de perozonides avec des teneurs en O^3 de 5 à 9 pour 100, et *postérieurement* à celle des ozonides normaux nous fait mettre en doute l'hypothèse d'Harries sur l'existence de l'oxozone O^4, hypothèse contestée d'ailleurs par Kailan ([2]) et Riesenfeld et Schwab ([3]).

Conclusion. — Le résultats ci-dessus montrent l'intérêt des courbes d'ozonisation qui doivent contribuer à élucider complètement le mode de formation des perozonides en O^4, O^5 (ac. oléique) ([4]) et de leurs polymères.

CRISTALLOGRAPHIE. — *De l'influence possible du milieu ambiant sur la symétrie des formes de quelques minéraux naturels.* Note de M. **L. Royer**, présentée par M. Pierre Termier.

Des essais décrits précédemment ([5]) ont montré que, dans certaines conditions, on peut faire apparaître, au cours d'une corrosion, des formes hémièdres holoaxes sur des cristaux holoèdres et des formes tétartoèdres sur des cristaux parahémièdres ou antihémièdres. Il suffit pour cela d'aban-

---

(1) Harries, *D. ch. Ges.*, **45**, 1912, p. 936.
(2) Kaïlan, *Z. El. Ch.*, **17**, 1911, p. 966.
(3) Riesenfeld et Schwab, *D. ch. Ges.*, **55**, 1922, p. 2088.
(4) Harries et Franck, *Ann. der Chemie*, **374**, 1910, p. 356.
(5) L. Royer, *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1176-1178 et 1303-1305; **189**, 1929, p. 932-933.

donner le cristal à l'action dissolvante d'un milieu convenablement choisi.

On pouvait se demander si des phénomènes analogues à ceux ainsi observés au laboratoire étaient susceptibles de se produire aussi dans la nature. C'est cette question que j'ai tenté d'élucider.

Les expériences entreprises à ce sujet seront exposées ailleurs et je n'en donnerai ici qu'un résumé en insistant sur les données nouvelles qu'elles apportent dans l'interprétation de certains faits en apparence contradictoires et dont les causes étaient restées inconnues jusqu'ici.

1. On a longtemps discuté sur la symétrie vraie du soufre orthorhombique que l'on trouve dans la nature.

Certains auteurs le classent dans l'hémiédrie holoaxe terbinaire en se basant sur le développement sphénoédrique des cristaux de quelques gisements, surtout de Sicile, et sur des figures de corrosion naturelle dissymétriques relevées sur les faces de $b^{\frac{1}{2}}$ (111).

D'autres lui attribuent une symétrie terbinaire holoèdre et invoquent à l'appui de leur manière de voir le faciès pyramidal d'un grand nombre de cristaux, l'absence totale de pouvoir rotatoire, le manque de piézoélectricité et la symétrie des figures de corrosion artificielle obtenues avec le sulfure de carbone.

Or, en attaquant une portion d'une face $b^{\frac{1}{2}}$ (111) de soufre avec des hydrocarbures naturels (pétrole brut de Gabian dans l'Hérault), j'ai obtenu des figures dissymétriques et hémiédres holoaxes tandis que, sur une autre portion de la même face, le sulfure de carbone donnait naissance à des figures symétriques et holoèdres.

La conclusion qui s'impose est que certains hydrocarbures naturels constituent un milieu actif tel qu'il peut imposer des formes hémiédres holoaxes à un cristal holoèdre qui décroît dans sa masse. Ces conditions se trouvent confirmées d'une manière encore plus frappante, si possible, dans l'exemple cité plus bas.

Somme toute, tous les faits observés, aussi bien ceux connus depuis fort longtemps que ceux mis en évidence dans cette Note, s'expliquent complètement en attribuant au soufre une symétrie terbinaire holoèdre. Les caractères hémiédres holoaxes qui se manifestent dans les formes extérieures des cristaux de certains gisements sont dus à l'influence du milieu actif auquel ils se sont trouvés exposés et non à une dissymétrie du cristal lui-même. Il est fort probable que ce milieu dissymétrique était constitué par des hydrocarbures dont les derniers témoins se retrouvent de nos jours

sous forme des matières bitumineuses qui accompagnent par endroits le soufre.

2. Les résultats sont analogues quand on soumet un clivage de calcite à l'action du pétrole brut. Les faces $p(100)$ se recouvrent de figures de corrosion dissymétriques par rapport aux traces des plans de symétrie. Tout se passe comme si la calcite était hémièdre holoaxe.

Ces expériences sur la calcite apportent l'explication d'une observation faite par J. de Lapparent ([1]), à savoir : l'existence d'hémiscalénoèdres droits et gauches sur des rhomboèdres de calcite partiellement attaqués par un hydrocarbure.

Si jusqu'ici rien ne permettait de saisir la raison d'être de « la mériédrie mise ainsi en évidence par une corrosion singulière », les essais décrits ci-dessus montrent de suite à quoi sont dues ces formes mériédres. L'hydrocarbure en tant que milieu actif produit sur la calcite une corrosion dissymétrique qui se manifeste par la présence de formes hémièdres holoaxes.

3. Enfin j'ai pu mettre en évidence que les eaux brunes des tourbières, qui sont riches en matières humiques, constituent également un milieu actif sous l'influence duquel le cristal peut se limiter par des formes moins symétriques que celles qui correspondraient à sa symétrie réelle.

Il semble donc hors de doute que les minéraux cristallisés peuvent dans certaines conditions subir de la part du milieu ambiant une influence qui se traduit par une réduction de la symétrie de leurs formes extérieures. Les lois qui régissent cette réduction sont les mêmes que celles déduites des essais faits au laboratoire et décrits précédemment ([2]).

On savait déjà que le cristal pouvait être moins symétrique que ne l'indiquaient ses formes extérieures; il est certain maintenant que dans deux cas, et dans deux seulement, il peut être plus symétrique que ses formes extérieures : dans les cas où celles-ci sont hémièdres holoaxes ou tétartoèdres.

La présence de formes hémièdres holoaxes ou tétartoèdres ne suffit pas pour pouvoir classer le cristal dans l'une de ces deux mériédries; il est indispensable pour cela de faire appel à d'autres propriétés, telles que le pouvoir rotatoire, la piézoélectricité, la pyroélectricité.

([1]) J. de Lapparent, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1858.

([2]) *Loc. cit.*

GÉOLOGIE. — *Sur l'extension et les faciès du Crétacé inférieur et moyen dans l'Atlas littoral du Nord de la province d'Alger.* Note de M. **Louis Glangeaud**.

On distingue dans l'Atlas littoral deux zones très différentes aux points de vue stratigraphique et tectonique. Je les ai appelées (¹) zone I et zone II.

La zone I ou zone des massifs anciens englobe la Kabylie du Djurjura et ses prolongements vers l'Ouest : lambeaux de primaire de la feuille de l'Arba, massif d'Alger, Chénoua et Lias du Cap Ténés. Dans cette zone les terrains du Crétacé inférieur n'ont jamais existé, ou ont disparu. Les premiers niveaux crétacés qu'on y observe appartiennent à l'Aptien supérieur et à l'Albien sous la forme d'un Flysch schisto-gréseux (¹). Celui-ci est directement recouvert par l'Éocène moyen et supérieur, sauf en un seul point (Chénoua), où l'on a découvert un minuscule lambeau de calcaire à *Echinocorys ovatus*. Ainsi la zone I est caractérisée par une série stratigraphique présentant d'importantes lacunes et des couches à faciès néritiques.

Au contraire la zone II offre des séries sédimentaires d'une épaisseur importante et des couches à faciès de mer profonde. Cette zone, que j'ai appelée zone II ou du géosynclinal de Blida, présente, au point de vue stratigraphique, quelques problèmes qui jusqu'à présent n'avaient pas été élucidés. J'ai donné dans ma précédente Note une solution pour celui posé par l'âge des calcaires dits Cénomanien ; un autre se pose encore : celui de la position stratigraphique des schistes de la Chiffa.

A la base des couches du Crétacé de cette zone apparaissent, dans l'Atlas de Blida et dans l'Atlas du Bou-Maad, plus de 1000^{m} de schistes et de calcaires présentant un aspect ancien. Ils ont été appelés Schistes de la Chiffa. Ficheur avait attribué au primaire ces schistes de la Chiffa. Depuis, plusieurs géologues (MM. Arambourg, Aymé, Ehrmann, Savornin) recueillirent, au cours d'excursions, des débris de petites Ammonites déroulées à la partie supérieure de cet ensemble à aspect primaire.

J'ai découvert à la source d'Aïne Marmoucha, en compagnie de M. Aymé, des Bélemnites et des débris d'*Aptychus*, dans ce massif appelé primaire. J'ai rencontré au Kef Chréa, dans une couche marneuse jaune, des Ammo-

---

(¹) L. Glangeaud, *Observations sur la stratigraphie et la tectonique de l'Atlas Tellien littoral* (*Bull. Soc. géol. Fr.*, 4e série, 26, 1926, p. 47 à 60).

nites non déroulées et malheureusement en mauvais état de conservation et, dans la même région, des plaquettes à *Leptoceras*. Dans le prolongement des schistes de la Chiffa, il existe, dans la feuille de Marceau, une autre amygdale de terrain à aspect ancien qui forme une partie des crêtes et des flancs nord et sud du Bou-Maad.

Ce massif du Bou-Maad, comparable à celui de l'Atlas de Blida, n'avait jusqu'à présent fait l'objet d'aucune étude précise. J'y ai trouvé en grande abondance des Ammonites déroulées comprenant plusieurs espèces de *Leptoceras*, dont l'un assez commun est le *Leptoceras* aff. *subtile* Uhlig, ainsi que M. Sayn a bien voulu me le confirmer. Ces *Leptoceras* ont toujours été rencontrés en Algérie dans le Barrémien inférieur et, dans les autres régions, n'ont pas été observés au-dessus du Barrémien.

Au-dessous de ces couches à *Leptoceras* apparaissent des schistes durs, siliceux, épais de plus de 1000^{m}, dans lesquels j'ai découvert des Ammonites, généralement en mauvais état de conservation, mais dont l'une peut être rapportée à *Neocomites* aff. *platycostata* Sayn, du Valanginien moyen et supérieur (détermination de M. Sayn).

Il est donc très probable que, dans l'Atlas de Blida comme dans l'Atlas du Bou-Maad, on a une épaisse série compréhensive comprenant tout ou partie des niveaux du Néocomien et du Barrémien et peut-être une partie du Jurassique. Ces couches de l'Atlas du Bou-Maad ont aussi, mais avec moins d'intensité que dans l'Atlas de Blida, subi un début de métamorphisme.

La limite supérieure des schistes barrémiens du Bou-Maad et de l'Atlas de Blida est marquée par des couches un peu moins profondes d'âge aptien inférieur. Celles-ci sont érodées par les couches néritiques et transgressives de l'Aptien supérieur qui sont surmontées par de l'Albien schisto-gréseux à faciès de mer profonde. Des dépôts à faciès de mer moins profonde réapparaissent au Vraconnien avec le niveau à *Mortoniceras inflatum* Sow. On y rencontre des Rudistes isolés et des Échinodermes. Ces couches sont recouvertes par la série des marnes et calcaires du Cénomanien.

Si l'on envisage maintenant l'ensemble de la région littorale, on observe que la zone I se surélève et reste probablement émergée pendant le Néocomien, le Barrémien et l'Aptien inférieur, tandis que la zone II s'affaisse pendant le même temps. A l'Aptien supérieur la mer diminue de profondeur dans la zone II et s'étend en transgression sur la zone I où elle dépose des couches à *Orbitolina lenticularis* de la base du Flysch. Après l'Albien la zone I est de nouveau exondée, la mer se localise dans la zone II pendant le Vraconnien et le Cénomanien.

SÉISMOLOGIE. — *Séismes et coups de toit.*
Note de M. **René Baillaud**, présentée par M. Ch. Fabry.

Le séismographe de l'Observatoire de Marseille a été entièrement remis en état en 1928. Il a enregistré depuis lors un nombre important de secousses séismiques, parmi lesquelles on doit mentionner d'assez nombreux *coups de toit* provenant des régions minières avoisinantes.

M. Louis Fabry avait déjà signalé autrefois à l'Académie (1) une série d'enregistrements analogues. Il les attribuait au creusement, dans certaines localités voisines de Marseille, en particulier entre Gréasque et Cadolive, de galeries destinées à l'extraction du charbon; la détente subite des terrains ainsi rendus instables engendre alors, selon lui, des secousses qui constituent de véritables petits tremblements de terre artificiels. Les diagrammes révélaient des vibrations dont la période atteignait à peine une seconde, et dont l'amplitude ($0^{mm},7$ pour chaque composante) correspondait à un déplacement du sol de l'ordre de $0^{mm},1$.

Le séismographe de Marseille a mis en évidence, le 14 avril 1929, une secousse tout à fait comparable à celles décrites par M. L. Fabry. Le lendemain, les journaux locaux annonçaient un éboulement important dans les mines de Gardanne, ayant causé la mort de plusieurs ouvriers. Le Service des Mines faisait savoir peu après qu'il s'agissait d'un coup de toit, tel qu'il s'en produit fréquemment dans cette localité, mais d'une gravité exceptionnelle.

Depuis lors six autres secousses ont été enregistrées dans des conditions analogues par notre séismographe.

On sait que les coups de toit sont dus à des couches de houille qui se détachent brusquement, sans cause apparente, mais non sans produire parfois des effets désastreux tels que l'éboulement du 14 avril dernier. Bien que les statistiques des accidents mortels causés par les coups de toit indiquent une proportion peu élevée on conçoit l'effet moral considérable que chacun d'eux produit chez le personnel ouvrier. Le Service des Mines étudie d'ailleurs activement les problèmes que posent ces phénomènes et recherche en même temps les mesures à prendre pour s'en défendre.

Leur origine première ne saurait être discutée ici; mais que l'éboulement

(1) *Comptes rendus*, 152, 1911, p. 296.

constaté soit directement provoqué, comme le pense M. L. Fabry, par le creusement des galeries, ou qu'il soit simplement dû à un faible mouvement séismique naturel, on conçoit sans peine qu'il puisse y avoir bien des intermédiaires entre le vaste mouvement de terrains qu'est un tremblement de terre et le simple effondrement local appelé coup de toit. En fait, les enregistrements apparaissent fort différents dans les deux cas; série d'ondulations d'amplitude souvent importante se succédant pendant un temps assez long, pour les tremblements de terre; vibrations très rapides d'amplitude généralement petite, ne s'étendant que sur une faible fraction de minute pour les coups de toit. C'est ce qu'avait déjà noté M. L. Fabry en 1911, et ce que nous avons maintes fois vérifié en 1929. Or cette différence de caractère des séismogrammes paraît toute naturelle si l'on songe que les tremblements de terre peuvent être assimilés à des successions de chocs plus ou moins éloignés séparés par des intervalles de repos, alors qu'un coup de toit se ramène à un choc unique, localisé à une distance relativement faible de l'enregistreur.

Le 5 juillet 1929, à $11^h 49^m$, une inscription analogue, mais assez longue (une minute environ), nous conduisit à signaler au Service des Mines l'existence probable d'un très violent coup de toit. Aucun phénomène de ce genre n'avait cependant été constaté. Mais nous apprîmes bientôt qu'une explosion se produisait précisément à la même heure, dans une mine à l'Estaque et qu'on employait là des charges très puissantes (2000^{kg} de dynamite, parfois davantage), sous galeries profondes. Un véritable ébranlement de la montagne en résultait, à une distance de l'Observatoire environ deux fois moindre que la région de Gardanne. Si l'on tient compte du fait que les vibrations avaient une amplitude plus grande que celles de la secousse du 14 avril, l'analogie des deux diagrammes donne à penser que les coups de toit enregistrés par notre séismographe sont engendrés par des percussions du même ordre de grandeur que celle produite par l'explosion d'une mine chargée de 2000^{kg} de dynamite qui serait placée au même endroit. Cette charge correspond, dans le cas des roches de dureté moyenne, à un rayon de destruction complète du terrain égal à une dizaine de mètres (1).

La comparaison des séismes naturels avec des ébranlements artificiels a donné lieu à de nombreux travaux (2). Ceux-ci avaient d'ordinaire pour but

(1) *Aide-mémoire de l'Officier du Génie en campagne* (édition 1922, 9, p. 17).

(2) Citons par exemple les expériences de Fouqué et Michel Lévy, celles de Milne et Gray et aussi celles d'Abbot qui portaient sur 130 tonnes d'explosif.

de déterminer la vitesse de propagation. Mais il semble que la mesure directe des amplitudes enregistrées dans le cas des coups de toit inopinés et dans celui de l'explosion à la même distance, faible d'ailleurs, d'une charge de dynamite ou de mélinite connue, fournit une estimation précieuse de l'ordre de grandeur des forces géologiques redoutables contre lesquelles les mineurs paraissent encore malheureusement bien désarmés.

CRYPTOGAMIE. — *Sur la nature et l'organisation de la gleba du* Battarrea Guicciardiniana *Ces.* Note de MM. **A. Maublanc** et **G. Malençon**, présentée par M. L. Mangin.

Chez les *Battarrea*, Gastéromycètes à évolution longtemps souterraine, le tissu fructifère, au moment où le champignon fait saillie à la surface du sol, se montre toujours à un état de développement trop avancé pour permettre d'en reconnaître la structure. Aussi celle-ci est-elle restée inconnue jusqu'ici, les états propices à son étude n'ayant pas été rencontrés.

Nous devons à M. Chabrolin de très jeunes stades encore hypogées de *Battarrea Guicciardiana* Ces. provenant des environs de Tunis et grâce auxquels nous avons pu faire les observations suivantes sur la nature et l'organisation de la gleba de ce champignon.

Tant qu'il est souterrain, ce *Battarrea* est une masse arrondie, charnue, dont la taille, très réduite au début, atteint vers la fin du développement 10 à 12^{cm} de diamètre. La chair est blanche et, dans les exemplaires très jeunes, compacte et homogène; mais, sur des échantillons de 3^{cm} de diamètre, la partie fertile peut déjà se distinguer avec netteté.

Les premiers rudiments de la gleba sont de petits pelotons filamenteux, isolés et disposés sur plusieurs étages vers le sommet de la fructification où leur ensemble constitue une mince calotte hémisphérique. Celle-ci, au fur et à mesure de l'accroissement de la plante, augmente d'épaisseur tout en conservant sa forme générale et sa localisation. Chaque peloton possède une paroi propre formée de quelques couches concentriques d'hyphes grêles et cloisonnées. Les extrémités de ces filaments se ramifient, s'enchevêtrent puis, après avoir ainsi tapissé d'une couche emmêlée la face interne de la paroi, prennent une direction rectiligne et convergent toutes vers le centre. En s'accroissant, les pelotons deviennent rapidement creux, se transformant en logettes entièrement closes et indépendantes. A l'origine leur cavité est unique, mais le développement y fait apparaître des

replis qui en s'unissant la divisent bientôt en chambres plus petites. La forme initiale de ces corpuscules pluriloculaires est globuleuse; plus tard l'épaississement de la gleba les étire verticalement et leur donne un profil fusoïde.

Les éléments rectilignes dirigés vers l'intérieur de chaque compartiment constituent un hyménium qui en tapisse toute la cavité. Les jeunes sporophores se transforment en basides claviformes, longuement atténuées à leur partie inférieure, qui, au moment où vont naître les spores, ont 24 à 26$^{\mu}$ de hauteur et 4,5 à 5,5$^{\mu}$ de largeur. Les stérigmates, au nombre de quatre, sont acrogènes, divariqués et effilés; les spores nées à leur sommet se détachent dès qu'elles ont atteint un volume voisin de leur taille définitive. Après la chute des spores, les basides se collapsent, faisant place à d'autres plus jeunes dans une succession ininterrompue.

En quittant les basides les spores n'ont pas terminé leur développement : celui-ci s'achève dans la cavité de la logette. L'épispore encore hyaline se teinte graduellement de jaune fauve et son ornementation se précise. Quant à l'endospore, elle reste incolore, mais s'épaissit jusqu'à plus d'un μ, épaisseur relativement considérable par rapport au volume réduit de la spore.

Quand la plante est proche de la maturité, la production des basides se ralentit puis s'arrête. Les logettes, gonflées de spores, sont réduites à leur paroi générale qui se dessèche et se brise, en sorte que la gleba n'est plus qu'un amas pulvérulent traversé par ces parois vieillies et persistantes sous forme de fibrilles ou de lanières membraneuses. A ce stade correspond l'élongation du stipe qui vient dresser hors du sol la masse sporifère, rapidement livrée aux agents disséminateurs par la déhiscence du péridium interne.

Les élatères, que l'on trouve mélangées aux spores, apparaissent très tardivement et avec rapidité, circonstances qui ne nous ont pas permis d'en reconnaître l'origine exacte. Nous avons pu néanmoins nous assurer que ces organes se forment dans l'hyménium et nos observations nous portent à admettre que ce sont les dernières spores, hypertrophiées et méconnaissables, produites par la plante aux instants ultimes de son activité.

L'étude du développement du *Battarrea Guicciardiana* permet d'affirmer la nature basidifère, jusqu'ici simplement supposée, de ce champignon. D'autre part, l'hyménium qui tapisse les logettes l'éloignerait des *Plectobasidiées*, par conséquent des *Tylostomatacées* auxquelles on a coutume de rattacher les *Battarrea*. Cependant les *Tylostoma*, *Queletia* et *Battarrea*

offrent une similitude tellement frappante dans la structure et le développement de leur appareil végétatif qu'elle exprime plus qu'une simple coïncidence de forme. Nous pensons que ces genres, en dépit de leur gleba, tantôt euhyméniée, tantôt plectobasidiée, doivent constituer une seule et même famille. Les *Battarrea* en sont les représentants les plus élevés, les autres genres apparaissent comme les échelons inférieurs, dégradés à la fois dans l'ordonnance de l'hyménium et la forme des basides.

Pour cette raison, il serait logique de donner à ce groupement naturel le nom de *Battarreaceæ* au lieu de celui de *Tylostomataceæ* sous lequel on l'a jusqu'ici désigné, dans l'ignorance où l'on était de la valeur phylogénétique du genre *Battarrea*.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *L'acide cyanhydrique chez les Vesces. Sa répartition dans les divers organes des Légumineuses-Papilionacées à glucoside cyanogénétique.* Note de M. **Paul Guérin**, présentée par M. L. Mangin.

H. Ritthausen et U. Kreusler ([1]), en 1870, concluaient de leurs recherches sur les matières protéiques que les graines de *Vicia sativa* contiennent probablement des traces d'amygdaline. La question fut reprise, en 1899, par F. F. Bruyning et J. van Haarst ([2]) qui observèrent que la farine de plusieurs variétés de *Vicia sativa* et des *V. canadensis*, *V. hirsuta* et *V. angustifolia* peut développer de l'acide cyanhydrique. Plus tard, les semences de *V. macrocarpa* fournissaient à L. Guignard ([3]) jusqu'à $0^g,30$ d'acide cyanhydrique par kilogramme et celles de *V. angustifolia* fournissaient à G. Bertrand ([4]) jusqu'à $0^g,750$, ce qui lui permettait d'en isoler le glucoside cyanogénétique, la *vicianine*.

Si nous sommes, depuis longtemps déjà, fixés sur l'existence d'acide cyanhydrique dans les graines de certaines Vesces et sur la nature même du

([1]) H. Ritthausen et U. Kreusler, *Ueber Vorkommen von Amygdalin und eine neue dem Asparagin ähnliche Substanz in Wickensamen* (Vicia sativa) (*Journ. f. prakt. Chemie*, N. F., **2**, 1870, p. 333).

([2]) F. F. Bruyning Jr. et J. van Haarst, *Sur l'acide cyanhydrique des graines du genre* Vicia (*Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas et de la Belgique*, **18**, 1899, p. 468).

([3]) L. Guignard (*Bull. Sc. pharmacologiques*, **13**, 1906, p. 346).

([4]) G. Bertrand, *La vicianine, nouveau glucoside cyanhydrique contenu dans les graines de Vesce* (*Comptes rendus*, **143**, 1906, p. 832).

glucoside susceptible de l'engendrer sous l'influence d'une diastase, une question, plusieurs fois posée, semble, à notre connaissance du moins, n'avoir pas été résolue : la plante contient-elle le glucoside dans d'autres organes que la graine et aux diverses phases de la végétation? Les recherches que nous poursuivons sur les Légumineuses à acide cyanhydrique nous permettent de fournir une solution à ce problème.

Nos observations ont porté sur diverses variétés de *V. sativa* et sur les *V. angustifolia* et *V. macrocarpa* dont 2 à 3^g de graines finement broyées provoquent une coloration rouge très accentuée du papier picro-sodé (¹). Après germination de ces graines, laquelle est hypogée, les cotylédons continuent d'accuser pendant très longtemps la présence d'acide cyanhydrique, mais on ne peut en déceler la moindre trace, pas plus dans la tige et les feuilles de la plantule que dans la racine. Le glucoside générateur d'acide cyanhydrique demeure donc dans les cotylédons où il s'épuise petit à petit, très lentement toutefois, puisque sa présence est encore très manifeste dans les cotylédons portés par de jeunes pousses de *V. sativa* et de *V. macrocarpa* atteignant 20^{cm}.

Si le glucoside cyanogénétique fait défaut dans l'appareil végétatif de la Vesce, à quel moment commence-t-il à faire sa réapparition pour atteindre le maximum de sa teneur dans la graine? En suivant, chez le *V. macrocarpa*, les divers stades de la végétation, nous avons pu voir que les fleurs et les ovaires ne contiennent aucune trace d'acide cyanhydrique, mais que ce dernier apparaît dans la très jeune graine, dès que les cotylédons commencent à se différencier. La teneur en acide cyanhydrique peut atteindre déjà, à ce moment, $0^g,129$ par kilogramme. Il est à remarquer que le tégument est complètement dépourvu de glucoside cyanogénétique et que les cotylédons seuls en possèdent.

Il résulte donc de ce qui précède que si les Vesces peuvent être consommées sans inconvénient par le bétail jusqu'à la période de floraison, il est possible qu'il n'en soit plus de même dès que les gousses commencent à se développer.

En définitive, ces observations et celles que nous avons exposées antérieurement (²) établissent que, chez les Légumineuses à acide cyanhydrique, le glucoside cyanogénétique peut, suivant les genres, se trouver localisé dans des organes tout à fait différents, et parfois dans un seul, à l'exclusion de tout autre.

(¹) Des graines de *Vicia macrocarpa* et de *V. angustifolia*, conservées en herbier depuis plus de 30 ans, donnent encore une réaction très marquée de l'acide cyanhydrique.

(²) PAUL GUÉRIN, *L'acide cyanhydrique chez les* Lotus (*Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 1158); *Les Papilionacées-Lotées à acide cyanhydrique* (*Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 115); *La teneur en acide cyanhydrique des* Lotus (*Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 1011).

1° Chez les *Vicia*, la graine seule est pourvue de glucoside à acide cyanhydrique.

2° Dans les *Lotus* à acide cyanhydrique, le glucoside n'existe pas dans la graine, mais il apparaît dès la germination, dans les feuilles cotylédonaires, et on le trouve, en plus ou moins grande abondance, dans la tige feuillée, parfois même dans la racine et aussi dans la fleur, pour disparaître ensuite.

3° Les *Tetragonolobus*, *Dorycnium* et *Bonjeania* sont également dépourvus de glucoside cyanogénétique dans leurs graines, ce corps n'apparaissant, comme chez les *Lotus*, que dans les feuilles cotylédonaires, dès le début de la germination. Mais, dans ces trois genres, le glucoside demeure là où il a pris naissance : la plantule s'en montre totalement privée ou n'en accuse que des traces, et la tige feuillée en est toujours complètement dépourvue.

4° Le *Phaseolus lunatus*, qui a été utilisé par L. Guignard (¹) dans ses recherches sur la migration des glucosides cyanogénétiques dans le greffage, peut enfin être cité comme exemple de Légumineuse possédant de l'acide cyanhydrique à la fois dans la graine et dans la tige feuillée (²).

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence de la décalcification et de l'acidité des sables littoraux sur la végétation.* Note (³) de M. **Maurice Hocquette**, présentée par M. L. Blaringhem.

Entre Dunkerque et Gravelines, depuis la période gallo-romaine, les atterrissements se font d'une manière continue ; la mer subit un mouvement de retrait et la position des rivages successifs est marquée par un bourrelet sableux. Il nous a semblé intéressant d'étudier les rapports de la composition des sables littoraux avec leur âge et les modifications floristiques qui peuvent en résulter.

A Loon-Plage, entre le rivage et le village situé à 4^{km} à l'intérieur des terres se succèdent les dunes côtières, une zone de dunes érodées soudées

---

(¹) L. Guignard, *Recherches physiologiques sur la greffe des plantes à acide cyanhydrique* (*Ann. Sc. nat., Bot.*, 9ᵉ série, 6, 1907, p. 261).

(²) Mirande a signalé dans le *Trifolium repens* (*Comptes rendus*, 155, 1912, p. 651) et Gard, dans les *Ornithopus* (*Comptes rendus*, 161, 1915, p. 10), l'existence d'acide cyanhydrique dans la tige feuillée, mais ces auteurs n'ont pas étudié séparément la graine.

(³) Séance du 17 février 1930.

aux précédentes puis séparées les unes des autres : Bancs de Gravelines, des Dunes de Loon et enfin Bancs de Loon. Les caractères pédologiques des différents bancs sableux sont résumés dans le tableau suivant, où les variations calciques sont évaluées en carbonate de calcium (appareil de Gessler et Herdmann) et les concentraions en ions H par la méthode colorimétrique (série de Clark et Lubs) :

		CO^3Ca %.	pH.
Versant maritime du cordon bordier	formation récente	12,93	7,90
Versant continental du cordon bordier	contemporain	7,94	7,80
Banc de Gravelines	XVIIIe siècle	8,96	7,40
Banc de Gravelines	XVe siècle	5,95	7,60
Banc des Dunes de Loon	XIIIe siècle	1,17 (0,79 — 2,27)	7,2 — 7,45
Banc des Dunes de Loon	XIIe siècle	1,81 (1,70 — 1,92)	7,5 — 7,70
Banc de Loon	IXe-Xe siècle	1,16 (0,68 — 1,64)	6,5 — 7,2

Contrairement à ce qui se passe dans la région de Loon, près de Fort Mardick, les bourrelets littoraux ne sont pas soudés aux dunes actuelles. Le Banc Sud est situé à environ 1400m du rivage, le Banc Nord est distant du précédent de 100 à 400m; enfin, en avant de ce cordon, s'étend une digue qui fut couverte de dunes au XVIIIe siècle. Les analyses fournissent :

		CO^3Ca %.	pH.
Digue sableuse	XVIIIe siècle	4,50	7,50
Banc Nord de Fort Mardick	XVIIe siècle	3,74	7,80
Banc Sud de Fort Mardick	XVIe siècle	2,72	7,60

La décalcification des sables croît donc avec l'âge des formations littorales. Les dunes les plus anciennes (IXe et Xe siècle) renferment une quantité minime de carbonate de calcium et le cordon dunal actuel présente la proportion la plus élevée. La rapidité de disparition du calcaire varie d'ailleurs avec l'isolement des bancs sableux ou leur soudure aux dunes actuelles, ce qui s'explique par la plus ou moins grande facilité de renouvellement du calcaire (têts de Lamellibranches et de Gastéropodes entraînés par le vent). Bien qu'il n'y ait pas de parallélisme bien marqué entre la teneur en CO^3Ca et l'ionisation, la concentration en ions H varie dans d'assez fortes proportions et les différents pH sont compris entre 6,5 et 7,90.

Au point de vue floristique nous avons noté l'apparition d'espèces étrangères à la végétation des dunes actuelles, de plantes calcifuges dont la présence paraît liée à certains degrés d'appauvrissement de la terre en calcaire

et d'acidification. *Rhinanthus major* apparaît le premier dans les sables renfermant 0,60 à 2,27 pour 100 de CO^3Ca et de pH 7,2 — 7,4 (Banc des Dunes de Loon, XIIIe siècle); nous l'avons déjà signalé dans des sables contenant 3,75 pour 100 de CO^3Ca [1]. Il ne semble pas supporter, au moins dans les dunes du littoral flamand, plus de 4 pour 100 de CO^3Ca ni s'accomoder à des pH supérieurs à 7,5. Dans les sols renfermant moins de 3 pour 100 de calcaire s'observent : *Spiranthes autumnalis*, *Rumex Acetosella*, *Scleranthus annuus* et *Ornithopus perpusillus*. Ces plantes adaptées à des terrains pauvres en calcaire paraissent jouir d'une certaine plasticité vis-à-vis du substratum puisqu'on les trouve à Ghyvelde [2], dans les dunes internes, où CO^3Ca existe dans la proportion de 2,84 et aux environs de Loon dans des sables contenant de 0,68 à 1,92 pour 100 de carbonates. *Rumex Acetosella*, *Scleranthus annuus* et *Ornithopus perpusillus* ne se rencontrent que dans des sables légèrement acides ou très faiblement alcalins (pH 6,5 à 7,2). *Spiranthes* colonise également les dunes à pH 7,5; l'absence de cette Orchidée sur les dunes du XIIe siècle, pourtant fortement décalcifiées (CO^3Ca 1,70-1,92 pour 100), laisse supposer qu'elle ne peut s'adapter à un pH plus alcalin (7,70).

A Fort-Mardick, nous n'avons observé aucune espèce calcifuge bien que la teneur en calcaire des sables du XVIe et du XVIIe siècle soit inférieure à 4 pour 100; c'est la basicité du sol (pH 7,50 à 7,80) qui doit entraver sur ces cordons littoraux la dissémination des calcifuges, pourtant facile, étant donnée la proximité des Bancs de Loon.

Ainsi, d'assez faibles variations d'ionisation semblent intervenir dans la répartition des espèces végétales et en particulier des espèces dites calcifuges. Nos observations mettent en évidence une relation entre leur présence, la teneur en carbonate de calcium et le taux en pH du support. Pour que les *Rhinanthus*, par exemple, prennent pied sur les sables littoraux, il faut que, d'une part, la quantité de CO^3 Ca, d'autre part, l'ionisation ne dépassent pas un certain maximum (ici 4 pour 100 et 7,5).

---

(1) *Étude sur la végétation et la flore du littoral de la Mer du Nord de Nieuport à Sangatte* (*Arch. Bot.*, I, Mém. n° 4, 1927, p. 144).

(2) *Loc. cit.*, p. 143.

ANATOMIE. — *Sur la structure de la rétine d'un* Agamidæ : Agama Tournevillii *Lataste. Présence d'une* fovea. Note de Mlle **M.-L. Verrier**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Au cours d'un travail sur la vision des Reptiles, nous avons étudié la structure de la rétine de quelques *Agamidæ* : *Agama inermis* et *Agama Tournevillii* principalement, où nous avons constaté la présence d'une *fovea* remarquable par son degré de perfectionnement.

La structure de l'œil des Agames n'a encore fait l'objet d'aucune étude; de plus, une *fovea* n'a été décrite, parmi les Reptiles que chez un très petit nombre d'espèces : chez les Caméléons par Cajal ([1]) et Rochon-Duvigneaud ([2]) et chez un *Iguanidæ* américain : *Phrynosoma cornutum* par Detwiler et Laurens ([3]). Il nous paraît donc intéressant de signaler les particularités de la rétine de quelques représentants de ce groupe des *Agamidæ*.

La rétine tapisse uniformément la paroi interne du pôle postérieur du globe oculaire. Il est aisé de constater à sa surface, au simple examen macroscopique, la présence d'une *fovea*. Celle-ci se présente sous l'aspect d'une dépression de la rétine entourée d'un bourrelet jaunâtre, circulaire, à peine saillant. Sur un œil sensiblement sphérique, de 4^{mm} de profondeur, le diamètre du bourrelet était de 1^{mm} environ. Nous étudierons successivement la structure de la rétine non en contact avec la *fovea* et la structure des régions fovéales et périfovéales.

1° *Régions extrafovéales*. — Elles sont principalement caractérisées par une assez grande abondance de pigment (l'épithélium pigmentaire atteint le $\frac{1}{5}$ de l'épaisseur totale de la rétine), l'existence exclusive de cônes, une assez grande richesse en cellules ganglionnaires. Les cônes ont la forme que l'on observe généralement dans les rétines de Vertébrés, avec un segment externe court, un segment moyen ovalaire et renflé, un noyau fortement colorable; leur hauteur totale est de 20^{μ} dans le segment périphérique, elle croît à mesure que l'on se rapproche du fond de l'œil, tandis que la largeur

---

([1]) Ramon y Cajal, *Die Retina der Wirbeltiere* (Wiesbaden, 1894).

([2]) A. Rochon-Duvigneaud, *Les fonctions des cônes et des bâtonnets* (*Annales d'Oculistique*, 154, 1917, p. 643).

([3]) S. R. Detwiler et H. Laurens, *Studies on the retina. The structure of the retina of Phrynosoma cornutum* (*J. Comp. Neurol.*, Philadelphia, 32, 1920, p. 347-356).

diminue jusqu'à donner aux éléments l'aspect filiforme que nous décrirons au niveau de la *fovea*. Sur une portion de rétine de 100$^{\mu}$ de largeur, nous pouvons compter 22 cônes pour 8 cellules ganglionnaires, dans les régions les plus périphériques. La différence entre ces deux nombres diminue à mesure que l'on se rapproche de la *fovea*. Au voisinage du point d'épanouissement du nerf optique, on peut compter 28 cellules visuelles pour 16 cellules ganglionnaires.

Les couches granuleuses internes et plexiformes sont semblables à celles que l'on a décrites chez les Reptiles étudiés à cet égard.

2° *Régions fovéales et périfovéales.* — Elles offrent, comme principaux caractères, une plus grande richesse en pigment, la présence exclusive de cellules à cônes filiformes et très hautes, une épaisseur considérable, sur les bords de la dépression, de la couche des grains internes et trois assises de cellules ganglionnaires. La hauteur de l'épithélium pigmentaire est à peine modifiée, la plus grande richesse en pigment provient surtout d'une plus grande densité de ce dernier.

La hauteur des cellules à cônes est considérablement augmentée, elle atteint le triple de la hauteur de ces mêmes cellules dans les régions extra-fovéales. Le segment myoïde est fortement distendu et orienté dans une disposition rayonnée autour d'un point central formé par le fond de la dépression fovéale. Au niveau de la limitante externe, le segment moyen se redresse, et son axe, de même que celui du segment externe, devient perpendiculaire à la paroi externe de la rétine. La couche des grains externes offre jusqu'à 12 assises d'éléments superposés alors qu'elle n'en compte rarement plus de 5 dans les régions périphériques. Sur les bords immédiats de la *fovea* on peut compter, sur une portion de 100$^{\mu}$ de large, 90 cellules visuelles pour 85 cellules ganglionnaires. Enfin, sur des coupes, il est possible de mesurer la profondeur de la *fovea* : elle atteint, en son centre, 200$^{\mu}$.

Ainsi la *fovea* d'*Agama Tournevillii*, par ses caractères macroscopiques, l'absence de pigment à son niveau, son bouquet de cônes central, le rapport du nombre des cellules visuelles au nombre des cellules ganglionnaires peu différent de l'unité, rappelle la description d'une *fovea* de Caméléon, d'Oiseau de proie, ou même une *fovea* humaine. Sa présence est l'indice d'une très bonne acuité visuelle qui existe aussi, mais à un degré moindre dans les autres régions de la rétine, toutefois, les parties périphériques paraissent mieux douées à cet égard que la rétine humaine. L'existence exclusive de cônes permet une faculté étendue de discrimination des couleurs et fait de l'œil de l'Agame un organe propre à la vision diurne.

Le comportement de ces animaux, fuite du danger, capture des proies, coïncide bien avec les très bonnes facultés visuelles que révèle l'étude de leurs yeux. Nous avons rapproché plus haut la morphologie de ces yeux de celle des yeux du Caméléon : il convient de remarquer, qu'ici, les variations chromatiques des téguments ne sont pas sous l'influence des excitations visuelles, comme on l'admet dans le cas des Caméléons. Nous avons précédemment établi [1] qu'elles étaient en rapport avec l'état physiologique de l'animal et les irritations extérieures.

A cet égard on ne saurait rapprocher le comportement des Agames et celui des Caméléons, bien qu'ils possèdent les mêmes facultés visuelles.

PHYSIOLOGIE. — *Vagotonine pancréatique et glycogène hépatique.* Note de MM. **D. Santenoise, H. Verdier** et **M. Vidacovitch**, présentée par M. Charles Richet.

Ayant observé, dès 1923, chez un grand nombre de sujets, l'existence d'une curieuse relation entre le tonus du vague et la tolérance au glucose (tolérance élevée chez les vagotoniques et faible chez les hypovagotoniques), nous avons institué une longue série de recherches expérimentales dont nous présentons les premiers résultats.

En pratiquant chez plus de 200 chiens anesthésiés au chloralose des prélèvements de foie, fixés à l'alcool et colorés par deux méthodes se contrôlant (gomme iodée; carmin de Best), l'examen histologique nous a permis les conclusions suivantes :

I. *Excitabilité réflexe du vague et glycogène hépatique.* — Il existe un parallélisme étroit entre l'intensité du réflexe oculo-cardique chez l'animal chloralosé et la richesse du foie en glycogène.

A. Les animaux à R. O. C. marqué présentent généralement, même à jeun depuis 24 heures, un foie riche en glycogène.

B. Les animaux à R. O. C. nul ou peu marqué présentent généralement un foie pauvre en glycogène.

Les quelques résultats aberrants sont tous explicables par les conditions expérimentales (animaux alimentés depuis peu, mauvaise anesthésie, impu-

(1) M.-L. Verrier et A. Panu, *Sur le pigment et les variations chromatiques de quelques Reptiles du groupe des Agamidæ* (*Comptes rendus*, 189, 1929, p. 205).

reté du chloralose, réactions émotives intenses avant l'anesthésie, état infectieux, hémorragies, refroidissement au cours de l'expérience).

II. *Vagotomie et glycogène hépatique*. — La vagotomie double a toujours été suivie de la disparition presque totale du glycogène hépatique. Toutefois, ainsi que nous avons pu le voir en effectuant des prélèvements successifs, l'appauvrissement est progressif.

III. *Pancréas, excitabilité réflexe du vague et glycogène hépatique*. — Des recherches antérieures nous ayant permis d'établir avec Garrelon que le pancréas sécrète et déverse dans la circulation une hormone vagotonisante, différente de l'insuline, nous nous sommes alors demandé si le pancréas n'intervenait pas aussi dans la glycorégulation en réglant, par l'action de cette hormone sur le pneumogastrique, la fixation du glycogène par le foie.

A. La pancréatectonie totale est suivie, en même temps que de la disparition du glycogène hépatique, de la diminution de l'excitabilité réflexe du vague.

B. Lorsque les pancréatectomies incomplètes ne sont pas suivies de l'abolition du R. O. C., elles ne sont pas non plus suivies de la disparition du glycogène hépatique.

C. L'injection de l'hormone pancréatique vagotonisante que nous avons séparée de l'insuline et que nous proposons provisoirement d'appeler *vagotonine*, est toujours suivie de l'enrichissement du foie en glycogène.

D. L'injection de cette hormone à des animaux dépancréatés et ayant, par suite, un foie très appauvri en glycogène, a toujours été suivie d'une recharge, souvent intense, du foie en glycogène, en même temps qu'était apparu un R. O. C. intense.

E. Par contre, l'injection de cette substance chez des chiens à vagues préalablement sectionnés ne nous a jamais donné que des résultats négatifs. Cette constatation semble montrer que la sécrétion vagotonisante du pancréas n'agirait pas directement sur le foie, mais par l'intermédiaire du pneumogastrique.

IV. *Insuline et glycogène hépatique*. — On aurait pu nous objecter que les résultats précédents étaient dus aux traces d'insuline entraînée, au cours de la préparation, avec la vagotonine. Mais de nombreuses expériences de contrôle nous permettent de réfuter en tous points cette objection.

A. Avec des insulines très pures, sans pouvoir vagotonisant, nous n'avons non seulement jamais observé l'enrichissement, mais au contraire l'appauvrissement du foie en glycogène.

B. Par contre, avec les insulines contenant de la vagotonine et ayant un pouvoir vagotonisant, nous avons noté :

1° Avec les doses fortes, un appauvrissement dans l'heure qui suit l'injection, c'est-à-dire dans la phase hypoglycémique due à l'action insulinienne proprement dite; et quelquefois un enrichissement tardif (3 à 5 heures après l'injection), parallèle à l'apparition d'un R. O. C. intense;

2° Généralement un enrichissement avec des doses pondérablement très faibles,

correspondant à $\frac{1}{10}$ ou $\frac{1}{20}$ d'unité d'insuline, l'hormone vagotonisante exerçant une action prédominante.

Conclusions. — Le pancréas intervient, par l'intermédiaire du vague, dans la fixation du glycogène sur le foie, en sécrétant une hormone vagotonisante différente de l'insuline. Nous proposons d'appeler provisoirement vagotonine cette substance dont nous décrirons dans un autre Mémoire le mode de préparation.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Répartition de l'énergie dans les couleurs composées.* Note de M. **J. Malassez**, présentée par M. Ch. Fabry.

Le problème du mélange des couleurs peut être traité en utilisant les notions d'énergie. En effet, à tout flux lumineux correspond un flux d'énergie.

L'équation des couleurs exprime le fait que le mélange de deux radiations monochromatiques, en proportions convenables, donne sur la rétine la même impression de couleur qu'une radiation simple, plus ou moins mélangée de blanc et dont la longueur d'onde est comprise entre celles des deux composantes.

Or la lumière blanche n'a pas de signification énergétique précise. Un même flux lumineux blanc peut correspondre à des flux énergétiques complètement différents.

Pour lever cette difficulté et pour pouvoir introduire les notions d'énergie dans la question du mélange des couleurs, il faut comparer la couleur composée à la couleur simple de même teinte, sans tenir compte de la différence de saturation.

Un dispositif simple permet d'obtenir deux plages contiguës, l'une éclairée par le mélange de deux radiations monochromatiques, l'autre par une radiation simple dont la longueur d'onde est comprise entre celles des deux composantes. Une pile thermo-électrique sensible permet de mesurer les flux énergétiques correspondants. On réalise l'égalité d'éclairement et de teinte des deux plages contiguës. Cette opération est plus ou moins facile, suivant la région du spectre étudié et suivant le degré de saturation.

Soient λ_1, λ_2, λ les longueurs d'ondes des composantes et de la radiation simple équivalente; E_1, E_2 et E les flux énergétiques et v_1, v_2 et v les facteurs de visibilité relative correspondant à ces radiations (ces facteurs sont donnés par les mesures de Gibson et Tyndall). v_1E_1, v_2E_2 et vE repré-

sentent les flux lumineux des trois radiations exprimés en unités arbitraires.

On constate que la relation

$$(1) \qquad v_1 E_1 + v_2 E_2 = v E$$

se trouve vérifiée, à la précision près des expériences, dans le domaine des radiations exploré.

Ci-joint un tableau, dans lequel les flux lumineux représentent les moyennes de mesures effectuées avec diverses valeurs de λ, pour différents couples de composantes :

λ_1.	λ_2.	$v_1 E_1$.	$v_2 E_2$.	$v_1 E_1 + v_2 E_2$.	$v E$.
623,4	546,1	79,9	161,1	241,0	239,7
623,4	536,5	79,9	127,1	207,0	213,5
638,0	546,1	71,2	179,2	250,4	259,9
612,3	546,1	48,7	93,1	141,8	140,4
612,3	536,5	58,4	85,0	143,4	142,8
612,3	526,0	48,5	64,9	113,4	114,1
579,0	513,5	56,0	64,6	120,6	122,3

L'équation (1) peut se mettre sous une forme indépendante des unités choisies en posant $\frac{E_1}{E} = x$, $\frac{E_2}{E} = y$:

$$(2) \qquad v_1 x + v_2 y = v.$$

Si l'on se donne la longueur d'onde λ ou le facteur de visibilité v, cette équation est insuffisante pour déterminer, par le calcul, les proportions des composantes dans le mélange. Une autre équation est nécessaire. Nous nous occupons actuellement de résoudre ce problème.

Nos mesures nous donnent le rapport des énergies de la lumière composée et de la lumière simple, quand l'égalité d'éclairement et de teinte est réalisée pour les deux plages contiguës.

Nous avons trouvé, dans la région étudiée, que le flux énergétique de la lumière composée était toujours supérieur à celui de la lumière simple.

On peut donc introduire la notion de rendement énergétique de la lumière composée et poser

$$\rho = \frac{E}{E_1 + E_2} = \frac{1}{x + y}.$$

A titre d'exemple, nous donnons dans le tableau ci-après le rendement d'une lumière composée de deux radiations de longueurs d'ondes $\lambda_1 = 623,4$, $\lambda_2 = 546,1$, pour différentes valeurs de λ.

λ.	x.	y.	$x+y$.	$\rho = \frac{1}{x+y}$.
587,5	1,16	0,39	1,55	0,645
582,0	1,02	0,54	1,56	0,641
578,5	0,97	0,59	1,56	0,641
577,5	0,91	0,62	1,53	0,653
574,0	0,79	0,67	1,46	0,684
571,5	0,72	0,73	1,45	0,689
570,5	0,66	0,73	1,39	0,711

Le rendement tend vers l'unité, quand λ tend vers λ_1 ou vers λ_2, comme il résulte de l'équation (2).

Le rendement minimum est d'autant plus petit que l'écart des longueurs d'ondes des composantes est plus grand.

Ainsi la rétine, dans le domaine exploré, est toujours plus sensible à la lumière simple qu'à la lumière composée, de même teinte.

BIOLOGIE. — *Sur la génétique du Lapin castorrex.* Note de M. **R. Lienhart.**

Le castorrex est une mutation apparue dans la Sarthe en 1919 et dérivée du Lapin ordinaire; elle diffère de celui-ci par la disparition des jarres de la fourrure, ce qui donne à l'animal un pelage rappelant celui du Castor et a motivé son exploitation industrielle.

Tout d'abord on a considéré la mutation castorrex comme due à un facteur a, allélomorphe du facteur A déterminant le pelage normal, et dominé par lui dans les croisements; au début, en effet, tous les croisements entre deux castorrex ont donné uniquement des castorrex semblables aux deux mutants originaux. Mais, dès 1926, des faits nouveaux, contraires en apparence aux prévisions mendéliennes, ont apparu et se sont multipliés depuis. Nachtsheim, Letard et d'autres ont vu tout d'abord apparaître dans des familles de Lapins normaux des castorrex qui ont été interprétés comme de nouveaux mutants (épidémie de mutations). Mais, ce qui est plus curieux encore, le croisement entre deux de ces castorrex d'origine géographique différente a parfois donné, contrairement à toutes les prévisions, la forme dominante, c'est-à-dire le Lapin ordinaire à longs poils.

Des expériences poursuivies depuis 1927 m'ont permis d'établir la formule génétique des castorrex. Ce n'est pas celle que l'on avait imaginée tout d'abord; elle renferme deux facteurs indépendants que j'appelle a et b,

allélomorphes de A et B du Lapin normal. La combinaison *abab* est le castorrex original, celui qui a apparu en premier lieu. Les éleveurs, sans s'en douter, en pratiquant au hasard des croisements entre les castorrex du début (rares et d'un prix élevé) et des Lapins ordinaires, ont réalisé les combinaisons AA*bb*, *aa*BB (homozygotes) et *aa*B*b*, A*abb* (hétérozygotes) qui ont également l'aspect castorrex, un seul facteur, soit *a*, soit *b*, suffisant pour déterminer le phénotype. Il est maintenant facile de comprendre le croisement qui a si profondément troublé les observateurs : celui de deux castorrex qui ne donnent pas un seul castorrex mais seulement des Lapins normaux. C'est le croisement AA*bb*$\times$*aa*BB; le dihétérozygote produit, de formule AABB*aabb*, a par conséquent les facteurs dominants de la fourrure normale; c'est le croisement classique qui donne naissance aux atavistes. Les prétendus mutants de Lübeck, de l'Eure, d'Alsace et de Moselle, signalés par différents auteurs, ne sont nullement des mutations nouvelles, mais de simples combinaisons à phénotype castorrex provenant de l'introduction insoupçonnée, dans des élevages ordinaires, de Lapins d'aspect normal, mais hétérozygotes à formules A*a*B*b*, A*a*BB et AAB*b*; un jour ou l'autre devaient sortir des combinaisons renfermant soit *a*, soit *b*, ou plus rarement à la fois *a* et *b*.

BIOLOGIE PHYSICO-CHIMIQUE. — *Différence de l'action biologique provoquée dans les levures par diverses radiations.* Note [1] de M. A. **Lacassagne**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons décrit avec Holweck les modifications provoquées par l'irradiation de la levure *Saccharomyces ellipsoideus* au moyen des rayons X mous [2]. Nous nous proposons de comparer ces modifications à celles obtenues avec d'autres radiations.

I. Radiations employées. — 1° *Rayons ultraviolets.* — Ils provenaient d'une lampe à vapeur de mercure à enveloppe de quartz; régime maintenu constant (57 volts, 3,82 ampères) grâce au réglage de la tension d'alimentation et du refroidissement de la lampe; filtrage par un écran en verre de Wood-Saint-Gobain, de 3^{mm}, qui présentait une bande de transparence de 2800 à 3800 Å, avec un maximum très marqué à 3350 Å. Les doses

---

(1) Séance du 17 février 1930.

(2) *C. R. Soc. Biol.*, 103, 1930, p. 60.

n'étaient connues qu'en valeur relative; en effet, si la mesure de l'énergie incidente est déjà difficile, la détermination complémentaire du coefficient d'absorption de la substance sensible du micro-organisme, nécessaire pour connaître l'énergie absorbée, paraît impossible, ce coefficient devant dépendre de la forme de la molécule chimique absorbante. Cependant, grâce à une précieuse propriété des courbes de probabilité mise en évidence par Mme P. Curie [1], la seule connaissance des doses en valeur relative permet de calculer la valeur du nombre minimum de coups au but (c'est-à-dire le seuil, nécessaire pour produire la lésion considérée [2]).

2° *Rayons X mous.* — Deux radiations monochromatiques ont été utilisées. Respectivement de longueur d'onde 8,32 et 1,93 Å; elles étaient produites et mesurées au moyen des appareils déjà décrits par Holweck [3].

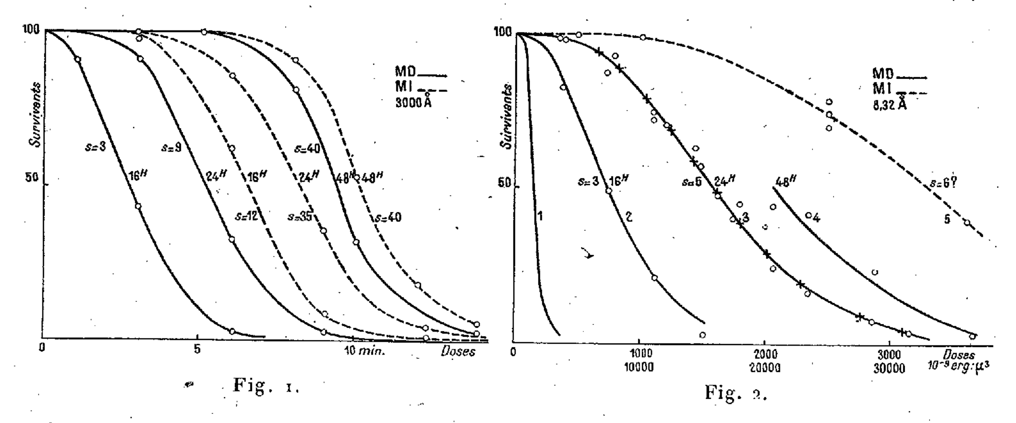


Fig. 1. Fig. 2.

3° *Rayons α.* — Ils étaient fournis par un dépôt de polonium sur un disque de nickel, valant initialement 16250 U. E. S. A une distance de 15^{mm} de la source, chaque micron carré de surface irradié recevait, en moyenne, une particule α toutes les 4,35 secondes.

II. Pratique des expériences. — A partir d'une culture de 48 heures sur gélose au moût de bière, on réalisait une dilution convenable de levures dans du sérum artificiel, et l'on ensemençait la surface d'une gélose, sur plusieurs portions de laquelle on faisait agir les radiations. On conservait la boîte à une température constante de 25°. A des intervalles fixes après le moment de l'ensemencement (16, 24 et 48 heures), on pratiquait, à l'examen microscopique direct, une numération des éléments autour d'un

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 197.
(2) *C. R. Soc. Biol.*, 100, 1929, p. 1101.
(3) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1203 et 1318.

point exactement repéré sur chaque champ. Un pourcentage des lésions était établi en distinguant trois états parmi les levures observées : *a*. l'absence de division cellulaire, correspondant soit au retard plus ou moins prolongé de celle-ci, soit à la mort des individus; nous désignerons dorénavant cette catégorie par les lettres MI, signifiant mort immédiate (apparente ou réelle); *b*. l'accomplissement d'une seule division, que nous désignerons par MD mort différée (apparente ou réelle); *c*. l'accomplissement de plusieurs divisions cellulaires, aboutissant ordinairement, mais plus ou moins rapidement à la constitution de colonies. La proportion de ces trois groupes variera, pour chaque champ, avec la dose, mais aussi dans le temps, à cause du plus ou moins grand nombre d'individus en état de mort apparente qui répareront leurs lésions. Au delà de 24 heures, la numération exacte est rendue difficile sur les champs faiblement irradiés, par le grand développement des colonies qui deviennent confluentes.

III. Résultats pour chaque radiation. — Ainsi qu'en témoignent les courbes de la mortalité des éléments en fonction de la dose ([1]) les phénomènes se déroulent différemment suivant les cas :

1° *Rayons ultraviolets*. — On constate déjà la présence d'éléments en état de MI pour les plus petites doses administrées; leur nombre croît rapidement avec celles-ci. Mais beaucoup d'entre eux ne sont qu'en mort apparente et ils reprennent leur évolution par la suite. On n'observe pas le phénomène de la MD réelle; la stérilisation du champ irradié dans les conditions de l'expérience s'obtient, à partir d'une certaine dose, par la MI réelle de la totalité des éléments. Pour les levures irradiées à l'ultraviolet, il n'y a donc que l'alternative de la MI ou de la réparation apparente et plus ou moins rapide des lésions.

2° *Rayons X mous*. — Rappelons que, par comparaison avec ce qui vient d'être dit, l'action des rayons mous se caractérise par l'absence de MI pour des doses qui provoquent des MD de plus en plus nombreuses. On ne rencontre pratiquement pas d'éléments restés uniques alors que la stérilisation est acquise du fait de la MD de la plupart des éléments.

3° *Rayons* α. — Le processus de la stérilisation par MI ou MD, dans le sens opposé à ce qui s'observe avec l'ultraviolet, est encore plus net que dans le cas des rayons X. Toutes les levures meurent au cours d'une première division cellulaire avant que la dose ait été suffisante pour entraîner la MI d'un élément.

([1]) Voir la Note suivante de Holweck.

BIOLOGIE PHYSICO-CHIMIQUE. — *Étude énergétique de l'action biologique de diverses radiations.* Note [1] de M. F. **Holweck**, présentée par M. Jean Perrin.

I. Caractéristiques physiques des radiations employées. — 1° *Rayons ultraviolets.* — Longueur d'onde efficace, environ 3000 Å; quantum en volts, 4. L'absorption est moléculaire, la radiation non ionisante.

2° *Rayons X mous.* — *a.* KAl : Quantum, 1490 volts. Les deux photo-électrons de l'effet Auger sur 1^{at} de C donnent, en supposant la même énergie nécessaire pour produire une paire d'ions dans l'air et dans l'eau, 35 paires d'ions le long d'une trajectoire de $0^{\mu},043$ et 7 paires d'ions le long de l'autre trajectoire de $0^{\mu},002$; rayon d'action ionique du quantum : $0^{\mu},01$ environ. *b.* KFe : Quantum, 6390 volts. Une trajectoire de $1^{\mu},1$ avec 181 paires d'ions et une de $0^{\mu},002$ avec 7 paires d'ions; rayon d'action ionique, $0^{\mu},3$ environ.

3° *Rayons* α. — Dans les conditions de l'expérience chaque particule α qui traverse le microorganisme sème, le long d'un sillage de largeur négligeable, 5000 paires d'ions par μ (en faisant toujours la même hypothèse sur l'énergie d'ionisation).

II. Notion de zone sensible et de cible. — La courbe de probabilité donne, comme grandeurs caractérisant la radiosensibilité, en plus du seuil, le volume dans lequel le quantum doit être absorbé pour avoir une action nuisible. Nous appellerons désormais ce volume cible. Lorsque l'action résultant de l'absorption du quantum est très finement localisée au voisinage du lieu d'absorption, ce qui est probablement le cas de l'ultra-violet, le volume de la cible coïncide avec celui de la zone sensible. Mais lorsque la zone ionique d'action d'un quantum n'est plus ponctuelle, ce quantum, absorbé légèrement à côté de la zone sensible, pourra cependant y envoyer son électron nocif : la cible sera alors plus grande que la zone sensible. Ce phénomène est surtout important avec les rayons de 1,93 Å. Avec les rayons α, la courbe de probabilité donne la mesure de la surface dans laquelle la trajectoire doit passer pour avoir une action nocive. Le diamètre de cette surface ne coïncide avec le diamètre de la zone sensible que si celle-ci est sphérique. Dans les autres cas, le diamètre de la cible sera plus grand que celui de la zone sensible.

---

[1] Séance du 17 février 1930.

III. Courbes des lésions. — 1° *Rayons ultraviolets* (¹). — Les abscisses sont en unités arbitraires. On remarque que :

a. Les courbes MD et MI tendent l'une vers l'autre, la MD réelle n'existant pas avec cette radiation, ainsi que l'indique Lacassagne dans une Note précédente. *b*. Les seuils sont très élevés et atteignent 40 comme il convient à des quanta de petite énergie.

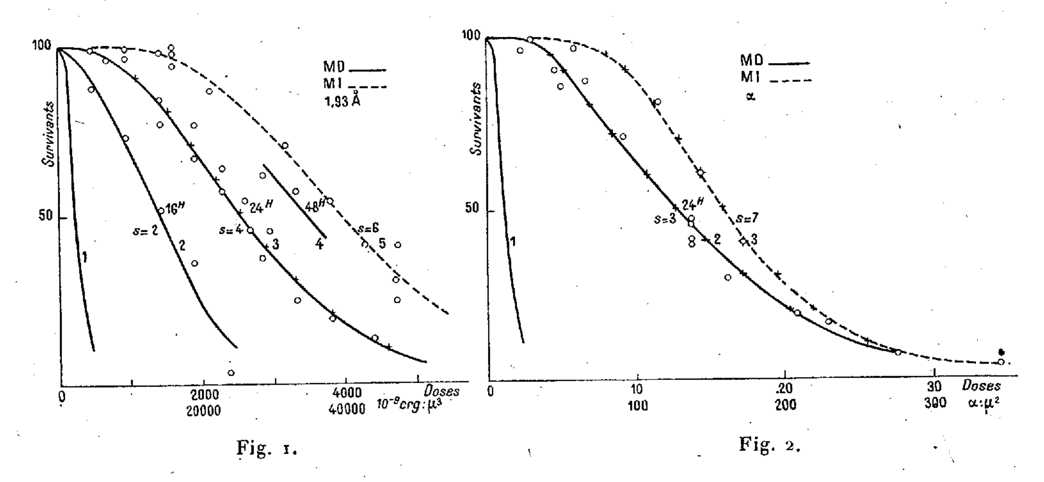


Fig. 1. Fig. 2.

2° *Rayons X mous*. — *a*. KAl (¹) : Les courbes 2, 3, 4 sont relatives à la MD après 16, 24 et 48 h., et sont tracées à grande échelle. La courbe 6 est celle de MI avec une échelle des doses 10 fois plus réduite, et la courbe 1 est, à cette même échelle, la reproduction de la courbe 3. On remarque sur la courbe 3, tracée au moyen de nombreuses valeurs expérimentales (points ronds), une très bonne coïncidence entre ces grandeurs et les points calculés (croix), en supposant $s = 5$. Cet accord est un argument important pour la validité de l'usage que nous faisons de la théorie des probabilités. Pour MD 15 h. $s = 3$ environ et pour MD 48 h. $s = 6$ (?). On remarque deux faits nouveaux : le nombre des MI ne change pas après 16, 24 ou 48 h. et les courbes de MI et de MD (5 et 1) au lieu d'être voisines et de tendre à se confondre sont extrêmement lointaines. Le diamètre de la cible de MD 24 h. est de $0^{\mu},24$ et celui de MI de $0^{\mu},1$ environ. La dose qui donne 50 pour 100 de MD 24 h. est 30000 paires d'ions : μ^3 et celle qui donne 50 pour 100 de MI est 20 fois plus forte. *b*. KFe : Les courbes (*fig*. 1) correspondent aux précédentes. L'aspect général est le

(¹) Voir les figures de la Note de M. Lacassagne.

même, mais le seuil de MD 24 h. est plus petit et égal à 4. Les seuils de MD 16 h. et 48 h. sont respectivement 2 et 5 environ. Le seuil de MI est 6 environ et les cibles de MD et MI ont $0^{\mu},32$ et $0^{\mu},15$ de diamètre. Les doses qui donnent 50 pour 100 de MD 24 h. sont 47000 paires d'ions : μ^3 et celle qui donne 50 pour 100 de MI est 16 fois plus forte.

3° *Rayons* α (*fig.* 2). — Pour plus de lisibilité, on n'a tracé que les courbes de MD 24 h. (2) à grande échelle, et les courbes de MI (3) et de MD 24 h. (1) à petite échelle. On remarque d'abord que les points de la courbe 3, calculés et mesurés, sont ici aussi en très bon accord. Le seuil de MD 24 h. est 3, celui de MI est 7 comme avec les rayons X. Les MI n'évoluent plus après 16 h. La dose de 50 pour 100 de MD 24 h. est 58000 paires d'ions : μ^3 et celle de MI, 14 fois plus grande.

IV. *Comparaisons générales.* — Le seuil devient d'autant plus grand que l'énergie du quantum est plus petite. Le volume de la cible diminue quand l'énergie du quantum devient plus faible et tend vers le volume de la substance sensible. Les volumes sensibles de MD 24 h. et de MI représentent une fraction très petite du volume total de la levure (1/7000 et 1/70000). Les ions distribués finement sont plus nocifs que ceux produits par paquets denses sans que, cependant, des répartitions très différentes amènent des variations de doses de plus de 1 à 2. Avec l'ultraviolet non ionisant, lorsqu'on administre une dose telle qu'on a 50 pour 100 de MI, on a aussi 50 pour 100 de colonies normales. Avec les rayons ionisants, lorsqu'on a 50 pour 100 de MI, aucun élément ne donne de colonie normale et lorsqu'on a 50 pour 100 de MD il n'y a pas de MI.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Vitamine* A *et Carotène*. Note de M. **N. Bezssonoff**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

En 1927 [1], j'ai indiqué le procédé suivant pour isoler des végétaux une fraction lipidique contenant toute la vitamine A et les carotènes (anciennement *carotines*), mais exempte de chlorophylle; le jus végétal frais est mélangé avec une solution d'acétate neutre de plomb. Le précipité ainsi obtenu, après dessiccation dans le vide, cède par extraction à l'éther de pétrole, ou au benzène, de un tiers à un quart des lipides présents dans le végétal, y compris la vitamine A et les carotènes. Après évaporation du

---

(1) *Revue pathol. végét.*, **9**, 1927, p. 568; *Bull. Soc. chim. biol.*, **11**, 1929, p. 1146.

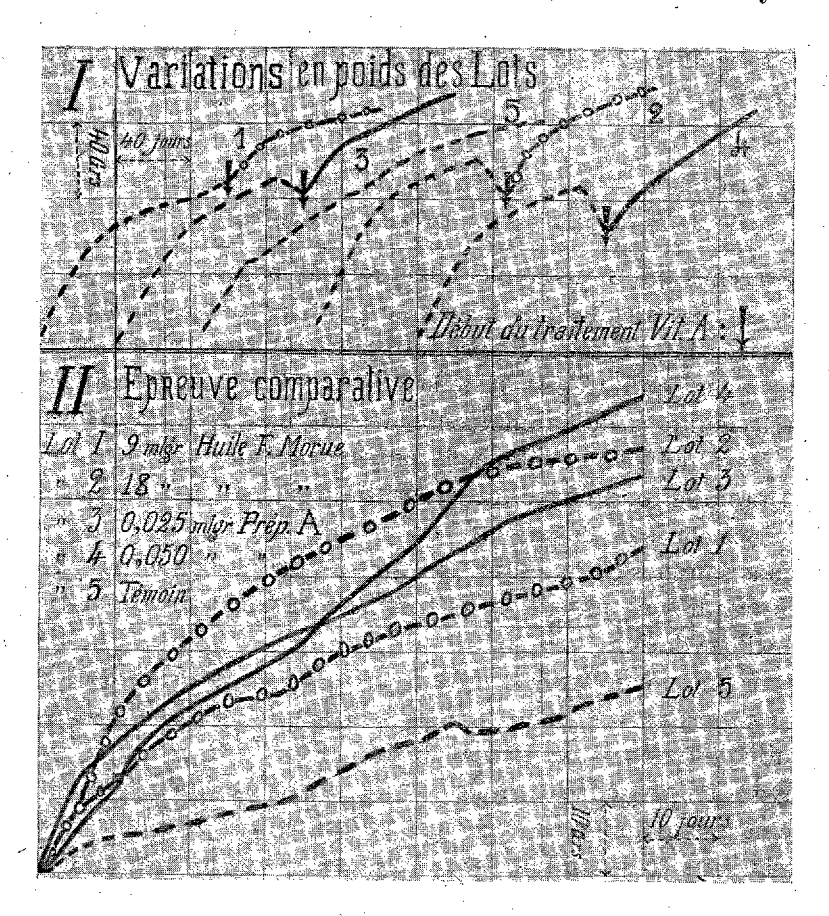
solvant, le résidu dissous dans l'huile d'arachide est utilisé pour les épreuves biologiques. Une préparation de ce genre, obtenue avec la Carotte, a été donnée à de jeunes rats aux doses journalières de 2,5 et 5,0 centièmes de milligramme de résidu lipidique, correspondant environ à 100 et 200^{mg} en jus de carotte. Des rats traités à l'huile de foie de morue et des témoins privés de vitamine A ont servi de témoins. Au préalable, tous ces rats avaient été soumis 100 jours à un régime privé de vitamine A, ce régime étant composé au début, et jusqu'au quatre-vingt-quatrième jour, avec : amidon de riz, 68; caséine extraite à l'alcool et chauffée, 18; levure fraîche, 8; mélange salin, 4; agar-agar, 2; papier-filtre et eau à volonté, plus 0,1^{mg} d'ergostérol irradié par jour et par rat. Du quatre-vingt-quatrième jour et jusqu'à la fin de l'expérience : amidon de riz, 53; caséine extraite à l'alcool et à l'éther éthyliques, puis chauffée, 18; huile d'arachide, 14; levure, 10; mélange salin, 5; papier, eau et ergostérol irradié.

Pour former le lot témoin de l'épreuve comparative, on a choisi les quatre rats les plus vigoureux.

Le graphique I reproduit les variations de la moyenne du poids de chaque lot au cours de toute l'expérience. Le graphique II ne concerne que leur gain moyen en poids pendant l'épreuve comparative. Notons que l'action A de la dose de 2,5 centièmes de milligramme donnée au lot 3 se montra supérieure à celle de 9^{mg} d'huile de foie de morue et que, d'après des dosages colorimétriques faits avec une approximation de $\pm 2,5$ pour 100, cette dose contenait 2,1 millièmes de milligramme en carotènes.

Les expériences de H. v. Euler et B. v. Euler, Karrer, Hellstrom, ses collaborateurs (1928-1929), Moore (1929) Collison, Home, Smedley-Mc Lean et Smith (1929), faites avec des échantillons de carotènes cristallisés, isolés de la carotte et d'autres plantes les ont incités à supposer que la vitamine A des végétaux est un carotène et qu'elle diffère de celle des huiles animales. Mais à l'examen de leurs données, il apparaît que l'action A a été nette et décisive seulement à partir d'une dose de 1 centième de milligramme de carotène cristallisé. Cette action ne semblait pas cependant dépasser celle de la dose donnée à mon lot 2, laquelle ne contenait que 2,1 millièmes de milligramme de carotènes. Les doses de 2 et 3 millièmes de milligramme en carotènes cristallisés, utilisées par ces auteurs, se révélèrent sans effet. De plus, Dulière, Morton et Drummond (1929) ont montré que même une dose de 0^{mg},5 de carotène isolé de la carotte peut être privée de toute action A, ce qui, contrairement à Moore (1929), peut bien s'expliquer uniquement par la grande pureté du carotène qu'ils utilisèrent. Remarquons en outre

que H. v. Euler a noté lui-même un cas de discordance entre l'intensité d'une réaction colorée attribuée à la vitamine A et la concentration en carotène des solutions éprouvées. De telles discordances s'observent fréquemment, surtout si l'on opère non seulement avec le $SbCl^3$, mais aussi avec des réactifs plus spécifiques de la vitamine A, tels le diméthylsulfate et



l'acide mono-molybdophosphotungstique. Tous ces faits sont défavorables à la supposition que le carotène est la vitamine A des végétaux. L'hypothèse complémentaire selon laquelle, parmi les carotènes différents d'une plante, un seul serait la vitamine A, ne suffit pas à expliquer l'égalité d'action de 2,5 centièmes de milligramme, de substance lipidique, contenant 2 millièmes de milligramme de carotènes et de 1 centième de milligramme d'un carotène qui serait la vitamine A pure. D'autre part, je dois signaler que mes tentatives d'écarter définitivement les hypothèses de H. v. Euler, en

isolant des végétaux une préparation très active, exempte de carotènes ont échoué. Mais la difficulté dans la séparation de la vitamine A et du carotène ne suffit pas à prouver qu'ils sont identiques. D'autant que d'autres explications du lien existant entre la vitamine A et les carotènes s'accordent mieux avec l'ensemble des données expérimentales. Elles consistent à admettre l'absorption sélective de la vitamine A par le carotène, son adhérence spéciale à cette dernière et l'existence entre eux de combinaisons moléculaires.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Oxydation des huiles en présence des stérols irradiés.* Note de M. E. **Couture**, présentée par M. A. Desgrez.

Les recherches que nous avons effectuées au sujet de l'action photochimique des stérols irradiés sur la plaque photographique nous ont permis de caractériser la présence de produits aldéhydiques et d'oxygène actif. Nous avons pensé qu'il s'agissait de la coupure d'une ozonide formée sur les liaisons éthyléniques de la molécule des stérols. Nous n'avions pas pu jusqu'à ce jour mettre en évidence la présence d'eau oxygénée. La réaction à l'acide titanique fondu avec du pyrosulfate de potasse nous a permis de caractériser ce corps de façon nette.

Nous nous sommes demandé si, en raison de la présence d'oxygène actif, les stérols irradiés ne joueraient pas, dans certaines conditions, le rôle de catalyseur d'oxydation.

Nos essais ont porté sur les huiles, en raison de la solubilité des stérols dans ces composés. Nous avons choisi deux huiles particulièrement siccatives, l'huile de lin et l'huile de foie de morue.

Nous avons employé la méthode pondérale à cause de sa précision et parce qu'elle ne nécessite aucun prélèvement au cours de l'expérience.

Nos essais ont tous été faits sur des quantités d'huile égales, dans des cristallisoirs identiques de 4^{cm} de diamètre, dans les mêmes conditions de température et de pression; chaque prise d'essai étant de 20^{g}, on y ajoutait 20 gouttes d'une solution de stérol à 1 pour 100 dans la même huile que celle étudiée. Nous avons placé les cristallisoirs dans une cloche à deux tubulures dans laquelle arrivait l'oxygène d'une bombe. Les pesées ont été faites tous les 2 jours. La durée de chaque essai a porté sur 30 jours.

Un premier groupe d'expériences a eu lieu à la lumière diffuse, un deuxième à l'obscurité, toutes choses égales d'ailleurs.

I. *Oxydation de l'huile de lin.* — C'est l'ergostérol de levure, irradié une demi-

heure, qui s'est montré le plus actif. L'oxydation a été intensifiée dans le rapport de 2,54 à 1 (l'intensité d'oxydation pour le témoin étant représentée par l'unité).

II. *Oxydation de l'huile de foie de morue.* — C'est le stérol de l'huile de foie de morue, irradié une demi-heure, qui s'est montré le plus actif, l'accélération étant dans le rapport de 2,98 à 1.

Il semble donc qu'il y ait, dans ce rôle d'autoxydation des huiles par les stérols irradiés, une spécificité marquée; action qui se manifeste au maximum pour le stérol extrait de l'huile même dont on suit l'oxydation, mais qui est marquée également, de façon élective, pour les stérols d'origine animale vis-à-vis des huiles animales d'une part, pour les phytostérols à l'endroit des huiles végétales d'autre part.

Ainsi, l'ergostérol irradié une demi-heure accélère l'huile de lin dans le rapport 2,54, et seulement l'huile de foie de morue dans le rapport 1,60. Le stérol d'huile de foie de morue accélère l'huile de foie de morue dans le rapport 2,98, et l'huile de lin dans celui de 1,64.

L'irradiation d'une demi-heure répond aux conditions optima.

En filtrant la radiation ou en irradiant les stérols en atmosphère d'azote ou de gaz carbonique, on ne modifie en rien les résultats précédents, ce qui démontre que cette action activante est un phénomène créé par l'irradiation, mais secondaire à elle. Par contre, si l'on étudie l'oxydation des huiles dans les mêmes conditions à l'obscurité, on n'observe plus aucune différence. Nous avons représenté ces résultats par des courbes qui sont très divergentes à la lumière, et se confondent à l'obscurité.

De ces diverses expériences nous pouvons conclure :

1° Que les stérols sont pour les huiles siccatives des catalyseurs d'oxydation;

2° Qu'ils sont, de plus, des catalyseurs spécifiques de l'huile d'où ils ont été extraits;

3° Que l'irradiation accélère cette action, avec un maximum au bout d'une demi-heure et une limite à 10 heures d'irradiation;

4° Que cette irradiation peut avoir lieu à l'air libre ou en atmosphère d'azote, avec tout le spectre, ou en lumière de Wood, sans modifier l'action activante;

5° Que la lumière est indispensable à cette catalyse. Les stérols irradiés semblent donc être, pour les huiles, des transformateurs d'énergie lumineuse.

MICROBIOLOGIE. — *Le facteur microbien dans la fabrication de la saumure indochinoise* (Nuoc-mam). Note de MM. **L. Boëz** et **J. Guillerm**, présentée par M. Calmette.

Le *Nuoc-mam*, denrée alimentaire nationale annamite, d'une importance industrielle indigène considérable, est une dissolution de matières albuminoïdes à un certain degré de désintégration, résultant de la macération du poisson dans une solution concentrée de sel marin. On admet que « les éléments actifs dans cette fabrication sont les diastases des organes digestifs du poisson » [Rosé et Mesnard (1)] en présence d'un taux de sel (250 pour 1000) suffisamment élevé pour s'opposer à la putréfaction.

De fait, la digestion se développe activement en présence de chloroforme, qui respecte l'action des diastases tout en s'opposant au développement microbien ; mais, dans ces conditions, le produit obtenu, bien qu'identique, par sa composition chimique, au Nuoc-mam préparé selon la technique indigène, est dépourvu de l'odeur *sui generis* propre à ce produit. Nous avons été amenés à attribuer le fumet particulier du Nuoc-mam à l'activité d'une flore microbienne spéciale, représentée par des *germes anaérobies stricts* qui trouvent, dans certaines phases de l'opération industrielle, des conditions favorables à leur développement. L'étude de leur action protéolytique montre que, dès le 6e ou 7e jour de la culture, on obtient un liquide répondant non seulement à la définition chimique du Nuoc-mam, mais présentant ses caractères organoleptiques si particuliers.

Nos recherches ont porté sur le muscle même du poisson, qui réalise des conditions remarquables d'anaérobiose et ne présente pas, au moins à une des phases initiales de l'opération industrielle, un taux de salure incompatible avec l'activité microbienne (100 pour 1000).

Nous possédons actuellement une collection complète de germes anaérobies stricts, isolés au cours de ces dernières années des cuves de saumure et caractérisés par l'odeur *sui generis* qu'ils dégagent en culture et par leur pouvoir remarquable de désintégration pour les matières albuminoïdes animales.

Très rares dans la saumure et même dans la cavité viscérale des poissons immergés, ces germes se multiplient très activement dans le tissu musculaire qui est littéralement envahi dès le deuxième jour de l'opération par

(1) Rosé, *Le Nuoc-mam, condiment national indochinois* (*Annales de l'Institut Pasteur*, 33, 1919, p. 275). — Mesnard et Rosé, *Recherches complémentaires sur la fabrication du Nuoc-mam* (*ibid.*, 34, 1920, p. 622).

une flore d'aspect homogène, constituée par de gros bacilles prenant le Gram qui se retrouvent au même lieu d'élection pendant toute la durée de l'opération. L'apparition de cette flore homogène de germes anaérobies stricts coïncide sensiblement avec la disparition de la flore aérobie de contamination, la seule étudiée jusqu'à ce jour.

L'isolement de ces germes, en milieu acide anaérobie, offre quelques difficultés. Une fois adaptés aux milieux artificiels, ils peuvent être aisément cultivés.

Caractères d'un spécimen de la série des germes étudiés. — Bacille anaérobie strict prenant le Gram, sporulant au cinquième jour en milieu de Veillon, spore subterminale, ovale, résistant 15 minutes à 80°, mais tuée en 30 minutes à la même température.

En gélose de Veillon : colonies apparaissant en moins de 24 heures, atteignant 2 à 3^{mm} de diamètre en quelques jours; centre flou, entouré de ramifications épaisses, courtes et contournées; production de bulles gazeuses en 24 heures et fragmentation du milieu en 3 ou 4 jours : fumet caractéristique du nuoc-mam sans odeur de putréfaction.

La culture, abondante à la température ordinaire (28°), est plus rapide à 37° et 45°, encore active à 50°, douteuse à 52°. En surface, en atmosphère anaérobie, développement de colonies géantes très ramifiées, d'environ 1^{cm} de diamètre.

Milieu viande (sous vaseline : virage au rouge vif en 24 heures, brunissement progressif et léger dès le troisième ou quatrième jour, production de gaz (quelques centimètres cubes); digestion très active, débutant le premier jour, intéressant la moitié de la masse musculaire dès le cinquième jour, odeur caractéristique.

Bouillon Martin anaérobie : culture, production de gaz, pas d'indol. *Lait :* coagulation et digestion progressives. *Œuf coagulé :* digestion active. Pas de dégagement de H^2S dans le milieu à l'acétate de plomb, même additionné d'hyposulfite. Fermentation de tous les sucres (glucose, maltose, lévulose, saccharose, mannite), avec production de gaz surtout abondante avec le glucose et le maltose.

Tel qu'il est produit dans la fabrication indigène, qui demande plusieurs mois, le nuoc-mam est, pour une large part, le résultat d'un processus microbien de germes anaérobies stricts, lesquels participent à la fois à l'action digestive et à la production d'un fumet caractéristique. Ils appartiennent à la catégorie des ferments mixtes décrits par Tissier. Leur pouvoir de désintégration permet de préparer en quelques jours, au laboratoire, sans intervention des sucs digestifs, un produit en tous points identique au nuoc-mam obtenu par la méthode saumurière traditionnelle indigène.

A 16^h l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 40^m$.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE JANVIER 1930.

Refoulement du Sahara. Première partie : *Comment l'homme accroîtra progressivement les pluies des régions arides*, par HIPPOLYTE DESSOLIERS. Paris, Ch. Béranger, 1930; 1 vol. 27^{cm}.

Mathematica. Volumul II, 1929.

Omagiu profesorului D. Emmanuel. Cluj. Institutul de arte Grafice « Ardealul ». 1 vol. 24^{cm},5.

La biosphère, par W. VERNADSKY. Paris, Félix Alcan, 1929; 1 vol. 19^{cm}.

Faune des colonies françaises, publié sous la direction de A. GRUVEL. Tome III, fasc. 5 : *Les scorpions de Madagascar*, par LOUIS FAGE. Paris, 57, rue Cuvier, 1929; 1 fascicule 25^{cm}. (Présenté par M. L. Joubin.).

Faune des colonies françaises, publié sous la direction de A. GRUVEL. Tome III, fasc. 4 : *Contribution à l'étude de la faune de Madagascar*, publié par G. PETIT. Paris, 57, rue Cuvier, 1929; 1 fasc. 25^{cm},5.

Commission internationale pour l'exploration scientifique de la mer Méditerranée. *Faune et flore de la Méditerranée.* Paris, Institut océanographique, 1929; 24 planches, 27^{cm},5.

Ministère de la Guerre. *Mémorial du Service géographique de l'Armée faisant suite au Mémorial du dépôt général de la guerre.* Tome III : *Description géométrique de la France, méridienne de France.* Premier fascicule. Paris, Service géographique de l'Armée, 1929; 1 vol. 31^{cm}.

Traité de polarimétrie, par GEORGES BRUHAT, 1930, *Revue d'Optique théorique et instrumentale*, Paris. 1 vol. 24^{cm},5.

Les étapes de la Physique, par H. VOLKRINGER. Paris, Gauthier-Villars, 1929; 1 vol. 21^{cm},5.

Centre international de synthèse. Première semaine internationale de synthèse. Premier fascicule : *L'évolution en biologie*, exposés par MAURICE CAULLERY, ÉMILE GUYÉNOT et P. RIVET. Discussions. Paris. La Renaissance du livre, 1929; 1 vol. 20^{cm},5.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 MARS 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Émile Picard**, en déposant sur le bureau de l'Académie le *Troisième Catalogue de l'Observatoire d'Abbadia, comprenant* 1250 *étoiles, dont* 658 *fondamentales*, s'exprime comme il suit :

Ce troisième catalogue continue les deux catalogues de 1923 et de 1928. Comme dans le second, on a pris la constante de la réfraction égale à $60'',615$ très satisfaisante pour Abbadia.

Conformément aux décisions de l'Union astronomique internationale, on a réduit les positions d'étoiles à 1925,0. De même, on a adopté pour ce troisième catalogue les positions moyennes et les mouvements propres d'Eichelberger, et, pour les étoiles doubles ou triples, on a pris le milieu ou le centre de gravité. Les corrections instrumentales de toutes sortes, sauf la collimation en A. R., sont tirées pour chaque soirée d'un grand nombre d'étoiles fondamentales observées dans cette soirée, 60, 80, quelquefois plus de 100.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les probabilités universellement négligeables*. Note de M. **Émile Borel**.

On sait que, dans les applications du calcul des probabilités, lorsque la probabilité devient extrêmement voisine de l'unité, elle peut et doit être pratiquement confondue avec la certitude. Le principe de Carnot, l'irréversibilité de nombreux phénomènes, sont des exemples bien connus de cas dans lesquels la probabilité théorique équivaut à la certitude pratique. On n'a peut-être pas cependant, du moins à ma connaissance, suffisamment

précisé à partir de quelles limites une probabilité devient universellement négligeable, c'est-à-dire négligeable dans les limites les plus étendues de temps et d'espace que nous puissions humainement concevoir, négligeable dans tout notre Univers.

Fixons à 100, pour la commodité de nos notations, le nombre de caractères distincts, lettres ou signes, dont dispose un atelier d'imprimerie pour la composition d'une page de texte courant [1]. Si dans une telle page figurent 2000 caractères, le nombre des pages *possibles*, dont chacune pourrait être composée en quelques minutes par un linotypiste tapant au hasard sur ses touches, est égal à $100^{2000} = 10^{4000}$. La probabilité pour que l'une de ces pages possibles, prise au hasard, coïncide avec une page réelle, par exemple avec celle-ci, est 10^{-4000}. Cherchons à nous représenter comment on pourrait essayer de retrouver le réel par l'énumération complète du possible.

Imaginons donc des feuilles de papier idéales aussi minces que les plus faibles longueurs conçues par les physiciens : par exemple un dix-milliardième d'angström, soit 10^{-20} centimètre; on pourrait empiler 10^{20} de ces feuilles en 1^{cm}, soit 10^{30} environ en la longueur d'une seconde de lumière, moins de 10^{40} en un siècle de lumière, moins de 10^{50} en 10 milliards de siècles de lumière.

Sur chacune de ces feuilles, imaginons que l'on écrive avec des caractères dont les dimensions linéaires soient également de l'ordre du dix-milliardième d'angström; si les dimensions linéaires de chaque feuille atteignent dix milliards d'années de lumière, nous pourrons, sur chacune d'elles, aligner 10^{50} lignes renfermant chacune 10^{50} caractères, soit en tout 10^{100} caractères par feuille et 10^{150} caractères pour l'ensemble des feuilles. Si nous supposons maintenant que, pendant des milliards de siècles, ce livre gigantesque et infinitésimal soit récrit en entier des milliards de milliards de fois par seconde, nous arrivons au total à le récrire moins de 10^{50} fois, ce qui fait moins de 10^{200} caractères dans l'ensemble de tous ces livres.

Ces livres que nous ne pouvons évidemment songer à écrire, il nous est loisible de considérer qu'ils sont tracés à chaque instant sur des feuilles idéales par les radiations qui traversent l'espace; sur chacune des feuilles extrêmement minces que nous avons imaginées, chacun des carrés infinité-

---

(1) Les machines à écrire les plus usuelles n'utilisent que 84 caractères distincts; le nombre des caractères d'imprimerie dépasse 100 si l'on y tient compte des italiques, des lettres grecques, etc. Il serait d'ailleurs indifférent à nos conclusions de remplacer 100 par 250 ou par 1000.

simaux de 10^{-20} centimètre de côté a un aspect qui se modifie en une brève fraction de seconde; mais même en compliquant encore nos hypothèses, on arrivera à la conclusion que toutes les possibilités qui se trouvent réalisés effectivement dans notre Univers, pendant des milliards de siècles d'éloignement dans le temps et dans l'espace, ne dépassent pas 10^{200}. On arriverait à 10^{300} en faisant varier l'orientation des feuillets plans. Ces nombres sont ridiculement faibles par rapport au nombre 10^{4000} des possibilités idéales que le calcul arithmétique le plus élémentaire nous indique comme pouvant être imaginées sur une seule page imprimée comme celle-ci.

Cette disproportion formidable entre le réel et le possible mérite de retenir notre attention.

Adoptons un système de numération de base 100, dans lequel les 100 chiffres soient représentés précisément par les 100 caractères d'imprimerie, lettres ou signes dont nous avons admis l'existence. Un nombre irrationnel tel que π ou $\sqrt{2}$ se trouvera écrit, dans ce système de numération, en une suite illimitée de pages, dans lesquelles les caractères se succéderont suivant une loi arithmétique que nous ne connaissons pas, mais qui est rigoureusement déterminée par la définition même du nombre considéré. Si ce nombre est ce que j'ai appelé un nombre absolument normal, tous les groupements de caractères sont également probables et, par suite, si l'on pousse assez loin l'écriture de ce nombre, on est certain d'y trouver aussi souvent que l'on veut tous les groupements possibles. En écrivant le nombre π dans ce système de numération, on rencontrera donc, tôt ou tard, la page que je viens d'écrire; on rencontrera également le texte complet des œuvres de Victor Hugo et aussi le texte des journaux qui paraîtront dans un siècle, si toutefois dans un siècle il y a encore des journaux. Tout cela est dans le nombre π, avec bien d'autres choses encore. Seulement, pour le trouver, il ne suffit pas d'avoir une longue patience, jointe à une aptitude vraiment exceptionnelle pour les calculs numériques; il faudrait disposer, pour écrire les caractères successifs qui tiennent lieu de chiffres, de feuilles de papier autrement nombreuses et encombrantes que celles que nous imaginions tout à l'heure, même en supposant ces feuilles encore plus minces et les caractères encore plus petits que nous ne l'avions admis.

Chercher une page réelle comme celle-ci au milieu de toutes les pages possibles est une entreprise singulièrement plus difficile que la recherche d'un atome égaré dans l'Univers. Bien que nous soyons ici dans le fini, ce fini est si grand que les choix y sont aussi irréalisables que le sont ces choix aventureux dans l'infini auxquels M. Zermelo a attaché son nom.

On objectera peut-être à ces considérations qu'il est arbitraire de se limiter à la faible étendue de temps et d'espace qui correspond à quelques milliards de siècles dans le temps et à la distance parcourue par la lumière au cours de ces milliards de siècles dans l'espace. Ceux qui croient à l'infini du temps et de l'espace ont le droit de considérer toute limitation de ce genre comme illégitime; ils peuvent disposer de 10^{1000} siècles comme nous le faisons d'une seconde. Je laisserai ici de côté la question de savoir si l'espace doit être regardé comme infini ou si sa courbure n'entraîne pas une étendue finie, car il me paraît que, lorsque l'on atteint ces milliards de siècles auxquels nous nous sommes limités, on a depuis longtemps déjà dépassé les limites de la science pour nager en pleine métaphysique. Nous n'avons, en effet, aucune raison sérieuse de croire que nos lois physiques et même nos modes de raisonnement sont encore valables dans des régions du temps et de l'espace aussi éloignées de celles qui nous sont accessibles. Des êtres, s'il peut en exister, auxquels nos milliards de siècles apparaîtraient ce que nous apparaissent quelques secondes et auxquels nos milliards de kilomètres feraient l'effet que nous font quelques millimètres, auraient évidemment une autre physique et une autre chimie que la nôtre. Pour atteindre les 10^{1000} siècles, il faudrait imaginer des êtres qui seraient par rapport à ceux-là ce que ceux-là sont par rapport à nous, et ainsi de suite, un grand nombre de fois. L'on arriverait à peine ainsi à créer l'étendue nécessaire pour entasser les 10^{4000} possibilités que le calcul décèle dans une simple page de 2000 caractères d'imprimerie.

Bien entendu, cette étendue nécessaire devrait être accrue encore dans des proportions inimaginables si l'on envisageait la réalisation d'un phénomène fortuit, mais peu probable, à une échelle tant soit peu plus considérable qu'une simple page de 2000 caractères d'imprimerie. Les étendues et les durées croissent exponentiellement lorsque les domaines dans lesquels on supposerait réalisés des phénomènes peu probables croissent linéairement.

La conclusion qui s'impose est que les probabilités qui s'expriment par un nombre inférieur à 10^{-1000} sont non seulement négligeables dans la pratique courante de la vie, mais universellement négligeables, c'est-à-dire doivent être traitées comme *rigoureusement égales à zéro* dans toutes les questions qui concernent notre Univers. Le fait qu'elles ne sont pas effectivement nulles peut éventuellement intéresser le métaphysicien; pour le savant, elles *sont* nulles et les phénomènes auxquels elles se rapportent sont absolument *impossibles*.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur la perte de chaleur dans les moteurs à explosion.* Note de M. L. LECORNU.

Le travail $\mathfrak{T}$ développé dans un cylindre de moteur à essence, depuis l'instant de l'explosion jusqu'au début de l'échappement, est, d'après le principe de l'équivalence, déterminé par l'équation

$$A\mathfrak{T} + \Delta u + q = 0,$$

dans laquelle A désigne l'équivalent calorifique du travail; Δu, la variation de chaleur interne; q, la chaleur évacuée par les parois. En appelant u_0 et u_1 les valeurs, initiale et finale, de u, on peut écrire

$$A\mathfrak{T} = u_0 - (u_1 + q).$$

Sous cette forme, on voit que la perte de travail a pour mesure la somme $u_1 + q$. Mais la sortie de chaleur q par les parois a nécessairement pour effet de diminuer la chaleur u_1 inutilisée au début de l'échappement en sorte qu'il y a là une certaine compensation. Jusqu'à quel point s'effectue cette compensation? Telle est la question que je me propose d'examiner.

Avec des parois adiabatiques, q serait nul, d'où

$$A\mathfrak{T} = u_0 - u_1.$$

En réalité on a, en accentuant alors $\mathfrak{T}$ et u_1,

$$A\mathfrak{T}' = u_0 - (u'_1 + q).$$

Le cycle théorique de Beau de Rochas suppose que la combustion est complète dès le départ. Admettons cette hypothèse; alors l'équation caractéristique des gaz parfaits $pv = Rt$ est approximativement applicable (d'autant mieux que le fluide renferme une très forte proportion d'azote) et il vient ainsi, avec les notations usuelles,

$$A\mathfrak{T} = A\int_{v_0}^{v_1} p\,dv = AR\int_{v_0}^{v_1} t\,\frac{dv}{v} = (\gamma - 1)c\int_{v_0}^{v_1} t\,\frac{dv}{v}.$$

De même

$$A\mathfrak{T}' = (\gamma - 1)c\int_{v_0}^{v_1} t'\,\frac{dv}{v}.$$

Par suite,

$$(1) \qquad (u'_1 + q) - u_1 = (\gamma - 1)c\int_{v_0}^{v_1} (t - t')\,\frac{dv}{v}.$$

La perte nette par défaut d'adiabaticité est donc mesurée par le second membre de cette dernière équation. Il ne s'agit plus que de calculer l'intégrale

$$S = \int_{v_0}^{v_1} (t - t')\frac{dv}{v}.$$

Dans la détente adiabatique, la température t est égale à la fonction $t_0\left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma-1}$ du volume v.

Dans la détente réelle, les phénomènes sont extrêmement compliqués. La sortie de chaleur par la culasse, par le piston, par la surface à chaque instant variable du cylindre pourvu d'ailettes échappe à toute analyse. Tout ce qu'on peut affirmer c'est que la température du gaz baisse plus vite que dans la détente adiabatique, et que l'écart va en s'accélérant à mesure que le déplacement du piston augmente la surface refroidissante. Cet écart ne peut cependant devenir bien grand, étant donnée la rapidité de l'allure d'un pareil moteur. On est dès lors fondé à supposer que dans cette détente la température obéit à une loi exponentielle analogue à celle de la détente adiabatique, l'exposant $\gamma' - 1$ étant choisi de façon que la température t'_1 au début de l'échappement concorde avec la température observable. Posons d'après cela $t' = t_0\left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma'-1}$.

L'intégration devient facile. En désignant par n le taux d'expansion $\frac{v_1}{v_0}$, on trouve

$$\frac{S}{t_0} = \frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{\gamma' - 1} + \frac{1}{(\gamma' - 1)n^{\gamma'-1}} - \frac{1}{(\gamma - 1)n^{\gamma-1}}.$$

Soit α la petite différence (positive) $\gamma' - \gamma$. En négligeant les puissances de α supérieures à la première, il vient

$$(\gamma - 1)\frac{S}{t_0} = \frac{\alpha}{\gamma - 1}\left(1 - \frac{1}{n^{\gamma-1}}\right) - \frac{\alpha \operatorname{Log} n}{n^{\gamma-1}}.$$

Comme $t_1 = \frac{t_0}{n^{\gamma-1}}$, on peut écrire

$$(\gamma - 1)S = \frac{\alpha(t_0 - t_1)}{\gamma - 1} - \alpha t_1 \operatorname{Log} n.$$

Le même degré d'approximation donne

$$t_1 - t'_1 = \alpha t_1 \operatorname{Log} n,$$

et l'on parvient ainsi à la relation

(2) $$(u'_1 + q) - u_1 = c(t_1 - t'_1)\left(\frac{1}{\gamma - 1}\frac{n^{\gamma-1} - 1}{\operatorname{Log} n} - 1\right).$$

D'ailleurs

$$u'_1 - u_1 = c(t'_1 - t_1).$$

Donc

(3) $$q = c(t_1 - t'_1)\frac{1}{\gamma - 1}\frac{n^{\gamma-1} - 1}{\operatorname{Log} n}$$

et

(4) $$(u'_1 + q) - u_1 = q\left[1 - (\gamma - 1)\frac{\operatorname{Log} n}{n^{\gamma-1} - 1}\right].$$

On conclut de là que la perte de travail due au refroidissement par les parois est inférieure à $\frac{q}{A}$; il y a un coefficient de réduction :

$$K = 1 - (\gamma - 1)\frac{\operatorname{Log} n}{n^{\gamma-1} - 1}.$$

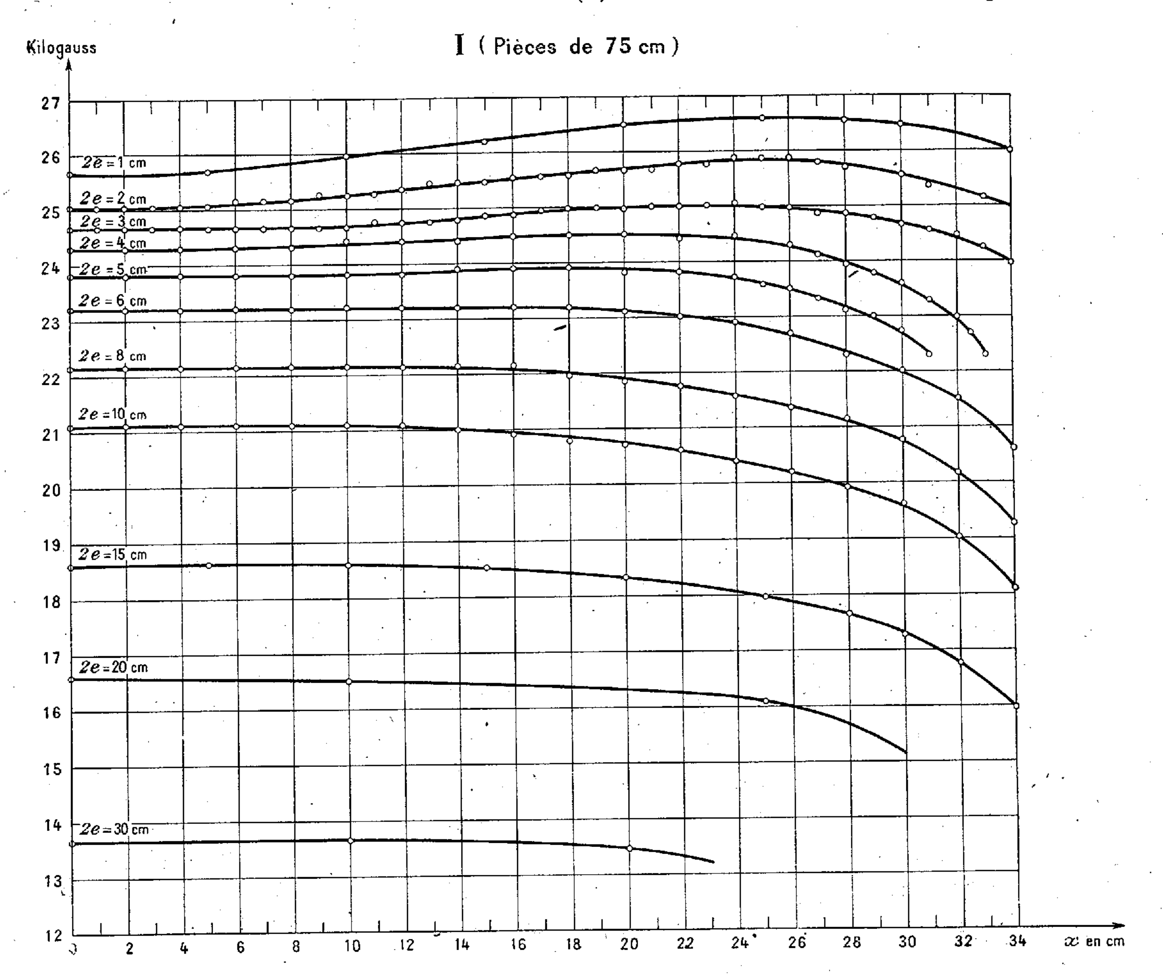
Si l'on prend, par exemple, pour taux d'expansion la valeur $n = 5$, chiffre voisin de ceux que l'on rencontre en pratique, et si l'on attribue à γ la valeur 1,20 qui convient aux gaz brûlés, on trouve $K = 0,81$, en sorte que les $\frac{4}{5}$ seulement de q entrent en ligne de compte. K s'annule pour $n = 1$ (absence de détente), mais alors q est également nul et $t'_1 = t_1 = t_0$. Le moteur ne fournit aucun travail. La valeur de K est croissante avec celle de n, et tend vers l'unité lorsque n augmente indéfiniment. A la limite, la chaleur sortie par les parois constitue une perte sèche de travail.

Remarquons que la formule (3), si l'on y remplace t_1 par $\frac{t_0}{n^{\gamma-1}}$, permet, en mesurant la température de combustion t_0 et la température t'_1 au début de l'échappement, d'évaluer q en fonction du taux d'expansion.

Ces calculs laissent de côté ce qui se passe aux autres temps du cycle : échappement, admission, compression; mais c'est seulement au cours de la détente que règne à l'intérieur du cylindre une température assez élevée pour produire une notable sortie de chaleur à travers les parois.

MAGNÉTISME. — *Champs magnétiques donnés par le grand électro-aimant de Bellevue.* Note (¹) de MM. **A. Cotton** et **G. Dupouy.**

Le grand électro-aimant, appartenant à l'Académie des Sciences, que l'un de nous a décrit antérieurement (²) est maintenant en service régulier



à Bellevue, à l'Office National des Recherches scientifiques et des Inventions. Nous avons mesuré les champs qu'il donne et étudié leur topographie,

(¹) Séance du 10 février 1930.

(²) A. Cotton, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 77. — A. Cotton et G. Mabboux, *Recherches et Inventions*, 9, 1928, p. 421.

pour diverses sortes de pièces polaires, dans les conditions actuelles de fonctionnement; c'est-à-dire en lançant dans les bobines un courant de 400 ampères, courant qu'il est facile de maintenir bien constant en agissant sur l'excitation des dynamos génératrices. La tension aux bornes de l'électro étant de 230 volts, la puissance dépensée dans les bobines est alors 93 kilowatts : on pourra plus tard augmenter le courant circulant dans ces bobines; d'autre part nous rappelons que des bobines supplémentaires permettront d'accroître largement les champs, au prix, il est vrai, d'une dépense d'énergie supplémentaire importante.

Tous les champs ont été mesurés, avec une erreur relative inférieure à 1 pour 100, et souvent à 0,5 pour 100, avec le gaussmètre à lecture directe (1); il faut faire exception pour les grandes pièces de 75^{cm} de diamètre entre lesquelles l'instrument ne pouvait pénétrer et qu'on a étudiées avec une bobine exploratrice et un fluxmètre. Dans les graphiques I à IV qui se rapportent aux pièces polaires de révolution, les abscisses représentent les distances, en centimètres, entre l'axe de révolution des pièces polaires et les points, situés dans le plan équatorial, pour lesquelles on donne les valeurs du champ, valeurs exprimées en kilogauss.

Le graphique I se rapporte aux grandes pièces de diamètre $2r$ égal à 75^{cm}, pièces en fer forgé, pour divers entrefers e donnés en centimètres. Ces pièces, épaisses de 15^{cm} ont un diamètre égal à celui de la petite base des noyaux tronconiques.

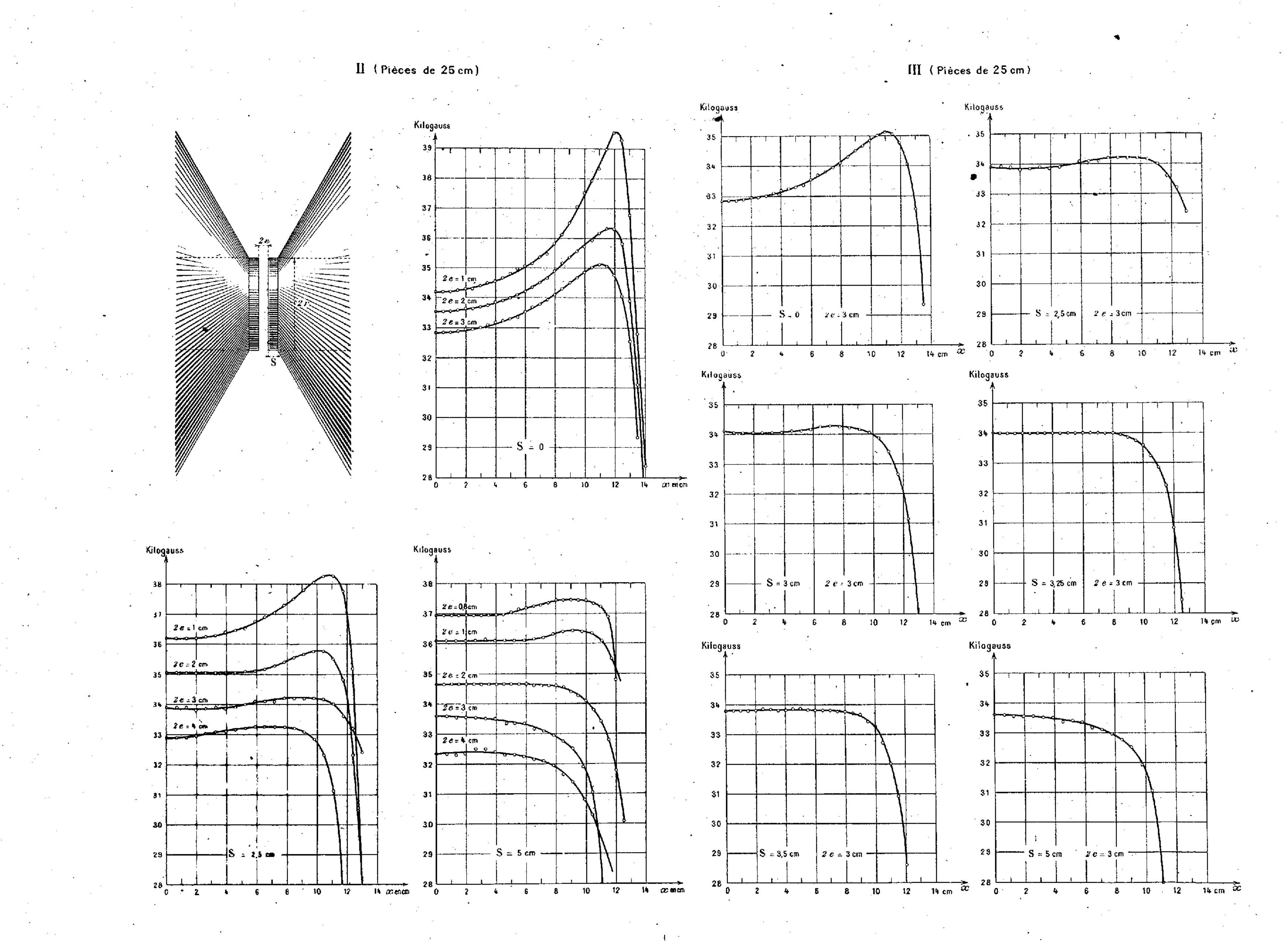
Les autres graphiques se rapportent tous à des pièces faites avec le ferro-cobalt que M. Charpy avait bien voulu faire préparer spécialement dans ce but.

Le graphique II se rapporte aux pièces plates $2r = 25^{cm}$ (épaisseur sur les bords 5^{cm}) que l'on a étudiées pour quelques entrefers en faisant sortir plus ou moins entre les pôles les cylindres de 25^{cm} de diamètre portant ces pièces. Pour chaque valeur de l'entrefer utilisé il y a une position de ces cylindres pour laquelle le champ mesuré dans le plan équatorial prend une valeur maximum sur l'axe en même temps que ce champ est le plus uniforme; le graphique III indique comment on peut expérimentalement trouver ce maximum.

On sera sans doute conduit le plus souvent à se placer dans le cas où ce maximum central est réalisé : remarquons toutefois que déjà, dans

---

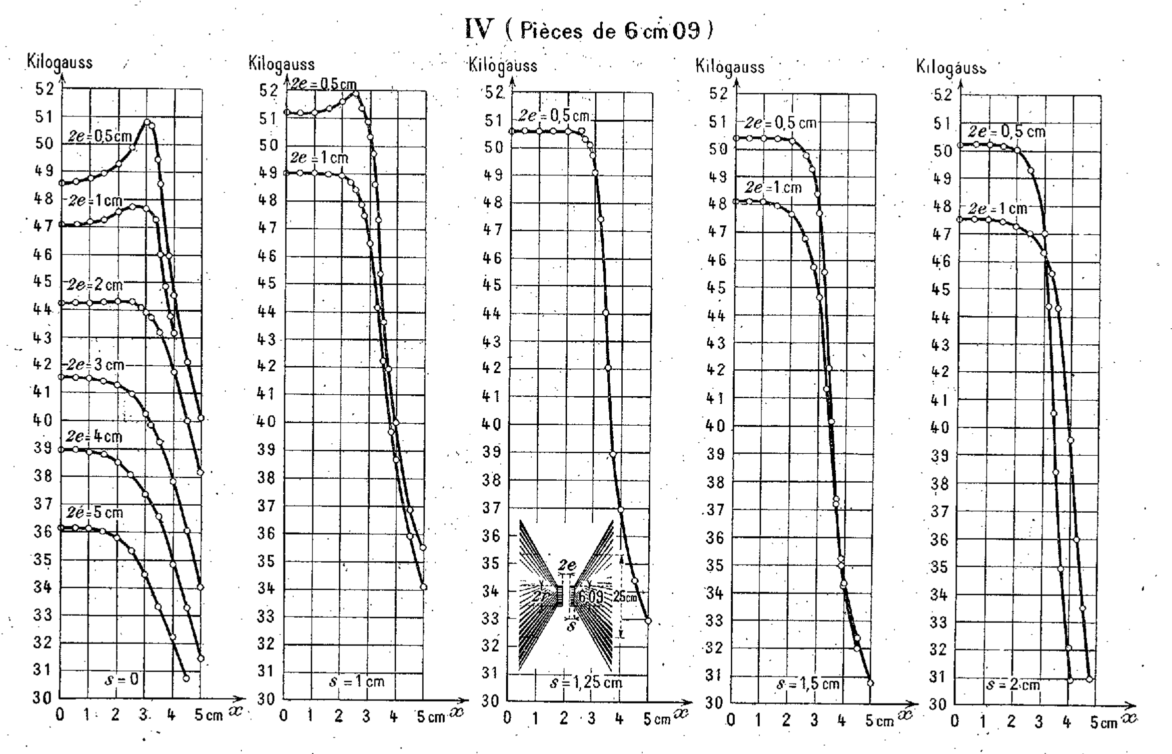
(1) G. Dupouy, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 375.



II (Pièces de 25 cm)
III (Pièces de 25 cm)
Kilogauss
2e = 1 cm
2e = 2 cm
2e = 3 cm
2e = 4 cm
2e = 0,8 cm
S = 0
S = 2,5 cm
S = 5 cm
S = 3 cm
S = 3,25 cm
S = 3,5 cm
2e = 3 cm
x en cm
14 cm

les recherches que M. Rosenblum a faites ([1]), et où il avait utilisé précisément ces pièces polaires, il y avait au contraire avantage à utiliser un champ ayant son maximum sur une étendue annulaire.

Le graphique IV se rapporte à des pièces $2r = 6^{cm},09$ (longues de $11^{cm},5$)



que l'on a de même fait sortir plus ou moins des cônes polaires. Les pièces tronconiques pour lesquelles $2r = 4^{cm}$ ont donné des champs de 45900, 49900, 51950 gauss aux centres d'entrefers respectivement égaux à 2^{cm}, 1^{cm}, $0^{cm},5$. Celles pour lesquelles $2r = 2^{cm}$ ont donné, pour les mêmes distances, 46350, 52750, 56800. Enfin les pièces ayant un diamètre terminal $2r = 1^{cm}$ ont donné un champ de 59500 pour un entrefer de 5^{mm}, et celles pour lesquelles $2r = 0^{cm},5$, un champ de 60000 pour le même entrefer. Nous n'avons pas fait de mesures précises avec les pièces polaires plus petites $2r = 3^{mm}$ (il est fort rare qu'on ait à les utiliser), mais nous pouvons cependant indiquer qu'en les mettant à une distance de 2^{mm} le champ est très voisin de 70000 gauss.

([1]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1401.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur le mécanisme de formation du rubrène : nouvelle synthèse.* Note de MM. **Charles Moureu**, **Charles Dufraisse** et **Nicolas Drisch**.

Les procédés décrits jusqu'ici pour la préparation du rubrène (¹) reviennent tous à la décomposition thermique d'un dérivé

$$(C^6H^5)^2CX - C \equiv C - C^6H^5$$

du diphénylphényléthinylcarbinol

$$(C^6H^5)^2COH - C \equiv C - C^6H^5,$$

X représentant dans la première formule soit un ion négatif (éthers-sels du carbinol), soit un alcoxy — OR (éthers-oxydes du carbinol), soit le reste amidogène — NH^2 (amine).

Par leur diversité, ces méthodes ont eu l'intérêt de faire préciser plusieurs points importants de la réaction génératrice du rubrène ; mais elles ne pouvaient suffire à elles seules à renseigner sur la transformation qui se produit, car toutes relèvent sans doute d'un même mécanisme. Aussi nous sommes-nous préoccupés d'essayer d'arriver au rubrène par une tout autre voie, en partant d'un composé dont la constitution soit très différente de celle du carbinol acétylénique et des corps qui en dérivent par remplacement de l'oxhydryle.

a. Le nouveau procédé. — Le composé choisi comme matière première a été une cétone éthylénique, la β-phénylbenzalacétophénone,

$$(C^6H^5)^2C = CH - CO - C^6H^5.$$

Si l'on ne considère que la composition centésimale, ce corps ($C^{21}H^{16}O$) ne diffère du rubrène ($C^{42}H^{28}$) que par de l'eau en trop :

$$[(C^6H^5)^2C = CH - CO - C^6H^5]^2 = 2H^2O + C^{42}H^{28}.$$

La préparation devrait donc consister à enlever deux molécules d'eau à deux molécules de phénylbenzalacétophénone.

Cette élimination ne se produit pas directement : la cétone éthylénique,

(¹) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et P. Dean, *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 1440. — Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et J. Robin, *Ibid.*, **188**, 1929, p. 1582. — J. Robin, *Ibid.*, **189**, 1929, p. 337.

corps très stable, distille sans modification à la pression ordinaire, et résiste à des températures relativement élevées. La méthode indirecte, par les dérivés halogénés, a, tout au contraire, donné le résultat attendu.

La cétone est attaquée, dans des conditions appropriées, par le pentachlorure de phosphore. Il se produit un dérivé halogéné très sensible à l'action de l'humidité, qui l'attaque rapidement avec retour au corps primitif. L'instabilité de cette substance ne nous a pas permis de l'isoler, et l'huile où elle se trouve n'a pas manifesté de tendance appréciable à donner du rubrène par les traitements habituels.

Traitée alors par l'acétate de potassium en solution alcoolique, cette matière s'est transformée, par perte d'acide chlorhydrique, en une autre huile moins altérable à l'humidité, mais susceptible de fournir du rubrène par simple chauffage.

Aucun des termes intermédiaires n'a encore cristallisé, et, par suite, aucun d'eux n'a été isolé. Malgré cela, nous avons réussi à obtenir par ce procédé du rubrène cristallisé et pur, et même, en dernier lieu, à atteindre des rendements de l'ordre de 30 pour 100, calculés à partir de la cétone initiale : c'est donc une véritable méthode de préparation.

b. La nouvelle synthèse n'a rien de commun avec les anciennes. — Il était indispensable, pour les conclusions à tirer, de s'assurer que la nouvelle synthèse était vraiment distincte de l'ancienne et ne se confondait pas avec elle, à partir de l'un des stades de la série des réactions.

On aurait pu concevoir, en effet, que les deux aboutissent à un même terme intermédiaire, à partir duquel elles se seraient trouvées confondues. Les réactions décrites ci-dessus auraient pu donner, par exemple, l'éther chlorhydrique du diphénylphényléthinylcarbinol,

$$(C^6H^5)^2CCl - C \equiv C - C^6H^5,$$

c'est-à-dire le terme de départ de l'ancienne synthèse.

Nous avons recherché ce corps en utilisant, comme réactions très sensibles, sa transformation en deux corps peu solubles : l'éther-oxyde méthylique du carbinol acétylénique ([1]), et un certain hydrocarbure incolore $C^{42}H^{30}$, que nous avions fait connaître antérieurement ([2]). On a essayé en outre

---

([1]) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et C. Mackall, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 33, 1923, p. 934. — Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et H. Blatt, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 35, 1924, p. 1412.

([2]) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et A. S. Houghton, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 41, 1927, p. 57.

la transformation en éthers-sels du carbinol (¹). Tous ces essais ayant été négatifs, il en résulte que la nouvelle synthèse ne rejoint pas l'ancienne au terme éther chlorhydrique du carbinol acétylénique.

Quelles que soient d'ailleurs les hypothèses adoptées, si les deux sortes de synthèses se confondaient à un moment donné quelconque, toutes deux devraient passer par le terme chloré intermédiaire décrit récemment (²), qui paraît être le dernier rencontré immédiatement avant le rubrène, quand on part de l'éther chlorhydrique. Or ce corps chloré, facile à isoler parce qu'il est peu soluble, ne se forme pas, ainsi que nous l'avons vérifié, dans le présent procédé de synthèse.

La nouvelle préparation ne se ramène donc pas au type des anciennes : elle emprunte un mécanisme différent.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Les plantes montagnardes et le Lamarckisme.* Note de M. J. **Costantin**.

J'ai exposé, en 1927 (³), le rôle capital des boutures montagnardes en agronomie tropicale. Je n'ai pas insisté sur un point qui présente de l'intérêt, surtout à l'heure présente, c'est que la technique précédente relève du Lamarckisme le plus caractérisé, puisque la résistance acquise à la maladie découle du *changement de milieu*. Cette résistance ne se maintient que pendant six années environ dans les cultures de plaine.

On ne peut évidemment parler d'hérédité pour un phénomène aussi transitoire. Ce mot convient cependant pour le cas des Cannes sauvages montagnardes. On peut admettre hypothétiquement que la *résistance stable* et *transmissible* observée dans ce cas a été acquise par un séjour sur les hauteurs pendant des siècles. Ces Cannes primitives ont malheureusement une valeur très faible au point de vue de la matière saccharine. On a dû recourir à l'hybridation pour résoudre le problème industriel. On a croisé d'abord entre elles les Cannes nobles de la région équatoriale; si les types ainsi obtenus étaient d'une remarquable richesse en sucre, ils avaient, par contre,

---

(¹) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et A. S. Houghton, *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, **41**, 1927, p. 53.

(²) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et J. Robin, *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1582.

(³) *Comptes rendus* **184**, 1927, p. 1385; *Ann. Sc. nat. Bot.*, 10ᵉ série, **9**, 1927, p. 299 à 369.

une très faible résistance à la maladie : aussi pour eux l'emploi des boutures alpestres fut rigoureusement maintenu.

Récemment (1), on a fait intervenir dans les croisements les formes sauvages montagnardes; mais on a été obligé de doser presque au compte-gouttes l'influence paternelle alpestre, à cause de la nécessité d'avoir des rendements suffisants en sucre. Les résultats obtenus au point de vue de la récolte sont de premier ordre. Mais doit-on toujours avoir recours aux pépinières d'altitude? Comme les boutures qu'on y prépare coûtent très cher (frais de préparation et de transport à 500 et 1000^{km} de distance), certains agronomes, peut-être imprudents, affirment qu'on peut se dispenser de plus en plus de leur emploi (1929) (2). Il sera très intéressant de suivre cette expérience et de voir si le résultat en est favorable. Si oui, on aura ainsi prouvé qu'en infusant une faible proportion de sève montagnarde, on a pu créer une hérédité stable et définitive. Ce serait très important au point de vue du Lamarckisme.

En attendant la réponse, on peut chercher dans l'étude de la vie montagnarde des preuves de cette doctrine.

On les y trouve car les belles études de Bonnier, poursuivies pendant trente ans, ont établi des transformations d'espèces ou de races (linnéon ou jordanon), notamment les changements de plantes annuelles de plaine en plantes bisannuelles ou vivaces de montagne. On pourrait être tenté de regarder ces derniers caractères comme éphémères; mais M. Smith (Hugh, Burnice) a prouvé qu'ils sont d'*ordre mendélien*, donc héréditaires. D'autre part la limite de distribution séparant les espèces annuelles et bisannuelles est une *courbe parallèle aux lignes isoclimatiques* de température (MM. Livingston et Shreve).

Il a été établi d'ailleurs par divers auteurs que des variations inusitées de température (hautes ou basses) modifient le germen, notamment les cellules mères du pollen, tout en laissant intact le pouvoir fécondateur.

Enfin on a mentionné l'apparition de races tétraploïdiques par le froid pour diverses plantes (M. Belling); c'est aussi le cas pour un type arctique de l'*Empetrum nigrum* qui croît jusqu'à 79° de latitude Nord et au Groenland (M. Hagerup).

Ces faits et beaucoup d'autres, en dehors de la question examinée ici, montrent nettement l'action des facteurs extérieurs sur le plasma germinal.

On peut être tenté de penser, d'après cela, que les sciences biologiques viennent de franchir une importante étape.

---

(1) En 1926, par M. Jeswiet.

(2) V. D. Köningsberger, *Planter and Sugar Manufacturer*, 82, x, 1929, p. 181.

ENTOMOLOGIE. — *Quelques observations sur les Papillons saturnioïdes de la famille des Cératocampidés.* Note de M. **E.-L. Bouvier.**

Les Cératocampidés sont des Saturnioïdes exclusivement américains qui donnent à la faune du Nouveau Monde un de ses caractères les plus particuliers. En dépit des recherches auxquelles ils ont été soumis, et malgré la monographie relativement récente que leur a consacrée Packard (*Memoirs nation. Acad. Sciences Washington*, 9, 1905), il s'en faut que des lignes précises servent à délimiter les diverses formes génériques qui la constituent. C'est à combler cette lacune qu'est destinée la présente Note.

Actuellement on reconnaît six genres dans la famille : *Anisota* Hbn., *Syssphinx* Hbn., *Adelocephala* H. S. pour les espèces de petite ou de médiocre taille; pour les grandes *Eacles* Hbn., *Citheronia* Hbn., et, comme je l'ai montré récemment (*Ann. Sc. nat. Zool.*, 12, 1929, p. 248), le genre *Bathyphlebia* Felder qui s'apparente de fort près aux *Eacles*. Ces trois derniers genres sont d'une distinction facile, mais la règle qui les a fait établir me paraît avoir été poussée trop loin ou pas assez; car s'il est vrai qu'avec leurs taches discales ocelliformes et la rayure externe franchement apicale de leurs ailes antérieures, les *Bathyphlebia* ressemblent aux *Eacles*, dont ils se distinguent néanmoins par leurs antennes pectinées jusqu'à la pointe, et non pas seulement dans leur moitié basale, — on devrait séparer semblablement le *Citheronia principalis* Walker des autres *Citheronia* parce qu'il s'en distingue de la même façon, c'est-à-dire par la structure de ses antennes qui sont pectinées jusqu'à la pointe. Il s'en distingue même bien plus que les *Bathyphlebia* des *Eacles*, en ce sens qu'il présente sur chaque aile une rayure externe continue et une rayure interne franche, deux traits qui n'ont pas d'analogues dans les autres *Citheronia*. De sorte qu'en bonne logique il conviendrait de ranger les *Bathyphlebia* parmi les *Eacles* comme on fait des *principalis* un vrai *Citheronia*; ou, à l'inverse, d'établir un genre spécial pour *principalis* comme on l'accepte aujourd'hui pour *Bathyphlebia*.

La première de ces deux propositions me paraît, de beaucoup, la plus raisonnable, parce que le caractère des antennes pectinées jusqu'au bout semble très insuffisant pour caractériser un genre. Dans les *Citheronia*, en effet, le *fenestrata* Rothschild, du Pérou, appartient au même type que *principalis* et, comme lui, s'éloigne des autres *Citheronia* par la tache discale en fente de chaque aile, et la présence, aux ailes antérieures, d'une rangée transverse de fenêtres postdicales; mais les rayures interne et externe de

principalis ont complètement disparu, si bien que, quelle que soit la structure de ses antennes, *fenestrata* établit une transition évidente entre cette dernière espèce et les *Citheronia* les plus typiques. D'ailleurs *principalis* ressemble aux autres *Citheronia* par l'individualisation parfaite du lobe inférieur (*harper*) de la pince génitale et, comme l'a montré Packard, par la structure de ses chenilles. L'isolement générique de *Bathyphlebia* se justifierait beaucoup moins que celui de *principalis*; ce genre, au surplus, ne fut jamais caractérisé par son auteur; il convient de l'identifier avec *Eacles*.

Dans les trois autres genres, le remaniement doit être beaucoup plus profond. D'abord, on ne saurait trouver de caractères qui permettent de séparer les *Adelocephala* des *Syssphinx*, et notamment du *S. molina* Stoll qui servit de type à ce dernier genre. Toutes les tentatives dans ce sens sont restées vaines; en fait, la première de ces dénominations est synonyme de la seconde qui fut proposée trente ans plus tôt par Huebner, et de même que *Bathyphlebia* s'identifie avec *Eacles*, *Adelocephala* doit s'identifier avec *Syssphinx*. Ainsi compris, le genre *Syssphinx* se rapproche des grands Cératocampidés et diffère des autres par ses tibias dépourvus d'épines; il diffère de tous les Cératocampidés, sauf les *Giacomellia* étudiés plus loin, par le front qui est triangulaire, d'ailleurs fort étroit à sa partie inférieure où il se termine par un petit lobe saillant en avant sous un angle droit; les ailes sont généralement ornées de taches discales, mais ces dernières n'affectent jamais la forme d'ocelles, enfin les mors de la pince génitale sont presque toujours réduits à leur lobe moyen et quand ils se prolongent intérieurement en un troisième lobe, celui-ci n'est jamais qu'un étroit talon transverse. Le genre comprend plus de cent espèces qui habitent pour la plupart les régions américaines tropicales et subtropicales.

Tous les autres représentants de la famille sont actuellement réunis sous le nom d'*Anisota*. Mais cet ensemble n'est pas homogène et compte en réalité trois types génériques bien distincts.

Le premier de ces types est représenté par l'*A. rubicunda* Fabr., qui, *sous sa forme adulte*, présente, sans aucune exception, tous les traits caractéristiques des *Syssphinx* : tibias inermes, front étroit à lobe inférieur saillant, taches discales, armature sexuelle du mâle; l'uncus ou dixième tergite de cette dernière est tout à fait autre que celui des *Anisota*, représenté par deux lobes régulièrement ovoïdes, clairs et parallèles, qui contrastent de singulière façon avec les lobes acuminés, noirs et divergents des vrais *Anisota*. Je reviendrai plus loin sur cette curieuse et très intéressante espèce me bornant à dire, en cette place, qu'elle ressemble étonnamment

par sa coloration et son aspect au *S. apollinairei* Dogrien qui en est, à coup sûr, fort éloigné avec son uncus en large palette tronquée, son énorme pénis de contour ovoïde, ses mors sexuels réduits à l'état de simples cuillerons. Il ne faut pas se fier aux apparences!

Le second type embrasse tous les *Anisota* vrais au nombre de dix espèces, lesquelles occupent les États-Unis de l'est, du sud et des régions avoisinantes de l'Amérique centrale. Ici, les caractères sont tout autres que dans les *Syssphinx* : le tibia des pattes antérieures est armé, au bout distal externe, d'une puissante épine, le front est trapézoïde, largement tronqué à son bord inférieur qui fait un peu saillie en avant, l'épiphyse manque toujours aux femelles alors qu'on la trouve dans les deux sexes chez les *Syssphinx*; comme on l'a vu plus haut, l'uncus de l'armature génitale se termine par deux lobes divergents acuminés, les deux mors du clasper enfin se rapprochent longuement en dessous et parfois y chevauchent l'un sur l'autre. Cette structure des claspers tient au développement du lobe inférieur et rapproche quelque peu le genre des *Citheronia*; mais tandis que, chez ces derniers, le lobe s'individualise, il reste, dans les *Anisota*, largement continu avec le lobe moyen, encore que parfois un léger sillon externe indique la séparation des deux parties.

On range actuellement dans le genre *Anisota* deux espèces argentines, *bilineata* Burm. et *inversa* Giacom. remarquables par leurs ailes antérieures longues et étroites que traverse en arc, de l'apex à la base, une large rayure noire ou blanche. Abstraction faite de la coloration, cela rappelle assez bien le *Syssphinx jucunda* de Walker, d'autant que le front, les épiphyses et l'armature sexuelle du mâle sont établis sur le modèle des *Syssphinx*. Mais combien différentes sont les pattes! Ici, contrairement à ce que l'on observe dans tous les autres Cératocampidés, les tibias des pattes antérieures, et surtout ceux des pattes de la deuxième paire, sont bien plus courts que les tarses, les premiers sont armés de deux fortes épines distales et les seconds de trois, deux internes et l'autre externe. Ces dernières sont plus longues que l'article lui-même qui est dilaté et plus court que le premier article tarsien. C'est un type structural tout particulier qui rappelle quelque peu celui des Saturnides d'Afrique pseudobunéens; on peut appeler ce genre nouveau *Giacomellia* en l'honneur du savant argentin Giacomelli qui en a fait connaître les curieuses variations.

Il nous faut maintenant revenir sur le *Syssphinx rubicunda* Walker, que l'on range d'ordinaire parmi les *Anisota*. Les chenilles de cette espèce sont totalement semblables à celles des vrais *Anisota*; elles présentent une paire

de longues épines subdorsales sur le deuxième segment thoracique et une paire d'épines plus courtes, mais bien séparées, sur le dos du huitième segment abdominal; en quoi elles diffèrent des chenilles de tous les autres Cératocampidés, y compris les *Syssphinx*, qui portent une ou deux paires de longues épines subdorsales sur les deuxième et troisième segments thoraciques, et une épine médiane impaire, au lieu de deux subdorsales, sur le huitième segment de l'abdomen. Ainsi le *rubicunda* de Walker est franchement *Anisota* par sa chenille, alors qu'on le trouve *Syssphinx* parfait sous la forme adulte. Il doit être rangé parmi les *Syssphinx* si l'on admet qu'en Systématique la forme définitive l'emporte sur les états larvaires, le point d'arrivée sur le point de départ, celui-ci servant surtout à établir les affinités d'origine.

Et ceci nous mène à chercher le sens suivant lequel ont évolué les Cératocampidés. Parfait *Anisota* sous sa forme larvaire, *Syssphinx* absolument parfait à l'état adulte, *rubicunda* indique manifestement le sens de cette évolution; les chenilles des Cératocampidés se sont modifiées progressivement par deux moyens : la transformation en longues épines d'un nombre plus grand de saillies subdorsales thoraciques et, d'autre part, la fusion en une seule pointe des deux saillies subdorsales les plus voisines de la ligne médiane sur le huitième segment de l'abdomen. En même temps ont dû se différencier les diverses formes d'adultes. *Anisota* est au premier stade à tous les âges, *rubicunda* est resté à ce stade durant la période larvaire mais a évolué en *Syssphinx* en prenant la forme de papillon : les autres Cératocampidés connus à l'état larvaire sont tous à un stade plus avancé, avec les grandes épines subdorsales que présentent leurs chenilles sur les deux derniers segments thoraciques; le sommet de la série évolutive étant occupé par les *Citheronia* qui portent en outre de grandes épines sur le premier anneau du thorax.

Cette direction est manifestement indiquée par l'indépendance complète, dans les chenilles d'*Anisota*, des deux premières épines subdorsales du huitième segment de l'abdomen, et par la mutation évolutive de *rubicunda* qui, franc *Anisota* sous sa forme larvaire, devient à l'état adulte *Syssphinx* typique. Cette dernière et très suggestive observation n'avait jamais été faite que je sache, mais la première était connue de tous, surtout de Packard dont le travail sur les Cératocampidés marque une date historique en Saturniologie. N'est-il pas curieux de constater que le savant biologiste, dans son travail, place les *Syssphinx* (sous le nom d'Adélocéphales), à l'origine de la famille, et en fait dériver tous les autres Cératocampidés à commencer par les *Anisota* (p. 98 de son travail)?

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la condensation de l'isobutanal.* Note [1] de MM. **V. Grignard** et **Th. N. Iliesco.**

La condensation de l'isobutanal a donné lieu déjà, à de nombreuses recherches qui, cependant, n'ont permis d'en préciser ni les conditions ni les résultats. En particulier, le produit le plus immédiat de cette condensation, le diisobutanal n'a pu encore être obtenu dans un état de pureté suffisante pour permettre d'établir ses caractéristiques.

L'un de nous ayant institué, depuis longtemps déjà [2] une méthode d'aldolisation nettement supérieure aux méthodes antérieures, il était intéressant d'en étudier l'application à l'isobutanal qui doit, sans doute, à sa constitution particulière (CH en α) de donner lieu très facilement à la superposition des réactions de Wurtz et de Cannizarro-Tischtchenko.

On conçoit quelles difficultés expérimentales peuvent en résulter.

Les recherches que nous avons entreprises sur ce sujet complexe ont été exposées en détail [3]; nous voulons simplement en souligner ici les points essentiels.

I. La condensation de l'isobutanal sur lui-même, suivant la méthode signalée (*loc. cit.*), donne l'aldol seul, à partir d'environ — 15° et au-dessous.

On refroidit, à cette température, un mélange de 100^g d'isobutanal pur et de 100^{cm^3} d'éther officinal, puis on y ajoute, d'un seul coup, 50^{cm^3} de KOH caustique, à 15 pour 100, également refroidie. On agite énergiquement, pendant un quart d'heure, en maintenant cette température. On décante immédiatement, on lave la potasse à l'éther, on purifie les solutions éthérées, réunies, on sèche et l'on rectifie.

Le diisobutanal (triméthyl-2-2-4 pentanol-3 al-1) est ainsi obtenu [4] avec un rendement net de 60-61 pour 100. C'est un liquide incolore, visqueux, d'odeur forte et caractéristique qui bout à 79°, sous 6^{mm}, et à 95-96°, sous 14^{mm}. Quand on essaie de le distiller à la pression ordinaire, il commence à se décomposer au-dessus de 120°, et se dédouble intégralement, vers 150°, en isobutanal :

$$d_{16}^{16} = 0,954; \quad n_D^{16} = 1,44717; \quad \text{d'où} \quad \text{R.M.} = 40,47 \text{ (calculé } 40,63).$$

---

(1) Séance du 24 février 1930.

(2) V. Grignard et J. Reif, *Bull. Soc. chim.*, **1**, 1907, p. 114. — V. G. et P. Abelmann, *Ibid.*, **7**, 1910, p. 638. — V. G. et A. Vesterman, *Ibid.*, **37**, 1925, p. 425.

(3) Voir *Thèse de Doctorat ès sciences physiques* de Th. N. Iliesco, Lyon, 1929.

(4) Il avait été obtenu pour la première fois, mais en quantité infime, par G. Urbain (*Bull. Soc. chim.*, **13**, 1895, p. 1048).

Il est très soluble dans l'éther et l'alcool, très peu soluble dans l'eau. Il recolore le réactif de Schiff et réduit le nitrate d'argent ammoniacal. Nous n'avons pas réussi à préparer sa semicarbazone, mais nous avons obtenu son oxime qui bout à 136-137°, sous 14^{mm}, et sa phényluréthane qui cristallise dans l'éther de pétrole en petits cristaux rosés, fusibles à 63°.

Le diisobutanal s'épaissit, peu à peu, en vieillissant et devient très visqueux; mais nous n'avons pas observé sa cristallisation comme Max Brauchbar ([1]) qui a trouvé : F = 96°,5-97°, avec la formule brute $(C^8H^{16}O^2)^2$. Chose curieuse, cette dimérisation semble résulter d'une condensation Canizzaro-Tischtchenko. En effet, l'aldol frais a un indice de saponification (IS) nul; sur un échantillon datant de quelques mois, nous avons trouvé : IS = 100, et au bout de 14 mois : IS = 144,9; la théorie pour le dimère éther-sel serait 194,4. Les poids moléculaires s'accordent d'ailleurs avec ces résultats.

II. Quand on effectue la condensation de l'isobutanal au voisinage de + 10°, avec 40^{cm^3} de potasse caustique, à 15 pour 100, ajoutés en plusieurs fois et en agitant, on obtient uniquement l'éther-sel trimère, avec un rendement de 52 pour 100, en produit pur. Il bout à 104-106°, sous 6^{mm}; c'est un liquide visqueux, d'odeur forte et de saveur brûlante. IS = 259,3 (calculé 262,96)

$$d_{20}^{20} = 0952, \quad n_D^{20} = 1,44847, \quad \text{d'où} \quad \text{R. M.} = 60,57 \text{ (calculé 60,73)}.$$

Par saponification, il donne le triméthyl-2-2-4 pentanediol-1-3, déjà obtenu directement par plusieurs chimistes, en condensant par un alcali, sans éther. Il nous a donc suffi de l'identifier, sa constitution ayant été établie par Lieben ([2]). Il bout à 234°, sous 737^{mm}, et fond à 50°,5.

$$d_{15}^{15} = 0,937, \quad n_D^{15} = 1,45127; \quad \text{d'où} \quad \text{R. M.} = 41,96 \text{ (théorique)};$$

son éther diacétique bout à 141-142°, sous 20^{mm} : $d_{18}^{18} = 0,972$, $n_D^{18} = 1,43332$.

III. Le phénomène est en réalité plus complexe qu'il ne nous est apparu jusqu'ici.

En vue de déshydrater le diisobutanal, nous avons étudié l'action d'une trace d'iode, celle de l'acide oxalique, et reconnu, enfin, que le meilleur procédé était l'action de la potasse concentrée, vers 28-30°, selon la technique de V. Grignard et P. Abelmann (*loc. cit.*). Le rendement net

---

([1]) *Monatsh.*, 17, 1896, p. 637. Cet auteur ne dit pas au bout de combien de temps son dimère a critallisé.

([1]) *Monatsh.*, 17, 1896, p. 69.

n'a été cependant que de 35 pour 100 en triméthyl-2-2-4 penténal-3-1) (¹).

Cet aldéhyde a été obtenu par Fossek (²), par condensation directe de l'isobutanal au moyen de l'acétate de soude, à 150°.

Il bout à 61-62°, sous 14^{mm}, et à 149-150°, sous la pression ordinaire :

$$d_{16}^{16} = 0,871, \qquad n_D^{16} = 1,44707, \qquad \text{d'où R. M.} = 38,72 \text{ (calculé 38,66)};$$
$$\text{Ind. Br (Rupp-Brachmann)} = 121 \text{ (calculé 127)}.$$

En outre, dans les portions supérieures de cette préparation, nous avons pu isoler en petite quantité un dimère et un trimère du diisobutanal, sous forme de liquides très visqueux.

Le dimère (P. M. trouvé, 283, au lieu de 288) bout à 127-130°, sous 8^{mm}; le trimère (P. M. trouvé, 427, au lieu de 432) distille à 156-162°, sous 8^{mm}. Ils ne fixent pas Br et, pour l'un et l'autre, l'indice de saponification est nul; le nouveau dimère est donc de constitution complètement différente de celui qui prend naissance spontanément. Pour tenir compte de leurs points d'ébullition relativement bas, nous avons été conduits à admettre que ces corps sont des acétals cycliques :

```
        CH³   OH   CH³                 CH³  OH    CH³
        |     |     |                   |    |     |
  CH³ — CH — CH — C — CH<O>CH — C — CH — CH — CH³,
                    |      O            |
                   CH³                 CH³

CH³ — CH — CH ——————— C ——————— CH — O
      |     |        / |        /       \          CH³        CH³
     CH³   OH     CH³ CH³      /         \          |          |
                              O           CH — C — CH — CH — CH³.
     CH³   OH     CH³ CH³      \         /          |    |
      |     |        \ |        \       /          CH³  OH
CH³ — CH — CH ——————— C ——————— CH — O
```

On pouvait penser que le second dimère était une phase intermédiaire de la transformation du diisobutanal en éther-sel, mais nous n'avons pas réussi à réaliser l'isomérisation de ce second dimère dans le premier.

Nous avons essayé d'obtenir plus abondamment le second dimère en condensant le diisobutanal, à — 15°, par la potasse à 15 pour 100. Le résultat était inattendu. Il y a, en effet, dédoublement partiel du diisobutanal en isobutanal, lequel subsiste, partiellement, à l'état libre, tandis que le reste se

---

(¹) Cette formule est la plus plausible, mais on peut envisager aussi la possibilité de la double liaison-2, avec transposition d'un CH^3.

(²) *Monatsh.*, 2, 1881, p. 616.

condense avec le diisobutanal libre sous forme d'éther-sel, isobutyrate-1 du triméthyl-2-2-4 pentanediol-1-3, déjà décrit plus haut.

IV. Nous avons été conduits à reprendre l'étude de la condensation de l'isobutanal par la potasse caustique, soit en solution à 50 pour 100, soit à l'état solide, sans solvant, pour comparer aux résultats de F. Kirchbaum (¹) qui annonce la formation régulière d'éther-sel trimère et d'aldol (bouillant d'ailleurs 20° trop haut), en proportions variables, suivant les conditions expérimentales. Nous ne sommes nullement d'accord avec cet auteur.

En introduisant, sous refroidissement, 25^{g} de KOH en pastilles dans 100^{g} d'isobutanal et conservant le contact pendant trois jours à la température ambiante, en agitant de temps à autre, nous avons obtenu :

1° Un liquide distillant à 151-153° sous 34^{mm} (rendement 63 pour 100), dont IS = 0, qui réduit le nitrate d'argent ammoniacal et fixe le brome (trouvé, d'après Rupp et Brachmann, Ind. Br = 80,03, calculé 80,71). L'analyse et le P. M. s'accordent très bien avec la formule $C^{12}H^{22}O^{2}$:

$$d_{23}^{23} = 0{,}903, \qquad n_D^{23} = 1{,}45207; \qquad \text{d'où} \qquad \text{R. M.} = 58{,}9 \text{ (calculé } 58{,}6\text{)};$$

2° Un autre liquide assez visqueux qui répond nettement à la formule $C^{12}H^{24}O^{3}$ et dont les propriétés essentielles ne diffèrent des précédentes qu'en ce qu'il ne fixe pas Br. Il bout à 188-189° sous 34^{mm} (rendement 29 pour 100). Il n'y a guère de doute que ce second corps soit l'aldoglycol résultant de la condensation aldolique de 3^{mol} d'isobutanal

$$(CH^3)^2CH - CHOH - C(CH^3)^2 - CHOH - C(CH^3)^2 - CHO,$$

et que le premier corps soit son produit de déshydratation dont la seule formule possible est $(CH^3)^2C = CH - C(CH^3)^2 - CHOH - C(CH^3)^2 - CHO$, sauf le cas d'une transposition d'un CH^3 que nous n'avons pas examiné. Nous ne pouvons, non plus, pour l'instant, préciser si cette déshydratation précède ou suit la condensation de la troisième molécule d'isobutanal.

Enfin, en condensant par KOH à 50 pour 100, nous avons séparé les corps suivants : l'aldéhyde éthylénique en C^{8}, l'éther-sel trimère, l'aldol éthylénique précédent, $C^{12}H^{22}O^{2}$, et des traces d'un produit distillant à 169-175° sous 18^{mm} et que nous n'avons pu identifier.

(¹) *Monatsh.*, 25, 1903, p. 249.

NOMINATIONS.

M. **M. d'Ocagne** est adjoint à la délégation qui représentera l'Académie à la célébration du *bimillénaire de Virgile*, le 25 mars prochain.

ÉLECTIONS.

M. **Raffaele Nasini**, par 42 suffrages contre 3 à M. *A. F. Holleman* et 3 à M. *S. P. L. Sörensen*, est élu Correspondant pour la section de Chimie.

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des commissions de prix de 1930, ouvert en la séance du 24 février, est clos en celle du 3 mars.

51 cahiers de vote ont été déposés.

Le dépouillement du scrutin donne les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Prix Poncelet*, *Francœur*. — MM. Émile Picard, Appell, Painlevé, Hamy, Lecornu, Hadamard, Goursat, Borel, Lebesgue.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Ocagne, Drach.

II. Mécanique : *Prix Montyon*, *Fourneyron*, *Boileau*, *Henri de Parville*. — MM. Émile Picard, Appell, Vieille, Lecornu, Kœnigs, Goursat, Mesnager, Drach, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Borel, d'Ocagne.

III. Astronomie : *Prix Lalande*, *Valz*, *Janssen*, *Guzmann*, *La Caille*, *fondation Antoinette Janssen*. — MM. Émile Picard, Appell, Deslandres, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Lebesgue, Esclangon, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Cotton, Fichot.

IV. Géographie : *Prix Delalande-Guérineau*, *Gay*, *fondation Tchihatchef*, *prix Binoux*. — MM. Douvillé, Mangin, Lallemand, Lecomte, Fournier, Bourgeois, Ferrié, Fichot, Perrier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Lacroix, Termier.

V. Navigation : *Prix du Ministère de la Marine*, *Plumey*. — MM. Émile Picard, Vieille, Lallemand, Lecornu, Fournier, Bourgeois, Kœnigs, Mesnager, Laubeuf, Ferrié, Fichot, Perrier, Charcot, Drach, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Lacroix, Borel.

VI. Physique : *Prix La Caze*, *Hébert*, *Hughes*, *fondation Clément Félix*. — MM. Émile Picard, Villard, Branly, Janet, Brillouin, Perrin, Cotton, M. de Broglie, Ch. Fabry.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bigourdan, Borel.

VII. Chimie : *Prix Montyon des arts insalubres*, *Jecker*, *La Caze*, *fondation Cahours*, *prix Houzeau*. — MM. Schlœsing, A. Lacroix, Le Chatelier, Béhal, Urbain, Bertrand, Desgrez, Matignon, Delépine.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Perrin, M. de Broglie.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Cuvier*, *Joseph Labbé*. — MM. A. Lacroix, Barrois, Douvillé, Wallerant, Mangin, Termier, L. de Launay, Sabatier, Cayeux.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Perrin, Cotton.

IX. Physique du globe : *Prix Victor Raulin*. — MM. Deslandres, A. Lacroix, Bigourdan, Hamy, Lallemand, Bourgeois, Janet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Branly, Ferrié.

X. Botanique : *Prix Desmazières*, *Montagne*, *de Coincy*. — MM. Bouvier, A. Lacroix, Mangin, Costantin, Lecomte, Dangeard, Gabriel Bertrand, Molliard, Blaringhem.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Flahault, Viala.

XI. Anatomie et Zoologie : *Prix Da Gama Machado*, *fondation Savigny*, *prix Jean Thore*. — MM. A. d'Arsonval, Bouvier, A. Lacroix, Douvillé, Marchal, Joubin, Mesnil, Gravier, Caullery.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Mangin, Richet.

XII. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon*, *Barbier*, *Bréant*, *Godard*, *Mège*, *Dusgate*, *Bellion*, *Larrey*, *Dutens*, *Charles Mayer*. — MM. A. d'Arsonval, Roux, Branly, Richet, Quénu, Leclainche, Bazy, Mesnil, Vincent, Calmette, Achard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Joubin, Gravier.

XIII. Physiologie : *Prix Montyon*, *La Caze*, *Pourat*, *Martin-Damourette*,

Philipeaux. — MM. A. d'Arsonval, Roux, Mangin, Richet, Quénu, Mesnil, Gravier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Vincent, Achard.

XIV. *Fonds Charles Bouchard.* — MM. A. d'Arsonval, Roux, Mangin, Branly, Richet, Quénu, Leclainche, Bazy, Mesnil, Gravier, Vincent, Calmette, Achard.

XV. STATISTIQUE : *Prix Montyon.* — MM. Émile Picard, Appell, Lecornu, Lecomte, Borel, M. d'Ocagne, Lebesgue.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bigourdan, Drach.

XVI. HISTOIRE ET PHILOSOPHIE DES SCIENCES : *Prix Binoux.* — MM. Émile Picard, Appell, Bouvier, Bigourdan, L. de Launay, Richet, Borel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Caullery, Achard.

XVII. OUVRAGES DE SCIENCE : *Prix Henri de Parville*, *Jeanbernat-Doria.* — MM. Lecornu, Termier, Émile Picard, A. Lacroix, Appell, Gravier, Janet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages: MM. Borel, Dangeard, M. d'Ocagne.

XVIII. *Médailles Arago*, *Lavoisier*, *Berthelot*, *Henri Poincaré.* — MM. Lecornu, Termier, Émile Picard, A. Lacroix.

XIX. *Prix Gustave Roux*, *Thorlet*, *fondations Lannelongue*, *Trémont*, *Gegner*, *Hirn*, *Henri Becquerel*, *Mme Victor Noury.* — MM. Lecornu, Termier, Émile Picard, A. Lacroix, Appell, Bouvier.

XX. *Prix fondé par l'État* (*Grand prix des Sciences mathématiques*). — MM. Émile Picard, Appell, Painlevé, Lecornu, Hadamard, Goursat, Borel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lebesgue, Drach.

XXI. *Prix Bordin.* — MM. Roux, Bouvier, Schlœsing, A. Lacroix, Douvillé, Dangeard, Joubin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Le Chatelier, Molliard.

XXII. *Prix Lallemand.* — MM. d'Arsonval, Bouvier, Marchal, Richet, Joubin, Mesnil, Gravier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Vincent, Caullery.

XXIII. *Prix Vaillant.* — MM. Roux, Bouvier, A. Lacroix, Le Chatelier, Termier, Joubin, Caullery.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Douvillé, Dangeard.

XXIV. *Prix Le Conte.* — MM. Lecornu, Termier, Émile Picard, A. Lacroix et sept membres qui seront élus ultérieurement.

XXV. *Prix Houllevigue.* — MM. Émile Picard, Appell, Deslandres, Bigourdan, Lecornu, Borel, Brillouin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Ocagne, Lebesgue.

XXVI. *Prix Parkin.* — MM. Roux, A. Lacroix, Bigourdan, Douvillé, Termier, Richet, Mesnil.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Vincent, Cayeux.

XXVII. *Prix Saintour.* — MM. Roux, Bouvier, A. Lacroix, Termier, Marchal, Dangeard, Mesnil.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Arsonval et Mangin.

XXVIII. *Prix Jules Mahyer.* — MM. A. d'Arsonval, Roux, A. Lacroix, Mangin, Dangeard, Mesnil, Caullery.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Le Chatelier, Termier.

XXIX. *Prix Lonchampt.* — MM. d'Arsonval, Roux, A. Lacroix, Mangin, Richet, Leclainche, Gabriel Bertrand.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Joubin, Vincent.

XXX. *Prix Henry Wilde.* — MM. Émile Picard, A. Lacroix, Bigourdan, Hamy, Kœnigs, Borel, Perrin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Deslandres, Bertrand.

XXXI. *Prix Caméré.* — MM. Vieille, Le Chatelier, Lecornu, Kœnigs, Mesnager, d'Ocagne, Séjourné.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Breton, Drach.

XXXII. *Prix Albert Ier de Monaco.* — MM. Lecornu, Termier, Émile Picard, A. Lacroix et sept membres qui seront élus ultérieurement.

XXXIII. *Prix Helbronner-Fould.* — MM. Lecornu, Termier, Émile Picard, A. Lacroix, Blondel, Janet, Breton, M. d'Ocagne, M. de Broglie, Desgrez, Séjourné, Charcot, Helbronner, Le Bel.

XXXIV. *Fondation Jérôme Ponti.* — MM. Émile Picard, Appell, Bigourdan, Villard, Lecornu, Kœnigs, M. d'Ocagne.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lallemand, Borel.

XXXV. *Fondation Le Chatelier.* — MM. Le Chatelier, Charpy, Lumière, Laubeuf, Claude, Guillet, N...

XXXVI. *Fondation Pierre Lafitte.* — MM. Bigourdan, Villard, Branly, Janet, Brillouin, Ferrié, Cotton.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Perrin, Fabry.

XXXVII. *Fondation Roy-Vaucouloux.* — MM. Roux, Richet, Quénu, Bazy, Joubin, Mesnil, Vincent.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Gravier, Calmette.

CORRESPONDANCE.

M. **Augustus Love**, élu Correspondant pour la Section de Mécanique, adresse des remercîments à l'Académie.

M. **Jean Rey** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Division des *Applications de la science à l'industrie* par le décès de M. *A. Rateau.*

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Isaac Robert's *Atlas of 52 Regions, a Guide to Herschel's Fields* (avec texte anglais et texte français). *Edition commemorating Isaac Robert's Centenary* (1829-1904), by Mrs Isaac Roberts, née Dorothea Klumpke.

2° *L'Observatoire de Zi-Ka-wei*, par P. Lejay.

3° *La théorie de la relativité et la mécanique céleste*, Tome II, par Jean Chazy. (Présenté par M. Borel.)

GÉOMÉTRIE. — *Sur quelques propriétés des cercles.* Note de M. **Bertrand Gambier**.

1. La représentation classique du cycle général C de l'espace euclidien à trois dimensions par ses foyers F', F'' suggère quelques remarques simples. Chaque foyer intervient surtout comme cône isotrope ; or pour un cône, il est essentiel d'avoir, outre le sommet, une directrice. Choisis-

sons donc un trièdre de référence $Oxyz$; nous prenons pour images *prime* et *seconde* du cycle C les cercles C′ et C″ d'intersection par le plan Oxy des cônes isotropes F′, F″, ces cercles étant orientés ainsi : nous adoptons dans Oxy un tétracycle orthogonal de référence; un cercle γ de Oxy est défini par ses quatre coordonnées homogènes m_1, m_2, m_3, m_4; transformer γ en cycle orienté revient à choisir une racine m_5 de l'équation $m_1^2+m_2^2+m_3^2+m_4^2+m_5^2=0$, de sorte que le changement de m_5 en $(-m_5)$ donne le cycle opposé au précédent; le rayon de γ est défini par l'égalité $\rho = im_5 : \sum_1^4 \frac{m_k}{R_k}$, R_k étant le rayon du cycle k de référence dans Oxy; on peut convenir de prendre pour foyer *prime* de γ celui qui a pour cote $i\rho$; nous orientons C′ (ou C″) de façon que le foyer *prime* de ce cycle soit F′ (ou F″). On voit aussitôt que la donnée de deux cycles associés de Oxy, l'un *prime*, l'autre *seconde*, détermine un cycle C et un seul et que deux cycles opposés de l'espace sont tels que l'image prime de chacun est l'image seconde de l'autre. Comme cas particulier un cycle γ de Oxy a pour image prime lui-même, pour image seconde le cycle opposé. Si nous nous bornons aux cycles réels, on peut se borner à indiquer les diverses images *primes*, les images *secondes* s'en déduisant en prenant les éléments conjugués (avec une précaution facile à apercevoir pour l'orientation).

2. Deux cycles *paratactiques* C, C_1 donnent des images C′ et C'_1 *tangentes*, des images C″ et C''_1 *tangentes*, et *réciproquement*. Deux cycles *antitactiques* sont tels que C′ et C''_1 soient des cycles tangents et de même C″ et C'_1; deux cycles *conjugués* sont tels que chaque image de l'un soit tangente aux deux images de l'autre, et réciproquement; pour que deux cycles soient cosphériques, il est nécessaire et suffisant qu'ils possèdent un cercle conjugué commun (dont les foyers sont les points d'intersection des cycles primitifs), donc que le total des quatre images admette deux cycles tangents; sur chacun des cycles tangents communs, le rapport anharmonique des points de contact donne l'angle d'intersection Ces résultats expliquent pourquoi à chaque image *seconde* j'associe son foyer *prime* et non *seconde*. Les ∞^2 cycles *réels* d'une congruence paratactique *réelle* orientée ont pour images *primes* les cycles de Oxy ayant *un même élément de contact commun;* la géométrie des ∞^6 congruences paratactiques réelles de l'espace est donc ramenée à celle des ∞^3 éléments de contact (*complexes*) du plan Oxy. Un exemple simple est fourni par les ∞^2 congruences paratactiques réelles (de l'une ou l'autre espèce) appartenant à une même sphère Σ de centre réel et rayon imaginaire pure, ou les ∞^4 cycles réels

orthogonaux à cette sphère Σ; considérons dans Oxy le *cycle* σ dont le foyer prime est le centre de Σ, puis le *cercle* σ_1 d'intersection de Σ par Oxy; une tangente *orientée* au cycle σ, réunie à l'un ou l'autre de ses points de rencontre avec σ_1 donne l'élément de contact *prime* caractéristique de l'une ou l'autre de deux congruences d'espèce opposée; deux éléments de contact primes d'espèce opposée (réunis aux éléments secondes conjugués) déterminent un seul cycle orthogonal à Σ.

3. La transformation conforme réelle de l'espace change un cycle C réel en un nouveau cycle $\overline{C}$ réel. Mais on peut concevoir que l'espace *prime* des F′ soit soumis à une transformation conforme imaginaire dépendant de 10 paramètres *complexes*, c'est-à-dire de 20 paramètres *réels*, et que l'espace *seconde* des F″ soit soumis à la transformation conforme imaginaire conjuguée. Ceci change un cycle réel C en un nouveau cycle encore réel $\overline{C}$, deux cycles paratactiques C, C_1 en deux nouveaux cycles paratactiques $\overline{C}$, $\overline{C_1}$; mais le caractère antitactique se perd; deux cercles conjugués deviennent simplement paratactiques et deux cercles sécants cessent d'être sécants. Une transformation *réelle* particulière qui change un cycle réel en un nouveau cycle réel s'obtient comme résultante d'une transformation ponctuelle sur l'espace complexe (F′) et de la transformation conjuguée sur F″; si de plus le caractère paratactique se conserve, la transformation sur (F′) doit remplacer une droite isotrope par une droite isotrope et il est assez vraisemblable que les seules transformations conformes satisfont à cet ensemble de conditions.

4. Il est assez curieux de voir que d'une part les 4 paramètres *réels* dont dépend chaque cycle orthogonal à une inversion négative peuvent être *dissociés* en deux groupes de 2 paramètres réels, *chaque groupe étant manipulé sans liaison avec l'autre*, et que d'autre part nous ayons trouvé une autre image où ces 4 paramètres sont remplacés par 2 paramètres *complexes*. Il serait intéressant de décider si, oui ou non, on peut dissocier aussi les 6 paramètres du cycle général en deux groupes de 3 paramètres réels, ou si l'on doit se limiter à la transformation en 3 paramètres complexes donnée ici : en tout cas notre méthode transforme un problème par une nouvelle synthèse des éléments constitutifs du cycle; or un cas particulièrement avantageux est fourni par les questions relatives aux cycles du plan qui peuvent être traitées sans se préoccuper de la *réalité*; M. Tzitzéica (1)

(1) *Bulletin de Mathématiques et de Physique de l'École Polytechnique de Bucarest*, 1, 1929, p. 17-21.

a démontré la belle propriété suivante : *soient dans un plan* P *un cycle* ω *et* 4 *cycles* C_1, C_2, C_3, C_4 *tangents à* ω ; C_2, C_3, C_4 *admettent un cycle tangent commun* C_1 *autre que* ω ; *on définit de même* $\overline{C}_2$, $\overline{C}_3$, $\overline{C}_4$; *en général les quatre cycles* $\overline{C}_1$, $\overline{C}_2$, $\overline{C}_3$, $\overline{C}_4$ *ne sont pas tangents à un même cycle* ; $\overline{C}_2$, $\overline{C}_3$, $\overline{C}_4$ *admettent alors un second cycle tangent commun* $\overline{\overline{C}}_1$ *autre que* C_1, *les quatre cycles* $\overline{\overline{C}}_1$, $\overline{\overline{C}}_2$, $\overline{\overline{C}}_3$, $\overline{\overline{C}}_4$ *sont tangents à un même cycle* Ω. Cette propriété s'applique donc aux cycles de l'*espace* en remplaçant le mot *tangent* par *paratactique*.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la cartographie, dans* E_3, *d'intégrales triples à champs déformés dans* E_4. Note de M. **A. Buhl**.

J'ai déjà publié des développements étendus [1] sur le passage de l'identité

$$\iint_s X\,dY\,dZ = \iiint_w dX\,dY\,dZ \tag{1}$$

à la formule électromagnétique maxwellienne et génératrice de la Gravifique

$$\iint_s M_{ij}\,dx_i\,dx_j = -\iiint_W \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3} & \dfrac{\partial}{\partial x_4} \\ M_{1\omega} & M_{2\omega} & M_{3\omega} & M_{4\omega} \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} dw. \tag{2}$$

Ici, comme plus loin, tout indice figurant deux fois dans un terme monome est indice de sommation.

Je viens de m'occuper d'un problème inverse qui consiste à partir d'une intégrale triple quelconque

$$\iiint_V \Phi(X, Y, Z, T)\,d\tau, \tag{3}$$

où V est une portion de V_3 déformée dans E_4, et à *cartographier* (3) sur l'espace E_3 ordinaire. Ce problème, comme tous les problèmes cartographiques analogues, est d'abord indéterminé, mais on a, en ce qui suit, une

[1] A. Buhl, *Formules stokiennes* (*Mémorial des Sciences mathématiques*, fasc. 16, 1926).

méthode remarquable, appuyée sur une variante (5) de (2) et possédant la simplicité intuitive d'une construction géométrique.

Dans (2), où nous avons $M_{ij} = - M_{ji}$, faisons

$$M_{23} = N x_1, \qquad M_{31} = N x_2, \qquad M_{12} = N x_3,$$

les M_{ij} à indice 4 étant nuls. Soit $N(x_1, x_2, x_3, x_4)$ fonction homogène d'ordre — 3. Alors des calculs simples transforment (2) en

$$(4) \qquad \iint_S N(x_1\, dx_2\, dx_3 + x_2\, dx_3\, dx_1 + x_3\, dx_1\, dx_2) = - \iiint_W \frac{\partial N}{\partial x_4} \alpha_i x_i \, dw.$$

Par permutations circulaires et addition, on a symétriquement

$$(5) \qquad \iint_S \begin{vmatrix} dx_1 & dx_2 & dx_3 & dx_4 \\ dx_1 & dx_2 & dx_3 & dx_4 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ N_1 & -N_2 & N_3 & -N_4 \end{vmatrix} = 2 \iiint_W \frac{\partial N_k}{\partial x_k} \alpha_i x_i \, dw.$$

Ce déterminant n'est pas nul, malgré ses deux lignes identiques, car $dx_i\, dx_j$ change de signe par permutation des facteurs. De tels déterminants ne sont d'ailleurs pas sans analogies avec les matrices de la théorie quantique.

Revenons maintenant à l'intégrale (3). La variété V, en coordonnées homogènes, aura pour équation

$$(6) \qquad F\left(\frac{X}{U}, \frac{Y}{U}, \frac{Z}{U}, \frac{T}{U}\right) = 0$$

ou, en résolvant par rapport à U et faisant $U = 1$,

$$f(X, Y, Z, T) = 1$$

avec f homogène d'ordre 1. A l'élément d'étendue $d\tau$, sur V, on peut faire correspondre, par projection conique de sommet O, un élément analogue dw sur une variété auxiliaire W. On a aisément

$$d\tau = f^{-4} (f_x^2 + f_y^2 + f_z^2 + f_t^2)^{\frac{1}{2}} (\alpha_i x_i)\, dw.$$

Dans ce $d\tau$, tout ce qui dépend de f est homogène d'ordre — 4. Avec f désignant $f(x, y, z, t)$ et avec ce $d\tau$, (3) peut s'écrire

$$(7) \qquad \iiint_W \Phi\left(\frac{x}{f}, \frac{y}{f}, \frac{z}{f}, \frac{t}{f}\right) d\tau,$$

ce qui est identifiable, *moyennant une quadrature pour l'obtention de* N, avec

le second membre de l'égalité (4) dont le premier membre revient à celui de (1) sur la variété $3N+1=0$.

Ainsi une sorte de projection conique, de sommet O, permet de passer du champ V de (3) au champ W de (7) de telle manière que ce champ W, projeté orthogonalement sur l'espace ordinaire, détermine en celui-ci un volume ordinaire pouvant servir de mesure à la valeur de (3).

Un cas particulièrement intéressant correspond à $\Phi=1$. Alors (3) est un *volume* déformé en E_4 mais finalement cartographié en E_3 *avec conservation*. La construction inverse permet d'étendre, sur des V_3 de E_4, des volumes donnés à l'avance en E_3 de même, par exemple, qu'une *construction* déjà étudiée [1] permet d'étendre, sur des quadriques ordinaires, des aires planes assignées. Cette dernière comparaison montre que nous sommes toujours dans des généralisations de questions jadis étudiées par Georges Humbert.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une propriété topologique caractéristique des courbes de Jordan sans point double.* Note de M. **A. Marchaud**, présentée par M. Émile Borel.

1. Une propriété intuitive des courbes sans point double de la Géométrie élémentaire est celle-ci : on peut entourer chaque point d'une telle courbe d'une petite surface fermée la rencontrant en deux points. Il y a exception pour les extrémités lorsque la courbe est ouverte ; la surface coupe alors en un seul point. Si l'on veut débarrasser cet énoncé de la notion de surface, on dira : tout point de la courbe est intérieur à un petit domaine dont la frontière contient au plus deux points de la courbe. Il m'a paru intéressant de signaler qu'on a là une propriété caractéristique des courbes de Jordan sans point double. On peut en effet démontrer le théorème suivant :

Pour qu'un continu, placé dans un espace euclidien à n dimensions, soit une courbe de Jordan sans point double, il faut et il suffit que chacun de ses points soit intérieur à un domaine aussi petit qu'on veut [2], *sur la frontière duquel le continu possède au plus deux points.*

---

[1] A. Buhl, *Géométrie et Analyse des Intégrales doubles* (Collection *Scientia*, n° 36, 1920, p. 32).

[2] Un domaine est un ensemble ayant un point intérieur ; il est « aussi petit qu'on veut », si tous ses points sont intérieurs à une sphère de rayon arbitrairement petit.

2. La condition précédente n'est pas intrinsèque, comme celles de MM. Hahn, Mazurkievicz, Sierpinski, pour les courbes de Jordan quelconques, et celle de M. Alexandroff, pour les courbes fermées sans point double [1]. Mais, à certain point de vue, c'est un avantage. On conçoit en effet qu'il soit possible d'obtenir, pour la courbe, des propriétés particulières, lorsque les domaines satisfont à certaines conditions de régularité. Par exemple, si l'on peut prendre pour domaines, relatifs à chaque point, toutes les sphères centrées sur ce point et de rayon moindre qu'une longueur fixe, le continu est une courbe rectifiable.

De plus, si la condition fait intervenir les relations du continu avec les points de l'espace environnant, ceux-ci peuvent être considérés seulement dans un voisinage aussi étroit qu'on voudra du continu. Ajoutons qu'elle est valable dans des espaces plus généraux que les espaces euclidiens.

3. La première partie du théorème se démontre aisément.

Soient (L) une courbe de Jordan sans point double, M un de ses points, ρ une longueur donnée. Supposons, par exemple, M distinct des extrémités si la courbe est ouverte. La démonstration serait analogue dans le cas contraire. On peut trouver un arc partiel $\widehat{AB}$ de (L), ayant M à son intérieur et tel que tous ses points soient à une distance de M moindre que $\frac{1}{2}\rho$. Désignons par (F) l'ensemble $\widehat{AB} - A - B$. $(L) - (F)$ se compose de un ou deux continus. La distance λ d'un point quelconque P de (F) à $(L) - (F)$ est différente de zéro, puisque (L) est sans point double. Soit alors S_P la sphère de centre P et de rayon δ $\left(\delta \leqq \frac{1}{3}\rho,\ \delta \leqq \frac{1}{2}\lambda\right)$, et $(D)_M$ l'ensemble des points intérieurs à l'une au moins des S_P. (L) possède sur la frontière de $(D)_M$ les seuls points A et B et la distance d'un point de $(D)_M$ à M est inférieure à ρ.

4. Pour établir la seconde partie, on utilise le lemme suivant :

Si un continu, ayant un point intérieur et un point extérieur à un domaine, possède sur la frontière de ce dernier, seulement un nombre fini de points il est la somme d'un nombre fini de continus distincts, chacun d'eux ayant au moins un point sur la frontière. Ces continus se répartisseut en deux groupes : les uns n'ont pas de point extérieur, les autres pas de point intérieur au domaine.

Ce lemme, combiné avec le théorème de Borel-Lebesgue, permet de

---

[1] Voir par exemple : *Les Espaces abstraits* de M. Fréchet, p. 151.

décomposer le continu donné (E) en un nombre fini de continus de diamètre inférieur à une longueur donnée [1]. On démontre alors que deux points quelconques A et B de (E) peuvent être joints sur lui par un arc de Jordan sans point double — ou arc simple — en définissant une correspondance biunivoque et continue entre un segment $\alpha\beta$ et un sous-ensemble de (E), dans laquelle α et β correspondent respectivement à A et B. [Ce résultat est encore valable si (E) possède sur la frontière de chaque domaine un nombre fini de points et pas seulement deux au plus.]

La démonstration s'achève en remarquant que (E) ne peut avoir de *point de ramification*. On appelle ainsi tout point O de (E) tel qu'on puisse trouver sur lui trois arcs simples n'ayant en commun deux à deux que le point O.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Points ordinaires et points singuliers des enveloppes de sphères*. Note de M. **Georges Durand**.

J'ai ramené [2] la théorie des enveloppes par réunion à l'étude de la construction de Cantor-Minkowski pour un ensemble fermé E. La difficulté de certaines démonstrations m'a conduit à approfondir dans cette voie un grand nombre de propriétés et à établir de nouveaux résultats dont je vais résumer les plus importants.

Théorème des projections (th. A). — *Soit* $\overline{\omega}$ (M) *le système des projections sur* E *du point* M, ρ*-distant de* E, *et soit une suite de points* M_i, ρ*-distants de* E, *tendant vers* M : 1° *aucun point de* $\overline{\omega}$ (M_i) *ne reste à une distance de* $\overline{\omega}$ (M) *supérieure à une longueur fixe;* 2° *le contingent* [3] *en un point* P *de* $\overline{\omega}$ (M), *pour l'ensemble réunion des* $\overline{\omega}$ (M_i), *est tout entier situé dans le plan perpendiculaire à* PM.

Par exemple, si M est un point ordinaire (c'est-à-dire pourvu d'une seule projetante PM), les projections de tous les points infiniment voisins de M

(1) Il résulte alors de la condition de M. Sierpinski que le continu est une courbe de Jordan.

(2) G. Durand, *Sur une manière de concevoir la théorie des enveloppes* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1136); *Sur la construction de Cantor-Minkowski dans le plan* (*Ibid.*, p. 1368); *Sur la construction de Cantor-Minkowski dans l'espace* (*Ibid.*, 189, 1929, p. 443).

(3) Cf. G. Bouligand, *Sur quelques points de méthodologie géométrique* (*Revue générale des Sciences*, 41, janvier 1930, p. 39).

sont confondues avec P ou infiniment voisines de P, et le contingent en P, pour l'ensemble de ces projections, est situé dans le plan perpendiculaire à PM.

D'ailleurs $\overline{\omega}(M)$ peut contenir des points non susceptibles de s'obtenir comme limites de suites prélevées sur des $\overline{\omega}(M_i)$. — (Exemple : E formé de deux points, M point de l'intersection des deux sphères, les M_i appartenant à une seule sphère.)

Théorème B. — *Pour tout ensemble fermé de points* M *ρ-distants, la réunion des* $\overline{\omega}(M)$ *est fermée.*

La distinction des points ρ-distants en espèces est solidaire de la possibilité d'attacher à chaque point un nombre fini ν de projetantes :

Points ω : 1[re] espèce non multifurquée...	$\nu = 1$
Points μ_1 : 1[re] espèce multifurquée.....	$\nu = 2$ (projetantes opposées)
Points μ_2 : 2[e] espèce..................	$\nu = 2$ (projetantes en triangle)
Points μ_3 : 3[e] espèce..................	$\nu = 3$ (projetantes en trièdre)

On appellera, en général, spécifique du point le rayon, le diamètre, un triangle ou un trièdre mis en jeu dans l'un de ces cas.

Cette notion entraîne des théorèmes prolongeant (A) et (B); énonçons-les d'abord pour un spécifique rayon ou diamètre :

Théorèmes C_1 et D_1. — *Un ensemble fermé ou continu, formé soit de points* ω, *soit de points* μ_1, *donne naissance à un ensemble fermé* (th. C_1) *ou continu* (Th. D_1) *de spécifiques.*

Théorème E_1. — *Un continu contenant à la fois des* ω *et des* μ_1 *engendre un continu, au moins, de projetantes* (d'où, dans le plan, la dénombrabilité des continus ρ-distants formés de points de première espèce) [1].

A partir de la deuxième espèce, j'ai besoin de la convergence normale (ou C. N.) : une suite de μ_2 converge normalement vers un autre μ_2 si une suite de leurs spécifiques tend vers un spécifique du point-limite. En un μ_2 où cette propriété a lieu pour toutes les suites de μ_2 tendant vers lui, on a la convergence absolument normale (ou C. A. N.).

Moyennant cette précaution, j'établis ces énoncés :

Théorèmes C_2 et D_2. — *Soit un ensemble* $\mathfrak{M}_2$ *fermé ou continu de* μ_2, *sur*

---

[1] Noter qu'il peut exister des continus de points μ_1 (E formé de deux bases opposées d'un parallélépipède rectangle de hauteur 2ρ). Cet exemple montre aussi que l'aire $S(\rho)$ de la surface, lieu des points ρ-distants de E, peut être une fonction discontinue de ρ lorsque le domaine formé des points à une distance $< \rho$ a une partie de sa frontière qui n'est pas frontière extérieure.

lequel règne la C. A. N.; *à chaque point de* $\mathfrak{M}_2$ *on peut associer deux projections décrivant chacune un ensemble fermé* (th. C_2) *ou continu* (th. D_2).

Le théorème D_2 se prolonge ainsi :

Un continu de μ_2, *où règne la C. A. N., est l'intersection des ensembles* ρ*-distants de chacun des deux continus projections* (assimilation aux courbes).

Dans l'espace à trois dimensions, l'ensemble des continus de μ_2 *où règne la C. A. N. est dénombrable.*

L'énoncé du théorème II de ma précédente Note suppose essentiellement que la C. A. N. règne en M. Sans quoi on pourrait citer des exceptions, par exemple : surface de révolution fermée convexe ayant une infinité de parallèles anguleux convergeant vers un parallèle lui-même anguleux; chacun de ces parallèles est un continu de μ_2 sur lequel s'applique le théorème II amendé par la C. A. N.. La suite convergente des points de ces parallèles, situés sur un méridien, fournit un exemple où l'on n'a plus la C. N.

D'ailleurs il peut arriver que l'ensemble des points singuliers (et même des seuls points de troisième espèce) soit partout dense sur la surface.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème mixte dans une couronne circulaire.* Note [1] de M. Henri Poncin.

L'étude de problèmes hydrodynamiques relatifs à l'écoulement des fluides pesants m'a conduit à généraliser certains résultats obtenus par M. Henri Villat sur les fonctions analytiques dans une aire annulaire [2]. Il s'agit de déterminer une fonction $\Omega = \theta + i\tau$ de la variable $\zeta = \rho e^{i\sigma}$, régulière dans la couronne $S(q < |\zeta| < 1)$, continue sur le contour et satisfaisant aux conditions suivantes :

$$\theta = \varphi(\sigma) \quad \text{pour} \quad \rho = q, \tag{1}$$

$$p\theta - \frac{d\theta}{dn} = \psi(\sigma) \quad \text{pour} \quad \rho = 1, \tag{2}$$

φ et ψ étant des fonctions données et p un nombre donné. La condition d'uniformité exige que

$$\int_0^{2\pi} [p\varphi(s) - \psi(s)]\, ds = 0. \tag{3}$$

---

(1) Séance du 10 février 1930.

(2) Cf., notamment Henri Villat, *Circolo mat. di Palermo*, 33, 1912, p. 134-175; *Acta mathematica*, 40, 1916, p. 101-178.

L'expression de Ω sous la forme

$$(4)\qquad \Omega(\zeta)=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}N_1(\zeta e^{-is})\varphi(s)\,ds+\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}N_2(\zeta e^{-is})\psi(s)\,ds$$

résulte de la détermination de θ lorsque les données se réduisent à o, 1, $\sin n\sigma$ ou $\cos n\sigma$. Cette détermination est possible si l'équation

$$(5)\qquad D(n)=(n-p)q^n+(n+p)q^{-n}=0$$

n'a aucune racine entière [en particulier si $|p|<1$ ou si $p\,\mathrm{L}q<1$].

Les noyaux

$$N_1(\zeta)=\frac{1}{2}+\sum_{-\infty}^{+\infty}{}'\frac{n-p}{D(n)}\zeta^n,$$

$$N_2(\zeta)=\sum_{-\infty}^{+\infty}{}'\frac{\zeta^n q^{-n}}{D(n)}$$

sont holomorphes dans S et continus sur le contour sauf aux points q où N_1 a une discontinuité polaire, et 1 où N_2 a une discontinuité logarithmique. Ils sont intégrables sur les frontières. On en déduit les propriétés de Ω et en particulier sa continuité en tout point de S et en tout point du contour où les données satisfont à une condition de Lipschitz d'ordre quelconque.

Si les données φ et ψ sont supposées sommables et de carrés sommables, et si $\alpha_n+i\beta_n$, $\gamma_n-i\delta_n$ sont les coefficients du développement de Ω en série de Laurent, les séries

$$\Sigma[\alpha_n^2+\beta_n^2]n^2,\quad \Sigma nq^{-n}(\alpha_n\gamma_n+\beta_n\delta_n),\quad \Sigma q^{-2n}(\gamma_n^2+\delta_n^2)$$

sont convergentes. On en déduit l'existence de 4 fonctions R_1, J_q, J_1, h_1, sommables et de carrés sommables définies par des formules telles que

$$R_1(\sigma)\sim\alpha_0+\Sigma(\alpha_n+\gamma_n)\cos n\sigma+(\beta_n+\delta_n)\sin n\sigma.$$

Si l'on considère alors la fonction $A(\zeta)$ dont la partie réelle prend sur la circonférence $\rho=q$ les valeurs $\varphi(\sigma)$ et sur $\rho=1$ les valeurs définies par la fonction $R_1(\sigma)$ dont nous venons d'établir l'existence, on constate que les développements de Ω et de A sont identiques et que les fonctions définies plus haut coïncident avec la partie imaginaire et la dérivée normale de la partie réelle de A aux points $e^{i\sigma}$ ou $qe^{i\sigma}$. La vérification des équations fonctionnelles (1) et (2) est alors immédiate. De plus la dérivée $\frac{\partial\theta}{\partial\rho}$ tend presque partout vers une limite déterminée lorsque ζ tend vers $qe^{i\sigma}$ si $\varphi(\sigma)$ est l'in-

tégrale indéfinie d'une fonction sommable et de carré sommable (non nécessairement bornée). Dans l'hypothèse précisée, Ω est la seule fonction à module borné satisfaisant aux conditions requises; mais si (5) a une racine entière m le problème n'admet aucune solution, sauf si

$$\int_0^{2\pi} [(m-p)q^m \varphi(s) + \psi(s)]\, ds = 0,$$

auquel cas il en admet une infinité, dépendant de deux paramètres arbitraires.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la dérivée angulaire dans la représentation conforme.* Note (¹) de M. **Julius Wolff**, présentée par M. Émile Borel.

Soit Δ un domaine simplement connexe du plan des ζ, dont on a fait la représentation conforme sur l'intérieur D d'un cercle C du plan des z. Soit α un point de la frontière Γ de Δ, correspondant à un point a de C, tel que pour $z \to a$ on ait $\zeta \to \alpha$, et inversement. Supposons de plus :

1° Δ contient un disque circulaire δ dont la frontière γ passe par α;

2° D contient un disque circulaire d_1 dont la frontière C_1 touche C en a et dont l'image δ_1 est d'*un* côté d'un cercle λ passant par α.

Dans ces conditions, la représentation de Δ sur D est conforme aux points a, α.

Il faut entendre par là que, quand z tend vers a le long d'une corde arbitraire de C, $\frac{d\zeta}{dz}$ tend vers une limite unique, finie et différente de zéro; et par conséquent les images des cordes se rencontrent en α sous les mêmes angles que ceux que forment les cordes.

I. Indiquons par (A, K) la distance d'un point A à une courbe K. Nous ferons usage du lemme suivant :

Si $v = f(u)$ est holomorphe à l'intérieur d'un cercle K, tel que v est toujours du même côté d'un cercle L, et si le quotient $\frac{(v_n, L)}{(u_n, K)}$ est borné sur un ensemble de points u_n ayant un point b de K pour limite, alors $\frac{dv}{du}$ tend vers une limite unique, finie et différente de zéro, quand u tend vers b le long d'une corde arbitraire de K.

(¹) Séance du 24 février 1930.

Ce lemme résulte par exemple de notre Note dans les *Comptes rendus* du 13 septembre 1926, ou encore de l'article de M. Carathéodory, *Ueber die Winkelderivierten von beschränkten analytischen Funktionen* (*Sitz. Ber. der Preuss. Ak. der Wiss., phys.-math. Klasse*, 1929, IV).

2. Admettons que notre proposition soit fautive. Le lemme exige alors :

$$\frac{(z, C)}{(z, \gamma)} \to \infty, \tag{1}$$

quand ζ tend vers α dans δ, et

$$\frac{(\zeta, \lambda)}{(z, c_1)} \to \infty, \tag{2}$$

quand z tend vers a dans d_1.

Si λ coupe γ, elle sépare de δ un domaine dont l'image est extérieure à d_1. Si λ touche γ, soit δ' un disque circulaire dont la frontière γ' est intérieure à γ et touche λ en α. L'image de δ' ne peut pas avoir en commun avec d_1 un ensemble de points ayant a pour limite, par cause de (1) et (2). Donc dans tous les cas on peut tracer par α un ensemble de segments de droite σ, recouvrant au voisinage de α un angle positif et dont les images s sont extérieures à d_1. On peut former dans Δ un domaine Δ^* simplement connexe contenant δ_1, dont une partie de la frontière est formée par un de ces segments σ et qui, au voisinage de α, est contenu dans un angle $< 2\pi$. L'image D^* de Δ^* contient d_1 et est dans D. La représentation de D^* sur l'intérieur d'un cercle C_2 est donc conforme en a (Carathéodory, *loc. cit.*). Alors $\frac{\zeta - \alpha}{z - a}$ devient une fonction $\Phi(w)$ holomorphe dans C_2, ayant les propriétés suivantes : 1° C_2 contient un point a_2, correspondant à a, où Φ tend vers zéro le long de l'arc s_2, correspondant à s; 2° il existe une corde par a_2, qui délimite avec s_2 un segment, dans lequel l'argument de Φ ne prend aucune valeur d'un certain angle; 3° sur chaque corde aboutissant en a_2 on a $\Phi \to \infty$. L'incompatibilité de ces trois propriétés démontre notre proposition.

Remarquons qu'elle contient comme cas particulier un théorème démontré par M. Carathéodory dans son article cité ci-dessus.

CHRONOMÉTRIE. — *Théorie des goupilles de raquette.* Note de M. **J. Haag**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. On fait habituellement la théorie des goupilles de raquette, en supposant plus ou moins implicitement que le spiral est *encastré* entre ces gou-

pilles, ce qui est manifestement inexact. J'ai repris entièrement la question, sans faire cette hypothèse et en considérant simplement que le spiral est appuyé contre la goupille, sur laquelle il peut glisser, avec un certain coefficient de frottement f.

Ce travail sera développé dans un autre recueil. Je ne puis ici qu'en indiquer sommairement le principe et les résultats.

2. La méthode employée est une application de la méthode générale qui a fait l'objet d'une de mes précédentes Notes [1]. En introduisant la forme quadratique W, calculée pour l'arc piton-goupille, et utilisant simultanément les variables covariantes et contrevariantes, on calcule aisément la réaction de la goupille, le glissement, le couple perturbateur subi par le balancier et enfin la variation de marche de la montre.

3. Il s'introduit une certaine quantité F, que nous appellerons *coëfficient de frottement limite* et qui joue un rôle fondamental dans la question. Suivant la forme et la longueur de l'arc piton-goupille, cette quantité peut d'ailleurs être positive ou négative.

Supposons-la *positive*.

Si $f > F$, le spiral *ne glisse pas* sur la goupille.

Si $f < F$, il *glisse dans le sens négatif*, pendant que la phase croît de la valeur β, correspondant au premier contact, à la valeur $\frac{2}{\pi}$, correspondant au maximum d'élongation. Puis, *le glissement s'arrête*. Il reprend, *dans le sens positif*, à partir d'une certaine phase $\pi - \beta'$, facile à calculer. Lorsque la phase atteint la valeur $\pi - \beta$, le spiral quitte la goupille; le phénomène est terminé.

La *perturbation de marche* est donnée par la formule

$$(1) \qquad \frac{\Delta T}{T} = -\varepsilon\left[H + M\left(\frac{F-f}{q-f} + \frac{F+f}{q+f}\right)\right]\left(1 - \frac{2\beta + \sin 2\beta}{\pi}\right) + \varepsilon M \frac{F+f}{q+f}\left(1 - \frac{2\beta' + \sin 2\beta'}{\pi}\right),$$

où ε désigne le quotient de l'arc λ qui va du piton à la goupille par la longueur totale L du spiral et où H, M, q sont des quantités faciles à calculer, connaissant la forme de l'arc λ.

Si, comme il arrive dans la pratique, l'angle β est très petit, la formule (1) prend approximativement la forme simple

$$(2) \qquad \frac{\Delta T}{T} = -\varepsilon A\left(1 - \frac{4\beta}{\pi}\right),$$

[1] *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 142.

le coefficient A se déduisant très aisément des quantités précédemment introduites.

Si F *est négatif*, on a des conclusions analogues, avec *changement de sens du glissement.*

Si F *est nul*, il n'y a *pas de glissement* et *la perturbation de marche est indépendante du coefficient de frottement.*

4. J'ai fait tous les calculs numériques, en supposant que l'arc λ est un arc de cercle concentrique au balancier et d'angle au centre ω. J'ai transposé ces calculs sous forme de graphiques, de sorte que ma théorie est immédiatement utilisable.

Voici quelques résultats concrets.

D'abord, F *est positif pour* $\omega < 152°$. Cette inégalité est toujours vérifiée avec la construction actuelle de la raquette. Mais, si l'on prenait $\omega = 152°$, F serait nul et, l'*on éviterait le glissement du spiral sur la goupille, ainsi que les perturbations de marche pouvant provenir d'une variation accidentelle du coefficient de frottement.*

Ces perturbations ne sont pas absolument négligeables. Par exemple, en supposant $\omega = 90°$ et adoptant les données d'un cas traité par Grossmann (t. 2, p. 136), je trouve que si f passe de 0 à 0,1, *la montre avance de* 3 *secondes;* si f passe de 0,1 à 0,2, elle avance de 8 secondes; *si le spiral grippe sur la goupille, on a une avance de* 90 *secondes.*

Quant à l'*influence de l'écartement des goupilles*, je trouve qu'elle varie de 89 à 97 secondes, suivant le coefficient de frottement; tandis que Grossmann trouve une perturbation constante de 160 secondes.

En supposant que le moment élastique du spiral est de 1 gr : mm et que l'amplitude est de 300°, les autres données étant toujours celles de Grossmann, *la pression normale du spiral sur la goupille* varie entre $1^g,4$ et 2^g, suivant la valeur de f. Elle est tout à fait insuffisante pour faire fléchir une goupille de dimensions normales.

Quant au *glissement*, il varie entre 2,9 et 1,3 centièmes de millimètre.

OCÉANOGRAPHIE. — *Description et présentation d'un nouvel appareil océanographique.* Note de MM. **A. Gruvel** et **W. Besnard**, présentée par M. L. Mangin.

Au cours des nombreuses études océanographiques que nous avons été appelés à poursuivre, nous avons essayé divers appareils pour les prises d'échantillons d'eau, de température, de pression, etc., et nous pouvons dire qu'aucun d'eux ne nous a donné une complète satisfaction.

Nous avons donc été amenés à concevoir et à réaliser un appareil, robuste, étudié avec soin, qui permet, à la fois, de recueillir un échantillon d'eau de volume variable, de mesurer la température à une profondeur déterminée, à l'aide de deux thermomètres à renversement au lieu d'un et, enfin, par l'évaluation du volume d'eau recueilli dans un tube spécial, sans valve, de mesurer la profondeur à laquelle on opère.

Description. — L'ensemble des organes constituant l'appareil est compris dans un premier cadre général, extrêmement rigide, qui met ces organes à l'abri de tous les chocs, aussi bien sur les fonds que le long du bordage du bateau au moment du relevage de l'appareil.

Le tube sondeur et les deux montures de thermomètres sont eux-mêmes compris dans un second cadre rigide placé à l'intérieur du premier et pivotant sur un axe excentrique. Le renversement de cet ensemble est obtenu, comme dans la plupart des appareils, par l'envoi d'un curseur.

Le fonctionnement du tube sondeur est basé sur le même principe que celui des tubes de Thomson et Warluzel, mais avec cette différence que le tube Thomson doit être renouvelé à chaque opération, tandis que le nôtre peut servir indéfiniment.

Notre tube sondeur diffère du tube de Warluzel en ce que ce dernier a une valve en caoutchouc et des fenêtres en celluloïd qui présentent le grand inconvénient de se détériorer sous l'influence de la pression ou de la dessiccation, inconvénient qu'on ne remarque pas toujours et auquel on n'accorde pas, en général, une importance suffisante.

D'autre part, le volume de l'air contenu dans notre tube est de $0^{l},5$, ce qui rend la mesure de profondeur plus facile et permet des sondages au delà de 200^{m}.

L'eau pénètre dans le tube sondeur par une série de tubes d'un faible diamètre, recourbés et fixés dans un bouchon métallique se vissant de façon hermétique sur le tube sondeur.

Les échantillons d'eau sont recueillis à l'aide d'un cylindre de volume variable (environ 250^{cm} pour le nôtre) qui, durant la descente de l'appareil, est complètement ouvert aux deux bouts, de sorte que l'eau est *constamment* et *totalement* remplacée au cours de la descente.

Au moment où l'on veut prendre un échantillon, on fait culbuter le cadre intérieur qui, par son retournement, déclenche la fermeture hermétique des deux couvercles, supérieur et inférieur. L'eau qui se trouve ainsi emprisonnée l'est, exactement, de la profondeur voulue.

Pour retirer l'eau du cylindre, on utilise deux robinets, l'un placé dans le

couvercle supérieur, pour l'admission de l'air, l'autre dans le couvercle inférieur, pour l'évacuation du contenu.

La monture du cylindre à eau est conçue de telle sorte que, pour les études relatives au pH, le cylindre en bronze utilisé ordinairement peut être facilement remplacé par un cylindre en verre pyrex et les deux couvercles émaillés intérieurement.

SPECTROSCOPIE. — *Second spectre du xénon dans l'intervalle spectral 9000 Å-6000 Å.* Note (¹) de M. **Georges Déjardin**, présentée par M. Ch. Fabry.

L'analyse théorique complète du *premier spectre* du krypton et du xénon (spectres d'arc KrI et XI) a été donnée récemment par Meggers, de Bruin et Humphreys (²), à la suite d'une nouvelle étude expérimentale de ce spectre et de la découverte d'un grand nombre de raies nouvelles, particulièrement entre 10000 et 6000 Å. Dans cette même région, le *second spectre* des deux gaz considérés comprend également de nombreuses raies qui peuvent être aisément distinguées des raies d'arc en utilisant comme procédé d'excitation la décharge oscillante dans un tube sans électrodes (³).

Le second spectre du xénon, obtenu dans ces conditions, a été étudié au moyen de différents spectrographes à réseau et à prismes. Dans l'intervalle 7000 Å-5900 Å, on a utilisé principalement un réseau concave de 150^{cm} de rayon et des plaques sensibilisées au pinacyanol; les longueurs d'onde (Tableau II) ont été mesurées directement par rapport aux raies du fer. La région extrême comprise entre 9000 Å et 7000 Å (Tableau I) a été explorée à l'aide d'un appareil beaucoup plus lumineux constitué par un grand réseau plan de Rowland associé à deux objectifs astronomiques (ouverture $f/5$, distance focale : 40^{cm}. Dans ce dernier cas, les plaques ont été sensibilisées à la dicyanine et les longueurs d'onde mesurées en choisissant comme repères certaines raies d'arc du xénon indiquées par Merrill (⁴).

(¹) Séance du 24 février 1930.

(²) *Journal of Research Bureau of Standards*, 3, 1929, p. 129 et 731.

(³) L. Bloch, E. Bloch et G. Déjardin, *Annales de Physique*, 10ᵉ série, 2, 1924, p. 461.

(⁴) *Scientific papers Bureau of Standards*, nº 345, 1919, p. 251.

Tableau I.

Int.		Int.		Int.		Int.	
1	8716,2	1	8038,1	0	7458,0	0	7156,3
1	8628,6	0	8035,3	1	7409,8	3	7149,0
2d.	8604,1	1	8031,5	2	7378,3	2	7147,2
2d.	8515,2	4	8008,3	0	7358,7	1	7143,0
0	8446,6	1	7988,0	4	7343,4	0	7133,2
1d.	8329,5	2	7786,9	4	7339,2	1	7100,5
0	8301,8	1d.	7774,5	5	7301,8	0d.	7094,6
1d.	8297,5	2	7771,9	1	7279,9	3	7082,1
0	8262,8	1	7712,1	2d.	7276,2	0	7075,0
0	8214,7	3	7670,1	2	7245,2	1d.	7072,2
1	8151,5	2	7618,1	1	7215,8	0	7062,8
0	8143,9	3	7548,1	0	7207,0	1	7052,7
0	8136,7	2	7530,3	0	7183,8	2	7017,0
1	8115,7	1	7503,0	0	7174,2	1	7009,7
0d.	8080,0	2	7495,1	4	7164,7	2	7004,0

Tableau II.

Int.		Int.		Int.		Int.	
7	6990,86	0d.	6615,4	0	6370,1	2	6115,06
1	6971,8	0	6613,2	5	6356,35	3	6101,47
2	6950,4	0d.	6603,8	3	6353,22	6	6097,67
3	6942,38	1	6598,79	5	6344,00	3	6093,60
2	6910,19	4	6597,28	0	6311,7	0	6080,5
2	6895,59	3	6594,97	3	6300,81	0	6068,0
1	6890,4	0	6576,7	1	6298,26	7	6051,25
0	6876,9	1	6573,63	2	6284,31	6	6036,70
6	6805,72	1	6569,00	5	6277,48	2	6008,95
1	6790,26	1	6563,17	5	6270,77	0d.	5992,0
2	6788,62	1	6556,71	1	6259,1	6	5976,59
0	6780,3	0d.	6552,5	0	6238,19	3	5971,20
0	6739,1	0	6545,7	0	6235,3	1	5958,13
0	6733,5	4	6528,62	0	6221,8	5	5945,67
2	6702,15	5	6512,81	4	6194,05	2	5917,54
4	6694,32	0	6479,7	2	6184,72	0	5412,96
0d.	6633,95	1	6418,52	2	6146,40	1	5909,82
4	6619,97	3	6398,02	0	6143,4	4	5905,24
1	6618,39	3	6375,28	0	6127,4		

L'approximation obtenue varie de 0,05 Å environ (nombres donnés avec deux décimales) à quelques dixièmes d'angström dans les cas moins favo-

rables. Toutes les raies précédentes appartiennent très probablement au *premier spectre d'étincelle* XII ([1]). On distingue en outre sur les clichés environ 120 raies du spectre d'arc qui figurent dans la liste de Meggers, de Bruin et Humphreys, et dont les longueurs d'onde ont été retrouvées avec une précision très satisfaisante. La méthode de la décharge sans électrodes permet de différencier très nettement les raies d'arc des raies d'étincelle. A cet égard, les critiques de Williams sont injustifiées, et il en est de même dans le cas du krypton ([2]).

RADIOACTIVITÉ. — *Les électrons inobservables et les rayons* β. Note de MM. **V. Ambarzumian** et **D. Iwanenko**, présentée par M. M. de Broglie.

L'émission des rayons β par les noyaux radioactifs possède une certaine analogie avec l'émission des quanta de lumière par les atomes. Les données récentes, tirées des expériences sur la structure hyperfine des spectres (spécialement par Schüler) de même que les considérations sur le magnétisme des noyaux semblent soutenir l'idée, exprimée il y a quelques mois par Heitler et Herzberg ([3]), que les électrons perdent en un certain sens leur individualité dans le noyau. De même les photons absorbés, quand leur longueur d'onde est comparable avec les dimensions de l'atome, perdraient aussi leur individualité. Ces considérations nous ont amenés à essayer de construire une théorie des rayons β analogue à la théorie des quanta de lumière, proposée par Dirac.

Cette théorie exige la constance du nombre total des ondes électromagnétiques enfermées dans un volume donné, bien que le nombre des quanta visibles puisse être variable. Elle entraîne donc l'existence d'un réservoir de quanta inobservables qui se trouvent tous au même niveau d'énergie zéro; l'émission de la lumière est alors expliquée comme une transition d'un quantum de niveau zéro à quelque niveau d'énergie positive. Dans le processus de supraquantisation des ondes de la matière, au lieu des relations : $b_r b_s^+ - b_s b_r^+ = \delta_{rs}$ (pour les coefficients b_r dans le développement de la fonction Ψ) que donne la statistique de Bose-Einstein, nous sommes obligés

---

([1]) A l'exception des raies faibles 6370 et 6238, qui semblent se rattacher à un degré d'excitation plus élevé.

([2]) *Cont. al Est. de la science fis. y mat.*, 3 à 4, 1928, p. 254.

([3]) W. Heitler et G. Herzberg, *Naturwiss.*, 17, 1929, p. 673.

d'introduire les relations : $a_r a_s^+ + a_s a_r^+ = \delta_{rs}$, conformes à la statistique de Fermi-Dirac.

Ainsi, puisque le nombre total des électrons dans un système isolé quelconque doit être conservé, il faut admettre que l'émission β correspond à une transition d'électron d'un niveau inobservable jusqu'à un niveau ordinaire. La formule avec les *ar* prescrit l'existence d'un seul électron sur chaque niveau. Ainsi *l'équation* d'onde pour un électron doit posséder un grand nombre (infinité) de solutions correspondant aux niveaux inobservables. Au contraire, la transition d'un électron à l'un des niveaux de ce réservoir sera interprétée comme une destruction de matière visible (une fusion avec le proton).

Il est bien connu que les équations quantiques relativistes de Schrödinger et de Dirac possèdent des solutions caractéristiques correspondant à une énergie négative; Dirac a conclu (¹) que les électrons appartenant à ces niveaux d'énergie négative sont inobservables. Il y a toujours un très grand nombre de ces électrons encore latents pour ainsi dire, parce que les niveaux négatifs sont les plus probables. L'émission β serait une transition d'un état d'énergie négative à un état d'énergie positive (la création simultanée d'un proton assure la conservation de la charge).

L'énergie des transitions dans les noyaux radioactifs est souvent de l'ordre de grandeur de $m_0 c^2$. Il est donc possible, à l'aide de cette énergie, d'arracher un électron à un niveau négatif et de le transporter sur un des niveaux positifs. En d'autres termes, nous proposons d'appliquer la conception de l'effet Auger aux niveaux négatifs des noyaux. Les électrons peuvent être expulsés à partir de niveaux négatifs différents et très nombreux, ce qui peut donner la partie diffuse du spectre des rayons β. La probabilité d'émission des particules β augmente en général avec l'énergie des transitions intranucléaires, parce qu'on peut alors envisager l'arrachement des électrons à partir de niveaux plus profonds. L'expérience montre que l'augmentation de l'énergie des rayons β correspond à la diminution des périodes de désintégration.

Ces considérations sur l'émission des rayons β se heurtent à deux difficultés principales, qui se présentent aussi dans la théorie des électrons et protons de Dirac.

En premier lieu se pose le problème de la masse de proton, qui doit naître simultanément avec la particule β. En second lieu, la question

(¹) P. A. M. DIRAC, *Proc. Roy. Soc.*, A, 126, 1930, p. 360.

d'applicabilité de la statistique de Fermi aux spectres continus demanderait des éclaircissements.

Dans le cas du spectre continu, il n'est pas possible de saturer tous les états pour donner un électron à chaque niveau.

On peut espérer que la solution de la première difficulté nous permettrait d'attaquer le problème des rayons β avec des vues nouvelles, dont nous avons essayé de donner ici une esquisse.

PHOTOGRAPHIE. — *Nouvelle contribution à la photographie intégrale.* Note de M. **Estanave**, présentée par M. A. Cotton.

J'ai fait connaître ici même [1] que, si à l'aide d'un objectif composé d'un grand nombre de petites lentilles (loupes stanhopes) on photographie un sujet, en examinant ensuite les images obtenues par chacune des lentilles à travers l'objectif composite qui a servi à les enregistrer, on perçoit, non la multitude des images enregistrées mais une *image unique* avec variation de champ. Comme je l'indiquais, cette image unique était constituée par juxtaposition et raccordement des éléments que l'œil puise dans chaque lentille de l'image qui lui est relative.

La présente Note a pour but de signaler qu'on obtient l'effet stéréoscopique lorsque les deux images du couple sont constituées par une *multitude* d'images du sujet au lieu de l'être, comme dans la stéréoscopie ordinaire, par *deux images seulement*, celle relative à l'œil droit et celle relative à l'œil gauche.

Pour réaliser cette expérience, j'ai disposé sur une plaque photographique à grain fin deux blocs de loupes A et B. Chaque bloc contenait 10 petites loupes. Après avoir découvert le système devant le sujet (octaèdre en fil de fer), j'ai enregistré sur la plaque deux groupes d'images A' et B' du sujet, chaque groupe comprenant par suite 10 images de l'objet considéré. En observant binoculairement ces images à travers les objectifs A et B qui ont servi à les produire, on perçoit, non une multitude d'images mais l'image unique dans l'espace de l'octaèdre considéré avec son relief et l'on observe une *variation de champ* lorsqu'on déplace les yeux devant les blocs A et B. Il y a là, on le voit, un procédé simple pour montrer l'exactitude du principe sur lequel repose la photographie intégrale, et pour obtenir, par une technique nouvelle, l'impression du relief stéréoscopique.

[1] *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1255.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude cryoscopique du paraldéhyde en solution aqueuse, et dans les solutions de chlorure de potassium.* Note de MM. **F. Bourion** et **E. Rouyer**, présentée par M. G. Urbain.

Ces recherches ont été entreprises dans le but de fixer directement la constante cryoscopique d'une solution saline. L'étude actuelle est limitée à celle du chlorure de potassium.

Dans une publication antérieure de l'un de nous avec M. Tuttle ([1]) cette constante avait été obtenue indirectement, à l'aide de la méthode des premiers passages par zéro, que nous avions édifiée lors de recherches ébullioscopiques ([2]). Cette méthode se trouvait justifiée par les résultats obtenus dans l'eau pure. Toutefois, les écarts trouvés pour la composition des hydrates d'ions, et celle donnée par d'autres méthodes, nous ont engagés à chercher à faire des mesures directes.

Il convenait de trouver une substance qui ne change pas d'état moléculaire avec la concentration, et qui soit complètement inerte vis-à-vis du sel dissous, par exemple le chlorure de potassium.

Le paraldéhyde $(C^2H^4O)^3$ nous a paru remplir ces conditions. Cette substance, qui est de l'aldéhyde tricondensé, comme le montrent des études de réfraction moléculaire ([3]), de densité de vapeur ([4]) et de constante capillaire ([5]), possède-t-elle encore ce caractère en solution aqueuse?

1. *Étude cryoscopique du paraldéhyde en solution aqueuse.* — C'est ce que nous avons examiné par voie cryoscopique. On a :

Concentration.	Poids pour 100g de H^2O.	ΔC.	K_c.
	g	°	
0,125	1,672	0,240	18,90
0,250	3,404	0,483	18,73
0,375	5,186	0,729	18,60
0,500	7,029	0,978	18,40
0,625	8,933	1,234	18,24
0,750	10,900	1,115	18,35
			K_c moyen = 18,53

([1]) F. Bourion et Ch. Tuttle, *Journ. de Chim. Phys.*, 26, 1929, p. 291-311.

([2]) F. Bourion et E. Rouyer, *Journ. de Chim. Phys.*, 24, 1927, p. 437-469, et 25, 1928, p. 234-248.

([3]) J. W. Brühl, *Lieb. Ann.*, 203, 1880, p. 1-63.

([4]) R. Schiff, *Lieb. Ann.*, 220, 1883, p. 71-113.

([5]) R. Schiff, *Lieb. Ann.*, 223, 1884, p. 47-106.

les concentrations étant évaluées à 15°C. Le paramètre K_c, calculé dans l'hypothèse de la molécule triple $(C^2H^4O)^3$, décroît très légèrement, quand la concentration croît, et possédant la valeur 18,5 caractéristique des substances normales, on peut dire que : *le paraldéhyde se comporte en solution dans l'eau à 0°, comme une molécule d'aldéhyde tricondensé.*

Nous avons ensuite étudié la cryoscopie du paraldéhyde dans les solutions de ClK, pour les deux séries 0,5 M et 1,225 M ClK, le rapport de la masse de ClK, à la masse d'eau, étant déterminé pour chaque série.

2. *Cryoscopie du paraldéhyde, dans les solutions* 0,5 M ClK. — On a :

Concentration.	Poids pour 100g de H^2O.	ΔC.	K_c.
	g	°	
0,125	1,703	0,306	23,72
0,250	3,458	0,606	23,13
0,375	5,273	0,921	23,05
0,500	7,142	1,239	22,90
0,625	9,076	1,580	22,98
0,750	11,073	1,911	22,78

Pour ClK pur, on a $\Delta C = 1°,691$. Le phénomène a la même allure que dans l'eau pure, et l'on peut considérer la molécule de paraldéhyde comme étant pratiquement stable dans les solutions de ClK 0,5M, ces dernières étant caractérisées par une constante cryoscopique $K_c = 23,0$, alors que la méthode des premiers passages par zéro, et d'encadrement, avait conduit à la valeur voisine $K_c = 22,3$.

3. *Cryoscopie du paraldéhyde dans les solutions* ClK 1,225 M. — On a :

Concentration.	Poids pour 100g de H^2O.	ΔC.	K_c.
	g	°	
0,125	1,743	0,430	32,55
0,250	3,541	0,838	31,24
0,375	5,399	1,230	30,08
0,500	7,312	1,654	29,86
			K_c moyen = 22,97

L'abaissement correspondant à ClK pur est $\Delta C = 4°,150$. Le paramètre K_c, calculé dans l'hypothèse de la molécule $(C^2H^4O)^3$ croissant notablement quand la concentration diminue, la molécule de paraldéhyde doit être considérée comme plus ou moins dépolymérisée dans les solutions de ClK 1,225M, et d'autant plus que la concentration est plus faible. En fait, quand on soumet la question au calcul, on voit qu'elle est constituée aux concentrations 0,375 à 0,500 par un mélange en équilibre de molécules

doubles et triples, et aux concentrations plus basses, par un mélange de molécules simples, doubles et triples. On ne saurait donc, par ce procédé, fixer la constante cryoscopique des solutions ClK 1,225 M.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Recherches sur l'écrouissage du plomb, de l'étain et du cadmium à différentes températures.* Note (¹) de M. **Alfred Molnar**, présentée par M. Léon Guillet.

Le plomb, l'étain et le cadmium ont été considérés pendant longtemps comme ne s'écrouissant pas à température ordinaire. Ernest Cohen (²), dans ses expériences sur l'ecrouissage de l'étain, était arrivé à la conclusion que ce métal subit un recuit spontané à 18°. Plus tard, Nicolardot (³) a conclu, de ses recherches sur le plomb et l'étain, que ces deux métaux s'écrouissent à 17°, mais que leur recuit se produit très vite à cette température.

Afin de préciser le phénomène, j'ai réalisé, à des températures diverses, des écrouissages du plomb, de l'étain et du cadmium, puis j'ai effectué des mesures de dureté, en maintenant toujours la température à la valeur adoptée pour l'écrouissage; j'ai également étudié la variation de la dureté en fonction du temps, toujours à ces mêmes températures.

Les éprouvettes utilisées étaient cylindriques, de 15^{mm} de diamètre et 25^{mm} de hauteur; l'écrouissage a été obtenu par écrasement, les degrés d'écrouissage $\left(\frac{S-s}{S}\times 100\right)$ étant de 25 et 50 pour 100. Les essais de dureté ont été effectués avec une bille de 10^{mm} de diamètre et une charge de 100^{kg} pour le plomb, 200^{kg} pour l'étain et 500^{kg} pour le cadmium, la charge étant maintenue constante pendant 15 secondes. Les températures adoptées pour ces essais ont été : $+50°$; $+25°$; $0°$; $-20°$; $-40°$; $-75°$. Les résultats de ces expériences sont résumés dans les tableaux ci-après :

(¹) Séance du 24 février 1930.
(²) E. Cohen, *Zeitschrift für physik. Chemie*, 68, 1910, p. 214.
(³) Nicolardot, *Comptes rendus*, 168, 1919, p. 558.

TABLEAU I

donnant la variation du diamètre de l'empreinte et celle de la durée du recuit complet du plomb, en fonction de la température et du degré d'écrouissage.

Température d'essais.	Métal non écroui. — Diamètre de l'empreinte en mm.	Métal écroui. 25 %. Diamètre d'empreinte après écrouissage à la température adoptée pour l'écrouissage.	Métal écroui. 25 %. Durée du recuit complet à la température adoptée pour l'écrouissage.	Métal écroui. 50 %. Diamètre d'empreinte après écrouissage à la température adoptée pour l'écrouissage.	Métal écroui. 50 %. Durée du recuit complet à la température adoptée pour l'écrouissage.
+ 50°...	5,50	5,10	5 minutes	4,80	10 minutes
+ 15°...	5,10	4,20	25 heures	3,80	64 heures
0°...	4,95	4,10	40 heures	3,75	72 heures
— 20°...	4,85	4,05	recuit partiel après 96 h.	3,55	recuit partiel après 96 h.
— 40°...	4,75	4,00	pas de recuit	3,50	pas de recuit
— 75°...	4,30	3,80	id.	3,45	id.

TABLEAU II

donnant la variation du diamètre de l'empreinte et celle de la durée du recuit complet de l'étain, en fonction de la température et du degré d'écrouissage.

Température d'essais.	Métal non écroui. — Diamètre de l'empreinte en mm.	Métal écroui. 25 %. Diamètre d'empreinte après écrouissage à la température adoptée pour l'écrouissage.	Métal écroui. 25 %. Durée du recuit complet à la température adoptée pour l'écrouissage.	Métal écroui. 50 %. Diamètre d'empreinte après écrouissage à la température adoptée pour l'écrouissage.	Métal écroui. 50 %. Durée du recuit complet à la température adoptée pour l'écrouissage.
+ 50°...	5,18	4,70	2 minutes	4,35	5 minutes
+ 15°...	4,75	4,00	8 heures	3,85	24 heures
0°...	4,40	3,75	90 heures	3,50	>90 heures
— 20°...	4,10	3,60	pas de recuit	3,40	pas de recuit

TABLEAU III

donnant la variation du diamètre de l'empreinte et celle de la durée du recuit complet du cadmium en fonction de la température et du degré d'écrouissage.

Température d'essais.	Métal non écroui. — Diamètre de l'empreinte en mm.	Métal écroui. 25 %. Diamètre d'empreinte après écrouissage à la température adoptée pour l'écrouissage.	Métal écroui. 25 %. Durée du recuit complet à la température adoptée pour l'écrouissage.	Métal écroui. 50 %. Diamètre d'empreinte après écrouissage à la température adoptée pour l'écrouissage.	Métal écroui. 50 %. Durée du recuit complet à la température adoptée pour l'écrouissage.
+ 25°...	4,60	4,35	2 minutes	4,20	2 minutes
+ 15°...	4,30	4,00	10 minutes	3,90	30 minutes
0°...	4,20	3,85	24 heures	3,60	40 heures
— 20°...	4,00	3,60	96 heures	3,30	>96 heures
— 40°...	3,90	3,40	pas de recuit	3,25	pas de recuit
— 75°...	3,75	3,35	id.	3,20	id.

Il résulte de ces expériences que, dans le cas du plomb et pour les écrouissages étudiés (25 à 50 pour 100), la compression effectuée à une température inférieure à — 40° produit une augmentation de la dureté qui se conserve intégralement à ces températures.

Si l'écrouissage est obtenu à des températures comprises entre — 40° et + 50°, la dureté après écrouissage revient peu à peu à sa valeur de recuit et ceci dans un temps d'autant plus long que la température est plus basse.

Au-dessus de 50°, le recuit est à peu près instantané; il est donc impossible d'écrouir par compression le plomb au-dessus de 50°, au moins pour les taux d'écrouissages envisagés.

Pour l'étain, la température au-dessous de laquelle le recuit spontané ne se produit plus est de — 20° et celle à laquelle il est instantané est de + 50°; ces températures sont respectivement — 40° et + 25° dans le cas du cadmium; toujours pour les mêmes taux d'écrouissage.

Mes expériences continuent en vue de déterminer les caractéristiques à la traction dans les mêmes conditions d'essais et procéder à des examens par les rayons X, du moins pour l'étain et le cadmium.

CHIMIE MINÉRALE. — *Entraînement du polonium, à l'état de chloropoloniate, par le chloroplombate d'ammonium.* Note de M. **Marcel Guillot**, présentée par M. G. Urbain.

Le polonium, situé dans la colonne 6 de la classification de Mendeleef, doit pouvoir donner des chloropoloniates de formule $[Po^{IV}Cl^6]X^2$, se rattachant à la grande série des sels isomorphes $[M^{IV}Cl^6]X^2$, dont le type est le chloroplatinate.

La présente Note est relative à l'entraînement du chloropoloniate d'ammonium, par le chloroplombate d'ammonium, en solution chlorhydrique concentrée.

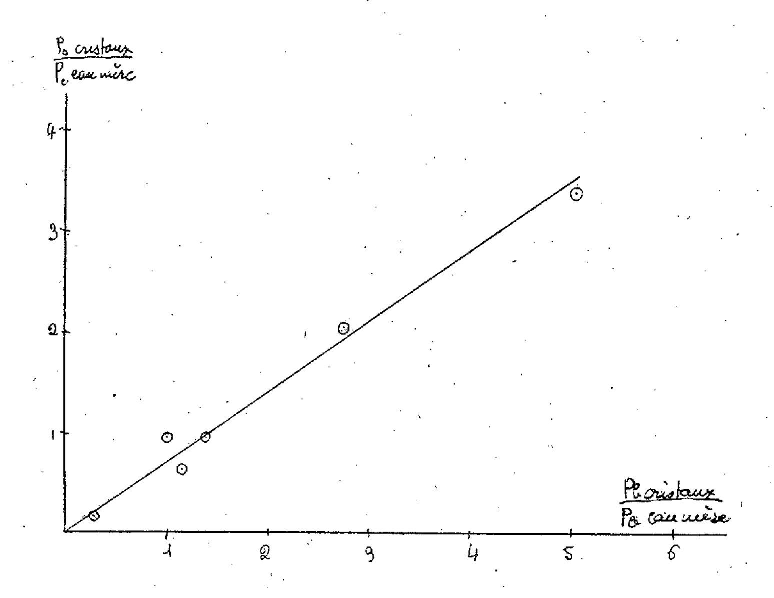
En saturant de chlore, à froid, une suspension de chlorure de plomb dans l'acide chlorhydrique concentré, on obtient une solution jaune d'acide chloroplombique $[Pb^{IV}Cl^6]H^2$, contenant un excès de chlore et un très grand excès d'acide chlorhydrique. L'addition d'une goutte de solution concentrée d'ammoniaque y détermine la formation instantanée de très fins cristaux jaunes (octaèdres cubiques) de $[Pb^{IV}Cl^6](NH^4)^2$, peu solubles dans l'acide chlorhydrique concentré, très solubles dans l'acide dilué. Or, si à la solution d'acide chloroplombique, on a préalablement ajouté du chlorure de polonium, les cristaux formés par addition d'ammoniaque entraînent une partie de ce polonium. Tout se passe donc comme si l'excès de chlore présent dans la solution chloroplombique avait fait passer le métal radioactif à l'état de $PoCl^4$ d'abord, que l'acide chlorhydrique amènerait sous la forme $[Po^{IV}Cl^6]H^2$, qui donnerait avec l'ammoniaque le sel $[Po^{IV}Cl^6](NH^4)^2$ isomorphe de $[Pb^{IV}Cl^6](NH^4)^2$.

Pour contrôler cette hypothèse, j'ai d'abord fait varier la quantité d'ammoniaque ajoutée, ce qui permet de faire passer le rapport du plomb contenu dans les cristaux à celui de l'eau mère, de 1 à 30. Dans chaque cas le mode opératoire était le suivant :

A 5^{cm^3} de solution acide saturée de $[Pb^{IV}Cl^6]H^2$ on ajoute une goutte de solution chlorhydrique de polonium, et l'on agite. On additionne alors rapidement de quelques gouttes de solution concentrée d'ammoniaque, on agite vivement, et, après quelques secondes de contact, on centrifuge une minute.

On décante l'eau mère d'une part, on dissout d'autre part le culot cristallin de centrifugation dans l'acide chlorhydrique dilué ($\frac{1}{10}$), et, dans chacune des deux solutions ainsi obtenues, on dose le plomb et le polonium,

On constate que le polonium est toujours partagé entre la phase cristalline et la phase liquide. Et que le rapport des concentrations du polonium dans les deux phases varie linéairement en fonction du rapport des concentrations du plomb, dans la limite de précision des mesures d'activité du polonium, qui sont délicates en présence de ce grand excès de plomb.



On ne peut en pratique augmenter le rapport $\frac{\text{Pb précipité}}{\text{Pb eau mère}}$ au delà de 5, sans voir le phénomène s'altérer brusquement. En effet il est nécessaire, pour aller plus loin, d'ajouter une quantité d'ammoniaque importante (plus de 1^{cm^3} pour 5^{cm^3} de solution chloroplombique), ce qui neutralise une partie notable de l'acide chlorhydrique en excès. Dans cette solution plus faiblement chlorhydrique, le chloroplombate d'ammonium devient plus soluble, de sorte qu'en prolongeant l'addition d'ammoniaque, on redissout une partie du précipité qui s'était d'abord formé. De fait, on voit dans ce cas le rapport $\frac{\text{Po précipité}}{\text{Po eau mère}}$ tomber à 1,5, pour $\frac{\text{Pb précipité}}{\text{Pb eau mère}} = 6,4$.

Il est donc probable que la partie superficielle des cristaux était plus riche en polonium que leur centre. C'est ce qu'on vérifie en traitant successivement, par de petites quantités d'acide chlorhydrique dilué saturé de chlore, ce précipité cristallin. Après chaque addition de solvant on agite, on centrifuge rapidement, on décante, et l'on traite le culot par un nouveau

solvant. On voit ainsi le rapport $\frac{\text{Po dissous}}{\text{Pb dissous}}$ décroître rapidement, sans toutefois devenir nul quand on atteint le centre des cristaux.

Enfin, en faisant varier la quantité de polonium mise en œuvre, dans la proportion de 1 à 10, on voit que la régularité du phénomène n'est pas troublée.

Il convient de remarquer que, dans les mêmes conditions d'acidité, la précipitation de $PbCl^2$ en présence de polonium se fait sans aucun entraînement du métal radioactif, quoique le chlorure de plomb ainsi formé ait une texture beaucoup plus fine et plus favorable à une adsorption, que ces cristaux octaédriques de $PbCl^6(NH^4)^2$. Il ne peut donc s'agir ni d'un banal entraînement physique par adsorption, ni d'une parenté générale de tous les dérivés du polonium avec ceux du plomb. Il semble au contraire probable qu'il y a analogie de structure entre le sel de plomb et le sel de polonium, auquel on se trouve conduit à attribuer la formule

$$[Po^{IV}Cl^6](NH^4)^2$$

dans laquelle le polonium a la valence 4 et la coordinence 6.

Toutefois il est prudent de ne pas conclure à la possibilité d'existence *indépendante* de ce chloropoloniate, tant que des résultats analogues n'auront pas été obtenus avec les sels du même type ayant pour centre d'autres métaux que le plomb. Des expériences sont en cours pour tenter cette généralisation.

MINÉRALOGIE. — *Sur la structure dite en* cônes emboîtés (¹) *observée dans la célestine de Wereino (Oural).* Note (²) de M. C. **Matveyeff**.

La célestine de Wereino forme plusieurs variétés; ici je considère celle qui est fibreuse et possède un bon clivage suivant $p(001)$; il forme des angles assez différents avec la direction constante des grosses fibres. Une lame mince de clivage se comporte comme celle d'un cristal ordinaire, présentant l'extinction habituelle entre les nicols croisés. Tout autres sont les propriétés en lumière polarisée des lames de clivage ayant au moins $0^{mm},1$

(¹) En anglais, *cone-in-cone structure;* en allemand, *Tutenstruktur*.

(²) Séance du 17 février 1930.

d'épaisseur; elles montrent des phénomènes optiques singuliers, des bandes d'interférence en zigzag qui, à première vue, rappellent celles des sphérolites à enroulement hélicoïdal. Ce phénomène est moins apparent sur les bords en biseau de la lame ne montrant que les teintes de premier ordre.

Pour étudier tous ces phénomènes, je me suis servi du microscope polarisant, de la platine de Fedoroff et du microscope binoculaire. Les grosses fibres se composent de fibrilles parallèles, groupées en petits faisceaux (structure « beef » des observateurs anglais), intimement unies les unes aux autres et pénétrant dans des cornets très petits, microscopiques, dont les axes sont parallèles à la longueur des fibrilles et à celle des grosses fibres.

Si les axes des cônes et des fibrilles de la préparation examinée sur la platine de Fedoroff sont parallèles à l'axe du tube du microscope, la plaque se comporte comme un cristal ordinaire entre les nicols croisés. Avec le nicol inférieur seulement, on voit de très petits cercles quelquefois ondulés représentant la section transversale des cornets emboîtés. Sur une préparation inclinée de 1° à 2° seulement, les cercles se transforment en petits cônes courts en forme de V. Dans cette position de la préparation, on voit entre les nicols croisés de très fines rides, marquant l'apparition des franges d'interférence en zigzag. Si l'on incline graduellement la préparation jusqu'à 60° de sa position primitive, les formes en V se transforment en un système de lignes d'un réseau rhombique, se croisant suivant un angle de plus en plus petit et finalement semblent être parallèles. Dans toutes ces positions de la platine, on voit entre les nicols croisés les différents stades du phénomène des bandes en zigzag; il y a un écartement continu des bandes d'interférence transversales. Ces franges sont perpendiculaires aux bissectrices des angles aigus du réseau rhombique. Cette étonnante transformation de la structure et les phénomènes optiques sont une conséquence de la microstructure conique et fibreuse. Les bandes en zigzag se voient le plus nettement, quand la préparation, examinée entre les nicols croisés, est peu éloignée de la position d'extinction. Elles sont aussi visibles quand la lame est dans cette dernière, mais elles ne le sont pas quand la lame est à 45° de cette position. Lorsqu'une plage présente les teintes blanches d'ordre supérieur et aussi celles du premier ordre, les phénomènes des bandes d'interférence sont faibles et ne sont pas caractéristiques. En lumière monochromatique, ces phénomènes sont simplifiés, mais la netteté et la finesse des bandes en zigzag restent les mêmes. Au moment où la plage, montrant les bandes en zigzag s'éteint, on observe une modification

brusque de la teinte de polarisation des fibres. Au moment de l'extinction de la lame de clivage, il y a une certaine relation entre les couleurs des bandes en zigzag et celles de la même plaque. L'image présente différentes teintes de polarisation dans les bandes en zigzag des diverses couches, teintes qui dépendent de l'épaisseur et de la biréfringence des fibres et qui rendent ce phénomène optique très curieux.

Ces phénomènes optiques sont trop faibles pour avoir une influence notable sur la figure d'interférence de la lame en lumière convergente.

Ces propriétés optiques expliquent les formations cristallines et les vraies formes de croissance étudiées Quelquefois on observe dans la masse cristalline un second système de cônes et de fibrilles, qui sont à peu près parallèles les unes aux autres, mais forment un angle avec la direction du premier système des fibrilles.

On peut aussi étudier la structure du minéral en examinant les inclusions de matière organique et d'argile qui forment comme des traînées très fines droites, continues ou interrompues ou plus rarement des cônes. Cette structure très régulière est différente de celles connues jusqu'ici. Elle présente des particularités qu'on retrouve dans les sphérolites à enroulement hélicoïdal, Les faisceaux de fibres enroulés se trouvent parfois dans la célestine de Wereino. Il est à remarquer aussi que les contours des franges d'interférence coïncident avec ceux des zones d'inclusions, indiquant que les cônes emboîtés sont coupés suivant une section oblique. En outre, ici les phénomènes de juxtaposition, de superposition et de pénétration des gros éléments cristallins sont très évidents. Les phénomènes optiques sont provoqués principalement par le fait que les cornets isolés et les fibres ne sont pas toujours parallèles les uns aux autres.

J'ai découvert aussi une structure analogue, avec des phénomènes optiques semblables, dans les célestines fibreuses, des environs d'*Iena* et de *Wassy* (Haute-Marne). En apparence, cette structure et les phénomènes optiques qui en sont la conséquence ne sont donc pas rares.

Deux hypothèses peuvent servir pour expliquer les propriétés des cristaux montrant la structure à cônes emboîtés : 1° Cette structure provient de ce que les cônes peuvent s'accroître dans des directions arbitraires, mais voisines de la normale à la face $p(001)$, du moins dans la plupart des cas, ou, 2°, ces cristaux sont des pseudomorphoses, comme on l'a admis jusqu'ici pour des célestines analogues à celles de Wereino. Il me semble que tous les faits nouveaux observés justifient la première hypothèse.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur les lois d'excitabilité électrique par décharges très brèves sur les muscles rapides*. Note de M. **Philippe Fabre**, présentée par M. d'Arsonval.

La droite des quantités liminaires, représentative des lois de Weiss et de Hoorweg s'infléchit, comme on sait, vers l'origine des temps. L'expérience, pratiquée sur des organismes relativement lents, met ce fait bien en évidence. La théorie cinétique que nous avons proposée laisse prévoir sa généralité (¹).

Lorsqu'on s'adresse à des muscles très rapides, comme le biceps de l'homme, cette loi paraît pourtant mise en défaut : *pour des décharges très brèves* ($2,5$ à 25×10^{-6} sec.), *la quantité liminaire à débiter est constante*, comme nous l'avons établi par des expériences récentes (²).

La contradiction, avons-nous dit, n'est qu'apparente. *Ces décharges très brèves sont en réalité des décharges prolongées*, selon le schéma suivant :

Le nerf, par suite de ses discontinuités protoplasmiques internes, est assimilable à un milieu électrolytique cloisonné par des membranes plus résistantes, lesquelles, en cascade sur les lignes de courant, constituent des condensateurs à diélectrique imparfait. Lors de l'admission d'un courant très bref, ces condensateurs peuvent se charger pendant la durée de passage, les ions étant fournis aux surfaces des membranes par les électrolytes de grande conductibilité qui les séparent. Après la cessation du courant, les membranes resteraient chargées si leur diélectrique était parfait. Les réactions entre protoplasme et ions suivraient leur cours jusqu'à excitation si la densité ionique était suffisante.

On comprend que, dans ce cas, la durée du courant, c'est-à-dire la durée de charge des membranes, n'intervienne plus : les réactions physico-chimiques n'ont pas le temps d'atteindre un taux appréciable pendant la durée très brève où cette charge s'effectue ; seule, sa valeur terminale, acquise quasi instantanément, compte pour les réactions ultérieures. Ainsi s'expliquerait la loi d'invariance de la quantité liminaire à décharger sur les membranes en des temps très brefs.

L'imperfection du diélectrique ne modifie pas cette conclusion pour les organismes à réactions physico-chimiques très rapides : chaque condensateur élémentaire se décharge pour son compte à travers son diélectrique, avec sa constante de temps propre ; mais ces constantes de temps peuvent être, à l'égard des organismes rapides, relativement longues par suite de la valeur considérable de la capacité membraneuse. Les réactions physico-chimiques, qui s'effectuent ici rapidement peuvent atteindre le

(¹) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 482.
(²) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 449.

seuil de transformation avant que les charges des deux faces de la membrane ne se soient neutralisées l'une l'autre.

La loi prévue par la théorie cinétique est donc masquée par un phénomène intérieur, consécutif à la décharge du système extérieur, et essentiel quant au résultat.

On explore en réalité par des décharges que l'on croit très brèves, la zone des décharges plus prolongées.

Notre théorie cinétique admettait que la quantité d'électricité déposée sur les membranes est à chaque instant proportionnelle à l'intensité du courant agissant et qu'elle s'annule avec celle-ci. Cette hypothèse, valable pour les durées longues par rapport aux constantes de temps des membranes, n'est plus admissible ici. De là les contradictions apparentes. *La forme des lois théoriques ne se retrouve que pour les organismes à vitesses de réaction lentes par rapport à leurs constantes de temps internes.*

Notons que la constante de temps de la membrane active est inaccessible à l'expérience par électrodes extérieures, car toutes les autres membranes interviennent en cascade. Il serait cependant utile d'être renseigné sur cette constante, car l'excitabilité dépend non seulement de la vitesse des réactions mais encore de la valeur physique du système anatomique qui arrête les ions excitants et les rend efficaces de par leur accumulation.

On pourrait songer à tirer parti de la connaissance de la quantité liminaire par décharges très brèves obtenue selon notre technique. En portant cette quantité dans la loi de Hoorweg, étudiée sur le même sujet, on obtiendrait la constante de la membrane, siège des ions excitateurs. En réalité, on se rend compte que si la rhéobase et les charges relativement lentes des membranes sont sous la dépendance des résistances internes de celles-ci, leurs charges très brèves sont régies par leurs capacités.

Nous avons trouvé ainsi, sur quelques sujets à chronaxie normale, des rhéobases variant du simple au double alors que leurs quantités liminaires par décharges brèves étaient à peu près les mêmes :

	Sujet 1.	Sujet 2.
Rhéobase (en milliampères, 100000 ohms en série)	0,5	1,2
Quantité liminaire (en 10^{-9} coulomb)	195	210

Les considérations précédentes nous conduisent encore à deux remarques :

1° Les passages de courant excitateur de durée moyenne (10^{-4} seconde) sont prolongés par la décharge propre des membranes actives et la loi d'excitabilité se trouve plus ou moins modifiée en apparence jusque dans ce domaine.

On pourrait l'éviter grâce à un courant inverse très bref, succédant immédiatement au courant excitateur, et débitant une quantité convenablement choisie.

2° Les courants de haute fréquence à ondes entretenues n'ont pas d'action excitatrice car l'onde négative détruit l'effet de l'onde positive égale qui l'a précédée.

Les courants de haute fréquence à ondes amorties (montage de d'Arsonval) peuvent avoir un effet excitateur car la première demi-onde l'emporte nettement sur celle qui la suit. L'effet sera d'autant plus net que l'amortissement sera plus grand. Il y aurait lieu d'exagérer cet amortissement pour obtenir des effets d'excitation, ceux-ci étant dus à la conservation des charges par les membranes.

BACTÉRIOLOGIE. — *Démonstration de l'existence de l'ultravirus tuberculeux par inoculation directe dans les ganglions lymphatiques.* Note de M. C. **Ninni**, présentée par M. Calmette.

On sait qu'il est généralement très difficile de mettre en évidence les formes acido-résistantes du bacille tuberculeux chez les animaux inoculés par voie sous-cutanée avec les filtrats de cultures ou d'organes contenant l'ultravirus.

Je me suis proposé de rechercher si l'on ne pourrait pas obtenir des résultats plus constants par l'inoculation des filtrats tuberculeux directement dans les ganglions.

J'ai été conduit à cette idée, d'abord parce que le système lymphatique est la voie de dissémination la plus habituelle du bacille de Koch, d'autre part par le fait que les différents auteurs qui se sont occupés de la filtrabilité du bacille tuberculeux signalent que c'est surtout dans le système ganglionnaire que l'on trouve le plus fréquemment les bacilles issus de l'ultravirus tuberculeux.

Dans mes expériences, j'ai utilisé des filtrats de voiles jeunes de cultures du bacille de Koch (Bovine Vallée) sur milieu synthétique de Sauton, âgés de huit jours, préparés selon la technique de Valtis.

J'ai inoculé les filtrats ainsi obtenus dans les ganglions du cou situés à proximité du sternum et au-dessous de l'aponévrose de la trachée. Ces ganglions sont ordinairement assez volumineux pour permettre d'y injecter avec une aiguille fine $0^{cm^3},1$ de liquide.

Les ganglions ainsi inoculés sont ensuite prélevés après des temps variant entre 8 et 52 jours, et les frottis effectués avec ces ganglions ont été colorés d'après la méthode de Ziehl-Nielsen.

Si les opérations sont faites aseptiquement, les cobayes survivent presque tous. Et c'est l'avantage de cette technique, car elle permet, après le prélèvement des ganglions et l'examen microscopique de ceux-ci, de conserver les animaux.

Dans mes expériences, j'ai cherché à éviter toute cause d'erreur provenant des manipulations auxquelles sont soumis les ganglions et pouvant apporter des bacilles acido-résistants provenant d'autres sources.

Je me suis, bien entendu, tout d'abord préoccupé de vérifier s'il était possible de découvrir quelque bacille acido-résistant dans le système ganglionnaire, soit de cobayes neufs dont les ganglions avaient été inoculés avec de l'eau physiologique stérile, soit de cobayes trouvés spontanément infectés de l'adénite de Vincent.

Les résultats de ces examens, minutieusement effectués, ont toujours été négatifs.

Les inoculations intraganglionnaires d'ultravirus tuberculeux ont porté sur trois séries d'animaux.

Dans la première, j'ai inoculé dans un ou deux ganglions $0^{cm^3},1$ de filtrat préparé comme il a été indiqué ci-dessus.

Dans les frottis des ganglions prélevés après 8 et 15 jours, chez les cobayes ainsi inoculés, j'ai pu déceler, après une recherche qui n'a jamais dépassé 30 minutes, des bacilles acido-résistants typiques dans 41 pour 100 des cas.

Dans les ganglions prélevés plus tardivement (22, 28, 35 et 52 jours) je n'ai jamais trouvé la moindre forme bacillaire acido-résistante.

Pour la moitié des animaux chez lesquels l'examen microscopique des ganglions inoculés avec le filtrat était apparemment négatif, il a suffi d'un seul passage de ganglion en ganglion pour mettre en évidence des bacilles acido-résistants.

Les résultats positifs de la première série sont donc, en réalité, de 71 pour 100.

Dans une seconde série d'expériences, j'ai inoculé dans les ganglions $0^{cm^3},1$ du même filtrat concentré au $\frac{1}{3}$.

Dans les frottis de ces ganglions, j'ai trouvé de nombreux bacilles acido-résistants typiques dans 100 pour 100 des cas.

Enfin, chez les animaux de la troisième série, qui étaient spontanément

infectés d'adénite de Vinzent, j'ai pu injecter 1^{cm^3} de filtrat non concentré.

Dans la couche périphérique de ces ganglions qui contenaient du pus, j'ai trouvé très aisément des bacilles acido-résistants typiques et en grand nombre dans 100 pour 100 des cas.

Les animaux neufs inoculés dans les ganglions avec des ganglions bacillifères n'ont jamais présenté, même après trois passages successifs de cobaye à cobaye, la moindre lésion tuberculeuse classique, fût-ce après une survie de 4 mois.

Il ressort de ces expériences :

1° Que l'injection intra-ganglionnaire de filtrat de cultures tuberculeuses, ou du virus de passage, est le moyen le plus facile et le plus sûr pour mettre en évidence les formes visibles de l'ultravirus tuberculeux avec les plus faibles doses de filtrat.

2° Que l'on trouve ces bacilles, comme l'ont déjà constaté MM. Calmette et Valtis, dans les quinze premiers jours qui suivent l'inoculation. Après cette date, les bacilles sont susceptibles de disparaître.

A $15^h 40^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17^h.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE JANVIER (*suite et fin*).

Bibliothèque de biologie générale. *La variation et l'évolution*. Tome I : *La variation*, par ÉMILE GUYENOT. Paris, Gaston Doin et Cie, 1930; 1 vol. 17cm,5. (Présenté par M. Caullery.)

Berthelot n'est pas l'égal de Lavoisier, par ALBERT PASSAGEZ. La Louvrière, imprimerie commerciale et industrielle, s. d.; 1 fasc. 24cm.

L'ancienne et la nouvelle théorie des quanta, par EUGÈNE BLOCH. Paris, Hermann et Cie, 1930; 1 vol. 25cm,5. (Présenté par M. Brillouin.)

Tout le corps humain (*Encyclopédie illustrée des connaissances médicales*), publiée sous la direction du Dr HENRI BOUQUET. Paris, Hachette, 1929; 2 vol. 31cm.

Fifth International Botanical Congress. Cambridge 16-23 *august* 1930. *Program*, Londres, British Museum, 1930.

Encyclopédie entomologique. XII. *Histoire naturelle des Coléoptères de France*, par G. PORTEVIN. Tome I : *Adephaga-polyphaga : staphylinoïdea*. Paris, Paul Lechevalier, 1929; 1 vol 25cm,5. (Présenté par M, E.-L. Bouvier.)

Mémorial des Sciences mathématiques, fascicule XXXIX : *L'analyse indéterminée de degré supérieur*, par M. T. NAGELL. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1929; 1 fasc. 25cm,5.

Mémorial des Sciences mathématiques, fascicule XL : *Géométrie sur les surfaces et les variétés algébriques*, par M. L. LEFSCHETZ. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1929; 1 fasc. 25cm,5.

Mémorial des Sciences mathématiques, fascicule XLI : *Géométrie de situation de Jeux*, par M. A. SAINTE-LAGUË. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1929; 1 fasc. 25cm,5.

La carbonisation dans ses rapports avec les problèmes d'économie nationale. Conférence faite le 13 *avril* 1929 *à la Société industrielle de l'Est*, par GEORGES KIMPFLIN. Nancy, Grandville, 1929, 1 fasc. 24cm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 MARS 1930.

PRÉSIDENCE DE M. Léon LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

J'ai le regret d'annoncer à l'Académie que M. **Camille Viguier**, Correspondant depuis 1920 pour la section d'Anatomie et Zoologie, est décédé le 17 février dernier à Lison (Calvados).

Né à Vienne (Isère) le 16 mars 1850, docteur en médecine et docteur ès sciences, il débuta à la Faculté des Sciences de Nancy. De là il passa à celle d'Alger, où il organisa le laboratoire maritime. On lui doit un appareil destiné à la recherche du plankton et un procédé de réglage de la température pour l'élevage des animaux marins.

Le premier Mémoire de Camille Viguier concerne la morphologie du squelette des étoiles de mer. Puis il entreprit l'étude de petites sangsues qui vivent sur les batraciens. Il y reconnut un genre nouveau constituant une transition entre les vers annelés et les vers plats. Il fit aussi connaître l'organisation spéciale d'un escargot vivipare.

Camille Viguier eut la bonne fortune de recueillir, dans la végétation marine qui pousse sur les cailloux de la baie d'Alger, une annélide présentant une curieuse particularité. Les œufs sortent de la mère par ses pores segmentaires, se fixent sur son dos et ainsi logés continuent leur croissance jusqu'à ce qu'ils soient en état de devenir indépendants. Chez une autre annélide, il rencontra un exemple bien net de générations alternées.

Disons encore que Camille Viguier a contribué, pour sa part, à élucider l'importante question de la parthénogénèse. Il a établi que les œufs de certains oursins sont normalement pathénogénétiques dans la Méditerranée, alors que ceux de l'Océan ont besoin, pour leur développement, d'être fécondés ou soumis à certains traitements artificiels.

Ne pouvant tout citer, j'ajoute seulement que l'œuvre de notre distingué Correspondant a été couronnée par un travail d'ensemble sur les conditions de la pêche en Algérie, travail qui a reçu la grande médaille de la Société d'Acclimatation.

Doué d'une grande finesse d'observation, Camille Viguier a été un bon serviteur de la zoologie à laquelle il avait consacré toute son activité.

MAGNÉTO-OPTIQUE. — *Sur les mesures de biréfringence magnétique avec le grand électro-aimant de Bellevue.* Note de MM. **A. Cotton** et **G. Dupouy**.

Un grand électro-aimant est particulièrement précieux dans les cas où la grandeur caractérisant le phénomène étudié croît à la fois avec l'intensité du champ magnétique et avec l'étendue de l'espace où ce champ est réalisé. C'est ce qui arrive pour la biréfringence magnétique des liquides purs. Des recherches sur ce phénomène viennent d'être poursuivies avec l'électro-aimant, appartenant à l'Académie, installé à l'Office des Inventions. Mlle Z. Kahn a pu étudier la biréfringence magnétique du paraazoxyanizol à des températures supérieures au point de disparition de l'état mésomorphe. M. Salsianu a de même étudié des corps à l'état fondu, et M. Rabinovitch des solutions diversement concentrées. M. Schérer et M. Mohamed ben Haque ont mesuré certains échantillons de pétroles (l'eau, l'alcool éthylique, des solutions aqueuses de nitrates, etc.).

A l'occasion de ces recherches nous avons complété les mesures, dont nous donnions dernièrement les résultats (1), des champs donnés par

(1) A. Cotton et G. Dupouy, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 544. — Dans cette Note page 545, *au lieu de* 230 volts *lire* 232 volts.

l'électro-aimant de Bellevue. D'autre part nous avons été conduits à modifier sur quelques points et à perfectionner les appareils optiques employés pour les mesures des biréfringences magnétiques elles-mêmes.

Champs magnétiques donnés par les pièces en coin. — Deux paires de pièces polaires en forme de coin ont servi le plus souvent pour ces expériences.

Les deux *grandes pièces* sont en ferrocobalt : chacune d'elles a la forme d'un cylindre de diamètre $2r = 25^{cm}$ et de longueur 17^{cm}, tronqué du côté de l'entrefer par deux faces planes à angle droit. Le dièdre formé par ces deux faces ne va pas jusqu'à l'arête, celle-ci est remplacée par une facette plane, normale à l'axe des noyaux de l'électro-aimant, facette dont la hauteur h a 1^{cm} et dont la largeur est égale au diamètre $2r$, soit 25^{cm}. On dispose bien parallèlement l'une à l'autre (en mettant, dans le cas actuel, les grands côtés horizontalement) ces deux facettes rectangulaires terminales, l'entrefer $2e$ est la distance qui sépare ces deux facettes lorsque l'électro est excité. Comme dans le cas des pièces polaires de révolution on peut faire rentrer ou sortir plus ou moins les pièces polaires en les faisant glisser dans les cavités cylindriques de même diamètre pratiquées dans les noyaux. Nous donnerons ici quelques valeurs du champ (en kilogauss, pour le courant habituellement employé 400 ampères) dans le cas où la partie cylindrique des pièces polaires émerge de $s = 12^{cm}$: alors les faces du dièdre droit des pièces polaires viennent affleurer les cônes polaires. Les distances marquées x représentent les distances à l'axe de l'instrument des points (situés à la fois dans le plan équatorial et dans le plan de symétrie horizontal) où l'on a mesuré les champs.

Grandes pièces en coin ($2r = 25^{cm}$, $h = 1^{cm}$, $s = 12^{cm}$).

	$x = 0^{cm}$.	2^{cm}.	4^{cm}.	6^{cm}.	8^{cm}.	10^{cm}.	12^{cm}.
$2e = 1^{cm}$;	H = 43,95	43,95	43,80	43,35	42,70	41,45	37,55
$2e = 0^{cm},7$;	H = 46,55	46,55	46,50	46,15	45,55	44,40	41,05

Une paire de *petites pièces* : $2r = 6^{cm},09$, $h = 0^{cm},5$, peut être employée lorsque les liquides à étudier sont absorbants, ou bien qu'on n'en a qu'une petite quantité. Voici quelques valeurs des champs qu'elles donnent :

Petites pièces en coin

[$2r = 6^{cm},09$, $h = 0^{cm},5$, faces obliques affleurant les cônes polaires ($s = 2^{cm},8$)].

	$x = 0^{cm}$.	$0^{cm},5$.	$1^{cm},0$.	$1^{cm},5$.	2^{cm}.	$2^{cm},5$.	$3^{cm},0$.	$3^{cm},5$.
$2e = 0^{cm},5$;	$H = 56,07$	56,07	55,53	54,82	53,76	51,26	44,32	34,89

Mêmes pièces [rentrées chacune de $1^{cm},3$ ($s = 1^{cm},5$)].

	$x = 0^{cm}$.	$0^{cm},5$.	$1^{cm},0$.	$1^{cm},5$.	2^{cm}.	$2^{cm},5$.	$3^{cm},0$.
$2e = 0^{cm},5$;	$H = 57,14$	57,14	57,14	56,78	55,89	53,58	45,75
$2e = 0^{cm},8$;	$H = 52,87$	52,87	52,87	52,51	51,44	48,41	42,72

Mesures des biréfringences. — La méthode employée pour la mesure est toujours celle que l'un de nous, en collaboration avec M. Mouton, employait : le faisceau monochromatique, polarisé à 45° des lignes de force, traverse le liquide placé dans l'entrefer, un quart d'onde, puis un analyseur à pénombres porté par un cercle gradué. Les principaux perfectionnements apportés aux appareils sont les suivants :

La source est la *lampe à mercure* à grand éclat, étudiée spécialement pour les recherches polarimétriques par l'un de nous (¹). On emploie un *séparateur de radiations* comprenant un prisme à liquide à déviation constante du modèle employé par De Malleman.

Le *polariseur*, à champ normal, est un prisme de Glazebrook court, dont les deux parties sont réunies par une lame d'eau : un tel prisme, qui économise le spath, a l'avantage sur un prisme de Glan que les réflexions parasites ont moins d'importance, il peut, comme ce dernier prisme, servir aussi quand on travaille avec les radiations ultraviolettes.

Les *tubes polarimétriques* placés dans l'entrefer ont des longueurs variables, les plus longs employés jusqu'ici étant de 32^{cm} : on a toujours plusieurs tubes interchangeables, qui doivent reprendre exactement leur place sur le support réglable qui les reçoit, car les mesures se font par comparaison avec un liquide type : naphtalène monobromé ou nitrobenzène. Ces

(¹) A. Cotton, *Journal de Physique*, 8, 1927, p. 14 S.

tubes doivent être exécutés avec grand soin pour que les mesures soient commodes et précises : nous ne les décrirons pas ici, mais nous indiquerons seulement la condition essentielle qu'ils doivent remplir. Bien que ces tubes doivent trouver leur place dans des entrefers étroits pour que les champs obtenus soient intenses, les faces extrêmes doivent être exactement parallèles et normales aux génératrices du cylindre allongé formant la cavité centrale.

Le *quart d'onde* est immergé dans un liquide approprié, suivant les indications de Chaumont, pour éviter les erreurs provenant des réflexions multiples : nous disposons de trois quarts d'onde ainsi montés, choisis pour les raies du mercure.

L'*analyseur* peut recevoir lui aussi plusieurs systèmes de plages (à lames demi-onde) convenant pour les diverses radiations employées; ces plages recouvrent les deux moitiés d'un diaphragme étroit (3^{mm} de diamètre seulement), on les regarde, à travers le prisme de Glazebrook analyseur, à l'aide d'un viseur muni d'un œilleton. Un tube, portant une loupe, peut au besoin être appliqué sur l'œilleton et permet, par le pointé de l'image du tube donnée par le viseur de s'assurer — l'électro-aimant n'étant pas excité — que le tube est bien propre, le liquide limpide et qu'il n'y a pas de réflexions parasites empêchant les extinctions d'être satisfaisantes.

Lorsqu'on fait une mesure de biréfringence magnétique on doit employer un faisceau de rayons dirigés dans le plan équatorial de l'électro-aimant, c'est-à-dire perpendiculaire aux lignes de force du champ. Ce réglage préalable est facile lorsque l'électro-aimant tout entier peut tourner autour d'un axe vertical : on place dans l'entrefer un liquide dépourvu de biréfringence magnétique (CCl^4) et l'on observe les plages à l'analyseur sans quart d'onde. Si le faisceau n'est pas bien orienté la composante du champ suivant le rayon produit une rotation magnétique qui change de sens en même temps que le courant circulant dans les bobines : on peut alors reconnaître son existence, et la supprimer en tournant l'électro-aimant tout entier. Avec l'électro-aimant de Bellevue, que l'on ne pouvait songer à rendre mobile, le réglage doit se faire en deux temps : il faut d'abord orienter le faisceau lumineux pour qu'il soit parallèle aussi exactement que possible aux faces en regard des pièces polaires. On introduit, parallèlement à ces pièces, le tube plein de tétrachlorure, de façon que sa face d'entrée

soit normale au faisceau éclairant. On met ensuite l'analyseur dans le faisceau sortant du tube, on soulève le quart d'onde et l'on établit l'égalité des plages. En lançant le courant dans l'électro-aimant cette égalité est en général détruite : on déplace alors, de façon à laisser l'analyseur dirigé vers l'entrefer, la plate-forme supportant cet analyseur jusqu'à ce que l'égalité des plages soit obtenue : alors l'analyseur est bien placé symétriquement par rapport au plan équatorial de l'électro-aimant. Si l'on dépasse cette position on voit les plages devenir à nouveau inégales, mais cette fois en sens inverse, les rotations magnétiques ayant changé de sens. Quand ce réglage est réalisé, si l'on regarde dans le tube plein de CCl^4 et placé entre le polariseur et un analyseur à l'extinction en accommodant sur l'infini, on voit lorsqu'on excite l'électro-aimant une frange noire verticale très nette apparaître au milieu du champ, indiquant les directions des rayons qui en traversant le tube sont parallèles au plan équatorial. Cette observation peut encore être faite en utilisant la loupe placée derrière le viseur de l'analyseur, loupe que l'on met alors au point sur le foyer postérieur du système optique formé par le viseur : la frange occupe presque tout le champ visible, en laissant seulement de part et d'autre, et symétriquement, un peu de lumière.

On s'assure ensuite que le réglage persiste lorsqu'on met dans le tube un liquide doué de biréfringence magnétique : à cet effet on oriente provisoirement le polariseur de façon qu'il laisse passer des vibrations parallèles ou perpendiculaires aux lignes de force et l'on répète les observations précédentes. Les mesures de biréfringences sont d'ailleurs toujours faites en opérant successivement pour les deux sens opposés du courant.

Ces précautions étant prises, la mesure de la biréfringence magnétique d'un liquide pur comme le nitrobenzène devient, avec le grand électro-aimant, une mesure très précise : en effet avec un tube de 32^{cm} l'angle mesuré, déterminé à quelques centièmes de degré près, atteint par exemple $27°,58$ pour la lumière verte de l'arc au mercure.

M. **M. d'Ocagne** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. Émile Sevin, intitulé *Gravitation, lumière et électromagnétisme*, dont il a écrit la *Préface*. La synthèse donnée en cet Ouvrage est en accord avec le point de

vue classique d'après lequel le mouvement de la matière ou des particules électrisées par rapport à l'éther correspond à une réalité physique. Elle conduit, sans ambiguïté, à l'interprétation de la constante de Planck et met en évidence les liaisons qui unissent la gravitation, la lumière et l'électromagnétisme; elle ramène d'ailleurs l'explication de l'ensemble des phénomènes lumineux aux seules ondulations de Fresnel, sans intervention d'aucune onde se propageant avec une vitesse plus grande que celle de la lumière.

NOMINATIONS.

M. Charles Richet est adjoint à la délégation qui représentera l'Académie à la célébration du *bimillénaire de Virgile* le 25 mars prochain.

ELECTIONS.

M. Lucien Daniel est élu Correspondant pour la section de Botanique par 34 suffrages contre 14 à M. *Henri Devaux*.

Il y a 1 bulletin nul.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de deux candidats à la place de Membre titulaire vacante au Bureau des Longitudes par le décès de M. *H. Andoyer*, pour la première ligne, M. Gaston Fayet obtient 40 suffrages contre 1 à M. Armand Lambert. Il y a 1 bulletin nul.

Pour la seconde ligne, M. Armand Lambert obtient 35 suffrages contre 1 à M. Fernand Baldet.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction

publique et des Beaux-Arts comprendra :

En première ligne............ M. **Gaston Fayet**
En seconde ligne............. M. **Armand Lambert**

CORRESPONDANCE.

M. **Paul Pallary** adresse un rapport sur l'emploi qu'il a fait de la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1929.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Éléments de pharmacodynamie générale, par Edg. Sunz. (Présenté par M. Ch. Achard.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la probabilité et la fréquence asymptotiques des différentes valeurs des quotients complets et incomplets d'une fraction continue.* Note de M. **Paul Lévy**.

Nous poserons

$$X = a_0 + \frac{1}{x_1}, \qquad \ldots, \qquad x_n = a_n + \frac{1}{x_{n+1}}, \qquad X = \frac{P_n x_n + P_{n-1}}{Q_n x_n + Q_{n-1}},$$

Nous désignerons par $\alpha_n(p)$, p étant un entier positif arbitraire, la probabilité de l'égalité $a_n = p$, quand X est choisi au hasard entre 0 et 1 ; par $F_n(x)$, la probabilité de l'inégalité $x_n < x$; en posant $Q_{n+1} = Q_n y_n$, nous désignerons par $G_n(y)$ la probabilité de $y_n < y$, si n est impair, et de $y_n \leqq y$,

si n est pair. On a les formules de récurrence

$$(1)\quad 1 - F_{n+1}(x) = \left[F_n\left(1+\frac{1}{x}\right) - F_n(1)\right] + \ldots + \left[F_n\left(p+\frac{1}{x}\right) - F_n(p)\right] + \ldots,$$

$$(2)\quad 1 - G_{n-1}(y) = \left[G_n\left(1+\frac{1}{y}\right) - G_n(1)\right] + \ldots + \left[G_n\left(p+\frac{1}{y}\right) - G_n(p)\right] + \ldots.$$

D'autre part la probabilité *a priori* d'une valeur rationnelle donnée $y_n = \frac{Q'}{Q} \geqq 1$ (n étant le nombre de quotients incomplets du développement de y_n en fraction continue et Q et Q′ étant premiers entre eux), et la probabilité *a posteriori* de l'inégalité $x_{n+1} > x$ lorsque y_n a une valeur donnée y, ont respectivement les valeurs

$$(3)\qquad \frac{1}{Q'(Q'+Q)}, \qquad \frac{y+1}{xy+1}.$$

On en déduit les nouvelles formules de récurrence

$$(4)\qquad 1 - F_{n+1}(x) = \int_1^\infty \frac{y+1}{xy+1}\, d\,G_n'(y),$$

$$(5)\qquad G_{n+1}(p+\eta) - G_n(p) = \int_0^\eta \frac{u+1}{(p+u)(p+u+1)}\, d\left[-G_n\left(\frac{1}{u}\right)\right],$$

où p est entier et η compris entre 0 et 1. Ces formules, jointes à la formule évidente $G_n(p) = F_n(p)$, se prêtent mieux que la formule (1) à une étude asymptotique; on trouve que $F_n(x)$, $G_n(x)$, $\alpha_n(p)$ tendent uniformément, pour x infini, vers les limites

$$(6)\qquad F(x) = G(x) = \frac{1}{\log 2} \log \frac{2x}{x+1},$$

$$(7)\qquad \alpha(p) = \frac{1}{\log 2} \log \frac{(p+1)^2}{p(p+2)}.$$

D'autre part, dans le développement d'un nombre donné X, exception faite seulement pour des nombres constituant un ensemble de mesure nulle, la fréquence des valeurs de x_n inférieures à x, celle des valeurs de y_n infé-

rieures à y, et celle des valeurs de a_n égales à p, tendent respectivement, d'une manière uniforme, vers $F(x)$, $G(y)$ et $\alpha(p)$.

Dans un autre ordre d'idées, il résulte de la première expression (3) que, si la série

$$\varphi(Q_1, Q_2) + \varphi(Q_2, Q_3) + \ldots + \varphi)Q_n, Q_{n+1}) + \ldots$$

est toujours convergente, sa somme a pour valeur probable la somme

$$\sum \frac{\varphi(Q, Q')}{Q'(Q'+Q)}$$

étendue à tous les systèmes d'entiers positifs, premiers entre eux, et tels que $Q' \geqq Q$. Ainsi, α étant positif, on a

$$\text{val. pr.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Q_{n+1}+Q_n}{Q_{n+1}^{1+\alpha}} = \frac{\zeta(1+\alpha)}{\zeta(2+\alpha)},$$

$$\text{val. pr.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{Q_{n+1}^{\alpha}} = \frac{1}{\zeta(2+\alpha)} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{e^{t+u}}{(e^{t+u}-1)(e^{2t+u}-1)} u^{\alpha}\, dt\, du$$

THÉORIE DES GROUPES. — *Les représentations linéaires du groupe des rotations de la sphère.* Note de M. **Elie Cartan**.

Toute représentation linéaire du groupe g des rotations de la sphère est définie par un groupe G de substitutions linéaires isomorphe, holoédrique ou mériédrique, au groupe g. La représentation sera dite *bornée* si les coefficients des substitutions de G sont bornés; elle sera dite *continue* si à toute variation continue d'une rotation R de g correspond une variation continue des coefficients de la substitution linéaire S correspondant à R. Il est évident que toute représentation continue est bornée. Je me propose de démontrer que, réciproquement, *toute représentation linéaire bornée est continue.*

Les coefficients des substitutions S étant bornés, le déterminant de chacune

d'elles est égal à ± 1. A l'intérieur du groupe linéaire général, l'ensemble des substitutions de G peut admettre des éléments d'accumulation *qui ne peuvent être des substitutions dégénérées;* il existe en tout cas pour G un groupe linéaire de fermeture Γ. D'après un théorème fondamental, dont je donnerai prochainement la démonstration, relatif aux sous-groupes fermés d'un groupe de Lie, Γ *est un groupe de Lie clos*. On démontre facilement qu'il est connexe, simple ou semi-simple, et qu'il ne contient aucune transformation échangeable avec toutes les autres. Il suffit de démontrer le théorème dans le cas où Γ est simple : il s'étend alors immédiatement au cas général.

A chaque symétrie de la sphère par rapport à un diamètre correspond une transformation involutive, ou *involution* de Γ, et toutes ces involutions sont homologues entre elles dans le groupe Γ. Elles font partie d'une famille déterminée connexe d'involutions, que nous appellerons les *involutions normales* de Γ. A deux symétries par rapport à deux diamètres rectangulaires correspondent deux involutions échangeables, que nous appellerons *orthogonales;* la notion d'orthogonalité s'étend par continuité à toute la variété $\mathcal{E}$ des involutions normales de Γ [1].

En se servant des propriétés élémentaires du groupe g et de la propriété de la variété $\mathcal{E}$ d'être close, on démontre :

1° que toute transformation de Γ est le produit de deux involutions normales;

2° qu'il existe au moins une involution normale orthogonale à deux involutions données;

3° qu'étant données deux involutions normales fixes $\mathcal{J}_1$ et $\mathcal{J}_2$, et une involution normale arbitraire $\mathcal{J}$, il existe au moins une involution normale $\mathcal{J}'$ orthogonale à $\mathcal{J}$ et satisfaisant à la relation

$$\mathcal{J}_1\mathcal{J}_2\mathcal{J}' = \mathcal{J}'\mathcal{J}_2\mathcal{J}_1.$$

---

(1) Cette variété n'est autre que l'espace riemannien *symétrique* associé aux involutions normales, ou aux automorphies involutives correspondantes, du groupe Γ. Voir E. Cartan, *Groupes simples clos et ouverts et géométrie riemannienne* (*Journ. Math. pures et appl.*, 8, 1929, p. 1-33).

La théorie des groupes simples permet alors de déduire des résultats précédents (¹) :

1° que le *rang* λ de l'espace $\mathcal{E}$ est égal au rang l du groupe Γ;

2° qu'il n'existe en général qu'un nombre *fini* d'involutions orthogonales à deux involutions données, et que par suite les involutions orthogonales à une involution donnée dépendent au plus de $\frac{n}{2}$ paramètres, n étant le nombre de dimensions de $\mathcal{E}$;

3° que les involutions $\mathcal{J}'$ satisfaisant à la relation $\mathcal{J}_1\mathcal{J}_2\mathcal{J}' = \mathcal{J}'\mathcal{J}_2\mathcal{J}_1$ dépendent de l paramètres et que par suite le nombre n des paramètres dont dépend l'involution normale $\mathcal{J}$ la plus générale est au plus égal à $\frac{n}{2}+l$.

L'inégalité $n \leqq 2l$ entraîne, pour l'ordre r du groupe Γ, dont l'expression générale est $r = 2n + l - 2\lambda$, l'inégalité $r \leqq 3l$. Cela n'est possible, le groupe Γ étant supposé simple, que si $l = 1$, $r = 3$.

Le groupe Γ est donc isomorphe au groupe g des rotations de la sphère. Chaque involution de Γ peut alors être représentée par un diamètre d'une sphère, deux involutions orthogonales étant représentées par deux diamètres perpendiculaires. Nous avons donc une correspondance univoque faisant passer, d'un diamètre d'une sphère Σ à un diamètre d'une autre sphère Σ', deux diamètres distincts de Σ fournissant deux diamètres distincts de Σ', et trois diamètres coplanaires de Σ fournissant trois diamètres coplanaires de Σ'. D'après le théorème fondamental de la géométrie projective *réelle*, cette correspondance est *biunivoque* et *bicontinue*. Le groupe Γ est identique au groupe G et la correspondance entre les rotations de g et les substitutions linéaires de G est bicontinue. C. Q. F. D.

(¹) Voir, sur les notions introduites et les théorèmes utilisés, E. Cartan, *Sur certaines formes riemanniennes remarquables des géométries à groupe fondamental simple* (*Ann. Éc. Norm.*, **44**, 1927, p. 345-467, en particulier les nos **1-14**, **37-38**).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certains problèmes aux limites concernant les équations du type elliptique*. Note de M. **Georges Giraud**.

Considérons l'équation linéaire du type elliptique à m variables

$$\Sigma_{\alpha,\beta} a_{\alpha,\beta} \frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} + \Sigma_\alpha b_\alpha \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} + cu = f(X) \qquad (a_{\alpha,\beta} = a_{\beta,\alpha}).$$

Supposons que les fonctions $a_{\alpha,\beta}$ aient des dérivées continues et que les fonctions b_α, c, f soient lipschitziennes (au sens généralisé, avec un exposant quelconque, ainsi que dans la suite de cette Note). Supposons encore que u soit solution de cette équation dans un domaine de frontière S, et que les coordonnées des points de S soient des fonctions de $m-1$ paramètres dont les dérivées secondes sont lipschitziennes; enfin S est sans point singulier. On suppose que les dérivées de u sont continues et que u prend sur S des valeurs dont les dérivées secondes sont lipschitziennes. On peut alors démontrer que les dérivées secondes de u sont lipschitziennes dans tout le domaine. Pour le voir, on montre qu'il est possible de faire subir à $(x_1, \ldots, x_m)$ une transformation telle qu'une partie de S vienne sur $x_m = 0$ et que les $a_{\alpha,m} (\alpha \neq m)$ et b_m s'annulent sur $x_m = 0$, les coefficients restant lipschitziens. Un raisonnement par symétrie, assez analogue à celui d'un théorème de Schwarz, donne alors la conclusion.

Pour le problème de Dirichlet relatif à une équation non linéaire, on peut déduire de là qu'il suffit de savoir limiter u et ses dérivées premières et secondes, et d'avoir une condition de Lipschitz remplie par ces dernières, pour être assuré de pouvoir passer d'une solution connue à celle qui répond à des données quelconques.

La méthode utilisée pour le problème de Dirichlet permet de traiter aussi certains problèmes non linéaires de Neumann (ou de la chaleur). Considérons l'équation du type elliptique

$$\Sigma_{\alpha,\beta} a_{\alpha,\beta}(u; X) \frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} - \Phi\left(\frac{\partial u}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial u}{\partial x_m}; u; X\right) = 0.$$

avec la condition à la frontière

$$\Theta(u) = \Sigma_{\alpha,\beta} a_{\alpha,\beta}(u\,;\,X)\varpi_\alpha(X)\frac{\partial u}{\partial x_\beta} + \theta(u\,;\,X) = 0$$

(les ϖ_α étant les cosinus directeurs de la normale). La différence

$$h_n = u_{n+1} - u_n$$

de deux approximations successives satisfera à une équation formée comme pour le problème de Dirichlet [1], avec la condition à la frontière

$$\sum_{\alpha,\beta} a_{\alpha,\beta}(u_n\,;X)\varpi_\alpha \frac{\partial h_n}{\partial x_\beta} + \left[\sum_{\alpha,\beta} \frac{\partial a_{\alpha,\beta}}{\partial u}(u_n;X)\varpi_\alpha \frac{\partial u_n}{\partial x_\beta} + \frac{\partial \theta}{\partial u}(u_n;X)\right] h_n = -\Theta(u_n),$$

ce qui est un problème de Neumann linéaire [2]. S'il y a plusieurs contours, on peut aussi se donner sur les uns u, et sur les autres des conditions de Neumann (problème mixte); la méthode est toujours la même.

Enfin on peut traiter, comme M. Picard l'a fait pour deux variables, des questions analogues pour des fonctions d'un point d'une multiplicité quelconque à m dimensions; le calcul tensoriel intervient alors. On traite, dans ces conditions, des problèmes linéaires ou non, analogues à ceux de Dirichlet et de Neumann et aux problèmes mixtes. En outre, on a la question, traitée dans certains cas par M. Picard [3], de trouver une fonction dont les dérivées secondes soient continues sur toute une multiplicité fermée et qui satisfasse à une équation donnée de type elliptique. Tous ces problèmes se traitent par les méthodes déjà vues dès qu'on a prouvé l'existence de certaines solutions élémentaires pour les équations linéaires telles que $a_{\alpha,\alpha}c < 0$, et cette existence se prouve par la méthode alternée imaginée par Schwarz pour l'équation de Laplace et étendue par M. Picard à des cas plus généraux.

---

(1) *Ann. sc. Éc. Norm.*, **46**, 1929, p. 131-245, spécialement p. 236.

(2) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 352.

(3) Picard, *Ann. sc. Éc. Norm.*, **26**, 1909, p. 9 à 17; *Leçons sur quelques problèmes aux limites*, p. 195 à 217.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *La réduction et l'indépendance des conditions imposées aux familles de vecteurs abstraits.* Note de M. **Paul Flamant**, présentée par M. Émile Borel.

Le nom de *famille de vecteurs abstraits* a été donné par M. Maurice Fréchet à certaines entités (considérées déjà par M. Stefan Banach et par M. Norbert Wiener) et formées d'un ensemble d'éléments de nature quelconque et de trois opérations appliquées à ces éléments, le tout satisfaisant à certaines conditions (qui, rappelant les propriétés de l'addition géométrique, de la multiplication par un nombre et de la longueur des vecteurs libres de la géométrie, justifient le nom adopté). L'exemple des vecteurs ordinaires montrant que ces conditions sont compatibles, l'étude de leur indépendance avait pu être laissée de côté. La difficulté est la suivante : Pour former un système de conditions indépendantes, il ne suffit pas de s'assurer de l'indépendance de chacune vis-à-vis de celles déjà énoncées. Contrairement à ce qu'on est tenté de croire de prime abord, des propriétes de l'addition qui sont indépendantes lorsque aucune autre opération n'est définie, peuvent devenir démontrables lorsqu'il existe une multiplication possédant certaines propriétés. De même, les propriétés de la longueur ont leur répercussion sur celles des deux opérations précédentes.

Déjà, des remarques faites par M. T.-H. Hildebrandt et par moi-même [1] ont montré que, parmi les conditions primitivement énoncées, certaines pouvaient être déduites des autres, et d'autres mises sous une forme plus restreinte.

Je viens d'établir en outre que la propriété commutative de l'addition est aussi une conséquence des autres, ce qui ramène le système aux dix propriétés que voici (ξ, η, ζ sont des vecteurs arbitraires de la famille $\mathcal{F}$; a, b des nombres arbitraires) :

---

[1] *Annales de la Société Polonaise de Mathématiques*, 5, 1926, p. 1 et 37. — M. Fréchet, *Les Espaces abstraits*, Paris, 1928, p. 125-126.

I. $\left\{\begin{array}{l} 1^\circ\ \xi + \eta \text{ est un élément bien déterminé de } \mathcal{F}; \\ 2^\circ\ (\xi+\eta)+\zeta = \xi + (\eta+\zeta); \end{array}\right.$

II. $\left\{\begin{array}{l} 1^\circ\ a.\xi \text{ est un élément bien déterminé de } \mathcal{F}; \\ 2^\circ \text{ tout élément de } \mathcal{F} \text{ est le produit d'un nombre par un certain élément de } \mathcal{F}; \\ 3^\circ\ ab.\xi = a.(b.\xi); \\ 4^\circ\ (a+b).\xi = a.\xi + b.\xi; \\ 5^\circ\ a.(\xi+\eta) = a.\xi + a.\xi; \end{array}\right.$

III. $\left\{\begin{array}{l} 1^\circ\ \|\xi\| \text{ est un nombre réel bien déterminé } \geqq 0; \\ 2^\circ\ \|a.\xi\| = |a|.\|\xi\|; \\ 3^\circ \text{ un seul élément de } \mathcal{F} \text{ a une longueur nulle,} \end{array}\right.$

D'autre part j'ai établi l'*indépendance* des conditions ainsi énoncées en formant des exemples où toutes sont satisfaites, sauf une arbitrairement choisie. Dans tous ces exemples, sauf un rejeté à la fin, les éléments sont des vecteurs géométriques, et la mise en échec d'une et une seule des propriétés fondamentales est obtenue soit par une extension convenable de l'ensemble considéré, soit par la définition artificielle d'une ou plusieurs opérations. Voici, pour chaque condition, la ou les particularités qui permettent de la mettre en défaut (je représente par $\oplus$, $\odot$, $\| \ \|$ les opérations conventionnelles et par $+$, $-$, $.$, $| \ |$ les opérations classiques).

I, 1° : Vecteurs situés dans l'un ou l'autre de deux plans sécants donnés.

I, 2° : $\xi \oplus \eta = \xi - \eta$.

II, 1° : Vecteurs situés dans un angle donné.

II, 2° : Vecteurs non perpendiculaires à un plan donné P; ξ' désignant la projection orthogonale de ξ sur P, $\xi \oplus \eta = \xi' + \eta'$, $a \odot \xi = a.\xi'$, $\|\xi\| = |\xi'|$.

II, 3° : $a \odot \xi = (-a).\xi$.

II, 4° : ξ' désignant l'inverse de ξ avec une puissance donnée : $\xi \oplus \eta = (\xi' + \eta')'$.

III, 1° : Longueur définie par une courbe ou une surface d'étalonnage n'ayant pas de points réels dans toutes les directions (par exemple lemniscate pour les vecteurs d'un plan).

III, 2° : $\|\xi\| = |\xi|^2$.

III, 3° : ξ' désignant la projection orthogonale de ξ sur un plan donné, $\|\xi\| = |\xi'|$.

II, 5° : Les vecteurs abstraits sont les homothéties directes et les transla-

tions. La somme est définie comme opération résultante (communément appelée produit). Le produit d'une homothétie de rapport k par un nombre a est une homothétie de même centre et de rapport k^a, le produit d'une translation par a est une translation de même direction dont l'amplitude est multipliée par a. La longueur d'une homothétie est la valeur absolue du logarithme du rapport d'homothétie, pour une translation le mot longueur garde sa signification usuelle.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions entières définies par une classe de séries de Dirichlet.* Note de M. **Georges Valiron**, présentée par M. Émile Borel.

1. Considérons une fonction entière définie par une série de Dirichlet convergente dans tout le plan,

$$f(s)=\sum_1^\infty a_n e^{\lambda_n s}, \qquad s=\sigma+it, \tag{1}$$

où les λ_n sont des nombres positifs indéfiniment croissants. Nous supposerons que $(\log n):\lambda_n$ tend vers 0; alors la série (1) converge absolument, le quotient de $\log|a_n|$ par $-\lambda_n$ tend vers ∞ et (1) possède un terme de module maximum pour chaque valeur de σ. Si $m(\sigma)$ désigne ce terme maximum, si $M(\sigma)$ désigne la borne supérieure de $|f(s)|$ lorsque la partie réelle de s est égale à σ, et si l'on pose

$$F(\sigma)=\sum_1^\infty |a_n| e^{\lambda_n\sigma}, \qquad [G(\sigma)]^2=\sum_1^\infty |a_n|^2 e^{2\lambda_n\sigma},$$

on a, en vertu des formules connues,

$$m(\sigma)<G(\sigma)\leqq M(\sigma)\leqq F(\sigma).$$

La relation entre $m(\sigma)$ et $M(\sigma)$ a été étudiée récemment par MM. Sugi-

mura [1] et Amirà [2]. L'intéressant résultat de M. Amirà se complète aisément de la façon suivante :

I. *Si l'on suppose que pour tout* $\eta > 0$,

$$n = O(\lambda_n^{c+\eta}), \qquad \frac{1}{\lambda_{n+1} - \lambda_n} = O(n^{d+\eta}),$$

$c > 0$, $0 \leqq d < 1$; *on a, si petit que soit* $\varepsilon > 0$ *et pour une suite de* σ *indéfiniment croissants*,

$$(2) \qquad F(\sigma) < m(\sigma)[\log m(\sigma)]^{\frac{c}{2}(1+d)+\varepsilon} \quad [3].$$

Il est clair que l'on doit supposer $c(1-d) \leqq 1$. En employant le polygone de Newton introduit dans ces questions par M. Hadamard et en modifiant légèrement ce que j'avais fait pour $\lambda_n = n$ [4], on obtient cette autre proposition :

II. *Moyennant les hypothèses de l'énoncé* I, *on a, pour tout* $\varepsilon > 0$,

$$(3) \qquad F(\sigma) < m(\sigma)[\log m(\sigma)]^{\frac{1}{2}+dc+\varepsilon}$$

pour tous les σ *positifs extérieurs à une série d'intervalles dans lesquels la variation totale de* σ *est inférieure à un nombre fini* $A(\varepsilon)$.

Pour $c(1-d) = 1$, II contient I, mais il n'en est plus de même dans les autres cas et il y aurait alors lieu de rechercher les conditions d'application de l'inégalité (2).

2. On peut remplacer les hypothèses de M. Amirà par une hypothèse sur le nombre des λ_n contenus dans l'intervalle critique déterminant $F(\sigma)$. Nous supposerons que, si petit que soit $\eta > 0$, le nombre des λ_n compris dans l'intervalle

$$(4) \qquad x - x^{\frac{1}{2}+\eta}, \quad x + x^{\frac{1}{2}+\eta}$$

est moindre que $\psi(x^{1+\eta})$ dès que x est assez grand $[x > x(\eta)]$, $\psi(x)$ étant

---

(1) *Math. Zeitschrift*, 29, 1929, p. 264-277.

(2) *Math. Zeitschrift*, 30, 1930, p. 594-600.

(3) L'énoncé donné par M. Amira correspond à $d = 0$.

(4) *Annales École Normale*, 37, 1920, p. 219-253.

une fonction croissante de x telle que $\psi(x) = O(e^{x^\gamma})$. En procédant comme pour $\lambda_n = n$, on voit alors que $F(\sigma)$ est déterminé asymptotiquement par le groupe de termes compris dans l'intervalle (4) en prenant pour x le λ_n du terme maximum et en supposant σ extérieur à certains intervalles. Il s'ensuit que :

III. $\psi(x)$ *satisfaisant aux conditions indiquées, on a, pour tout* $\varepsilon > 0$,

$$F(\sigma) < m(\sigma)\psi\{[\log m(\sigma)]^{1+\varepsilon}\} \tag{5}$$

pour les σ positifs extérieurs à des intervalles où σ varie de moins de $A(\varepsilon)$.

On peut prendre $\psi(x) \equiv x^a$, $a \geqq 0$; la première condition de I est alors vérifiée avec $c \leqq a + \frac{1}{2}$; on peut avoir $c < a + \frac{1}{2}$ et

$$F(\sigma) > m(\sigma)[\log m(\sigma)]^a$$

pour $\sigma > \sigma_0$, ce qui montre l'intérêt de la seconde condition de M. Amirà.

3. En employant le résultat qui a conduit à III et l'inégalité de Cauchy comme l'a fait tout d'abord M. Brinkmeier [1] on trouve que :

IV. *Dans les conditions de* III (*avec les mêmes intervalles exceptionnels*), *on a*

$$F(\sigma) < G(\sigma)\sqrt{\psi\{[\log m(\sigma)]^{1+\varepsilon}\}}. \tag{6}$$

Cette inégalité généralise celle que j'avais indiquée pour les fonctions entières dans une communication à la dernière session de l'Association française pour l'avancement des sciences. (5) et (6) restent valables lorsqu'on suppose que pour tout $\eta > 0$ et $x > x(\eta)$, $n > n(\eta)$

$$n < \psi(\lambda_n^{1+\eta}), \qquad \psi(x) < e^{x^{1-\eta}}.$$

4. La relation entre $M(\sigma)$ et la fonction analogue $M^1(\sigma)$ relative à la dérivée première de $f(s)$ est encore la même que dans le cas $\lambda_n = n$ tant que le nombre a introduit ci-dessus est inférieur à 1. On a pour les σ ordinaires

$$M^1(\sigma) \sim M(\sigma)\lambda(\sigma),$$

$\lambda(\sigma)$ étant le λ_n du terme maximum $m(\sigma)$.

---

(1) *Math. Annalen*, 96, 1927, p. 108-118.

HYDRODYNAMIQUE. — *De la répartition des pressions autour d'un cylindre immergé.* Note de MM. **P. Dupin** et **M. Teissié-Solier**, présentée par M. L. Lecornu.

Poursuivant les recherches sur les régimes, nous avons étudié la répartition des pressions autour d'un cylindre droit à base circulaire immergé dans un courant d'eau, afin de comparer cette répartition en régime non turbulent et en régime turbulent.

I. *Régime non turbulent.* — Le cylindre étudié, constitué par un tube de $9^{mm},95$ de diamètre, était immergé dans un champ uniforme de vecteurs vitesses réalisé dans un ajutage de 30^{cm} de diamètre. Les deux extrémités du cylindre s'appuyaient aux parois. Un orifice de 1^{mm} de diamètre était percé sur la périphérie de cet obstacle à 15^{cm} de ses extrémités. Un index fixé à l'obstacle permettait de repérer l'orientation de cet orifice.

Les expériences étaient faites en régime permanent. Les vitesses étaient mesurées par la méthode chronophotographique de M. C. Camichel et les pressions à l'aide de tubes piézométriques. Pour une vitesse donnée on déterminait la différence $P_0 - P_\alpha$ entre la pression à l'amont P_0 et la pression P_α au point défini par l'orientation α de l'orifice. Nous donnons (*fig.* 1) un faisceau de courbes de répartition des différences $P_0 - P_\alpha$ pour différentes vitesses du fluide.

Nous avons pu vérifier que la différence $P_0 - P_\alpha$ est indépendante de la valeur absolue de la pression à l'amont et que sa valeur maximum correspond à une orientation de l'orifice de 73°.

II. *Régime turbulent naturel.* — L'ajutage de 30^{cm} de diamètre contenant l'obstacle était fixé à l'extrémité d'une conduite de même diamètre, présentant une longueur de 15^{m}. On se trouvait donc en présence d'un régime turbulent provoqué par un long parcours des filets liquides, régime auquel M. C. Camichel a donné le nom de régime turbulent naturel. Les vitesses et les pressions étaient déterminées comme dans le premier cas.

Les résultats obtenus dans cette deuxième étude nous ont permis de constater que dans les deux cas envisagés et pour une même vitesse d'at-

taque, les courbes représentatives des différences de pressions $P_0 - P_\alpha$ coïncidaient. C'est ce que montrent d'ailleurs les courbes de la figure 2,

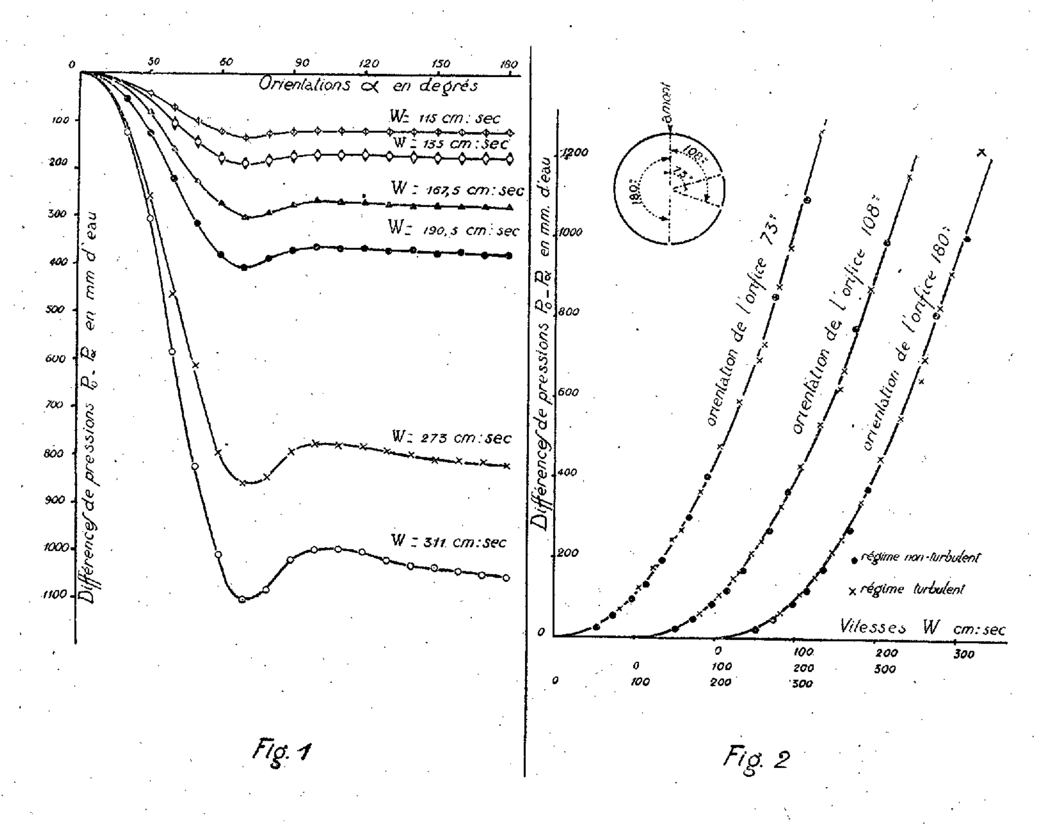


Fig. 1 Fig. 2

donnant les variations des différences $P_0 - P_\alpha$ en fonction de la vitesse d'attaque pour des orientations de l'orifice de 73°, 108 et 180°.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Le déplacement des pôles et la dérive des continents.* Note de M. **Alex. Véronnet**, transmise par M. Paul Appell.

Les géologues ont découvert des traces de glaciers jusque dans la zone équatoriale, au début des périodes géologiques. On a pensé d'abord que les pôles avaient pu se déplacer, mais on n'a trouvé aucune cause suffisamment explicative, et Wegener a essayé d'expliquer ces faits par sa théorie du déplacement relatif des continents les uns par rapport aux autres.

Or j'ai trouvé que l'action de la précession permet d'expliquer ce déplacement des pôles. Tel est l'objet de cette Note.

J'avais étudié déjà, dans ma Thèse (*Journal de Mathématiques*, 1912), cette action de précession sur chacune des couches ellipsoïdales du globe terrestre, même dans le cas de vitesses de rotation variables de l'une à l'autre. Considérons seulement, pour simplifier, la couche superficielle formant l'écorce terrestre, et le noyau sous-jacent. On démontre que la vitesse avec laquelle l'axe de rotation tourne autour de la ligne des pôles de l'écliptique est proportionnelle à la différence des moments d'inertie 1 : 305, pour le noyau, et à l'inverse de l'aplatissement 1 : 297, pour l'écorce.

S'il n'y avait pas frottement entre l'écorce et le noyau, l'axe de rotation de l'écorce décrirait simplement le cercle de précession, plus vite que l'axe de rotation de l'ensemble. On calcule qu'il ferait un tour en plus en un million d'années environ, ou 38 fois la période actuelle de 26000 ans.

S'il y a frottement, mais faible, le point de la surface, qui correspond au pôle de l'écorce, se déplacera moins vite par rapport au pôle général, et de plus il sera entraîné partiellement par le noyau dans sa rotation. On démontre alors qu'il décrira une spirale autour du pôle général, dont il s'éloignera de plus en plus.

Si le frottement devient considérable, les axes instantanés de rotation de l'écorce et du noyau se rapprochent de plus en plus et finissent par se confondre, mais les pôles successifs de l'écorce restent distincts sur la sphère terrestre et peuvent se trouver aujourd'hui très éloignés du pôle de l'ensemble, sans qu'on puisse déterminer exactement la courbe.

Actuellement le frottement doit être assez grand pour que le déplacement du pôle, dû à cette cause, soit insensible. Au début des périodes géologiques, l'écorce était moins épaisse, la partie du noyau en contact avec elle était plus fluide et plus chaude. On retrouve bien les conditions nécessaires et suffisantes pour l'explication du phénomène et son caractère transitoire.

La théorie de la dérive des continents devient ainsi inutile pour l'explication de ce phénomène des glaciers primaires. Elle suppose d'ailleurs, comme le reconnaît explicitement Wegener, que les roches des couches profondes, au moins sous-marines, ne sont pas absolument rigides, mais faiblement visqueuses, pour que les masses continentales puissent se déplacer au travers. Rien ne légitime cette hypothèse au moins bizarre. Ce sont d'ailleurs les mêmes roches, que l'on retrouve sous les continents et dans les montagnes, et celles-ci se seraient alors depuis longtemps écrasées sous leur propre poids, incomparablement plus grand que toutes les forces diffé-

rentielles horizontales que l'on a essayé de trouver pour entraîner les continents.

Ceci d'ailleurs n'infirme en rien le grand intérêt des mesures de longitudes encerclant la Terre. Quelle que soit la théorie émise, il est souverainement important de pouvoir vérifier si l'écorce éprouve des déplacements horizontaux, comme elle en éprouve de verticaux, s'ils sont périodiques ou séculaires.

RELATIVITÉ. — *Sur l'interprétation des expériences de Sagnac et de Michelson.* Note [1] de M. **Corps**, présentée par M. Ch. Lallemand.

Les formules de Lorentz diffèrent de celles de la théorie classique par les dénominateurs qui expriment la contraction des longueurs et la dilatation des temps, et par le deuxième terme de l'expression du temps du système mobile. Ce terme exprime le « décalage » arbitraire de l'origine des temps [2], d'où résulte le temps local, et grâce auquel la vitesse de la lumière paraît toujours constante relativement au système mobile. Ce terme supprimé, les formules sont celles de la Simultanéité universelle. Suivant donc que l'expérience justifiera ou non l'existence de ce terme, la question sera tranchée entre deux hypothèses qui s'excluent mutuellement, celle de la Relativité et celle de la Simultanéité universelle.

L'expérience de Michelson et Morley ne peut rien nous apprendre à ce sujet, car le terme dont il s'agit disparaît dans les calculs, et les deux hypothèses donnent le même résultat. Mais dans l'expérience de Sagnac, et dans celle de Michelson en 1924 dont le principe est le même, l'analyse mathématique donne des résultats différents dans les deux hypothèses, et l'expérience confirme celle de la Simultanéité.

Les formules applicables à un mouvement de rotation doivent se réduire à la limite de celles du mouvement rectiligne uniforme, quand on considère un domaine d'espace dont les dimensions sont faibles relativement au rayon moyen de rotation.

L'expérience de Sagnac et l'expérience de Michelson de 1924 n'étant

(1) Séance du 17 février 1930.

(2) Le terme en question résulte de ce que, dans le système mobile, l'origine des coordonnées, au lieu de correspondre à celle du système fixe, comme le voudrait le principe de la Simultanéité universelle, a été choisi, en chaque point, de manière que la vitesse apparente de la lumière, calculée d'après la formule de Lorentz, soit la même pour les deux trajets, d'aller et de retour.

affectées que par le premier ordre du rapport $\frac{v}{V}$ de la vitesse de la Terre à celle de la lumière, on peut négliger les effets de la rotation, ainsi que ceux de la contraction des longueurs et de la dilatation des temps, qui sont de l'ordre de $\frac{v^2}{V^2}$.

Quant au deuxième terme de l'expression de t_1, il est, dans le cas général du mouvement relatif de deux systèmes, de l'ordre de $\frac{v^2}{V^2}$, relativement au premier terme, et de fait il a été considéré comme tel dans l'interprétation que les relativistes ont donnée de l'expérience de Sagnac. Mais, dans toutes les expériences basées sur les interférences, il n'entre en jeu que des points appartenant à un même trajet de lumière et pour lesquels dx est du même ordre de grandeur que $V\,dt$, d'où il résulte que, dans chacune des équations de Lorentz, le second terme du numérateur du deuxième membre est de l'ordre de $\frac{v}{V}$ relativement au premier terme.

Les trois premières équations de Lorentz nous donnent :

$$\left(1-\frac{v^2}{V^2}\right)dx_1^2+dy_1^2+dz_1^2=(dx_0-v\,dt_0)^2+dy_0^2+dz_0^2,$$
$$ds_1^2-\frac{v^2}{V^2}dx_1^2=ds_0^2-2\,dx_0\,v\,dt_0+v^2\,dt_0^2$$

et au degré de précision de l'expérience

$$ds_1=ds_0-\frac{dx_0\,v\,dt_0}{ds_0}.$$

Introduisons la condition $s_0=V\,dt_0$ applicable à tout trajet de lumière

$$ds_1=V\,dt_0-\frac{v\,dx_0}{V},\qquad dt_0=\frac{ds_1}{V}+\frac{v\,dx_0}{V^2}.$$

Portons cette valeur de dt_0 dans les formules de Lorentz au même degré de précision

$$dt_1=dt_0-\frac{v\,dx_0}{V^2}=\frac{ds_1}{V}.$$

Les deux ondes, parties au temps zéro et ayant parcouru en sens inverses un même circuit, reviendraient donc au même temps t_1 au point de départ.

Mais si, conformément au principe de la Simultanéité, l'élément dt_1, qui ne dépend plus du terme de l'ordre de $\frac{v}{V}$, est égal à dt_0, au degré de préci-

sion de l'expérience, nous pouvons, pour la même raison, remplacer dx_0 par dx_1 dans le terme que contient le facteur $\frac{v}{V}$:

$$dt_1 = dt_0 = \frac{ds_1}{V} + \frac{v\,dx_1}{V^2}.$$

En coordonnées angulaires, A étant l'aire du système mobile compris entre un élément du circuit et les rayons adjacents,

$$dt_1 = \frac{ds_1}{V} + \frac{\omega r\,dx_1}{V^2} = \frac{ds_1}{V} + \frac{2\omega\,dA}{V^2}.$$

En intégrant pour chacun des sens dans lesquels le circuit est parcouru :

$$t_1 = \frac{s_1}{V} + \frac{2\omega A}{V^2}, \qquad t_2 = \frac{s_1}{V} = \frac{2\omega A}{V^2}.$$

Les deux rayons reviennent donc à leur point de départ avec une différence de phase égale à $\frac{4\omega A}{V^2}$. Ce résultat, conforme au principe de la Simultanéité, est exactement vérifié par l'expérience de Sagnac et par l'expérience de Michelson en 1924.

RELATIVITÉ. — *Le champ de gravitation d'une masse variable*. Note de M. **Henri Mineur**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. Dans un précédent travail sur les ondes de gravitation nous avions cherché si un espace d'Einstein, vide, à symétrie sphérique, pouvait être interprété comme le champ d'une masse variable. Nous avions conclu qu'il n'y avait d'autres ds^2 satisfaisant à ces conditions que le ds^2 de Schwarzschild, ce que laissait deviner du reste le principe de conservation de la masse-énergie.

Nous abordons maintenant le problème sous l'aspect suivant :

Une masse centrale m varie avec le temps; à chaque instant une fraction de cette masse est transformée en énergie lumineuse et rayonnée sphériquement dans l'espace environnant. Quel est le champ de gravitation de cette masse ?

2. Mettons le ds^2 de ce champ sous la forme

$$(1) \qquad ds^2 = [\omega^0]^2 - [\omega^1]^2 + [\omega^2]^2 - [\omega^3]^2$$

où

$$\omega^0 = f(r, t)\,dt, \qquad \omega^1 = f(r, t)\,dr,$$
$$\omega^2 = g(r, t)\frac{du}{u}, \qquad \omega^3 = g(r, t)\frac{dv}{u}.$$

On suppose la vitesse de la lumière égale à 1. Nous avons déjà calculé le bivecteur de courbure de cet espace [1] :

$$\Omega_{01} = D[\omega^0\omega^1], \qquad \Omega_{02} = B[\omega^1\omega^3] + C[\omega^0\omega^2],$$
$$\Omega_{03} = -B[\omega^1\omega^2] - C[\omega^0\omega^3], \qquad \Omega_{12} = A[\omega^1\omega^2] + B[\omega^0\omega^3],$$
$$\Omega_{13} = -A[\omega^1\omega^3] - B[\omega^0\omega^2], \qquad \Omega_{23} = d[\omega^2\omega^3].$$

où

$$D = -\frac{1}{f^2}\left[\frac{\partial^2 \log f}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \log f}{\partial r^2}\right],$$
$$B = \frac{1}{f^2 g}\left[\frac{\partial^2 g}{\partial r\,\partial t} - \frac{\partial \log f}{\partial r}\frac{\partial g}{\partial t} - \frac{\partial \log f}{dt}\frac{\partial g}{\partial r}\right],$$
$$C = \frac{1}{f^2 g}\left[\frac{\partial^2 g}{\partial t^2} - \frac{\partial \log f}{\partial r}\frac{\partial g}{\partial r} - \frac{\partial \log f}{\partial t}\frac{\partial g}{\partial t}\right],$$
$$A = \frac{1}{f^2 g}\left[\frac{\partial^2 g}{\partial r^2} - \frac{\partial \log f}{\partial r}\frac{\partial g}{\partial r} - \frac{\partial \log f}{\partial t}\frac{\partial g}{\partial t}\right],$$
$$d = -\frac{1}{g^2}\left[1 - \frac{1}{f^2}\left\{\left(\frac{\partial g}{\partial r}\right)^2 - \left(\frac{\partial g}{\partial t}\right)^2\right\}\right].$$

3. Désignons par $\rho(r, t)$ la densité du flux d'énergie en un point de cet espace considéré comme un flux de photons; la forme élément de matière correspondant à ce flux est

$$\pi_0 = \rho\omega^1\omega^2\omega^3 - \rho\omega^2\omega^3\omega^0, \qquad \pi_1 = \rho\omega^1\omega^2\omega^3 - \rho\omega^2\omega^3\omega^0, \qquad \pi_2 = \pi_3 = 0.$$

Si K désigne le coefficient de la gravitation, les équations d'Einstein s'écrivent :

$$B = -4\pi K\rho, \qquad 2A + d = 8\pi K\rho,$$
$$d - 2C = -8\pi K\rho, \qquad A - C + D = 0.$$

4. Posons $x = r - t$, $y = r + t$. Le principe de la conservation de la masse-énergie montre que ρ a la forme

$$4\pi K\rho = \frac{\varphi}{g^2} F(x),$$

où $\varphi = f^{-2}$ et où F est une fonction arbitraire.

La combinaison $A + C + 2B = 0$ donne

$$\varphi \frac{\partial g}{\partial y} = f_1(x),$$

où f_1 est une fonction arbitraire.

---

[1] *Sur les ondes de la gravitation* (*Bulletin de la Société mathématique de France*, 56, I, II, 1928, p. 50).

La combinaison $A - C + D = 0$ montre que g vérifie une équation de la forme

$$\frac{\partial g}{\partial x} = Q(x) + \frac{P(x)}{g},$$

où P et Q sont des fonctions arbitraires.

L'équation $D = d$ conduit à

$$4f_1 Q = 1.$$

Enfin la combinaison

$$A + C - 2B = 16\pi K\rho$$

donne

$$F(x) = Q(x)\frac{d}{dx}\left[\frac{P(x)}{Q(x)}\right].$$

5. On peut faire sur x un changement de variable quelconque sans changer la forme du ds^2; il en est de même pour y. On aboutit à cette conclusion que le ds^2 d'une masse $m(t)$ variable avec le temps est défini par l'expression (1), où f et g vérifient le système

$$\frac{\partial g}{\partial x} = 1 - \frac{2m(x)}{g}, \tag{2}$$

$$\varphi = \frac{1}{4\frac{\partial g}{\partial y}}. \tag{3}$$

Le flux d'énergie rayonnante a pour densité

$$\rho = -\frac{\varphi}{2\pi K g^2}\frac{dm(x)}{dx}.$$

6. Les équations précédentes résolvent le problème posé : La variation de la masse m est arbitraire, l'intégration de l'équation (2) donne g, l'équation (3) donne φ; on en déduit le ds^2 correspondant.

Ces formules peuvent être appliquées à divers cas particuliers.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Propriétés électriques et structure des films métalliques obtenus par projection thermique et cathodique.* Note [1] de M. F. **Joliot**, présentée par M. Jean Perrin.

L'explication des propriétés électriques spéciales des métaux en films minces est liée à la connaissance de la structure de la couche métallique.

---

[1] Séance du 3 mars 1930.

Est-elle amorphe ou cristalline et, dans ce cas, les atomes constituent-ils un réseau régulier ? Suivant Kahler ([1]), les films obtenus par projection cathodique seraient cristallins et ceux obtenus par évaporation thermique seraient amorphes. Ce dernier résultat a été infirmé par Steinberg. Récemment, S. Dembinska ([2]) en appliquant la méthode de la réflexion sélective de Bragg a montré que la structure des films de platine obtenue par les deux procédés était cristalline. Le réseau (direction 111 perpendiculaire au plan du support) a un arrangement dont la régularité dépend de la nature du support et du procédé de préparation. Enfin les expériences de G. P. Thomson relatives à la diffraction des électrons par ces films fournissent une excellente preuve de leur nature cristalline.

La similitude de structure de ces films doit entraîner une grande analogie entre leurs propriétés électriques. C'est bien ce que l'on observe. J'envisagerai plus particulièrement la diminution de la résistance de ces lames, soit sous l'action du chauffage, soit spontanément. J'ai déjà montré ([3]) que l'on devait distinguer deux phases successives dans la variation de la résistance d'un film de platine lorsqu'on le chauffe. Dans l'une, la variation est réversible et permet de définir un coefficient de température de la résistance. Dans l'autre, la température atteignant une certaine valeur dépendant des états antérieurs du film, la variation devient irréversible. Ces expériences sont relatives à des films épais (10 à 20 mμ), je les ai poursuivies en employant des films très minces de grande résistance obtenus par les deux procédés. Les résultats sont encore plus nets. La diminution de résistivité du platine ($e = 3\,\mathrm{m}\mu$) est de l'ordre de 50 à 1 (15000.10^{-6} ohm/cm à 300 ohm/cm $\times 10^{-6}$) et, fait intéressant, le coefficient de température qui était initialement négatif augmente progressivement et peut devenir positif comme le montre la courbe $\rho = f(\alpha)$. La résistance passe donc par un état stable (jusqu'à une certaine température limite) pour lequel le coefficient de température α est nul.

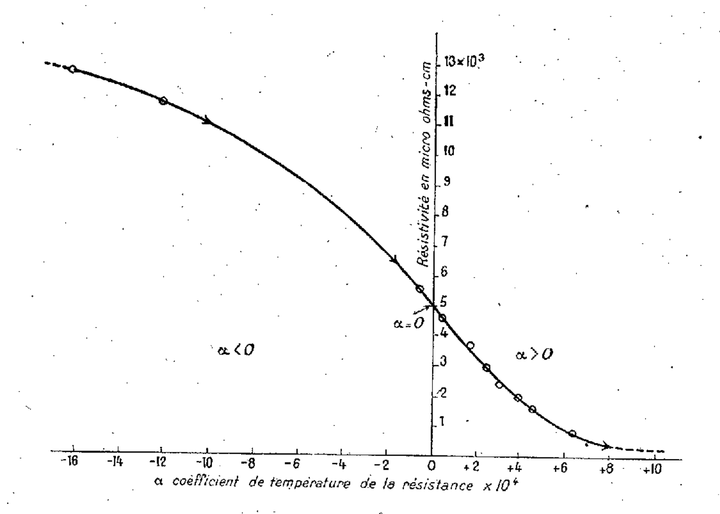
Pour expliquer ces phénomènes, je pense qu'il faut envisager séparément un effet dû au changement de structure et un effet dû aux gaz occlus.

([1]) Kahler, *Phys. Rev.*, 28, 1921, p. 210, et Steinberg, *Phys. Rev.*, 21, 1923, p. 22.

([2]) S. Dembinska, *Zeits. f. Physik.*, 54, 1929, p. 461.

([3]) F. Joliot, *Comptes rendus*, 184, 1928, p. 1526. Des résultats analogues ont été trouvés pour l'or par R. S. Bartlett (*Phil. Mag.*, 5, 1928, p. 848) et, plus tard, par A. Féry (*Comptes rendus*, 188, 1928, p. 819) qui signale en outre l'existence de deux variétés de platine obtenues par projection cathodique, l'une analogue au noir de platine, l'autre analogue au métal usuel.

1° Les deux procédés de préparation conduiraient à une même structure cristalline de grande résistivité et instable dont le changement progressif en une autre structure stable de résistivité moindre entraînerait les diminutions permanentes de résistance observées. L'élévation de la température soit au cours de la préparation, soit après, augmenterait la vitesse de *recristallisation*. Il serait intéressant de vérifier directement cette hypothèse par la méthode de la réflexion sélective. La couche métallique déposée sur



quartz serait séparée en deux par un léger trait perpendiculaire aux faisceaux de rayons X et l'on échaufferait la partie supérieure par le passage d'un courant. Les raies réfléchies par les deux parties du film sur le même support ne devraient plus être dans le prolongement l'une de l'autre si la structure de l'une d'elles est modifiée.

2° Dans le cas des lames obtenues par projection cathodique, le changement pouvait être attribué à l'évacuation des gaz occlus, mais les résultats précédents obtenus avec des lames de projection thermique préparées et conservées dans un vide élevé éliminent cette explication. J'ai d'ailleurs pu me rendre compte directement que l'occlusion de l'air sec produit une augmentation de la résistivité insuffisante pour expliquer les variations observées précédemment. Cependant, j'ai souvent constaté que lorsqu'on fait le vide sur des films très minces obtenus par projection cathodique conservés quelques jours à l'air libre, on accélère beaucoup la diminution de résistivité, cette variation est irréversible comme dans le cas du chauffage [même forme des courbes $\rho = f(\alpha)$]. J'ai aussi observé que la diminution spon-

tanée de la résistivité des films obtenus par projection cathodique est plus lente que celle des films préparés par évaporation thermique et que, dans ce cas, l'introduction de gaz secs ralentit le phénomène. En définitive, il semble nécessaire d'admettre que la présence des gaz occlus dans le film (en dehors de l'action spéciale de l'eau signalée par A. Féry) ralentit la recristallisation du métal, cause principale de la diminution de la résistance de ces films.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur le redresseur à oxyde de cuivre.* Note de M. **H. Pélabon**, présentée par M. G. Ferrié.

Les redresseurs à oxyde de cuivre, très employés depuis quelques années, sont obtenus en chauffant des rondelles de cuivre rouge en présence d'air ou d'oxygène à une température légèrement inférieure au point de fusion du métal. On enlève la couche superficielle d'oxyde cuivrique noir jusqu'à ce que la surface prenne une teinte rouge sang, puis on décape complètement la face opposée pour mettre le cuivre à nu. Ces rondelles ne présentent pas la même résistance dans les deux sens, elles conduisent beaucoup mieux le courant qui entre par la face oxydulée.

Dans nos recherches nous avons utilisé de petits cylindres de cuivre de 12^{mm} de diamètre et 5^{mm} de hauteur.

Pour constater la conductivité unilatérale des pastilles, on est forcé de les disposer entre deux électrodes métalliques, qui peuvent du reste être en cuivre rouge. Le système présente donc un contact imparfait constitué par l'électrode de cuivre reposant sur l'enduit rouge moins conducteur.

D'après ce que l'on sait ce contact peut être rectifiant pour les courants de faible intensité, mais alors le courant passe plus aisément dans la pastille quand il entre par la face cuivre. C'est le contraire que l'on observe.

La théorie électronique des mauvais contacts que nous avons donnée (¹) est-elle en défaut ou bien existe-t-il un autre mauvais contact caché dans la pellicule rouge qui recouvre l'une des faces de la pastille?

Pour rechercher ce mauvais contact, nous avons pratiqué une section dans la pellicule active, par un plan très peu incliné sur la face de façon à en étaler différentes phases. Après avoir poli cette section par les procédés utilisés en métallographie, nous l'avons examinée au microscope de Le Cha-

---

(¹) Pélabon, *Sur la théorie électronique des mauvais contacts* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 620).

telier. L'enduit apparaît comme un corps très complexe; en se déplaçant de l'extérieur vers l'intérieur du dépôt on rencontre :

1° Un corps gris qui n'est autre que l'oxyde cuivrique CuO qui a pris naissance pendant le refroidissement de la rondelle en présence de l'air. Ce composé en poudre fine est assez conducteur.

2° Vient ensuite une phase nettement séparée de la précédente et qui a un ton légèrement vert, elle est hétérogène et résulte de la solidification, après fusion, d'un mélange de CuO et de Cu^2O. C'est le mixte que j'appellerai D. J. que Debray et Joannis ont obtenu lors de leur étude de la dissociation de l'oxyde cuivrique [1]. La composition moyenne de cette phase est déterminée quand la température de préparation de la pastille est connue, le mixte est en effet en équilibre avec l'oxygène de l'air, il constitue avec ce gaz un système bivariant. Dans les conditions de nos expériences la composition moyenne de la phase D. J. est voisine de $2CuO . Cu^2O$.

Je dis composition moyenne, car on voit facilement au microscope que la répartition de CuO n'est pas uniforme, plus on approche du support cuivre plus les particules de CuO sont nombreuses et volumineuses, elles finissent même par former un plan continu de CuO conducteur.

La couche initiale de CuO forme avec ce dépôt continu un mauvais contact car l'intervalle est rempli d'un mélange plus riche en Cu^2O corps isolant. Ce mauvais contact ne peut être rectifiant vu que les deux pièces conductrices sont de même nature.

3° Au-dessous du plan conducteur formé de CuO on distingue une bande très nette verte et bien homogène, elle est formée d'oxydule pur, la teinte verte est celle de la lumière réfractée, car l'oxydule est rouge par réflexion.

Ces observations montrent qu'en réalité, à la température de la préparation des pastilles, l'oxyde cuivrique ne doit pas être dissous mais en suspension dans Cu^2O liquide, que les granules de CuO sont mouillés par ce liquide et qu'il en est de même du cuivre. La couche d'oxydule pur serait due aux actions capillaires.

4° Enfin on pénètre dans le cuivre non sans rencontrer d'abord l'eutectique granulaire très conducteur et qui a pour composition : Cu, 96,5 pour 100; Cu^2O, 3,5 pour 100.

Les trois corps : *oxyde cuivrique* (semi-conducteur), *oxydule isolant* et *eutectique granulaire très conducteur*, forment un très mauvais contact, un véritable condensateur qui ne se laisse traverser que par des courants rela-

---

[1] DEBRAY et JOANNIS, *Comptes rendus*, 99, 1884, p. 583 et 688.

tivement intenses. Il est évident qu'un tel courant passera mieux dans le sens du mauvais conducteur au bon conducteur, c'est-à-dire de CuO au cuivre.

Les propriétés rectifiantes du cuivre oxydé s'expliquent par la présence de ce mauvais contact qui se forme malgré nous, que l'on peut voir au microscope avec un grossissement moyen et que l'on peut photographier, comme je me propose de le montrer dans un autre Recueil.

SPECTROSCOPIE. — *Variations du spectre continu de la molécule d'hydrogène avec les conditions d'excitation.* Note de MM. **D. Chalonge** et **Ny Tsi Zé**, présentée par M. Ch. Fabry.

On a signalé récemment ([1]) que la répartition de l'énergie dans le spectre continu émis par un tube contenant de l'hydrogène pur sous une pression pouvant varier de $0^{mm},5$ à 10^{mm} de mercure, et excité par une décharge alternative non condensée d'intensité comprise entre 10 et 300 milliampères, apparaissait comme constante dans les limites de précision des mesures (10 pour 100). Nous avons entrepris de préciser ce résultat en soumettant un tube à hydrogène analogue ([2]) à des régimes de décharges variant entre de bien plus larges limites : grâce à l'emploi d'un transformateur plus puissant, nous avons pu exciter le tube jusqu'à 91^{mm} de pression. Nous avons comparé entre eux, photographiquement, les rayonnements émis pour diverses pressions d'hydrogène (entre 2 et 91^{mm}) et diverses valeurs du courant de décharge (entre 10 et 300 milliampères). D'importantes déformations dans la courbe spectrale du rayonnement continu ont pu être mises ainsi en évidence.

La figure 1 représente les enregistrements microphotométriques de deux spectres *a* et *b* correspondant à la pression 91^{mm}, excités respectivement par des courants de 45 milliampères sous 9800 volts et de 206 milliampères sous 5800 volts, l'intensité du second étant réduite environ 15 fois pour qu'un même temps de pose produise sur la plaque des noircissements comparables dans les deux cas. Le rapport des intensités d'une même radiation des spectres *a* et *b* passe par les valeurs suivantes :

([1]) Chalonge et Lambrey, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1104, et *Revue d'Optique*, 8, 1929, p. 332.

([2]) Tube à électrodes d'aluminium, type Dunoyer. En voir la description dans la *Revue d'Optique* (*loc. cit.*).

λ...............	4634.	4140.	3775.	3490.	3265.	2770.	2550.	2380.
Rapport $\frac{a}{b}\times 15$.......	1,30	1,25	1,20	1,10	1,05	0,95	0,95	1,00

Le phénomène est le même pour toutes les pressions, mais il diminue d'importance lorsque la pression baisse.

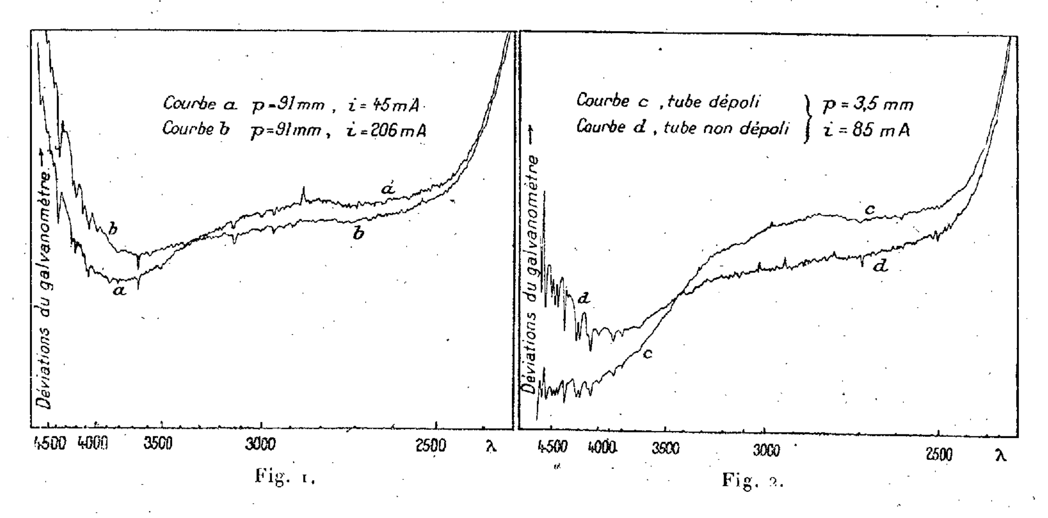


Fig. 1. Fig. 2.

Une variation du même type s'observe lorsque, laissant constant le courant, on fait varier la pression. Quand la pression décroît à partir de 91^{mm}, la courbe se déforme progressivement à partir de *a* pour devenir, vers 10^{mm}, assez voisine de *b* (l'intensité générale des spectres étant supposée, comme précédemment, convenablement réduite); la modification continue dans le même sens au-dessous de 10^{mm}, mais devient très faible ([1]).

Mais nous avons observé des différences beaucoup plus grandes en comparant au rayonnement du tube précédent celui d'un tube qui ne différait du premier que par le fait que son capillaire était finement dépoli. Sur la figure 2 sont reproduits les enregistrements des spectres de ces deux tubes fonctionnant sous le même régime (85 milliampères, 1100 volts); l'allure des courbes est analogue à celle des précédentes, mais l'écart qu'elles présentent est beaucoup plus considérable : le rapport de l'intensité du tube dépoli à celle du tube non dépoli a les valeurs suivantes :

([1]) Pour les pressions inférieures à 10^{mm} et des courants ne dépassant pas 200 milliampères, on vérifie bien le résultat annoncé par Chalonge et Lambrey (*loc. cit.*), à savoir que les déformations de la courbe d'énergie restent faibles (nulles à 10 pour 100 près).

λ...........	4634.	4140.	3775.	3490.	3265.	2770.	2550.	2380.
Rapport.....	2,10	1,70	1,30	1,05	0,90	0,85	0,85	1,00

Cette très grande différence entre les rayonnements des deux tubes semble due à l'influence catalytique du verre dépoli, déjà signalée par Wood ([1]).

Il résulte donc de cette étude préliminaire que la courbe d'énergie du spectre continu de la molécule d'hydrogène peut subir des déformations importantes et affectant très différemment les diverses radiations : mais on ne peut encore en conclure avec certitude que le spectre observé est la superposition de plusieurs spectres continus distincts dont l'intensité relative changerait avec l'excitation, ainsi que le suggère la théorie de Winans et Stueckelberg ([2]).

Une étude des variations d'émission des tubes à hydrogène a été faite récemment par Bay et Steiner ([3]) : ces physiciens ont mesuré au moyen d'une thermopile le rapport de l'énergie w_1 rayonnée par un tube à hydrogène entre 1900 et 3660 Å à l'énergie totale w_2 rayonnée entre 3660 et 6440 Å. Leur conclusion, opposée à la nôtre, est que ce rapport croît avec la pression. L'explication de cette divergence nous semble être la suivante : w_2 est la somme de deux termes, w'_2 énergie du fond continu (la seule que nous considérions dans nos déterminations) et w''_2 énergie du spectre secondaire et des raies de Balmer. Or, lorsque la pression croît, $\frac{w''_2}{w'_2}$ décroît assez vite, ce qui fait que $\frac{w_1}{w'_2+w''_2}$ augmente assez notablement bien que $\frac{w_1}{w'_2}$ diminue faiblement.

SPECTROSCOPIE. — *Sur le premier spectre d'étincelle du mercure* HgII. Note de MM. **G. Déjardin** et **R. Ricard**, présentée par M. Ch. Fabry.

Dans une Note précédente ([4]), nous avons fait remarquer qu'un certain nombre de raies intenses du premier spectre d'étincelle du mercure, for-

([1]) *Proceedings of the Royal Society*, **102**, 1922, p. 1.
([2]) *Proceedings of the National Academy of Sciences of the U. S. A.*, **14**, 1928, p. 867.
([3]) *Zeitschrift für Physik*, **59**, 1929-1930, p. 48.
([4]) *Comptes rendus*, **190**, 1929, p. 427.

mant un groupe à peu près homogène, n'avaient pu trouver place dans le système de doublets de Carroll-Paschen. Depuis la rédaction de cette Note, nous avons eu connaissance d'un travail récent de S. M. Naudé (¹), d'après lequel les raies considérées se rattachent à un second système de termes spectraux (quadruplets) établi par comparaison avec le spectre CuI, dont la structure est analogue à celle du spectre HgII. L'une des séparations signalées par nous : $\Delta\nu = 3423 \text{ cm}^{-1}$ correspond effectivement à la différence ${}^4D^3_{5/2} - {}^4D^3_{3/2}$, mais la plupart des autres semblent purement fortuites. Toutefois les combinaisons indiquées par Naudé comprennent une vingtaine de raies qui, d'après leur évolution (étudiée par la décharge sans électrodes), appartiennent probablement aux spectres d'ordre supérieur HgIII et HgIV. Il en est ainsi, en particulier, pour la raie $\lambda = 1994{,}72$ Å, dont le potentiel d'excitation, mesuré directement, est nettement supérieur à 40 volts (²). La réalité de certaines combinaisons n'est donc pas suffisamment justifiée.

RADIOACTIVITÉ. — *Remarques sur la Note de Mlle Maracineanu.* Note (³) de M. A. **Smits** et Mlle C. H. **MacGillavry**, présentée par M. H. Deslandres.

Comme nous l'avons déjà publié (⁴), nous avons fait des recherches sur la radioactivité du plomb du toit de l'Observatoire de Paris, et nous avons confirmé complètement les résultats de Mlle Maracineanu. Mais l'analyse spectroscopique qui se rattache à ces recherches ne nous a donné encore que des résultats provisoires, de sorte que le moment ne nous semble pas encore venu de les publier.

Nous avons annoncé quelques-uns de ces résultats provisoires dans une lettre à M. Deslandres, ancien directeur de l'Observatoire, mais cette communication n'était pas destinée à être publiée.

Or Mlle Maracineanu, qui ne savait pas cela, a publié quelques-unes de ces

(¹) *Annalen der Physik*, 3, 1929, p. 1.

(²) Pour s'en assurer, il suffit de comparer, dans l'ultraviolet lointain, les spectres du mercure obtenus par choc électronique, avec des potentiels accélérateurs de 40 et 70 volts. Les raies 2244, 2234, 2214(?) et 1995 ne peuvent être distinguées que sur le second spectrogramme (70 volts). Elles font donc partie du spectre HgIII (E_2) et la première a été effectivement classée par Mc Lennan, Mc Lay et Crawford.

(³) Séance du 3 mars 1930.

(⁴) *Proceedings Amsterdam*, 32, 1929, p. 610.

informations dans sa Note de l'Académie roumaine (*Bulletin Ac. Roum.*, 12, VI; *Bulletin des Sciences physiques*, 1929); ce que nous regrettons beaucoup, étant ainsi obligés de dire que cette publication est prématurée et que nous ne sommes pas d'accord avec son interprétation.

Actuellement il n'est pas encore prouvé que la radioactivité trouvée sur ce plomb soit vraiment causée par le Soleil. Nous devons en effet décider si c'est vraiment le Soleil ou un dépôt radioactif de l'atmosphère, ou une autre raison qui cause cet effet après un temps suffisamment long.

Ainsi il faut se rendre compte du fait que le plomb, à moins qu'on ne lui fasse subir d'avance un traitement tout à fait spécial, montre toujours des raies du mercure, que l'on trouve aussi dans les spectres de différents autres métaux. C'est seulement dans le cas où les raies du mercure surgiraient, après une influence quelconque, dans un spectre de plomb qui était au commencement parfaitement exempt de mercure, toutes les précautions étant prises pour éviter une contamination, que cela prouverait quelque chose. Avec l'hélium, c'est naturellement le même cas.

Il est nécessaire d'ajouter encore quelques remarques, concernant notre procédé pour découvrir des traces de mercure par l'analyse spectroscopique.

Nous avons trouvé, il y a déjà quelques années, que le spectre d'étincelles ne peut pas déceler des traces de mercure et que le spectre d'arc donne aussi lieu à des difficultés quand il s'agit de quantités extrêmement petites.

L'explication de ce phénomène réside probablement dans la volatilité du mercure, d'où il résulte qu'une très petite quantité s'évapore trop vite. A cause de ce fait nous avons appliqué une méthode excessivement sensible, qui nous permet de découvrir non seulement de petites traces de mercure, mais aussi l'hélium quand il y en a.

Cette méthode se base sur le principe suivant : on chasse les gaz et les corps volatils du plomb en les chauffant et l'on sépare les gaz condensables à —190° des gaz non condensables à cette température, comme l'hélium, l'azote, etc.

Dans ce but, nous avons employé un appareil en quartz, consistant en deux tubes spectraux FG et CD, en un tube en U indiqué par B, en un petit ballon M et en un tube A. Après avoir lavé et séché cet appareil soigneusement, on met des morceaux de plomb ($\pm$ 6^g) dans le tube A et l'on scelle les tubes Q et T. L'appareil est alors vidé à l'aide de notre installation spéciale (complètement exempte de mercure) qui nous met en état de vider finalement par un tube de charbon, très actif, refroidi par un bain d'air liquide. Quand l'appareil est vidé de cette manière, on ferme la

communication avec la pompe et l'on chauffe le plomb dans A, [très fortement à la fin, pendant tout le temps que le tube B est immergé dans de l'air liquide. On continue jusqu'à ce que les décharges électriques d'un appareil de haute fréquence dans le tube FG soient assez lumineuses. A ce moment, les tubes capillaires R et P sont scellés et le tube FG est prêt pour l'analyse des gaz non condensables à — 190°. On enlève ensuite le bain d'air liquide et on le remplace par un bain d'acide carbonique solide et d'alcool et l'on continue à faire le vide jusqu'à ce qu'une décharge électrique dans le tube CD ne soit plus visible. Alors on scelle le tube capillaire O, on enlève le bain de — 80° et, comme un peu d'eau est condensé dans le tube B, le spectre de ce deuxième tube spectral, qui peut contenir du mercure, est pris pendant que ce tube se trouve dans une position verticale, tandis que le ballon M est placé dans un bain de glace.

En appliquant cette méthode extrêmement sensible, on trouve toujours des raies de mercure, excepté quand on a fait subir d'avance au plomb un traitement tout à fait spécial pour chasser les dernières traces de mercure (voir les publications *Z. f. Elektr. Chem.*, 32, 1926, p. 577; 34, 1928, p. 350); *dans tous les autres cas, la raie ultime se présente nettement.*

Cette méthode peut être suivie ici parce que le mercure est assez volatil à la température de 0°; pour les substances moins volatiles, elle ne peut pas être appliquée et l'on doit se servir des spectres d'arc ou d'étincelles.

En résumé, nous pouvons donc dire que nous n'avons pas encore vérifié les résultats de Mlle Maracineanu *en général*, comme on pourrait en recevoir l'impression d'après sa publication, mais seulement *ses mesures*, qui se rapportent à la radioactivité du plomb de l'Observatoire de Paris.

Remarques sur la Communication précédente, par M. **H. Deslandres**.

I. La Note fort intéressante de M. Smits et de Mlle Macgillavry apporte un peu de lumière dans la discussion ouverte sur les recherches de Mlle Maracineanu, relatives à la radioactivité du plomb qui provient du toit de l'Observatoire de Paris.

Les recherches de Mlle Maracineanu se rapportent à deux ordres de faits, en réalité distincts.

1° A la radioactivité provoquée ou modifiée dans certains corps soumis au rayonnement solaire ou à la haute tension d'un grand transformateur.

Cette première étude a été poursuivie sous ma direction à l'Observatoire

de Meudon, puis à l'Observatoire de Paris, et a été exposée dans six Notes successives que j'ai présentées à l'Académie ([1]), en émettant le vœu que cette étude fût reprise et confirmée par d'autres personnes.

2° A la composition chimique, recherchée par l'analyse spectrale, du plomb soumis pendant de longues années au rayonnement solaire.

Cette seconde étude a été poursuivie en dehors de moi à l'Institut d'Optique, et Mlle Maracineanu en a annoncé les résultats d'abord à l'Académie roumaine, puis à notre Académie (séance du 10 février).

II. M. A. Smits a poursuivi, comme on sait, de longues recherches sur la transformation du plomb en mercure, sous l'influence d'actions très diverses du laboratoire, et l'on connaît les travaux de Nagaoka et d'autres sur la transformation du mercure en or. Ces recherches sont extrêmement difficiles et il faut féliciter les expérimentateurs qui ont le courage de les aborder.

Lorsque Mlle Maracineanu a annoncé la radioactivité de la face du plomb de l'Observatoire tournée vers le Soleil, M. A. Smits a été naturellement intéressé, puisque la radioactivité est accompagnée en général par une décomposition de la matière, et il s'est proposé de vérifier le résultat publié. Il a retrouvé le phénomène annoncé, et, d'autre part, M. Boutaric et Mlle Roy ont fait en France, indépendamment, la même vérification (séance du 24 février) qui, même, a été étendue au cuivre et au zinc des vieilles toitures, étudiées déjà aussi à Paris. Voilà donc un premier point bien acquis.

Cependant M. Smits ajoute : « Il n'est pas encore prouvé que la radioactivité trouvée soit réellement due au Soleil. Il reste à décider si c'est vraiment le Soleil, ou un dépôt radioactif de l'atmosphère, ou une autre cause qui produisent l'effet constaté. » Certes, l'attribution du phénomène au Soleil en totalité ou en partie n'est pas encore prouvée; mais, à mon avis, dans l'état actuel des recherches, parmi les causes invoquées, le rayonnement solaire est la cause la plus probable. Car il faut tenir compte d'autres résultats antérieurs annoncés par Mlle Maracineanu sur la radioactivité du plomb et de l'oxyde d'uranium éclairés pendant quelques minutes par le Soleil. Le plomb inactif deviendrait actif, et la radioactivité de l'uranium serait modifiée, l'effet solaire étant d'ailleurs variable

([1]) *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 774; **183**, 1926, p. 345; **184**, 1927, p. 1322 et 1547; **185**, 1927, p. 122; **186**, 1928, p. 746.

suivant les jours (¹). Ce sont ces deux derniers résultats, particulièrement intéressants, qu'il convient surtout de vérifier. On peut d'ailleurs les rapprocher des faits annoncés par M. Reboul et M. Pokrovsky (²).

III. Mlle Maracineanu a déduit des épreuves spectrales faites à l'Institut d'Optique que le plomb de l'Observatoire contient, sur la face exposée au Soleil, du mercure, de l'or et de l'hélium, et a annoncé le fait d'abord à l'Académie roumaine, puis aux *Comptes rendus* (10 février). J'estime avec M. Fabry, avec M. Smits et Mlle Macgillavry, que cette publication est prématurée.

Comme les corps annoncés sont dans le plomb à l'état de traces, de grandes précautions et des appareils spectraux puissants sont nécessaires pour déceler sûrement leur existence. M. Smits, d'ailleurs, admet la présence constante du mercure dans les plombs du commerce; avec l'appareil spécial dont il donne la description, il obtient toujours la raie ultime du mercure qui peut suffire à le déceler, si la dispersion de l'appareil spectral est suffisamment grande. Quant aux causes de cette présence constante du mercure, elles peuvent être nombreuses, et si le rayonnement solaire a le rôle principal, la transformation du plomb en mercure doit être excessivement lente.

IV. Finalement avant d'avoir une opinion ferme, avant d'émettre une conclusion définitive, il faut attendre que l'étude des faits ait été poussée plus loin; et l'action possible de certains rayonnements sur les phénomènes de la radioactivité n'est pas une idée que l'on doive rejeter *a priori*.

CHIMIE MINÉRALE. — *Bromosels alcalins du rhodium.* Note de M. **Pierre Poulenc**, présentée par M. Delépine.

L'étude des bromosels alcalins du rhodium a conduit MM. Gutbier et Huttlinger (³) et Mlle Goloubkine (⁴) à leur attribuer une formule unique où deux molécules de bromure alcalin se sont combinées à une molécule

---

(¹) L'effet solaire a paru aussi variable avec l'origine des plombs étudiés, et les petites impuretés du plomb peuvent jouer un rôle; j'ai émis l'idée qu'il y avait là peut-être une sorte de phosphorescence. On peut penser aussi à un effet photo-électrique.

(²) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 1256, et **190**, 1930, p. 374; *Zeitschrift für Physik*, **59**, 1930, p. 127.

(³) *Berichte d. deutsch ch. Gesell.*, **41**, 1908, p. 215.

(⁴) *Bull. Soc. chim. Belg.*, **24**, 1910, p. 388.

de bromure de rhodium, ce que les premiers écrivent $RhBr^5M^2$, et Mlle Goloubkine $Br^3Rh, 2BrM$.

J'ai repris cette étude dans le but de comparer ces composés bromés du rhodium aux complexes chlorés correspondants dont les types de formule sont nettement différents :

$$[RhCl^6]M^3 + 12H^2O, \quad \text{pour} \quad M = Li, Na;$$
$$[Rh(H^2O)Cl^5]M^2 \quad \text{et} \quad [RhCl^6]M^3 + H^2O, \quad \text{pour} \quad M = NH^4, K, Rb, Cs;$$

ces deux dernières formes sont, du reste, en équilibre dans les solutions aqueuses. Mes résultats sont différents de ceux des auteurs précités.

Tous les composés ont été obtenus en solution aqueuse, en faisant agir une solution de bromure alcalin sur du bromure de rhodium ; on évite ainsi les inconvénients des réactions par double décomposition.

Sel de sodium $[RhBr^6]Na^3 + 12H^2O$. — L'action de BrNa sur Br^3Rh a donné de beaux cristaux rouge très foncé, très solubles dans l'eau, répondant à la formule ci-dessus. Ce complexe correspond au sel chloré $[RhCl^6]Na^3 + 12H^2O$ sans toutefois lui être isomorphe ; alors que le sel chloré est efflorescent, le sel bromé ne l'est pas.

Sel d'ammonium $[Rh^2Br^9](NH^4)^3$. — Le bromosel d'ammonium se présente sous forme d'une masse cristalline vert foncé, qui, au microscope, apparaît composée de cristaux hexagonaux. L'analyse lui assigne la formule $[Rh^2Br^9](NH^4)^3$, formule qui correspond d'ailleurs mieux aux résultats d'analyse des auteurs précédemment cités que celle qu'ils avaient donnée : $RhBr^5(NH^4)^2$. Ce sel d'ammonium est isomorphe des sels de K, Rb, Cs, du même type. Les complexes en $[Rh^2Br^9]M^3$ sont les plus fréquents et les plus stables parmi les composés bromés, comme le sont dans la série chlorée les aquopentachlorures $[Rh(H^2O)Cl^5]M^2$.

Sels de potassium, rubidium, césium. — Les sels de K, Rb, Cs sont isomorphes et donnent lieu à des réactions d'équilibre entre les différents types de complexes que forme chacun des bromures de ces métaux avec le bromure de rhodium ; ce dernier fait augmente beaucoup la difficulté d'isolement des différents composés. Si l'on fait agir, en proportions variables, du bromure de K, Rb ou Cs sur du Br^3Rh, en solution aqueuse, il s'établit, dans le plus grand nombre de cas, un équilibre entre deux des trois types suivants de complexes :

$$[Rh^2Br^9]M^3, \quad [Rh^2Br^{10}]M^4 + 6H^2O, \quad [Rh^2Br^{11}]M^5 + 6H^2O.$$

C'est avec le potassium qu'il est le plus aisé de mettre en évidence ces équilibres. En milieu neutre, le type intermédiaire est inexistant et les équilibres se réduisent au suivant : $[Rh^2Br^9]M^3 + 2BrM \rightleftharpoons [Rh^2Br^{11}]M^5$. En milieu acide, la zone de stabilité de $[Rh^2Br^{10}]M^4$ s'accroît énormément, surtout aux dépens de $[Rh^2Br^9]M^3$ et l'on a les équilibres suivants :

$$[Rh^2Br^9]M^3 + BrM \rightleftharpoons [Rh^2Br^{10}]M^4 ; \quad [Rh^2Br^{10}]M^4 + BrM \rightleftharpoons [Rh^2Br^{11}]M^5$$

Type $[Rh^2Br^9]M^3$. — On obtient très facilement les complexes de K, Rb et Cs correspondant à ce type, en ajoutant à une solution neutre de Br^3Rh du bromure alcalin, dans les proportions d'une molécule et demie du second pour une molécule du premier, c'est-à-dire la quantité théorique. La solubilité décroît très rapidement du sel de K au sel de Cs, qui est à peu près insoluble dans l'eau. Ce sont des poudres cristallines vert foncé, en tous points semblables au sel d'ammonium.

Type $[Rh^2Br^{10}]M^4 + 6H^2O$. — Pour ce type comme pour le suivant, je n'ai pu isoler les sels de Rb et Cs en quantité suffisante pour les analyser, par suite de l'insolubilité trop grande du sel en $[Rh^2Br^9]M^3$. J'ai obtenu de beaux cristaux octaédriques rouge très foncé du sel de K, en faisant agir, en milieu acidifié par BrH, 2 molécules de BrK sur une molécule de Br^3Rh. L'eau de cristallisation n'a pu être dosée que par différence, car, à l'étuve, il part, avec de l'eau, un peu de BrH. Ce type de complexe, moins stable que le précédent, s'hydrolyse légèrement en solution. La formule double $[Rh^2Br^{10}]K^4$ semble être plus appropriée que la formule simple $RhBr^5K^2$, car, si l'on représente $[Rh^2Br^9]K^3$ et $[Rh^2Br^{11}]K^5$ par deux octaèdres accolés, les premiers par une face, les derniers réunis par un sommet, l'intermédiaire $[Rh^2Br^{10}]K^4$ doit être représenté par deux octaèdres joints par une arête. Les sels de potassium représentent ainsi les trois possibilités les plus naturelles de la soudure de deux octaèdres.

Type $[Rh^2Br^{11}]M^5 + 6H^2O$. — Les sels de Rb et Cs obtenus en très petite quantité ont pu être photographiés au microscope; les aspects sont si ressemblants qu'on n'a aucune raison de douter de leur isomorphisme avec le sel de K correspondant qui, lui, a pu être obtenu en faisant agir un gros excès de BrK sur Br^3Rh, dans les proportions de dix molécules du premier pour une molécule du second. Ce composé est tout à fait instable et s'hydrolyse instantanément en solution. Dissous dans l'eau, il redonne $[Rh^2Br^9]K^3$. Pour compléter cette étude, j'ai préparé deux dérivés chlorobromés :

$$[RhCl^{4,5}Br^{1,5}]K^3 + H^2O \quad \text{rappelant} \quad [RhCl^6]K^3 + H^2O$$

et

$$[Rh^2Cl^{1,5}Br^{9,5}]K^5 + 6H^2O \quad \text{rappelant} \quad [Rh^2Br^{11}]K^5 + 6H^2O.$$

De cette étude il résulte que le remplacement du chlore par le brome dans les complexes du rhodium influe sur le type du complexe et sur sa stabilité, exception faite pour le sel de Na. Plus le nombre d'atomes de brome est grand, moins est grande la stabilité du complexe : le plus souvent on ne peut pas arriver jusqu'au type normal $[RhX^6]M^3$ qui est fréquent dans les composés chlorés; ce fait s'explique du reste par la théorie de Kossel-Magnus, le rayon plus grand de l'atome de brome le tenant plus éloigné de l'atome central que l'atome de chlore.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les méthylcycloheptanols.* Note de M. **Marcel Godchot** et Mlle **G. Cauquil**, présentée par M. Delépine.

Nous avons indiqué (¹) que l'action de l'iodure de méthyle sur la cycloheptanone, sodée à l'aide de l'amidure de sodium, permettait d'obtenir deux cétones méthylées, l'*o*-méthylcycloheptanone et l'α.ᾱ-diméthycycloheptanone. La présente Note a pour but de faire connaître les alcools secondaires que fournissent ces cétones par réduction.

Lorsqu'on soumet à l'action du sodium l'α.α-diméthycycloheptanone en solution dans l'alcool absolu, on obtient l'α.α-diméthylcycloheptanol,

$$H^2C\left\langle\begin{matrix}CH^2-CH^2-CH.OH\\ \qquad\qquad\qquad\quad |\\ CH^2-CH^2-C\left\langle\begin{matrix}CH^3\\CH^3\end{matrix}\right.\end{matrix}\right.,$$

liquide à odeur mentholée, bouillant vers 196°-197° sous 760^mm ($d_{12°}=0,9008$; $n_D^{12°}=1,4699$; R. M. trouvée : 43,96; calculée pour $C^9H^{18}O$: 43,08). Son phtalate acide, cristallisé dans un mélange de benzène et d'éther de pétrole, est fusible à 148°; sa phényluréthane cristallise dans l'alcool absolu en belles aiguilles, fusibles à 97°.

L'*o*-méthylcycloheptanone nous a fourni, suivant le mode de réduction utilisée, l'*o*-méthylcycloheptanol *cis* ou l'*o*-méthylcycloheptanol *trans*.

Si l'on utilise comme agent de réduction l'alcool absolu et le sodium, on n'obtient presque uniquement que le composé *trans* avec des traces du dérivé *cis*. Avec le platine, préparé suivant la méthode de Voorhes et Adams, la cétone, en solution dans l'acide acétique cristallisable, fixe régulièrement en présence d'hydrogène deux atomes d'hydrogène en donnant uniquement l'*o*-méthylcycloheptanol *cis*. Ces deux alcools *cis* et *trans*, inconnus jusqu'ici, dont la formule de constitution est la suivante :

$$H^2C\left\langle\begin{matrix}CH^2-CH^2-CH.OH\\ \qquad\qquad\qquad\quad |\\ CH^2-CH^2-CH-CH^3\end{matrix}\right.,$$

ont pu être isolés par nous, dans un grand état de pureté, par l'intermédiaire de leur phtalate acide purifié lui-même par cristallisations répétées dans un mélange de benzène et d'éther de pétrole. Les deux *o*-méthylcycloheptanols *cis* et *trans*, régénérés respectivement de leur phtalate, sont

(¹) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 794.

liquides et nous ont fourni les constantes physiques mentionnées dans le tableau suivant, avec les points de fusion des phtalates acides et des phényluréthanes :

	Alcool *trans*.	Alcool *cis*.
Point d'ébullition (cor.)	194° (sous 768mm)	191° (sous 753mm)
Densité à 15°	$d_{15°} = 0,9422$	$d_{15°} = 0,9492$
Indice de réfraction	$n_D^{15°} = 1,4740$	$n_D^{15°} = 1,4762$
Réfraction moléculaire : trouvée	38,17	38,07
» calculée pour $C^8H^{16}O$	38,35	38,35
Viscosité à 16°	$\eta_{15°} = 0,5083$	$\eta_{15°} = 0,4519$
Phtalate acide	P. F. 98°	P. F. 86°
Phényluréthane	P. F. 59-60°	P. F. 40-41°

L'examen de ce tableau permet de constater que, suivant la règle établie par Auwers et Skita ([1]), le dérivé *trans* possède bien une densité, un indice de réfraction plus faibles, une réfraction moléculaire plus grande que ceux trouvés pour le dérivé *cis*. De même on vérifie ici une fois de plus que la viscosité du dérivé *cis* est plus faible que celle du composé *trans*.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Propriété ultime du groupe carbonyle.* Note de MM. **R. Cornubert** et **R. Humeau**, présentée par M. Delépine.

L'un de nous, en collaboration avec M. H. Le Bihan ([2]), a reconnu, en étudiant la γ-méthyl-αα'-tétrapropylcyclohexanone (I), que le groupement fonctionnel de ce corps ne peut plus être décelé, en n'utilisant que les propriétés usuelles, que par réduction en alcool secondaire; le cyclohexanol correspondant a été très facilement caractérisé par transformation en son dérivé acétylé qui fond à 63°. Cette cétone n'a donné ni oxime, ni semicarbazone, ni phénylhydrazone, ni alcool tertiaire avec l'iodure de méthylmagnésium.

Nous avons cherché à vérifier ce résultat en examinant une autre cétone, la β-méthyl-αα'-tétrapropylcyclohexanone (II). Nous allons, dans cette Note, rendre compte des résultats obtenus.

(I) : CH — CH^3 ; CH^2 ; CH^2 ; C^3H^7, C^3H^7 > C ; C < C^3H^7, C^3H^7 ; CO

(II) : CH^2 ; CH^2 ; CH — CH^3 ; C^3H^7, C^3H^7 > C ; C < C^3H^7, C^3H^7 ; CO

(III) : CH^2 ; CH^2 ; CH^2 ; CH^3 — CH ; C < CH^3, C^7H^7 ; CO

([1]) *Annalen der Chemie*, **427**, 1922, p. 255.

([2]) R. Cornubert et H. Le Bihan, *Bull. de la Soc. chim.*, 4e série, **43**, 1928, p. 807.

Oxime. — Il ne nous a pas été possible d'isoler d'oxime, aussi bien en opérant dans les conditions ordinaires (en chauffant 1^{mol} de cétone avec 1^{mol} d'hydroxylamine en solution alcoolique) qu'en chauffant pendant quelques jours une solution alcoolique absolue de cétone (1^{mol}) avec un grand excès d'hydroxylamine (20^{mol}) (1). Craignant que l'hydroxylamine se soit ainsi décomposée du fait de l'élévation de température avant d'avoir eu le temps d'agir, nous avons abandonné la cétone (1^{mol}) en solution alcoolique pendant trois mois en présence d'hydroxylamine (10^{mol}); nous avons ainsi récupéré la cétone initiale passant exactement au point d'ébullition requis, mais douée d'une odeur pénible de base; après agitation avec l'acide sulfurique à 10 pour 100 cette odeur a disparu (elle ne provenait que d'une trace de substance) et la cétone a alors présenté les constantes voulues et son odeur habituelle.

Dans tous ces essais, nous avons pu déceler un peu d'azote dans les queues de distillation de la cétone récupérée; or l'oxime d'une cétone déterminée bout à une température plus élevée que cette dernière.

Le sel de Crismer n'a pas non plus agi sur la cétone.

Peut-être arriverait-on à un meilleur résultat en opérant sous très forte pression à la température ordinaire.

Semicarbazone. — Une seule expérience a été réalisée en utilisant 1^{mol} de cétone pour 1^{mol} de semicarbazide. Un essai d'emploi massif de réactif n'a pas été effectué, la cétone III, bien moins chargée que la cétone II, ne nous ayant ainsi donné qu'une trace de semicarbazone à côté de quantités considérables d'hydrazodicarbonamide (2).

Action de CH^3MgI. — Un premier essai réalisé à raison de 1^{mol} de réactif pour 1^{mol} de cétone nous a fait régénérer la cétone mise en œuvre. Nous inspirant alors d'expériences effectuées par Leroide (3) qui a employé un excès de magnésien dans des réactions de ce genre, nous avons mis 1^{mol} de cétone en présence de 10^{mol} de CH^3MgI sans obtenir un résultat plus inté-

---

(1) Par contre, dans des essais réalisés avec M. Charles Borrel (*Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 798) sur l'$\alpha\alpha'$-dibenzylcyclohexanone, cet emploi d'un grand excès d'hydroxylamine déplaçant l'équilibre, a très aisément conduit l'un de nous à une substance fondant à 183° à côté d'une petite quantité d'une autre fondant à 91°; dans les conditions ordinaires nous n'avions rien obtenu. De plus, le sel de Crismer a engendré le corps fondant à 91° à côté d'une trace de la substance fondant à 183°. Ces deux corps ont la composition d'une oxime de la cétone étudiée.

(2) R. Cornubert, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 308.

(3) Leroide, *Ann. de Chimie*, 9e série, **16**, 1921, p. 362.

ressant. L'analyse et les constantes n'ont révélé ni alcool tertiaire, ni carbure provenant de sa décomposition.

Réduction en alcool secondaire. — La réduction au sodium et à l'alcool absolu s'est effectuée intégralement avec la plus grande facilité, et le cyclohexanol obtenu a très facilement donné son dérivé acétylé, liquide bouillant à 182-184° sous 23^{mm}.

Ici encore, la réduction en alcool secondaire reste donc, parmi les réactions usuelles de la fonction cétone, le seul mode de décèlement du carbonyle. Toutefois, on doit se demander si la fonction cétone est rigoureusement éteinte vis-à-vis des réactifs qui n'ont fourni que des résultats négatifs; la découverte d'une petite quantité d'azote dans les queues de distillation de la cétone récupérée provenant de l'oximation fait que nous nous demandons si la transformation en oxime ne serait pas réduite à un pourcentage infiniment petit.

Des propriétés chimiques anormales observées dans l'étude de cette cétone, on ne peut que rapprocher les résultats également anormaux obtenus par l'un de nous en déterminant sa réfraction moléculaire qui a accusé un décrément de 1,06 ([1]). Il conviendrait par suite de voir si d'autres propriétés physiques présentent des anomalies, en particulier le spectre d'absorption; on sait en effet que les cétones possèdent une absorption sélective dans des zones bien définies de l'ultraviolet.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques iodures quaternaires dérivés de l'acide phénylamino-acétique et sur les bétaïnes correspondantes.* Note de M. **Léon Piaux**, présentée par M. Delépine.

Nous avons repris l'étude des iodures d'ammoniums quaternaires (I) et des bétaïnes (II), dans lesquelles R et R′ représentent les radicaux CH^3 et C^2H^5, R pouvant être identique à R′ :

$$C^6H^5-\overset{\displaystyle I}{\underset{}{N}}\begin{matrix}\diagup R \\ -R' \\ \diagdown CH^2.CO^2.C^2H^5\end{matrix} \quad (I).$$

$$C^6H^5-N\begin{matrix}\diagup R \\ -R' \\ \diagdown CH^2-CO\end{matrix}, \quad N-O-CO \text{ (cycle)} \quad (II).$$

([1]) R. Cornubert, *Ann. de Chimie*, 9e série, 16, 1921, p 141.

L'iodure (I) avec $R = R' = CH^3$ a été décrit par Wedekind [1], la bétaïne correspondante par Willstätter et Kahn [2].

Les iodures étudiés s'obtiennent de deux manières : soit par combinaison directe, *à froid*, de CH^3I avec les éthers phénylalcoylamino-acétiques de formule :

$$C^6H^5 - N\begin{cases} R \\ CH^2.CO^2.C^2H^5, \end{cases}$$

soit par addition de l'éther iodacétique avec les dialcoylanilines $C^6H^5.N(R)(R')$; ils sont cristallisés, solubles dans l'eau, peu solubles dans l'alcool absolu et l'éther acétique, et se dissocient à chaud en dialcoylaniline et éther iodacétique; l'éther méthyléthylé se dissocie déjà à froid, et n'est stable qu'en présence d'un excès de l'un de ses produits de dédoublement. Les points de décomposition instantanée au bloc de Maquenne sont de 129° pour le dérivé diméthylé (Wedekind : 126-127°) et de 127°,5 pour le dérivé diéthylé.

Traités à froid, en milieu aqueux, par l'oxyde d'argent (Willstätter), les iodures donnent directement et avec un rendement quantitatif les bétaïnes (II) correspondantes, très solubles dans l'eau, qu'on isole par évaporation sous pression réduite, redissolution dans l'alcool absolu et concentration.

Les *bétaïnes diméthylée* et *diéthylée* sont très stables et bien cristallisées; la première fond au bloc à 124° et se resolidifie ensuite (Willstätter indique 1^{mol} H^2O de cristallisation et le même P. F.), la deuxième se décompose instantanément en fondant à 207°; la *bétaïne méthyléthylée*, hygroscopique, n'a été obtenue jusqu'ici que sous forme de sirop épais, soluble dans l'eau, et donnant avec IH un iodhydrate peu soluble, F. 165° (déc.).

La formation des iodures quaternaires a donné lieu aux observations suivantes :

Action de l'éther iodacétique sur les anilines tertiaires : avec la *diméthylaniline*, réaction rapide et totale, donnant en 24 heures l'iodure cristallisé avec le rendement théorique; avec la *diéthyl-* et la *méthyléthylanilines* : formation assez lente d'un sirop coloré en rouge brun, dense, visqueux, qui paraît constitué par une association d'iodure quaternaire et d'éther iodacétique; la couche supérieure contient ainsi une proportion de plus en

---

(1) Wedekind, *Ann. der Chem.*, 318, 1901, p. 109.

(2) R. Willstaetter et Kahn, *Ber. deutsch. chem. Ges.*, 37, 1904, p. 401.

plus grande d'amine, ce qui explique la limitation de la combinaison; la réaction, qui paraît activée par la lumière, donne lieu à une véritable sursaturation de la couche supérieure en sirop visqueux : par agitation ou même par simple immersion d'un fil de platine sec dans le liquide, on obtient un trouble qui se résout peu à peu en globules.

L'association iodacétate-iodure quaternaire peut être détruite par lavage à l'éther acétique qui enlève l'iodacétate; dans le cas du dérivé diéthylé, celui-ci cristallise alors spontanément.

Action des iodures alcooliques sur les éthers phénylalcoylamino-acétiques : avec CH^3I *et l'éther méthylé*, combinaison assez lente à froid, mais avec un rendement satisfaisant; à chaud, combinaison rapide, mais l'éther-iodure quaternaire formé se dissocie ensuite en aniline tertiaire et éther iodacétique; l'amine formée et l'excès de CH^3I donnent finalement de l'iodure de phényltriméthylammonium, F. 224° (bloc Maquenne); CH^3I *et éther éthylé :* formation lente à froid d'un sirop rougeâtre qui se résout peu à peu, en quelques mois, par une réaction analogue à la précédente, en cristaux d'iodure de phényldiméthyléthylammonium, F. 134° (déc.), avec libération d'éther iodacétique; C^2H^5I *et éther méthylé :* aucune réaction. L'étude de ces réactions et des produits obtenus est actuellement poursuivie.

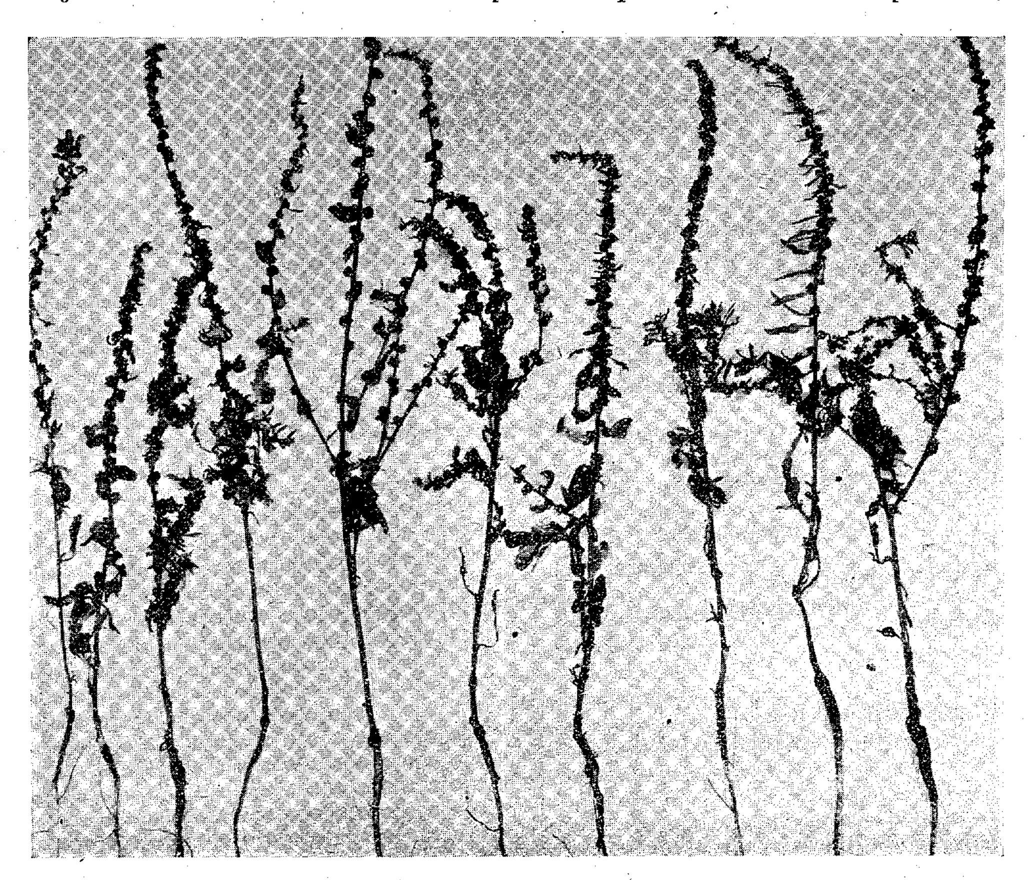
BOTANIQUE. — *Observations sur la durée du cycle de la betterave.*
Note de M. O. **Munerati**, présentée par M. Molliard.

Nous avons déjà démontré que si la betterave a son équilibre nettement déplacé vers l'annualité, les plantes peuvent monter à graine la première année avec des semis ultra-tardifs et compléter leur cycle dans une période très courte, même si la plante n'est pas forcée par un intense éclairage nocturne.

En 1929, nous avons pu obtenir, dans la deuxième quinzaine du mois d'octobre, des glomérules normaux et parfaitement mûrs d'individus provenant d'un semis fait en plein champ le 1er juillet et qui, en floraison 50 jours après la germination, avaient les tiges déjà ébauchées lorsque les plantes n'avaient formé que le deuxième couple de feuilles.

Bien plus, les individus, qui en moins de quatre mois avaient pu commencer et clore leur vie, présentaient des racines dont le poids était extrêmement réduit, et tel que nous ne l'avions jamais observé précédemment dans les conditions de la culture ordinaire.

La photographie qui illustre cette Note représente quelques-uns des sujets dont les racines accusaient un poids compris entre 2^{dg} et 3^{g}. Cependant,



on pouvait extraire un peu de jus, même des racines ayant un poids minime, et l'on a enregistré les données suivantes :

Poids de la racine (grammes) :

0,2 0,8 1,8 0,5 1,1 0,9 1,3 0,7 1,6 2,2

Substance sèche (Brix optique) (pour 100) :

8,2 7,8 10,6 6,0 9,1 6,6 9,0 7,6 9,2 22,0

Avec le mélange de tous les jus, on a pu faire un dosage polarimétrique qui a donné 5,8 pour 100.

Les racines des sujets qui, quoique montés, n'avaient pu atteindre la floraison à cause de la saison avancée, avaient un poids entre 1 et 10^{g}, avec un

Brix optique de 4,8 et 12,8 et une polarisation moyenne de 6,4, tandis que les rares individus sans tige présentaient un poids variable entre 5 et 45^{g}, un contenu en substance sèche oscillant entre 5 et 14 pour 100 et une polarisation de 6,8.

En opposition avec le postulat communément accepté, d'après lequel la betterave forme dans une première phase son pivot charnu, et dans un second temps les tiges et les graines aux dépens de la racine, la partie aérienne, dans notre cas, s'est formée presque en complète indépendance de la racine, comme chez n'importe quelle plante annuelle commune.

PHYSIOLOGIE. — *Glycogène, réserves glucidiques, chez l'animal en inanition.* Note de M. **H. Bierry**, présentée par M. A. Desgrez.

Le glycogène, chez l'animal, est localisé dans les diverses cellules et plus particulièrement dans les cellules du foie et dans les fibres musculaires. Le taux en est variable suivant l'espèce de l'animal envisagé et la composition de sa ration alimentaire. Sous l'influence du jeûne, le glycogène diminue, on admet qu'il peut disparaître après un certain temps. Ce temps est fixé, comme moyenne, à trois semaines pour le chien, et à six semaines pour la grenouille (l'été).

On a eu souvent recours pour doser le glycogène à des méthodes imparfaites (Garnier, Fränkel, etc.). Pflüger a montré en effet que l'extraction du glycogène des tissus par simple action de l'eau bouillante était toujours incomplète. Par la suite, il a décrit un procédé de dosage qui consiste à détruire les parenchymes par chauffage avec la potasse. Mais la méthode de Pflüger elle-même a donné lieu à diverses critiques, en particulier de la part de Starkenstein. J'ai ainsi été amené avec Z. Gruzewska à proposer une nouvelle méthode (macrométhode) de dosage du glycogène ([1]). Depuis, cette technique a été amendée et appliquée au microdosage du glycogène ([2]).

Si l'on compare les nombres obtenus, à partir d'un même organe, par cette méthode à ceux obtenus par la méthode de Pflüger, employée parallèlement, on voit que ces nombres, voisins pour des tissus normaux, diffèrent d'autant plus que le tissu est moins riche en glycogène. En opérant sur des

([1]) *Comptes rendus*, 155, 1912, p. 1559.

([2]) H. Bierry et B. Gouzon, *C. R. Soc. Biol.*, 99, 1928, p. 186, et H. Bierry et Goiran, *Ibid.*, p. 253.

organes excessivement pauvres en ce glucide (cas de l'animal inanitié), on peut commettre des erreurs atteignant 50 pour 100 et plus, si l'on utilise le procédé de Pflüger. En effet, la précipitation de petites quantités de glycogène, en présence d'alcalis-albumines en proportions importantes, est incomplète.

Les recherches relatées concernent l'étude du glycogène chez l'animal inanitié; elles ont porté sur des sujets très différents : un homéotherme, le chien et un poïkilotherme, la grenouille. Les dosages ont été faits avec la macrométhode (Bierry-Gruzewska) ou la microméthode.

Chien. — Déjà, dans des expériences entreprises avec L. Randoin-Fandard, nous avons dosé le glycogène dans le foie et les muscles de chiens, soumis à la diète hydrique. Dans certains cas, même après 28 jours de jeûne, nous avons encore trouvé du glycogène en quantité notable ($1^g,48$ en pour 100 du foie, $0^g,15$ en pour 100 du muscle frais). Dans deux cas seulement et au moment de la période agonique, alors que le taux du *sucre libre* dans le sang était très bas, et celui du *sucre protéidique* très élevé, le glycogène avait presque disparu (foie et muscle).

Exemple :

	Sucre libre pour 1000^{cm^3}.	Sucre protéidique pour 1000^{cm^3}.	Glycogène pour 100.
	g	g	
Chien $29^{kg},400$, avant	0,81	0,88	—
» 23^{kg}, après 14 jours	1,32	0,95	—
» 17^{kg}, après 24 jours	0,41	1,40	Traces

De nouvelles expériences sont venues confirmer ces résultats.

Grenouille. — Les sujets (32), pris à la fin de l'hiver, ont été conservés dans un aquarium contenant un peu d'eau de source et recouvert d'un grillage métallique. Une série de dosages a été faite sur un premier lot (16) au bout de deux mois et demi de jeûne. Les dosages ont porté sur le foie débarrassé de la vésicule biliaire (de 1 ou 2 grenouilles) et sur le muscle gastrocnémien (de 2 ou 4 sujets). Les foies (diminués de volume, chargés de pigment foncé) pesaient en moyenne $0^g,30$; les muscles $0^g,25$.

	Moyenne de 8 dosages.
Glycogène en glucose et en pour 100 du foie frais	2^g
Glycogène en glucose et en pour 100 du muscle frais	$0^g,30$

Pour la seconde série de dosages, j'ai utilisé les grenouilles qui restaient, après avoir prolongé le temps de jeûne jusqu'à l'extrême limite. En moyenne, le foie renfermait encore $0^g,30$ et le muscle $0^g,10$ de glycogène pour 100. Le gastrocnémien était encore excitable par son nerf et la secousse musculaire a été enregistrée.

Le glycogène peut donc être décelé chez l'animal à l'inanition; il dispa-

raît, chez l'homéotherme, seulement à la période agonique, quand on constate la chute de la glycémie et de la température centrale. L'organisme animal ne pouvant utiliser, pour ses besoins physiologiques immédiats, que le glucose (dans certains cas toutefois le mannose peut être substitué) doit faire appel successivement à ses réserves glucidiques, pour maintenir le sucre dans le sang à un niveau convenable de concentration. Le foie, source de glucides, joue en outre, avec le muscle et le sang, le rôle de volant régulateur et d'entrepôt pour la matière sucrée. Le glycogène et le sucre protéidique représentent deux des formes de polymérisation sous lesquelles la matière sucrée se retrouve, à plusieurs reprises, dans son cycle évolutif à travers l'organisme animal.

BIOLOGIE. — *La diapause de* Lucilia sericata *Meig.*
Note [1] de Mlle **G. Cousin**, présentée par M. M. Caullery.

Wheeler, en 1893, a appelé *diapause* une phase de repos dans les déplacements de l'embryon des Insectes à l'intérieur de l'œuf. Par la suite, Henneguy a qualifié de diapause toutes les « périodes d'arrêt dans le développement ontogénétique d'un animal, depuis la fécondation de l'œuf jusqu'à l'âge adulte ». Dans un Mémoire sur la diapause chez les Muscides [2], M. E. Roubaud adopte cette définition et ajoute que « ce terme ne laisse en rien présumer la nature ou les causes physiologiques des phénomènes ». Exposant ensuite les résultats de son étude expérimentale, l'auteur en tire une classification des Muscides étudiés par rapport à leur mode spécifique de diapause. Cette classification comprend deux catégories : les homodynames et les hétérodynames [3].

Les homodynames ont des générations « douées d'une activité biologique constante », et le froid détermine le « sommeil larvaire ou nymphal de ces espèces ». — Les hétérodynames « présentent, dans leur cycle annuel, des générations d'activité biologique dissemblable » qui se manifestent par une

---

(1) Séance du 24 février 1930.

(2) *Études sur le sommeil d'hiver préimaginal des Muscides* (*Bull. Biol. Fr. Belg.*, 56, 1922, p. 455-544).

(3) *Sommeil d'hiver cédant à l'hiver chez les larves et nymphes de Muscides* (*Comptes rendus*, 174, 1922, p. 964-966).

« inertie obligatoire, ou diapause » indépendante du froid. Cette diapause résulte d'une « *intoxication et asthénie héréditaire cyclique* ». Elle correspond à une cure d'élimination des substances toxiques (urates) accumulées au cours des générations précédentes. Elle traduit « *un épuisement et rajeunissement périodique des générations* ». Ces conceptions reposent sur « l'éducation expérimentale » de *Mydæa platyptera* et sur l'étude de *Lucilia sericata*. En ce qui concerne *L. sericata*, expressément classée comme espèce hétérodyname, le Mémoire de 1922 relate 10 expériences consacrées à la réactivation des larves. La première porte sur deux larves, les neuf autres, sur une larve chacune.

Partant de ces données, j'ai entrepris, depuis 1923, l'étude de la diapause sur *L. sericata*, espèce donnée par M. Roubaud comme hétérodyname. Il ne m'a pas fallu moins d'un an pour réussir à élever *L. sericata* en captivité, obtenir des pontes et préciser la nature des facteurs externes indispensables à la nutrition normale de l'adulte. Ces conditions optima étant déterminées, mes recherches ont eu pour but de trouver le nombre de générations à cycle normal intercalé entre deux générations à diapause. J'ai alors suivi la descendance d'un couple. J'ai ainsi obtenu régulièrement, à une température voisine de 30°, une génération par mois. Les larves de cette lignée, qui se chiffrent par plusieurs centaines de mille, ont toutes reçu une alimentation azotée (muscle de cheval), destinée à favoriser l'accumulation possible des urates. Les constatations faites au cours de cet élevage attentivement suivi ne me permettent pas de voir en *L. sericata* un Insecte hétérodyname. Je résumerai les résultats obtenus de la manière suivante :

1° Dans des conditions déterminées, les larves de *L. sericata* ne présentent jamais de diapause.

2° Dans une même lignée, suivie pendant 5 ans (environ 60 générations), je n'ai jamais observé que les « générations successives du même cycle annuel présentent une activité biologique dissemblable ».

3° Ces larves et ces adultes, bien que nourris de substances azotées, n'ont pas présenté de « période d'épuration réactivante obligatoire, de *cure d'élimination* ». Parallèlement, et à titre de contrôle, j'ai suivi des lignées d'origine différente ainsi que des lignées de Muscides de genres voisins (*Phormia* et *Calliphora*). Tous les faits observés conduisent au même résultat.

4° Par contre, j'ai pu réaliser expérimentalement cette « activité biologique dissemblable » en déterminant chez les larves des états physiolo-

giques spéciaux, provoqués par les conditions du milieu. J'ai obtenu de cette manière un arrêt de l'évolution larvaire qui peut durer plusieurs mois.

Ces perturbations dans le développement peuvent être déclenchées par des facteurs externes divers : variations brusques ou progressives de l'humidité à un stade quelconque de la vie larvaire, — alimentation insuffisante ou nulle après la deuxième mue, — inhalation de gaz toxiques, etc. Je mentionnerai spécialement la « suspension évolutive spontanée à la chaleur ». Des larves élevées à une température supérieure à 38° sont arrêtées dans leur développement et succombent au bout d'un temps variable, si elles ne sont transportées à une température plus basse. Des larves élevées à 15° ne se nymphosent pas en totalité si la température est brusquement amenée au voisinage de 38°. Quels que soient les facteurs qui déterminent la « suspension évolutive », les larves en arrêt de développement que j'ai pu obtenir présentent tous les caractères de larves en diapause. Elles obéissent aux agents réactivants que M. Roubaud a mis en œuvre sur quelques individus ne provenant pas d'élevages suivis. Leur arrêt de développement correspond à la définition de la diapause donnée par tous les auteurs et acceptée par M. Roubaud en 1922.

Actuellement [1] cet auteur donne un autre sens à la diapause de *L. sericata* et la qualifie de « pseudo-diapause », mais s'il y avait lieu de distinguer une catégorie nouvelle, il semblerait que ce fût plutôt pour des larves spéciales chez lesquelles M. Roubaud aperçoit des phénomènes d'intoxication héréditaire.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le Sucre des Floridées.*

Note de MM. **H. Colin** et **E. Guéguen**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Les extraits alcooliques des Floridées marines, des grandes espèces surtout, telles que *Rhodymenia palmata*, sont toujours fortement dextrogyres ; concentrés ils ont une saveur sucrée ; ils ne sont pas réducteurs, mais le deviennent par action des acides forts, à chaud.

Harald Kylin [2] était le seul jusqu'alors qui eût réussi à faire cristal-

---

(1) *Suspension évolutive et hibernation larvaire obligatoire, provoquées par la chaleur, chez le Moustique commun.* Culex pipiens *L. Les diapauses vraies et les pseudo-diapauses chez les Insectes* (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 324-326).

(2) Harald Kylin, *Zeits. physiol. Chem.*, 94, 1915, p. 360.

liser un sirop de *Rhodymenia*. Il dit en avoir retiré quelques grammes d'un produit sucré qu'il affirme n'être autre chose que le tréhalose. Nul n'a émis à ce sujet le moindre doute.

Nous venons, à notre tour, de préparer à l'état rigoureusement pur, plus de 300^g du corps en question, à partir de *Rhodymenia palmata* récoltée en août-septembre, soit à Ambleteuse, soit au Croisic. L'opération, que nous aurons l'occasion de décrire en détail, ne présente d'autre difficulté que celle des approvisionnements; l'élimination des sels se fait par cristallisation fractionnée dans l'alcool fort; le produit sucré, à la différence des sels, y est beaucoup plus soluble à chaud qu'à froid. Voici ses principaux caractères.

Cristallisation. — Dans l'alcool, aiguilles prismatiques, le plus souvent groupées en oursins; dans les sirops aqueux, prismes beaucoup plus volumineux, isolés ou soudés en plaques; nulle hygroscopicité; saveur sucrée très nette, sans amertume ultérieure. M. Gaudefroy, qui a bien voulu examiner les cristaux, les décrit de la façon suivante : « Prismes orthorhombiques, à biréfringence positive, assez forte, $n_g - n_p = 0,048$; angle des faces $m : m$ 98° 15'; paramètres $a : b : c$, 0,865 : 1 : 0,632; clivage h' (100), net; plan des axes optiques g^1(010); première bissectrice, axe a (Ox); angle apparent des axes, en lumière du sodium, $2E = 110°50'$; indice médian, $n_m = 1,534$. » Le système cristallin mis à part, ces caractères ne sont pas ceux du tréhalose.

Dessiccation et fusion. — Dès 90°, la substance adhère aux parois des récipients et perd lentement du poids; vers 110°, elle a l'aspect d'une masse pâteuse, hyaline; à 150°, sans qu'on observe la moindre altération, le poids se stabilise; la perte est alors de 6,9 pour 100 environ. Dans le vide sec, le dégagement gazeux est tumultueux et commence dès 50°; le résultat est le même. Ce qui s'élimine est exclusivement de l'eau.

Les choses se passent de façon bien différente avec le tréhalose, qui fond vers 100° dans son eau de cristallisation, perd, entre 130 et 150°, 9,5 pour 100 d'eau et ne fond plus alors qu'à 210°.

Pouvoir rotatoire. — $[\alpha]_D = +160\text{-}161°$ pour le produit anhydre, $+149\text{-}150°$ pour le corps hydraté, au lieu de $+197°$ et $+176°$ environ dans le cas du tréhalose.

Hydrolyse. — Le produit ne renferme ni azote, ni soufre, ni phosphore; les acides l'hydrolysent avec la même difficulté que le tréhalose; l'invertine, l'émulsine restent sans effet, mais l'autolysat de levure basse se montre très actif. Concentrées après élimination de l'acide ou du ferment, les liqueurs hydrolysées cristallisent en lamelles orthorhombiques, de saveur sucrée,

fondant à $+166-168°$, ayant en solution les propriétés suivantes : $[\alpha]_D = +83°$ à $12°$; variation de $[\alpha]_D$ par degré de température $= -0,21$; mutarotation lentement décroissante, $[\alpha]_D$ tombant de $+165°$ à $+83°$; formation d'acide mucique par oxydation nitrique; osazone insoluble à chaud, en prismes allongés, la plupart groupés en rosettes, presque insolubles dans l'alcool méthylique, fusibles au bloc à $+213-215°$.

A ces caractères on reconnaît que le produit d'hydrolyse isolé ci-dessus est du galactose. Sucre ou glucoside, il importe peu, le principe sucré des Floridées marines est un composé du galactose α et n'a rien de commun avec le tréhalose.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'activité vitaminique du carotène.* Note de M. **M. Javillier** et Mlle **L. Émerique**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

L'un de nous [1] a montré que la vitamine A ne s'identifie pas avec le phytol; le *phytol pur* est en effet sans action sur la croissance des animaux. Mais nous avons mentionné que ceux de nos échantillons de phytol qui se trouvaient souillés par une trace, même infime, de carotène présentaient une légère activité. De plus, dans nos tentatives d'extraction de la substance active à partir de feuilles vertes, nous avions noté que nos préparations offraient une activité plus ou moins marquée tant que les extraits successifs restaient colorés par une trace du même pigment. Ces observations auraient orienté nos essais d'identification du côté du carotène si M. Drummond n'avait publié dès 1919 que le *carotène pur* est tout à fait inapte à complémenter un régime déficient et si nous-mêmes, après avoir décoloré des insaponifiables d'extraits d'ortie, n'avions trouvé à ces extraits dépigmentés qu'une activité très faible, bien que décelable. Aussi nous étions-nous bornés à souligner « la ténacité remarquable avec laquelle le facteur A reste associé au carotène ».

Depuis lors, B. v. Euler, H. v. Heuler et H. Hellström nous ramènent vers l'idée que le carotène pourrait être la substance active; H. v. Euler, P. Karrer et M. Rydbom reconnaissent l'activité vitaminique de carotènes hautement purifiés; de même, Collison et ses collaborateurs et Th. Moore.

---

(1) M. Javillier, P. Baude et S. Lévy-Lajeunesse, *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 998, et *Bull. Soc. Chimie biologique*, 7, 1925, p. 39.

Tout en faisant les réserves qu'impose une aussi difficile question, ces savants paraissent opter pour l'opinion que le carotène est le facteur A.

D'autre part, Drummond et ses collaborateurs, ayant porté, par des purifications répétées, le carotène au point de fusion le plus élevé qui ait été atteint jusqu'ici pour ce corps (184°,9), le déclarent à nouveau incapable de provoquer la reprise de croissance du rat carencé, aux doses indiquées par v. Euler ($\frac{0,5}{100}$ à $\frac{3}{100}$ de milligramme *pro die*). Drummond estime que la substance active est incolore. En fait, dès 1923, Takahashi et Kawakami avaient isolé de l'huile de foie de morue une substance oxygénée incolore, active. Shimizu et Hatakeyama ont isolé, en 1929, une substance du type des stérols, la vitostérine, cristallisée, incolore, de formule $C^{27}H^{44}O^{2}$, de p. f. 187°; qui, à des doses de $\frac{3}{100}$ à $\frac{5}{100}$ de milligramme, complémente, pour la souris, un régime déficient.

Il est remarquable d'observer que les carotènes actifs et la vitostérine japonaise manifestent leur activité à des doses qui sont, en somme, assez comparables. Ce fait, et d'autres (¹), inclineraient à penser que ni le carotène, ni la vitostérine ne sont les substances véritablement actives, l'une et l'autre devant peut-être leur activité à l'adsorption de la vitamine authentique non encore isolée.

Mais quelle que soit la solution de ce problème d'un si haut intérêt, un fait domine la question, dès maintenant fort importante, de l'utilisation du facteur A, soit dans les expériences d'alimentation, soit en thérapeutique : c'est que le carotène cristallisé de premier jet est actif à fort petites doses. Nous en apportons une nouvelle démonstration; mais nous ajoutons une autre notion : le carotène, si on le place dans des conditions opportunes de conservation, particulièrement à l'abri de l'air, garde intactes ses propriétés vitaminiques.

Nous avons pu expérimenter avec un carotène d'épinard, vieux d'une quarantaine d'années, conservé dans la collection du laboratoire où Arnaud prépara l'un des premiers échantillons de carotène foliaire. Ce carotène était en tube scellé, en atmosphère d'hydrogène, et exposé depuis longtemps à une faible lumière diffuse.

Nous avons constitué un régime alimentaire défini, exempt de facteur A, par ailleurs aussi complet, aussi pur et aussi bien équilibré que possible.

(¹) Par exemple, ceux fournis par Drummond, par nous-mêmes, et récemment par M. Bezssonoff (*Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 529).

De jeunes rats (50g environ) soumis à ce régime, présentent, en dix semaines environ, les accidents typiques de l'avitaminose A; ils meurent si l'on n'intervient pas. Mais si, les accidents étant déjà marqués et la chute de poids d'environ 10 pour 100, l'on administre du carotène d'Arnaud à des doses comprises entre $\frac{7}{1000}$ de milligramme et $\frac{2}{10}$ de milligramme *pro die* et pour 100g de rat, on voit tous les animaux favorablement influencés, *même ceux qui reçoivent moins de $\frac{1}{100}$ de milligramme par jour*. Les effets sont : guérison des accidents oculaires et même d'autres infections, stabilisation de la courbe de croissance avec des doses de l'ordre du $\frac{1}{100}$ de milligramme, reprise de l'ascension de la courbe de plus en plus frappante pour des doses de plus en plus élevées. L'activité de ce carotène, déterminée d'après notre méthode de dosage physiologique [1], est d'environ 100000 unités par gramme.

Nous avons réalisé aussi des expériences non curatives, mais préventives; elles sont d'accord avec celles-ci.

En somme : 1° Le carotène brut expérimenté, issu des feuilles d'épinard, a la propriété physiologique de la vitamine A.

2° Son activité est manifeste à des doses déjà très petites (moins de $\frac{1}{100}$ de milligramme). Il n'est pas sans intérêt d'observer que les doses efficaces sont de l'ordre de grandeur de celles que von Euler ou Moore ont trouvées actives avec des carotènes de pureté plus grande.

3° Très anciennement préparé, ce carotène a conservé une haute activité.

Ces expériences ne touchent en rien à la question de savoir si le carotène est actif par lui-même ou par quelque substance adsorbée.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la répartition du cholestérol et de ses éthers dans les capsules surrénales*. Note de MM. **A. Leulier** et **L. Revol**, présentée par M. A. Desgrez.

Classiquement, la cortico-surrénale est considérée comme une glande lipidogène et les travaux des histologistes ont démontré que les liquides y paraissaient assez étroitement localisés. Jusqu'ici, à notre connaissance du moins, il ne semble pas que l'on ait dosé séparément le cholestérol et ses éthers dans la partie corticale et la partie médullaire des glandes provenant d'animaux divers. On sait surtout que les glandes surrénales sont les

(1) *Bull. Soc. Chimie biologique*, 7, 1925, p. 831.

organes les plus riches en cholestérol et, pour les uns, elles joueraient un rôle générateur de cette substance (Chauffard et Grigaut), alors que, pour d'autres, elles seraient simplement un lieu de dépôt électif (Aschoff).

Nous avons dosé d'abord la cholestérine totale par la méthode de Grigaut dans les parties corticales et médullaires des glandes de mouton, de bœuf et de cheval et puis, par la méthode à la digitonine de Windaus, nous avons déterminé la proportion d'éthers cholestéroliques.

Voici les nombres que nous avons trouvés :

Cholestérine pour 1000 *de glandes fraîches.*
(Méthode de Grigaut.)

Mouton.		Bœuf.		Cheval.	
Corticale.	Médullaire.	Corticale.	Médullaire.	Corticale.	Médullaire.
3,32	4,35	2,73	4,09	38,20	12,90
3,03	4,19	2,94	3,75	34,07	14,80
3,04	4,30	3,90	3,95	38,10	18,84
2,90	4,27	2,80	4,05	7,60	9,20
2,72	4,77	2,77	-	8,00	8,33
2,92	-	-	-	28,50	20,00
3,82	5,17	-	-	35,00	18,00
3,15	5,11	-	-	14,50	11,60
3,85	5,52	-	-	23,00	15,80
2,75	4,76	-	-	-	-
2,73	6,52	-	-	-	-
2,30	5,46	-	-	-	-

Cholestérine libre et éthers pour 1000 *de glandes fraîches.*
(Méthode Windaus.)

	Cholestérol libre.		Éthers.		Total.	
	Corticale.	Médullaire.	Corticale.	Médullaire.	Corticale.	Médullaire.
Mouton...	3,685	5,01	0,917	0,096	4,602	5,106
	3,23	5,91	0,30	0,41	3,53	6,32
Bœuf.....	3,98	5,59	0,010	0,30	3,99	5,89
Cheval....	4,94	4,64	28,36	15,67	33,30	20,31
	4,23	5,54	13,17	7,66	17,40	13,20

En tenant compte des difficultés de la dissection, il nous semble permis de tirer de nos chiffres les conclusions suivantes :

La médullo-surrénale peut renfermer autant et plus de cholestérol que la cortico-surrénale, et ceci est très net en ce qui concerne le mouton et le bœuf. Par contre, chez le cheval, la corticale se révèle ordinairement plus

riche que la médullaire. Cependant il ne s'agit pas de cholestérol libre, mais d'éthers de cette substance, comme le démontre la méthode de la digitonine. Chez ce même animal, le taux de cholestérol total est élevé dans les deux zones, mais le taux de cholestérol libre est identique à celui que l'on trouve chez le mouton et le bœuf, où ces organes sont très pauvres en produit éthérifié.

MÉDECINE. — *Épithelioma de Röntgen ulcéré guéri par la diathermo-coagulation.* Note [1] de M. **J. Nicolas**, transmise par M. d'Arsonval. (Extrait.)

La présente observation est une véritable réplique de celle de Debédat, communiquée à l'Académie le 4 janvier 1926 : Radiologiste de la première heure, à la suite de doses faibles, mais journalières, de rayons X reçues sur les mains, j'ai constaté d'abord de la sécheresse et de l'atrophie de la



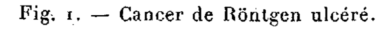


Fig. 1. — Cancer de Röntgen ulcéré.

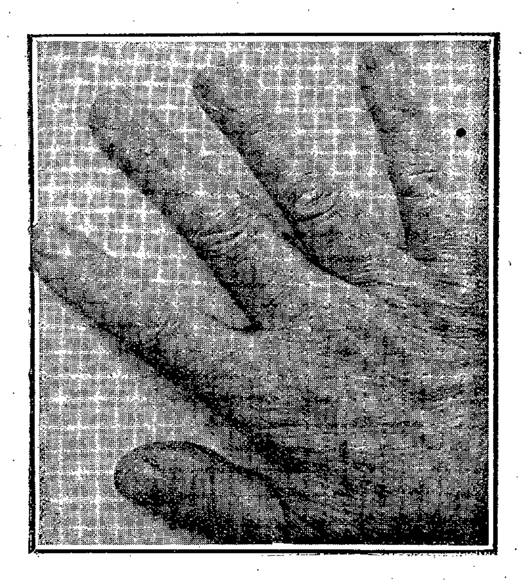


Fig. 2. — Cicatrisation complète 2 mois après.

peau; il s'établit ensuite des lésions kératodermiques discrètes qui s'aggravèrent au cours des années de guerre, le granité de la face dorsale des mains se transforma en état verruqueux. Quelques éléments se réunirent

(1) Séance du 3 mars 1930.

à la face dorsale de la phalangine du médius droit pour y former une lésion cornée de la grandeur de l'ongle du petit doigt (*fig.* 1); elle devint le siège de douleurs spontanées; puis il se forma une petite ulcération centrale avec aggravation des douleurs névritiques.

Dès l'automne 1928, la transformation cancéreuse s'annonce imminente et le début de 1929 voit l'épithélioma s'installer sur la moitié environ du pourtour de la lésion. En même temps, augmentèrent les douleurs spontanées et le moindre frôlement devint intolérable.

Lorsque, le 2 octobre 1929, je me présente à M. Bordier, mon épithélioma occupe les faces dorsale et externe de la phalangine du médius droit. C'est une lésion de près de 2^{cm} présentant une ulcération centrale de 6^{mm}, à fond villeux et saignotant, cernée d'un bourrelet de 6^{mm} de large très induré et surélevé de 3 à 4^{mm}.

L'intervention fut de la plus grande simplicité : anesthésie locale à la butelline, carbonisation du cancer en moins de deux minutes, pansements à la vaseline phéniquée à 1 pour 100 jusqu'à la chute de l'escarre survenue au neuvième jour, puis à une pommade qui me fut prescrite par Bordier.

Cicatrisation complète (*fig.* 2) et abandon de tout pansement le 2 décembre, sans avoir éprouvé depuis l'intervention la plus légère douleur, sans avoir jamais fait un lavage quel qu'il soit. La souplesse de la cicatrice obtenue est actuellement suffisante pour que je n'éprouve aucune gêne fonctionnelle.

A 16^h l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^h45^m.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 MARS 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau le *Livre d'or de la commémoration nationale du Centenaire de la naissance de* Pasteur, *célébrée du* 24 *au* 31 *mai* 1923.

M. **Émile Picard** annonce que M. *Vito Volterra* lui a envoyé ses condoléances au sujet des inondations du midi de la France, en le priant de les transmettre à ses confrères de l'Académie des Sciences.

MICROBIOLOGIE DU SOL. — *Sur la synthèse de l'ammoniac par les* Azotobacter *du sol.* Note [1] de M. **S. Winogradsky**.

Quelle est la nature du processus qui rend certains microbes du sol capables d'assimiler l'azote gazeux de l'atmosphère ?

Le problème s'est posé depuis la découverte des fixateurs anaérobies, et dans ce cas le dégagement de l'hydrogène au cours de leur pullulation rendait probable la synthèse de l'ammoniac comme produit primaire (Winogradsky, 1893) : hypothèse âgée déjà d'un siècle, énoncée par de Saussure, le premier, reprise après lui par plusieurs savants.

Cependant le cas des *Azotobacter*, isolés plus tard, paraissait tout différent, car on ne remarquait aucun dégagement d'hydrogène, et c'était plutôt les phénomènes d'oxydation qui s'imposaient à l'attention. Aussi n'a-t-on pas manqué d'invoquer le pouvoir oxydant, ou catalytique, du protoplasme, pour expliquer le processus de fixation. Pourtant, les produits

---

(1) Séance du 10 mars 1930.

d'oxydation de l'azote, nitrite et nitrate, restant introuvables, et des considérations théoriques rendant l'hypothèse de l'hydrogénation de l'azote plus probable [par une synthèse comparable à la synthèse de Haber (Wieland, 1922)] c'est cette hypothèse qui a paru prévaloir, *quoiqu'on n'ait jamais réussi à constater un dégagement d'ammoniac dans les cultures des* Azotobacter.

En 1925, Kostytschew ([1]), opérant avec une culture pure d'*Azotobacter agile*, remarqua la présence constante d'ammoniac et d'acides aminés dans ses cultures en solution mannitée ou sucrée; au bout de 10-15 jours, le liquide de culture, débarrassé des corps microbiens par centrifugation, soumis à la distillation à pression réduite en présence de CaO, accusait des quantités notables d'ammoniac et d'acides aminés dans le distillat.

Le fait est important à noter, mais suffit-il pour étayer la conclusion générale sur la nature du processus, avancée par cet auteur ? En effet aucune nouvelle méthode de culture n'a été employée par lui, ni aucun moyen pour intercepter ce produit primaire hypothétique; on ne comprend donc pas pour quelle raison l'ammoniac dans ce cas isolé s'est imposé aux expérimentateurs en quantité si notable, tandis que, corps si facilement décelable et dosable en quantités infinitésimales, il est resté introuvable dans l'énorme majorité des cas. Il est clair qu'aucune conclusion générale n'est possible, avant que l'on puisse comprendre la raison de ce flagrant désaccord dans les faits mêmes.

Au poids du nombre de ces anciennes expériences vient se joindre le résultat négatif de nos expériences récentes, à savoir : dans nos plaques de gel mannité couvertes d'une couche massive de mucus *azotobactérien*, l'ammoniac ne se laissait découvrir ni dans le gel, ni dans le mucus même, par les épreuves sensibles, dont il sera question dans la suite. On tombait parfois sur des exceptions, mais elles étaient trop rares pour influer sur le résultat, pouvant être attribuées, de plus, à un processus d'autolyse et de dégradation, soit destructif et non constructif. De même les faits observés par Kostytschew se présentent plutôt comme une exception, bien curieuse, à la règle que *les cultures sur mannite ne contiennent pas d'ammoniac dans le milieu*.

Bien entendu, ce résultat négatif ne peut être considéré comme une preuve contre l'hypothèse de l'hydrogénation de l'azote, car il suffit de se

---

([1]) Kostytschew et Ryskaltchouk, *Les produits de la fixation de l'azote atmosphérique par l'*Azotobacter agile (*Comptes rendus*, 180, 1925, p. 2070).

figurer un état de parfait équilibre entre le processus de synthèse de l'ammoniac, d'un côté, son assimilation, de l'autre, pour expliquer son absence totale dans le milieu. Il importe donc dans le présent problème, comme dans d'autres qui touchent à la théorie des activités microbiennes, de chercher les conditions qui permettraient de déséquilibrer le phénomène pour en intercepter le produit primaire. C'est de ce côté-là que se sont dirigées nos recherches.

Cet effet déséquilibrant, on pouvait le tenter dans deux directions, à savoir : rendre l'ammoniac plus mobile, moins apte à entrer en combinaison, ou bien enrayer les processus plastiques, assimilatoires des cellules. Si l'hypothèse de l'hydrogénation de l'azote par l'activité microbienne est conforme à la réalité, une accumulation de l'ammoniac devait en résulter.

Le moyen qui s'impose pour maintenir l'ammoniac à l'état libre, c'est évidemment d'élever l'alcalinité du milieu autant que cela est possible, sans entraver sérieusement la végétation. Les *Azotobacter* étant peu sensibles à la réaction du milieu dans les limites de $pH = 6,4$ à $8,0$, il s'agit, en espèce, d'atteindre et de maintenir une alcalinité au-dessus de 8,0 jusqu'à 9,0 et même encore un peu au-dessus.

La méthode la plus simple et la plus sûre pour atteindre ce but, c'est de laisser aux *Azotobacter* eux-mêmes le soin de produire cette réaction un peu excessive en les cultivant sur un milieu solide (silico-gel ou gélose) imprégné d'un sel organique de soude, lactate ou succinate de préférence, sans autre addition que les sels minéraux ordinaires et, bien entendu, sans azote combiné. La destruction des ions acides est si rapide dans ces conditions, que le pH initial de 6,8 s'élève au bout de moins d'un jour à 8,0, au bout de moins de deux jours à 9,0 et au-dessus. En appliquant les indicateurs de Clark et Lubs [1], nous avons imaginé une méthode très simple, qui permet de suivre la réaction sur une seule et même culture sans la sacrifier, ni la déranger; le rapport entre le pH du milieu et le début du dégagement de l'ammoniac fut donc facile à saisir.

Celui-ci ne manque jamais d'avoir lieu dans ces conditions. Indécelable aussi longtemps que le pH est inférieur à 8,0, l'ammoniac apparaît aussitôt que la réaction s'approche de 9,0. A ce moment, une bande de papier-tournesol rouge fixée sur le couvercle à l'intérieur de la boîte de Petri montre un début de virage; de petites particules de gel *prélevées en dehors des colonies* et jetées dans quelques gouttes de réactif de Nessler se colorent

---

(1) Mansfield Clark, *The Determination of Hydrogen Ions*. Baltimore, 1923.

en jaune; enfin, en enlevant au moyen d'un peu d'eau bidistillée exempte d'ammoniac les gouttelettes d'eau, qui se condensent sur le couvercle, et en soumettant cette eau de lavage à la nesslérisation, on y trouve des quantités dosables d'ammoniac. Cette distillation spontanée est particulièrement démonstrative. Plusieurs fois par jour on peut recueillir de cette manière des quantités d'ammoniac plus que suffisantes pour le dosage colorimétrique : quelques centièmes et jusqu'à deux dixièmes de milligramme d'ammoniac. Malgré ces pertes, si l'on soumet une plaque de 20^{cm} de diamètre chargée de 120^{g} de gel imprégné de 2^{g} à $2^{g},5$ de lactate ou succinate de soude, au bout de cinq jours de culture, à un dosage d'ammoniac par *la méthode d'aération sans ajouter de l'alcali fixe*, on obtient 3 à 4^{mg} d'ammoniac. Une expérience quantitative, pour déterminer la quantité totale d'ammoniac produite par une culture de ce genre, nous manque encore, mais ces données suffisent pour démontrer que ce dégagement est précoce, qu'il est notable et qu'il dure, en débutant à un certain moment, pendant toute la végétation.

Que le dégagement d'ammoniac a lieu en fonction de l'alcalinité et non de la nature de la matière énergétique offerte, ceci est démontré par le fait que, si l'on remplace le sel de soude par un sel de chaux — nous avons choisi le lactate — le pH ne s'élève qu'insensiblement et aucune trace d'ammoniac ne se laisse découvrir dans le milieu.

De même, si la culture sur le milieu classique à mannite ne dégage pas d'ammoniac, le fait ne paraît dû qu'à la réaction qui s'y maintient assez stable. En ajoutant à la mannite une dose convenable de succinate ou de lactate de soude, on peut faire monter le pH, et alors l'ammoniac fait son apparition. Le même but peut être atteint, bien entendu, en ajoutant de l'alcali au milieu mannité, mais bien plus malaisément, car l'acide carbonique de l'air fait alors baisser le pH assez rapidement au-dessous de 8,0. De plus, la pullulation paraît enrayée dans un milieu trop alcalin d'emblée.

Passant aux moyens d'atteindre l'activité assimilatrice des cellules dans le but de déséquilibrer le processus de fixation, on conçoit que la tâche est plus délicate, car de nombreuses expériences sont nécessaires pour trouver la juste mesure de l'action déprimante. En soumettant les cultures sur plaques au lactate de chaux aux vapeurs d'éther, nous avons pourtant réussi à constater un résultat positif aux épreuves avec le réactif de Nessler, ce qui n'est jamais le cas avec ce milieu.

La synthèse de l'ammoniac par les *Azotobacter* du sol nous paraît établie par ces observations, et l'on comprend que l'ammoniac libre qui se

dégage n'est que *l'excédent d'un double processus physiologique, excédent tantôt nul, tantôt appréciable, selon les conditions de la pullulation*. Loin de nous l'idée qu'il n'existe pas d'autres moyens pour obtenir cet excédent que ceux que nous avons éprouvés. Il paraît probable, au contraire, que le double processus est sensible à de nombreuses influences qu'il s'agit d'étudier maintenant.

Ce n'est pas encore tout : la question surgit, s'il ne se trouve pas de races d'*Azotobacter* qui présentent une tendance, innée ou acquise, de produire plus d'ammoniac qu'elles n'en consomment. M. Kostytschew n'aurait-il pas eu la chance de tomber sur une souche de ce genre ?

Quoi qu'il en soit, désormais l'étude des *Azotobacter* en qualité de producteurs d'ammoniac synthétique se pose au premier plan du problème de la fixation de l'azote atmosphérique.

M. E. **Mathias** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *La Matière fulminante* (fin). *Caléfaction, énergie*.

ÉLECTIONS.

M. **Giuseppe Cesàro**, par l'unanimité de 42 suffrages, est élu Correspondant pour la section de Minéralogie.

CORRESPONDANCE.

M. **Jules Richard**, par l'organe de M. *L. Joubin*, fait hommage à l'Académie du fascicule LXXIX des *Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht*, par Albert Ier, prince souverain de Monaco : *Larves et Alevins de Poissons provenant des Croisières du Prince Albert Ier de Monaco*, par Louis Roule et Fernand Angel.

M. **Lucien Daniel**, élu Correspondant pour la section de Botanique, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Maire-Président** de Mahon, capitale de Minorque, l'une des îles Baléares, annonce qu'un Comité se forme en cette ville pour élever un monument à *Mateo José Buenaventura Orfila*, né dans cette ville le 24 avril 1787.

M. V. **Babet** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. B. **Berloty** adresse un Rapport relatif à l'emploi qu'il a fait de la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1929.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Jules Bœckel (1848-1927).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Rectification au sujet des séries de Dirichlet.* Note de M. **Vladimir Bernstein.**

Une Note, dans laquelle j'indiquais des énoncés probables et j'esquissais les démonstrations par lesquelles on pouvait espérer les légitimer, adressée personnellement à M. Hadamard, et qui n'était pas destinée à la publication, a été transmise à l'Académie par suite d'une errreur.

La publication de ma Note *Sur les fonctions entières et les séries de Dirichlet*, faite dans les *Comptes rendus* du 17 février 1930, doit donc être considérée comme non avenue.

NAVIGATION. — *Méthode de navigation basée sur le tracé automatique de la route.* Note (1) de M. **Baule**, présentée par M. J. Charcot.

Plusieurs échouages récents par brume, et en particulier celui d'un grand paquebot sur les Roches d'Eddystone, eussent été certainement évités par l'emploi d'un traceur de route.

(1) Séance du 3 mars 1930.

Le premier appareil qui nous a permis l'enregistrement automatique, sur la carte, de la route suivie par un navire fut construit en 1917 pour la conduite du tir des torpilles.

Il comportait l'inscription simultanée de deux routes, celle du navire et celle d'un but.

Un appareil simplifié de tout ce qui effectuait le tracé de la route du but fut, par la suite, étudié et nous lui donnâmes le nom de nautographe.

Cet instrument, le premier du genre en France, fut essayé en 1922; il donne automatiquement la route du navire sous la forme d'un polygone d'un très grand nombre de petits côtés formant autant de vecteurs proportionnels à la vitesse et orientés suivant le cap.

Les coordonnées de la position du navire sont donc ainsi matérialisées immédiatement sous leur forme initiale, c'est-à-dire sous la forme polaire, telles qu'elles sont fournies par le compas et le loch.

Cet appareil est donc plus simple, à ce point de vue, que les autres systèmes qui ont été proposés par la suite et qui font intervenir une transformation en coordonnées cartésiennes de ces éléments.

Une autre difficulté du problème résidait en ce que les cartes marines, étant établies en projection Mercator, ont une échelle qui varie d'une façon continue avec la latitude : pour effectuer un tracé exact du point et de la route, il faut tenir compte de cette latitude croissante, ce qui ne peut s'effectuer qu'à l'aide d'un dispositif de changement progressif de l'échelle du tracé. Ce problème est résolu sur le nautographe au moyen d'*une butée à réglage continu*, qui limite à volonté la longueur du vecteur élémentaire de vitesse.

Les essais d'un nautographe effectués sur un paquebot de la Compagnie Générale Transatlantique ont donné les meilleurs résultats : sur des parcours de *l'ordre de* 250 *milles contrôlés par des points observés* à terre, les erreurs n'ont pas dépassé un demi-mille, soit $\frac{1}{500}$ environ.

Il apparaît donc, dès maintenant, que la méthode du point automatique est susceptible d'une précision plus grande que celle du point estimé ordinaire et au moins équivalente à celle du point observé ordinaire et au moins équivalente à celle du point observé par les astres.

Son emploi suppose bien entendu qu'on dispose à la fois d'un bon loch et d'un bon compas.

Il est indispensable notamment que le loch destiné à commander le nautographe soit à coefficient constant, c'est-à-dire ne nécessite aucune correction. Ce résultat a été atteint tout d'abord avec le loch à turbine,

et plus récemment avec le loch dynamométrique basé sur l'observation de la déformation que subit une lame élastique sous l'effet du courant d'eau résultant de la marche du navire.

Cet appareil, installé dernièrement sur les paquebots *Paris* et *Ile-de-France* de la Compagnie Générale Transatlantique, a donné d'excellents résultats, notamment au point de vue de la constance du coefficient aux diverses allures et de sa sensibilité aux faibles vitesses. Par exemple, sur des parcours contrôlés de 54 milles, l'erreur des lectures n'a pas dépassé $\frac{8}{100}$ de mille, soit moins de $\frac{1}{600}$.

Il y a lieu d'observer, si étonnant que cela paraisse, qu'il n'existe actuellement aucun autre appareil permettant d'enregistrer le chemin parcouru sans introduire un facteur de correction différent pour chaque vitesse.

Le même loch peut servir pour la mesure précise des très grandes vitesses. Des essais ont été effectués avec succès sur des hydroglisseurs jusqu'à 85^{km} à l'heure, ce qui était impossible avec les appareils jusqu'ici en service. Une installation est en cours sur le nouveau contre-torpilleur français *Bison*, qui sera vraisemblablement le navire le plus rapide du monde.

En ce qui concerne les compas, la liaison d'un traceur de route avec les divers modèles de compas gyroscopiques ne présente aucune difficulté : le nautographe se branche directement sur le réseau des répétiteurs existants.

Mais les navires qui utilisent les compas gyroscopiques n'étant encore qu'une faible minorité, l'emploi des traceurs de route risquerait d'être réservé à quelques grands paquebots et aux navires de guerre. Pour mettre cette méthode à la portée de tous les navires, nous avons réalisé un modèle d'asservissement, qui permet aux compas magnétiques de commander à distance un nombre quelconque de répétiteurs ainsi qu'un nautographe.

L'asservissement pour compas magnétiques, qui permet de donner au compas principal le meilleur emplacement possible pour le soustraire à l'influence des fers du navire, permet enfin d'appliquer aux compas magnétiques une méthode d'observation des erreurs de ces instruments que nous avons imaginée et utilisée dès 1923 pour les compas gyroscopiques : cette méthode consiste à observer d'une façon continue l'azimut d'un astre, au moyen d'une lunette que nous avons appelée *lunette azimétrique*.

Cette lunette, asservie au compas que l'on veut contrôler, est munie d'un enregistreur à distance qui trace automatiquement la courbe en fonction du temps de l'azimut ainsi observé. Cette courbe est évidemment entachée des erreurs du compas. On trace ensuite sur la feuille de l'enregistreur la courbe exacte de l'azimut de l'astre, calculé d'après les données de la *Connaissance des Temps*.

La différence des ordonnées des deux courbes figure à chaque instant l'erreur cherchée.

Cette méthode est la seule applicable à l'étude des compas gyroscopiques dont les erreurs sont d'allure oscillante avec une période de l'ordre de 90 minutes, ce qui rend inapplicable la méthode classique des alignements d'ailleurs déjà insuffisante pour l'étude de l'effet des girations.

La mise au point de l'ensemble de ces appareils a été longue et délicate, elle n'aurait pu s'achever sans l'obligeant concours de la Compagnie Générale Transatlantique qui nous a autorisé à faire de nombreuses et intéressantes expériences sur ses paquebots à marche rapide.

ÉLECTRICITÉ. — *La mise à la terre des paratonnerres.* Note de M. **V. Schaffers**.

Sur la foi des mesures de résistance ohmique, on admet que le sol humide est bien supérieur au sol sec comme terre d'un paratonnerre. Mais ces mesures n'ont aucune signification précise dans la question, il y a longtemps qu'on l'a dit, parce qu'elles se font avec des courants d'un caractère absolument différent de celui de la foudre. Une méthode basée sur la décharge d'un condensateur conviendrait beaucoup mieux.

L'essai préliminaire que j'ai fait d'une méthode de ce genre montre que l'avantage du terrain humide, sans être tout à fait nul, est très loin d'avoir l'importance qu'on lui attribue. Voici un exemple des potentiels explosifs et des résistances mesurées entre deux boules métalliques plongées successivement dans l'eau et dans le sable très sec. Le détail sera publié ailleurs.

Distance des boules (mm).....	5	15	30	50	70	100
Eau (kilovolts)...............	13,3	16	17,2	17,8	18,9	20
Sable (kilovolts).............	13,3	24,5	31,8	36,2	38,8	41,7
Eau (ohms)..................	13	40	76	100	135	185
Sable (ohms).................	plus de 60000, limite d'utilisation du pont.					

L'argile fournit des nombres du même ordre. Le sol naturel n'étant jamais aussi sec que le sable employé, ni aussi conducteur que l'eau, les résistances apparentes opposées à une décharge brusque par un terrain sec et par un terrain humide sont nécessairement comprises entre celles qui correspondent aux potentiels du tableau précédent et par suite très voisines.

Conséquences. — 1° Les étincelles latérales de grande longueur s'expliquent mieux quantitativement par la résistance apparente du sol que par la

self seule. Les caprices de la foudre perdent beaucoup de leur bizarrerie : l'éclair n'ayant plus de préférence marquée pour la terre humide, sa marche se réglera presque exclusivement sur les résistances et les inductances des objets rencontrés au-dessus du sol et sur la répartition des ions dans l'air.

2° Dans la pratique, il convient de multiplier les descentes directes du paratonnerre et de les terminer par une surface métallique souterraine aussi étendue que possible; de préférence en terrain humide, mais seulement s'il peut être atteint à peu de frais.

3° La cage de Faraday du système Melsens doit être complétée par un fond conducteur horizontal sous les caves. Les fondations en béton armé peuvent jouer ce rôle. Sinon on a affaire, non à une cage de Faraday, mais à un cylindre de Faraday renversé, à l'entrée duquel, comme dans les expériences classiques, les variations du champ extérieur pénètrent plus ou moins. C'est sans doute ce qui est arrivé dans certaines explosions de poudrières, restées inexpliquées. C'était aussi le cas de l'Observatoire Vallot du Mont Blanc (*Comptes rendus*, 153, 1911, p. 986). Il eût suffi de compléter son revêtement métallique par-dessous pour le débarrasser de tout phénomène électrique gênant.

SPECTROSCOPIE. — *Les deux états normaux de la molécule* NO. Note de M. **Maurice Lambrey**, présentée par M. Ch. Fabry.

J'ai établi récemment [1] que la densité optique d'une masse constante d'oxyde azotique, enfermée dans un tube de section constante, augmente considérablement quand, l'épaisseur de la couche diminuant, la pression du gaz augmente. Il en est de même lorsque, à une masse constante d'oxyde azotique, enfermée dans un tube déterminé, on ajoute une quantité croissante d'un gaz étranger de nature quelconque.

Ces faits ont été établis à la fois pour les bandes γ et pour l'absorption générale. Je n'avais jusque maintenant fait aucune observation relative aux bandes β.

Je me suis proposé de chercher si la loi de variation de la densité en fonction de la pression est la même pour les bandes β et pour les bandes γ. *L'expérience montre qu'elle est totalement différente.*

Soient, en effet, deux tubes de longueur $l = 103^{cm},2$ et $l' = 0^{cm},898$, rem-

---

(1) Lambrey, *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 574; **190**, 1930, p. 261.

plis respectivement sous les pressions p et p'. Pour les bandes γ, la densité optique est alors la même si $lp^{1,81} = l'p'^{1,81}$. Au contraire les bandes β se trouvent visibles avec le tube long et non décelables pour le tube court.

Inversement, si les tubes de même section sont remplis avec une même masse de gaz, c'est-à-dire si $lp = l'p'$, les bandes γ sont considérablement plus intenses avec le tube court qu'avec le tube long, tandis que les bandes β sont à peine plus intenses ([1]).

Ainsi donc, pour une couche d'épaisseur constante d'oxyde azotique, *la densité optique des bandes γ est proportionnelle à $p^{1,81}$* (en première approximation à p^2), tandis que *la densité optique des bandes β est sensiblement proportionnelle à la pression*.

Ceci constitue la première vérification spectroscopique de l'existence de deux états ^{2}P *différents de la molécule* NO, *pouvant tous deux être considérés comme normaux*, car ils peuvent se présenter sans excitation autre que celle des molécules elles-mêmes.

Cependant l'un d'eux, état initial des bandes β, peut se présenter réellement pour une molécule toute seule; l'autre, état initial des bandes γ, ne se produit que lors des chocs des molécules NO, soit entre elles, soit avec d'autres molécules.

La loi en $p^{1,81}$ observée pour la densité optique des bandes γ peut s'expliquer en admettant que les molécules, rendues absorbantes par leur choc, restent dans l'état où elles se trouvent portées pendant un temps non négligeable. Un essai théorique m'a montré qu'on peut représenter les résultats expérimentaux en admettant que la durée de vie moyenne de cet état est environ $1,5.10^{-9}$ seconde.

Certains faits, connus depuis assez longtemps, indiquaient déjà que les états initiaux en absorption des bandes β et γ sont légèrement différents. Ainsi le coefficient b du terme d'énergie de rotation de l'état ^{2}P, qui s'écrit $b[J(J+1) - \sigma^2]$, présente pour la composante $^2P_1$ ($^2P_1$, $N'' = O$) d'après

---

([1]) Cette faible augmentation apparente d'intensité des bandes β avec la pression peut être considérée comme due à un élargissement des raies composantes (effet Lorentz). Pour les bandes γ d'une part, les phénomènes observés sont d'un ordre de grandeur tout différent; d'autre part, il ne semble pas que la largeur des raies varie beaucoup avec la pression. D'ailleurs on peut concevoir que la limitation des trains d'ondes pendant l'absorption s'effectue pour les bandes β par chocs entre molécules (effet Lorentz), tandis que, pour les bandes γ, elle est liée à la durée de la vie moyenne de l'état initial, phénomène intérieur à la molécule, donc indépendant de la pression.

Jenkins, Barton, Mulliken [1] (bandes β), la valeur 1,6754, et, d'après M. Guillery [2] (bandes γ), la valeur 1,663. Mais aucun auteur n'y avait attaché jusqu'ici d'importance [3].

BIRÉFRINGENCE MAGNÉTIQUE. — *Biréfringence magnétique du para-azoxyanisol à des températures supérieures au point de disparition de l'état mésomorphe*. Note de Mlle **Jacqueline Zadoc-Kahn**, présentée par M. A. Cotton.

Les mesures de la biréfringence que prend dans un champ magnétique le *p*-azoxyanisol fondu à l'état isotrope ont été faites à Bellevue, dans le champ du grand électro-aimant de l'Académie des Sciences, au moyen du montage optique [4] qui y est installé. Le champ était de 40700 gauss dans un entrefer de $35^{mm},1$ en charge, avec des pièces polaires terminales rondes de $60^{mm},9$. L'uniformité du champ, obtenue par le réglage convenable des pièces polaires, était rigoureuse à moins de 50 gauss près sur la longueur de 20^{mm} utilisée, ainsi que l'a montré l'exploration du champ par le gaussmètre Dupouy.

La cuve employée est taillée dans un cylindre épais de laiton, ayant 20^{mm} seulement de long, parce que le liquide, jaune orangé, absorbe la lumière. Elle est fermée par des couvre-objets maintenus appliqués au moyen de capuchons à vis, par l'intermédiaire de rondelles de feutre, le feutre restant élastique jusqu'aux températures de 180° environ auxquelles il est porté. La cuve entre à frottement doux dans un four constitué par un long cylindre de laiton chauffé par un courant. On la remplit de la substance fondue au préalable, par un canal creusé dans son épaisseur, et qui sert de réservoir de liquide. [Le produit employé, qui fond à 116° et devient isotrope à 133°, a été préparé, de même que celui que nous avons utilisé pour la mesure des indices à l'état solide [5], à partir du *p*-nitroanisol et du méthylate de Na d'après la

(1) Jenkins, Barton, Mulliken, *Phys. Rev.*, 30, 1927, p. 150.

(2) M. Guillery, *Zeit. f. Phys.*, 42, 1927, p. 121.

(3) Dans un travail récent, Schmid (*Zeit. f. Phys.*, 49, 1928, p. 428), analysant les bandes (0,0) et (1,0) du système γ, admet la valeur de Jenkins, Barton, Mulliken. Cependant le calcul montre que la formule de Schmid ne représente pas ses propres résultats. Pour toutes les branches indistinctement le désaccord entre les raies calculées et les raies observées atteint une valeur de l'ordre de la distance de deux raies consécutives de la même branche pour $J = 35$. Au contraire la valeur 1,663 permet de représenter correctement les résultats de Schmid et les miens.

(4) A. Cotton et G. Dupouy, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 602.

(5) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1138.

méthode de Gattermann et Ritschke.] La mesure des températures se fait au moyen d'une soudure thermo-électrique en cuivre-constantan qui plonge dans le liquide.

La biréfringence mesurée, positive, est considérablement plus forte que celle des liquides ordinaires et sa variation avec la température est très rapide, d'autant plus rapide que l'on est plus près de l'état nématique.

En refroidissant jusqu'au point de transformation le liquide porté à une température supérieure de 25° environ à ce point, la biréfringence, mesurée en degrés β de rotation de l'analyseur à pénombre, varie, pour $\lambda = 578$, de 10° à 95° (ce qui correspond à une variation de $n_e - n_0$ de 16.10^{-7} à 152.10^{-7}) alors que sous la même épaisseur et dans le même champ, l'effet Cotton-Mouton sur le nitrobenzène vers 20°, pour $\lambda = 578$, n'est que de 1°,48 (soit $n_e - n_0 = 2{,}4.10^{-7}$).

La biréfringence magnétique du *p*-azoxyanisol pris à l'état isotrope n'atteint d'ailleurs que le $\frac{1}{22000}$ environ de la biréfringence du même corps à l'état nématique ($n_e - n_0 = 0{,}34$), auquel cas l'orientation moléculaire est sensiblement complète, au voisinage du point de fusion, à de petites fluctuations près. On peut remarquer que les corps présentant un état nématique peuvent, mieux que les liquides ordinaires, renseigner sur le degré d'orientation des molécules par un champ magnétique : pour les liquides usuels on ne peut s'en faire une idée qu'en comparant leur biréfringence magnétique à la biréfringence du cristal correspondant, alors que les nématiques permettent la comparaison des biréfringences de deux états où les molécules ont le même nombre de degrés de liberté.

La courbe qui représente les valeurs de β en fonction de la température a une allure hyperbolique. En opérant à une température bien constante, les mesures de β se font à quelques centièmes de degré près, mais les différentes séries de mesures donnent des courbes décalées entre elles de quelques degrés par rapport à l'échelle des températures. Cette incertitude provient probablement du fait que la température du liquide n'est pas uniforme et que l'indication donnée par le couple ne correspond pas à sa valeur moyenne. Il est possible aussi que le décalage des courbes provienne d'une altération chimique de la substance au cours du chauffage prolongé auquel elle est soumise. Des mesures faites dans de meilleures conditions thermiques permettront prochainement de trancher la question.

M. G. Foëx, en se basant sur l'analogie des nématiques et des ferromagnétiques, qui permet de penser qu'au-dessus du point de clarification, comparable à un point de Curie [1], il subsiste un champ moléculaire qui

---

[1] Foëx, *Journal de Physique*, 10, 1929, p. 421.

favorise l'orientation des molécules, avait entièrement prévu la valeur élevée de la biréfringence magnétique du *p*-azoxyanisol isotrope, et sa rapide variation avec la température. La courbe trouvée présente en effet une grande analogie avec la courbe figurant, en fonction de la température, l'aimantation des ferromagnétiques au-dessus du point de Curie.

L'étude de la variation thermique de la biréfringence spontanée du *p*-azoxyanisol à l'état nématique n'a pas encore été faite, mais des mesures effectuées sur d'autres substances mésomorphes, il résulte (¹) que cette variation, particulièrement rapide à l'approche du point de clarification, est tout à fait analogue à la variation thermique de l'aimantation spontanée des ferromagnétiques [en particulier de certains ferro-cobalts (²) dont la courbe d'orientation spontanée s'interrompt brusquement au point de Curie, comme celle des nématiques au point de transformation].

PHOTO-ÉLECTRICITÉ. — *Sur le phénomène photo-électrique des solutions de ferrocyanure de potassium.* Note de M. **A. Blanc**, présentée par M. M. Brillouin.

Le ferrocyanure de potassium présente, en solution, sous l'action de la lumière d'un arc à mercure en quartz, un phénomène photo-électrique notable. Il a été particulièrement étudié par divers expérimentateurs (Poole, Zimmermann), qui n'ont pas toujours trouvé des résultats concordants.

Dans les expériences qui font l'objet de cette Note, le dispositif utilisé était celui qui a été décrit précédemment (³). La solution est contenue dans une petite cuvette en verre, placée sur une plate-forme métallique reliée à l'électromètre; un fil de platine plonge dans la solution et la fait communiquer avec cette plate-forme. La position de la surface du liquide, qui sert de cathode, est maintenue invariable : pour cela, on met toujours dans la cuvette exactement le même volume de solution, mesuré à l'aide d'une burette graduée. La position de l'anode, disposée horizontalement au-dessus de la cuvette, est repérée avec un cathétomètre, comme dans les expériences antérieures; sa distance à la surface du liquide est constamment égale à 5^{mm}.

Le maximum de concentration réalisé était de 17^g de ferrocyanure de potassium dans 100^g de solution (la saturation correspondrait, à la température ordinaire, à 20^g environ de sel dans 100^g de solution). Divers échantillons de ferrocyanure chimi-

(¹) Ch. Mauguin, *Revue de l'Université de Bruxelles*, 26, 1920-1921, p. 643.
(²) Foëx, *loc. cit.*
(³) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1835.

quement pur ont donné des résultats identiques à ceux du sel ordinaire de commerce. D'autre part, les solutions fraîchement préparées se comportent exactement comme celles qui datent de plusieurs mois.

Les résultats obtenus sont les suivants :

1° Dans les conditions des expériences, la lumière de l'arc à mercure en quartz qui arrive sur la surface de la solution produit un éclairement relativement faible, parce que le faisceau est diaphragmé; en outre, elle a traversé une grande épaisseur de quartz, égale à 3^{cm} environ. Le courant photo-électrique est alors très faible, même avec la solution la plus concentrée. Il est bien inférieur à celui qu'on obtient, dans les mêmes conditions, avec un métal : par exemple, il est 300 fois plus petit que celui que donne une lame de zinc qu'on vient de frotter avec du papier de verre.

En revanche, *la fatigue est tout à fait négligeable*. Il suffit de moins de 10 minutes pour que le courant soit pratiquement invariable : sa diminution devient inférieure à 0,5 pour 100 en 30 minutes. Les expérimentateurs qui ont étudié l'effet photo-électrique des solutions de ferrocyanure de potassium en fonction de la concentration, en les éclairant directement avec un arc à mercure intense, ont signalé, au contraire, des fatigues considérables, atteignant 28 pour 100 en 10 minutes (Zimmermann), qui ont compliqué leurs mesures.

2° *L'allure de la courbe qui représente le courant photo-électrique en fonction du champ électrique est exactement la même que pour les métaux*. Il n'y a pas davantage de courant de saturation, et même la courbe est un peu plus inclinée.

Si l'on compare, comme on l'a fait pour les métaux ([1]), les intensités du courant correspondant à deux champs déterminés (les mêmes que pour les métaux : 215 et 1680 volts par centimètre), on trouve un rapport du même ordre, mais plus grand. Tandis que le rapport obtenu avec des métaux fatigués atteint au plus 2,2 (pour l'aluminium), la solution de ferrocyanure de potassium donne 2,7 : il faut prendre de l'aluminium fraîchement frotté avec du papier de verre pour avoir une valeur aussi grande. Cette grande valeur du rapport considéré est à rapprocher de l'absence de fatigue.

Les expérimentateurs qui ont mesuré l'effet photo-électrique pour des concentrations différentes ont admis qu'il suffisait de prendre un champ électrique assez grand pour que le courant de saturation soit atteint, et ils

([1]) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 171.

ne paraissent pas s'être préoccupés de réaliser, dans leurs séries de mesures, un champ rigoureusement constant. Il y a là une cause d'erreur qui a pu influer sur leurs résultats; l'absence de saturation rend, d'ailleurs, l'interprétation de ces résultats difficile.

3° Quand la concentration passe de la valeur maxima à une valeur trois fois plus petite, le rapport défini plus haut est constant, aux erreurs des mesures près. *Pour un champ donné, les intensités varient dans un rapport constant, qui est égal à celui des poids de ferrocyanure contenus dans un même volume de solution.*

Pour les concentrations encore plus faibles, les courants photo-électriques deviennent trop peu intenses pour que leur mesure puisse se faire avec une précision suffisante.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la radioactivité acquise par les matériaux exposés à l'action des agents atmosphériques.* Note de MM. **Adolphe Lepape** et **Marcel Geslin**, présentée par M. G. Urbain.

1. Les réparations actuellement effectuées à la toiture du Collège de France (aile Est) nous ont fourni l'occasion d'étudier, à la suite de Mlle Maracineanu [1] et de M. Boutaric et Mlle Roy [2], la radioactivité de matériaux exposés depuis de longues années à l'action des agents atmosphériques.

Les observations ont porté : 1° sur une plaque (750^{cm^2}) et un disque (230^{cm^2}) de plomb (épaisseur : $1^{mm},5$) découpés dans la bande étroite qui, le long de l'arête faîtière, recouvre partiellement la première rangée d'ardoises (enfaîtement); 2° sur un fragment de lame de zinc couvre-joint (550^{cm^2}); 3° sur une ardoise (surface étudiée : 230^{cm^2}); 4° sur les poussières atmosphériques recueillies dans une gouttière.

Nous avons utilisé deux électroscopes de Chéneveau et Laborde montés, l'un (A) sur une chambre d'ionisation cylindrique de grand volume (diamètre : 16^{cm}; hauteur : 18^{cm}), qui favorise l'ionisation due à un rayonnement pénétrant, et l'autre (B), sur une chambre d'ionisation basse (diamètre : 18^{cm}; hauteur : 5^{cm}; électrode : disque de laiton de 10^{cm} de diamètre, à $3^{cm},5$ du fond), qui assure une meilleure utilisation d'un rayonnement α peu pénétrant. Le courant de fuite spontanée de l'appareil A (grand volume, faible capacité électrostatique) était de 15 ± 2 divisions du micromètre en 1000 secondes,

(1) S. Maracineanu, *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 774; **183**, 1926, p. 345; **184**, 1927, p. 1322 et 1547; **185**, 1927, p. 122; **188**, 1928, p. 746; **190**, 1930, p. 373.

(2) A. Boutaric et M. Roy, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 483.

et celui de l'appareil B, de 2,5 ± 0,1 divisions en 1000 secondes. Chaque surface a été examinée d'abord nue, puis recouverte d'un écran d'aluminium de $0^{mm},05$ d'épaisseur. Dans ce dernier cas, le courant d'ionisation s'est toujours montré sensiblement égal au courant de fuite spontanée. Le disque de plomb a été étudié à l'état brut, puis après grattage avec une petite carde métallique (épaisseur de métal enlevé sur chaque face : $0^{mm},05$ environ). La radioactivité des poussières qu'une brosse douce peut détacher, sous courant d'eau, de la bande de plomb prélevée a été également examinée.

Voici les résultats de nos mesures (valeurs moyennes s'écartant de 10 pour 100 environ des valeurs extrêmes), exprimés par le nombre de divisions du micromètre que la feuille de l'électroscope parcourt en 1000 secondes :

	Appareil.	Activité face nue.	Activité avec écran Al.
1. Plaque de plomb (750^{cm^2}), face externe brute..	A	45	0
2. » face interne brute..	A	12,5	0
3. Plaque de zinc (550^{cm^2}), face externe brute..	A	12	0
4. » face interne brute..	A	12	0
5. Disque de plomb (230^{cm^2}), face externe brute..	B	12	0
6. » face externe grattée.	B	2	0
7. » face interne brute..	B	3,1	0
8. » face interne grattée.	B	2	0
9. Poussières de la face externe du disque de plomb.	B	0,9	0
10. Limaille métallique de grattage du disque Pb..	B	8	0
11. Ardoise (230^{cm^2}), face externe brute...........	B	12,8	0
12. » face externe grattée.........	B	3,7	0
13. » face interne brute..........	B	2	0
14. Poussières atmosphériques (gouttière) (230^{cm^2}).	B	2,8	0

2. *Conclusions.* — 1° Conformément aux observations antérieures sur la radioactivité de la matière ordinaire, tous nos matériaux émettent un rayonnement très absorbable (rayons α), que nous avons pu aisément déceler à l'aide d'un électroscope de sensibilité moyenne.

2° L'activité du plomb s'est montrée supérieure à celle du zinc, mais pratiquement égale à celle de l'ardoise. Le rayonnement n'est donc pas spécifique des atomes du premier métal, ainsi que l'ont établi M. Boutaric et Mlle Roy.

3° La radioactivité du zinc est la même sur les deux faces. Pour le plomb, la face interne est certainement le siège d'une émission de rayons α, bien qu'elle soit quatre fois moins radioactive que la face externe. Or, la face externe de ces bandes étroites de métal s'étant trouvée seule exposée

au soleil, un rayonnement d'origine solaire (hypothèse de M[lle] Maracineanu) n'aurait pu provoquer la radioactivité observée sur leur face interne.

4° La radioactivité du métal brut (disque de plomb) est liée, pour une faible part, aux poussières adhérentes à sa surface, et, pour la majeure partie, à une impureté radioactive localisée dans une mince couche superficielle de métal (de l'ordre de $0^{mm},1$).

Ainsi que M. Boutaric et M[lle] Roy, nous admettons que cette impureté dérive des radioéléments de l'air. Mais nous pensons qu'il y a occlusion directe, non du radon, mais des radioéléments du dépôt d'activité induite qui, en vertu de leurs caractères électrochimiques, doivent se fixer, à des degrés divers, sur les surfaces solides exposées à l'air libre. Le dépôt peut avoir lieu sous l'action de la pesanteur ou du champ électrique de l'atmosphère, ou par l'intermédiaire des poussières, mais l'eau de pluie, nous semble-t-il, doit jouer un rôle prépondérant dans le mécanisme aussi bien du transport que de la fixation des atomes de RaA, RaB, RaC, etc. [1].

La disposition sur la toiture des lames métalliques étudiées montre que les poussières et les infiltrations d'eaux pluviales ont accès à leur face interne et peuvent ainsi la radioactiver. Des lames découpées dans des feuilles métalliques de grandes dimensions, dont la face interne est restée à l'abri des poussières extérieures et de la pluie, doivent, comme l'ont effectivement constaté M[lle] Maracineanu et M. Boutaric et M[lle] Roy, manifester une radioactivité négligeable.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le spectre d'absorption ultraviolette de la vapeur d'aniline.* Note de M. **Jean Savard**, présentée par M. Jean Perrin.

Le spectre d'absorption ultraviolette de la vapeur d'aniline comprend :

1° Une première région (s'étendant depuis 2980 Å jusqu'à 2632 Å). Ses 185 raies et bandes sont représentées par les deux équations

$$(a) \quad \nu_1 = 34330 + (p' - p_0)956 - 2(p' - p_0)^2 - 62p_0 + (q' - q_0)291 - 44q_0$$

(1) Nous entreprenons, sur ce point, de nouvelles recherches; mais nous signalerons brièvement ici que l'un de nous a déjà obtenu un dépôt abondant d'activité induite du Ra sur une feuille de nickel plongée dans une source radioactive (source Lepape, de Bagnères-de-Luchon) et un dépôt décelable sur la même feuille exposée pendant quelques heures à une pluie très intermittente.

et

$$(b)\qquad \nu_2 = 34821 + (p' - p_0)951 - 62p_0 + (q' - q_0)291 - 44q_0.$$

2° A partir de 2813 Å, certaines raies apparaissent qui sont beaucoup plus intenses que les raies ci-dessus; ces raies constituent une deuxième région représentée par l'équation

$$\nu_3 = 35630 + (p' - p_0)951 - 62p_0 + (q' - q_0)155 - 44q_0.$$

3° A partir de 2632 Å s'étend une zone d'absorption continue.

Certaines bandes présentent une structure fine, difficilement mesurable, et qui n'apparaît plus à partir de 2755 Å. A partir de 2700 Å, ce sont les bandes larges (correspondant aux mouvements de vibration qui perdent à leur tour toute netteté).

Nous avons mesuré en tout 220 bandes, dont les positions peuvent être calculées au moyen des équations ci-dessus.

Comparé aux spectres d'absorption des autres dérivés du benzène déjà étudiés, le spectre de l'aniline montre :

a. Que les valeurs des constantes caractéristiques de la molécule d'aniline sont tout à fait comparables aux constantes caractéristiques des autres dérivés benzéniques.

b. La déformabilité de la molécule d'aniline sous l'influence des radiations depuis le visible jusqu'à 2813 Å est de 4,6 pour 100 suivant la direction de vibration de la grande fréquence, et de 9,8 pour 100 suivant la direction de vibration de la petite fréquence. Cette déformabilité, comme ordre de grandeur, est comparable aux déformabilités des dérivés benzéniques déjà étudiés (benzène, toluène, phénol, crésol, chloro-bromo-iodobenzène, *o-m-p*-crésols, *o-m-p*-dichloro-dibromo-diiodobenzène).

Mais le spectre de l'aniline présente, par contre, des particularités remarquables :

a. Les énergies d'activation des deux bandes d'origine $\nu_1 = 34330$ et $\nu_2 = 34821$ sont de 97840 cal-mol-gr et de 99239 cal-mol-gr.

Ces énergies sont beaucoup plus faibles que celles des autres dérivés benzéniques étudiés.

Le groupement NH^2, introduit dans la molécule de benzène, la rend d'une activation optique beaucoup plus facile.

Le tableau suivant représente les abaissements d'énergie d'activation produit dans la molécule de benzène par introduction de divers substituants :

Substituants	CH^3.	OH.	Cl.	$\underset{1\ 2}{CH^3OH}$.	$\underset{1\ 3}{CH^3OH}$.	$\underset{1\ 4}{CH^3OH}$.
Abaissements	177	3229	1176	3530	4275	6110
Substituants	$\underset{1\ 2}{ClCl}$.	$\underset{1\ 3}{ClCl}$.	$\underset{1\ 4}{ClCl}$.	$\underset{1\ 2}{BrBr}$.	$\underset{1\ 3}{BrBr}$.	NH^2.
Abaissements	3956	4101	4926	4526	4788	8986

Cette faible valeur de l'énergie d'activation de la molécule d'aniline est probablement en rapport avec le fait que l'aniline est, de tous les composés étudiés, celui qui est le moins stable (endothermique).

b. A partir de 2813 Å, il se produit une modification brusque de l'état électronique de la molécule d'aniline à laquelle correspond une énergie d'activation de 101 545 cal-mol-gr.

La molécule d'aniline peut donc passer à un niveau d'activation supérieur pour lequel la petite fréquence de vibration n'est plus que 155 au lieu de 291, tandis que la grande fréquence n'a pas changé. La molécule ne s'est donc pas déformée suivant la direction de la grande fréquence; elle s'est au contraire déformée suivant la direction de la petite.

On sait que cette déformation est donnée par l'équation

$$r_2 = r_1 . \left(\frac{291}{155}\right)^{\frac{2}{3}}, \qquad \text{d'où} \qquad r_2 = r_1 . 1,52.$$

Les groupes vibrants se sont donc écartés considérablement sous l'influence des radiations plus dures que 2813 Å.

La molécule d'aniline se trouve dans un état de prédissociation; elle apparaît donc comme un édifice beaucoup moins rigide que ceux des autres molécules des dérivés benzéniques.

c. Parmi ces composés, l'aniline est le seul jusqu'à présent dont le spectre présente une zone d'absorption continue correspondant à une dissociation ou à une ionisation de la molécule.

d. Si nous comparons les chaleurs de combustion du benzène, du toluène, du phénol, de l'aniline, on constate qu'elles sont proportionnelles à la variation d'énergie de vibration des molécules correspondantes, pour des variations de ± 1 des nombres quantiques p et q.

En effet, on a le tableau suivant :

Corps.	Chaleurs combust. (cal-mol-gr).	$\alpha_0 + \beta_0$.	Chaleur combust. ($\alpha_0 + \beta_0$).
Benzène	781	1143	1,47
Toluène	938	1394	1,48
Phénol	732	1036	1,42
Aniline	818	1212	1,48

Je m'empresse d'ajouter que la remarque ci-dessus repose probablement sur une simple coïncidence; mais le fait de pouvoir calculer, d'après le spectre d'absorption, les chaleurs de combustion du benzène, toluène, phénol et aniline, en connaissant celle de l'un d'entre eux, me paraît devoir être signalé.

CHIMIE MINÉRALE. — *Complexes du cyanure de manganèse quadrivalent.* Note de M. **Al. Yakimach**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons étendu nos recherches sur les complexes du manganèse quadrivalent [1] en préparant des mangani-(4)-cyanures.

Mangani-(4)-cyanure de potassium. — On ajoute peu à peu à une solution à 80 pour 100 de CNK, une solution saturée de MnO^4K tout en agitant constamment. Cette solution, qui, dès l'addition des premières gouttes devient verte, brunit aussitôt après en donnant naissance à un composé rouge, qui, examiné au microscope, se présente sous la forme de beaux cristaux aiguillés. Un excès de MnO^4K provoque la précipitation de l'hydrate de manganèse aux dépens de ces cristaux. La solution additionnée de quantité convenable de MnO^4K est laissée quelques jours au repos. Il se dépose d'abord un mélange de cristaux en aiguilles et d'hydrate de bioxyde de manganèse qui est filtré, et la solution rouge brun d'aspect colloïdal qui contient évidemment de l'hydrate manganique à l'état dispersé est gardée encore pendant deux jours; elle fournit à nouveau un mélange de cristaux et d'hydrate de manganèse. On répète la filtration et continue ces opérations jusqu'à ce qu'il ne se dépose plus le moindre précipité; la solution brun rouge étant devenue absolument limpide par suite de la floculation totale de l'hydrate manganique. Elle reste ainsi pendant un certain temps, puis d'un seul coup, on constate le dépôt de grands cristaux d'un rouge

(1) V. Auger et Al. Yakimach, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 603.

brillant. L'eau mère perd sa couleur en devenant jaunâtre et laisse déposer plus tard des cristaux de CNK. Tout ceci demande environ trois semaines.

Si, au contraire, on a travaillé en présence d'un excès de CNK, c'est celui-ci qui cristallise en premier lieu; par la suite, la solution filtrée laisse déposer un mélange de CNK et de cristaux aiguillés. Cette variante n'a jamais fourni de cristaux purs et a été abandonnée.

Le produit obtenu se dissout dans l'eau en jaune en s'hydrolysant presque immédiatement. Il se dégage alors du CNH et il se dépose de l'hydrate de manganèse brun. La réaction de cette solution est alcaline, ainsi que celle de l'eau mère. Les acides ClH, NO^3H, SO^4H^2 concentrés décomposent le complexe en donnant un dépôt brun et une solution vert jaune. L'alcool ordinaire l'attaque après un contact prolongé. L'alcool méthylique l'attaque plus lentement encore; l'alcool méthylique à 75 pour 100 est complètement miscible à l'eau mère, tout en restant sans action sur le complexe lui-même; aussi avons-nous pu laver de cette façon les cristaux essorés. Le produit brunit à l'air. Il se décompose à 230° en noircissant sans fondre. La solution aqueuse, préparée au moment même, donne avec les sels :

$Sn^{\cdot\cdot}$, pas de réaction;
$Fe^{\cdot\cdot}$, un précipité bleu;
$Zn^{\cdot\cdot}$, un précipité brun rougeâtre;
$Co^{\cdot\cdot}$, un précipité brun clair;
$Fe^{\cdot\cdot\cdot}$, une solution verte passant quelques minutes plus tard au jaune stable sans dépôt.

L'analyse du produit a été effectuée de la façon suivante :

On a déterminé le cyanogène, après distillation de la solution acidulée par SO^4H^2, par la méthode de Liebig-Denigès.

Le manganèse a été précipité en phosphate ammoniaco-manganeux et pesé en pyrophosphate.

Le potassium a été pesé en sulfate.

La valence du manganèse a été déterminée en traitant par H^2O^2 en excès la solution du sel acidulée par SO^4H^2 et mesurant l'oxygène dégagé. On a trouvé un atome de l'oxygène actif correspondant au passage de MnO^2 à MnO.

Nous pouvons ainsi établir une formule de ce composé qui doit être notée $K^4Mn(CN)^8$:

Analyse.

	Trouvé pour 100.		Calculé pour $K^4Mn(CN)^8$.
Mn	13,04	13,26	13,11
CN	48,83	49,08	49,67
K	38,24	38,31	37,34
O (actif)	4,03	3,85	3,82

Nous avons constaté qu'il était possible d'obtenir d'autres sels de mangani-(4)-cyanures et nous continuons ces études.

Des complexes possédant un indice de coordination aussi élevé sont fort rares : nous n'avons trouvé, dans la bibliographie, que les complexes de molybdène et de tungstène $Mo(CN)^8K^4.2H^2O$ et $W(CN)^8K^4.2H^2O$. Ces deux produits sont hydratés et beaucoup plus stables. Les chimistes qui les ont étudiés, Rosenheim d'une part, Olsson Collenberg d'autre part, ne sont pas d'accord sur la valence des métaux dans ces complexes, l'un admettant la quadrivalence, et l'autre les tenant pour pentavalents.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Paradivinylbenzène et paradiacétylénylbenzène.* Note de MM. **Lespieau** et **Deluchat**, présentée par M. Matignon.

Le glycol para $C^6H^4(CHOH.CH^3)^2$ entrevu par Ingle (1) a été obtenu cristallisé par l'un de nous (2); en le traitant par le tribromure de phosphore en présence de chloroforme nous en avons préparé la dibromhydrine déjà décrite par Ingle. En distillant cette dibromhydrine avec de la quinoléine en grand excès, le même auteur a obtenu un liquide à odeur de pétrole qui semblait bouillir vers 180° et qui donnait un tétrabromure par addition de brome. Ce liquide est le divinylbenzène para

$$CH^2=CH-C^6H^4-CH=CH^2 \quad (para)$$

que nous avons obtenu pur sous forme de cristaux fondant bien à 31° et passant à 52° sous 4^{mm}. A 40° nous lui avons trouvé : densité 0,913, indice D 1,5820, ce qui implique une réfraction moléculaire 47,45, la théorie ne voulant, sans exaltation, que 44,05; mais une exaltation est de règle avec une constitution du genre de celle que possède le corps en question.

(1) Ingle, *Ber. deutsch. chem. Ges.*, 27, 1894, p. 2527.

(2) Deluchat, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 438.

Ce carbure se polymérise avec une grande rapidité, en donnant une poudre amorphe, insoluble dans les solvants habituels et qui, chauffée, jaunit puis se décompose. Aussi est-il nécessaire, si l'on veut utiliser ce corps pour des réactions ultérieures, de le faire aussitôt après sa production. Par fixation de quatre atomes de brome nous en avons dérivé le tétrabromure de Ingle, et trouvé, comme ce dernier, 157° pour point de fusion, pas très net cependant, probablement par suite de la présence de plusieurs isomères. Comme nous voulions obtenir le paradiacétylénylbenzène il était inutile de séparer ces isomères pour le moment.

22^g de ce tétrabromure additionnés de 50^{cm^3} d'alcool ont été chauffés au réfrigérant ascendant pendant qu'on y faisait tomber goutte à goutte 50^g de potasse dissoute préalablement dans 150^{cm^3} d'alcool. L'ébullition se maintient très vive au début de la réaction pendant qu'il se sépare du bromure de potassium. Quand toute la potasse a été introduite on chauffe encore quelques instants, après quoi on verse le tout dans l'eau et l'on épuise à l'éther. La solution éthérée est alors additionnée de carbonate de potasse sec, puis on chasse le solvant. Il reste ainsi des cristaux jaunâtres qu'on purifie par plusieurs cristallisations dans l'acide acétique : on dissout dans l'acide chaud et l'on ajoute ensuite un peu d'eau; par refroidissement le carbure cristallise bien. On a eu finalement 3^g de cristaux légèrement jaunes.

Ce carbure, qui fond nettement à 95°, se conserve à l'obscurité, mais à la lumière il se colore rapidement en violet; c'est le paradiacétylénylbenzène

$$CH \equiv C - C^6H^4 - C \equiv CH \quad (para),$$

deux fois acétylénique vrai. On y a trouvé pour 100 : C 94,69 et H 4,92, la théorie voulant 95,24 et 4,76; poids moléculaire par cryoscopie acétique 127, théorie 126. Ce carbure précipite en jaune le chlorure cuivreux ammoniacal, et en jaune aussi le nitrate d'argent alcoolique ou ammoniacal. Avec le nitrate alcoolique, le précipité contient 63,99 d'argent pour 100; si sa formule est $C^6H^4(C \equiv CAg.NO^3Ag)^2$, on doit y trouver 63,53. Faisons observer cependant que le pourcentage d'argent est juste le même que celui exigé pour NO^3Ag, ce qui ne permet pas de conclure sur le nombre de molécules de nitrate d'argent ajoutées au dérivé argentique

$$C^6H^4(C \equiv CAg)^2,$$

mais permet d'affirmer qu'il s'agit bien du composé deux fois acétylénique vrai. Ajoutons que ce précipité argentique déflagre sans fondre vers 280°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la fixation de l'ozone par les liaisons benzéniques et les liaisons acétyléniques.* Note [1] de MM. **Georges Brus** et **G. Peyresblanques**, transmise par M. Paul Sabatier.

Nous avons résumé [2] les résultats obtenus dans l'étude de la vitesse de fixation de l'ozone par les *doubles liaisons non benzéniques*. Les courbes d'ozonisation, obtenues comme nous l'avons indiqué, présentent deux parties : l'absorption de O^3 est d'abord intégrale : un palier confondu avec l'axe des abscisses correspond à la formation de l'ozonide normal ; puis la proportion de O^3 non absorbé croît très brusquement et augmente ensuite linéairement pour se rapprocher de la teneur en O^3 de l'oxygène ozonisé ; cette deuxième partie correspond à la formation d'un perozonide.

Nous avons étudié de la même manière la vitesse de fixation de l'ozone sur les liaisons benzéniques et sur les triples liaisons.

Cas des liaisons benzéniques. — L'allure des courbes (*fig.* 1) est nettement

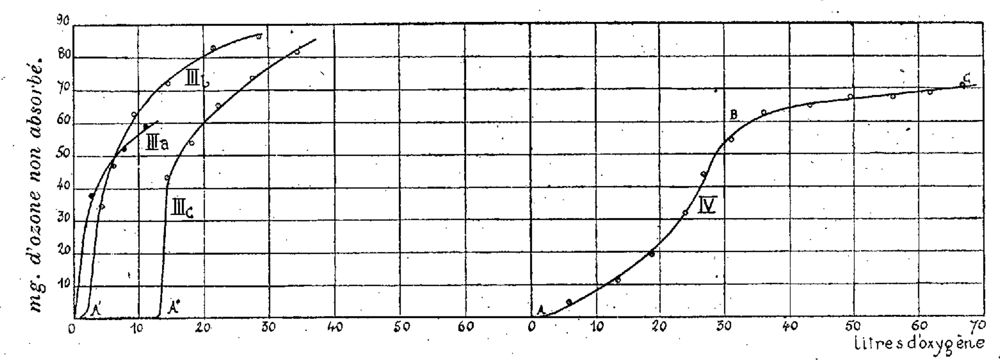


Fig. 1. — III_a, benzène; III_b, phénylcyclohexène; III_c, styrolène.

Fig. 2. — Heptine.

différente de celle observée dans le cas des doubles liaisons non benzéniques ; *l'ozone n'est jamais intégralement absorbé* (benzène et homologues, naphtalène) même avec de faibles teneur en O^3 et un gros excès de corps à ozoniser (benzène sans solvant).

Si la molécule renferme une double liaison aliphatique et un noyau ben-

(1) Séance du 10 mars 1930.

(2) Georges Brus et G. Peyresblanques, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 501.

zénique, l'ozone se fixe d'abord quantitativement sur la première, et en second lieu seulement sur le noyau; la courbe présente un palier (OA) correspondant à la formation du monoozonide sur la double liaison, et une deuxième partie analogue à la courbe de fixation de O^3 sur le benzène (styrolène-phénylcyclohexène).

Cas des triples liaisons. — L'ozone se fixe sur les composés acétyléniques à raison de une molécule par triple liaison.

Cette fixation, plus aisée que celle de O^3 sur les liaisons benzéniques, est encore ici plus difficile que dans le cas des doubles liaisons non benzéniques, comme le montre la courbe de la figure 2, relative à l'heptine (courbe analogue pour l'acide phénylpropiolique); *de l'ozone non absorbé se dégage dès le début de l'ozonisation.*

Les courbes d'ozonisation permettent donc de différencier très nettement les doubles liaisons non benzéniques des liaisons benzéniques et des triples liaisons.

Molinari [1], qui avait constaté ce dégagement d'ozone dès le début de l'ozonisation des composés benzéniques et acétyléniques, en avait conclu que les liaisons benzéniques et acétyléniques n'absorbaient pas l'ozone et pouvaient être distinguées ainsi des doubles liaisons; il soutint à ce sujet une controverse avec Harries [2]; ses conclusions, quoique fausses, contenaient une part de vérité que les courbes d'ozonisation ont permis de préciser.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Aimantation permanente de laves d'Islande et de Jan Mayen.* Note [3] de M. **Raymond Chevallier**, présentée par M. J.-B. Charcot.

Les diverses cartes d'isogones et d'isoclines dressées pour toute la surface du globe depuis le XVIe siècle, par exemple celles de l'Atlas de Fritsche [4], montrent immédiatement le caractère fondamental des récents changements d'orientation du champ terrestre dans les régions polaires : Ce champ, proche de la verticale, conserve une inclinaison presque constante (78°), mais en déclinaison il varie dans de larges limites.

---

(1) Molinari, *D. ch. Ges.*, 40, 1907, p. 4154; 41, 1908, p. 2782.

(2) Harries, *D. ch. Ges.*, 40, 1907, p. 4905.

(3) Séance du 10 mars 1930.

(4) H. Fritsche, *Atlas des Erdmagnetismus*, Riga, 1903.

Il était intéressant de chercher, sur des laves récentes, si l'on retrouverait ces caractères. Les seules mesures que nous possédions sur des laves polaires sont de P. Mercanton ([1]). Parmi les échantillons qu'il rapporta, des laves de Jan Mayen ont fourni une inclinaison de 81° conforme à la valeur récente mais les prélèvements n'avaient pas été faits en vue d'une mesure de déclinaison.

Je désirais donc poursuivre cette étude quand la croisière de 1925 du *Pourquoi-Pas?* me fournit, grâce à l'obligeance du commandant Charcot, une occasion inespérée de mettre mon projet à exécution et de compléter diverses conclusions formulées antérieurement au sujet des laves de l'Etna.

J'ai pris au cours du voyage 22 échantillons, tant aux Féroé qu'à Jan Mayen et en Islande. La présente Note groupera les résultats de ces deux dernières régions qui correspondent aux laves récentes. Chaque bloc porte la trace d'un plan horizontal et du méridien géographique; un numéro indique l'ordre chronologique de prélèvement. L'aimantation est déterminée au laboratoire par une méthode d'induction ([2]).

Les points de prélèvement ayant été publiés dans les *Annales hydrographiques* (1925-1926), je donnerai seulement quelques indications géographiques sommaires.

Les échantillons de Jan Mayen furent pris en deux points au voisinage immédiat de la côte : Le groupe E (4 blocs) provient de la baie anglaise sur la côte nord, le groupe F (2 blocs) d'une anse voisine de la baie Jameson où P. Mercanton détacha ses trois échantillons. Ce sont des laves homogènes à aspect récent mais sans dates définies. Le groupe G (4 blocs) de laves islandaises fut au contraire détaché d'une coulée historique, Thurahraun, à 45^{km} au sud-est de Reykjavik, coulée que Thorodsen ([3]) estime être de l'an 1000.

Les résultats des mesures magnétiques sont consignés dans le tableau suivant. Les déclinaisons occidentales et les inclinaisons boréales sont notées positivement. Le moment spécifique M_s est calculé en unités C.G.S. par kilogramme de lave.

([1]) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 859.
([2]) R. Chevallier, *Ann. de Phys.*, 10e série, 4, 1925, p. 5.
([3]) *Geol. Mag.*, New Series, Décade 2, Vol. 7, 1880, p. 458.

N° du bloc.	Déclinaison.	Inclinaison.	M_s.
	Groupe E.		
13	74°	80°	2,48
14	»	76	2,59
15	80	80	2,18
16	50	74	1.36
Moyenne	68	78	2,15
	Groupe F.		
17	−20	82	3,47
18	−44	82	4,73
Moyenne	−32	82	4,1
	Groupe G.		
19	− 8	70	9,67
20	+ 1	75	8,62
21	− 9	73	10,3
22	−31	67	9,45
Moyenne	−12	71	9,51

1° Les inclinaisons sont toutes fortement boréales. Celles de Jan Mayen sont comprises dans l'intervalle actuel 77°-81°. En particulier les deux échantillons de la baie Jameson redonnent bien le nombre de P. Mercanton.

Celles d'Islande sont toutes plus faibles que la valeur actuelle 77°. Mais, étant donnée la grandeur anormale de l'aimantation, cela n'a rien d'étonnant.

2° Pour la déclinaison les nombres sont très dispersés, beaucoup plus que pour les inclinaisons, ce qui va de pair avec la faiblesse de la composante horizontale du champ inducteur. Notons toutefois qu'à Jan Mayen les deux coulées donnent des nombres très éloignés l'un de l'autre impliquant pour la déclinaison une grande amplitude de variation. Ces nombres sortent des limites de l'intervalle actuel.

En Islande la valeur trouvée correspond à peu près au minimum de l'intervalle historique, ce qui cadre bien avec la date récente de ce courant.

3° Les deux coulées de Jan Mayen nous montrent la possibilité d'établir une classification de ces courants par voie magnétique, leur déclinaison les différenciant de façon très significative.

4° Les moments magnétiques spécifiques semblent fort variables. Rap-

pelons que dans le massif de l'Etna nous avions trouvé, pour toutes les laves historiques, une intensité d'aimantation à peu près constante de 8 C. G. S. par décimètre cube, soit 2,7 par kilogramme. Ce nombre se rapportait à des échantillons homogènes. Les laves de Jan Mayen qui sont dans ce cas s'écartent beaucoup de la valeur précédente dans les deux sens.

Quant aux laves d'Islande, elles atteignent un moment tout à fait anormal, même pour une lave poreuse superficielle en général beaucoup plus aimantée qu'une lave homogène. Pour les laves poreuses de l'Etna j'ai atteint quelquefois 6 C. G. S., mais n'ai dépassé ce nombre qu'en des points singuliers.

De nouveaux échantillons seront nécessaires avant toute généralisation.

ÉCONOMIE RURALE. — *Les facteurs de la valeur boulangère du blé.* Note de M. **Schribaux**, présentée par M. P. Viala.

A quelles circonstances attribuer les variations si larges observées dans la valeur boulangère des blés? Dans cette Note nous envisageons l'influence de la variété, du climat et de la méthode de culture, celle des engrais azotés en particulier.

On sait que la teneur d'un blé en azote est liée étroitement à sa teneur en gluten et, par conséquent, à sa valeur boulangère. Étant donné le très grand nombre d'échantillons sur lequel nous opérons, il ne faut pas songer à les panifier tous, opération laborieuse et très onéreuse. Pour déblayer le terrain, nous nous en tenons provisoirement à des dosages d'azote, quitte à contrôler ensuite, par une épreuve de panification, les résultats paraissant significatifs.

Influence de la variété (Tableau I). — Les deux blés que nous opposons, Garnett et Alliés sont, l'un et l'autre, de valeur industrielle satisfaisante. Celle de Garnett, un blé de force du Canada, est exceptionnelle, aussi fait-il prime sur le marché.

Tableau I.

	Azote pour 100.	
	Alliés.	Garnett.
Engrais complet	1,45 = 100	2,52 = 174
» nitrate en couverture	1,53 = 100	2,54 = 166
» sans azote	1,58 = 100	2,41 = 155
Sans engrais	1,60 = 100	2,59 = 162

Influence du climat (Tableau II). — Trois variétés ont été cultivées, à la

fois, en Bretagne, près de Lorient, sur le rivage de la mer, dans une terre de bonne fertilité, et à Cappelle (Nord) en terre de limon des plateaux, également fertile et parfaitement cultivée.

A dessein, pour accentuer l'influence du climat, nous avons fait choix, en Bretagne, d'un champ d'expériences où l'état hygrométrique de l'air fût maximum, circonstance la plus défavorable à la production de la matière azotée.

TABLEAU II.

Variétés.	Azote pour 100. Bretagne.	Azote pour 100. Cappelle (Nord).
Vilmorin 23	1,36 = 100	1,78 = 131
G 4 (Schribaux)	1,48 = 100	1,95 = 131
L 4 (Schribaux)	1,63 = 100	1,88 = 115

Influence de la méthode de culture (Tableau III). — Nous nous bornons aujourd'hui, en ce qui concerne les fumures, à l'étude des engrais azotés, de ceux qui, *a priori*, semblent devoir agir de la façon la plus nette sur la teneur en azote, engrais que nous avons appliqués à des semis de différentes densités et à écartements variables. *Alliés* est la variété qui a servi aux expériences.

TABLEAU III.

	Semis du 27 février à 120kg. Lignes distantes de :		Semis du 27 février à 200kg. Lignes distantes de :	
	25cm. Azote %.	17cm. Azote %.	25cm. Azote %.	17cm. Azote %.
Engrais complet	1,48=100	1,47=100	1,45=100	1,46=100
Engrais complet + nitrate en couverture	1,51=102	1,61=109,5	1,53=105,5	1,55=106
Engrais complet sans azote	1,46= 98,6	1,53=104	1,58=108,9	1,53=104,8
Sans engrais	1,51=102	1,52=103,4	1,60=110,3	1,49=102

Voici les conclusions qui se dégagent de l'examen des nombres qui précèdent : 1° L'influence de la variété prime nettement celle des autres facteurs ; — 2° Après la variété, le climat est celui dont l'action est la plus marquée ; — 3° Si la méthode de culture, l'application de fumures azotées en particulier, permet à l'agriculteur d'agir très efficacement sur la *quantité* de la récolte, son influence sur la *qualité* est à peu près nulle.

En définitive, de ces recherches ressort le fait important que le sélectionneur tient entre ses mains la solution du problème de la valeur boulangère des blés français.

Dans un avenir prochain, ce problème sera résolu chez nous, et le pays pourra se libérer du lourd tribut (trois milliards environ chaque année, depuis la guerre) versé à l'étranger pour se procurer les blés de force sans lesquels il ne serait plus possible, du moins au dire des meuniers, de maintenir au pain français la légitime réputation qu'il s'est acquise.

ZOOLOGIE. — *Mode de formation des spermatophores chez quelques Pagures.* Note de Mlle **Simone Mouchet**, présentée par M. F. Mesnil.

L'étude des six Pagures que l'on trouve communément à Roscoff montre que la morphologie du canal déférent varie suivant les espèces. Aux différences anatomiques sont liées des différences dans la forme des spermatophores; à un canal de structure compliquée correspond généralement un spermatophore hautement différencié. Contrairement à ce qu'on pourrait croire, il n'y a aucune relation entre la complexité de structure du canal et le mode de formation des ampoules de spermatophores aux dépens de la colonne spermatique : le canal de *Diogenes pugilator* qui est le plus complexe est le siège du processus le plus primitif.

Chez tous les Pagures, c'est au point de changement de courbure des deux hélices ou spirales consécutives que se produit, dans le flux continu du sperme, une fragmentation soit en arceaux, soit en tronçons rectilignes successifs, le deuxième mode découlant d'ailleurs du premier.

Diogenes pugilator offre l'exemple de la formation d'arceaux. Tout se passe comme si la colonne incurvée de flux spermatique, moulée par son passage dans la première hélice, conservait sa courbure en arrivant dans la seconde hélice, à enroulement inverse. Rencontrant alors la paroi du canal sur sa face interne concave, elle bute contre elle et, par réflexions successives, décrit des arcs dont la courbure est contraire à celle du canal qui les contient. Chaque point de réflexion devient le sommet d'une ampoule dans laquelle viennent s'accumuler les spermatozoïdes de deux demi-arcs voisins. La base effilée de l'ampoule se constitue par l'union deux à deux des sommets des arcs. On aboutit à la formation de masses piriformes. La complexité de ce processus n'est pas manifeste; il semble, à première vue, que le flux spermatique a ondulé en une sinusoïde dont les arcs inférieurs se sont soudés deux à deux. Ainsi, au cheminement du cylindre de spermatozoïdes, se trouve substitué celui de gouttelettes de plus en plus sphériques et indépendantes les unes des autres.

A l'endroit précis où s'opère le changement de courbure des hélices, se produit, chez tous les Pagures, une sécrétion qui enveloppe d'une gaine continue la colonne de spermatozoïdes. On comprend que, ici, lors de la formation de l'ampoule, deux surfaces de la gaine tournées l'une vers l'autre s'accolent en une lame médiane partageant l'ampoule en deux moitiés.

Clibanarius misanthropus présente un mode analogue. La colonne cylindrique de spermatozoïdes englués qui arrive au point d'inflexion de la double hélice ondule dans le canal de manière à constituer des arcs successifs solidaires. Par amincissement de leurs extrémités, ils deviennent de véritables ménisques à bords minces remplis de spermatozoïdes, enveloppés d'une gaine qui relie entre eux par un filament étiré deux ménisques consécutifs.

On voit que, dans le cas de *Diogenes pugilator* comme dans celui de *Clibanarius misanthropus*, la fragmentation de la colonne continue de sperme se produit par formation d'arcs successifs dont les extrémités s'amincissent.

Il n'en est pas de même chez les *Eupagurus* où nous assistons à la formation de bâtonnets. La colonne, entre les deux spires, se décompose en petits cylindres successifs d'égal volume, réunis par un étirement de leur gaine. Ce fin tube d'union prend une direction perpendiculaire à l'axe du canal et est renflé en son milieu d'une vésicule qui contient de 1 à 4 spermatozoïdes. Ainsi se trouve réalisée une succession de chevrons à branches très inégales, inclinés vers l'avant, et dont la grosse branche représente l'ampoule du spermatophore, la petite la vésicule accessoire. Les ampoules, pénétrant dans une partie du canal de plus en plus élargie, deviennent plus courtes et plus hautes, puis leur grand et leur petit axe s'interchangent.

Ce cas se retrouve identiquement chez *Anapagurus hyndmanni* du côté droit; du côté gauche, au contraire, les spermatophores s'ébauchent sous forme de bâtonnets, mais il n'y a pas de corpuscule accessoire, et le modelage de l'ampoule est compliqué. Au moment où la partie antérieure d'un arceau s'effile, aucun spermatozoïde ne s'y trouve emprisonné; il n'y a donc pas de renflement vésiculaire et les ampoules se succèdent sans intercalation de corpuscules accessoires. Il n'y a jamais plus de quatre ampoules en formation à la fois. La dernière apparue se présente comme un tétraèdre dont un sommet est tourné vers la future embase. Ce tétraèdre subit deux mouvements, de bascule d'arrière en avant et de rotation de 90° sur lui-même. La partie inférieure de la capsule qui entoure l'ampoule s'étire, s'infléchit, puis se tord. On a finalement un spermatophore globuleux qui, par l'absence de corpuscule accessoire et la présence d'un pédicule, fait penser à ceux de *Diogenes* et de *Clibanarius*.

Le dimorphisme, récemment signalé par Ch. Pérez (¹), indépendant du mode de fragmentation de la colonne, est dû aux dimensions du canal et aux remaniements secondaires de l'ampoule.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Dosage de l'acide urique, basé sur l'urée produite par fermentation et hydrolyse.* Note de MM. **R. Fosse**, **A. Brunel** et **P. de Graeve**, présentée par M. É. Roux.

Les transformations totales, précédemment réalisées : de l'acide urique en allantoïne par l'uricase (²), de l'allantoïne en acide allantoïque par l'allantoïnase (³), de l'acide allantoïque en urée par hydrolyse (⁴), précédée de la destruction de l'urée ambiante par l'uréase, s'unissent pour poser le principe d'une méthode de dosage spécifique de l'acide urique, à l'état d'urée, même en présence d'urée :

$$CO(NH^2)^2 \xrightarrow[+H^2O]{\text{Uréase}} CO^2 + 2NH^3$$

$$\begin{array}{lll} NH - CO & & \\ | \quad\;\; | & & \\ CO \quad C - NH & & \\ | \quad\;\; \| & \!\!>CO & \\ NH - C - NH & & \end{array} \xrightarrow[+O+H^2O-CO^2]{\text{Uricase}} \begin{array}{ccc} NH^2 & NH^2 & \\ | & & \\ CO & CO & CO \\ | & | & | \\ NH & - \; CH \; - & NH \end{array} \xrightarrow[+H^2O]{\text{Allantoïnase}} \begin{array}{ccc} NH^2 & & NH^2 \\ | & & | \\ CO & COOH & CO \\ | & | & | \\ NH & - \; CH \; - & NH \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} NH^2 & & NH^2 \\ | & & | \\ CO & COOH & CO \\ | & | & | \\ NH & - \; CH \; - & NH \end{array} \xrightarrow[+2H^2O]{\text{Hydrolyse}} \begin{array}{c} COOH \\ | \\ CH(OH)^2 \end{array} + 2\begin{array}{c} NH^2 \\ | \\ CO \\ | \\ NH^2 \end{array}$$

Afin de rendre la méthode aisément applicable aux milieux biologiques, nous avons cherché et réussi : à supprimer l'agitation mécanique à l'étuve, à provoquer simultanément les trois fermentations et à trouver enfin un extrait actif (rein de bœuf), détruisant l'acide urique en présence de l'urine. Il suffit de laisser fermenter une nuit la solution urique, additionnée d'extrait rénal et de soja (E) et, en même temps comme témoin, l'extrait pourvu de soja (T). Après 30 minutes d'hydrolyse chlorhydrique, on précipite

(¹) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 393.

(²) R. Fosse, A. Brunel et P. de Graeve, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 79; *C. R. Soc. de Biologie*, 103, 1930, p. 67.

(³) R. Fosse, A. Brunel et P. de Graeve, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1418.

(⁴) R. Fosse et V. Bossuyt, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 106.

l'urée des deux milieux préalablement déféqués. En divisant par 5 la différence entre les poids d'urée xanthylée produits par E et T, on trouve, avec l'approximation de ± 1 pour 100, l'acide urique soumis au dosage.

Technique. — Placer pendant une nuit, au bain d'eau à 40°, en fioles bouchées (50^{cm^3}), la solution urique, de titre compris entre $0^g,2$ et $0^g,8$ (5 ou 10^{cm^3}), additionnée d'extrait de rein de bœuf, 20 pour 100 (1 ou 2^{cm^3}), de soja finement broyé 1 pour 100, de carbonate d'ammonium ou d'urée 0,5 pour 100 et de chloroforme. L'acide urique ayant complètement disparu, neutraliser en présence d'hélianthine; additionner de HCl N pour obtenir le titre N/20; chauffer 30 minutes au bain d'eau à 60°; refroidir; alcaliniser par la soude; déféquer par l'iodomercurate acétique (formule pour sérum, 1^{cm^3}); filtrer sur entonnoir Joulie; laver avec de l'eau aiguisée d'iodomercurate; ajouter au filtrat, reçu dans une éprouvette graduée, deux volumes d'acide acétique et du xanthydrol au $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$ du volume total. Durée de condensation : 4 heures.

Le même dosage est exécuté sur 10^{cm^3} d'extrait de rein, exactement traité comme la solution urique.

Extrait de rein de bœuf.	Xanthylurée pour : 5cm³ sol. urate +1cm³ extr.	10cm³ extr.	Acide urique : par litre sol. urate +200cm³ extr.	par 200cm³ extr.	Théorie.	Corrigé.	Erreur pour 100.
	g	g		g	g	g	
1	0,01280	0,0027	0,512	0,0108	0,504	0,501	—0,59
	0,01285	-	0,514	-	-	0,503	—0,19
	0,01285	-	0,514	-	-	0,503	—9,19
2	0,01370	0,01003	0,548	0,040	-	0,508	+0,79
	0,01370	-	0,548	-	-	0,508	+0,79
	0,01365	-	0,546	-	-	0,506	+0,39
3	0,01255	0,000	0,502	0,000	-	0,502	—0,39
	0,01254	-	0,502	-	-	0,502	—0,39
	0,01260	-	0,504	-	-	0,504	0,0

Solutions de titres inférieurs à $0^g,2$. — Dans ce cas, nous précipitons l'acide urique par la méthode de Denigès (sulfate acide de mercure), étudiée par Boivin (1) dans son intéressant microdosage de l'acide urique.

Mode opératoire. — Traiter un volume de la solution à doser (A) contenant, au minimum, 5^{mg} d'acide urique, par un léger excès de sulfate mercurique; après une heure, centrifuger; laver par centrifugation; décomposer le dépôt en suspension dans l'eau (5 à 10^{cm^3}) par H^2S à 70°-80°; chasser ce gaz en excès à l'ébullition; alcaliniser par le carbonate de lithium en présence de phtaléine; filtrer sur amiante (procédé Pregl); amener le volume à 25^{cm^3} (solution B) et opérer comme précédemment.

(1) A. Boivin, *Dosage de l'acide urique à l'état d'urate d'ammonium* (*Bull. Soc. Chim. biol.*, 9, 1927, p. 148).

Ext.	Liqueur A. Titre.	Vol. préc.	B. Vol.	Xanthylurée pour 10cm³ B + 2cm³ Ext.	10cm³ Ext.	Acide urique. Th.	Trouvé Er %.	Titre. Th.	Trouvé.
	g	cm³	cm³	mg		mg	mg	g	g
1	0,252	50	25	25,45	0	5,04	5,09+0,99	0,252	0,254
	–	–	–	25,50	0	–	5,10+1,33	–	0,255
	–		–	25,55	0	–	5,11+1,4	–	0,255
	–		–	25,30	0	–	5,06+0,39	–	0,253
	0,126	100	25	25,40	0	5,04	5,08+0,8	0,126	0,127
	–	–	–	25,40	0	–	5,08+0,8	–	0,127
	–	–	–	25,60	0	–	5,12+1,5	–	0,128
2	0,1008	50	25	10,00	0	2,02	2,00—0,9	0,1008	0,100
	–	–	–	9,90	0	–	1,98—1,9	–	0,099
	–	–	–	10,04	0	–	2,01—0,49	–	0,1004
	–	–	–	10,07	0	–	2,01—0,49	–	0,1007

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Influence des amines grasses et de leurs chlorhydrates sur l'activité amylolytique de la salive et de la pancréatine.* Note de MM. **Fernand Caujolle** et **Jean Molinier**, présentée par M. A. Desgrez.

A. Desgrez et R. Moog ont établi que l'activité amylolytique de la pancréatine est inhibée par la monométhylamine, la triméthylamine et la triéthylamine, et exaltée, au contraire, par les chlorhydrates de ces mêmes bases. Nous avons recherché si ces résultats pouvaient être généralisés, en étudiant l'influence exercée par diverses amines grasses et leurs chlorhydrates sur l'hydrolyse de l'empois d'amidon à 1 pour 100, par la salive humaine et la pancréatine officinale, en solution glycérinée.

Nous avons suivi la même technique que A. Desgrez et R. Moog (¹), nous avons toutefois substitué le toluène au fluorure de sodium qu'employaient ces auteurs pour éliminer l'action des ferments figurés.

Nous avons ainsi examiné des amines primaires saturées :

$$CH^3.NH^2,\quad CH^3CH^2NH^2,\quad CH^3.CH^2.CH^2.NH^2,\quad (CH^3)^2{:}CH.CH^2.NH^2,$$
$$(CH^3)^2.CH.CH^2.CH^2.NH^2,$$

et non saturée $CH^2=CH.CH^2.NH^2$; des amines secondaires saturées : $CH^3NH.CH^3$ et $CH^3.CH^2.NH.CH^2.CH^3$; des amines tertiaires saturées $(CH^3)^3N$ et $(CH^3.CH^2)^3N$.

(¹) *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 551.

Nos conclusions sont les suivantes :

1° Les amines grasses exercent, sur l'activité amylolytique de la salive humaine et de la solution glycérinée de pancréatine officinale, une influence inhibitrice qui, à concentration égale, diminue lorsque le poids moléculaire de l'amine augmente. Cette relation de proportionnalité se vérifie d'autant mieux que la dose d'amine ajoutée à 100^{cm^3} d'empois est plus voisine de $0^g,010$; l'éthylamine fait exception : son activité est plus grande que celle de la méthylamine et elle peut, à très faible dose, arrêter complètement le processus fermentaire.

2° Les chlorhydrates d'amines grasses possèdent, sur l'activité amylolytique de la salive humaine et de la solution glycérinée de pancréatine officinale, une influence activatrice qui, à concentration égale, diminue lorsque le poids moléculaire de l'amine correspondante augmente. L'action favorisante s'accroît avec la concentration du milieu fermentaire en chlorhydrate jusqu'à un certain taux limite, qui représente une augmentation du rendement parfois voisine de 60 pour 100 pour les amines à moins de 4 atomes de carbone.

L'activation maxima se trouve généralement atteinte avec $0^g,10$ de chlorhydrate pour 100^{cm^3} d'empois. Cette activation résulte d'une influence spécifique et n'est pas due à l'hydratation de l'empois par les ions H^+ provenant de l'hydrolyse des chlorhydrates d'amines.

3° Les amines ne détruisent pas les amylases salivaire et pancréatique, car, après saturation de la base par de l'acide chlorhydrique dilué, le milieu fermentaire recouvre son activité, exaltée même par la présence du chlorhydrate formé.

La séance est levée à 15^h35^m.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 MARS 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **H. Buttgenbach**, membre de l'Académie royale de Belgique, qui assiste à la séance.

ASTRONOMIE. — *Les instruments et les observations de P.-J. de Beauchamp.* Note de M. **Bigourdan**.

Pierre-Joseph *de Beauchamp*, ou simplement Beauchamp, est un astronome et voyageur connu de la fin du XVIIIe siècle, qui s'occupa aussi des mœurs, coutumes, antiquités... des pays qu'il parcourut.

On lui doit notamment des observations astronomiques fort utiles, ainsi que le rétablissement momentané de l'antique Observatoire de Bagdad voisin de celui de Babylone, mais on ignore presque totalement ce qu'étaient ses instruments. Je me propose de les faire connaître, afin que l'on puisse mieux apprécier la valeur des observations qu'ils ont données; ce qui suit est tiré principalement de deux de ses registres manuscrits qui se trouvent à la Bibliothèque de l'Institut, les n°s 2196 et 2197; il en existait un troisième qui ne nous est point parvenu [1].

De Beauchamp naquit à Vesoul le 29 juin 1752. Il était le neveu de

---

[1] J. Lalande dit qu'il possède ces manuscrits; à sa mort ils furent sans doute vendus, car le Catalogue de l'Institut, p. 369, dit que les deux n°s 2196-2197 ont été légués par A. d'Abbadie. Le n° 2196 va du 5 avril 1781 au 1er janvier 1786, et le n° 2197 du 17 novembre 1788 au 28 novembre 1789, puis du 29 juillet au 24 septembre 1795.

l'évêque de Babylone, J.-B. Miroudot du Bourg [1] qui, après l'entrée de son neveu dans l'ordre des Bernardins en 1767, fit d'assez importantes dépenses pour son éducation et pour le former en vue d'être utile aux Sciences.

A peu près à cette époque, de Beauchamp vint à Paris; il dit lui-même qu'il y est resté 5 ans et qu'il s'est préparé pendant 2 ans pour un voyage au Levant; il suivait le cours d'Astronomie de Lalande au Collège de France en 1780 et resta en relation avec cet astronome qui donnait au *Journal des Savants* les observations de son élève.

« L'Académie », dit De Beauchamp (mss 2196), « m'ayant fait donner par le Gouvernement des instruments d'Astronomie, je me suis engagé envers elle de faire toutes les observations qui seront du ressort de cette Science. »

Pour divers de ses instruments il indique même le prix d'achat; d'autres lui avaient été donnés par son oncle et ceux-ci sont marqués d'un astérisque dans la liste ci-après.

Cette liste est tirée principalement du manuscrit 2197, mais elle est complétée par une autre qui se trouve au début du n° 2196. Ce qui est tiré de cette dernière est placé entre parenthèses, ainsi que les prix, qui ne sont donnés que dans celle-ci.

De Beauchamp s'embarque avec son oncle à Marseille le 6 juillet 1781, fait des observations météorologiques aux escales, Malte, Alexandrette et de Beylan dans le voisinage, et arrive à Alep le 18 septembre suivant. Retenu là par la maladie de son oncle, il fait cependant une excursion avec le dessinateur Roset, à Damas, à Palmyre, et fait de la botanique dans le Liban pour ne pas retourner en France les mains vides, car il est parti d'Europe sans traitement, écrit-il à Hennin le 28 janvier 1782, et voudrait avoir le titre de

(1) Miroudot (1716-1798) entra dans l'ordre de Citeaux, fut envoyé à l'abbaye de Morimont en Bassigny, s'y occupa d'agriculture et fut apprécié du roi Stanislas.

Nommé évêque de Babylone le 13 avril 1776, il fut nommé en 1778 consul général de France en Perse, partit en 1781 avec son neveu mais ne dépassa point Alep : mal opéré d'une maladie dans cette ville, en novembre 1781, il revint en France pour se faire mieux soigner; il voulait toutefois retourner au Levant après sa guérison, mais il fut destitué de son consulat. Rentré à Paris, il fut aumônier de la duchesse de Bourbon; à la Révolution il accepta la constitution civile du Clergé, puis se rétracta, fut emprisonné pendant près de 3 ans et mourut à l'hôpital en 1798.

La bibliothèque de l'Institut, dans la collection Hennin, possède de lui 9 lettres écrites du 27 juin 1779 au 13 mars 1784, et certaines sont intéressantes. Celle du 17 décembre 1783 dit qu'il a 58 ans, ce qui ne s'accorde pas avec la date de naissance donnée ordinairement et reproduite plus haut; il faut lire 1726 au lieu de 1716.

vice-consul. Il corrige de 26′ la latitude d'Alep qu'il porte plus au nord, et enfin quitte cette ville le 11 octobre 1782 pour arriver à Bagdad 40 jours après et non sans avoir couru bien des dangers.

En dehors de déterminations faites plus tard sur la mer Noire, la carrière de De Beauchamp se résume dans les voyages suivants :

I.	*Bagdad-Bassora*-golfe *Persique* et retour..	1784 janv. 24 — 1784 déc. 28;
II.	*Bagdad-Ispahan-Caspienne* et retour.....	1787 avril 6 — 1788 janv. 14;
III.	Séjour à *Bagdad* et aux environs... 1783 et	1788 janv. 14 — 1789 oct. 26;
IV.	Retour de *Bagdad* à *Paris*..............	1789 déc. 15 — 1790 juillet.

Son retour paraît avoir été provoqué par la suppression d'une gratification annuelle de 2000# que lui faisait la Marine; ensuite il resta cinq ans dans sa famille.

Le 3 mars 1795 il est nommé consul à Mascate; il voyageait avec son frère et était à Venise en décembre; il arrive à Constantinople le 5 octobre 1796. Il avait été invité, en effet, à passer par cette dernière ville pour déterminer quelques points des bords de la mer Noire qui était très mal connue, et c'est ce qu'il fit en juin et juillet 1797; puis, par ordre du Gouvernement, il se rend en Égypte. Bonaparte le charge pour le sultan Sélim III d'un message conciliant, mais, dès sa sortie du port, il tombe au milieu de la croisière anglaise; on lui dénie tout caractère diplomatique, on le maltraite et on l'envoie prisonnier dans la forteresse de Fanaraki sur la mer Noire, à l'entrée du Bosphore. Les souffrances de tout genre qu'il y endure le rendent très gravement malade, et il était mourant au moment de la paix lors de sa sortie en septembre 1801. Malgré tout, il veut partir pour la France et meurt à Nice le 19 novembre suivant. Il put apprendre que Bonaparte, premier consul, l'avait nommé Commissaire des relations commerciales à Lisbonne.

Lalande parle avec enthousiasme de ses observations; en réalité, hors de Bagdad surtout, elles ne sont pas nombreuses, mais elles demandaient des voyages longs, pénibles et pleins de dangers; en outre, dans les pays turcs, ils exigeaient de longues demandes préparatoires qui rarement étaient pleinement accordées. Ajoutons enfin que, d'après Lalande, la congrégation de la Propagande avait témoigné satisfaction de son zèle dans les fonctions apostoliques. D'abord correspondant de l'ancienne Académie des Sciences, il fut ensuite membre de l'Institut.

Voici maintenant la liste de ses instruments :

1° Lunette méridienne achromatique de 3 pieds de foyer;

2° Quart de cercle (de Meurand) de 2 pieds de rayon, tout en cuivre sauf le pied, lunette achromatique à 2 verres, de 2 1/2 pieds de long, avec micromètre, donnant les hauteurs à 9″ ou 10″ près (1150#).

3° Pendule à seconde faite par Le Paute, très bonne (264#);

4° Pendule à demi-seconde de Le Paute, excellente;

5° Lunette achromatique, objectif à 3 verres, 30 lignes (33ˡⁱ) d'ouverture (3 pieds de foyer), deux équipages comme oculaires, très bonne (faite par Caroché, 240#);

6° Lunette parall., simple, réticule rhomboïde, de 3 pieds de foyer (246#);

7° Lunette simple de 10 pieds de foyer, avec réticule;

8° Télescope de 16 pouces de foyer;

9° *Instrument des hauteurs à lunette d'un pied de rayon;

10° *Anneau astron. à lunette d'un pied de diam. (de r.) divisé en minutes;

11° Octant en ébène, donné par le consul d'Angleterre;

12° Graphomètre de 8 pouces de diam., lun. d'un pied (fait par Meurand, 246#);

13° Baromètre (donné par) Lavoisier, divisé en centièmes de ligne (comparable et portatif);

14° Baromètre de Péricart, et d'autres instruments plus petits.

Plus tard il ajouta : une lunette de nuit, une montre à secondes de Louis Berthoud (n° 60) qu'il porta sur la mer Noire et un sextant.

BIRÉFRINGENCE MAGNÉTIQUE. — *Biréfringence magnétique d'échantillons de pétroles de diverses origines*. Note de MM. **A. Cotton** et **M. Scherer**.

Les pétroles naturels sont des mélanges complexes de carbures qui diffèrent à la fois par la grandeur du poids moléculaire et par la structure même de la molécule. Pour les utiliser rationnellement il serait très utile d'avoir, autant que possible par des procédés rapides, des renseignements sur leur composition. Certains de ces pétroles renferment des produits aromatiques et ces composés se distinguent par la valeur de leur biréfringence magnétique : nous avons donc été conduits à étudier à ce point de vue, avec le grand électro-aimant de Bellevue, plusieurs échantillons de pétroles naturels. Ces échantillons nous avaient été remis par M. H. Weiss, Directeur de l'École du Pétrole et des Combustibles liquides, à Strasbourg : ils avaient subi seulement une distillation jusqu'à 250° C., un raffinage chimique avec 1 pour 100 d'acide sulfurique à 95° suivi d'un lavage à

l'alcali et à l'eau, puis enfin d'une redistillation jusqu'à 250° C. Le *Doctor Test* était négatif.

Le tableau suivant donne en degrés et centièmes de degré les biréfringences directement mesurées à épaisseur égale et à des températures t qui ont varié fort peu d'un liquide à l'autre.

Origine des pétroles.	t.	$\beta_j(578)$.	$\beta_v(546)$.	$\beta_i(436)$.
N° 1. Texaco-West Columbia...	15°	0°,53	0°,595	0°,86
N° 2. Pechelbronn	16,5	0,43	0,45	0,64
N° 3. Mid Continent...........	16	-	0,47	0,66
N° 4. Columbia..............	16,7	0,70	0,73	1,01
N° 5. Iracq.................	15	0,63	0,70	0,88
N° 6. Huile de Moreni.........	16	2,27	2,43	3,34

Dans le même tube et dans le même champ le nitrobenzène donnait pour la raie verte à 16° : $B_v = 27°,58$ et pour la raie jaune à 15° : $B_j = 25°,57$.

Ces nombres montrent manifestement des différences entre les pétroles des diverses provenances, mais tous les pétroles essayés ont donné, comme on le voit, des nombres mesurables.

Si l'on prend comme unité dans chaque cas la biréfringence correspondant à la raie verte, on obtient le tableau suivant :

Origine des pétroles.	Jaune (578).	Vert (546).	Indigo (436).
N° 1. Texaco-West Columbia.....	0,89	1	1,44
N° 2. Pechelbronn	0,965	1	1,43
N° 3. Mid Continent............	-	1	1,40
N° 4. Columbia.................	0,96	1	1,38
N° 5. Iracq....................	0,90	1	1,26
N° 6. Huile de Moréni..........	0,93	1	1,37

Malgré la petitesse des biréfringences de ces liquides, on voit qu'on peut distinguer entre eux des différences marquées au point de vue de la dispersion de la double réfraction.

On peut d'autre part calculer pour les produits essayés la constante C_m de la formule

$$\frac{\beta}{\pi} = C_m \int H^2\, dl,$$

constante qui donne la biréfringence pour l'unité de champ et l'unité d'épaisseur; il suffit d'utiliser les résultats connus pour le nitrobenzène, notamment la valeur de C_m, qui est $2,53 \times 10^{-12}$ pour la raie jaune du mercure et la température de 16°,3.

Dans le tableau suivant, on a fait figurer les valeurs du quotient $\frac{C_m}{d}$, d étant la densité. Ce sont les valeurs de ce quotient qui renseignent le mieux sur les biréfringences spécifiques de diverses substances comparées les unes aux autres; elles se rapportent, en effet, à un champ égal à 1 et à une épaisseur telle que l'unité de masse de chaque substance soit traversée dans chaque cas par le rayon lumineux (¹).

Origine des pétroles.	t.	β.	d_t.	$\frac{C_m}{d} \times 10^{14}$.
Texaco-West-Columbia...	14°,8	0°,53	0,855	6,25
Pechelbronn...........	16,4	0,43	0,779	5,53
Columbia.............	16	0,70	0,859	8,15
Iracq..................	14,9	0,63	0,767	8,21
Huile de Moreni........	15,8	2,27	0,840	27,00

On peut s'attendre à trouver entre les valeurs de ces constantes des différences plus accentuées lorsqu'on fera des mesures sur d'autres pétroles plus riches en produits aromatiques.

ÉLASTICITÉ. — *Sur le problème de Saint-Venant dans le cas de la torsion pure.* Note de MM. **Henri Villat** et **Maurice Roy**.

I. La solution théorique du problème de Saint-Venant fixe une certaine distribution des tensions et déformations dans les bases d'une poutre prismatique, distribution à laquelle doivent se conformer les efforts réels correspondants pour que la solution soit rigoureusement valable.

Dans le cas d'une poutre à parois très minces, la fixation des bases de la poutre est, en général et presque nécessairement, très étroite et cette circonstance est de nature à faire rejeter la solution de Saint-Venant, notamment dans les cas où celle-ci correspond à une déformation théorique des bases trop manifestement incompatible avec leur fixation.

C'est ainsi qu'un certain nombre de résultats obtenus en partant des hypothèses de Saint-Venant, bien que théoriquement intéressants, ne doivent avoir qu'une portée pratique très restreinte.

(¹) Pour l'échantillon Mid Continent, qui n'a pas été mesuré en lumière jaune, et dont la densité est 0,775 à 15°, on peut indiquer la valeur $\frac{C_m}{d} = 6,07 \times 10^{-14}$ pour la raie verte.

Nous citerons deux résultats de cette sorte assez curieux, relatifs à une poutre à paroi infiniment mince, pour lesquels la fonction φ de Saint-Venant (proportionnelle au déplacement w suivant l'axe z de la poutre) a été déterminée en utilisant des formules données par l'un de nous pour la résolution du problème de Dirichlet à l'intérieur d'un rectangle ou d'un anneau circulaire.

II. Le premier résultat concerne le cas d'un tube circulaire, creux et très mince, fendu suivant une génératrice. On pose $F(z) = \psi - i\varphi$ (ψ et φ, fonctions harmoniques associées) et l'on transforme la couronne circulaire du plan z, de rayons 1 et $q_1 < 1$, coupée sur l'axe x, qui constitue la section du tube, en un rectangle du plan Z, par la relation $z = e^{iZ}$. La fonction analytique $F(Z)$, régulière dans ce rectangle (de côtés $\omega'_1 = 2\pi$ et $\frac{\omega'_3}{i} = -\log q_1$), a sa partie réelle déterminée sur la frontière par la condition

$$\psi(x, y) + \frac{x^2 + y^2}{2} = \text{const.}$$

Son expression est donnée directement, dans le plan Z, par une formule connue ([1]). Pour avoir la valeur principale de $F(Z)$, lorsqu'on fait tendre vers zéro l'épaisseur du tube, on pose $\omega_1 = \frac{\omega'_3}{2}$, $\omega_3 = i\omega'_1$ et l'on transforme les fonctions ζ_α aux périodes $2\omega'_1$, $2\omega'_3$ de l'expression de $F(Z)$ en fonctions ζ_β aux périodes $2\omega_1$, $2\omega_3$, dont le module q tend alors vers zéro.

En calculant la fonction $F(Z)$ sur le bord de la coupure de la couronne circulaire, ce qui nécessite des précautions convenables signalées dans le Mémoire déjà cité, on obtient une expression dans laquelle les fonctions ζu et $\log \sigma u$ qui interviennent peuvent être développées en séries de puissances du module q. En valeur principale, on obtient, pour un point quelconque de la coupure, une discontinuité de φ à la traversée de la coupure, égale à 2π. La déformation du tube se réduit ici, au second ordre près, à un enroulement du tube en hélice sur lui-même avec glissement des bords de sa fente longitudinale l'un contre l'autre (sans contact, par hypothèse).

Ce résultat, établi de manière rigoureuse, entraîne que le module de torsion du tube, c'est-à-dire sa résistance à la torsion pure, est négligeable. Il suppose pratiquement que chaque base du tube n'est fixée dans son support qu'en un seul point au plus, formant articulation et situé sur une

([1]) Cf. H. Villat, *Acta mathematica*, 40, 1916, p. 101-178; voir notamment p. 153.

génératrice déterminée. Dans ces conditions, l'absence de résistance à la torsion pure est quasi évidente, et le problème théorique est à peu près sans portée pratique.

Signalons que la détermination de la fonction pour le tube circulaire plein, fendu suivant un demi-plan diamétral, conduit à des remarques analogues quant à la correspondance du problème théorique avec ceux de la pratique. Dans ce cas, la détermination de la fonction $F(z)$ dont la partie réelle est connue sur la frontière (couronne circulaire coupée suivant un rayon et dont le cercle intérieur a un rayon nul) se ramène à un problème de Dirichlet dans un anneau circulaire, déjà résolu [1]. A cet effet, dans le plan Z, la couronne coupée primitive du plan z est ramenée à une demi-couronne de centre O, appartenant au demi-plan supérieur, et la fonction $F(Z)$, à laquelle on ajoute la fonction $\frac{Z^4}{2}$, est prolongée analytiquement dans la demi-couronne symétrique de la précédente par rapport à l'axe réel. On établit ainsi que le module de torsion du tube plein demi-fendu est égal à 0,56 fois celui du tube circulaire plein de même diamètre.

III. Le second résultat est relatif à la lame mince, poutre à section rectangulaire infiniment aplatie. En prenant ce rectangle du plan Z pour rectangle des demi-périodes, la fonction $F(Z)$ s'exprime immédiatement par la formule visée plus haut. Mais il est plus commode, pour obtenir les valeurs de φ sur le contour, de considérer la fonction

$$\frac{d^2F}{dZ^2} = -\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\,\partial y} + i\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2},$$

dont la partie réelle est connue et égale à ± 1 sur les quatre côtés du rectangle. On obtient ainsi, après une intégration facile,

$$\frac{d^2F}{dZ^2} = -\frac{2i}{\pi}\left[2\log\frac{\sigma Z\sigma_2 Z}{\sigma_1 Z\sigma_3 Z} + \log\frac{\sigma_3\omega_1\sigma_1\omega_3}{\sigma\omega_1\sigma\omega_3}\right].$$

Faisant tendre l'épaisseur du rectangle (c'est-à-dire ω_1) vers zéro, on calcule aisément la valeur principale de $\frac{d^2F}{dZ^2}$ sur la frontière. On trouve ainsi, compte tenu du fait que $\frac{\partial\varphi}{\partial y}$ est connu sur les côtés parallèles à x, que, sur les côtés parallèles à y, φ a pour valeur principale $-\frac{\omega_1}{2}y$.

Le module de torsion J′ de la lame mince est, au deuxième ordre près,

---

[1] Cf. H. Villat, *Rendiconti del Circolo di Palermo*, 33, 1912, p. 134-175.

double du moment d'inertie polaire J de la section rectangulaire infiniment aplatie. Ce résultat s'oppose à celui trouvé pour le tube mince fendu, pour lequel J' est d'ordre supérieur à J. Il s'explique, comme le montre un raisonnement simple, par le fait que, dans le cas de la lame, le centre de gravité de la section est situé dans l'aire même de la section, tandis que, dans le cas du tube mince fendu, le centre de gravité est à une distance de tous les points de la section infiniment grande par rapport à l'épaisseur, supposée très petite, de cette section.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui désigner quatre candidats, dont deux en première ligne, pour les deux places d'Astronome titulaire vacantes à l'Observatoire de Paris.

M. **R. Nasini**, élu Correspondant pour la section de Chimie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. **J. Vellard** adresse des remercîments pour la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1929.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines relations entre les intégrales de première espèce de M. Picard appartenant à une surface algébrique.* Note de M. **Alfred Rosenblatt.**

On connaît les beaux résultats de MM. Castelnuovo, Enriques et De Franchis (*Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 20, 1905) sur les surfaces algébriques dont deux intégrales de M. Picard de première espèce sont fonctions l'une de l'autre. Ces résultats découlent du théorème suivant de M. De Franchis :

Une courbe algébrique d'une surface irrégulière ne peut appartenir totalement à un système continu sans que ce système soit un faisceau irrationnel, lorsqu'une intégrale de M. Picard est constante le long d'une telle courbe.

Les MÊMES *intégrales de M. Picard sont alors constantes le long des courbes du faisceau.*

1. Ceci posé, supposons que le rapport $\frac{u_1}{u_2}$ de deux intégrales soit égal à une constante k_0 le long d'une courbe algébrique C_0 appartenant totalement à un système $\{C\}$ continu. Envisageons le système infini $\{H\}$ de courbes éventuellement transcendantes satisfaisant à la condition

$$u_1 - k_0 u_2 = c, \tag{1}$$

c étant une constante. Il résulte du théorème précédent que $u_1 - k_0 u_2$ est constant le long des C qui forme un faisceau irrationnel.

Supposons alors que trois intégrales u_i $(i = 1, 2, 3)$, soient liées par la relation

$$u_3 = F(u_1, u_2), \tag{2}$$

F étant tel qu'une fonction $R(p, q)$ rationnelle des dérivées $p = F_{u_1}$, $p = F_{u_2}$ soit fonction de $\frac{u_1}{u_2}$

$$R(p, q) - f\left(\frac{u_1}{u_2}\right) = 0. \tag{3}$$

En désignant par P_i, Q_i $(i = 1, 2, 3)$ les dérivées des u_i suivant x, y, on aura alors

$$R(p, q) = R\left(\frac{P_3 Q_2 - P_2 Q_3}{P_1 Q_2 - P_2 Q_1}, \frac{P_3 Q_1 - P_1 Q_3}{P_2 Q_1 - P_1 Q_2}\right).$$

Il existe donc sur la surface F un système $|C|$ linéaire de courbes algébriques composé par les courbes d'un faisceau irrationnel algébrique, auquel appartiennent les intégrales u_i. Nous avons donc le théorème suivant :

Si une intégrale u_3 de M. Picard est une fonction F de deux autres intégrales u_1, u_2 qui satisfait à l'équation (3), *ces trois intégrales appartiennent à un faisceau de courbes algébriques $\geqq 3$.*

2. Pour intégrer (3) posons

$$X = p, \qquad Y = q, \qquad Z = X u_1 + Y u_2 - F, \qquad P = u_1 = \frac{\partial Z}{\partial X},$$

$$Q = u_2 = \frac{\partial Z}{\partial Y}.$$

Nous aurons l'équation

$$f\left(\frac{P}{Q}\right) - R(X, Y) = 0. \tag{4}$$

Soit $\varphi(X, Y) = C$ l'intégrale de l'équation

$$f\left(-\frac{dY}{dX}\right) - R(X, Y) = 0, \tag{5}$$

l'intégrale complète de (4) sera

$$Z = C_1\varphi(X, Y) + C_2, \tag{6}$$

et celle de (3)

$$F = Xu_1 + Yu_2 - (C_1\varphi + C_2), \quad u_1 = C_1\varphi_X, \quad u_2 = C_2\varphi_Y, \tag{7}$$

L'intégrale générale est

$$Z = \Phi(\varphi), \tag{8}$$

Φ fonction arbitraire, et

$$F = Xu_1 + Yu_2 - \Phi(\varphi), \tag{9}$$

$$u_1 = \Phi'\varphi_X, \quad u_2 = \Phi'\varphi_Y. \tag{10}$$

Exemples :

$$u_3 = F\left(\frac{u_1}{u_2}\right), \tag{1}$$

$$u_3 = \sigma[\tau(u_1, u_2)], \tag{2}$$

τ étant une forme de u_1, u_2 d'ordre m,

$$u_3 = u_2\sigma\left(\frac{u_1}{u_2}\right). \tag{3}$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certains problèmes inverses relatifs au potentiel.* Note de M. **M. Cioranescu.**

1. Étant donnés un domaine Ω de frontière Σ et une fonction harmonique U dans Ω, M. Riabouchinsky [1] distingue six classes de ploblèmes possibles, en groupant deux à deux, de toutes les manières possibles, les trois fonctions U, U_Σ, $\left(\frac{dU}{dn}\right)_\Sigma$ et Σ même, et en prenant deux d'entre eux pour données et les deux autres pour inconnues.

---

[1] *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 629, et *Bulletin des Sc. math.*, 53, 1929, p. 291. Voir aussi B. Demtchenko, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 725; 190, 1930, p. 415.

Les trois problèmes dans lesquels entre, parmi les inconnues, la surface Σ qui porte les deux données peuvent être regardés comme des problèmes inverses des problèmes aux limites.

On peut allonger la liste de M. Riabouchinsky, en remplaçant l'une des trois fonctions U, U_Σ, $\left(\frac{dU}{dn}\right)_\Sigma$ par une autre expression, si c'est possible, tout aussi simple. Par exemple, on peut considérer, au lieu de $\left(\frac{dU}{dn}\right)_\Sigma$, la grandeur du vecteur grad U sur Σ, soit $|\text{grad } U|_\Sigma$, en obtenant ainsi d'autres classes de problèmes.

Je vais considérer ici un tel problème, un problème inverse dans le sens attribué à ce mot, car c'est la recherche de Σ qui nous intéresse.

2. Nous dirons aussi, avec M. Demtchenko, que deux frontières Σ et σ portent les mêmes données, si la représentation conforme d'une de ces frontières sur l'autre fait correspondre les éléments portant les mêmes valeurs.

Soit $U(X, Y)$ une fonction harmonique pour laquelle on connaît U_Σ et $|\text{grad } U|_\Sigma$ sur une frontière Σ, pour le moment inconnue.

Démontrons d'abord l'existence de Σ. Soient Γ le cercle $|z| \leqq 1$ et γ sa frontière, situés dans le plan z, et soit Ω, de frontière Σ, le domaine cherché situé dans le plan Z. Soit

$$Z = \varphi(z) \tag{1}$$

la fonction qui réalise la transformation conforme de Ω de Γ. On connaît par conséquent sur γ

$$U_\Sigma = g(\theta) \quad \text{et} \quad |\text{grad } U|_\Sigma = h(\theta).$$

Soit $u(x, y) = R[\psi(z)]$ la fonction harmonique dans Γ qui prenne les valeurs $g(\theta)$. Définissons de même dans le plan Z la fonction $\Phi(Z)$ par la condition

$$U(X, Y) = R[\Phi(Z)].$$

Il s'ensuit alors que

$$\log|\text{grad } U(X, Y)| = R[\log \Phi'(Z)].$$

Il est facile de voir que

$$\psi(Z) = \Phi[\varphi(z)] + i\beta,$$

$i\beta$ étant une constante, et cela à cause de l'unicité de la solution du problème de Dirichlet pour Γ. En écrivant cette relation, et en prenant les logarithmes,

on obtient

$$\log\psi'(z) = \log\Phi'(Z) + \log\varphi'(z).$$

En prenant seulement les parties réelles, et en remarquant que lorsque $|z| = 1$, Z est sur Σ, on en déduit

$$R[\log\varphi'(z)]_\Gamma = R[\log\psi'(z)]_\gamma - \log h(\theta),$$

relation qui détermine $R[\log\varphi'(z)]$ dans Γ, car $\psi'(z)$ est connu sans ambiguïté. La seule condition est que $h(\theta) > 0$, ce qui d'ailleurs s'interprète facilement, étant donnée la signification de $h(\theta)$. $\varphi(z)$ est déterminée, au facteur $e^{i\alpha}$ et à une constante additive près.

3. *Unicité de la solution.* — Soient Ω et ω, de frontières respectivement Σ et σ, deux domaines, tous les deux solutions du problème posé. Soit $Z = f(z)$ la transformation conforme de Ω sur ω. Soient $G(Z)$ et $\log G'(Z)$ et $H(z)$, $\log H'(z)$ les fonctions dont les parties réelles prennent sur Σ et σ les mêmes valeurs. De $G[f(z)] = H(z) + ic^t$ on déduit en dérivant, et en considérant les parties réelles de leurs logarithmes sur σ, que

$$R[\log f'(z)]_\sigma = 0,$$

c'est-à-dire que $|f'(z)|_\sigma = 1$, d'où l'on déduit sans peine que

$$f(z) = ze^{i\alpha} + A.$$

Par conséquent, Ω se déduit de ω par une rotation suivie d'une translation; donc on peut les regarder comme identiques. On trouve en particulier, par cette méthode, dans certaines conditions simples de régularité, que lorsqu'on se donne $U_\Sigma = c^t$, $|\operatorname{grad} U|_\Sigma = c^t \neq 0$, le domaine Ω est un cercle. Par conséquent c'est seulement le long d'un cercle qu'une fonction harmonique U et le champ grad U qu'elle engendre peuvent être constants en même temps.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe d'équations aux dérivées partielles du troisième ordre, à deux variables indépendantes.* Note (¹) de M. **Maurice Coissard**, présentée par M. Goursat.

L'objet de cette Note est : 1° de définir la classe des équations aux dérivées partielles du troisième ordre, non linéaires, dont le système triple des

(¹) Séance du 24 février 1930.

caractéristiques possède le nombre maximum d'invariants; 2° d'établir pour celles-ci, en ce qui concerne leur intégration et la méthode de Darboux, deux propriétés qui les rapprochent des équations de M. Goursat [1]. La méthode utilisée est celle des faisceaux de transformations infinitésimales, due à M. Vessiot (*Bulletin de la Société mathématique de France*, 52, 1924, p. 336-395).

1. L'intégration de l'équation

$$\alpha=\varphi(x, y, z; p, q, r, s, t; \beta, \gamma, \delta) \quad \text{(E)}$$

se ramène à celle du faisceau associé :

$$\text{(F)} \quad \left\{ \begin{array}{l} X=\dfrac{\partial f}{\partial x}+p\dfrac{\partial f}{\partial z}+r\dfrac{\partial f}{\partial p}+s\dfrac{\partial f}{\partial q}+\varphi\dfrac{\partial f}{\partial r}+\beta\dfrac{\partial f}{\partial s}+\gamma\dfrac{\partial f}{\partial t}; \\ Y=\dfrac{\partial f}{\partial y}+q\dfrac{\partial f}{\partial z}+s\dfrac{\partial f}{\partial p}+t\dfrac{\partial f}{\partial q}+\beta\dfrac{\partial f}{\partial r}+\gamma\dfrac{\partial f}{\partial s}+\delta\dfrac{\partial f}{\partial t}; \\ B=\dfrac{\partial f}{\partial \beta}, \qquad C=\dfrac{\partial f}{\partial \gamma}, \qquad D=\dfrac{\partial f}{\partial \delta}. \end{array} \right.$$

Les caractéristiques de Monge de (E) sont les intégrales à une dimension du sous-faisceau singulier S ou $\{P, Q, H\}$,

$$P=X+mY+Y\varphi B; \qquad Q=C-2mB; \qquad R=D-mC+m^2B,$$

où m est la racine triple de l'équation

$$m^3+\frac{\partial\varphi}{\partial\beta}m^2+\frac{\partial\varphi}{\partial\gamma}m+\frac{\partial\varphi}{\partial\delta}=0.$$

Cette racine m satisfaisant aux deux équations linéaires $Qm=0$, $Hm=0$, on en déduit en les intégrant que, ou bien l'équation linéaire est de la forme $\alpha+3m\beta+3m^2\gamma+m^3\delta+n=0$, où m et n sont deux fonctions arbitraires de $x, y, \ldots, r, s, t$, ou bien qu'elle provient de l'élimination de m entre

$$\alpha+3m\beta+3m^2\gamma+m^3\delta+3\psi(x, y, z; p, q, r, s, t, m)=0;$$

$$\beta+2m\gamma+m^2\delta+\frac{\partial\psi}{\partial m}=0.$$

2. L'étude de la structure de S conduit à diviser les (E) non linéaires en deux classes : *a*. les (E) pour lesquelles le premier dérivé de S n'est pas

---

[1] E. Goursat, *Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles de deuxième ordre*, 1, p. 205, et 2, p. 164-171.

complet : S n'a aucun invariant; *b. les équations* ($\mathcal{E}$) *pour lesquelles le premier dérivé de* S *est complet.* S *a alors sept invariants, tous du troisième ordre.*

Il faut alors, pour former les ($\mathcal{E}$), prendre pour ψ des fonctions $\overline{\psi}$ des variables V : $x, y, z, p, q, \rho = x + ms, \sigma = s + mt, t$ satisfaisant à un système de deux équations aux dérivées partielles du second ordre, obtenues de la manière suivante : introduisons le faisceau

$$
(\mathrm{G})\quad \left\{
\begin{aligned}
&\mathfrak{X} = \frac{\partial f}{\partial x} + p\frac{\partial f}{\partial z} + \rho\frac{\partial f}{\partial p} + \left(m\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial m} + \sigma\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial\sigma} - 3\overline{\psi}\right)\frac{\partial f}{\partial\rho};\\
&\mathfrak{Q} = \frac{\partial f}{\partial q} - m\frac{\partial f}{\partial p} - \mathfrak{S}\overline{\psi}\frac{\partial f}{\partial\rho};\\
&\mathfrak{Y} = \frac{\partial f}{\partial y} + q\frac{\partial f}{\partial z} + \sigma\frac{\partial f}{\partial p} - \left(\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial m} + \sigma\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial\rho}\right)\frac{\partial f}{\partial\rho};\\
&\mathfrak{S} = \frac{\partial f}{\partial\sigma} - m\frac{\partial f}{\partial\rho}; \qquad \mathfrak{M} = \frac{\partial f}{\partial m} + \sigma\frac{\partial f}{\partial\rho},
\end{aligned}
\right.
$$

de degré 5, par rapport aux huit variables V. Posons

$$\mathcal{D} = \mathfrak{X} + m\mathfrak{Y} + \sigma\mathfrak{Q} - \mathfrak{M}\overline{\psi}\mathfrak{S} + \mathfrak{S}\overline{\psi}\mathfrak{M};$$

$\overline{\psi}$ *devra satisfaire aux deux équations*

$$(1)\qquad \mathcal{D}\mathfrak{M}\overline{\psi} - 3\mathfrak{Y}\overline{\psi} = 0,$$

$$(2)\qquad \mathcal{D}\mathfrak{S}\overline{\psi} - 3\mathfrak{Q}\overline{\psi} = 0.$$

Les sept invariants seront les sept invariants de $\mathcal{D}$. Les trois solutions particulières de (1) et (2) : ψ fonction uniquement soit de x, soit de σ, soit de m, sont en évidence et toute transformation de contact appliquée aux équations obtenues de cette manière donnera des équations ($\mathcal{E}$).

3. G jouit des deux propriétés suivantes : *a.* Toute surface intégrale d'une (E) non linéaire, où ψ ne dépend que des variables V, prolongée des éléments p, q, ρ, σ, m, constitue une multiplicité $\mathfrak{M}_2$ intégrale à deux dimensions de G et réciproquement toute intégrale à deux dimensions de G est une $\mathfrak{M}_2$; *b.* (1) *et* (2) *sont les conditions nécessaires et suffisantes pour que* G *admette la transformation distinguée* $\mathcal{D}$. *Les* ($\mathcal{E}$) *posséderont donc une famille de multiplicités caractéristiques de Cauchy,* $\mathfrak{M}_1$, *dépendant de sept constantes arbitraires, et qui seront les trajectoires de* $\mathcal{D}$. Introduisons le système d'invariants : $y_0, z_0, p_0, q_0, \rho_0, \sigma_0, m_0$, fondamental pour $x = x_0$. L'intégrale générale à une dimension de G_0 se met sous la forme (3), dont les six équations (où F, G, R sont trois fonctions arbitraires de y_0) définissent les multiplicités les plus générales $\mathfrak{M}_2$ des huit

variables V :

$$(3)\quad \begin{cases} z_0 = F(y_0); \quad p_0 = G(y_0); \quad q_0 = F'(y_0); \\ \rho_0 = R(y_0) + m_0 G'(y_0); \quad \sigma_0 = G'(y_0) + m_0 F''(y_0); \\ R'(y_0) + 2m_0 G''(y_0) + m_0^2 F'''(y_0) + \dfrac{\partial\psi}{\partial m}(x_0, y_0, F, G, F', R, G', F'', m_0) = 0. \end{cases}$$

La solution du problème de Cauchy est en évidence.

4. Ce qui complète la ressemblance des ($\mathcal{E}$) avec les équations de M. Goursat, c'est que *ce sont les seules* (E), *non linéaires, intégrables par la méthode de Darboux.*

Cette propriété s'établit en formant le faisceau F_n.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème mixte.* Note de M. **Antonio Signorini**, présentée par M. Émile Borel.

Soient $e_1 < \ldots < e_i < \ldots < e_{2p+2}$ les abscisses de $2p+2$ points (p fini et $\geqq 0$) arbitrairement fixés sur l'axe réel du plan complexe $z = x + iy$. Représentons par $s_1, s_2, \ldots, s_{2p+1}$ les segments $(e_1, e_2), (e_2, e_3), \ldots, (e_{2p+1}, e_{2p+2})$; par s_{2p+2} le reste de l'axe réel; par $u_{2m}(x)$ et $v_{2m-1}(x)$ $[m = 1, 2, \ldots, p+1]$ $2p+2$ fonctions (réelles) de x respectivement données sur s_{2m} et s_{2m-1}.

Si $p > 0$ et si l'on ne soumet les $u_{2m}(x)$ et $v_{2m-1}(x)$ qu'à des conditions qualitatives de régularité, parmi les fonctions de z régulières à l'intérieur du demi-plan positif il n'en existe aucune dont la partie réelle et la partie imaginaire sur s_{2m} et s_{2m-1} se réduisent alternativement à $u_{2m}(x)$ et à $v_{2m-1}(x)$ $(m = 1, 2, \ldots, p+1)$; même si l'on n'exclut pas des types assez généraux de singularités sur le contour. C'est ce qui, en 1886, a été observé par Schwarz (¹) dans sa récension d'un Mémoire de M. Volterra (²).

La question vient d'être l'objet d'une courte Note de M. Basile Demtchenko (³); mais il s'agit d'une question vidée depuis 1915 par les théorèmes dont je vais rappeler les énoncés (⁴).

Désignons par $w(z) = u(x, y) = iv(x, y)$ toute fonction de z monodrome,

(¹) *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, 25, p. 361-365.

(²) Volterra, *Sopra alcune condizioni caratteristiche per le funzioni di variabile complessa* (*Annali di Matematica*, 2ᵉ série, 11, p. 1-55).

(³) B. Demtchenko, *Sur un problème mixte* (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 415).

(⁴) A. Signorini, *Sopra un problema al contorno nella teoria delle funzioni di variabile complessa* (*Annali di Matematica*, 3ᵉ série, 25, p. 253-273).

finie et continue ainsi que sa dérivée dans chaque point du demi-plan positif; excepté au maximum un nombre fini de points de l'axe des x, où elle pourra devenir infinie d'ordre < 1. Soit $w_*(z)$ toute combinaison linéaire à coefficients réels des $p+1$ fonctions

$$w_s(z) = \frac{z^s}{\prod_{d\,l}^{2p+2} \sqrt{z - e_l}} \qquad (s = 0, 1, \ldots, p).$$

Ajoutons la condition que : 1° à l'infini $u_{2p+2}(x)$ soit infiniment petite d'ordre supérieur à quelque nombre positif; 2° les $u_{2m}(x)$ et $v_{2m-1}(x)$ ainsi que leurs dérivées premières soient finies et continues dans les intervalles respectifs s_{2m} et s_{2m-1}, excepté au maximum un nombre fini de discontinuités de première espèce.

S'il existe une $w(z)$ qui satisfasse aux égalités (¹)

$$u(x, 0) = u_{2m}(x) \quad \text{sur} \quad s_{2m},$$
$$v(x, 0) = v_{2m-1}(x) \quad \text{sur} \quad s_{2m-1}$$
$$(m = 1, 2, \ldots, p+1)$$

elle est donnée par

$$w(z) = \frac{1}{\pi i w_*(z)} \left\{ \sum_{1}^{p+1}{}_m \int_{s_{2m}} \frac{u_{2m}(x') w_*(x')\, dx'}{x' - z} + i \sum_{1}^{p+1}{}_m \int_{s_{2m-1}} \frac{v_{2m-1}(x') w_*(x')\, dx'}{x' - z} \right\},$$

quelle que soit la $w_*(z)$ considérée. La condition nécessaire et suffisante pour son existence effective est que les $u_{2m}(x)$ et $v_{2m-1}(x)$ soient liées par les p relations, mutuellement indépendantes,

$$(1) \qquad \sum_{1}^{p+1}{}_m \int_{s_{2m}} u_{2m}(x') w_s(x')\, dx' + i \sum_{1}^{p+1}{}_m \int_{s_{2m-1}} v_{2m-1}(x') w_s(x')\, dx' = 0$$
$$(s = 0, 1, \ldots, p-1).$$

Lorsqu'elle existe, notre $w(z)$ est certainement régulière dans tout le demi-plan positif, excepté au maximum les points de discontinuité des u_{2m} et v_{2m-1}, où elle présente des infinis logarithmiques.

Si les $u_{2m}(x)$, $v_{2m-1}(x)$, $u'_{2m}(x)$, $v'_{2m-1}(x)$ n'ont aucun point de discontinuité et les $u''_{2m}(x)$ et $v'_{2m-1}(x)$ jouissent des mêmes propriétés qualitatives qu'on avait supposées pour les $u'_{2m}(x)$ et $v'_{2m-1}(x)$, *la condition nécessaire et*

(¹) Naturellement on doit excepter les points éventuels de discontinuité des u_{2m} et v_{2m-1}.

suffisante pour que la dérivée de notre $w(z)$ soit finie et continue dans chaque point du demi-plan positif est donnée par les $2p+2$ relations, indépendantes entre elles et des (1),

$$\sum_{1}^{p+1}{}_m \int_{s_{2m}} \frac{u_{2m}(x') - u_{\lambda+\varepsilon}(l_\lambda)}{x' - l_\lambda} w_0(x')\,dx' + i \sum_{1}^{p+1}{}_m \int_{s_{2m-1}} \frac{v_{2m-1}(x') - v_{\lambda-1+\varepsilon}(l_\lambda)}{x' - l_\lambda} w_0(x')\,dx' \equiv 0$$
$$(\lambda = 1, 2, \ldots, 2p+2),$$

où il est $\varepsilon = 0$ ou $\varepsilon = \lambda$ selon que λ est pair ou impair.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Inégalités entre des moyennes arithmétiques.* Note de M. **T. Bonnesen**, présentée par M. Émile Borel.

Soient $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, n nombres réels et soit A_p la moyenne arithmétique entre tous les produits de p de ces nombres. Entre les n moyennes $A_1, A_2, \ldots, A_n$ on a alors les inégalités suivantes

$$(1) \qquad A_1^2 \geqq A_2, \quad A_2^2 \geqq A_1 A_3, \quad \ldots, \quad A_p^2 \geqq A_{p-1} A_{p+1}, \quad \ldots, \quad A_{n-1}^2 \geqq A_{n-2} A_n.$$

Si $n-p+1$ des nombres α sont égaux à zéro on a

$$A_p = A_{p+1} = \ldots = A_n = 0,$$

de manière que les $n-p$ dernières des inégalités (1) se réduiront en l'égalité triviale $0=0$. Ce cas excepté, le signe d'égalité ne sera valable que si tous les α sont égaux et alors il sera évidemment valable partout.

Considérons pour démontrer ce théorème l'équation

$$(2) \quad f(x, y) = x^n - \binom{n}{1} A_1 x^{n-1} y + \ldots + (-1)^p \binom{n}{p} A_p x^{n-p} y^p + \ldots + (-1)^n A_n y^n = 0,$$

et supposons pour commencer que $A_p \neq 0$ pour toute valeur de p. Dans ces circonstances cette équation a les n racines réelles $x = \alpha_i y$ ou bien $y = x : \alpha_i$. En conséquence du théorème de Rolle l'équation

$$(3) \quad \frac{\partial^{s+t} f(x, y)}{\partial x^s \partial y^t} = \frac{n!}{(n-s-t)!} \Big\{ (-1)^t A_t x^{n-s-t} + \ldots + (-1)^p \binom{n-s-t}{p} A_p x^{n-s-t-p} y^p + \ldots + (-1)^{n-s} A_{n-s} y^{n-s-t} \Big\} = 0$$

aura $n-s-t$ racines réelles soit par rapport à l'inconnue x, soit par rapport à y. En posant $s+t=n-2$ on arrivera aux $n-1$ équations

$$(4)\quad \left\{\begin{array}{l} x^2-2A_1\ \ xy+A_2y^2=0,\\ A_1\ \ x^2-2A_2\ \ xy+A_3y^2=0,\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ A_{n-2}x^2-2A_{n-1}xy+A_ny^2=0, \end{array}\right.$$

qui auront toutes deux racines réelles, d'où résultent les inégalités (1). Si tous les nombres α ne sont pas égaux, toutes les équations (4) auront deux racines inégales, c'est-à-dire que le signe d'inégalité sera valable dans toutes les (1), tandis que le signe d'égalité sera valable partout, quand tous les α sont égaux.

Supposons maintenant que $A_p=0$, $A_{p+1}=0$ tandis que $A_{p-1}\neq 0$, alors on aura nécessairement aussi $A_{p+2}=A_{p+3}=\ldots=A_n=0$, c'est-à-dire que $n-p+1$ des α sont égaux à zéro. En effet, il ne faut que considérer l'équation

$$A_{p-1}x^3-3A_px^2y+3A_{p+1}xy^2-A_{p+2}y^3=0,$$

contenu dans (3) pour $s+t=u-3$. Supposé que $A_{p+2}\neq 0$, cette équation aurait dans les circonstances dites deux racines imaginaires, ce qui amène une contradiction. On a donc $A_{p+2}=0$. On démontre de la même manière que $A_{p+3}=0$ en considérant une équation analogue du quatrième degré, etc. Il en suit que $n-p+1$ des α sont égaux à zéro et que le signe d'égalité est valable dans les $n-p$ dernières des (1), tandis que le signe d'inégalité est valable dans toutes les autres. Seulement celles-ci peuvent être remplacées par des inégalités meilleures entre les vraies moyennes formées par les α non nuls.

En passant nous avons vu que dans une équation algébrique dont toutes les racines sont réelles et différentes de zéro deux coefficients consécutifs ne peuvent pas être égaux à zéro, ce qui est aussi une conséquence bien connue du théorème de Descartes. Si $A_p=0$, on aura $0\geqq A_{p-1}A_{p+1}$, c'est-à-dire que A_{p-1} et A_{p+1} ont des signes contraires, ce qu'on dérive aussi du théorème dit.

Supposons maintenant que tous les nombres α sont positifs. Les inégalités (1) peuvent alors être écrites sous la forme

$$A_1\geqq\frac{A_2}{A_1}\geqq\frac{A_3}{A_2}\geqq\ldots\geqq\frac{A_n}{A_{n-1}},$$

d'où il suit que $A_1^{n-1}\geqq A_n:A_1$, ou bien $A_1^n\geqq A_n$. C'est le théorème sur la

moyenne arithmétique et la moyenne géométrique démontré par Cauchy (*Cours d'Analyse*, 1, Note II) à l'aide d'une méthode remarquable qui a servi à L. W. V. Jensen pour base de sa théorie des fonctions convexes et des inégalités entre des moyennes.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur quelques applications du lemme de Schwarz.* Note de M. **J. Dieudonné**.

1. Soit $f(z)=z+\ldots$ une fonction holomorphe dans le cercle $|z|<1$ et telle que $|f(z)|\leqq M$ dans ce cercle.

Posons $f(z)=z\,\varphi(z)$ et soit

$$\psi(z)=\frac{M^2[\varphi(z)-1]}{\varphi(z(-M^2}.$$

Dans le cercle unité, $\psi(z)$ est holomorphe, et l'on a

$$\psi(0)=0, \qquad |\psi(z)|\leqq M.$$

En lui appliquant le lemme de Schwarz, et en revenant à la fonction $f(z)$, on obtient aisément les inégalités

$$(1)\qquad \frac{Mr(1-Mr)}{M-r}\leqq|f(z)|\leqq\frac{Mr(1+Mr)}{M+r},$$

où $|z|=r$, l'égalité n'ayant lieu que pour la fonction

$$f(z)=\frac{Mz(1-Mz)}{M-z}$$

et celles qu'on en déduit par une rotation de z autour de l'origine.

2. Les inégalités (1) relient les valeurs de $f(z)$ aux points 0 et z et la valeur de la dérivée au point 0. Par une double transformation homographique sur la variable et sur la fonction, on en déduit le résultat suivant :

Théorème I. — *Soit* $F(z)$ *une fonction holomorphe dans le cercle unité, et telle que* $F(0)=0$, $|F(z)|\leqq M$; *en tout point intérieur au cercle unité, on a les inégalités*

$$(2)\qquad \frac{[|F(z)-Mr^2][M+|F(z)|]}{Mr(1-r^2)}\leqq|F'(z)|\leqq\frac{[|F(z)|+Mr^2][M-|F(z)|]}{Mr(1-r^2)}.$$

Les inégalités se transforment en égalités pour la fonction

$$F(z)=\frac{Mz(1-\lambda z)}{\bar{\lambda}-z},$$

λ étant une constante arbitraire de module supérieur à un.

3. Soit de nouveau $f(z)$ une fonction du type considéré dans le premier paragraphe, et cherchons le rayon du plus grand cercle $|z| < r$ auquel $f(z)$ fait correspondre un domaine *étoilé*. Il faut et il suffit pour cela que

$$\mathcal{R}\left[\frac{zf'(z)}{f(z)}\right] = \mathcal{R}\left[1 + \frac{z\varphi'(z)}{\varphi(z)}\right] \geqq 0 \qquad \text{pour } |z| = r.$$

En cherchant, à l'aide des inégalités (2), une limite supérieure pour $\left|\frac{z\varphi'(z)}{\varphi(z)}\right|$ et en écrivant que cette limite est inférieure à 1, on obtient le résultat suivant :

Théorème II. — *Le plus grand cercle $|z| < r$ représenté par $f(z)$ sur un domaine étoilé a pour rayon $r = \frac{1}{M + \sqrt{M^2 - 1}}$.*

La limite est effectivement atteinte par la fonction

$$f(z) = \frac{Mz(1 - Mz)}{M - z}$$

dont la dérivée s'annule pour $z = \frac{1}{M + \sqrt{M^2 - 1}}$.

Ce résultat résout donc complètement le problème suivant, posé par M. Montel dans son Cours de 1930 : *Trouver le plus grand cercle $|z| < r$ dans lequel la fonction $f(z)$ soit univalente.*

4. En utilisant la seconde inégalité (2), on peut trouver pour $|F'(z)|$ une limite supérieure indépendante de la valeur de $|F(z)|$:

Théorème III. — *Si $r \leqq \sqrt{2} - 1$, on a $|F'(z)| \leqq M$. Si $r > \sqrt{2} - 1$, on a $|F'(z)| \leqq \frac{M(1 + r^2)^2}{4r(1 - r^2)} = \frac{M}{\sin 4r\varphi}$ où $\tan\varphi = r$.*

La seconde limite est atteinte au point $z = a$ par la fonction

$$F(z) = \frac{Mz(1 - \lambda z)}{\lambda - z} \qquad \text{où} \qquad \lambda = \frac{a(3 - a^2)}{1 + a_2}$$

(on peut toujours supposer a et λ réels).

5. Considérons enfin une fonction quelconque $f(z)$ holomorphe à l'intérieur du cercle unité. L'application des résultats du paragraphe précédent à la fonction

$$F(z) = f(z) - f(0) + \mu z,$$

où μ est une constante convenablement choisie, conduit au théorème suivant :

Théorème IV. — *Le domaine décrit par la dérivée $f'(z)$ lorsque z décrit le cercle $|z| < (\sqrt{2} - 1)r$ est intérieur au plus petit domaine convexe contenant le*

domaine (D) *décrit par la fonction* $\varphi(z) = \frac{f(z) - f(0)}{z}$ *lorsque* z *décrit le cercle* $|z| < r$.

L'exemple de la fonction $f(z) = \frac{z(1-z)}{1+z}$ montre que dans cet énoncé, le nombre $\sqrt{2} - 1$ est le plus grand possible.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Les transformations analytiques des domaines cerclés les uns dans les autres.* Note de M. **Henri Cartan**.

1. Depuis ma dernière publication ([1]), j'ai eu connaissance d'un article où M. Behnke ([2]) énonce le théorème VII de ma Note. L'article est tout entier consacré à une démonstration de ce théorème. Je vais à mon tour donner ici ma démonstration, dont le principe est différent, et qui me paraît plus simple. Elle évite notamment la distinction des trois espèces de domaines cerclés, et s'applique à tous les domaines cerclés bornés tels que je les ai précédemment définis, alors que M. Behnke se limite aux domaines cerclés que j'ai appelés *étoilés*, et doit faire en outre une hypothèse restrictive sur la nature de la frontière de ses domaines.

2. Lemme. — *Soit, dans l'espace des deux variables complexes* x *et* y, *un domaine borné* D *qui contient l'origine* $(x = y = 0)$ *à son intérieur. Si un système de deux fonctions holomorphes dans* D

$$X = f(x, y), \qquad Y = g(x, y),$$

satisfait aux conditions suivantes :

$$f(0, 0) = g(0, 0) = 0,$$
$$\frac{\partial f(0,0)}{\partial x} = \frac{\partial g(0,0)}{\partial y} = 1, \qquad \frac{\partial f(0,0)}{\partial y} = \frac{\partial g(0,0)}{\partial x} = 0,$$

et si le point (X, Y) *reste intérieur à* D *quel que soit le point* (x, y) *intérieur à* D, *on a*

$$f(x, y) \equiv x, \qquad g(x, y) \equiv y.$$

Considérons en effet les substitutions itérées

$$f_{n+1}(x, y) \equiv f[f_n(x, y), g_n(x, y)],$$
$$g_{n+1}(x, y) \equiv g[f_n(x, y), g_n(x, y)].$$

([1]) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 354.

([2]) *Die Abbildungen der Kreiskörper* (*Abh. math. Sem. Hamburg. Univ.*, **7**, 1930, p. 329-341).

Les fonctions f_n et g_n sont bornées dans D; elles forment par suite une famille normale. Étant donné un nombre positif ε, on peut donc trouver un nombre positif η, tel que les inégalités

(1) $$|x| < \eta, \quad |y| < \eta$$

entraînent

(2) $$|f_n(x, y)| < \varepsilon, \quad |g_n(x, y)| < \varepsilon,$$

quel que soit n.

Prenons ε assez petit pour que $f(x, y)$ et $g(x, y)$ se laissent développer en séries de polynomes homogènes

$$f(x, y) \equiv x + \sum_{k=2}^{\infty} P_k(x, y),$$

$$g(x, y) \equiv y + \sum_{k=2} Q_k(x, y),$$

uniformément convergentes si $|x| < \varepsilon$, $|y| < \varepsilon$.

Alors, si (1) est vérifiée, on pourra écrire, en vertu de (2),

$$f_{n+1}(x, y) \equiv f_n(x, y) + \sum_{2}^{\infty} P_k[f_n(x, y), g_n(x, y)].$$

Si tous les P_k n'étaient pas identiquement nuls, on aurait, en appelant P_α le premier d'entre eux,

$$f_{n+1}(x, y) \equiv x + (n+1) P_\alpha(x, y) + \ldots,$$

et la famille des f_n ne serait pas normale. Donc les P_k, et de même les Q_k, sont tous identiquement nuls, et le lemme est établi.

3. Arrivons à notre théorème. Rappelons qu'un domaine cerclé D est défini par les deux conditions suivantes :

1° L'origine est un point intérieur à D;

2° Si (x, y) est un point de D, $(xe^{i\theta}, ye^{i\theta})$ est aussi un point de D quel que soit le nombre réel θ.

Théorème. — *Si deux domaines cerclés* D *et* Δ, *dont l'un au moins* D *est borné, sont en correspondance analytique biunivoque*

$$X = \varphi(x, y), \quad x = \Phi(X, Y),$$
$$Y = \psi(x, y), \quad y = \Psi(X, Y),$$
$$[\varphi(0, 0) = \psi(0, 0) = 0],$$

on a nécessairement

$$\varphi(x, y) \equiv ax + by, \qquad \psi(x, y) \equiv a'x + b'y.$$

En effet, θ étant un nombre réel quelconque, les formules

$$x' = e^{-i\theta}\Phi[e^{i\theta}\varphi(x, y), e^{i\theta}\psi(x, y)] \equiv f(x, y),$$
$$y' = e^{-i\theta}\Psi[e^{i\theta}\varphi(x, y), e^{i\theta}\psi(x, y)] \equiv g(x, y),$$

définissent une transformation de D en lui-même, et l'on vérifie sans peine que cette transformation satisfait aux conditions du lemme. On a donc

$$f(x, y) \equiv x, \qquad g(x, y) \equiv y,$$

ce qui peut s'écrire

$$\varphi(xe^{i\theta}, ye^{i\theta}) \equiv e^{i\theta}\varphi(x, y),$$
$$\psi(xe^{i\theta}, ye^{i\theta}) \equiv e^{i\theta}\psi(x, y).$$

Pour conclure que les fonctions φ et ψ sont linéaires en x et y, il suffit de calculer leurs dérivées partielles successives pour $x = y = 0$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur quelques propriétés des fonctions méromorphes.* Note de M. **L. Ahlfors**, présentée par M. Émile Borel.

1. On doit à M. H. Cartan [1] le théorème suivant :

Soient $\frac{1}{g(t)}$ *et* $h(t)$ *deux fonctions positives et non décroissantes, définies pour* $t > 0$ *et s'annulant pour* $t = 0$. *Supposons que l'intégrale*

$$\int_0^k g\left(\frac{t}{2}\right) dh(t) \qquad (k > 0)$$

existe. Alors on a, $f(\theta)$ *étant une fonction intégrable dans l'intervalle* $\alpha \leqq \theta \leqq \beta$,

$$(1) \qquad \frac{1}{\beta - \alpha}\int_\alpha^\beta g(|f(\theta) - a|)\, d\theta < \frac{\int_0^k g\left(\frac{t}{2}\right) dh(t)}{h(k)}$$

pour toute valeur de a, sauf pour un ensemble qui peut être enfermé dans une

---

[1] H. Cartan, *Sur les systèmes de fonctions holomorphes* (Thèse), Gauthier-Villars, Paris, 1928, p. 23.

suite de cercles de rayons $\rho_1, \rho_2, \ldots,$ *telle que*

$$\sum_{i=1}^{\infty} h(\rho_i) \leqq h(k).$$

2. Prenons $g(t) = \overset{+}{\log}\frac{1}{t}$, $f(\theta) = f(re^{i\theta})$, $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$, $f(z)$ étant une fonction méromorphe pour $|z| < R$. En utilisant les notations connues de M. Nevanlinna, l'inégalité (1) s'écrit

$$m(r, a) < \frac{\int_0^k \overset{+}{\log}\frac{2}{t}\, dh(t)}{h(k)}.$$

Désignons par $\lambda(r)$ une fonction quelconque qui croît indéfiniment lorsque $r \to R$. Nous tirons du théorème de M. Cartan ce

Théorème I. — *On a*

$$\varlimsup_{r \to R} [m(r, a) - \lambda(r)] \leqq 0,$$

sauf pour les valeurs a d'un ensemble E *satisfaisant à la condition* (A) *ci-dessous :*

A. *Quelle que soit la fonction croissante* $h(t)$, *telle que l'intégrale*

$$(2) \qquad \int_0^k \frac{h(t)}{t}\, dt \qquad (k > 0)$$

existe, et quelque petit que soit le nombre positif ε, *l'ensemble* E *peut être enfermé dans une suite de cercles de rayons* ρ_i *satisfaisant à la condition*

$$\sum_{i=1}^{\infty} h(\rho_i) < \varepsilon.$$

Observons que la propriété A entraîne comme conséquence que la mesure d'une dimension quelconque $\alpha > 0$ de l'ensemble E est égale à zéro [1].

Appelons valeur de Blaschke toute valeur a, telle que $N(r, a) = O(1)$. Si $T(r, f) = O(1)$, on sait que tout nombre a jouit de cette propriété (Nevanlinna). Réciproquement on déduit du théorème I le corollaire suivant :

---

[1] Cela signifie que, quel que soit $\alpha > 0$, on peut enfermer l'ensemble E dans une suite de cercles de rayons ρ_i, telle que la somme $\sum_{i=1}^{\infty} \rho_i^{\alpha}$ soit arbitrairement petite.

Corollaire. — *Les valeurs de Blaschke d'une fonction méromorphe* $f(z)$, *pour laquelle* $\lim_{r\to R} T(r, f) = \infty$, *forment un ensemble* E *qui satisfait à la condition* A.

3. Théorème II. — *Soit* $h(t)$ *une fonction croissante paur laquelle l'intégrale* (2) *existe. Désignons par* $t(h)$ *la fonction inverse de* $h(t)$ *et écrivons*

$$\lambda_h(T) = T\int_0^{\frac{1}{T}} \overset{+}{\log} \frac{2}{t(h)}\, dh.$$

Alors on a, pour $\alpha > 1$,

$$\overline{\lim_{r\to R}}\, m\{(r, a) - \lambda_h[T(r, f)^\alpha]\} < \infty,$$

sauf pour les valeurs a *d'un ensemble qui peut être enfermé dans une suite de cercles de rayons* ρ_i, *telle que la somme* $\sum_{i=1}^{\infty} h(\rho_i)$ *soit arbitrairement petite.*

Considérons quelques cas spéciaux :

1° $h(t) = t^\beta$, $\beta > 0$. On trouve

$$\lambda_h(T) = \frac{1}{\beta}\log T + o(1).$$

Par conséquence, on aura

$$\overline{\lim}\, \frac{m(r, a)}{\log[T(r, f)]} \leq \frac{1}{\beta},$$

sauf pour un ensemble dont la mesure de dimension β est nulle. Pour $\beta = 2$, ce résultat a été donné par M. Littlewood, et c'est en généralisant sa méthode qu'on trouve le théorème ci-dessus;

2° $h(t) = \left(\log\frac{1}{t}\right)^{-\eta}$, $\eta > 1$. Il vient

$$\lambda_h(T) = \frac{\eta}{\eta - 1} T^{\frac{1}{\eta}} + o(1).$$

On en déduit

$$\frac{m(r, a)}{T(r, f)^{\frac{1}{\eta}}} = o(1),$$

sauf pour un ensemble situé dans des cercles de rayons ρ_i qui satisfont à la condition $\sum_{i=1}^{\infty}\left(\log\frac{1}{\rho_i}\right)^{-\eta'} < \varepsilon$ pour chaque $\eta' > \eta$.

THÉORIE DES GROUPES. — *Les représentations linéaires des groupes clos simples et semi-simples.* Note de M. ÉLIE CARTAN.

J'ai démontré [1] que toute représentation linéaire bornée du groupe des rotations de la sphère est continue. Je vais montrer que *ce théorème s'étend à tout groupe de Lie clos, simple ou semi-simple.*

La démonstration est immédiate dans le cas du groupe clos simple connexe à trois paramètres dont la variété recouvre deux fois celle du groupe des rotations de la sphère (groupe linéaire unimodulaire d'une forme d'Hermite binaire définie).

Soient maintenant g un groupe de Lie clos, simple ou semi-simple, G un représentant linéaire *borné* de g. Toute transformation infinitésimale T de g peut être obtenue comme produit de l transformations infinitésimales T_1, T_2, ..., T_l appartenant respectivement à l sous-groupes simples clos à trois paramètres $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_l$ de g [2]. Les substitutions linéaires de G qui correspondent aux transformations de γ_i fournissent de γ_i une représentation linéaire bornée, *et par suite continue*. A toute transformation infinitésimale T de g correspond donc dans G une substitution linéaire produit de l substitutions infinitésimales, ce qui suffit à démontrer le théorème.

Je me bornerai à énoncer quelques conséquences du théorème précédent.

THÉORÈME I. — *Toute correspondance isomorphique biunivoque entre deux groupes de Lie clos, simples ou semi-simples, g et g', est continue.*

On sait en effet qu'on peut toujours trouver un représentant linéaire continu G de g, tel que la correspondance entre les transformations de g et les substitutions linéaires de G soit biunivoque. C'est aussi un représentant linéaire, nécessairement borné, de g' et la correspondance isomorphique considérée entre g et g' apparaît ainsi comme le produit de deux correspondances continues ($g \rightarrow G, G \rightarrow g'$); elle est donc continue.

On voit en particulier que *toute automorphie d'un groupe de Lie clos simple ou semi-simple est continue* [3].

Un raisonnement analogue conduit au théorème plus général suivant :

THÉORÈME II. — *Si un sous-groupe γ, continu ou non, d'un groupe de Lie clos g est isomorphe, holoédrique ou mériédrique, d'un groupe de Lie clos simple*

---

(1) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 610-612.

(2) L'entier l est le *rang* du groupe g.

(3) Ce théorème peut aussi se démontrer directement sans passer par l'intermédiaire des représentations linéaires des groupes clos.

ou semi-simple g', la correspondance isomorphique entre g' et γ est continue, et γ est un sous-groupe de Lie de g.

Voici maintenant un théorème d'une autre nature :

THÉORÈME III. — *Étant donné un espace clos transformé transitivement par un groupe de Lie clos simple ou semi-simple g, il n'existe dans cet espace aucune suite de fonctions bornées discontinues $U_1, U_2, \ldots, U_p$, subissant une substitution linéaire par toute transformation de g* (1).

On démontre facilement, en effet, que les coefficients des substitutions considérées devraient être bornés. Ces substitutions engendrant un représentant linéaire borné de g, leurs coefficients seraient des fonctions continues des transformations de g, ce qui est incompatible avec la discontinuité des fonctions U_i elles-mêmes.

Le théorème III peut s'énoncer sous une forme géométrique un peu plus générale.

THÉORÈME IV. — *Toute représentation univoque des points d'un espace clos par les points d'un ensemble borné* E *d'un espace euclidien à un nombre quelconque de dimensions est continue, sous les deux seules conditions : 1° qu'il existe dans l'espace un groupe transitif clos simple ou semi-simple; 2° que toute transformation de ce groupe se traduise par une affinité sur les points de* E.

On peut ajouter que l'ensemble continu clos E est, à une affinité près, situé tout entier sur une hypersphère.

Remarque. — Les théorèmes énoncés peuvent tomber en défaut pour un groupe clos qui ne serait ni simple, ni semi-simple (2), par exemple, pour le groupe des rotations de la circonférence. En revanche, certains peuvent s'étendre à des groupes simples ou semi-simples *ouverts*.

---

(1) Dans un Mémoire intitulé *Sur la détermination d'un système orthogonal complet dans un espace de Riemann symétrique clos* (*Rend. Circ. mat. Palermo*, 53, 1929, p. 217-252), j'ai indiqué comment on pouvait déterminer toutes les suites de fonctions continues $U_1, \ldots, U_p$ satisfaisant aux conditions de l'énoncé. Ces fonctions jouent le rôle des fonctions sphériques de Laplace sur une sphère transformée par le groupe des rotations autour de son centre.

(2) Tout groupe de Lie clos est, au moins infinitésimalement, le produit direct d'un groupe simple ou semi-simple et d'un groupe clos *commutatif*.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la mesure de la puissance dissipée dans les organes de transmission.* Note [1] de M. **R. Swyngedauw**, présentée par M. G. Kœnigs.

La perte de puissance p dans une courroie est égale à l'excès de la puissance fournie par la poulie motrice sur la puissance reçue par la poulie réceptrice. Si $2\Pi N_1$ et C_1, $2\Pi N_2$ et C_2 sont les vitesses angulaires et les couples des deux poulies, $p = 2\Pi(N_1C_1 - N_2C_2)$ peut se mettre sous la forme

$$\frac{p}{P} = \frac{N_1 - N_2}{N} + \frac{C_1 - C_2}{C}$$

en posant

$$N = \frac{N_1 + N_2}{2}, \qquad C = \frac{C_1 + C_2}{2}, \qquad p = 2\Pi\,CN.$$

La mesure de la perte relative de couple $\frac{C_1 - C_2}{C}$ se fait généralement par la dynamo-frein; or, l'équilibre du stator de cette machine dépend du frottement des balais sur le collecteur et ne peut, à cause de cela, être déterminé avec une grande précision. L'erreur commise de ce fait est sans grande importance dans la détermination de la puissance d'un moteur, mais elle en acquiert une considérable si la dynamo sert à la mesure des pertes dans les organes de transmission. Les puissances transmises et reçues sont alors sensiblement égales et les erreurs commises sur chacun des deux termes de la différence sont du même ordre de grandeur que les pertes à mesurer. C'est pour rendre plus précise et plus certaine cette mesure que nous avons substitué aux dynamos à courant continu des machines asynchrones-balances dont l'une fonctionne en moteur, l'autre en génératrice asynchrone, et dont les rotors sont en cage d'écureuil.

Ces machines n'ont d'autres résistances passives que celles des paliers à billes et la résistance de l'air. Ce dispositif permet l'équilibrage des stators par un couple précis et la détermination avec certitude et par quelques mesures de la différence des couples du moteur et de la réceptrice. La position d'équilibre du stator est repérée avec précision par un procédé optique : on adapte sur l'un des bras du levier de chaque machine une lentille à court foyer par laquelle on projette sur le mur du laboratoire l'image du filament

(1) Séance du 3 mars 1930.

horizontal d'une lampe à incandescence demi-watt; on amplifie ainsi 30 à 40 fois le déplacement du levier.

Quant à la différence du nombre de tours N_1-N_2, on l'obtient avec beaucoup de précision par l'artifice suivant : l'arbre de chacune des machines porte le rotor d'un petit alternateur à fer tournant; les deux induits sont couplés directement en série sans l'intermédiaire d'aucune résistance sur le circuit d'un voltmètre ; la différence N_1-N_2 du nombre de tours par minute des deux machines est ainsi mesurée par le nombre d'oscillations doubles du voltmètre par minute.

Le stator est muni d'un bobinage à 4, 6 et 8 pôles, ce qui permet, par un coupleur, de faire tourner les rotors à 1500, 1000 et 750 tours par minute. Dans chaque expérience, les poulies ont même diamètre : 10^{cm}, 20^{cm} ou 30^{cm} ; on peut ainsi changer les conditions de marche dans de larges proportions.

Les deux machines sont disposées comme dans la méthode bien connue utilisée par MM. Auclair et Boyer-Guillon (¹) pour la mesure de la tension de la courroie. Pour charger celle-ci, il faut que pour des vitesses sensiblement égales (ne différant que du glissement si les poulies ont même diamètres) l'une des machines fonctionne en moteur, l'autre en génératrice asynchrone : on alimente pour cela les stators par les rotors de deux moteurs asynchrones accouplés sur le même axe, dont les stators sont alimentés par le réseau et dont les champs tournent en sens inverse; un moteur à courant continu de faible puissance dont on peut faire varier la vitesse par la manœuvre du rhéostat d'excitation de la génératrice d'un groupe Ward-Léonard permet de faire tourner les deux moteurs accouplés dans un sens ou dans un autre, et d'alimenter ainsi les deux stators du groupe balance, l'un par un courant de fréquence légèrement inférieure à celle du réseau, l'autre par une fréquence légèrement supérieure; celui-ci fonctionne en moteur, le premier en génératrice asynchrone et la charge de la courroie est d'autant plus grande que la rotation du groupe asynchrone auxiliaire est plus rapide, la vitesse moyenne de la courroie ne change que très faiblement d'ailleurs avec sa charge.

L'intérêt du groupe asynchrone-balance se révéla aussitôt par un phénomène inattendu : quoique la courroie utilisée fût composée de bandes de cuir soigneusement collées, le passage de certaines de ses jonctions provoquait sur le stator de la machine qui est sous courant des déviations

---

(¹) *Bulletin du Laboratoire d'essais du Conservatoire des Arts et Métiers*, n° 21, 1924, p. 29, Paris, Béranger, éditeur, rue des Saints-Pères.

brusques d'amplitude telle que l'image de la lampe-repère se déplaçait de plusieurs décimètres, empêchant absolument la détermination de la position d'équilibre. Celle-ci ne peut se faire qu'en munissant les leviers de la balance d'une sorte de dash-pot formé de disques en fer de 20^{cm} de diamètre plongeant dans des vases contenant de l'huile et dont le diamètre intérieur est légèrement supérieur à celui des disques. Sous l'action de la jonction, le spot ne se déplace alors au maximum que de 4^{cm} environ de part et d'autre d'une position moyenne qu'on peut ainsi repérer en faisant une erreur inférieure à 3 ou 4 grammètres.

Ce phénomène de brusque déplacement du stator sous l'action de la jonction s'explique par la variation brusque de vitesse du rotor qui se transmet électromagnétiquement au stator, lorsque celui-ci est connecté au réseau. Ce déplacement peut servir ainsi à l'essai des jonctions qui jouent un si grand rôle dans le glissement et la vie des courroies.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur la théorie de M. Witoszinsky.* Note (1) de M. **N. S. Argeanicoff**, présentée par M. Rateau.

Dans le travail communiqué au Congrès de Mécanique pure et appliquée (Delft, 1924) et publié sous le titre *La mécanique des profils d'aviation*, M. Witoszinsky, critiquant la théorie de la force portante d'une aile d'avion donnée par M. Joukowski, présente une nouvelle théorie selon laquelle la source des forces aérodynamiques réside dans la multiplicité algébrique du potentiel.

En prenant comme base le potentiel complexe du profil circulaire

$$W_1(z) = -u\left(z + \frac{a^2}{z}\right), \tag{1}$$

M. Witoszinsky le complète par un terme sous la forme d'une fonction algébrique

$$W_2(z) = ikua\frac{\sqrt{z}-\sqrt{ae^{i\alpha}}}{\sqrt{z}+\sqrt{ae^{i\alpha}}}. \tag{2}$$

De cette façon on obtient le potentiel complexe total pour le profil circulaire

$$W(z) = -u\left(z + \frac{a^2}{z}\right) + ikua\frac{\sqrt{z}-\sqrt{ae^{i\alpha}}}{\sqrt{z}+\sqrt{ae^{i\alpha}}}. \tag{3}$$

(1) Séance du 23 décembre 1929.

En décomposant l'expression (3) : $W(z) = \varphi + i\psi$ en parties réelle et imaginaire, pour $\psi = 0$ on obtient l'équation du profil circulaire $r - a = 0$ et une autre équation

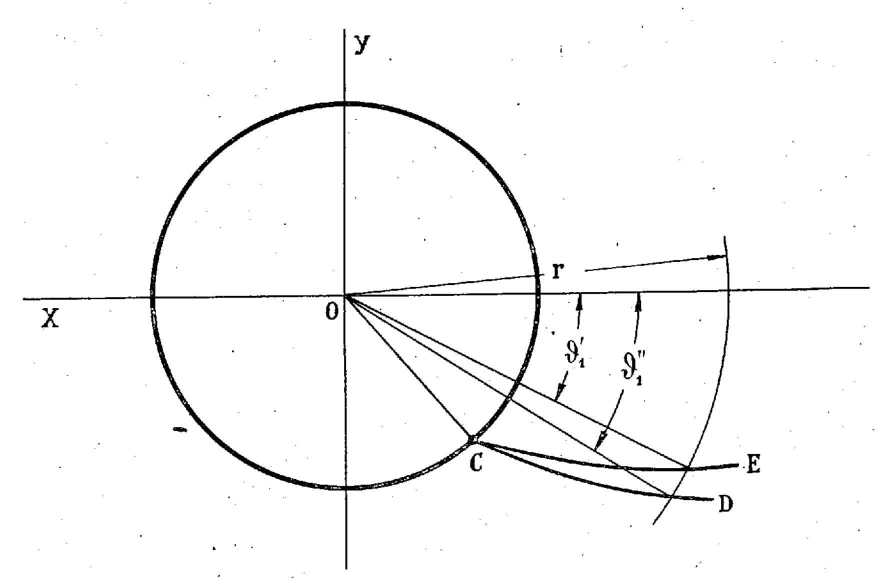
$$\frac{r+a}{r}\sin\vartheta + \frac{4a\sin\alpha}{r + a + 2\sqrt{ra}\cos\frac{\vartheta - \alpha}{2}} = 0,$$

qui représente la couche de discontinuité.

En mettant sur la courbe CE, $\vartheta = \vartheta_1 + F$, et sur la courbe CD, $\vartheta = \vartheta_1 - F$ l'épaisseur de la couche de discontinuité devient

$$(4)\qquad r(\vartheta_1'' - \vartheta_1') = \frac{8\alpha^2 a^{\frac{3}{2}} r^{\frac{5}{2}}(r-a)^2}{(r+a)^5}.$$

Le point de départ de la théorie de M. Witoszinsky, c'est que l'énergie cinétique dans la théorie de M. Joukowski a une valeur infiniment grande. Il faut remarquer que la valeur infinie de l'énergie cinétique pour $R = \infty$ n'a rien d'absurde et cette Note a pour but de démontrer que la nouvelle théorie



n'est pas exempte du défaut mentionné. En effet, en calculant l'aire S de la couche de discontinuité au moyen de la formule (4), on obtient $S = \infty$.

Mais la couche de discontinuité renferme du fluide en mouvement tourbillonnaire et l'énergie contenue dans cette aire peut être finie. Mais, si nous supposons que le profil circulaire se meut uniformément (par le prin-

cipe hydrodynamique de relativité) dans la direction des χ positifs, il entraîne une masse infiniment grande de fluide, donc $T=\infty$.

Il est très intéressant de remarquer que, si nous mettons le potentiel W dans la formule de Tchapliguine-Blasius (*Société mathématique de Moscou*, 1910, et *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik*, 1910),

$$P_y - iP_x = -\frac{1}{2}\rho\int\left(\frac{dW}{dz}\right)^2 dz, \tag{5}$$

et calculons ensuite l'intégrale (5) sur un cercle infiniment grand, nous obtenons facilement le résultat, que

$$P_y - iP_x = 0.$$

D'où les conclusions suivantes :

1° La résultante des pressions sur les profils $r=a$ et $r=\infty$ doit être attribuée à la couche de discontinuité, ce qui rend l'existence de cette couche même impossible.

2° Un système composé d'un cylindre suivi d'une couche de discontinuité ne subit aucune résistance dans le mouvement uniforme dans le fluide en repos.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur une équation algébrique qui intervient dans la théorie cinétique des gaz.* Note de M. **Alexandre Rajchman**, présentée par M. Émile Borel.

1. Dans la théorie cinétique des gaz on étudie l'équation algébrique suivante en ϑ :

$$\|\delta_{ik} - \vartheta p_{ik}\| = 0, \tag{1}$$

avec $\delta_{ik}=0$ pour $i\neq k$; $\delta_{ii}=1$:

$$p_{ik}\geqq 0, \qquad \Sigma_i p_{ik}=1.$$

Il est évident que $\vartheta=1$ est une racine de (1); le fait, qui joue un rôle important dans la théorie des gaz, est que *l'équation* (1) *n'admet pas de racines de module plus petit que un.* Ce fait résulte d'une proposition plus générale de Frobenius (*Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften*, Berlin, 1908, p. 471 et suiv.), qui se démontre par un calcul quelque peu fastidieux. L'objet de cette Note est de montrer que le

fait en question peut être mis en évidence très facilement au moyen de la méthode des approximations successives de M. Picard. Le raisonnement que j'emploie ici s'étend sans aucune difficulté à l'énoncé général de M. Frobenius et lui permet même de généraliser quelque peu, mais dans ce qui suit nous n'insistons pas là-dessus.

2. Soit N l'ordre du déterminant (1) et soient $b_1, b_2, \ldots, b_N$ des quantités arbitraires. Considérons le système de N équations algébriques linéaires à N inconnues :

$$x_k - \vartheta \sum_{i=1}^{i=N} p_{ik} x_i = b_k \qquad (k = 1, 2, \ldots, N); \tag{2}$$

(1) est le déterminant du système (2); par conséquent, s'il y avait une racine de (1) de module inférieur à *un*, il serait possible pour un $|\vartheta| < 1$ de disposer des quantités $b_1, b_2, \ldots, b_N$ de sorte que le système (2) devienne incompatible.

Or ceci est impossible. En effet, soient $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_N^{(0)}$ des quantités arbitraires et posons

$$x_k^{(p+1)} = b_k < \vartheta \sum_{i=1}^{i=N} p_{ik} x^{(p)} \qquad (k = 1, 2, \ldots, N;\ p = 0, 1, 2, \ldots). \tag{3}$$

Soit $\varepsilon^{(p)}$ la plus grande des N quantités :

$$|x_1^{(p)} - x_1^{(p-1)}|, \quad |x_2^{(p)} - x_2^{(p-1)}|, \quad \ldots, \quad |x_N^p - x_N^{(p+1)}.$$

Il résulte immédiatement de (3) que l'on a

$$\varepsilon^{(p+1)} : \varepsilon^{(p)} < |\vartheta|;$$

donc pour $|\vartheta| < 1$ la série $\sum_{p=1}^{p=\infty} \varepsilon^{(p)}$ converge, quels que soient les b_k, et, par conséquent, on a l'existence des limites $x_k = \lim_{p \to \infty} x_k^{(p)}$ qui, d'après (3), vérifient le système (2). Pour $|\vartheta| < 1$ on a donc la compatibilité du système (2) quels que soient les b_k. C. Q. F. D.

3. Quand $N \to \infty$ le polynome qui fait le premier membre de (1) devient la fonction entière de Fredholm. Notre raisonnement s'applique encore dans ce cas.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *La signification et l'invariance de la constante quantique h déduites de la Gravifique.* Note de M. **Th. De Donder**, présentée par M. Marcel Brillouin.

1. *Signification de la constante h.* — Dans ma *Théorie des champs gravifiques* (¹), j'ai été amené à introduire l'invariant intégral

(1) $$\delta\tau^{(m)} \equiv \mathfrak{M}\,\delta x_1\,\delta x_2\,\delta x_3\,\delta x_4;$$

où $\mathfrak{M}$ représente le facteur de densité massique. L'élément intégral (1) conserve sa valeur le long d'une ligne d'univers décrite par une particule massique électrisée; autrement dit, on aura

(2) $$\frac{d}{ds}\int\delta\tau^{(m)} = 0,$$

où l'intégrale est étendue à une portion quelconque de l'espace-temps ou du champ gravifique électromagnétique.

Considérons *un électron pulsant de période* T; les variables spatiales seront représentées par x_1, x_2, x_3; la variable temporelle sera $x_4 = t$. Pour fixer, utilisons une image ou carte (²) euclidienne et supposons que les coordonnées soient rectangulaires. Après chaque période T, l'électron reprendra son état primitif.

L'interprétation physique de h sera donnée par

(3) $$\boxed{h \equiv \frac{1}{c}\int_{\text{électron pulsant}} \mathfrak{M}\,\delta x_1\,\delta x_2\,\delta x_3\,\delta x_4}$$

ou, d'une manière plus explicite, par

(3′) $$h \equiv \frac{1}{c}\int_t^{t+\mathrm{T}}\delta t\int\int\int_v \mathfrak{M}\,\delta x_1\,\delta x_2\,\delta x_3,$$

où v représente le volume de l'électron pulsant à l'instant t. De (3′), on

(¹) *Mémorial des Sciences mathématiques*, fasc. 14. Paris, Gauthier-Villars, 1926. Voir spécialement les équations (188), (188′).

(²) Voir, par exemple, notre *Introduction à la Gravifique einsteinienne* [*Mémorial des Sciences mathématiques*, fasc. 8, Paris, Gauthier-Villars, 1925 (voir spécialement Chap. II, p. 32)].

déduit

$$h = \int_t^{t+T} E(t)\,\delta t, \qquad (3'')$$

où $E(t)$ représente le contenu énergétique de l'électron pulsant à l'instant t. D'où, en introduisant la moyenne temporelle E,

$$h = ET. \qquad (4)$$

En introduisant la fréquence ν de cet électron pulsant, on aura la formule de la mécanique ondulatoire $h\nu = E$.

Il résulte immédiatement de (2) et de (3) que *h demeurera invariant le long de la ligne d'univers qu'il décrit.*

2. *Invariance de la constante h* :

Effectuons un changement *quelconque* de variables x_1, x_2, x_3, x_4; représentons par x'_1, x'_2, x'_3, x'_4 les nouvelles variables. Le facteur de densité massique $\mathfrak{M}$ deviendra

$$\mathfrak{M}' = \frac{\partial(x)}{\partial(x')}\,\mathfrak{M}. \qquad (5)$$

D'autre part, l'extension en événements donnera :

$$\delta x'_1\,\delta x'_2\,\delta x'_3\,\delta x'_4 = \frac{\partial(x')}{\partial(x)}\,\delta x_1\,\delta x_2\,\delta x_3\,\delta x_4. \qquad (6)$$

Il résulte de (5), (6) et (3), que h est *un invariant* par rapport à un changement *quelconque* des variables x; d'où

$$h = h'. \qquad (7)$$

3. *La constante h en fonction de la masse m et de la période* T *de l'électron pulsant.* — Le contenu énergétique E est donné par

$$E = mc^2, \qquad (8)$$

où m est la masse de l'électron pulsant. On sait, grâce à la Gravifique einsteinienne [1], que

$$Vm = cm^*,$$

où m^* représente la masse de l'électron *au repos*, et où

$$V = \frac{ds}{dt}. \qquad (9)$$

---

[1] Voir éq. (245) dans ma *Théorie des champs gravifiques* citée ci-dessus.

On aura donc, dans un champ gravifique quelconque

$$h = mc_0^2 . T = m^* c^2 . T^*, \tag{10}$$

où

$$T^* \equiv T \frac{c}{V} \tag{11}$$

représente la période de l'électron pulsant *au repos*.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Micromanomètre absolu à compensation électrostatique*. Note de M. **Pierre Bricout**, présentée par M. Ch. Fabry.

I. *Principe*. — L'appareil, destiné à la mesure des pressions inférieures à quelques baryes, utilise le phénomène suivant découvert par Fresnel et déjà utilisé dans le même but par Knudsen. Entre deux plaques parallèles et très voisines portées respectivement aux températures absolues T_1 et T_2 et plongées dans un gaz de pression p et de température absolue T règne une pression :

$$p' = p \frac{\sqrt{T_1} + \sqrt{T_2}}{2\sqrt{T}}.$$

Une palette très légère placée entre les deux plaques sera donc poussée vers la plaque froide avec une force par unité de surface égale à

$$p_1 = p \frac{\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}}{2\sqrt{T}}.$$

En équilibrant cet effort très faible par l'attraction électrostatique qui s'exerce entre les armatures d'un condensateur et croît proportionnellement au carré de la différence de potentiel appliquée, on peut donc déterminer la pression du gaz en partant d'éléments facilement mesurables.

II. *Description*. — La figure ci-après montre la disposition essentielle de l'appareil. Entre les plaques A, B chauffées électriquement à une température mesurée par des thermomètres (non représentés) une mince palette de duralumin E munie de couteaux CC′ reposant sur des supports DD′ peut osciller avec une période réglable à l'aide des masselottes G et H. Pour repérer les déplacements de la palette de part et d'autre de sa position d'équilibre, un miroir concave M donne, d'une pointe très fine P portée par la palette, une image renversée P′. Une forte loupe visant

simultanément P et P′ permet d'apprécier facilement un déplacement de l'ordre du centième de millimètre. La force antagoniste résulte de l'attraction du secteur I solidaire de la palette lorsqu'on établit entre celui-ci et les plaques parallèles K une différence de potentiel réglable à l'aide d'un poten-

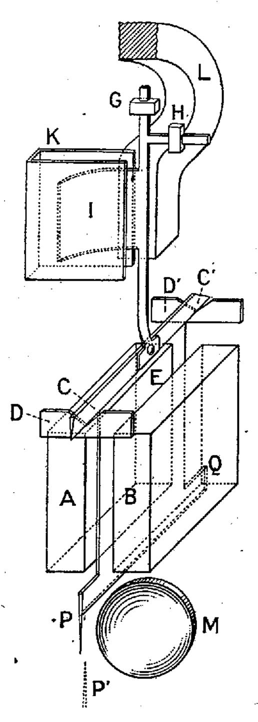


Schéma du micromanomètre (grandeur naturelle).

tiomètre. Un aimant L dont les pôles sont situés de part et d'autre du secteur I assure enfin à la palette oscillant dans le vide un amortissement suffisant.

III. *Tarage.* — Le couple de rappel dû à la pesanteur se mesure par la méthode classique en déterminant les périodes de la palette libre puis chargée d'une masse additionnelle placée en Q qui augmente son moment d'inertie d'une quantité connue.

Pour tarer la force de rappel électrostatique, on règle tout d'abord le miroir M de manière à amener en coïncidence la pointe P et son image lorsque l'appareil est au repos. L'ensemble est alors incliné sur la verticale d'un petit angle que l'on mesure en déterminant le déplacement de la pointe dans le champ d'un microscope micrométrique solidaire du bâti du

micromanomètre. On détermine alors la différence de potentiel V nécessaire pour ramener la pointe à sa position initiale. Un calcul simple ne nécessitant que la connaissance des dimensions de l'appareil fournit alors le coefficient par lequel il faut multiplier V^2 pour obtenir la force antagoniste appliquée au centre de pression de la palette. Cette constante de l'appareil, une fois déterminée, on peut construire sans difficulté un double abaque à alignements donnant en quelques secondes la pression du gaz en fonction des quatre lectures T, T_1, T_2 et V.

IV. *Sensibilité.* — Avec un équipage en duralumin de 4^{cm^2} de surface pesant environ 4^{dg}, la plus faible pression mesurable est de l'ordre de 10^{-2} à 10^{-3} barye suivant la perfection des couteaux et de leurs supports. Un accroissement notable de sensibilité pourrait être obtenu en substituant à la suspension par couteaux un fil de torsion vertical mais par contre la fragilité de l'appareil et l'influence des trépidations se trouveraient accrues. Le rappel de la palette par la gravité élimine ces inconvénients dans la mesure du possible.

RAYONS POSITIFS. — *Sur les rayons anodiques de sodium, de potassium, de calcium et de baryum.* Note de M. **A. Poirot**, présentée par M. A. Cotton.

J'ai indiqué (¹) comment j'ai pu réaliser une émission durable et stable de rayons anodiques de sodium et de chrome. D'une manière analogue, en partant de certains sels convenablement chauffés dans un vide très poussé et soumis à un champ électrique suffisamment intense, j'ai obtenu successivement des émissions de rayons anodiques de sodium, de potassium, de calcium et de baryum.

De nombreux essais effectués sur des sels très variés m'ont montré que, pour un métal donné, le régime de l'émission varie beaucoup d'un sel à un autre; ils m'ont conduit à considérer les azotates purs des métaux précédents comme étant les plus propices à ces émissions : en particulier, les azotates me paraissent beaucoup plus favorables que les sels halogénés auxquels la plupart des auteurs ont presque toujours cru devoir faire appel. L'addition au sel utilisé d'un sel halogéné de métal alcalin ne facilite nullement l'émission mais apporte à son régime des troubles résultant, entre autres choses, de l'emploi d'un mélange dont le point de fusion est mal défini.

(¹) A. Poirot, *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 150.

L'emploi, pour les métaux envisagés, d'un azotate seul, sel relativement stable et à point de fusion bien déterminé, donne lieu, quand la température et le potentiel de l'anode sont convenablement réglés, à une émission qui commence brusquement, puis, après une période d'organisation extrêmement courte, se montre parfaitement stable et durable.

L'intensité du courant qui traverse le tube dépend du sel choisi, de sa température et de la différence de potentiel aux bornes du tube. Elle peut varier, d'une manière réversible, dans de larges limites : elle peut atteindre plusieurs milliampères et n'est limitée que par la volatilisation du sel utilisé. Pour les applications que je poursuis, il m'a semblé plus pratique de n'employer qu'un courant de l'ordre de 0,5 milliampère. Dans ces conditions, la différence de potentiel aux bornes du tube varie, pour un sel donné, en fonction du métal; elle est seulement de quelques centaines de volts dans le cas du sodium; elle atteint plusieurs milliers de volts dans le cas du baryum. Quoi qu'il en soit, dans des conditions données, le régime d'émission ne varie pas durant des heures. La durée totale de l'émission, pour un courant et un sel donnés, dépend de la quantité de sel utilisée, mais avant tout de la nature du métal; dans les conditions où je me place, elle varie de 3 à 10 heures environ, selon le métal considéré.

Les rayons anodiques partent normalement à la surface du sel émetteur. Le faisceau formé a la couleur que donne le sel utilisé à la flamme d'un bec Bunsen; il est lui-même faiblement lumineux mais sa trace sur la cathode se manifeste par une tache très intense. Tant pour les métaux alcalins que pour les métaux alcalino-terreux le spectre de la lumière émise soit à l'anode, soit entre l'anode et la cathode, soit à la cathode, est le spectre d'arc du métal étudié. Ainsi, dans tous les cas et en particulier dans celui des métaux alcalino-terreux, les atomes métalliques excités que l'on peut mettre en évidence au moyen d'un spectrographe ne portent qu'une seule charge positive élémentaire; et s'il y a des atomes doublement chargés, ils sont en nombre relativement très faible. La plupart des spectrogrammes contiennent aussi, mais faiblement, les raies de l'hydrogène et un spectre de bandes dus aux vapeurs de graisse qui proviennent des rodages et sont bombardées par les rayons positifs. Mais aucun de ces spectrogrammes ne renferme ni les raies de l'oxygène ou de tout autre élément électronégatif, ni les raies du métal de la cathode bombardée.

Cette étude des rayonnements émis dans le tube apporte aussi divers renseignements sur le mécanisme de la décharge qui s'y produit. Ce mécanisme, probablement assez complexe, semble pouvoir s'expliquer, en partie tout au moins, par des phénomènes d'électrolyse.

BIRÉFRINGENCE MAGNÉTIQUE. — *Biréfringence magnétique des substances organiques rendues liquides par fusion.* Note [1] de M. **Constantin Salceanu**, présentée par M. A. Cotton.

Beaucoup de substances pures, pour lesquelles il serait intéressant de connaître les valeurs de la biréfringence magnétique, sont solides à la température ambiante. Il est souvent difficile d'en avoir des solutions bien concentrées, et d'autre part la dissolution peut modifier la biréfringence spécifique [2].

Il est donc utile de mesurer la biréfringence magnétique des corps purs rendus liquides par fusion. Il est bon d'autre part de faire en même temps des mesures sur la variation de la biréfringence avec la température; cette variation qui a un intérêt théorique n'ayant été étudiée jusqu'ici que pour très peu de substances.

Nous avons fait des recherches dans cette direction avec le grand électro-aimant de l'Académie de Sciences en employant les pièces polaires rondes de diamètre $6^{cm},09$, écartées de $2^{cm},5$. Le courant de 400 ampères était maintenu constant à un demi-ampère à l'aide des rhéostats d'excitation des génératrices. La topographie du champ [3] indique alors pour la partie centrale du champ une valeur voisine de 43000 gauss.

Le dispositif optique employé est celui qui a été décrit par MM. Cotton et Dupouy [4].

Cuves employées. — Après d'assez nombreux essais, nous avons choisi le type de cuve représenté par la figure.

Elle est en laiton non magnétique, dorée à l'intérieur, 60^{mm} de longueur, 7^{mm} de diamètre intérieur et 16^{mm} de diamètre extérieur. Les faces (c) sont rendues bien parallèles, par un procédé d'autocollimation, à une demi-minute près. Les fenêtres sont des couvre-objets de 10^{mm} de diamètre, maintenus contre la cuve par la bague (b), le ressort de platinor (d) et la vis (a, a'). Lorsque la vis (a) est convenablement serrée, ces fenêtres ne montrent aucune trempe jusqu'à 300° environ. Deux tubes de pyrex (t_1 t)

---

(1) Séance du 17 mars 1930.

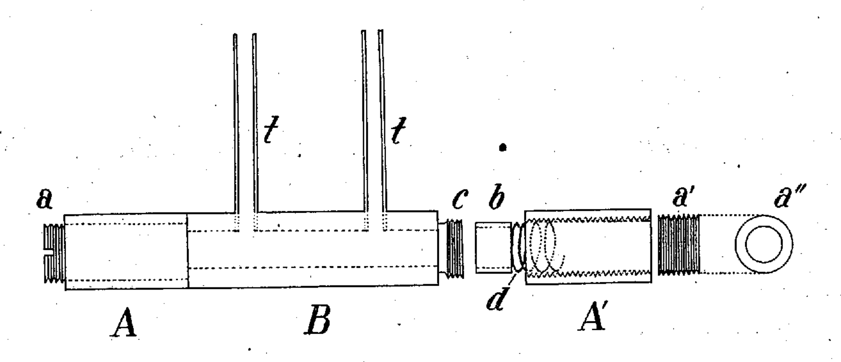
(2) A. Cotton et H. Mouton, *Ann. de Ch. et de Phys.*, **30**, 1913, p. 321. — G. Szivessy et M. Richartz, *Ann. der Phys.*, **86**, 1928, p. 393.

(3) A. Cotton et G. Dupouy, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 544.

(4) A. Cotton et G. Dupouy, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 602.

constituent un réservoir pour la cuve, ainsi qu'un support pour le thermomètre. Elle est chauffée à l'aide d'un four mobile à fil de platine ($\frac{2}{10}$ de millimètre).

La température de la substance fondue est lue avec une lunette sur un



thermomètre à tige mince (3^{mm}) dont la boule plonge moitié dans l'intérieur de la cuve, moitié dans la paroi. Les mesures des températures sont faites lorsque celle-ci présente un palier, après la mise du champ.

Mesure sur le β-méthylnaphtalène. — Nous donnons ici des mesures se rapportant au β-méthylnaphtalène, qui fond à 32°,5 C. Nous avons fait des mesures sur ce corps avec la raie jaune du mercure ($\lambda = 578^{m\mu}$) à diverses températures. Avec le tube employé, la même cuve, remplie avec du nitrobenzène, donne à 20° une biréfringence de 4°,74. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Température moyenne.	Biréfr. magn. β en degrés et cent. de deg.	Biréfr. magn. rapportée au nitrobenzène à 20°.
36°,5	4°,75	+1,002
37,9	4,71	+0,993
45,1	4,58	+0,966
49	4,51	+0,951
54,5	4,42	+0,932
62,6	4,25	+0,896
76	3,99	+0,841
89	3,84	+0,810

La constante de Cotton et Mouton du β-méthylnaphtalène pour les conditions de l'expérience à 36°,5 C. serait $C = 2,465 \times 10^{-12}$.

Nous avons d'autre part étudié la variation de la biréfringence magnétique du β-méthylnaphtalène avec la longueur d'onde, en faisant les mesures

pour les trois radiations du mercure à la température de 62°C. Les résultats sont les suivants :

Longueur d'onde.	Biréfr. magn. β en degrés et cent. de deg.	Valeurs relatives des biréfringences.
mμ	°	
578	4,27	1
546	4,57	1,07
436	6,15	1,44

Les biréfringences varient un peu moins avec λ que dans le cas du nitrobenzène.

RADIOCHIMIE ET PHOSPHORESCENCE. — *Sur l'optimum de concentration du phosphorogène et du fondant dans* ZnS, Cu *et sur la variation de cet optimum avec la température de préparation.* Note de MM. **R. Coustal** et **F. Prevet**, présentée par M. J. Perrin.

Nous avons préparé du sulfure de zinc phosphorescent activé au cuivre, par deux procédés différents :

1° *Méthode classique.* — A du sulfure pur préparé par voie humide, on incorpore les substances actives (phosphorogènes, fondants) et l'on calcine à haute température, par exemple dans un four électrique à tube.

2° *Méthode dite par explosion* (1). — On utilise un mélange explosif à base de soufre et de zinc en poudres impalpables, auquel — outre les substances actives —, on incorpore une certaine quantité d'acide borique qui modère la violence de la réaction en rendant l'explosion fusante.

Par la méthode classique, nous avons fait des expériences en utilisant des températures allant de 800° à 1400°C.

Avec la méthode par explosion, nous avons obtenu des températures extrêmement élevées qui ont pu être calculées comme étant de l'ordre de 3000°C.

Dans ces conditions, nous avons observé, — en faisant varier la température — des variations corrélatives des concentrations optima du fondant et du phosphorogène, ainsi que de l'optimum de la durée de calcination.

Tant que l'on opère par la méthode classique, les variations sont relativement peu considérables.

---

(1) Voir R. Coustal et F. Prevet, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 703.

En opérant à 1200°C. nous avons trouvé : 1° $0,7.10^{-4}$ pour la concentration optima de cuivre; 2° 1 pour 100 pour la concentration optima du fondant (mélange de sels alcalins); 3° 20 minutes pour la durée optima de calcination.

Ces nombres sont en accord avec ceux trouvés par la plupart des expérimentateurs.

En opérant à 800°C., ce qui nous a paru le minimum au-dessous duquel on ne peut plus préparer de sulfure de zinc phosphorescent, nous avons trouvé les optima suivants :

10^{-4} pour le cuivre; 2 pour 100 pour le fondant; 2 heures pour la calcination.

A la température de 1400°C. — limite permise par le four dont nous disposions — les optima ont été trouvés de : $0,3.10^{-4}$ pour le cuivre; 0,1 pour 100 pour le fondant; 5 minutes pour la calcination.

Les nombres précédents ne peuvent être déterminés qu'avec une approximation assez grossière, car l'optimum de phosphorescence est une notion mal définie, aussi y avait-il grand intérêt à pousser la température à ses extrêmes limites pour confirmer définitivement la loi de décroissance des optima. C'est ce que nous avons réalisé à l'aide de la méthode par explosion.

Pour ce qui concerne le fondant, nous avons tout de suite constaté que sa présence, même à l'état de traces, devenait très nuisible à la phosphorescence du produit obtenu. Quant au phosphorogène, le zinc pulvérulent de nos premières expériences en contenait des traces sous forme d'impureté et toute adjonction délibérée de cuivre supplémentaire se montrait nuisible. Nos efforts ont alors porté sur l'obtention d'un zinc absolument pur. Nous nous sommes heurtés à une difficulté imprévue : le zinc doit être à l'état de poudre extrêmement fine : grains de l'ordre du micron et les procédés usuels de pulvérisation ne donnent, dans le cas du zinc à un extrême degré de pureté, que des poudres trop grossières à grains supérieurs au centième de millimètre.

Toutefois, l'usine allemande de Schuchardt a bien voulu entreprendre des recherches à ce sujet et monter une fabrication spéciale. Nous avons reçu ainsi des échantillons de zinc en poudre impalpable, de plus en plus purs.

Nous avons fait avec la collaboration de M. Dureuil de nombreux contrôles spectroscopiques de ces échantillons, ainsi que des sulfures préparés avec eux. Les supports conducteurs servant à produire les arcs ou étincelles

nécessaires à l'analyse contiennent toujours des traces infinitésimales de cuivre et de fer, qui peuvent être de l'ordre de 10^{-6} ou 10^{-7}. Pour le cuivre, ces traces se révèlent en posant suffisamment sur des plaques très sensibles par l'apparition à peine visible des deux raies ultimes 3247 et 3274 du spectre du cuivre.

En utilisant le zinc le plus pur obtenu jusqu'à ce jour, on n'a pu observer aucun renforcement appréciable de ces deux raies ultimes, soit que l'on étudie le zinc lui-même, soit que l'on prenne le sulfure préparé à partir de ce zinc.

Or nous avons constaté que le sulfure préparé avec ce zinc extra-pur se trouve être celui ayant la plus belle phosphorescence, d'intensité largement égale à celle des meilleurs produits classiques contenant un optimum de cuivre au moins 100 fois supérieur.

La loi de variation des optima avec la température se vérifie donc jusqu'aux températures de l'ordre de 3000° C. ainsi que le fait ressortir le tableau suivant :

Température...	800°.	1200°.	1400°.	3000°.
Optimum de fondant..	> 2 %	1 %	0,1 %	0
Optimum de cuivre...	10^{-4}	$0,7.10^{-4}$	$0,3.10^{-4}$	$\leqq 10^{-6}$
Durée de calcination..	2 heures	20 minutes	5 minutes	quelques secondes

Nous n'avons pas retrouvé, dans le cas du phosphorogène manganèse, la même loi de décroissance pour la concentration optima. Cette concentration, dix fois supérieure à celle nécessaire pour le cuivre à 800°, semble à peu près indépendante de la température.

Le cuivre se présente donc comme un phosphorogène agissant différemment des autres, tant par la petitesse de la dose nécessaire que par la relativité de la notion d'« optimum » en ce qui le concerne. La diminution extrême de la quantité de cuivre, nécessaire dans le cas des calcinations à très haute température, paraît difficilement interprétable dans les conceptions classiques.

PHOTOCHIMIE. — *Sur la photolyse des iodures organiques; l'utilisation de la lumière.* Note de M. **Guy Emschwiller**, présentée par M. Georges Urbain.

André Job a montré l'intérêt que peuvent présenter les théories photochimiques en ce qu'elles permettent de relier les propriétés énergétiques

des molécules aux conditions de structure [1]. Dans ce but nous avions été conduits à rechercher des réactions photochimiques simples et nous avions choisi la photolyse des iodures organiques [2]. Interprétant nos premiers résultats, nous avions déduit certaines relations énergétiques; nous supposions en particulier que la relation d'Einstein était applicable. Toutefois, et bien que des déterminations de Thomas Iredale aient par la suite paru confirmer cette hypothèse [3], une analyse plus approfondie révèle qu'il n'existe pas de relation définie entre la quantité de lumière absorbée et celle de produit décomposé et que la photolyse des iodures organiques n'est pas un phénomène simple.

Tout d'abord la température influe sur les vitesses de décomposition, ainsi que nous le montrerons dans une prochaine Note. D'autre part, si l'on soumet, dans des conditions identiques d'éclairement, à des radiations ultraviolettes, divers composés organiques iodés, les taux de décomposition sont variables. Ainsi le coefficient d'utilisation de la lumière dépend à la fois de la température et de la nature du dérivé iodé. Enfin la qualité du rayonnement semble elle-même intervenir.

Pour la détermination des coefficients d'utilisation de la lumière, il est indispensable d'opérer en l'absence rigoureuse d'oxygène, sans quoi à la réaction de photolyse vient se superposer une oxydation photochimique, dont l'importance n'est jamais négligeable et peut même devenir prépondérante. Mais une complication se présente : les vitesses de décomposition ne demeurent pas constantes pendant l'éclairement, elles diminuent progressivement avec le temps. Pour expliquer ces variations, il suffit d'admettre que l'iode apparu, jouant le rôle d'écran interne, absorbe une partie des radiations actives, qui cesse alors d'être utilisée à la photolyse.

Soit en effet un faisceau monochromatique incident d'intensité constante I_0, la quantité de lumière I absorbée par le système, à l'instant t où le taux de décomposition; mesuré par la quantité d'iode libéré [4], est x, est donnée par la relation

$$I = I_0(1 - e^{-(k_1+k_2x)l}),$$

(1) *La mobilité chimique*, rapport au Conseil de Chimie Solvay, Bruxelles, 1922; *Bulletin de la Société chimique*, 33, 1923, p. 1561.

(2) *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 52 et 168.

(3) *Journal of physical chemistry*, 33, 1929, p. 290.

(4) Celà est légitime; les expériences sur les iodures de méthyle et d'éthyle montrent qu'il y a bien correspondance entre les quantités d'iode libéré et celles des produits gazeux qui se dégagent.

où k_1 est la constante d'absorption du dérivé iodé, k_2 celle de l'iode à la concentration unité, l l'épaisseur du liquide éclairé. La quote-part d'absorption du dérivé iodé est $\frac{k_1}{k_1+k_2x}$, et, par suite, si C est le coefficient d'utilisation de la lumière, la quantité dx de produit décomposé pendant le temps dt est

$$dx = \mathrm{CI}_0 \frac{k_1}{k_1+k_2x}(1-e^{-(k_1+k_2x)l}).$$

Par intégration, on déduit la variation du taux de décomposition x avec la durée de l'éclairement. Le calcul n'est possible que dans le cas où toute l'énergie radiante est pratiquement absorbée; x est alors donné par résolution de l'équation

$$x + \frac{k_2}{2k_1}x^2 = \mathrm{CI}_0 t.$$

L'expérience vérifie ces prévisions théoriques. Les déterminations des constantes d'absorption ont été effectuées par la méthode photographique, au moyen du microphotomètre enregistreur de Lambert et Challonge. Les mesures cinétiques en lumière monochromatique ont été réalisées dans un appareil en verre éclairé par une lampe à mercure; les seules radiations absorbées dans ces conditions par les dérivés étudiés sont en effet pratiquement celles-là seules qui correspondent aux trois raies voisines de l'arc au mercure 3650, 3655, 3663 angströms.

Voici, par exemple, des résultats observés sur l'iodure d'éthyle :

30^{cm^3} d'iodure d'éthyle pur, introduits dans un tube cylindrique de 2^{cm} environ de diamètre, ont été, après élimination de l'air, éclairés à la température maintenue constante de 21°. L'iode était titré au moyen d'une solution N/200 d'hyposulfite de sodium, x exprimé en centimètres cubes de solution nécessaires au titrage. Une série de mesures a été effectuée en faisant varier la durée de l'éclairement. Les déterminations photométriques ont donné pour les constantes d'absorption k_1 et k_2 les valeurs moyennes 0,7 et 0,4. Chaque expérience permet de calculer le produit $\mathrm{C.I}_0$ de l'équation :

t (heures).	x (cm^3).	$\mathrm{C.I}_0$ (calculé).
1,5	7,7	16,4
4	13,6	16,5
6	18,05	18,4
10	23,3	17,6
20	31,1	15,4
	Moyenne...	16,8

Le produit $\mathrm{C.I}_0$ apparaît bien sensiblement constant, aux erreurs d'expérience près.

Les coefficients d'utilisation de la lumière ont été comparés, pour une série de dérivés iodés, dans des conditions identiques d'éclairement. L'intensité I_0 demeurant constante, le coefficient C peut être exprimé en unités arbitraires. On trouve, par exemple, que le coefficient, s'il est pris

égal à 17 pour l'iodure d'éthyle, n'est que de l'ordre de 4 pour l'iodobenzène et est inférieur à 1 pour l'iodure de méthyle. On voit combien est variable avec la nature du dérivé iodé le coefficient d'utilisation de la lumière. Pour être mieux en mesure d'interpréter ces résultats, il sera peut-être instructif de comparer les décompositions photochimiques et les décompositions thermiques; à cet égard, il est remarquable que l'iodure de méthyle, plus difficile à décomposer par la lumière que l'iodure d'éthyle, présente aussi plus de stabilité sous l'action de la chaleur [1].

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'ammoniaque concentrée sur le composé* $HgCl^2.2NH^3$. *Formation du chlorure de monomercurammonium* HgH^2NCl *et du chlorure de dimercurammonium hydraté* $Hg^2NCl.H^2O$. Note de M. **Maurice François**, présentée par M. A. Béhal.

J'ai étudié l'action de l'ammoniaque concentrée sur le composé $HgCl^2.2NH^3$ obtenu par action du gaz ammoniac sur le chlorure mercurique sec. Les méthodes employées ont été celles que j'ai indiquées dans une Note récente, lorsque l'action portait sur le composé $HgBr^2.2NH^2$ [2].

Comme il était à prévoir, les résultats ont été de tous points comparables.

Sous l'influence de l'ammoniaque concentrée ($D = 0{,}922$) le corps $HgCl^2.2NH^3$ se décompose. Il se produit successivement du chlorure de monomercurammonium HgH^2NCl et du chlorure de dimercurammonium $Hg^2NCl.H^2O$, tous deux incolores, suivant les équations réversibles

$$\text{(IV)} \qquad HgCl^2.2EH^3 \rightleftharpoons HgH^2NCl + NH^4Cl,$$

$$\text{(V)} \qquad 2(HgH^2NCl) \rightleftharpoons Hg^2NCl + NH^4Cl.$$

Lorsque la quantité d'ammoniaque employée d'emblée est très grande, la formation du chlorure de monomercurammonium passe facilement inaperçue et l'équation globale qui représente la formation du chlorure de dimercurammonium est

$$\text{(VI)} \qquad 2(HgCl^2.2NH^3) \rightleftharpoons Hg^2NCl + 3NH^4Cl.$$

Comme on le voit, dans ces réactions, il se forme du chlorure d'ammonium, corps soluble, qui s'accumule dans les liqueurs et la décomposition

(1) Zelda Kahan, *Journal of the chemical Society of London*, 93, 1908, p. 1040.
(2) Voir aussi *Bulletin de la Société chimique*, 4e série, 47, 1930, p. 165.

du corps $HgCl^2.2NH^3$ s'arrête lorsque la teneur en chlorure d'ammonium dissous par litre a atteint une certaine valeur. Inversement, si l'on fait agir sur le chlorure de monomercurammonium de l'ammoniaque contenant en dissolution du chlorure d'ammonium en quantité convenable, on la ramène à l'état de $HgCl^2.2NH^3$. — Si l'on fait agir sur le chlorure de dimercurammonium de l'ammoniaque contenant une quantité appropriée de chlorure d'ammonium, on le ramènera à l'état de chlorure de monomercurammonium HgH^2NCl.

Les équations ci-dessus représentent donc des réactions limitées et réversibles.

Pour la température de 20°, la décomposition du corps $HgCl^2.2NH^3$ avec formation de chlorure de monomercurammonium et de chlorure d'ammonium (équation IV) s'arrête lorsque l'ammoniaque contient $17^g,07$ de chlorure d'ammonium libre par litre. La décomposition du chlorure de monomercurammonium avec formation de chlorure de dimercurammonium et de chlorure d'ammonium (équation V) s'arrête lorsque l'ammoniaque contient $1^g,61$ de chlorure d'ammonium libre par litre.

Les actions inverses ont été étudiées en faisant agir sur le chlorure de monomercurammonium de l'ammoniaque contenant plus de $17^g,07$ de chlorure d'ammonium libre par litre (effectivement de 25 à 30^g) et sur le chlorure de dimercurammonium de l'ammoniaque contenant plus de $1^g,61$ et moins de $17^g,07$ de chlorure d'ammonium par litre (effectivement 5 et 10^g). Elles se sont arrêtées lorsque les teneurs en chlorure d'ammonium par litre se sont trouvées ramenées à celles qui caractérisaient la décomposition.

L'intérêt de cette étude réside en ce que le composé d'addition $HgCl^2.2NH^3$ peut être considéré comme le générateur des composés ammoniés chlorés à la place du chlorure mercurique. En effet, le chlorure mercurique dissous se transformant instantanément en $HgCl^2.2NH^3$ au contact de l'ammoniaque ne saurait être ce générateur. La même observation s'applique aux composés $HgBr^2.2NH^3$ et $HgI^2.2NH^3$ précédemment étudiés.

L'analyse du chlorure de dimercurammonium obtenu au cours de ces études d'équilibre montre que le corps se produit toujours à l'état d'hydrate $Hg^2NCl.H^2O$, les composés bromés et iodés correspondants Hg^2NBr et Hg^2NI étant anhydres.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Microdosage du mercure dans les composés organiques.* Note de M. **J.-J. Rutgers**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Les méthodes classiques de dosage du mercure présentent plusieurs inconvénients : les unes exigent l'emploi de tubes scellés, les autres ne sont exécutables qu'avec une verrerie spéciale, fragile et assez coûteuse. Nous croyons avoir trouvé une méthode à la fois rapide et abordable. Elle consiste en principe à brûler la matière organique en tube ouvert dans un courant d'oxygène chargé de vapeurs d'eau régale. Le mercure est transformé en bichlorure de mercure; celui-ci est ensuite décomposé par électrolyse en solution aqueuse suivant une technique récemment décrite par M. Verdino et modifiée par nous.

Une micronacelle en porcelaine contenant environ 5^{mg} de substance, pesée au millième de milligramme, est introduite dans le tube à perles décrite par M. Pregl pour le dosage des halogènes (¹), et monté suivant les indications de cet auteur. Notons toutefois que, dans notre dosage, les lames de platine ne sont pas nécessaires et qu'aucun liquide n'imprègne les perles. L'oxygène peut par un tube en Y aller dans deux directions aboutissant à un robinet à trois voies. En suivant l'une d'elles l'oxygène passe dans un flacon laveur contenant de l'eau régale et se charge de vapeurs acides; en suivant l'autre il reste pur. Le robinet à trois voies est relié au tube à combustion par un compte-bulles renfermant une goutte d'eau et un tube en U à chlorure de calcium.

On fait passer dans le tube à combustion un courant d'oxygène chargé de vapeurs acides (vitesse 6^{cm^3} par minute), puis on allume la rampe. Quand le tube est porté au rouge on chauffe la substance à l'aide du brûleur mobile. La combustion demande 15 minutes. On cesse alors tout chauffage et l'on balaie le tube avec de l'oxygène pur (vitesse 8^{cm^3}). Le bichlorure de mercure formé s'est déposé sur les premières perles. Un peu au delà se trouve une gouttelette d'eau qui, à la fin du balayage, peut rester colorée en brun si la matière organique contenait du brome ou de l'iode; la présence de ces halogènes ne fausse en aucune façon les résultats de l'analyse. Après refroidissement le tube à combustion est lavé trois fois avec de l'eau (au total 20^{cm^3} environ) et les liquides de lavage sont recueillis directement dans le vase d'électrolyse.

Dans la méthode de dosage du mercure de M. Verdino (²), le métal est précipité d'une solution dont le volume ne dépasse pas 6^{cm^3}. En raison de l'importance du volume de notre liqueur mercurique, nous avons dû

(¹) F.-Pregl, *La Microanalyse*, trad. franç., 1923, p. 113.
(²) A. Verdino, *Mikrochemie*, 6, 1928, p. 5.

employer un appareil plus grand que celui employé par lui et mieux approprié à l'électrolyse des solutions diluées. Notre vase d'électrolyse n'est autre que l'appareil de Thiele [1] pour la détermination des points de fusion, en Pyrex et d'une capacité utile de 30^{cm^3}. Toutefois la partie cylindrique de cet appareil est d'un diamètre trop grand pour assurer la stabilité de la cathode de M. Pregl, employée par M. Verdino. Pour y remédier, on introduit dans le gros tube de l'appareil de Thiele un tube en verre de diamètre approprié, évasé à ses extrémités et dont la partie inférieure est sectionnée suivant un plan oblique à son axe. Ce dispositif assure la stabilité de la cathode sans apporter de gêne au mouvement du liquide pendant l'électrolyse. L'anode est maintenue dans l'axe du tube grâce à deux petites baguettes de verre soudées normalement au fil en leur milieu et orientées dans deux plans perpendiculaires. Les parties supérieures des fils anodiques et cathodiques, recourbées deux fois à angle droit, plongent dans deux petits godets de verre, encastrés dans un bouchon de liège qui enserre la partie supérieure de l'appareil de Thiele. Ces godets contiennent du mercure et serviront à l'arrivée et à la sortie du courant. La cathode, dorée dans l'appareil même selon le procédé de M. Verdino, est lavée, séchée et pesée au millième de milligramme. Le liquide obtenu par lavage du tube à combustion est introduit dans l'appareil et l'on dilue avec un peu d'eau distillée afin d'atteindre le niveau de l'orifice supérieur du tube latéral. Après mise en place des électrodes on fait passer le courant provenant d'un accumulateur de 4 volts; son intensité est réglée à 0,3 ampère par addition de quelques gouttes d'acide sulfurique. Le liquide est chauffé par un microbrûleur disposé au-dessous du tube vertical, ce qui provoque un mouvement ascendant du liquide, facilité par le dégagement des bulles gazeuses s'élevant des électrodes. Il est à noter que ce mouvement est de sens contraire à celui qu'on obtient dans l'appareil de Thiele lors de son emploi à la détermination des points de fusion. Lorsque l'électrolyse est achevée (après environ 40 minutes), on retire rapidement les électrodes. La cathode est lavée, séchée et pesée, et l'augmentation de son poids nous donne la quantité de mercure contenue dans le composé.

Nous avons dosé ainsi le mercure dans les corps suivants, dont certains ont été mis aimablement à notre disposition par M. le professeur Fosse :

---

(1) J. Thiele, *Ber. deutsch. chem. Ges.*, 40, 1907, p. 996.

Substance.	Quantité pesée.	Hg trouvé.	Hg pour 100 calculé.	Hg pour 100 trouvé.
	mg	mg		
$HgBr^2$	5,178	2,884	55,66	55,69
HgI^2	6,034	2,668	44,14	44,22
$C^5H^5N.HCl.2HgCl^2$	4,610	2,805	60,92	60,85
$O(C^{10}H^6)^2C(Cl)(C^6H^5).HgCl^2$	5,950	1,795	30,21	30,17
$O(C^{10}H^6)^2CHBr.HgBr^2$	5,773	1,600	27,81	27,72
$O(C^{10}H^6)^2C(Br)(C^6H^4OCH^3).HgBr^2$	6,750	1,638	24,24	24,25
$O(C^6H^4)^2CHCl.HgCl^2$	4,306	1,771	41,10	41,13

L'examen de ce tableau nous permet de conclure que la nouvelle méthode, à la fois simple et rapide, donne des résultats tout à fait satisfaisants.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur une réaction colorée des protéides du grain de blé.* Note de MM. **Edmond Rabaté** et **Jean Fleckinger**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Au cours d'une étude sur le premier développement du grain de blé, notre attention a été momentanément retenue par diverses réactions colorées, observées au microscope, sur des coupes choisies de préférence dans la région du germe.

Sur des grains traités au sulfate de cuivre contre la carie (*Tilletia caries*), le ferrocyanure de potassium montre la localisation du cuivre à la surface, sauf le cas de fendillements du grain.

Pour une observation plus précise, il a été fait appel à un réactif sensible, que Denigès considère comme spécifique des sels de cuivre, déjà utilisé par l'un de nous [1] et que nous avons ainsi préparé : du bromure de potassium est dissous dans son poids d'eau, et le volume de la solution refroidie est doublé avec de l'acide sulfurique pur (réactif I).

Un liquide contenant du cuivre en solution très diluée, évaporé à sec dans une capsule ou sur un papier à filtrer, donne, avec une goutte de ce réactif, une coloration rouge.

Cette coloration est obtenue aussi sur des coupes sèches de grain de blé traité au sulfate de cuivre.

---

(1) E. Rabaté, *Les bouillies riches en cuivre* (*Revue de Viticulture*, 42, 1915, p. 377.

En outre, et c'est là le point important, des coupes de grains, non traités au cuivre, recouvertes du réactif et examinées à un faible grossissement, montrent que *les cellules de l'embryon et celle de l'assise protéique du blé se colorent* comme les sels de cuivre, en quelques minutes, en passant rapidement de l'ocre pâle au rouge carminé.

L'apparition, dans le grain de blé, de tissus colorés par le réactif bromhydrique évolue, le plus souvent, dans l'ordre ci-après : pourtour du cotylédon en contact avec l'albumen farineux, angles du cotylédon, cotylédon tout entier et assise protéique ou assise à diastases. L'albumen reste incolore et c'est seulement plus tard qu'il prend, comme tous les tissus imprégnés du réactif, une teinte violacée.

Le même réactif fait apparaître, mieux que d'autres, des granulations rouges dans certaines graines (*Phaseolus*, *Gleditschia*, etc.).

Essayons de préciser d'une part le rôle respectif de l'acide sulfurique, du brome, du cuivre et d'autre part celui des protéides et de leurs dérivés préexistants ou formés au cours de la réaction.

1. L'acide sulfurique, employé seul, donne la réaction furfurique des tissus protéiques avec coloration rouge, puis terre de Sienne brûlée, due à la présence simultanée de noyaux phénoliques (tyrosine) et de polyholosides.

2. Le brome, dans une solution de bromure de potassium, colore l'amidon en jaune, mais ne colore pas le cotylédon, ni l'assise à diastases.

3. L'HBr colore en violet la caséine; en brun, l'albumine, et ne colore pas les coupes de grain de blé.

4. Le mélange à parties égales d'acide sulfurique et d'acide bromhydrique (réactif II) produit des colorations comparables à celles du réactif bromhydrique de Denigès : bleu violacé avec la caséine, l'albumine; rouge violacé sur des coupes de blé. Le *tryptophane* est coloré. La tyrosine ne l'est pas.

Le cuivre existe dans le grain de blé. Il a même été dosé dans différents produits de mouture : germes, farines et sons [1] sans que la localisation cytologique ait été indiquée. Peut-on déceler le cuivre dans les cellules?

Le réactif du cuivre de Bach à la formaldoxine fournit très irrégulièrement, dans toute l'étendue de certaines coupes du grain, une teinte violacée ne permettant pas de conclusion.

Le réactif bromhydrique ne décèle pas le cuivre dans une solution de cendres de blé ramenée au volume des grains dont elles proviennent; par contre le réactif de Bach donne une réaction positive. On peut donc admettre :

---

[1] JAVILLIER et GUÉRITHAULT, *Académie d'agriculture*, 19 janvier 1927.

a. Que les protéides retiennent le cuivre dans des combinaisons masquant la réaction des ions cuivre.

b. Que la coloration par le réactif bromhydrique de diverses cellules du grain de blé doit être attribuée aux seules substances protéidiques.

En résumé, le réactif bromhydrique considéré comme spécifique du cuivre ionisé est aussi un bon réactif des protéides de l'embryon, du cotylédon et de l'assise à diastases du grain de blé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Condensation de l'acide pyruvique avec les aldéhydes grasses*. Note de M. **Albert Kirrmann**, présentée par M. G. Urbain.

La condensation de l'acide pyruvique avec les aldéhydes, facile en série aromatique, est mal connue en série grasse. On semble l'avoir réussie en milieu alcalin, sans toutefois qu'on n'ait pu isoler les produits formés ([1]). En présence d'anhydride acétique par contre, on a obtenu incidemment, mais sans l'étudier, le dérivé acétylé du produit de condensation avec l'acétaldéhyde ([2]).

$$CH^3 - CH(O - CO\,CH^3) - CH^2 - CO - COOH$$

C'est cette réaction dont j'ai entrepris l'étude. Elle peut se généraliser et m'a donné les produits suivants :

1° Avec l'aldéhyde acétique : l'acide α-céto-γ-acétoxyvalérique.

Éb. 98° sous 11^{mm}, $d^{18} = 1,152$; $n_D^{18} = 1,4222$;
réfr. mol. = 38,39 (théorie 37,73).

2° Avec l'aldéhyde butyrique : l'acide α-céto-γ-acétoxyheptylique.

Éb. 114° sous 10^{mm}, $d^{21} = 1,0946$; $n_D^{21} = 1,4250$;
réfr. mol. = 47,18 (théorie 46,97).

3° Avec l'œnanthol : l'acide α-céto-γ-acétoxydécylique.

Éb. 145° sous 10^{mm}; $d^{21} = 1,0291$; $n_D^{21} = 1,4324$;
réfr. mol. = 61,59 (théorie 60,83).

Ces acides ne donnent pas de phénylhydrazones cristallisées, mais on

(1) Smedley, *Biochem. Journ.*, 7, 1913, p. 364.

(2) Wohl et Maag, *Berichte chem. Ges.*, 43, 1910, p. 3292.

obtient des semicarbazones, fondant respectivement à 178°, 132°, 75°. Ces dérivés, très instables en présence d'alcalis, sont stables vis-à-vis de l'eau bouillante.

Par PCl^3 on a obtenu le chlorure d'acide

$$CH^3CH(OCOCH^3)CH^2COCOCl.$$

Voici ses constantes :

Eb. 55° sous 12mm, $d^{21} = 1,215$; $n_D^{21} = 1,4334$;
réfr. mol. = 41,21 (théorie 40,96).

Toutes les autres réactions étudiées conduisent à une désintégration de la molécule.

En essayant d'obtenir des sels métalliques, on n'isole que des pyruvates, même en milieu alcoolique.

En faisant bouillir avec de l'alcool absolu, on obtient du pyruvate d'éthyle.

En oxydant avec de l'eau oxygénée en milieu neutre ou alcalin, on n'obtient que de l'acide acétique à partir du premier de nos acides.

L'eau bouillante produit la désintégration immédiate. L'eau à 15° dissout nos acides et les désintègre lentement. Les solubilités initiales dans l'eau sont d'environ 10 pour 100 pour le premier, 3 pour 100 pour le second.

La désintégration, fortement accélérée par un milieu basique, semble se faire en deux phases :

(1°) $$R - CH(OCOCH^3)CH^2COCOOH + H^2O \rightarrow CH^3COOH + RCH(OH)CH^2COCOOH,$$

(2°) $$RCH(OH)CH^2COCOOH \rightarrow RCHO + CH^3COCOOH.$$

La première est révélée par des dosages acidimétriques. Elle est totale en peu de temps en présence d'un léger excès d'alcali. Elle se produit de la même façon avec les semicarbazones. La deuxième étape de désintégration est mise en évidence par des dosages de carbonyle au moyen de bisulfite. Ce dosage n'a pas de prise sur le carbonyle de l'acide acétylé, mais il attaque à la fois l'acide pyruvique et l'aldéhyde. Voici les résultats de cette étude, appliquée à l'acide céto-acétoxyvalérique :

1° Après neutralisation par la soude décinormale, la désintégration est rapide et presque totale. La quantité non décomposée est inférieure à 7 pour 100.

2° Si l'on applique la méthode de dosage directement à la solution aqueuse de l'acide, on constate une désintégration lente, dont il est facile de tracer la courbe en fonction du temps et qui tend au bout de quelques jours vers une limite très voisine de la valeur obtenue après neutralisation. Ce résultat explique les mauvais rendements dans les expériences de Smedley.

Les homologues donnent des résultats semblables.

Ces études sont poursuivies.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les dissolutions de diphénylurée dans la nitrocellulose*. Note de MM. **Desmaroux** et **Mathieu**, présentée par M. G. Urbain.

I. On dissout de la nitrocellulose dont le taux d'azote est 12,06 dans le mélange éther-alcool. On coule cette solution sur une plaque de verre; après évaporation du solvant; il reste un film transparent de nitrocellulose amorphe.

Il faut au préalable soigneusement purifier la nitrocellulose des traces de calcium et de fer qu'elle peut contenir par des lavages à l'ébullition avec de l'acide chlorhydrique étendu à 5 pour 1000 et suivis d'une ébullition dans l'eau pure.

Si l'on fait traverser le film de nitrocellulose obtenu par un faisceau de rayons de Rœntgen monochromatiques (radiation K du cuivre), on obtient sur une plaque photographique *un cercle et un seul* qui a l'aspect de ceux que l'on obtient avec les liquides. Si l'on relie une distance intermoléculaire moyenne d au diamètre de ce rond de diffraction par la formule de Bragg

$$\lambda = 2d \sin\frac{\theta}{2}$$

avec

$$\operatorname{tang}\theta = \frac{R}{a} \qquad (R = \text{rayon du cercle};\ a = \text{distance plaque-échantillon}),$$

on obtient pour d la valeur voisine de

$$d = 4,5\ \text{Å},$$

qui est celle qui est connue comme correspondant au diamètre d'un anneau de glucose, constituant de la cellulose.

II. Dans la solution de nitrocellulose dans l'alcool-éther, on incorpore

de la diphénylurée de formule

$$CO\begin{cases} N\begin{cases} C^6H^5 \\ C^2H^4 \end{cases} \\ N\begin{cases} C^2H^5 \\ C^6H^5 \end{cases} \end{cases};$$

On fait le film par évaporation du solvant. Le diagramme obtenu avec les rayons de Rœntgen comporte *deux cercles*. Le cercle qui existait en premier lieu et qui n'est pas modifié et un autre de diamètre plus petit, beaucoup plus net et plus étroit que le précédent.

Si l'on fait varier la proportion de diphénylurée dissoute *ce dernier cercle intérieur ne change pas de dimensions mais son intensité relative croît avec la proportion de substance dissoute.*

La distance *d* qui peut être caractérisée par ce cercle intérieur est environ égale à 7 Å.

La question qui se pose est de savoir si l'on a affaire à des solutions solides se comportant comme Krishnamurti l'a observé pour les solutions liquides, ou bien si l'on a réellement mis en évidence une combinaison de la nitrocellulose avec la diphénylurée.

Des expériences sont en cours avec d'autres substances que la diphénylurée employée ici.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'action des chlorures d'acides sulfoniques aromatiques sur les dérivés sodés des carbures acétyléniques.* Note de MM. **M. Bourguel** et **R. Truchet**, présentée par M. Urbain.

Nous avons étudié l'action des chlorures d'acides sulfoniques aromatiques sur les dérivés sodés des carbures acétyléniques dans le but d'obtenir quelques échantillons de corps encore inconnus : les sulfones α-acétyléniques. Par analogie avec l'action des chlorures d'acides carboxylés, on pouvait croire que l'élimination d'une molécule de chlorure de sodium entre les deux réactifs conduirait aux sulfonés par soudure des deux restes.

Les chlorures d'acides sulfoniques et les dérivés sodés acétyléniques réagissent bien à froid, mais la réaction est totalement différente; il ne s'élimine pas de chlorure de sodium : il y a simplement échange du chlore et du sodium suivant le schéma :

$$R - C \equiv Na + ClSO^2C^6H^5 = R - C \equiv C - Cl + NaSO^2C^6H^5.$$

Il se forme donc un *sulfinate* de sodium et le dérivé α-chloré du carbure acétylénique initial.

Nous avons utilisé d'une part l'heptine vrai et le phénylacétylène, d'autre part le benzène sulfochlorure et le paratoluène sulfochlorure; les quatre expériences conduisent aux mêmes conclusions.

On verse par petites portions, en agitant constamment, une molécule de phénylacétylène sodée en suspension dans l'éther anhydre dans la solution éthérée d'une molécule de benzène sulfochlorure. La réaction se déclenche au bout de quelques instants; l'éther bout doucement et un précipité brun se forme petit à petit. L'addition terminée, on abandonne le ballon quelques heures, on jette dans l'eau acidulée, puis on extrait à l'éther. La solution éthérée est épuisée par une solution alcaline, et, l'éther étant chassé, on entraîne à la vapeur d'eau. Le distillat décanté, séché, fractionné sous pression réduite, donne d'abord quelques grammes de phénylacétylène, puis 70g de phénylacétylène-α-chloré $C^6H^5-C\equiv CCl$, bouillant à 71,5-72° sous 15mm (1); densité $d_{18}=1,126$; indice $n_D^{18}=1,576$; dosage de Cl : calculé 26,0; trouvé 26,2.

Des eaux de lavage alcalines nous avons retiré l'acide benzène-sulfinique $C^6H^5SO^2H$ identifié par son point de fusion 83-84° très différent de celui de l'acide benzène sulfonique (51°) et par la formation de benzène sulfamide en solution ammoniacale sous l'influence d'un courant de chlore (F. = 148°).

L'heptine nous a conduit, avec un rendement de 52 pour 100, au composé $CH^3-(CH^2)^4-C\equiv CCl$, encore inconnu, bouillant à 141-142° sous 760mm; densité $d_{18}=0,918$, indice $n_D^{18}=1,441$; réfraction moléculaire : calculée 37,29; trouvée 37,41. Dosage de Cl : calculé 27,2; trouvé 26,8.

Par l'emploi du paratoluène sulfochlorure, les rendements sont montés, respectivement, à 60 et 65 pour 100 en acétylénique chloré.

Il est donc bien net qu'entre les deux molécules, la réaction se réduit à un échange de chlore et de sodium, ce qui est rare en chimie organique. Un exemple, toutefois, avait déjà été signalé par Bruhl (2) qui avait montré que le dérivé sodé de l'éther méthylique de l'acide camphorique réagissait sur le benzène sulfochlorure comme nos acétyléniques sodés.

Cette réaction nous donne un procédé de préparation des dérivés α-chlorés des carbures acétyléniques vrais, dérivés dont on ne connaissait encore

---

(1) Nef (*Annalen der Chemie*, 308, 1899, p. 316) donne 74° sous 14mm.

(2) Bruhl, *Ber. der Deutschen chem. Gesell.*, 35, 1902, p. 4113.

qu'un seul échantillon. Elle nous conduit, en outre, à donner au sulfinate de sodium une formule où le sodium est comme le chlore du benzène sulfochlorure lié directement à l'atome de soufre, soit

$$C^6H^5 - S\begin{matrix} \diagup\!\!\diagup O \\ \equiv O \\ \diagdown Cl \end{matrix} + Na - C \equiv CR' = C^6H^5 - S\begin{matrix} \diagup\!\!\diagup O \\ \equiv O \\ \diagdown Na \end{matrix} + Cl - C \equiv C - R'.$$

Une transposition ultérieure pour donner $C^6H^5 - S\begin{matrix} \diagup\!\!\diagup O \\ \diagdown O - Na \end{matrix}$ est peu probable, puisque l'échange a lieu à basse température.

Ce résultat est d'accord d'une part avec le fait que, si le Cl des chlorures d'acide sulfonique n'est que très difficilement remplaçable par OH, les réducteurs lui substituent facilement H; d'autre part, avec la facile transformation du sulfinate en sulfobromure par le brome en solution aqueuse, en sulfo-iodure par l'iode en solution alcoolique.

PÉTROGRAPHIE. — *Étude des minéraux lourds du massif de granite de Fougères (Ille-et-Vilaine).* Note de M. L. **Berthois**, présentée par M. L. Cayeux.

Le massif de granite de Fougères forme une longue bande orientée EW s'étendant sur une longueur de 70^{km} de Sens-de-Bretagne à Ambrières. Il a en moyenne une largeur de 12^{km}, qui atteint au maximum 23^{km}.

J'ai recueilli, en de nombreux points disséminés sur toute la surface du massif, l'arène résultant de la décomposition de ce granite.

Les prélèvements, au nombre de 47, ont été soumis au traitement habituel (1) et ont fourni en très grand nombre des minéraux lourds variés.

Ayant constaté des différences considérables entre certains prélèvements, il m'a semblé intéressant d'étudier la répartition de quelques-uns de ces minéraux dans l'ensemble du massif.

Zircon. — Le zircon est assez rare dans la région de Chauvigné-Saint-Marc-le-Blanc.

Il est très abondant dans la région au Nord de la forêt de Fougères.

Il est rare à l'Est de cette forêt (région de Saint-Ellier-Larchamp-Carelles) pour redevenir très abondant dans la partie Est du massif (région de Gorron).

---

(1) L. Berthois, *Sur la présence de la brookite dans les arènes de micaschistes et gneiss granitiques des environs de Dinard* (*Bull. A. F. A. S.*, Congrès de La Rochelle, 52, 1928, p. 312).

On remarque en outre assez fréquemment que le zircon est rare dans l'extrême bordure du massif et devient plus abondant en allant vers le centre.

La forme $m(110)$, $h^1(100)$, $b^{\frac{1}{2}}(111)$, $a_3(311)$ est prédominante dans tous les gisements, elle est accompagnée de nombreuses autres manières d'être; parmi celles-ci, la combinaison $h^1(100)$, $b^{\frac{1}{2}}(111)$ est fréquente au Nord et à l'Ouest de la forêt de Fougères et beaucoup plus rare à l'Est de cette forêt.

Le zircon est toujours très abondant dans les gisements où la monazite et le xénotime sont assez fréquents; il semble qu'il existe une corrélation dans la présence de ces trois minéraux radioactifs. Ce fait est particulièrement net dans la région de Saint-Ellier-Larchamp-Carelles où le zircon est très rare et où monazite et xénotime font presque toujours défaut. Tandis que, vers Poilley ou vers Gorron, zircon, monazite et xénotime sont abondants.

Tourmaline. — On remarque en général, lorsque la tourmaline est abondante dans un gisement, que le zircon et la monazite et le xénotime y sont très rares, tandis qu'au contraire les gisements riches en zircon, monazite et xénotime sont habituellement pauvres en tourmaline; ainsi, la région de Mellet riche en zircon est pauvre en tourmaline, et le contraire a lieu pour la région de Larchamp-Saint-Ellier.

Cette règle n'est pas absolue; ainsi j'ai examiné quelques prélèvements dans lesquels ces quatre minéraux étaient abondants.

La *monazite* figure dans presque tous les prélèvements, cependant elle est très rare ou même manque totalement dans la région de Saint-Ellier-Montaudin-Larchamp-Carelles.

Le *xénotime* semble cantonné dans deux régions nettement séparées :

1° Région de Poilley-Saint-Martin-de-Landelles;

2° Région de Gorron.

Le *sphène* a sensiblement la même répartition que le xénotime.

L'*andalousite*, la *sillimanite* et la *zoïzite* n'ont été rencontrées que dans la zone des contacts.

Le *grenat* présente ordinairement la même particularité, cependant il a été observé dans un gisement assez éloigné de la bordure du massif. Certains de ces minéraux sont peut-être dus à un métamorphisme endomorphe [1].

---

(1) A. Brammal, *The Dartmoor Granite* (*Proc. Geol. Ass.*, 37, 1926, Part 3, p. 251).

Les autres minéraux recueillis : anatase, brookite, ilménite, leucoxène, pyrite, etc., n'ont donné, au point de vue de leur répartition, aucun renseignement méritant d'être mentionné.

Si l'on cherche à caractériser ce massif à l'aide des minéraux pouvant être incorporés dans les roches sédimentaires, on constate que trois faits seulement peuvent être mis en évidence :

1° La forme $m(110)$, $h^1(100)$, $b^{\frac{1}{2}}(111)$, $a_3(311)$ du zircon prédomine dans tout le massif.

2° La monazite est représentée dans presque tous les prélèvements, et bien que beaucoup plus rare que le zircon, est constamment associée avec lui.

3° La tourmaline est assez abondante dans l'ensemble du massif.

Les anomalies dans la répartition des minéraux et dans certains cas, leurs groupements ou leurs substitutions les uns aux autres, montrent l'impossibilité de dresser pour le granite du massif de Fougères une liste type des minéraux lourds, et conduisent à admettre que l'inventaire d'un massif de quelque importance ne peut avoir de valeur qu'à la condition d'être basé sur un très grand nombre de prélèvements permettant de faire ressortir des variations locales importantes.

GÉOLOGIE. — *Sur quelques points particuliers de la stratigraphie de l'Aalénien ferrugineux de Meurthe-et-Moselle.* Note de M. **Ch. Gérard.**

M. P. Fallot m'a confié la détermination des Ammonites de l'Aalénien ferrugineux de Meurthe-et-Moselle qui existent à l'Institut de Géologie de Nancy. Cette faune très riche, qui n'avait pas encore été étudiée, permet de préciser des détails stratigraphiques importants.

Il y a en Meurthe-et-Moselle deux bassins miniers ferrugineux distincts : 1° au Sud, le bassin de Nancy (Chavigny, Ludres, Marbache, etc.); 2° au Nord le bassin de Briey-Longwy (Moutiers, Villerupt, Hussigny, etc.). Dans les deux, l'Aalénien débute par des grès micacés plus ou moins ferrugineux non exploitables; vient ensuite l'ensemble de la formation ferrugineuse composée de trois couches de minerai exploitable, séparées par des bancs de marnes micacées. La dernière couche de minerai est surmontée par une formation stérile constituée : dans le bassin de Nancy par $0^m,30$ à $0^m,50$ de conglomérat (ou de calcaire ferrugineux) et des marnes peu épaisses; dans le bassin de Briey par un calcaire ferrugineux et des marnes micacées dont l'ensemble atteint parfois 25^m d'épaisseur.

Les limites inférieure et supérieure de l'étage sont assez mal déterminées. A la base, les marnes toarciennes passent insensiblement à la formation ferrugineuse par une zone qui comprend à la fois des Ammonites toarciennes (*Grammoceras dispansum* Lycett) et aaléniennes (*Dumortieria Levesquei* d'Orb.). A la partie supérieure, les marnes micacées qui le terminent présentent quelquefois au même niveau les *Hyperlioceras* de l'Aalénien et les *Sonninia* du Bajocien.

Bleicher ne signalait dans l'étage aucune lacune de sédimentation, au contraire Authelin ([1]) après avoir divisé la formation ferrugineuse du bassin de Nancy en deux zones (la première à *Dumortieria radiosa*, la deuxième à *Lioceras concavum*) signale deux lacunes, l'une au niveau de *Lioceras opalinum*, l'autre au niveau de *Ludwigia Murchisonæ* en se basant sur la faible épaisseur de l'Aalénien dans ce bassin et l'absence de ces deux Ammonites. Or, sur un total de 137 espèces d'Ammonites, réparties dans tout l'étage, on relève des formes caractéristiques des zones supposées absentes, en relativement petit nombre, néanmoins assez abondantes pour établir l'existence de ces niveaux.

1° *Niveau à* Lioceras opalinum. — Si le *Lioceras opalinum* n'a jamais été trouvé dans le bassin de Nancy, on y rencontre nombre d'autres espèces qui sont de ce niveau dans tous les gisements de France et de l'étranger. Ce sont : *Lioceras partitum* Buckm., *L. Thomsoni* Buckm.; *L. plicatellum* Buckm.; *L. costosum* Buckm.; *L. subcostosum* Buckm.; *Pseudolioceras Beyrichi* Schlœnb.; *Cypholioceras opaliniforme* Buckm. En outre, *Preydellia mactra* Dum.; *Dumortieria Moorei* Lycett; *Walkeria Lotharingica* Branco sont très nombreuses dans ce bassin et si on les trouve parfois ailleurs, à un niveau inférieur à celui de *Liocera opalinum*, c'est à ce niveau qu'on les rencontre le plus habituellement. La lacune signalée par Authelin n'existe donc pas.

2° *Niveau à* Ludwigia Murchisonæ. — La forme typique de *L. Murchisonæ* n'a pas en effet été trouvée dans le bassin de Nancy, mais une vingtaine d'autres espèces qui sont, soit du niveau même à *L. Murchisonæ*, soit d'un niveau inférieur à celui de *L. concavum* (horizon à *Brasilia Bradfordensis* de Buckman) se trouvent dans ce bassin, notamment *Ludwigia Haugi* Douvillé, *Ludwigina umbilicata* Buckman, *L. patula* Buckm.; *Ludwigella nodata* Buckm.; *L. impolita* Buckm.; *Strophogyria cosmia* Buckm.; *S. pinax* Buckm.; *Rhœboceras tolutarium* Dum.; *Brasilia bradenfordensis* Buckm.;

([1]) Authelin, *Sur le Toarcien des environs de Nancy* (*Bull. Soc. géol. France*, 3e série, 27, 1899, p. 230).

B. decipiens Buckm.; *Brasilina Baylei* Buckm. La deuxième lacune signalée par Authelin n'existe donc pas non plus.

Dans le bassin de Briey-Longwy, aucune lacune n'a jamais été signalée.

L'Aalénien de Meurthe-et-Moselle présente donc une série absolument complète établie par des faunes d'une richesse extraordinaire en Ammonites. Je crois qu'aucun gisement français de cet étage ne peut lui être comparé. L'étage peut être divisé en cinq zones caractérisées par les Ammonites qu'on y rencontre le plus fréquemment, dont le tableau suivant donne la correspondance avec les zones d'Ammonites de Haug et avec les niveaux de Buckman.

Zone d'Ammonites de Haug (Cuv. germanique).	Niv. de Buckman (Angleterre).	Zone d'Ammonites de Meurthe-et-Moselle.	
Zone à *Lioc. concavum*....	*Discitæ concavi*	Z. à *Ludw. concava* et *Hyperlioceras discites*	Toit
Z. à *Ludw. Murchisonæ*...	*Bradfordensis Murchisonæ*	Z. à *Ludw. Haugi* et *Brasilia bradfordensis*	Toit
Zone à *Lioc. opalinum*....	*Scissi aalensis Moorei*	Zone à *Dum. Moorei* et *Lioc. partitum*	Minerai
	Dumortieriæ	Z. à *Dum. Pseudoradiosa* et *Dum. radians*	Minerai
Zone à *Dum. Levesquei*....		Z. à *Dum. Levesquei* et *Dum. striatulo-costata*.	Mur

GÉOLOGIE. — *Sur une coupe observée dans la vallée moyenne du Djerjeroud (Perse).* Note de M. **André Rivière**, présentée par M. Pierre Termier.

Le Djerjeroud est l'un des torrents qui descendent de l'Elbourz sur le plateau iranien. Sur une partie de son cours cette rivière coule vers l'ESE puis prend brusquement la direction N-S qu'elle suit jusqu'au plateau. Immédiatement en aval de ce coude, le torrent coule pendant quelques kilomètres dans une gorge étroite et peu accessible. A l'Est se dresse la cime de l'Ara Kouh. Toute cette région est figurée en tufs et en roches volcaniques sur la carte de Stahl. Des auteurs récents ont qualifié plus justement ces tufs de marnes vertes. Elles sont parfaitement stratifiées et présentent des intercalations gréseuses. J'ai pu établir qu'entre la route de Demavend et l'Ara Kouh elles présentent une disposition synclinale assez nette. Des grès rouges les séparent de l'Ara Kouh qui est un anticlinal de calcaire probablement dinantien déversé au Sud. Cet anticlinal s'abaisse

rapidement vers l'Ouest, et la vallée du Djerjeroud le montre réduit à un pli couché presque horizontalement sur 300^m environ dans sa partie visible. Au-dessus viennent s'empiler trois plis couchés jusqu'à l'horizontale et pour lesquels le déversement atteint près de 1^{km}. Ces plis sont formés du même calcaire et les grès rouges forment les parties synclinales. De tels déversements ne me semblent pas encore avoir été signalés dans cette région.

On voit que cette partie de la vallée du Djerjeroud correspond à une importante variation transversale de niveau de l'axe des plis. Les observations qui précèdent apportent d'autre part une contribution à la connaissance de l'âge des marnes vertes.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Valeurs des éléments magnétiques à la Station du Val-Joyeux (Seine-et-Oise) au 1er janvier 1930.* Note de MM. **L. Eblé** et **J. Itié**, transmise par M. Ferrié.

Les valeurs données ci-dessous des éléments magnétiques au 1er janvier 1930 sont les moyennes de toutes les valeurs horaires relevées au magnétographe Mascart pendant les mois de décembre 1929 et janvier 1930; elles résultent donc de 1488 lectures. On peut espérer éliminer ainsi l'influence des irrégularités qui ont pu se produire aux environs du 1er janvier.

La variation séculaire des différents éléments est déduite de la comparaison entre les valeurs actuelles et celles qui ont été présentées pour le 1er janvier 1929.

Valeurs absolues et variation séculaire des éléments magnétiques à la Station du Val-Joyeux.
(Latitude : 48°49′16″; longitude : 2°0′52″ E. Gr.)

	Valeurs absolues pour l'époque 1930,0.	Variation séculaire.
Déclinaison	11° 5′,0	−10′,2
Inclinaison	64°40′,9	+ 1′,1
Composante horizontale	0,19632	−0,00018
» verticale	0,41497	−0,00004
» nord	0,19266	−0,00006
» ouest	0,03774	−0,00061
Force totale	0,45906	−0,00012

On peut considérer le champ magnétique en un lieu comme défini par la

déclinaison et les composantes horizontale et verticale. La déclinaison diminue encore rapidement, quoique moins vite que les années précédentes; la composante verticale commence à décroître nettement, tandis que la composante verticale peut encore être considérée comme constante. Il en résulte une augmentation déjà bien marquée de l'inclinaison qui va vraisemblablement se poursuivre au cours de cette année.

VULCANOLOGIE. — *Sur l'éruption actuelle de la montagne Pelée*
Note de M. **H. Arsandaux.**

Chargé de mission à la Martinique, par le ministère des Colonies, afin d'y étudier les manifestations d'activité de la montagne Pelée, je me propose de résumer les observations que j'ai recueillies au cours d'un séjour de trois mois (10 novembre 1929-13 février 1930), avec la collaboration de MM. Boutin et Revert. Ces observations présentent une grande discontinuité, le sommet du volcan ayant été le plus souvent masquée par une calotte nuageuse, ainsi que par des pluies d'une fréquence exceptionnelle.

Le nouveau cycle éruptif du volcan semble avoir débuté vers le 23 août 1929, par une accentuation de l'activité de ses fumerolles; celles-ci, particulièrement localisées sur les flancs sud et est du dôme, se multiplièrent rapidement en même temps que, de sulfhydriques au début, elles devenaient sulfureuses.

Dès le 16 septembre, commençait une seconde phase d'activité, celle de débouchage, caractérisée par des explosions vulcaniennes qui se poursuivirent jusqu'au 12 novembre, suivant un rythme progressivement accéléré, la puissance des plus notables d'entre elles s'accroissant également en fonction du temps.

Une troisième phase d'activité s'est ouverte vers le 17 novembre, elle se poursuivait encore au moment de mon départ; elle a été essentiellement caractérisée par un évidement du dôme édifié au cours de l'éruption de 1902, la production de nuées ardentes, enfin par des émissions de lave localisées dans le dôme.

Cet évidement semble surtout attribuable aux transports de matières effectués par les nuées ardentes et autres poussées cendreuses; il s'est réalisé par une échancrure s'étant développée sur le flanc sud du dôme, et sur toute sa hauteur; par suite de son approfondissement et de son élargissement

progressifs, elle transforma cet édifice rocheux en un volcan comportant une sorte de cratère ouvert du côté sud, édifié dans l'ancien cratère de la Montagne Pelée, le cratère de l'Étang sec. Dans l'axe de cette échancrure, se voyait un témoin de la région centrale du dôme, sorte de haut piton rocheux dont seule, la partie supérieure se détachait complètement de la masse encore subsistante du dôme.

Les nuées ardentes de l'éruption actuelle ont été alors comparables à celles etdiées par M. A. Lacroix au cours de l'éruption de 1902 ([1]). Toutefois ces phénomènes n'avaient pas les caractères de brièveté de ceux observés à cette époque; leur émission, souvent prolongée, s'étendait parfois sur plusieurs quarts d'heure; ils n'ont jamais présenté de caractère nettement explosif, et leur vitesse de progression a été généralement assez faible.

Le centre d'émission des nuées était localisé dans la région supérieure du dôme; au début de décembre il paraissait voisin du bord de son flanc sud, mais, vers la fin de ce mois et depuis lors, il a été reporté entre le sommet nord du dôme et celui du piton central.

Des observations du début de décembre nous ont donné à penser que le centre d'émission coïncidait avec une cavité cratériforme d'une soixantaine de mètres de diamètre; cette cavité s'égueulait dans un couloir d'avalanches, chemin d'évacuation des nuées (et origine probable de l'échancrure signalée précédemment), aboutissant à un talus d'éboulis situé à la base du dôme.

A la suite de son déplacement, il devint ensuite invisible de la région où j'effectuais mes observations, et l'évacuation des nuées s'effectua indifféremment par deux couloirs d'avalanches semblant issus de ce centre. Situés dans les ravins existant de part et d'autre du piton central, entre celui-ci et les flancs de l'échancrure, ces couloirs se rejoignaient au sommet du talus d'éboulis de la base du dôme. Celui-ci, dont l'importance s'était fort accentuée depuis le début de décembre, n'a cessé ultérieurement de s'accroître; au milieu de février, il recouvrait la presque totalité du piton.

Le talus d'éboulis, constitué aux dépens des parties lourdes des nuées, ainsi que des avalanches rocheuses dues, tant au démantèlement du dôme qu'à la chute des blocs de lave consolidée, se prolongeait alors, en raison des apports de nuées, sur le secteur principal d'action extérieure du volcan (secteur SSW-SW). Ces dépôts en avaient comblé peu à peu les ravinements et dont la surface s'était nivelée, exhaussée progressivement.

([1]) A. Lacroix, *La Montagne Pelée et ses éruptions* et *La Montagne Pelée après ses éruptions*. Paris, Masson, 1904 et 1908.

Lors de mon départ, une vaste formation continue, à profil d'exponentielle, constituée exclusivement de matières issues du volcan, s'étendait en s'élargissant progressivement depuis le haut du piton central jusqu'au rivage de la mer. Les émissions de lave qui, sans avoir jamais été abondantes individuellement, ont été fréquentes, ne purent jamais être observées que la nuit. Elles s'effectuaient par de nombreux orifices, localisés au début sur le flanc sud du dôme, puis, après que ce flanc eut été entamé, sur la paroi S du piton, ainsi que sur les flancs de l'échancrure lui faisant face latéralement.

On voyait la lave sortir lentement, au rouge vif, de ces orifices, tantôt d'un groupe d'orifices, tantôt d'un autre; sans doute presque aussitôt consolidée et fissurée, elle se détachait, roulait sur les surfaces abruptes signalées plus haut, en se fragmentant en innombrables blocs incandescents et fumants qui, précipités en rangs serrés, simulaient de loin des coulées continues, et finalement allaient alimenter le talus d'éboulis.

Mais au centre d'émission des nuées, la lave devait également venir au jour, car, la nuit, ce centre rougeoyait parfois fortement, à en juger par les intenses lueurs de réverbération provenant des nuages et vapeurs le recouvrant. Dans cette hypothèse, il est probable qu'en raison de la position topographique de son lieu d'émergeance, cette lave ne pouvait s'écouler d'elle-même comme précédemment, et qu'elle tendait par suite à obturer ses orifices de sortie; les débouchages de ceux-ci étaient vraisemblablement, alors, l'origine des poussées cendreuses de toutes sortes.

Les produits de consolidation du magma actuel comprennent des cendres en proportion prédominante et des roches; je n'y ai pas vu figurer de bombes volcaniques. Ces roches sont le plus souvent un peu spongieuses, ou même ponceuses; les formes compactes qui les accompagnent sont, les unes assez vitreuses, les autres plutôt cristallines.

Ces différents produits de consolidation ne se distinguent pas de ceux de la précédente éruption.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la présence d'algues et de foraminifères du genre* Endothyra *dans des calcaires d'âge dévonien*, Note de Mlle **D. Le Maitre**, présentée par M. Ch. Barrois.

I. *Algues dans les calcaires eiféliens et givétiens du nord de la France.* — Au cours de recherches sur les caractères micrographiques des calcaires dévoniens du nord de la France, j'ai reconnu la présence d'algues à deux niveaux distincts.

Les calcaires givétiens à *Stringocephalus Burtini* sont particulièrement riches en débris d'encrines et en algues en deux points : l'un situé le long de la route de Wallers-Trélon (Nord) à Momignies (Belgique); l'autre, sensiblement au même horizon, dans la carrière du calvaire à Glageon.

A un niveau inférieur, les calcaires à *Spirifer cultrijugatus* de l'usine Bouret à Fourmies, qui sont à la limite entre Coblencien et Eifélien, contiennent également des algues, mêlées à d'autres débris d'organismes.

Dans ces divers gisements, les algues présentent les mêmes caractères. Elles forment des amas nombreux mais très petits : les plus considérables ont $1^{mm},5$ de diamètre. Ces amas sont constitués par des filaments enchevêtrés ou enroulés les uns sur les autres comme des pelotes de fil. Je n'ai observé qu'un seul type de filaments, dont le diamètre varie de 10 à 20^{μ}; chez certains de ces filaments on voit des divisions transversales qui peuvent être des cloisons.

Par la forme arrondie ou un peu allongée des amas et les caractères des filaments, ces algues paraissent devoir être rapportées au genre *Sphærocodium* Rothpletz, genre représenté du Silurien au Trias.

Deux espèces sont connues au Silurien. Rothpletz a décrit une espèce du Dévonien supérieur de Silésie, *Sphærocodium Zimmermanni*; celle-ci a deux sortes de filaments, les uns dont le diamètre varie de 15 à 22^{μ}, les autres avec cellules renflées ayant un diamètre de 40^{μ} et des renflements terminaux atteignant 100^{μ}.

Les algues du Dévonien moyen du nord de la France ne peuvent être rapportées à *Sphærocodium Zimmermanni*, parce qu'elles n'ont qu'une sorte de filaments. Elles sont plus voisines de *Sphærocodium Gotlandicum* Rothpletz du Silurien, mais en diffèrent toutefois par le diamètre moyen des filaments : ceux-ci ont de 14 à 18^{μ} dans l'espèce silurienne tandis qu'ils ont de 10 à 22^{μ} dans les algues du Dévonien moyen du nord de la France.

II. *Foraminifères du genre* Endothyra *dans les calcaires dévoniens de Bartine* (Asie Mineure). — Des fragments de roches calcaires et de dolomies nous ont été envoyés d'Asie Mineure par M. F. Charles. Ces calcaires sont prélevés dans une importante série de formations dévoniennes, près de Bartine (50^{km} ENE de Zongouldak). Ils reposent sur des calcaires et quartzites d'âge coblencien et sont surmontés eux-mêmes par d'autres calcaires dévoniens, puis par le Carbonifère.

Ces fragments calcaires renferment des Stromatopores et des Polypiers : *Cyathophyllum cæspitosum* Goldf., *Cyathophyllum* aff. *minus* Frech. D'après les recherches de M. F. Charles, leur faune et leur position relative permettraient de les attribuer au Dévonien moyen.

En les étudiant au microscope, j'ai reconnu la présence de nombreux foraminifères, parmi lesquels le genre *Endothyra* est non seulement représenté mais est commun dans les lames minces et il en existe au moins deux formes différentes. Outre ces organismes, il y a des calcisphères et aussi des radioles d'Échinides. Dans le Dévonien moyen d'Allemagne on a signalé déjà des fragments de coques d'Échinides avec radioles primaires; on les a groupés dans le genre *Eocidaris* Desor, dont le prototype est *Eocidaris lævispina* Sandb., du calcaire à Stringocéphales.

Parmi les foraminifères le genre *Endothyra* avait été jusqu'à présent considéré comme étant propre au Carbonifère; le niveau le plus inférieur où il eût été signalé est le calcaire de la zone d'Etrœungt, à la limite entre Dévonien et Carbonifère. Sa présence dans les calcaires de Bartine démontre que le genre *Endothyra* est beaucoup plus ancien, puisqu'il y paraît abondant déjà vers le milieu du Dévonien.

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur l'appréciation du besoin des sols en acide phosphorique.* Note (1) de MM. A. **Demolon** et G. **Barbier**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

La détermination des réserves d'éléments assimilables des sols a toujours été l'objet essentiel de leur analyse chimique. L'appréciation des sols à ce point de vue doit faire intervenir non seulement la masse des éléments assimilables, mais encore le pouvoir absorbant qui régit leur concentration dans les solutions du sol. La solubilité dans l'eau, telle que l'a définie M. Th. Schlœsing fils (2), est *a priori* le critérium le plus satisfaisant; elle caractérise chaque sol. Mais, dans la pratique des laboratoires, cette détermination comporte quelques difficultés (très faible concentration des solutions, influence de la nature de l'eau employée, de la vitesse d'agitation). Dans ces dernières années, la cæruléomolybdimétrie a été fréquemment appliquée aux extraits de sols (3); elle nous paraît, au moins dans quelques cas, incertaine (influence des matières organiques).

Nous avons montré (4) qu'il existe, pour chaque réactif acide et pour un sol donné, une concentration en P^2O^5 telle que le contact de ce réactif

(1) Séance du 17 mars 1930.

(2) *Annales de la Science agronomique française et étrangère*, 1, 1899, p. 316.

(3) M. V. Wrangell, *Landw. Jahr.*, LXIII, 1926, p. 627; A. Nemec, *Fort. der Landw.*, 3, 1928, p. 919.

(4) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 1310.

avec le sol ne donne lieu à aucun échange de P^2O^5 entre les deux phases, ni dans un sens, ni dans l'autre. Cette *concentration critique d'équilibre* dépend de la masse des réserves et du pouvoir absorbant. Nous l'avons déterminée pour des sols d'origine diverse, en utilisant une solution d'acide acétique à 1 pour 100 en volume (1000^{cm^3} pour 100^g de sol); additionnée préalablement de quantités variables (0 à 5 milliéquiv. par litre) de P^2O^5 (phosphate monoammonique); les courbes de la variation de la concentration en P^2O^5 de la solution après contact avec le sol, en fonction de sa concentration initiale, sont en général voisines de droites dans la zone étudiée. Elles sont sensiblement parallèles pour des sols de même constitution, mais d'inégale richesse. Leur coefficient angulaire varie avec le pouvoir absorbant du sol et permet d'en donner une mesure; le pouvoir absorbant croît au fur et à mesure que le coefficient angulaire décroît. Il résulte de là que deux sols donnant le même taux de P^2O^5 soluble dans l'acide acétique peuvent avoir des concentrations critiques très différentes, et inversement, d'où une classification possible tenant compte à la fois des deux facteurs fondamentaux à envisager. Le tableau ci-contre indique les résultats obtenus dans l'examen de 22 sols, provenant des champs d'expérience de plusieurs de nos collègues, directeurs de Stations agronomiques.

Conclusions. — Nous constatons que la constante critique d'équilibre C a varié de 0,36 à 156. Du point de vue de leur réaction aux engrais phosphatés, les divers sols se classent comme suit : 1° C inférieur à 3,0 : besoin élevé; 2° C compris entre 3,0 et 30 : les sols réagissent modérément à l'apport de P^2O^5 en culture intensive; 3° C supérieur à 30 : l'acide phosphorique du sol suffit au besoin des récoltes. Les résultats ainsi obtenus ne comportent pas les cas gravement aberrants relevés avec l'acide citrique et ils conduisent à la classification la plus satisfaisante de la série de sols étudiés. La méthode peut être appliquée en se bornant à déterminer deux points de la courbe, correspondant aux concentrations initiales 0 et 25^{mg} P^2O^5 par litre du réactif acétique, la seconde concentration étant voisine de la concentration critique minima caractérisant l'absence de besoin.

Désignation.	Nature du sol.	Milligr. P^2O^5 par litre. Concent. critique.	P^2O^5 sol. ac. acétique 1 %.	P^2O^5 sol. dans l'eau (Schloesing).	P^2O^5 sol. ac. citrique ‰ de sol.	Besoin en P^2O^5 d'après l'essai de culture : ++ élevé, + moyen, — nul ou très faible.
1. Finistère n° 1	Granitique humifère	0,36	0,33	0,028	0,063	++
2. Eure-et-Loir n° 1	Limon	0,38	0,315	0,043	0,020	++
3. Finistère n° 3	Granulitique humifère	0,69	0,63	0,064	**0,346**	++
4. Eure-et-Loir n° 2	Limon	1,25	0,99	0,064	0,0655	++
5. Somme (Moislains)	Limon des plateaux	1,30	1,13	0,14	0,1635	+
6. Somme (Vergies)	Id.	2,72	1,72	0,26	0,076	+
7. Domaine de Versailles, pièce de Choisy	Limon	3,44	2,36	0,26	0,1225	++ (essais en vases)
8. Terre à brique	Limon des plateaux	3,67	2,82	**0,41**	0,167	+
9. Finistère n° 2	Granulitique humifère	3,79	3,04	0,28	0,301	essais incertains
10. Somme (Villers-Carbonnel n° 1)	Limon des plateaux	7,65	3,96	0,31	0,160	+
11. Finistère n° 4	Granulitique humifère	10,3	7,54	0,26	**0,382**	+ (faible)
12. Somme (Villers-Carbonnel n° 2)	Limon des plateaux	17,4	6,80	1,09	0,306	+
13. Seine-et-Oise (Corbeville)	Limon	18,4	7,76	1,14	0,195	+
14. Seine-Inférieure (Terre sableuse)	Sablo-humifère	24,3	6,28	**0.28**	0,251	+ (essais en vases)
15. Eure-et-Loir n° 1	Limon	25,0	9,27	0,97	0,205	+ (faible pour orge et avoine)
16. Eure-et-Loir *g*	Limon	28,4	9,04	1,02	0,228	+ (id.)
17. Eure-et-Loir *x*	Limon	32,0	12,85	1,09	0,327	±
18. Seine-et-Oise (Palaiseau)	Limon	37,4	11,1	1,09	0,237	—
19. Eure-et-Loir *b*	Limon	46,2	14,0	1,065	0,265	—
20. Versailles (Sablière)	Sablo-humifère	53,4	**9,85**	1,21	0,223	—
21. Seine-et-Oise (Petits Prés)	Limon	116,0	15,2	1,28	0,344	—
22. Eure-et-Loir *a*	Limon	156,0	32,8	1,28	0,606	—

ÉCONOMIE RURALE. — *Le chlorure de sodium dans l'alimentation du bétail; son action sur le métabolisme azoté.* Note de M. **Émile-F. Terroine** et Mlle **Thérèse Reichert**, présentée par M. Roux.

C'est une vieille pratique empirique que l'adjonction du chlorure de sodium à l'alimentation des animaux de la ferme et nous sommes bien mal renseignés sur le mécanisme de son action. Si l'attention a été depuis longtemps attirée sur la possibilité d'une intervention favorable sur le métabolisme azoté, tous les travaux parus jusqu'ici montrent l'inconstance de cette intervention. Et lorsque les physiologistes l'ont observée (Gabriel, Mitchell et Carmann, Richards, Godden et Husband), les uns la rapportent à une simple variation du taux de Na ingéré, les autres à la modification du rapport $\frac{K}{Na}$ dans l'alimentation.

Les recherches systématiques poursuivies par l'un de nous sur l'influence du métabolisme minéral sur le métabolisme azoté nous ont amenés à reprendre entièrement cette question.

Dans ce but, nous adressant à des sujets en période de croissance active, appartenant à des espèces différentes, nous avons recherché l'influence exercée sur la rétention azotée par l'adjonction de chlorure de sodium à des rations constituées par les aliments habituels des animaux étudiés, grandement suffisantes pour permettre une croissance rapide, mais différant largement entre elles quant aux éléments minéraux.

Les études ont porté sur trois lapins, deux moutons et six porcs. Chaque expérience comporte trois périodes d'au moins une semaine chacune au cours desquelles on détermine le bilan azoté quotidien : une pré- et une post-période avec l'alimentation de base, une période fondamentale avec adjonction de NaCl à cette alimentation. Les résultats observés ont été entièrement concordants et un Mémoire étendu en donnera le détail. A titre d'exemple, nous rapportons dans le tableau ci-après les valeurs obtenues pour un des animaux appartenant à chaque groupe expérimental. (Les valeurs données pour la rétention azotée lors de la ration de base sont les moyennes des pré- et postpériodes.)

	Animal [1].			
	Lapin.	Mouton.	Porc (groupe 1).	Porc (groupe 2).
Na par kilogramme d'animal et par jour dans la ration de base.....	0g,094	0g,0559	0g,101	0g,048
Na par kilogramme d'animal et par jour lors de l'adjonction de NaCl.	0g,332	0g,201	0g,295	0g,310
K/Na dans la ration de base......	8,5	3,0	3,5	14,3
K/Na lors de l'adjonction de NaCl.	2,4	1,2	2,4	2,2
Rétention azotée pour la ration de base........................	33 %	52,5 %	62,5 %	63 %
Rétention azotée lors de l'adjonction de NaCl.................	41 %	65 %	66 %	79 %

Il convient avant tout d'appeler l'attention sur le fait qu'on ne peut comparer, en valeur absolue, les taux de rétention azotée observés pour une même période (absence ou adjonction de NaCl) chez des animaux différents. En effet, ces taux dépendent à la fois de la nature et de la quantité des protides absorbés ainsi que de l'aptitude individuelle des sujets à utiliser l'azote offert. La discussion des résultats doit donc porter uniquement sur la présence ou l'absence d'une variation de ce taux après adjonction de NaCl à la ration de base.

Tout d'abord, il est visible que l'addition de chlorure de sodium tantôt est sans action sensible (porc, groupe 1) et tantôt provoque une amélioration importante de la rétention. Comment expliquer cette double manière de se comporter?

Si le sel agit pour certaines alimentations et pas pour d'autres, c'est qu'il corrige une déficience minérale. Comment le fait-il? Chez le porc 1, l'apport en sodium est 0g,1 par kilogramme d'animal et le rapport $\frac{K}{Na}$ de 3,5. Chez le porc 2, l'addition de NaCl à la fois élève la quantité de Na ingérée et abaisse le rapport $\frac{K}{Na}$; elle peut donc agir par cette double modification.

La ration du mouton présente un rapport $\frac{K}{Na}$ de 3, identique à celle du porc 1; par contre le taux de Na est très faible. L'administration de NaCl étant efficace, elle a donc agi en modifiant la valeur absolue de la quantité

---

(1) *Aliments.* — Lapin : son, pommes de terre, betteraves. — Mouton : avoine, betteraves, foin. — Porc (1) : lait écrémé, farine de manioc. — Porc (2) : son, pommes de terre, salade.

de Na ingérée. Par contre, la ration du lapin apporte une quantité de Na très voisine de celle que reçoit le porc 1, mais le rapport $\frac{K}{Na}$ est de 8,5. L'administration de Na Cl étant efficace, elle a donc agi en modifiant dans un sens favorable les apports relatifs de Na et de K.

Il sera indispensable de poursuivre ultérieurement des essais sur le gros bétail et nous nous proposons de le faire. Mais nous croyons dès maintenant pouvoir formuler les conclusions suivantes :

La pratique de l'administration de chlorure de sodium aux animaux de la ferme n'a d'intérêt, en ce qui touche à l'utilisation des protides, que si le sel est ajouté à une alimentation dont l'apport minéral doit être corrigé.

Pour permettre la rétention azotée maxima et par conséquent la croissance la plus rapide, l'alimentation doit respecter la règle suivante quant à l'apport minéral : offrir à l'animal une quantité minima de $0^g,1$ de sodium par kilogramme d'animal et par jour, ne pas présenter un rapport $\frac{K}{Na}$ supérieur à 3.

Ces conditions doivent être réalisées simultanément. Chaque fois qu'une des deux ne le sera pas, l'adjonction de chlorure de sodium à l'alimentation aura pour conséquence une amélioration plus ou moins sensible de la rétention azotée.

BIOLOGIE. — *La production d'*intercastes, *chez la Fourmi*, Pheidole pallidula, *sous l'action de parasites du genre* Mermis. Note de M. **A. Vandel**, présentée par M. M. Caullery.

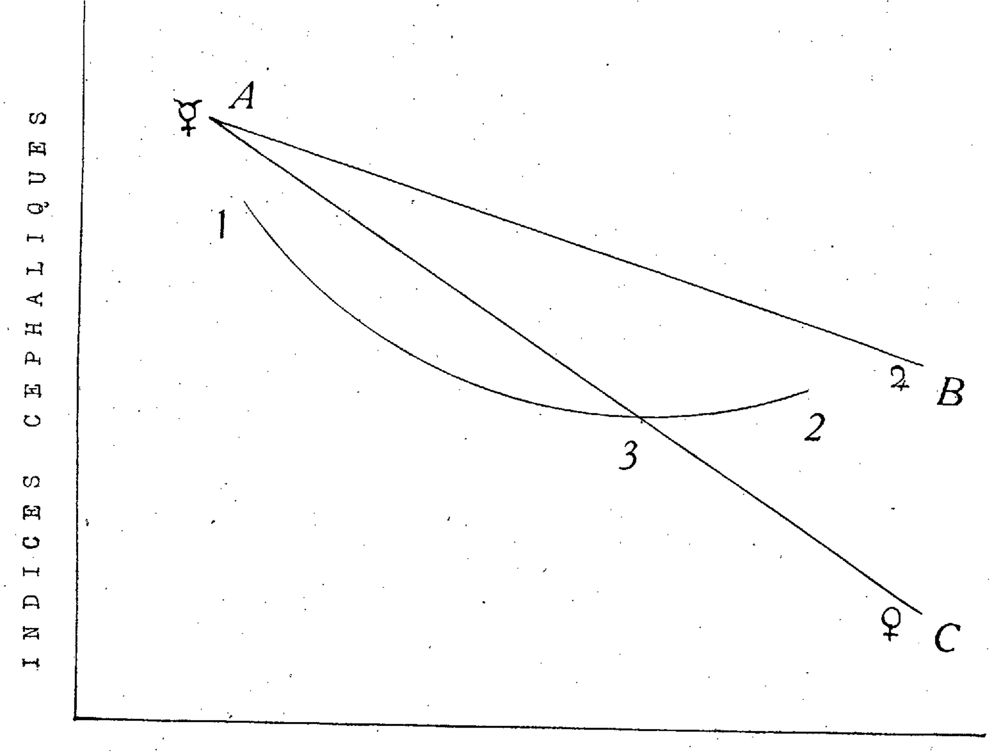
J'ai étudié [1] les modifications produites, chez la Fourmi, *Pheidole pallidula*, par des Nématodes parasites du genre *Mermis*. Les conclusions exprimées dans ce Mémoire ayant été critiquées par W. M. Wheeler [2], il convenait de reprendre cette étude. Les résultats de mes nouvelles recherches peuvent se résumer ainsi :

1° Je n'ai jamais trouvé de *sexués* parasités, bien que je les aie spécialement recherchés à l'époque d'apparition des sexués (juillet). Si l'on rapproche cette observation du fait que les *Mermis* parasites des *Lasius* n'attaquent que les femelles (mermithogynes) on ne peut échapper à la conclusion, déjà soutenue dans mon premier travail, que la larve de *Mermis* ne pénètre que dans les larves de Fourmis déjà âgées et différenciées.

---

(1) *Bull. Biol. France-Belgique*, 61, 1927, p. 38.
(2) *Jour. Exper. Zool.*, 50, 1928, p. 165.

2° Les individus parasités se répartissent en deux catégories que j'avais déjà reconnues dans mon premier travail. Les uns, auxquels je réserve le nom de *Mermithergates*, sont des *ouvrières* qui ne subissent *aucune modification* du fait de l'action parasitaire (83 individus étudiés). J'ai observé également que les ouvrières parasitées de *Plagiolepis pygmæa* et de *Solenopsis fugax* ne sont pas modifiées. On doit en conclure que les ouvrières mineures



(*micrergates*) de Fourmis ne subissent pas de modifications lorsqu'elles sont parasitées par des *Mermis*.

3° D'autres individus parasités sont au contraire profondément transformés. Ils ne peuvent représenter que des *soldats*, puisque les sexués ne sont jamais parasités (§ 1°), et que les ouvrières ne sont pas modifiées (§ 2°). Je propose de désigner ces individus par le terme de *Mermithostratiotes* (de στρατιώτης, soldat). Le soldat est le seul type modifié, parce qu'il représente la caste la plus récente et par suite la plus instable.

4° Contrairement à l'opinion soutenue dans mon premier travail, et

d'accord avec Wheeler, j'ai constaté que *certains* mermithostratiotes sont modifiés dans le sens femelle. Ces modifications portent principalement sur trois caractères qui varient parallèlement : la forme de la tête (caractérisée numériquement par l'indice céphalique, c'est-à-dire le rapport de la longueur à la largeur), la présence d'un ocelle médian et la structure du thorax (développement du scutum, du scutellum et du métanotum).

5° L'étude détaillée de 225 mermithostratiotes m'a montré qu'ils présentent une variabilité étendue. Cette variabilité se lit de façon particulièrement nette sur les courbes obtenues en portant en abscisses les surfaces des têtes, et en ordonnées les indices céphaliques. On peut distinguer trois types principaux de mermithostratiotes, réunis d'ailleurs par tous les intermédiaires. Les uns se rapprochent des ouvrières (1, sur la figure); d'autres, des soldats (2); les uns et les autres ne sont que peu modifiés dans le sens femelle. Les individus les plus féminisés, qui constituent la troisième catégorie (3), correspondent au point où la courbe des mermithostratiotes coupe la ligne idéale qui réunit la femelle à l'ouvrière (AC). Ces mermithostratiotes, intermédiaires entre la femelle et l'ouvrière, doivent être rapprochés des *ergatogynes*.

6° Pour rendre compte des faits observés, on doit admettre que l'action exercée par le parasite relève de deux mécanismes différents. Tout d'abord, en absorbant les matériaux nutritifs de la larve, le parasite détermine une réduction de la taille, et en particulier de la tête, qui est faible si la pénétration est tardive (mermithostratiotes du type 2), considérable, si elle est précoce (type 1).

7° Mais si ce facteur d'ordre nutritif intervenait seul, la courbe des mermithostratiotes devrait être la ligne AB. Or elle suit en fait la trajectoire 1.3.2. Il faut donc admettre que le parasite est capable de modifier le métabolisme de l'hôte, de façon telle que la dominance des gènes héréditaires soit renversée, et, que les gènes des caractères femelles, qui sont normalement latents dans les castes neutres, deviennent dominants chez les mermithostratiotes. Le parasite détermine, de ce fait, le développement d'individus mixtes ou *intercastes* (Wheeler), par un mécanisme probablement identique à celui qui provoque l'inversion sexuelle parasitaire.

La séance est levée à 15h35m.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 31 MARS 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie que le tome 188 (1929, 1er semestre) des *Comptes rendus* est en distribution au Secrétariat.

En déposant sur le bureau le fascicule V (Premier Supplément) de l'*Inventaire des Périodiques scientifiques des Bibliothèques de Paris* (1), M. **A. Lacroix** s'exprime en ces termes :

Dans la Préface (1924) et la Postface (1925) de cet Ouvrage *entrepris et réalisé au nom de l'Académie*, j'ai indiqué qu'il n'était, dans mon esprit, qu'une première approximation dont l'objet principal était de mettre *rapidement* entre les mains des hommes de science et des chercheurs de tous ordres un instrument *pratique* de travail qui leur manquait.

Nous tenons aujourd'hui la promesse faite alors de compléter cette esquisse de notre mieux et le plus vite possible.

L'examen du présent *supplément* permettra de faire une première constatation. Les additions et les corrections qui le constituent sont surtout importantes pour les premières lettres de l'alphabet, correspondant à notre premier fascicule; elles vont en se raréfiant dans la direction des dernières lettres. Comme beaucoup de ces données se rapportent moins à des périodiques nouvellement entrés dans les bibliothèques qu'à des périodiques

(1) *Inventaire des Périodiques scientifiques des Bibliothèques de Paris*, dressé sous la direction de M. Alfred Lacroix, secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, par M. Léon Bultingaire avec la collaboration des Bibliothécaires de Paris, ... Masson et Cie, Paris, 1929-1930. 1 vol. in-8°, p. I-XV, 1-283.

retrouvés dans celles-ci, la constatation qui vient d'être signalée est la manifestation tangible du scepticisme bienveillant qui avait, tout d'abord, accueilli notre entreprise, puis de la confiance croissante dans son succès qui a accompagné la réalisation, à brefs intervalles, des quatre fascicules de l'ouvrage complet.

Nous ne pouvions souhaiter meilleure récompense à nos efforts.

Il faut d'ailleurs reconnaître que les bibliothèques auxquelles nous nous adressions n'étaient pas préparées pour un semblable travail nécessitant beaucoup de personnel, d'abnégation et de temps. Néanmoins leurs directeurs ont compris peu à peu, bien qu'avec une vitesse inégale, l'importance du résultat envisagé et, dès lors, ils nous ont apporté un précieux concours.

Un exemple entre tous est frappant. Mon dévoué collaborateur, M. Bultingaire, étant devenu bibliothécaire en chef du Muséum national d'histoire naturelle, a assumé bravement la tâche considérable de remettre en état le grand dépôt désormais confié à ses soins. De vastes locaux bondés de livres non classés, regardés comme des doubles, ont été déblayés; de nombreux volumes appartenant à des séries incomplètes dans la bibliothèque y ont été retrouvés et aussi beaucoup de séries ne figurant pas dans l'inventaire. De grands efforts ont été faits, par des méthodes diverses, pour compléter des collections creusées de lacunes. Enfin l'inventaire des belles bibliothèques spéciales des laboratoires a été entrepris, dont les fiches viennent enrichir considérablement le catalogue général de la bibliothèque centrale pour le plus grand bien du public qui la fréquente. Ainsi s'explique pourquoi le Muséum tient une si grande place dans le présent supplément.

J'ai de bonnes raisons de penser qu'une telle politique, si elle était appliquée à la plupart des bibliothèques de Paris, sinon à toutes, ne serait pas moins fructueuse; la preuve en a été faite, d'ailleurs, pour deux d'entre elles.

Beaucoup de nos collaborateurs de la première, ou de la seconde heure, ont aussi très efficacement travaillé à l'amélioration de leurs catalogues et nous ont fourni des rectifications et des additions complétant d'une façon appréciable la documentation déjà publiée.

Enfin, nous avons eu la satisfaction de porter à 132 le nombre des bibliothèques parisiennes inventoriées.

On remarquera dans ce fascicule quelques indications concernant plusieurs bibliothèques de province. Nous n'avons pas voulu entreprendre l'inventaire de celles-ci, mais seulement faire un sondage, afin de savoir s'il y existe beaucoup de périodiques scientifiques manquant aux biblio-

thèques de Paris. Bien que ces recherches aient été trop sommaires pour pouvoir conduire à des conclusions définitives, il nous a paru que, pour l'instant, la tâche la plus urgente était de s'attacher au récolement plus attentif de toutes les bibliothèques de la capitale.

J'ai fait remarquer antérieurement que les conditions économiques de l'heure présente, et malheureusement aussi de l'avenir, exigent et exigeront impérieusement la spécialisation d'un grand nombre de bibliothèques et l'organisation d'une étroite coordination entre elles, afin, en particulier, de réunir dans les mieux qualifiées les tronçons de trop nombreux périodiques épars dans des dépôts distincts.

Cette suggestion a été entendue par les pouvoirs publics. M. le Ministre de l'Instruction publique a constitué une *Commission de coordination des bibliothèques de Paris* dépendant de son département. Elle a beaucoup travaillé. Des procédés administratifs ont été imaginés, puis ont été approuvés par le Ministre, qui permettent désormais d'effectuer légalement de pareils transferts, mais quand il s'est agi de passer à l'exécution, il est apparu nettement que ce qu'il importait de changer ce sont bien moins les règlements administratifs que la mentalité des établissements, des corps scientifiques et celle des fonctionnaires spécialisés dans leurs bibliothèques.

Une bibliothèque scientifique n'est pas seulement un Campo santo destiné à conserver, avec sollicitude et respect, des trésors inertes. Ce doit être un être vivant dont la fonction est d'évoluer suivant les besoins de la science et de mettre avec commodité à la disposition des chercheurs des livres, des documents scientifiques, classés, soigneusement tenus à jour et concentrés de façon à éviter le plus possible de perte de temps à ceux qui les utilisent.

Je crains bien qu'il ne faille beaucoup d'années pour atteindre un semblable idéal, car il est plus difficile de modifier l'esprit des hommes que leurs institutions, mais j'ai la conviction profonde que beaucoup de persévérance et de suite dans les desseins finiront, tôt ou tard, par faire triompher une solution que préconise le bon sens et qu'impose la nécessité.

Ceci est une raison de plus pour remercier cordialement tous ceux qui, à des degrés divers, nous ont aidés.

Les frais très élevés de rédaction et d'impression de cette publication ont été couverts par des contributions particulières, qui sont actuellement épuisées. Il est à souhaiter que cet Inventaire soit tenu à jour et que d'autres suppléments soient publiés à intervalles rapprochés. Pour cela, il est indispensable d'avoir un fonds spécial; je fais appel à tous ceux qui s'intéressent à la recherche scientifique en leur demandant de nous aider à le constituer.

ÉLASTICITÉ. — *Faut-il parfois rejeter la solution donnée par de Saint-Venant au problème du cylindre?* Note de M. **Mesnager**.

Une Note de MM. Henri Villat et Maurice Roy (*Comptes rendus*, 190, p. 702) a appelé mon attention par des restrictions assez inattendues, introduites dans les solutions des problèmes d'élasticité relatifs aux corps cylindriques. Ils les exposent ainsi dans le texte qui se trouve page 702 :

La solution théorique du problème de Saint-Venant fixe une certaine distribution des tensions et déformations dans les bases d'une poutre prismatique, distribution à laquelle doivent se conformer les efforts réels correspondants pour que la solution soit rigoureusement valable.

Dans le cas d'une poutre à parois très minces, la fixation des bases de la poutre est, en général et presque nécessairement, très étroite et cette circonstance est de nature à faire rejeter la solution de Saint-Venant, notamment dans les cas où celle-ci correspond à une déformation théorique des bases trop manifestement incompatible avec leur fixation.

C'est ainsi qu'un certain nombre de résultats obtenus en partant des hypothèses de Saint-Venant, bien que théoriquement intéressants, ne doivent avoir qu'une portée pratique très restreinte.

La solution des problèmes relatifs aux corps cylindriques ayant un intérêt considérable dans les applications, je crois devoir discuter les affirmations ci-dessus.

Il est exact que la solution de tout problème d'élasticité, fixe une distribution des tensions et des déformations, mais lorsqu'on donne seulement les efforts réels sur les bases, les déformations n'imposent aucune condition.

Il peut être difficile de réaliser pratiquement l'application des efforts sur les bases du cylindre solide envisagé suivant la loi trouvée, mais si l'on admet que les contraintes envisagées dans ce solide ne dépassent pas les limites compatibles avec sa résistance [1], il paraît toujours possible d'appliquer les forces avec une exactitude suffisante. le passage des conditions théoriques à des conditions réalisables a été étudié depuis longtemps [voir notamment la traduction de l'*Élasticité* de Clebsch (Dunod, 1885), p. 169]. La Note du 24 mars 1930 n'indique pas à mon avis d'exception à cette possibilité. Je ne vois donc pas dans l'espèce de circonstance de nature à faire rejeter la solution rigoureuse.

---

[1] En élasticité il en est généralement ainsi puisqu'on fait l'hypothèse que les déformations et par suite les contraintes sont infiniment petites.

Évidemment, si l'on veut fixer le cylindre mince fendu sur un support massif indéformable, on ne voit pas comment se placer dans les conditions voulues. Mais telle n'est pas la condition, il est facile d'imaginer des dispositifs permettant de saisir les bases sans gêner le glissement des deux bords de la fente l'un contre l'autre tandis que le tube s'enroule en hélice sur lui-même, par exemple on peut fixer à chaque extrémité du cylindre une poulie très mince fendue au droit de la fente.

On pourrait aussi superposer à la solution connue du tube non fendu tordu, celle d'un tube fendu sollicité par des forces tangentielles uniformément réparties le long des bases et telles que par unité de longueur on retrouvât, sauf le changement de signe, le cisaillement subi suivant une section droite par le tube non fendu. La disposition du tube fendu, sollicité le long des bords de la fente, est réalisable pratiquement; la solution du problème traité par M. Villat a donc encore là une application pratique.

Je ne vois aucune raison pour « rejeter la solution de Saint-Venant », elle ne correspond pas à une déformation des bases trop manifestement incompatible avec une réalisation pratique.

L'exemple de la lame mince à section rectangulaire très aplatie ne me paraît non plus, à aucun titre, pouvoir être invoqué comme cas d'exception. Il existe une quantité de pendules (pendules de 400 jours) dont le balancier tourne sur lui-même autour d'un axe vertical et est rappelé par un ressort constitué par une semblable lame. Il y a longtemps que de Saint-Venant a donné les moyens de calculer le module de torsion J' des lames minces pour les très petites déformations et a montré qu'il est double du moment d'inertie polaire J de la section rectangulaire infiniment aplatie [*Résistance des solides*, par Navier (Dunod, 1864), note par de Saint-Venant, pages 278 et suivantes; voir aussi page 299].

Je m'excuse de cette discussion. Je ne critique en aucune façon les solutions mathématiques des auteurs de la Communication en question, mais je ne puis être d'accord avec les interprétations pratiques qu'ils en déduisent.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Marées dynamiques avec continents. Loi de profondeur quelconque et attraction du bourrelet.* Note de M. **Marcel Brillouin**.

1. Je reprends, par une méthode toute différente et rapide, le problème complet du calcul des marées dynamiques contraintes, traité en quatre Notes de 1929 chargées de trop nombreuses quadratures et de multiples transformations de formules.

C'était une maladresse de commencer par l'intégration de l'équation aux dérivées partielles de la masse océanique, pour écrire ensuite les conditions frontières à la surface libre et au fond. J'avais supposé les trois vitesses fonctions linéaires de la profondeur $(R-r)$, approximation supérieure à celle de Laplace, et qui permet une circulation verticale. Pour la brièveté de l'écriture, je me contenterai de cette même approximation dans la présente Note, et l'on va voir que, *en commençant par les conditions frontières et réservant pour la fin l'emploi de l'équation aux dérivées partielles, tout le travail se réduit à des opérations algébriques suivies d'une normalisation.*

2. *Équations générales.* — J'écris les équations en coordonnées sphériques, μ (sin latit.) de -1 à $+1$ le long du méridien vers le Nord, α longitude de 0 à 2π vers l'Est, r distance au centre de gravité de la Terre. La surface d'équilibre permanent est supposée sphérique, de rayon R. Si la Terre tourne avec la vitesse ω, l'intensité de la pesanteur qui correspond à la forme sphérique de la surface de niveau est

$$g=\frac{GM}{R^2}-\omega^2 R\,\frac{3-5\mu^2}{2},$$

en appelant M la masse de la Terre et G la constante de la gravitation universelle.

Soient U_μ, U_α, U_r les trois composantes de la vitesse linéaire de l'eau au point μ, α, r de l'Océan, p la pression et $\mathfrak{X}$ le potentiel de toutes les forces qui agissent sur l'eau en ce point

$$\text{(I)}\qquad \mathfrak{X}=-\frac{p}{\rho}+\mathfrak{X}^g+\frac{\omega^2 r^2(1-\mu^2)}{2}+\mathfrak{X}^c,$$

$\mathfrak{X}^c$ désigne le potentiel troublant (Lune ou Soleil);

$\mathfrak{X}^g$ le potentiel de gravitation dû à tout le globe (terre, mers soulevées);

ρ est la densité constante de l'eau.

Conservation de la densité :

$$\frac{\partial}{\partial\mu}(r\sqrt{1-\mu^2}\,U_\mu)+\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{r}{\sqrt{1-\mu^2}}\,U_\alpha\right)+\frac{\partial}{\partial r}(r^2 U_r)=0. \tag{II}$$

Équations dynamiques :

$$\text{(III)}\quad \begin{cases} \dfrac{dU_\mu}{dt}+2\omega\mu U_\alpha = \dfrac{1}{r}\sqrt{1-\mu^2}\,\dfrac{\partial\mathcal{P}}{\partial\mu}, \\ \dfrac{dU_\alpha}{dt}-2\omega\mu U_\mu+2\omega\sqrt{1-\mu^2}\,U_r=\dfrac{1}{r\sqrt{1-\mu^2}}\,\dfrac{\partial\mathcal{P}}{\partial\alpha}, \\ \dfrac{dU_r}{dt}-2\omega\sqrt{1-\mu^2}\,U_\alpha = \dfrac{\partial\mathcal{P}}{\partial r}. \end{cases}$$

Condition au fond :

$$r=R-h(\mu,\alpha),$$

$$U_r+\frac{1}{r}\sqrt{1-\mu^2}\,U_\mu\frac{\partial h}{\partial\mu}+\frac{1}{r\sqrt{1-\mu^2}}\,U_\alpha\frac{\partial h}{\partial\alpha}=0. \tag{IV}$$

Toutes ces équations sont *rigoureuses* quel que soit l'état de mouvement de l'Océan, quelle que soit la profondeur. Le soulèvement ε de la surface libre est donnée par

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}=U_R. \tag{V}$$

3. *Petits mouvements périodiques contraints.* — Soit $(2\pi:\theta)$ la période des perturbations dues à l'astre extérieur (Lune, Soleil). J'introduis *le facteur* $e^{i\theta t}$, *et je conserve les mêmes notations pour représenter désormais les* amplitudes *des variations périodiques de toutes sortes.*

Je regarde les vitesses comme assez petites pour négliger dans l'accélération locale $\frac{du}{dt}$ tous les doubles produits $uu'_x+\ldots$. Dans les équations (III), (V), $\frac{d}{dt}$ est remplacé par le facteur $i\theta$. Seule l'équation (I) change d'aspect, quand on n'y conserve que les amplitudes des termes périodiques, et devient à la surface R

$$\mathcal{P}_R=0+g\varepsilon+\mathcal{P}_\varepsilon+\mathcal{Q}_{ext}, \tag{I bis}$$

car à la surface libre la pression est *nulle* (d'où le terme o). $e^{i\theta t}g\varepsilon$ représente le potentiel d'attraction sur le soulèvement dû à toute la distribution de masses permanente; $e^{i\theta t}\mathcal{P}_\varepsilon$ représente le potentiel, au niveau R, de l'attraction du soulèvement de marée sur lui-même.

Je tirerai U_μ, U_α, U_r des équations (III) (valables à toute profondeur) et, les portant dans (II) et (IV), j'aurai des équations qui ne contiendront désormais que la fonction inconnue $\mathcal{X}$, à toute profondeur.

C'est cette fonction $\mathcal{X}$ que je développe suivant les premières puissances de la profondeur $(R - r)$, en m'arrêtant à la seconde, dans cette Note.

4. *Ordre du calcul.* — Je commence par l'attraction du bourrelet, limité à la surface couverte par les océans jusqu'aux rivages, tels qu'ils sont [1].

Pour cela, je choisis arbitrairement une suite complète de fonctions Ω_{nk} sur la surface des océans, et, par développement en fonctions sphériques de surface, je forme la suite de fonctions Φ_{nk}

$$\Phi_{nk} = \begin{cases} 0 & \text{continents}, \\ \Omega_{nk} & \text{océans}, \end{cases}$$

et je développe le soulèvement en fonctions Φ

$$\varepsilon = \Sigma \varepsilon_{nk} \Phi_{nk}.$$

Les fonctions Φ_{nk} sont ainsi données. Le problème est de déterminer les coefficients constants ε_{nk}.

On forme sans difficulté, par des règles classiques, le potentiel interne et externe dû à l'attraction du soulèvement; en particulier, à la surface R ce potentiel prend la forme

$$\mathcal{X}_\varepsilon = \Sigma \varepsilon_{nk} \Pi_{nk}.$$

Chaque fonction Π_{nk} est déterminée par un développement en fonctions sphériques directement lié au développement de Φ_{nk}; les Π_{nk} interne et externe s'en déduisent facilement. Posant

$$\Pi_{nk} - g\Phi_{nk} = \Psi_{nk},$$

j'ai par (I *bis*), *à la surface* R,

$$\mathcal{X}_R = \mathcal{X}_{ext} + \Sigma \varepsilon_{nk} \Psi_{nk},$$

que je puis dériver en μ et α.

5. Je vais maintenant, à l'aide des équations frontières, déterminer $\left(\frac{\partial \mathcal{X}}{\partial r}\right)_R$ et $\left(\frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial r^2}\right)_R$ par des dérivations en μ et α, et des éliminations algébriques.

---

(1) Voir *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1665.

L'équation (VI), écrite avec les valeurs des U tirées de (III), me donne

$$\text{(VIII)} \quad \Theta^2 R\left(\frac{\partial \mathcal{X}}{\partial r}\right)_R = m\left(\frac{\partial \mathcal{X}_e}{\partial \mu} + \Sigma\varepsilon\frac{\partial \Psi}{\partial \mu}\right) + i\,2\omega\theta\left(\frac{\partial \mathcal{X}_e}{\partial \alpha} + \Sigma\varepsilon\frac{\partial \Psi}{\partial \alpha}\right) + \mathcal{R}\Sigma\varepsilon\Phi,$$

en posant

$$\theta^2 - 4\omega^2\mu^2 = \Theta^2, \qquad 4\omega^2\mu(1-\mu^2) = m, \qquad R\theta^2(4\omega^2 - \theta^2) = \mathcal{R}.$$

Dérivée en μ et α, l'équation (VIII) me fait connaître en outre $\left(\frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial r\,\partial \mu}\right)_R$ et $\left(\frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial r\,\partial \alpha}\right)_R$.

Si, dans l'équation du fond (IV) écrite avec les valeurs des dérivées de $\mathcal{X}$ au fond, je m'arrête aux dérivées secondes de $\mathcal{X}$, cette équation devient

$$\begin{aligned}\text{(IX)} \quad & ih\Theta^2 R^2\left(\frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial r^2}\right)_R - i\Theta^2 R^2\left(\frac{\partial \mathcal{X}}{\partial r}\right)_R + RH_r\left(\frac{\partial \mathcal{X}}{\partial r}\right)_R \\ & - ihmR\left(\frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial r\,\partial \mu}\right)_R + h\,2\omega\theta R\left(\frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial r\,\partial \alpha}\right)_R \\ & + [imR + imh + H_\mu]\left(\frac{\partial \mathcal{X}}{\partial \mu}\right)_R + [-2\omega\theta R - 2\omega\theta h + H_\alpha]\left(\frac{\partial \mathcal{X}}{\partial \alpha}\right)_R = 0,\end{aligned}$$

en posant

$$\begin{aligned} H_r &= 2\omega\theta\frac{\partial h}{\partial \alpha} + im\frac{\partial h}{\partial \mu}, \\ H_\mu &= -\left[2\omega\theta\frac{\partial h}{\partial \alpha} + i(\theta^2 - 4\omega^2 + 4\omega^2\mu^2)(1-\mu^2)\frac{\partial h}{\partial \mu}\right], \\ H_\alpha &= -i\frac{\theta^2}{1-\mu^2}\frac{\partial h}{\partial \alpha} + 2\omega\theta\mu\frac{\partial h}{\partial \mu}.\end{aligned}$$

Dans l'équation (IX) ainsi écrite, toutes les grandeurs se rapportent à la surface R. Sauf $\left(\frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial r^2}\right)_R$, toutes sont connues en μ et α par les équations précédentes; $\left(\frac{\partial^2 \mathcal{X}}{\partial r^2}\right)_R$ est donc déterminé par l'équation (IX).

6. Les conditions frontières suffisent donc à déterminer $\mathcal{X}$, ses trois dérivées premières, et ses six dérivées secondes, à l'aide du potentiel perturbateur donné, et des fonctions Π_{nk}, Φ_{nk}, Ψ_{nk}, dès qu'on aura déterminé les coefficients ε_{nk}.

Les composantes de la vitesse seront également connues au premier ordre en $R - r$, et la pression au second ordre.

Il reste à déterminer ces coefficients ε_{nk} à l'aide de l'équation aux dérivées partielles, tirée de (II), qui n'a pas encore servi. C'est ce que je montrerai prochainement.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la représentation conforme des aires planes multiplement connexes.* Note [1] de M. **C. de La Vallée Poussin.**

1. Donnons le nom de *cassiniennes* aux courbes que l'on obtient en égalant à une constante α le module d'un polynome $P(u)$ de degré n à racines distinctes. A chaque polynome s'attache donc une famille de cassiniennes. Une cassinienne $|P(u)| = \alpha$ peut être formée de plusieurs contours fermés séparés, chacun n'étant qu'un fragment de la courbe algébrique. Mais nous donnerons ici le nom de *cassinienne* à chacun de ces contours considéré comme constituant une courbe distincte.

2. On conçoit qu'une aire D, d'un seul tenant et à connexion multiple, soit bornée par un nombre plus ou moins grand de cassiniennes attachées à un même polynome $P(u)$, l'une extérieure, les autres comprises dans la première. Nous conviendrons de dire dans ce cas que *l'aire* D *est* attachée *au polynome* $P(u)$.

3. Une aire à connexion double est toujours représentable sur une aire attachée à un polynome du premier degré, limitée par des cassiniennes convenablement choisies. Les cassiniennes attachées à un polynome du premier degré se réduisent, en effet, à des circonférences concentriques et le théorème est classique.

Ce théorème admet une généralisation qui s'étend à tous les ordres de connexion.

4. Soit A une aire bornée, comprise entre un contour simple extérieur C et n contours internes analogues $C_1, C_2, \ldots, C_n$ et, par conséquent, de l'ordre de connexion $n+1$. On peut construire un polynome de degré n, à racines distinctes,

$$P(u) = (u - a_1)(u - a_2)\ldots(u - a_n).$$

tel que l'aire A soit représentable sur l'aire D du plan u qui est bornée par $n+1$ cassiniennes

$$|P(u)| = 1, \quad |P(u)| = \lambda_k \quad (k = 1, 2, \ldots, n)$$

avec correspondance des contours extérieurs.

Tous les paramètres λ_k sont compris entre 0 et 1. La cassinienne de

---

[1] Séance du 24 mars 1930.

paramètre λ_k correspond au contour C_k et contient une racine a_k et une seule du polynome $P(u)$.

Les polynomes qui sont susceptibles de fournir ainsi la représentation d'une aire donnée A appartiennent à une même classe. Les polynomes d'une même classe sont ceux dont les racines forment des figures semblables. Nous dirons que *l'aire* A appartient *à cette classe de polynomes*.

5. Il n'existe généralement qu'une seule manière de représenter une aire A multiplement connexe sur une aire D attachée à un polynome donné $P(u)$ avec correspondance des contours extérieurs. S'il y a plusieurs solutions, elles sont superposables. L'aire D présente une symétrie d'un certain ordre par rapport au centre des moyennes distances des racines du polynome; il y a autant de solutions que de coïncidences de la figure D avec elle-même quand elle fait un tour complet sur elle-même autour de ce centre.

6. La condition nécessaire et suffisante pour que deux aires A et A′ du même ordre de connexion soient représentables l'une sur l'autre avec correspondance des contours extérieurs, est qu'elles appartiennent à la même classe de polynomes, et qu'elles admettent, en correspondance avec les mêmes racines a_i de l'un $P(u)$ de ces polynomes, la même suite de paramètres λ_i.

La représentation de A sur A′ n'est généralement possible que d'une seule manière. S'il y en a plusieurs, c'est que l'aire D attachée à un polynome $P(u)$ sur laquelle ces aires sont représentables présente le caractère de symétrie prévu dans l'énoncé précédent (5).

7. On peut représenter l'aire A sur une aire attachée à un polynome sans faire correspondre les contours extérieurs, mais en faisant correspondre deux contours assignés. Cela change la classe des polynomes avec lesquels la représentation est possible.

8. Ces principes s'étendent aux aires non bornées. Celles-ci se représentent sur des aires bornées par une inversion.

9. Ces principes s'étendent aussi aux aires ouvertes d'un ordre de connexion quelconque. Une aire ouverte de l'ordre $n+1$ de connexion s'obtient en retranchant d'une aire ouverte à connexion simple, n ensembles fermés à connexion simple et sans point commun qui y sont contenus. Le problème des frontières est exactement le même que pour le cercle.

Les démonstrations de ces théorèmes sont trop longues pour être développées dans cette Note.

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude chimique et magnétique des complexes dérivés du noyau triazinique*. Note de MM. **Paul Pascal** et **René Lecuir**.

1. Nous avons montré récemment [1] que le noyau triazinique était générateur de complexes, en préparant une série de triazine-tricarboxylates dérivés des métaux de la famille du fer. Pour achever d'en préciser la nature, nous en avons fait l'analyse magnétique, à l'état solide, et à la température de 16°.

Nous donnons, dans le tableau suivant, les susceptibilités moléculaires observées, ou calculées à l'aide des susceptibilités ioniques, I, de Wiedemann et en tenant compte du diamagnétisme des radicaux organiques. L'écart entre les deux nombres permet de contrôler la complexité éventuelle et de calculer la part contributive M_i du métal dissimulé. L'écart $I - M_i$ mesure la complexité.

	$\chi_m \cdot 10^{-3}$ à 16°.				
Formule brute.	Observé.	Calculé.	Formule déduite.	$M_i \cdot 10^{-3}$.	$I \cdot 10^{-3}$.
$(CNCO^2)^6Ni^3, 4H^2O$ blanc....	12,62	12,7	(voir plus loin)	non complexe	
$(CNCO^2)^6Ni^2K^2, H^2O$.........	3,46	8,4	$[Ni_i(CNCO^2)^6]NiK^2, H^2O$	—0,74	+ 4,3
$(CNCO^2)^{12}Fe''^3K^6, 24H^2O$.....	15,8	35,27	$[Fe_i(CNCO^2)^6]FeK^6, 24H^2O$	+2,12	+12
$(CNCO^2)^6Mn^2K^2, 6H^2O$.......	23,2	28,5	$[Mn_i(CNCO^2)^6]MnK^2, 6H^2O$	+8,95	+14,6
$(CNCO^2)^6Co''^3, 9H^2O$ rose.....	29,17	29,14	(voir plus loin)	non complexe	
$(CNCO^2)Co''^3, 9H^2O$ chamois...	18,08	29,14	$[Co_i(CNCO^2)^6]Co^2, 9H^2O$	—1,34	+ 9,8
$(GNCO^2)^{12}Co''^3K^6, 8H^2O$......	10,76	29,0	$[Co_i(CNCO^2)^6]CoK^2, 8H^2O$	+0,55	+ 9,8
$(CNCO^2)^6Cu^3, 19H^2O$.........	3,97	4,4	$[Cu_i(CNCO^2)^6]Cu^2, 19H^2O$	+1,04	+ 1,6

Nous avions déjà remarqué la nature spéciale du sel rose tricobalteux, qu'on peut faire dériver du sel chamois tricobalteux par hydrolyse interne; il se comporte comme un mélange de triazinetricarboxylate normal anhydre et d'oxalate ammoniacal : $(CNCO^2)^6Co''^3 + 9(C^2O^4)^2Co''(NH^4)^2$ et l'analyse magnétique vient renforcer ces conclusions. Les propriétés magnétiques, inattendues également, du sel de nickel blanc, rapprochées de la lenteur de sa précipitation, dans les eaux mères du sel complexe nickelo-potassique, nous avaient fait supposer qu'il devait être également un produit d'hydrolyse. En fait le chauffage du sel vert complexe $[Ni(CNCO^2)^6]NiK^2, H^2O$, en milieu légèrement alcalin, fixe de l'eau sur lui et le décolore; on arrive à la composition globale $(CNCO^2)^6 Ni^3, 4H^2O$, mais on a affaire en réalité à

[1] *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1850; 189, 1929, p. 49.

un oxalate ammoniacal associé au triazinetricarboxylate anhydre

$$2(CNCO^2)^6Ni^3 + 3(C^2O^4)^2Ni(NH^4)^2$$

comme dans le cas du sel cobalteux.

Pour étendre ces recherches à d'autres dérivés triaziniques plus simples, nous avons étudié les cyanurates correspondants, en particulier ceux de cobalt.

L'hydrolyse du cyanurate trisodique empêche la préparation de sels mixtes métallo-sodiques par double décomposition, mais elle ne s'oppose pas à la formation de complexes, en général peu solubles, et qui présentent souvent des couleurs inattendues.

En présence d'un excès de sulfate cobalteux, le cyanurate trisodique précipite un sel anhydre bleu vert de formule brute $(CNO)^6Co''^3$. L'addition d'une quantité équimoléculaire du sel alcalin donne au contraire de fines aiguilles mauves d'un composé acide dicobalteux : $(CNO)^6Co''^2H^2, 6H^2O$. Enfin, en opérant à l'ébullition, et cette fois avec un excès de cyanurate de sodium, on obtient par refroidissement de longues aiguilles roses d'un sel monocobalteux acide $(CNO)^6Co''H^4, 3H^2O$.

L'analyse magnétique, interprétée comme précédemment, donne les résultats suivants :

Formule brute.	$\chi_m.10^{-3}$ à 16°. observé.	calculé.	Formule réduite.	$M_i.10^{-3}$.	$I.10^{-3}$.
$(CNO)^6Co''^3$	25,61	29,3	$[Co_i(C^3N^3O^3)^2]Co''^2$	+6,07	+9,8
$(CNO)^6Co''^2H^2, 6H^2O$..	19,09	19,4	$(C^3N^3O^3)^2Co''^2H^2, 6H^2O$	non complexe	
$(CNO)^6Co''H^4, 3H^2O$...	9,25	9,65	$(C^3N^3O^3)^2Co''H^4, 3H^2O$	non complexe	

La faculté que possède le noyau triazinique de donner des complexes est donc singulièrement renforcée par la présence de groupements carboxylés; elle n'existe même dans les cyanurates que si toutes les fonctions acides sont saturées par un métal lourd, et c'est la raison pour laquelle l'hydrolyse des cyanurates acides conduit ici aux complexes correspondants.

Ainsi, le sel monocobalteux rose $(C^3N^3O^3)^2Co''H^4, 3H^2O$, mis en suspension dans l'eau pure, passe progressivement par chauffage à l'état de sel dicobalteux mauve, puis de sel complexe vert bleu tricobalteux. La première étape est atteinte vers 45°, la seconde vers 90°. Le phénomène est réversible et peut être représenté par les équations

$$6(C^3N^3O^3)^2Co''H^4, 3H^2O \rightleftharpoons 3(C^3N^3O^3)^2Co''^2H^2, 6H^2O + 6C^3N^3(OH)^3,$$
$$3(C^3N^3O^3)^2Co''^2H^2, 6H^2O \rightleftharpoons 2(C^3N^3O^3)^2Co''^3 + 2C^3N^3O^3(OH)^3 + 18H^2O.$$

Au refroidissement, on observe rarement le passage par l'intermédiaire du sel mauve dicobalteux. Le sel rose monocobalteux se retrouve toujours mêlé d'un peu de sel complexe bleu vert, et la proportion de celui-ci dépend naturellement de la quantité d'eau mise en jeu et dans laquelle reste dissoute une partie de l'acide libéré par l'hydrolyse.

M. **M. d'Ocagne** fait hommage à l'Académie d'une nouvelle édition du *Cours de Géométrie* qu'il professe à l'École Polytechnique. Ce qui distingue cette édition de la précédente, c'est un emploi beaucoup plus général des méthodes de la pure geométrie, un appel constant aux raisonnements dits *synthétiques*, dont, sans méconnaître l'immense importance des méthodes analytiques, on peut estimer que les techniciens ont à attendre les plus grands services pour la résolution des problèmes qui s'offrent à eux dans les applications.

CORRESPONDANCE.

M. **G. Cesàro**, élu Correspondant pour la Section de Minéralogie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à la chaire de *Chimie organique* vacante au Collège de France par le décès de M. *Ch. Moureu.*

M. le **Ministre du Commerce et de l'Industrie** invite l'Académie à lui faire connaître son avis sur l'inscription, à titre facultatif, de l'*unité décimale du temps* dans le tableau général des unités légales de mesure.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Les méthodes de prospection du sous-sol*, par E. Rothé.

2° *Exploration zoologique de l'Algérie de* 1830 *à* 1930, par L.-G. Seurat.

3° C. Grard et J. Cournot. *Métaux et Alliages.* (Présenté par M. G. Charpy.)

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Une interprétation physique du tenseur de Riemann et des courbures principales d'une variété* V_3. Note [1] de M. **A. Tonolo**, présentée par M. Émile Borel.

1. Dans une variété riemannienne V_3, considérons trois congruences de lignes orthogonales deux à deux, et désignons par

$$\gamma_\nu^i (i, j, h, k, \mu, \nu = 1, 2, 3)$$

les paramètres, γ_{hik} les coefficients de rotation de Ricci, et σ_i les arcs des lignes envisagées. Soit S un milieu continu plongé dans V_3; représentons par $\Phi_{\mu\nu}$ les composantes covariantes du tenseur des efforts, et par θ_{hk} les composantes intrinsèques, c'est-à-dire les invariants

$$\theta_{hk} = \Phi_{\mu\nu}\lambda_h^\mu \lambda_k^\nu.$$

Dans un travail récent [*Forma intrinseca delle equazioni di equilibrio dei mezzi elastici* (*Rend. Acc. Lincei*, 6e série, 9, 1930)] j'ai donné la forme suivante aux équations d'équilibre du milieu S, non soumis aux forces [2] :

$$\text{(I)} \qquad \Sigma_{hk}(\gamma_{khh}\theta_{kj} + \gamma_{hjk}\theta_{hk}) + \Sigma_k \frac{d\theta_{kj}}{d\sigma_k} = 0.$$

En particulier, lorsqu'un système isostatique existe dans le corps S, et si l'on prend pour congruences λ_i^ν les trajectoires orthogonales aux surfaces qui le constituent, dont nous désignons les efforts par θ_j, le groupe (I) se réduit à la forme de Lamé :

$$\text{(II)} \qquad \frac{d\theta_j}{d\sigma_j} + \Sigma_h \gamma_{jhh}(\theta_j - \theta_h) = 0.$$

2. Soient $\alpha_{\mu\nu}$ les composantes covariantes du tenseur de Riemann, γ_{hk} ses composantes intrinsèques de Ricci. Il est bien connu qu'il existe entre les dérivées covariantes des fonctions $\alpha_{\mu\nu}$ les identités classiques de Bianchi. En utilisant les fonctions γ_{hk}, on peut les écrire ainsi :

$$\text{(III)} \qquad \Sigma_{hk}(\gamma_{khh}\gamma_{kj} + \gamma_{hjk}\gamma_{hk}) + \Sigma_k \frac{d\gamma_{kj}}{d\sigma_k} = 0.$$

---

(1) Séance du 24 mars 1930.

(2) Dans ce travail les équations (I) ont été obtenues en supposant euclidienne la variété V_3 et élastique le milieu S.

Si les paramètres λ_i^ν se rapportent aux congruences principales de V_3, et si l'on désigne par ω_h les courbures principales de V_3, les identités (III) deviennent

$$\text{(IV)} \qquad \frac{d\omega_j}{d\sigma_j} + \Sigma_h \gamma_{jhh}(\omega_j - \omega_h) = 0.$$

3. Cela posé, faisons maintenant les observations suivantes : à cause des identités (III), les équations (I) sont satisfaites si nous posons à la place des fonctions θ_{hk} les fonctions γ_{hk}. Donc : *on a équilibre dans le milieu* S, *si l'on prend le tenseur des efforts de* S *égale au tenseur de Riemann de* V_3.

Soit V_3 une variété de Bianchi. On voit alors aisément qu'*on a équilibre dans le milieu* S, *si les surfaces principales de* V_3 *constituent un système isostatique pour* S, *et si les courbures principales de* V_3 *sont égales aux efforts qui sollicitent les surfaces isostatiques de* S. En effet, dans ces hypothèses, d'après (IV), les équations (III) sont vérifiées par les fonctions ω_h [1].

Je dois à M. Levi-Cività la remarque suivante : On peut rattacher le premier résultat au théorème de la conservation d'Einstein. En effet, avec la signification habituelle des symboles g_{ik}, $\mathcal{G}_{ik}$, $\mathcal{G}$, il est bien connu que le tenseur de gravitation

$$E_{ik} = \mathcal{G}_{ik} - \frac{1}{2}\mathcal{G} g_{ik}$$

annule la divergence. On a ainsi l'identité

$$\text{(V)} \qquad \Sigma_k E_{ik}^{|k} = 0.$$

Or les équations d'équilibre de S, non soumis aux forces, sont

$$\text{(VI)} \qquad \Sigma_{ik} \Phi_{ik}^{|k} = 0,$$

c'est-à-dire que la divergence du tenseur des efforts est nulle. D'après l'identité (V), on a l'équilibre dans le milieu S en prenant

$$\Phi_{ik} = E_{ik}.$$

---

[1] Mais, par une méthode directe, on peut les établir dans un corps continu plongé dans une variété quelconque.

BIRÉFRINGENCE MAGNÉTIQUE. — *Biréfringence magnétique de l'alcool éthylique, de l'eau et de solutions aqueuses de nitrates.* Note de M. **Mohamed A. Haque**, présentée par M. A. Cotton.

J'ai mesuré avec le grand électro-aimant de Bellevue, la biréfringence magnétique de l'alcool éthylique et de l'eau distillée, ainsi que de solutions aqueuses de nitrates. Les deux premiers liquides, intéressants par leur constitution simple, servent souvent de dissolvants; quant aux nitrates dissous, ils renferment de l'acide nitrique, corps auquel MM. Cotton et Mouton avaient trouvé une biréfringence magnétique positive sensible. Ces divers liquides ont été récemment étudiés par M. Ramanathan (1).

Nos mesures ont été faites avec la lumière verte du mercure et les grandes pièces en coin de l'électro-aimant, le dispositif de mesures a été indiqué ici même (2).

Le tableau suivant donne les angles β mesurant les biréfringences, aux températures t indiquées, les rapports b de ces valeurs à celle relative au nitrobenzène prise égale à 100, la constante C_m de Cotton et Mouton (en admettant pour le nitrobenzène $2,13.10^{-12}$ pour la raie verte du mercure). Pour les deux solutions de nitrates, on a également fait figurer les valeurs de C_m corrigées, en admettant la loi d'additivité, de la biréfringence négative du dissolvant. (La densité de la solution de nitrate de sodium étant 1,25, cette solution renfermait 83 pour 100 de son volume d'eau, et celle de nitrate d'ammonium, de densité 1,21, en renfermait 61 pour 100.)

Le tableau donne enfin les valeurs des quotients des valeurs de C_m par la masse d du corps actif présent dans 100^{cm^3} du liquide étudié.

	t.	β.	b.	C_m.	$\frac{C_m}{\alpha}$.
	°	°	°		
Alcool éthylique	15,0	−0,11	−0,39	$-0,99.10^{-14}$	$-1,27.10^{-14}$
Eau distillée	16,6	−0,04	−0,145	$-0,39.10^{-14}$	$-0,39.10^{-14}$
Nitrate Na (42^g dans 100^{cm^3})	17,1	+0,11	+0,39	$+0,99.10^{-14}$	»
Nitrate Na corrigé de la biréf. du dissolvant	»	»	»	$+1,32.10^{-14}$	$3,1.10^{-14}$
Nitrate Am (54^g dans 100^{cm^3})	17,1	+0,14	+0,51	$+1,28.10^{-14}$	»
Nitrate Am corrigé de la biréf. du dissolvant	»	»	»	$1,54.10^{-14}$	$+2,8.10^{-14}$

(1) M. Ramanathan, *Indian Journal of Physics*, 4 (part 1), 1929, p. 15, et 4 (part 2), 1929, p. 109. Le procédé optique était celui que Lord Rayleigh employait pour déceler, avec de la lumière blanche, de très faibles biréfringences.

(2) A. Cotton et G. Dupouy, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 602.

Si l'on compare ces résultats à ceux trouvés par Ramanathan, on constate qu'ils sont en accord avec eux en ce qui concerne l'ordre de grandeur et les signes de ces faibles biréfringences. Les nombres trouvés sont pratiquement les mêmes pour l'alcool éthylique : pour l'eau distillée, les biréfringences trouvées à Bellevue sont sensiblement plus petites. Ramanathan trouvait pour l'eau $-1,1\times 10^{-14}$, mais de telles faibles biréfringences sont à la limite de ce qu'il pouvait mesurer avec l'électro-aimant qu'il employait, et il donnait le même nombre pour l'eau, l'alcool éthylique et l'alcool propylique. Bien que de notre côté l'erreur relative sur ces faibles biréfringences soit encore notable ([1]) il n'est pas douteux que l'eau est moins biréfringente que l'alcool éthylique. On peut rapprocher cette faible biréfringence de celle des cristaux de glace.

Nos solutions de nitrates sont moins concentrées que celle de Ramanathan qui les avait préparées sans doute à des températures plus élevées. Si l'on fait la correction due à la biréfringence négative de l'eau, et si l'on calcule la valeur de C_m pour la solution de nitrate de sodium employé par Ramanathan, en admettant la proportionnalité des biréfringences aux concentrations, on trouve $C_m = 2,2\times 10^{-14}$ au lieu de $3,0\times 10^{-14}$ qu'il obtenait avec une évaluation par excès, d'une part de la concentration en eau, d'autre part de la biréfringence spécifique de ce dernier liquide. Cette valeur se rapproche ainsi davantage de celle que calcule théoriquement Ramanathan en partant des anisotropies magnétiques et optiques des cristaux de nitrate de sodium.

ASTRONOMIE. — *Observations, à la grande lunette de Meudon, du corps céleste découvert à l'Observatoire Lowell.* Note de M. **F. Baldet**, présentée par M. E. Esclangon.

Le corps céleste découvert récemment à l'Observatoire Lowell, Flagstaff (Arizona), a été annoncé comme étant une planète transneptunienne située à une distance du Soleil d'environ 45 unités astronomiques et ayant un diamètre compris entre celui de la Terre et d'Uranus, soit environ 20000 milles (32000^{km}). Si ces données sont exactes elle devrait sous-tendre un diamètre de près de $1'',0$.

Un disque planétaire de cette dimension (même ordre de grandeur que

([1]) Le nombre $0^{o},04$ est la moyenne de deux mesures qui ont donné $0^{o},04$ et $0^{o},03$.

les satellites de Jupiter) est aisément visible, lorsque les images sont suffisamment calmes, avec l'excellent objectif de $0^m,83$ de l'Observatoire de Meudon dont le pouvoir séparateur est de $0'',17$. J'ai donc observé le nouveau corps céleste avec cet instrument muni de grossissements allant jusqu'à mille environ, les 20, 27, 28 et 30 mars 1930. Le 27 mars les images étaient particulièrement calmes; cependant, à aucun moment, je n'ai eu l'impression que l'astre présentait un disque. Toujours d'apparence stellaire, — et sans trace de nébulosité cométaire — il était bien piqué dans les instants de plus grand calme. Je l'ai estimé de 15e grandeur environ, en accord avec les déterminations faites ailleurs.

Je ne pense donc pas que le diamètre apparent du nouvel objet dépasse $0'',2$ ce qui correspondrait à un diamètre réel maximum de 6500^{km}, en admettant que la distance 45 soit exacte.

Mais la magnitude stellaire estimée à 15 peut nous fournir une idée beaucoup plus approchée du diamètre à condition de connaître l'albedo. Supposons d'abord qu'il soit égal à celui de Neptune (0,6). Le diamètre réel du nouvel astre serait alors 770^{km} seulement et le diamètre apparent de $0'',024$. Un albedo quatre fois plus faible, comparable à celui de la Lune ou de Mercure (0,15), doublerait ces nombres et l'on aurait pour le diamètre réel 1500^{km} environ, et pour le diamètre apparent $0'',05$. La masse qu'on en peut déduire ($\frac{1}{500}$ au plus de celle de la Terre) n'aurait pu produire les perturbations d'Uranus qui servirent à Lowell pour sa prédiction. Lowell avait admis pour la masse de l'astre perturbateur $6\,^1/_2$ fois celle de la Terre.

OPTIQUE. — *Mesure directe du rapport des retards absolus dans la biréfringence par déformation.* Note de M. **E. Henriot** et Mlle **A. Marcelle**, présentée par M. Villard.

La méthode que nous avons utilisée est celle qui a été indiquée par l'un de nous pour la mesure de la dispersion de biréfringence dans le cas des substances transparentes déformées ([1]).

Appelons respectivement n l'indice de la substance non déformée, n_0, n_e les indices ordinaire et extraordinaire de la substance en état de flexion pure, z la distance à la fibre neutre, ν l'indice du milieu qui entoure la lame

([1]) E. Henriot, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1318.

fléchie. Le rayon ordinaire traversant la lame est dévié d'un angle

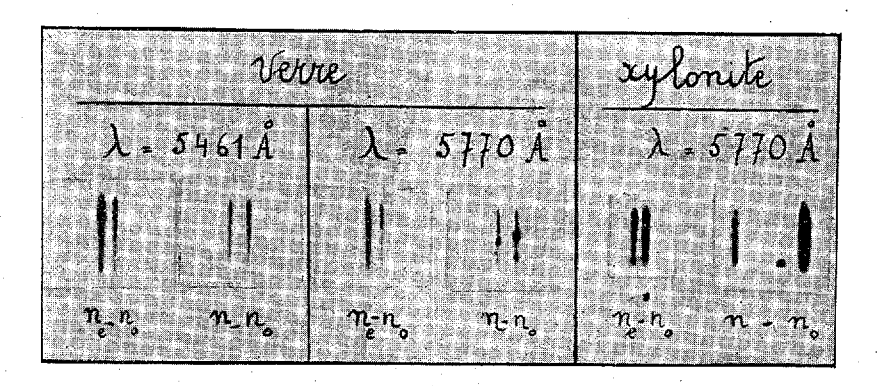
$$\theta_0 = \frac{d}{dz} e(n_0 - \nu) = e \frac{dn_0}{dz} - (n_0 - \nu) \frac{de}{dz}.$$

Le second terme est dû au fait que la lame devient prismatique. Il est à remarquer que les deux termes sont du même ordre lorsque $\nu = 1$.

Appelons n_0 l'indice au bord de la lame, $\frac{dn_0}{dz} = \frac{n_0 - n}{a}$, a étant la demi-dimension de la lame comptée normalement à la fibre neutre. On aura des relations analogues pour la déviation θ_e, par suite

$$\frac{\theta_e}{\theta_0} = \frac{e \frac{(n_e - n)}{a} + (n_e - \nu) \frac{de}{dz}}{e \frac{(n_0 - n)}{a} + (n_0 - \nu) \frac{de}{dz}}.$$

Supposons que le liquide d'immersion possède un indice ν égal à n,



Agrandissement 10 environ.

(ou n_0, ou n_e) avec une précision de l'ordre de $\frac{1}{200}$ pour toutes les longueurs d'onde, l'équation

$$\frac{\theta_e}{\theta_0} = \frac{n_e - n}{n_0 - n}$$

sera exacte avec une approximation de l'ordre de $\frac{1}{100}$ et elle pourra fournir le rapport des retards absolus.

La lumière issue d'un collimateur dont la fente est parallèle à la fibre neutre tombe sur un ensemble de 15 lames dont on n'utilise que la partie qui est en état de flexion pure. Les faisceaux émergents sont photographiés

au foyer d'une lunette, les lames étant fléchies, puis détendues; on a ainsi trois traits parallèles dont on peut identifier l'origine par l'interposition d'un nicol.

n_e étant assez voisin de n, il nous a semblé que l'on obtient une précision supérieure en mesurant dans une première expérience $n_0 - n_e$, puis, en éteignant avec un nicol l'image extraordinaire, $n_0 - n$, d'où l'on peut déduire $n_e - n$. Les distances des images sont lues à la machine à diviser. Les résultats pour différentes expériences correspondant à des flexions différentes sont concordants à 2 ou 3 pour 100 près environ; l'influence de la longueur d'onde, si elle existe, est trop faible pour être mise nettement en évidence.

Voici quelques résultats pour le verre ordinaire (crown) :

λ. (μ)	n.	$\frac{n_e - n}{n_0 - n}$.
0,4047	1,5386	0,245
0,4916	1,5285	0,237
0,5461	1,5256	0,240
0,5770	1,5236	0,242

Nous avons également fait des mesures avec trois lames de xylonite utilisée par les techniciens dans des expériences de photo-élasticité.

Nous trouvons

λ.	$\frac{n_e - n}{n_0 - n}$.
5770	0,816
5461	0,813

Cette grandeur pour ces deux substances est positive.

Le rapport des retards absolus peut donc être obtenu expérimentalement sans que l'on soit obligé de mesurer une déformation comme dans les méthodes qui ont été utilisées jusqu'à maintenant. Or c'est l'imprécision dans la mesure des déformations qui a rendu ces méthodes difficiles et incertaines. Le rapport $\frac{n_e - n}{n_0 - n}$ peut être dans notre méthode mesuré facilement avec une précision de quelques centièmes. C'est une constante physique attachée à chaque substance transparente et qui peut servir à la caractériser à partir du moment où elle est aisément accessible.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'obtention du verre bleu et la décomposition du sulfate de soude par la silice.* Note de M. **B. Bogitch**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

J'ai signalé précédemment [1] que le silicate de fer correspondant à $4FeOFe^2O^3$, qui colore les verres alcalins en bleu, a comme limites de stabilité de 0 à 2 pour 100 de CO dans les mélanges gazeux CO^2+CO à 1300°, pour des concentrations en fer voisines de 1 pour 100.

Bien que la préparation de ce verre bleu soit d'une pratique courante, l'obtention de la coloration bleue elle-même est assez mystérieuse. En effet, tandis que la fusion des mélanges sable ferrugineux + carbonate de soude donne naturellement du verre bleu, la fusion des mélanges sulfate de soude + sable ferrugineux + charbon n'en donne point. Pour élucider la question, j'étudierai la réaction fondamentale de la verrerie, décomposition du sulfate de soude par la silice ou plutôt par le silicate de soude.

Les Traités de Chimie représentent *grosso-modo* cette réaction par deux équations différentes suivant que le charbon est en excès ou non :

$$2SO^4Na^2 + C + 2SiO^2 = CO^2 + 2SO^2 + 2SiO^3Na^2,$$
$$3SO^4Na^2 + 5C + 3SiO^2 = 4CO^2 + CO + 3S + 3SiO^3Na^2,$$

mais le silicate de soude formé au début de la réaction dissout le sulfate de soude non encore décomposé, d'où complication à la fin de la réaction. Voici le résumé de mes expériences à ce sujet.

Le sulfate et les silicates de soude fondus ensemble donnent naissance à deux couches liquides superposées. La couche supérieure constituée par du sulfate dissout une petite quantité de silice et la couche inférieure composée de silicate contient toujours de l'acide sulfurique. Comme on le voit ci-dessous la solubilité réciproque des deux phases en présence est une fonction de la température et de la teneur en silice du silicate.

Températures.	1225°.	1300°.		1370°.
Teneur pour 100 en SiO^2 du silicate.......	71,7	72	76	71,9
SiO^2 pour 100 dans la couche supérieure...	1,17	1,25	0,46	1,45
Soufre pour 100 dans la couche inférieure..	2,56	2,67	1,68	2,89

Si les deux phases sont maintenues liquides pendant quelque temps dans

(1) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 581.

un tube à essai en quartz fondu, on constate une décomposition appréciable du sulfate dès 1250°. Quand la couche supérieure est entièrement détruite, la proportion de SO^3 dissous dans le silicate diminue à son tour. On accélère beaucoup cette décomposition en faisant barboter de l'air, de l'azote ou de l'acide carbonique dans du verre fondu. La décomposition s'arrête cependant quand la teneur en soufre descend à 1,30-1,35 pour 100, à 1300° et pour les silicates à 76 pour 100 de SiO^2. En faisant alors intervenir des gaz réducteurs, par exemple $CO^2 + CO$, j'ai obtenu les résultats suivants :

Proportion de CO °/₀ dans le mélange gazeux	0	3,5	7	9,5	12	30	50	100
Teneur °/₀ en soufre du silicate	1,32	0,76	0,43	0,28	0,21	0,24	0,20	0,17
Coloration du verre	incolore.			légèrement jaune.		jaune orangé.	rouge orangé.	

Bref l'addition de CO augmente tout d'abord la décomposition du sulfate dissous et sa proportion atteint un minimum pour 10 pour 100 environ de CO. A partir de ce moment, la teneur en soufre du silicate ne change presque plus mais le sulfate se transforme progressivement en sulfure, d'où apparition des colorations jaune, orangé et rouge. Cette transformation est complète avec des mélanges gazeux contenant plus de 50 pour 100 de CO.

Ajoutons maintenant au mélange à fondre du silicate de fer de façon à obtenir des verres contenant 0,70-0,80 pour 100 de Fe et traitons-les par les mêmes gaz réducteurs que précédemment. Nous constatons que le silicate d'un vert bouteille au début devient *bleu* pour 9,5 pour 100 de CO (il contient 0,32 pour 100 de soufre dont une fraction indosable à l'état de sulfure) et redevient vert cru pour les teneurs supérieures à 12 pour 100 de CO. L'apparition de la coloration bleue se produit donc juste au début de la transformation du sulfate en sulfure. L'action retardatrice de SO^4Na^2 sur la formation de $4FeO\,F^2O^3$ (nouvelles limites 9-12 pour 100 de CO contre 0-2, en l'absence de sulfate) entre dans la catégorie des phénomènes appelés en métallurgie action de présence. Celle-ci consiste en une diminution ou une augmentation de la tension de dissociation d'un oxyde occasionnée par la présence d'un autre corps oxydé dissous dans la scorie, d'où variation de la réductibilité : ainsi le silicate de fer retarde la réduction de l'oxyde de nickel au water-jacket, mais facilite grandement la réduction de la silice dans le haut fourneau.

L'expérience de laboratoire montre en outre que l'obtention de l'équilibre dans la décomposition du sulfate de soude et sa transformation en sulfure par les gaz réducteurs est excessivement lente et que dans la réduc-

tion forcément brutale du sulfate par le charbon, cet équilibre n'est jamais atteint. C'est là, sans nul doute, la raison pour laquelle les mélanges au sulfate ne donnent jamais du verre bleu dans les fours de verrerie.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'inflammation et la combustion du sulfure de carbone.* Note de MM. **M. Prettre** et **P. Laffitte**, présentée par M. H. Le Chatelier.

1. Nous avons déterminé par la méthode déjà décrite (1) les températures d'inflammation des mélanges de sulfure de carbone et d'air. Cette question a déjà fait l'objet de recherches, mais pour 2 ou 3 mélanges seulement (2), ou bien par une méthode ne permettant pas de connaître la composition du mélange (méthode du tube concentrique).

Le sulfure de carbone que nous avons employé était le corps pur du commerce que nous avons purifié à nouveau par le chlorure mercurique et redistillé suivant le procédé de Cloez (3). La pression initiale réalisée dans le récipient de combustion était de $\frac{1}{1000}$ de millimètre de mercure. On ne pouvait obtenir une pression plus faible, le sulfure de carbone dissolvant de petites quantités de la graisse des robinets. Voici les températures d'inflammation obtenues :

CS^2 °/₀ en volume.	1,3.	4,75.	7,8.	14,9.	18,5.	20,4.	25,1.	26,1.	29,3.	34,0.
t_0 C......	138	158	173	223	245	257	284	289	307	338

La température d'inflammation varie donc très sensiblement d'une manière linéaire avec la teneur du mélange en sulfure de carbone. Nous n'avons pas fait de déterminations avec des mélanges tenant plus de 34 pour 100 en CS^2, car au delà il se produit des condensations de sulfure de carbone dans les tubes d'arrivée des gaz.

Dans tous les cas le mélange ne s'enflamme qu'après un certain retard, de 2 à 6 secondes en général, après l'introduction du mélange gazeux dans le récipient de combustion. La flamme est toujours d'une belle lueur violette très intense, même pour les mélanges très dilués. On peut remarquer

(1) *Bull. Soc. chim.*, 45, 1929, p. 785.

(2) Dixon et Russel, *J. Chem. Soc.*, 75, 1899, p. 600. — Tyzard et Pye, *J. of Science*, 44, 1922, p. 79.

(3) Cloez, *Comptes rendus*, 69, 1869, p. 1356.

que le mélange à 1,3 pour 100 de CS^2 a une concentration inférieure à la limite inférieure d'inflammabilité (entre 1,94 et 4,1 suivant les cas) déterminée par divers auteurs à la température ordinaire : de même que la limite supérieure la limite inférieure d'inflammabilité est reculée lorsqu'on élève la température initiale du mélange gazeux.

Pour les mélanges tenant plus de 10 pour 100 de CS^2 on peut observer une luminescence du mélange gazeux avant l'inflammation. Mais cette luminescence est bien moins intense que celle que nous avons observée dans le cas de l'oxyde de carbone (1). Elle se produit même lorsque la température n'est pas suffisamment élevée pour que le mélange puisse s'enflammer, mais seulement dans un intervalle de quelques degrés audessous de la température d'inflammation.

Si après une expérience on ne réalise pas dans l'appareil une pression suffisamment faible, les gaz résiduels n'ont d'influence sur la température d'inflammation que dans le cas des mélanges où l'oxygène est en défaut. La température d'inflammation se trouve alors élevée de quelques degrés, mais seulement lorsque la pression des gaz résiduels dans le récipient de combustion est supérieure à 1^{mm} de mercure. La présence de faibles quantités de vapeur d'eau (moins de 3 pour 100) n'a pas d'influence sur la température d'inflammation. Il en est de même du gaz carbonique, même ajouté en quantités notables. Le méthane n'a qu'une très faible influence.

2. Dans toutes les expériences il y a formation sur les parois du récipient de combustion d'un léger dépôt brun. Mais ce dépôt est trop peu abondant pour que, même après un grand nombre d'expériences, on puisse en recueillir une quantité suffisante pour en faire l'analyse. De précédents expérimentateurs (2) ont déjà remarqué ce dépôt brun lors de la combustion du sulfure de carbone et l'ont attribué à la formation de monosulfure de carbone CS que Dewar et Jones ont obtenu directement par action de $CSCl^2$ sur le nickel carbonyle.

Afin de préparer une quantité appréciable de ce produit, nous avons réalisé un appareil de combustion continu. Il se dépose une fine poudre brune dans les parties froides de l'appareil lorsqu'on porte le récipient de combustion à 300°. Dans les parties chauffées il fond et après refroidissement donne une couche brune brillante. Au bout d'une dizaine de jours on

(1) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1403, et **189**, 1929, p. 177.

(2) Turpin, *Brit. Assoc. Adv. Sc. Rep.*, 1890, p. 776. — Dixon, *Rec. Trav. Chim. P.-B.*, 44, 1925, p. 305.

recueille 1^g environ de produit, soluble dans l'acide sulfurique concentré ainsi que dans les solutions étendues de potasse, comme le corps préparé par Dewar et Jones. Le soufre y a été dosé par combustion à la bombe (25^{atm} d'oxygène) puis transformation du gaz sulfureux en sulfate de baryum. Le carbone a été dosé par la méthode de Simon [1].

On a ainsi trouvé pour le soufre 73,1 pour 100 (moyenne de 3 analyses, différant entre elles de 0,5 pour 100) et pour le carbone 27,2 pour 100 (moyenne de 3 analyses différant entre elles de 1 pour 100). La composition théorique du produit CS est : S 72,76 pour 100; C 27,24 pour 100. On peut donc en conclure que le produit qui se forme lors de la combustion du sulfure de carbone est bien le monosulfure CS (ou un polymère).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur de nouveaux modes de formation de la diméthyl-2.5-pipérazine*. Note de MM. **Marcel Godchot** et **Max Mousseron**, présentée par M. Delépine.

I. En 1893, Stœhr [2] établit que la réduction de la diméthyl-2.5-pyrazine par l'alcool et le sodium donnait naissance à deux diméthylpipérazines, l'une en quantité prédominante, appelée par lui l'α-diméthyl-2.5-pipérazine (dont le tartrate constitue le lycétol), l'autre en quantité très faible qu'il désigna sous le nom de β-diméthyl-2.5-pipérazine.

Plus récemment, en 1926, MM. Kipping et Pope [3] démontrèrent que la β-diméthyl-2.5-pipérazine de Stœhr était le dérivé stéréoisomère *cis*, car ils purent dédoubler cette base à l'aide de sa combinaison avec le *d*-hydroxyméthylènecamphre; ces deux chimistes indiquent aussi que la réduction de la diméthyl-2.5-pyrazine par l'alcool et le sodium ne permet d'obtenir que 5 pour 100 de dérivé *cis*, 95 pour 100 du produit de la réduction étant constitués par le dérivé *trans* (dérivé α de Stœhr).

Dans une Communication récente [4], ayant indiqué qu'il était possible d'hydrogéner une pyrazine substituée comme l'octohydrophénazine, en utilisant le nickel et le platine comme catalyseurs d'hydrogénation, nous nous sommes proposé de soumettre à l'hydrogénation la diméthyl-2.5-pyrazine

(1) Simon, *Comptes rendus*, **174**, 1922, p. 1706.
(2) *Journal für praktische Chemie*, **47**, 1893, p. 494.
(3) *Journal of the Chemical Society*, **124**, 1926, p. 1076.
(4) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 442.

en présence de ces métaux, dans l'espoir d'obtenir une quantité de dérivé *cis* plus importante que celle indiquée par les chimistes anglais.

La présente Note a pour but de faire connaître les résultats obtenus.

La diméthyl-2.5-pyrazine, mise en œuvre dans ces recherches, a été obtenue par réduction à l'aide du chlorure stanneux suivant la méthode de Gabriel et Pinkus (¹) de l'isonitrosoacétone, préparée elle-même en partant de l'acétylacétate d'éthyle selon les indications données par Cérésole (²).

II. Lorsqu'on entraîne lentement cette base, liquide à la température ordinaire, sur du nickel réduit et chauffé vers 150-160° par un courant d'hydrogène, on constate l'absorption de ce gaz, et peu à peu, à l'extrémité du tube à catalyse apparaissent de superbes cristaux qui, recueillis et examinés, se révèlent être de la trans-diméthyl-2.5-pipérazine. En effet, ils sont fusibles à 118°, donnent un dérivé dinitrosé fusible à 172° et un dérivé benzoylé fusible à 225°; on constate du reste qu'il ne s'est formé dans l'hydrogénation que ce seul dérivé stéréoisomère et que ce dernier est le seul produit engendré par elle.

Le fait d'avoir transformé par cette méthode la diméthylpyrazine en diméthylpipérazine nous paraît assez intéressant, car MM. Sabatier et Mailhe (³), en soumettant la pyridine à la catalyse hydrogénante au nickel, n'ont pas pu obtenir régulièrement la pipéridine, le cycle s'étant rompu en donnant surtout de l'amylamine. Il semble donc que, dans ces circonstances, la molécule pyrazinique offre une plus grande résistance que la molécule pyridinique.

III. La diméthyl-2.5-pyrazine, en solution acétique et en présence de platine préparé par la méthode de Voorhes et Adam, fixe régulièrement et assez rapidement six atomes d'hydrogène. Le produit de l'hydrogénation, additionné de potasse, est entraîné par la vapeur d'eau; on traite le distillat par du chlorure mercurique et l'on isole ainsi le sel de mercure $C^6H^{14}N^2, 2HCl.4HgCl^2$ de la diméthylpipérazine. Par décomposition de ce sel par la potasse à chaud, on obtient la base elle-même distillant à 162° et cristallisant par refroidissement. L'étude de ces cristaux, recristallisés dans le chloroforme (P. F. = 118°), nous a permis de constater qu'ils étaient constitués par une très grande proportion de dérivé trans (dérivé dinitrosé P. F. = 172°); mais il nous a été possible cependant, en suivant la technique conseillée par Stœhr basée sur la différence de solubilité des dérivés

(¹) *Berichte der deut. chem. Ges.*, 26, 1893, p. 2206.
(²) *Ibid.*, 15, 1882, p. 1326.
(³) *Comptes rendus*, 144, 1907, p. 784.

dinitrosés et des chlorhydrates, de déceler la présence d'une très petite quantité de dérivé cis (quelques centièmes).

IV. Nous avons eu en outre l'idée d'essayer d'obtenir, en présence du platine, la diméthyl-2.5-pipérazine en hydrogénant l'isonitrosoacétone elle-même en solution acétique de façon à réaliser en une seule opération la réaction suivante :

$$2[CH^3-CO-CH=N-OH]+6H^2 = \begin{array}{c} CH^3-CH \quad CH^2 \\ \langle\quad\rangle NH \\ CH^2 \quad HC-CH^3 \end{array} + 4H^2O$$

avec passage probable et successif par l'aminocétone d'abord et la diméthylpyrazine ensuite.

L'expérience réalisée nous en a confirmé la possibilité : en effet, 5^g d'isonitrosoacétone, ayant fixé $3^l,8$ d'hydrogène (quantité théorique nécessaire) en milieu acétique et en présence de platine, ont fourni, après décomposition du sel de mercure isolé et traité comme précédemment, près de 3^g de trans-diméthyl-2.5-pipérazine.

En résumé, ces recherches nous ont permis d'indiquer trois nouveaux modes de formation de la diméthyl-2.5-pipérazine, le dernier ayant, d'après nous, le mérite d'être des plus simples.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du sélénoxanthydrol sur les urées et éthers carbamiques.* Note [1] de M. **F. François**, transmise par M. V. Grignard.

On sait l'aptitude réactionnelle du xanthydrol vis-à-vis des urées et des éthers carbamiques, découverte par M. Fosse [2] : la caractérisation et le dosage de l'urée dans les liquides biologiques, aujourd'hui classiques (méthode de M. Fosse), en sont les plus remarquables applications.

Nous avons montré [3] que la réaction pouvait être étendue à d'autres homologues du xanthydrol et au thioxanthydrol.

Dans un but de généralisation, nous l'avons étudiée dans le cas du sélénoxanthydrol. Cet alcool s'est conduit, vis-à-vis de ces amides, comme le xanthydrol et le thioxanthydrol.

---

(1) Séance du 24 mars 1930.

(2) *Comptes rendus*, 145, 1907, p. 813.

(3) *Thèse de Doctorat ès sciences*, Lille, 1929.

I. Dans le cas des urées non substituées, en milieu alcool-acide acétique, il y a élimination d'eau entre l'oxhydryle alcoolique et l'un des H des groupements NH^2 d'après

$$O{=}C\begin{cases}NH-H\\NH-H\end{cases} + 2\,CHOH\begin{cases}C^6H^4\\C^6H^4\end{cases}Se = O{=}C\begin{cases}NH-CH\begin{cases}C^6H^4\\C^6H^4\end{cases}Se\\NH-CH\begin{cases}C^6H^4\\C^6H^4\end{cases}Se\end{cases} + 2\,H^2O.$$

II. Dans le cas des urées substituées, il y a réaction (en milieu alcool + acide acétique) si l'urée porte un groupement — NH^2 intact (urée monosubstituée, ou disubstituée dans le même groupement — NH^2). Il y a élimination d'une molécule d'eau et mise en liberté d'une mono-sélénoxanthylurée :

$$CO\begin{cases}NHR\\NH^2\end{cases} + CHOH\begin{cases}C^6H^4\\C^6H^4\end{cases}Se = H^2O + CO\begin{cases}NHR\\NH-CH\begin{cases}C^6H^4\\C^6H^4\end{cases}Se.\end{cases}$$

III. Dans le cas d'un éther carbamique, la réaction a lieu en milieu alcool + acide acétique, et il y a élimination d'eau entre l'un des H du groupement NH^2 de l'éther carbamique et l'oxhydryle alcoolique du sélénoxanthydrol.

$$CO\begin{cases}OC^2H^5\\NH^2\end{cases} + CHOH\begin{cases}C^6H^4\\C^6H^4\end{cases}Se = H^2O + CO\begin{cases}OC^2H^5\\NH-CH\begin{cases}C^6H^4\\C^6H^4\end{cases}Se.\end{cases}$$

Avec tous ces corps, la combinaison formée prend naissance par simple contact à froid des solutions, en milieu alcool + acide acétique, et précipité cristallisée, le plus souvent à l'état de pureté.

Nous avons ainsi préparé :

La di[sélénoxanthyl]urée, $CO[NH-CH(C^6H^4)^2Se]^2$, corps blanc, très légèrement jaunâtre, se réunissant par essorage en un feuillet feutré et soyeux. Chauffé en tube étroit, il fond, en se décomposant, vers 300° (pas de point de fusion net).

Il est presque insoluble dans les dissolvants usuels; la pyridine le dissout bien à chaud, l'alcool bouillant en dissout très peu.

Sa production est quantitative : la précipitation d'une solution d'urée à $\frac{1}{1000}$ par un léger excès ($0^{vol},2$) de solution alcoolique au $\frac{1}{10}$ de sélénoxanthydrol donne, dans un milieu contenant, pour un volume de solution aqueuse, deux volumes d'acide acétique cristallisable, un précipité pesant, sec (à 1 pour 100), 9,1 fois la quantité d'urée mise en réaction.

La di[sélénoxanthyl]thiourée, $S{=}C[NH-CH(C^6H^4)^2Se]^2$, cristaux jaunes, un peu solubles dans l'acide acétique chaud. Par chauffage, elle fond, en se décomposant, à des températures variant, suivant les conditions du chauffage, entre 190° et 230°.

La sélénoxanthylphénylurée,

$$CO\left\langle\begin{array}{l}NH - C^6H^5\\ NH - CH\left\langle\begin{array}{l}C^6H^4\\ C^6H^4\end{array}\right\rangle Se,\end{array}\right.$$

en cristaux blancs, très peu solubles dans l'alcool, un peu solubles dans l'acide acétique bouillant, solubles dans la pyridine chaude. Elle fond, en tube étroit, vers 234°, en se décomposant.

La sélénoxanthylphénylthiourée,

$$S=C\left\langle\begin{array}{l}NH - C^6H^5\\ NH - CH\left\langle\begin{array}{l}C^6H^4\\ C^6H^4\end{array}\right\rangle Se,\end{array}\right.$$

en cristaux blancs, à peine teintés de jaune, rougissant, à la longue, à la lumière. Ils sont solubles dans l'acide acétique chaud, un peu dans l'alcool bouillant, et fondent assez nettement, vers 145°, en un liquide rouge.

La sélénoxanthyluréthane,

$$O=C\left\langle\begin{array}{l}O - C^2H^5\\ NH - CH\left\langle\begin{array}{l}C^6H^4\\ C^6H^4\end{array}\right\rangle Se,\end{array}\right.$$

en belles aiguilles blanches, solubles dans l'alcool chaud, fondant à 179°,5-181°.

La réaction si curieuse du xanthydrol sur les urées et éthers carbamiques avec élimination d'eau est donc générale pour les alcools du même type que le xanthydrol, alcools dans lesquels le soufre ou le sélénium remplacent l'oxygène du noyau pyranique.

Oxygène, soufre, sélénium jouent dans ce noyau un rôle identique et communiquent également au noyau de ces alcools cette propriété remarquable.

MINÉRALOGIE. — *Sur la déshydratation de la heulandite.* Note de M. **Paul Gaubert.**

On admet généralement que l'eau de la heulandite se dégage d'une manière continue sous l'influence de la chaleur, sans qu'il y ait à aucun moment une modification brusque du réseau cristallin A. Beutell et Blatske, G. Stoklossa ont bien, en étudiant la marche de l'absorption de l'eau par la heulandite déshydratée, supposé l'existence de onze hydrates différents, mais leurs conclusions ont été aussitôt combattues par F. Rinne, O. Weigell, K.-H. Scheumann, etc.

Le but de ce travail est de montrer que la déshydratation de la heulandite donne au moins un autre hydrate, bien défini par ses propriétés physiques, se produisant brusquement et correspondant à peu près à la métaheulandite II de Rinne. Pour simplifier ma description, je désignerai cet hydrate *heulandite* B, réservant le nom de *heulandite* A à la heulandite et à la métaheulandite I de Rinne, ayant toutes deux le même réseau.

En cherchant à déterminer jusqu'à quelle température, ou plutôt jusqu'à quel point, la déshydratation de la heulandite peut être poussée, sans que celle-ci perde la faculté d'absorber les liquides dans lesquels elle est immergée, j'ai constaté que cette dernière diminue vers 245° et peut même être annulée, si la heulandite est maintenue plusieurs jours à cette température (perte de 9 à 10 pour 100 d'eau). L'examen des modifications subies par les lames de clivage très minces, chauffées sur la platine du microscope vers 245°, m'a montré la production de bandes aciculaires, parallèles entre elles partant des faces $a^1(\bar{1}01)$ et $o^1(101)$, pénétrant dans l'intérieur du cristal et parallèles à la face de clivage $g^1(010)$. Il s'agit donc d'un groupement régulier de cristaux de heulandite B et de heulandite A. Les aiguilles partant de la face $a^1(\bar{1}01)$ s'accroissent plus rapidement que celles prenant naissance sur la face $o^1(101)$. Comme elles font un angle de 16° environ avec l'arête pg^1 (001) (010), elles sont presque perpendiculaires à la face o^1 et font un angle voisin de 50° avec la face a^1. On a ainsi un nouveau moyen pour distinguer facilement ces deux faces.

Les aiguilles de la heulandite B, ne sont pas toujours très distinctes les unes des autres, et l'ensemble des secteurs a^1 et o^1 paraît comme strié, mais à mesure que la transformation avance, la préparation redevient homogène et l'on obtient parfois des cristaux dont la périphérie présente une couronne avec des propriétés optiques identiques sur toute son étendue, mais bien différentes de celles de l'intérieur du cristal parallèle au plan des axes et qui finit aussi par se transformer.

Les plages de la nouvelle modification (heulandite B) sont perpendiculaires à la bissectrice aiguë n_p; les cristaux sont donc optiquement négatifs. L'angle des axes optiques, comme dans la heulandite A prise à la température ordinaire, varie d'un secteur à l'autre du cristal et est assez grand. En général, il dépasse 72° dans l'huile. Le plan des axes optiques est perpendiculaire à la face a^1. Les indices de réfraction sont plus faibles que ceux de la heulandite à 20°, mais plus élevés que ceux de la heulandite à 245°. En effet, alors que ceux de cette dernière sont inférieurs ou atteignent à

peine 1,480, ceux de la heulandite B, pris à la même température, sont voisins ou dépassent généralement 1,485.

Les propriétés des cristaux de la heulandite B sont bien différents de ceux de la heulandite A. En effet, à mesure que l'eau se dégage de la première, l'angle des axes optiques augmente et la biréfringence diminue sans que le réseau paraisse subir de grandes modifications; mais tandis que dans la heulandite A, le dégagement d'eau, malgré une légère contraction du réseau, est suivi d'un abaissement de la densité et des indices de réfraction, dans la heulandite B, les valeurs de ces deux derniers augmentent. Ainsi, les indices de réfraction de la heulandite B sont voisins de 1,485 à 245°, de 1,489 à 360°, de 1,493 à 450°, de 1,495 à 470° et de 1,501 à 530°. L'indice du corps fondu est voisin de 1,508, par conséquent, le verre a un indice plus élevé que la heulandite B au voisinage de son point de fusion (650°).

Dans le corps fondu, il reste de nombreuses bulles de vapeur d'eau ne se dégageant que par un chauffage prolongé à très haute température.

En tenant compte des résultats obtenus par les divers observateurs et des mesures que j'ai faites sur le dégagement de l'eau, je crois que la heulandite B au moment où elle se produit contient environ 2 molécules d'eau. La quantité de cette dernière, voisine de 6,5 pour 100, varie à cause de l'hétérogénéité des cristaux et, en outre, son évaluation exacte est rendue difficile par l'existence simultanée des deux formes.

En résumé, au cours de la déshydratation de la heulandite, il se produit brusquement un composé à 2 molécules d'eau bien défini, pouvant perdre de l'eau sous l'influence de la chaleur, sans que son réseau soit en apparence très sensiblement modifié mais se contractant beaucoup plus que la heulandite A, contraction à laquelle il faut attribuer la perte de la faculté de reprendre l'eau dégagée et d'absorber les liquides dans lesquels ses cristaux sont immergés (1).

(1) L'absorption de l'eau se produit au bout de plusieurs mois, mais brusquement par l'hydratation de la heulandite B, comme cela a lieu pour beaucoup d'autres hydrates.

TECTONIQUE. — *Observations stratigraphiques et tectoniques sur la terminaison méridionale de la chaîne du Crédo.* Note de M. **Henri Vincienne**, présentée par M. L. de Launay.

Au cours de nos recherches, nous avons étudié la terminaison Sud de la chaîne du Crédo, entre Fort-l'Écluse et Léaz, et précisé les relations de cette chaîne avec le Vuache qui a déjà fait le sujet de nos études antérieures (¹).

I. Comme l'ont montré les anciens auteurs, notamment M. H. Schardt (²), le *Vuache proprement dit* (*Vuache oriental*) prolonge rigoureusement et sans complications le flanc Est de l'anticlinal du Crédo.

II. Le *noyau bathonien de Longeray*, qui apparaît au cœur de l'anticlinal, se termine périclinalement à son extrémité Nord (*Carrières du Sanglot*); il est formé de Dalle nacrée surmontée de calcaires marneux. Vers le Sud, il se prolonge, en s'amincissant, plus loin que ne le figure la Carte géologique de Nantua, jusqu'*au pied du Rocher de Léaz*, où j'ai trouvé en place (rive droite du Rhône) des affleurements très réduits de Dalle nacrée, encadrés au Nord et au Sud de bancs écrasés argoviens et rauraciens. Le long du *chemin de Longeray au Creuchat*, il semble buter contre le Séquanien inférieur renversé, l'Argovien devant être en ce point supprimé ou presque complètement laminé. Sa retombée Ouest redressée, écrasée et même un peu déversée, est bien visible à la *halte de Longeray-Léaz*: de bas en haut, on y trouve : 1° calcaire spathique en bancs assez épais (Dalle nacrée); 2° calcaire marneux gris, bleuté par places; 3° marnes gris noirâtre, écrasées, feuilletées, coupées de veines de calcite. Quant au calcaire spathique, signalé *sous Entremont* et rapporté dubitativement par M. Schardt à l'Hauterivien, il appartient vraisemblablement à la Dalle nacrée bathonienne (³). Rien ne me permet d'admettre l'existence d'un lambeau néocomien, pincé, selon M. Schardt, dans la « faille du Vuache » entre le Rocher de Léaz et Entremont.

(¹) H. Vincienne, *Précisions nouvelles sur la structure de la partie méridionale du Vuache* (*Comptes rendus*, 189, 1929, p. 190).

(²) H. Schardt, *Études géologiques sur l'extrémité méridionale de la première chaîne du Jura* (*Bull. Soc. Vaud. Sc. Nat.*, 27, p. 69; Lausanne, 1891).

(³) Voir, à ce sujet, A. Riche, *Étude stratigraphique sur le Jurassique inférieur du Jura méridional* (*Ann. Univers. de Lyon*, 1re série, 6, III, 1893, p. 362).

III. Nous avons surtout repris la détermination de l'âge des *affleurements compris entre la Pointe de Sorgia et le thalweg Nord de Léaz*. Les pointements de calcaires écrasés, gris jaunâtre, à grain fin et à patine claire, qu'on trouve immédiatement à l'*Ouest et au Sud-Ouest des moulins de Coudière* et qui sont considérés comme urgoniens par la Carte, me paraissent appartenir à un niveau inférieur du Séquanien, avec pendage vers l'Est de 80° et plus. La *route de Longeray à Léaz* nous a permis d'observer, à 150^{m} de la sortie Ouest de Longeray, le Séquanien inférieur disloqué; puis vers le Sud-Ouest, le Jurassique supérieur, parfois dolomitique, fortement écrasé; puis une brèche formée de débris de couches portlandiennes et valanginiennes, séparés par des parties très broyées. Ces divers affleurements sont également portés par la Carte comme urgoniens et comme faisant corps avec le massif du *tunnel du Petit-Crédo*. Ce massif urgonien dans lequel s'engage l'extrémité Est du tunnel semble s'enfoncer sous les formations valanginiennes et portlandiennes de la route : il est lui-même renversé avec pendage 40° NE et se redresse vers l'Ouest contre la mollasse. Enfin, en remontant le *thalweg Nord de Léaz* à partir du Rhône, on observe d'abord le Portlandien dolomitique, redressé à la verticale, butant vers l'Ouest contre le Valanginien qui se renverse avec pendage NE sous le Jurassique; un peu en amont, le thalweg est encombré de fragments de couches portlandiennes et valanginiennes : ces deux étages ont dû jouer, l'un par rapport à l'autre, grâce aux niveaux marneux intercalés, et se sont dissociés au cours de ces déplacements.

Dans l'ensemble, du Sorgia au thalweg Nord de Léaz, les couches séquaniennes, jurassiques supérieures, valanginiennes, urgoniennes affleurent en bandes longitudinales, jalonnées de pointements et continues : elles ne sont nullement affectées, dans la zone considérée, d'accident transverse vertical, comme le suppose M. Schardt. Parfois très réduites, laminées, écrasées par les actions tectoniques, redressées et même renversées, elles constituent, sans aucun doute, la retombée occidentale et inverse de l'anticlinal du Crédo-Vuache. Certaines d'entre elles (Hauterivien, Valanginien, Kimméridgien) disparaissent peut-être localement par étirement total et rupture. Leurs affleurements subissent une forte déviation vers l'Est qui les rapproche de l'axe du pli et les serre contre le noyau anticlinal bathonien. Ce resserrement, très accentué à la hauteur du tunnel, s'explique par la diminution de largeur de l'anticlinal vers son extrémité Sud, par l'existence probable, en profondeur, d'un obstacle contre lequel le flanc inverse se serait écrasé, par le fait que les affleurements, du Sorgia au Rocher de Léaz,

appartiennent à des parties du flanc inverse plus ou moins profondes : à la hauteur de Coudière, c'est une partie profonde et très laminée de ce flanc qui affleure.

IV. En résumé, le Vuache proprement dit prolonge exactement le flanc Est de l'anticlinal du Crédo, tandis que les affleurements, disséminés entre Longeray et Léaz, se relient *sans discontinuité* avec sa moitié occidentale. Ce pli du Crédo-Vuache est un anticlinal *déversé* qui, vers le Sud, s'abaisse axialement en diminuant de largeur et dans lequel l'érosion, fluviale et glaciaire, a ouvert, au Nord de Léaz, une large brèche qui permet de voir la racine du flanc inverse. Entre le Sorgia et le thalweg Nord de Léaz, l'anticlinal est *étiré*, *mixte*, certaines couches du flanc inverse disparaissant localement par étirement complet, les autres étant laminées, écrasées, dissociées, ou ayant joué les unes par rapport aux autres grâce aux niveaux marneux intercalés; en profondeur, il est possible que le pli passe au pli-faille. Enfin l'anticlinal, dans la zone étudiée, n'est *pas rompu axialement* par une faille longitudinale verticale, comme l'admet M. Schardt : le noyau bathonien est en contact soit avec l'Argovien, soit avec le Séquanien du flanc Ouest, quand l'Argovien est complètement étiré.

MÉTÉOROLOGIE. — *L'hiver de 1930 et l'activité solaire.* Note de M. **Henri Mémery.**

L'analogie qui s'était manifestée entre les températures de l'hiver de 1929 et celles de l'hiver de 1829, faisant suite au retour séculaire de certaines saisons des années précédentes, ne s'est pas maintenue pendant l'hiver de 1930, qui a été très doux, à l'inverse de celui de 1830 qui fut très rigoureux.

Il semble que la cause de la différence des températures entre ces deux hivers doit être cherchée dans l'activité solaire, très différente en 1930 de ce qu'elle a été en 1830.

Si l'on examine en effet les variations des phénomènes du Soleil, on observe qu'il s'est produit, à la fin de 1829 et au commencement de 1830, une diminution sensible des taches solaires, tandis que, l'hiver dernier, une recrudescence importante de ces taches s'est montrée, principalement de novembre 1929 à janvier 1930, comme l'indiquent les chiffres suivants :

	Taches solaires.	
	Nombre (¹).	Fréquence (²).
1929. Octobre	24	115
Novembre	30	196
Décembre	30	278
1930. Janvier	35	208
Février	17	121

La seule époque un peu froide de l'hiver 1930 a eu lieu en février et a coïncidé avec une diminution des taches solaires.

L'ensemble de ces faits tend à confirmer la relation générale signalée à diverses reprises et qui, pour les températures de l'ouest de l'Europe, peut s'exprimer ainsi :

Toute augmentation dans le nombre ou l'étendue des taches solaires ou des facules est suivie d'une hausse de la température; inversement, toute diminution de taches solaires ou de facules est suivie d'un abaissement de la température et de la formation d'une dépression sur l'Atlantique nord.

Il résulte de cette dernière particularité que, dans *certains cas*, il serait possible de prévoir l'arrivée des tempêtes sur nos régions, dès l'arrivée des grandes taches au bord est du Soleil, la date de leur disparition au bord ouest étant connue, les grandes taches effectuant la traversée du disque solaire en 12 à 13 jours. Il y aurait intérêt à orienter dans ce sens les recherches sur les causes de la formation des tempêtes.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la transparence de la basse atmosphère.* Note de MM. **H. Buisson**, **G. Jausseran** et **P. Rouard**, présentée par M. Ch. Fabry.

L'étude du spectre solaire permet de connaître la transparence aux diverses radiations de l'atmosphère prise dans son ensemble. Mais celle-ci n'est pas homogène; la couche d'ozone qui cause la limitation du spectre vers les petites longueurs d'onde est localisée à grande altitude, vers 50^{km} environ. Les parties inférieures sont beaucoup moins riches en ozone,

(¹) Chaque tache (ou groupe) n'est comptée qu'une fois dans sa traversée du disque solaire.

(²) Chaque tache (ou groupe) est comptée autant de fois que de jours où elle a été visible.

comme le montrent les dosages chimiques. Elles sont donc plus transparentes, mais on manque de données précises sur leur absorption. On ne peut guère citer que les déterminations récentes de Schaeffer (¹) et celles de Dawson, Granath et Hulburt (²).

Nous avons entrepris des mesures de cette absorption de la façon suivante : La source de lumière est un arc au mercure dans le quartz. On dispose de deux chambres prismatiques identiques, constituées par un prisme de Cornu de 60° et par un objectif achromatique quartz-fluorine de 30^{mm} d'ouverture et de 30^{cm} de distance focale. La plaque est un peu en avant du foyer, de manière à obtenir des spectres formés de petites taches rondes, uniformes, ayant le même diamètre, environ un demi-millimètre. La source et les deux chambres sont sur une même ligne droite et les distances de celles-ci à la source sont respectivement de 600 et 2500^{m}. Une plaque photographique est coupée en deux et chaque moitié est placée dans une des chambres. Les poses sont simultanées et elles sont commandées à la source; les variations possibles de celle-ci agissent donc de la même façon sur les deux plaques. Pour égaliser les différences d'éclairement dues à l'inégalité des distances, et pour faire la graduation des plaques, on interpose devant la chambre placée à petite distance un ou plusieurs écrans absorbants, lames de quartz recouvertes de platine par projection cathodique, dont on a préalablement, au laboratoire, mesuré l'opacité pour toutes les radiations en question, et qui sont d'ailleurs remarquablement neutres. Les plaques sont développées ensemble dans le même bain, puis mesurées au microphotomètre. Les diverses poses faites à 2500^{m} dont l'égalité témoigne de la constance de la source se placent, pour chaque longueur d'onde, sur un point de la courbe de graduation obtenue par les poses faites à 600^{m}. On obtient ainsi le rapport des éclairements aux deux stations. Il serait égal au rapport des carrés des distances s'il n'y avait pas d'absorption. En divisant ces rapports l'un par l'autre, on a la grandeur de l'absorption qui s'exerce sur la distance séparant les deux stations, soit 1900^{m}. Son logarithme est la densité optique de ces 1900^{m} d'air.

Le tableau suivant résume deux séries de mesures, faites en octobre 1929 et mars 1930, dans la vallée de l'Ouvèze, à environ 300^{m} d'altitude. L'une des colonnes donne, pour chaque longueur d'onde, la densité optique

(¹) *Proceedings of the Amer. Acad. of Arts and Sciences*, 57, XIV, juin 1922, p. 365.

(²) *Physical Review*, 34, I, juillet 1929, p. 136.

totale, par kilomètre, l'autre la densité relative à l'absorption pure, après déduction de la part due à la diffusion moléculaire.

λ.			λ.		
5780	0,035	0,03	2967	0,120	0,055
5461	0,035	0,03	2925	0,140	0,07
4358	0,040	0,03	2893	0,160	0,085
4046	0,045	0,03	2805	0,225	0,14
3910	0,057	0,04	2752	0,300	0,21
3660	0,070	0,04	2699	0,345	0,23
3341	0,080	0,04	2653	0,405	0,30
3130	0,100	0,05	2536	0,515	0,40
3025	0,110	0,05	2482	0,640	0,50

On voit que jusqu'à 2900 l'absorption est très faible tandis qu'elle s'accroît rapidement au delà. Elle n'est pas due à l'ozone, car elle ne présente pas le maximum très accusé de ce gaz vers 2550. Il est probable qu'elle constitue le commencement de la grande bande de l'oxygène, mais on manque de données sur l'absorption de celui-ci dans cette région du spectre.

Quelques mesures faites avec un léger brouillard donnent des valeurs supérieures aux précédentes, d'une quantité à peu près constante pour les diverses longueurs d'onde. Elles montrent que l'effet de la brume est peu sélectif.

Nos résultats sont un peu plus élevés que ceux des observateurs cités plus haut. L'écart peut tenir à la différence des méthodes. Celle que nous avons employée paraît très simple et à l'abri des erreurs qui peuvent affecter une comparaison moins directe des éclairements à des distances différentes.

Nous espérons pouvoir étendre ces résultats vers de plus petites longueurs d'onde.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Mesures directes de l'absorption atmosphérique.* Note de MM. **Link** et **Hugon**, présentée par M. Ch. Fabry.

Une source terrestre de lumière, vue à grande distance comme un point lumineux, est caractérisée par l'éclairement reçu sur un écran normal aux rayons. Nous avons mesuré la variation de cet éclairement avec la distance. Dans la diminution observée on peut calculer la partie qui provient de l'éloignement, le reste mesure l'absorption atmosphérique.

Soient I l'intensité de la source, r la distance, l'éclairement est

$$E = \frac{I}{r^2} e^{-\alpha r},$$

α est le coefficient d'absorption apparente du milieu.

Appliquons cette relation à deux stations d'observation, en ligne droite avec la source, aux distances r_1 et r_2.

Un calcul très simple donne

$$d = \log \frac{E_2}{E_1} - 2 \log \frac{r_1}{r_2},$$

où d est la densité optique de l'épaisseur $r_1 - r_2$; $\frac{E_2}{E_1}$ est mesurable par une méthode photométrique; $\frac{r_1}{r_2}$ est une donnée géométrique également mesurable.

Dans nos expériences la source était une lampe à incandescence de 1000 watts, maintenue à résistance constante, et placée à l'Observatoire du Pic-du-Midi (altitude 2860^m). La première station d'observation était au col de Sencours à 900^m environ de l'Observatoire (altitude 2377^m). La seconde était à la Brèche de Roland à 31^{km} environ de l'Observatoire (altitude 2804^m). Nous avons fait les mesures photométriques à la Brèche pendant une dizaine de nuits de l'été 1929, vers 21^h et vers 3^h. La source, vue à peu près comme une étoile de première grandeur, était comparée à une étoile artificielle maintenue constante, située dans le photomètre.

La graduation de la lumière était obtenue à l'aide d'une lame absorbante et d'un coin en gélatine placé dans le circuit lumineux de l'étoile artificielle. Le coin et la lame ont été étalonnés au laboratoire par la méthode des disques tournants. Nous avons opéré dans trois régions spectrales délimitées à l'aide de filtres Wratten dont les longueurs d'onde effectives ont été calculées. Nos mesures donnent la densité optique apparente d d'une lame d'air de 29^{km},9 d'épaisseur prise à l'altitude moyenne de 2830^m. Voici les plus faibles valeurs observées :

Longueur d'onde..	0$^\mu$,46.	0$^\mu$,525.	0$^\mu$,63.
Densité optique	0,25	0,16	0,11
Facteur de transmission	0,56	0,70	0,78

Une discussion d'erreurs qui tient compte des erreurs photométriques et de l'erreur due aux variations d'intensité des lampes permet d'évaluer l'erreur relative moyenne sur d,

Cette erreur $\frac{\Delta d}{d}$ est un peu supérieure à $\frac{1}{10}$ pour l'expérience citée.

Le tableau suivant donne les valeurs du coefficient d'absorption a exprimé en magnitudes par kilomètre ($a = \alpha \times 1{,}085$).

Dates.	Bleu $0^{\mu},46$.	Vert $0^{\mu},525$.	Orangé $0^{\mu},63$.
3-8- 2.00 (h)	0,021	0,013	0,009
3-8-21.30	0,063	0,049	0,032
4-8- 2.00	0,084	0,068	0,048
5-8-21.30	0,026	0,025	0,010
6-8- 2.00	0,021	0,023	0,010
6-8-21.30	0,093	0,087	0,053
8-9- 3.00	0,093	0,081	0,075
8-9-20.30	0,062	0,053	0,036
9-9- 3.00	0,061	0,056	0,041
14-9- 3.00	0,034	0,026	-

Dans tous les cas l'absorption diminue quand la longueur d'onde augmente. D'autre part les variations relatives de l'absorption, d'une observation à l'autre, sont énormes. Nos nombres caractérisent l'état plus ou moins brumeux de l'atmosphère et cette caractérisation a toujours été trouvée d'accord sur le terrain, avec celle qui résulte de la visibilité des objets éloignés.

Les valeurs du 3 août, à 2^h du matin, sont les valeurs minima observées. On peut les comparer aux valeurs théoriques déduites de la formule de Rayleigh-Cabannes et aux coefficients obtenus au Pic par l'un de nous par la méthode astronomique ([1]).

	Méthode terrestre.	Méthode astronomique.	Formule de Rayleigh.
Bleu $0^{\mu},46$	0,0207	0,0186	0,0194
Vert $0^{\mu},525$	0,0133	0,0127	0,0114
Orangé $0^{\mu},63$	0,0090	0,0062	0,0055

Les écarts entre ces nombres sont de l'ordre des erreurs d'expérience. La méthode astronomique citée, d'ailleurs moins influencée par la brume que la méthode terrestre, se trouve ainsi contrôlée par une expérience directe.

De plus on peut penser que les valeurs du 3 août sont les valeurs minina observables, provenant de la diffusion moléculaire par les gaz permanents de l'air. Soient a_0 ces valeurs.

([1]) F. Link, *L'absorption atmosphérique et quelques phénomènes connexes* (*Bulletin de l'Observatoire de Lyon*, 11, x, 1929, p. 229-249).

En tout cas, les différences $a - a_0$ caractérisent l'absorption par des constituants variables de l'atmosphère : brume et éventuellement vapeur d'eau dans l'orangé.

Nos mesures autres que celles du 3 août donnent une idée de cette absorption supplémentaire. Elle décroît généralement du bleu vers l'orangé mais moins rapidement que la fonction λ^{-4}. C'est ce qui explique que les variations relatives de l'absorption totale soient maxima dans l'orangé.

PALÉOBOTANIQUE. — *Sur les restes fossiles de la chlorophylle dans les sédiments limoneux marins.* Note de M. **V. N. Lubimenko** et Mme **Rauser-Černooussova**, présentée par M. Molliard.

En 1921 l'un de nous (V. N. Lubimenko) a publié un article sur la conservation de la chlorophylle dans les sédiments limoneux des lacs d'eau douce dans la province de Twer. En confirmant quelques anciennes indications de divers savants sur la possibilité de conservation de la chlorophylle dans les sédiments organiques lacustres, l'auteur a exprimé l'idée que ce pigment possède, à l'abri de l'oxygène, une stabilité extraordinaire et peut se conserver comme substance fossile pendant un temps très long.

En 1929, Mme Rauser-Černooussova, a étudié les sédiments limoneux de la mer Noire, au point de vue géologique, à la Station Biologique de Sébastopol, et a émis l'hypothèse que certaines couleurs spéciales des limons peuvent être occasionnées par la présence de la chlorophylle.

L'examen spectroscopique a confirmé cette supposition; nous avons constaté dans les extraits alcooliques de limons la présence des bandes d'absorption appartenant à la chlorophylle.

Ensuite ont été étudiés des échantillons de limon prélevés dans les sédiments suivants :

1° Sédiments limoneux de la mer Noire de l'époque contemporaine; leur épaisseur varie de 30 à 100^{cm};

2° Sédiments limoneux, plus anciens, avec *Mytilus;* l'épaisseur varie de 20 à 50^{cm};

3° Sédiments limoneux, encore plus anciens, avec *Dreissensia* et d'autres mollusques de la faune caspienne; l'épaisseur varie de 50 à 150^{cm}. D'après Androussov ces sédiments appartiennent à la dernière époque glaciaire;

4° Sédiments argileux de la mer Sarmate retrouvés à l'aide d'un forage aux environs de Sébastopol et appartenant à l'époque tertiaire.

Les extraits alcooliques de tous ces sédiments, examinés au spectroscope,

manifestent la présence de la chlorophylle avec les bandes d'absorption suivantes :

Bande I...........	680 à 650 $\mu\mu$	Bande IV.........	540 à 530 $\mu\mu$
» II..........	620 à 600	» V..........	510 à 480
» III.........	580 à 560 ou 570 à 555	» VI.........	450 jusqu'à la fin du spectre.

L'intensité des bandes diminue successivement dans l'ordre suivant : $I = VI > IV > II > V > III$.

La couleur des extraits varie du vert jaunâtre jusqu'au jaune d'or.

Les spectres d'absorption des restes fossiles de la chlorophylle se rapprochent beaucoup de ceux des extraits alcooliques des diatomées desséchées par le développement très faible de la troisième bande d'absorption ainsi que par son déplacement vers le côté violet du spectre.

Donc il est probable que c'est la chlorophylle des diatomées qui forme la plus grande partie des restes fossiles de ce pigment dans les sédiments marins.

Un autre trait caractéristique des spectres d'absorption de la chlorophylle fossile, c'est le fort développement de la quatrième bande d'absorption située entre λ 540 et λ 530 $\mu\mu$. Le renforcement de cette bande caractérise la transformation de la chlorophylle en chlorophyllane, dérivé qu'on obtient par l'action des acides sur le pigment vert.

Il est très probable que cette transformation se produit sous l'influence des acides gras provenant de l'hydrolyse des substances huileuses renfermées dans les cellules des algues. Mais pour le moment on ne peut pas dire avec certitude si cette transformation se produit après la mort des algues, ou bien pendant la préparation des extraits alcooliques. En tout cas l'expérience montre que la chlorophylle fossile conserve la propriété de donner des sels de baryum insolubles dans l'eau ainsi que dans l'alcool. En profitant de cette réaction, nous avons aussi séparé les carotinoïdes conservés dans les sédiments. Les extraits alcooliques des sédiments marins renferment, en outre de la chlorophylle et des carotinoïdes, encore d'autres substances organiques dont la nature n'est pas encore déterminée.

Ce fait donne à penser que la minéralisation des débris organiques des plantes et des animaux par les saprophytes se produit sous l'eau d'une manière très imparfaite. Une grande partie de la substance organique morte reste intacte et ne se décompose que très lentement à cause de l'absence de l'oxygène dans les couches sédimentaires. Il se crée ainsi un grand dépôt

des composés organiques qui peuvent donner naissance aux composés plus simples du carbone. Étant donnée la simplicité de la méthode pour constater la présence de la chlorophylle dans les sédiments et même pour mesurer sa quantité à l'aide du spectrocolorimètre, il est intéressant de l'utiliser pour les études plus approfondies des processus biochimiques qui se produisent sous l'eau dans la nature après la mort des plantes.

MYCOLOGIE. — *Sur l'hibernation du* Puccinia Ribis *DC à l'état végétatif dans les bourgeons d'hiver de la plante hospitalière.* Note de M. **Jakob Eriksson**, présentée par M. L. Mangin.

Sur certaines espèces du genre *Ribes*, surtout sur le *R. rubrum*, moins souvent sur les *R. nigrum*, *alpinum*, *Grossularia*, *petræum*, croît un champignon parasite connu sous le nom de *Rouille noire* des *Ribes*.

C'est en 1896 que j'eus pour la première fois l'occasion de le voir dans la nature, provenant de la Suède méridionale (Bubbetorp, près de Karlskrona, Blekinge), sur *R. rubrum* (¹), n'offrant dans les sores que des téleutospores bicellulaires. L'automne de la même année (1896), ces spores ne montraient aucun pouvoir germinatif. Par contre, elles avaient acquis cette faculté le 17 avril 1897, après hibernation. A partir de ces spores, j'effectuai, les 20 et 30 mai 1897, deux séries d'essais d'inoculations, qui, en indiquant que ce Champignon se propage directement sur la plante nourricière où il est né, montrèrent qu'il s'agissait d'une *Micropuccinia*.

Au cours de ces essais, je fus amené à me poser la question suivante : n'y aurait-il pas, à côté de la réapparition de la maladie par téleutospores hivernantes, un état de persistance à l'état végétatif à l'intérieur de la plante hospitalière ?

J'eus l'occasion de mettre cette question à l'examen quand, en 1903, puis en 1907, je reçus du sud de la Suède (Grimsby, Småland) des *Ribes rubrum* également attaqués par cette maladie. A partir de ces matériaux, je fixai, au mois d'août 1903, d'après les méthodes cytologiques, des parties de plantes provenant et d'un pied malade et d'un pied sain; j'avais choisi : 1° des parties de pétioles portant des feuilles, soit très rouillées, soit parfaitement saines; 2° des bourgeons d'hiver originaires des aisselles des premières pousses saines ou malades.

(¹) J. Eriksson, *Étude sur le* Puccinia Ribis DC *des groseilliers rouges* (*Rev. gén. de Botan.*, 10, 1898, p. 197).

Quant à l'envoi de 1907, un arbrisseau malade fut déterré tout entier au jardin de Grimsby, transporté, soigneusement emballé, avec la motte de terre, à Experimentalfaltet pour y être transplanté dans le Jardin expérimental de la Section de Botanique. La transplantation réussit. L'arbrisseau s'enracina. Au printemps 1908, il portait des feuilles et des pousses, ces dernières n'atteignant pas un développement tout à fait normal. Le développement du parasite fut également arrêté, on n'en trouva aucune trace cette année-là. Et il faut dire que cette absence ne pouvait être attribuée à la rareté des spores qui existaient en abondance dans le voisinage immédiat.

L'arbrisseau persista également durant l'hiver de 1908 à 1909, il devint vigoureux et présenta, au printemps de 1909, un aspect plus normal. Vers le milieu de l'été, j'observai sur le tronc, au niveau du sol, une courte pousse dont les feuilles développées normalement portaient des taches de rouille noire à la face supérieure. Remarquons qu'il était impossible de chercher la source de cette attaque dans des spores germantes et contagieuses, persistant depuis l'année 1907. Ajoutons que la maladie n'existait sur aucun des *Ribes* épars dans le champ d'expériences.

Pour étudier cette question, j'ai examiné au microscope en 1929 des préparations de 1903, provenant les unes de l'arbrisseau malade, les autres d'un arbrisseau sain.

Dans les bourgeons originaires d'aisselles de branches malades, on pouvait discerner dans le méristème du sommet de la branche des amas épars de forme variable comprenant de petites cellules à parois épaisses, entremêlées d'autres cellules clairsemées, plus ou moins grandes, hyalines, à parois minces. Dans chacun de ces amas, on distinguait une ou deux dizaines de cellules vivement colorées, serrées les unes contre les autres. Les amas communiquent souvent entre eux par de minces chapelets. Les cellules à parois épaisses ont l'apparence de cellules de repos hivernal, appartenant évidemment à la classe des *chlamydotes* (chlamydospores) qui doivent assurer la transmission du Champignon d'une année à l'autre.

Au contraire, dans les tissus correspondants des bourgeons originaires de branches indemnes, on ne trouve pas de tels groupes de spores de repos, mais seulement çà et là quelque cellule isolée à contenu contracté et vivement coloré, sans doute par du protoplasme cellulaire ordinaire.

Reste à exposer le résultat de l'examen des préparations de pétioles malades et indemnes de l'année 1903.

On trouve, dans certaines cellules du tissu cortical des pétioles malades,

un contenu fort trouble. En coupe longitudinale, ces cellules d'aspect trouble — au nombre de 2 ou 3 généralement, parfois plus — se présentent associées en colonies et disposées soit l'une après l'autre, soit l'une à côté de l'autre. Le plus souvent, la masse trouble apparaît contractée vers une extrémité de la cellule. Fréquemment, les cellules sont plasmolysées sous l'action des liquides cytologiques. Il n'a pas été possible, pas même à un fort grossissement ($\frac{1700}{1}$), de découvrir dans la substance trouble de ces cellules une structure certaine, mais seulement de constater l'existence d'une matière colloïdale grumeleuse et homogène dans laquelle sont logés de petits corpuscules de forme indistincte.

Dans les tissus correspondants des pétioles indemnes, on ne trouve pas de ces cellules granuleuses, mais tout au plus un vague contenu plasmatique plus abondant dans certaines cellules ou groupes de cellules. Ce contenu est d'une structure qui diffère de celle observée dans les pétioles malades. On n'a pas de difficultés à y discerner un lacis peu épais de filaments plasmatiques.

Je ne puis m'empêcher de supposer qu'il existe en ce cas un état plasmatique du Champignon constituant la continuation de l'état de repos hivernal — trouvé dans le méristème des bourgeons d'aisselles malades — et contractant avec le protoplasma de la cellule elle-même une symbiose, un *mycoplasma*, assurant ainsi la transmission du Champignon d'une année à l'autre.

BOTANIQUE. — *Le phytoplancton de la Loire au cours des étés* 1928 *et* 1929. Note (1) de M. **J. des Cilleuls**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Le phytoplancton de la Loire n'avait présenté durant les années 1925, 1926 et 1927 que des modifications saisonnières sensiblement comparables d'une année à l'autre (2).

Il s'est comporté pendant la période de sécheresse des étés 1928 et 1929 d'une façon nettement différente, en raison de la température élevée et du faible étiage des eaux. Le fleuve était réduit à de multiples filets d'eau, serpentant à travers d'immenses bancs de sable. Les cotes minima observées à

(1) Séance du 24 mars 1930.

(2) J. des Cilleuls. *Le phytoplancton de la Loire et de ses affluents dans la région saumuroise* (*Thèse*, Paris, 1928).

Saumur ont été de $0^m,10$ le 27 septembre 1928 et de $0^m,06$ le 16 septembre 1929, chiffre le plus faible qui ait été enregistré depuis 1921. Aucune crue, d'autre part, n'a été notée en 1929. Ces conditions générales ont eu une influence considérable sur le développement du phytoplancton.

Nos recherches ont porté sur 22 échantillons prélevés de fin mai à fin octobre, période de sécheresse et de régime anormal des deux années considérées.

Caractères généraux du phytoplancton. — Contrairement aux observations antérieures, faites dans la même région et à la même saison, la quantité de détritus s'est révélée sensiblement inférieure à celle du plancton, notamment en août et septembre 1929 où elle a été presque insignifiante.

Aucune variation accidentelle n'étant venue troubler la multiplication du plancton, celui-ci s'est développé très activement sur le bord des grèves, ainsi que sur le fond du fleuve où l'on ne rencontre habituellement que des planctontes arrachés ou échoués. Pendant plusieurs semaines, les récoltes ont été d'une abondance extraordinaire. En particulier, dans les anses tranquilles, ménagées entre les sinuosités du bord, on pouvait observer un dépôt verdâtre de plusieurs centimètres d'épaisseur. L'examen des échantillons montrait de nombreux individus en voie de multiplication, indice d'une végétation autochtone. Ce dépôt persista jusqu'aux premières pluies de fin octobre. Alors, en quelques jours, tout fut balayé par le courant consécutif à l'élévation de l'étiage.

Composition du phytoplancton. — Les espèces plus particulièrement rencontrées dans le plein courant ont été les suivantes, par ordre de fréquence : *Scenedesmus acuminatus*, *S. quadricauda*, *Fragilaria crotonensis*, *Pediastrum duplex*, *Ankistrodesmus falcatus* et *Acanthosphæra Zachariasi*.

Dans les dépôts littoraux on a trouvé en abondance permanente : *Scenedesmus acuminatus*, *S. quadricauda*, *S. bijugatus*, *Merismopedium glaucum*, et parfois en grande quantité *Phacus pyrum* et *Cymbella turgida*. Les espèces ou variétés suivantes ont été décelées pour la première fois dans le fleuve, ou dans ses dépôts littoraux :

EUGLÉNIDÉES : *Phacus pyrum* Stein. — CHLOROPHYCÉES : *Glœococcus Schroeteri* (Chod.) Lemm., *Golenkinia radiata* Chod., *Acanthosphæra Zachariasi* Lemm., *Pediastrum simplex*, var. *radians* Lemm., *P. duplex*, var. *reticulatum* Lagerh., *Chodatella Dræscheri* Lemm., *C. armata* Lemm., *C. ciliata* (Lagerh.) Lemm., *Tetraedron minimum* (A. Br.) Hansg., *Scenedesmus carinatus* (Lemm.) Chod., *S. caudato-aculeatus* Chod., *Tetrallantos Lagerheimii* Teil., *Dimorphococcus lunatus* A. Br., *Cœlastrum reticulatum* (Dang.) Senn, *Microspora tumidula* Haz. — DESMIDIÉES : *Penium margaritaceum* (Ehr.) Bréb., *Closterium lunula* Ehr., *Cosmarium reniforme* Ralfs, *Staurastrum gracile* Ralfs, *S. furcigerum* Bréb., *Sphærozosma excava-*

vatum Ralfs, *S. granulatum* Roy et Bis., *Hyalotheca dissiliens* Bréb. — CYANOPHYCÉES : *Microcystis viridis* (A. Br.) Lemm., *Chroococcus turgidus* (Kütz.) Naeg.

Conclusions. — Le phytoplancton de la Loire est habituellement très pauvre et sans personnalité; c'est un plancton d'emprunt, comme celui des fleuves à cours rapide. Pendant les deux étés 1928 et 1929, grâce aux conditions physiques précédemment indiquées, il a été au contraire très abondant, et a présenté sur place un développement considérable, rappelant le régime lacustre. Des observations analogues ont été faites par B. Schorler sur le plancton de l'Elbe, près de Dresde, et par R. Volk sur le plancton du même fleuve, à Hambourg, pendant la période de sécheresse de l'été 1904.

ALGOLOGIE. — *Sur la mobilité de certaines cellules du* Porphyridium cruentum *Naegeli*. Note de M. **Pierre Dangeard**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Depuis plusieurs années notre attention est attirée par un mouvement spécial des cellules de *Porphyridium cruentum* découvert dans les conditions suivantes : un peu de la terre sur laquelle les *Porphyridium* forment un enduit de couleur rougeâtre, étant placé dans un verre de montre près d'une fenêtre et recouvert d'une mince couche d'eau, nous avons observé, au bout de quelques heures, qu'une bordure rosée s'était formée du côté de la lumière. Or la région colorée est bien produite par l'accumulation de nombreuses cellules du *Porphyridium*, ce qui est assez surprenant étant donné que cette Algue unicellulaire est dépourvue, autant qu'on sache, de zoospores dont la formation et le phototactisme pourraient expliquer le phénomène précédent.

Nous avons pu vérifier que les *Porphyridium* n'émettent pas de zoospores, mais nous avons reconnu que cette Algue a la faculté curieuse de produire, lorsqu'elle est immergée dans l'eau, des cellules dépourvues de tout organe locomoteur apparent, mais qui jouent le même rôle que des zoospores, puisqu'elles sont mobiles et sensibles à la direction des rayons lumineux.

Le mouvement s'observe sur les cellules en suspension dans l'eau non sur les cellules qui, tombant sur le fond, adhèrent au substratum. Exceptionnellement certaines cellules qui sont en contact avec le fond depuis peu se déplacent faiblement les unes par rapport aux autres. A la surface du liquide, les cellules qui s'y trouvent retenues sont immobiles, ou présentent seulement d'une manière occasionnelle de faibles mouvements.

Dans la masse du liquide au contraire, les nombreuses cellules, qui s'observent à tous les niveaux et demeurent en suspension durant de longues heures, sont mobiles d'une façon très appréciable. Ces cellules sont dépourvues de cils ou de flagelles et cependant la vitesse de leur déplacement peut atteindre 300^{μ} par minute; la vitesse normale est cependant moindre et de l'ordre de 100^{μ} à la minute. Il y a d'ailleurs de très grandes différences à ce point de vue entre les diverses cellules. Les déplacements les plus rapides s'observent dans les premières heures qui suivent la mise en train d'une expérience. Un grand nombre de cellules se libérant de la gangue mucilagineuse qui les réunit ensemble dans l'état de repos forment bientôt un nuage dans le liquide du côté de la lumière.

Quelques-unes de ces cellules mobiles se fixent sur le fond en cours de route, mais beaucoup d'entre elles gagnent la marge du liquide où elles s'immobilisent et se groupent en amas de plus en plus denses. Dans certains cas le liséré coloré obtenu, situé du côté le plus éclairé, était déjà visible au bout de 5 heures. La distance franchie représentait environ 2^{cm}. Comme il faut déjà un certain temps pour que des cellules mobiles soient produites aux dépens des cellules fixées que l'on immerge dans l'eau, on se rend compte de la vitesse moyenne assez considérable mise en jeu dans cette expérience.

Plus tard la bordure colorée grandit, devient plus visible encore; mais bientôt le nombre des éléments libres diminue et toutes les cellules apparaissent alors fixées sur les bords ou sur le fond, ou formant un voile immobile en surface.

Lorsque des cellules en suspension sont prélevées dans l'eau et placées entre lame et lamelle, la plupart d'entre elles rencontrent assez vite la surface du verre, y adhèrent et ne se déplacent plus; un petit nombre reste plus longtemps à l'état de cellules libres et accuse des mouvements faciles à repérer, mais ces mouvements sont plus sujets à être confondus avec des déplacements dus aux courants du liquide qu'il est difficile d'éviter dans ces conditions.

Nous n'avons pu reconnaître aucune différence morphologique entre les cellules mobiles et les cellules fixées, soit qu'il s'agisse d'éléments immobilisés en culture au cours des expériences ou d'éléments fixés depuis longtemps dans leur station naturelle. L'enveloppe de mucus cependant n'existe pas, ou présente une minceur extrême sur les cellules libres, mais ces dernières ont les mêmes caractères, en particulier la même taille, que les cellules végétatives, dont elles ne diffèrent en somme que par cette faculté de se mouvoir qu'elles acquièrent à la suite de leur immersion dans l'eau.

La cause du mouvement demeure inconnue jusqu'à présent, mais un rapprochement s'impose entre les faits signalés dans cette Note et les phénomènes de mobilité qui ont été décrits récemment par K. Rosenvinge chez plusieurs spores de Rhodophycées [1]. Chez ces Algues cependant, d'après le savant danois, les éléments mobiles adhèrent fortement au substratum pendant le déplacement et la sensibilité à la lumière n'a pas été observée, deux circonstances qui indiquent, jusqu'à présent du moins, une différence notable entre les deux sortes de mouvements. L'analogie serait plus grande peut-être dans le cas des spermaties de *Phyllophora membranifolia* qui se déplacent, d'après Rosenvinge, alors qu'elles semblent être en suspension dans l'eau.

En résumé, les cellules du *Porphyridium cruentum* possèdent la propriété remarquable de se mettre en mouvement lorsqu'elles sont immergées dans l'eau et de gagner la marge du liquide. Elles ne présentent aucun organe particulier de mouvement et leurs déplacements ont lieu au sein de la masse liquide; ils sont influencés par la lumière. Les conditions de ce mouvement en font un phénomène pour ainsi dire unique en son genre chez les Végétaux.

PHARMACODYNAMIE. — *Analyse physiologique de l'action intestinale de l'Uzara.* Note [2] de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Charles Richet.

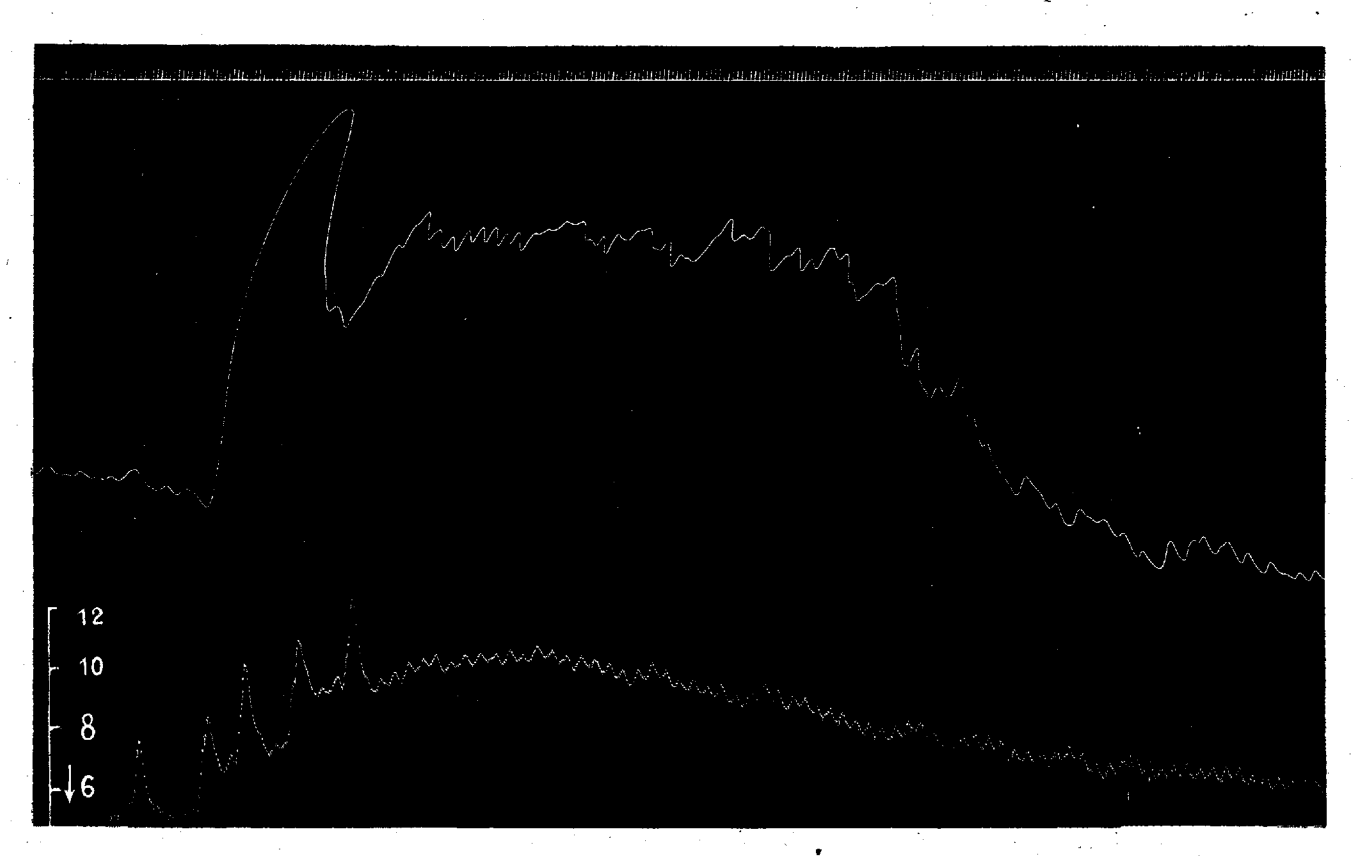
Nous avons précédemment montré que l'Uzara, qui est un digitalique et qui excite l'intestin isolé, a, sur l'intestin *in situ* de l'animal normal, une action inhibitrice, mais excite cet organe chez l'animal dont les synapses ont été paralysés par la spartéine; nous avons donc émis l'hypothèse que l'Uzara inhibe les contractions intestinales de l'animal normal en excitant les synapses des fibres sympathiques qui innervent l'intestin. Nous apportons aujourd'hui la démonstration physiologique de cette hypothèse qui n'avait été étayée que sur des bases pharmacologiques.

Sur des chiens anesthésiés par le chloralose à la dose de 12^{cg} par kilogramme, bivagotomisés et soumis à la respiration artificielle, nous avons pratiqué la double surrénalectomie, sectionné les 2 *Splanchnici majores* et les 2 *Splanchnici minores* I, enfin arraché tous les éléments nerveux du

(1) L. Kolderup Rosenvinge, *On mobility in the reproductive cells of the Rhodophyceae* (*Botanisk Tidsskrift*, 40, Heft 1, 1927, p. 1-10).

(2) Séance du 17 mars 1930.

plexus solaire. Si, dans la saphène d'animaux ainsi préparés, on injecte la dose d'Uzara (2^{mg} par kilogramme) qui, chez des chiens anesthésiés par le chloralose, bivagotomisés et soumis à la respiration artificielle, provoque toujours l'inhibition des contractions intestinales, on observe après cette



Action de l'Uzara sur les contractions de la musculature circulaire de l'intestin grêle d'une chienne de 15^{kg}, anesthésiée par le chloralose (12^{cg} par kilogramme), bivagotomisée, soumise à la respiration artificielle, ayant subi la surrénalectomie double, la section des 2 *Splanchnici majores* et des 2 *Splanchnici minores* I et l'arrachement des éléments nerveux du plexus solaire. — Première ligne : temps en secondes; seconde ligne : enregistrement des contractions de la musculature circulaire de l'intestin par la méthode du ballon; troisième ligne : enregistrement des variations de la pression carotidienne par le manomètre à mercure. — Au temps marqué par ♆, injection dans la saphène de 30^{mg} d'Uzara dissous dans 15$^{cm^3}$ de sérum physiologique. — Expérience du 15 janvier 1930. — Tracé réduit de 1/4.

injection une excitation violente de la musculature intestinale, excitation se traduisant par une hausse très forte et très brusque du tonus qui reste pendant longtemps à un niveau très supérieur à son niveau normal.

Si l'on admet avec Langley que les synapses des fibres nerveuses sympathiques qui innervent l'intestin grêle sont presque exclusivement

localisés dans le plexus solaire, on comprend pourquoi, chez l'animal, dont les nerfs mésentériques peuvent être considérés pratiquement comme ne contenant plus que des éléments sympathiques post-synaptiques, l'Uzara n'a plus d'effets inhibiteurs et provoque la même action excitante que sur l'intestin isolé : c'est que l'action inhibitrice intestinale de l'Uzara procède, pour la plus grande partie, d'une excitation des synapses sympathiques situés dans le plexus solaire; nous disons : pour la plus grande partie, car, chez le chien anesthésié par le chloralose, bivagotomisé, et soumis à la respiration artificielle, privé ou non de ses surrénales, mais dont on a, sans toucher le plexus solaire, sectionné, au-dessus ou au-dessous du diaphragme, les 2 *Splanchnici majores* et les 2 *Splanchnici minores* I, l'Uzara provoque un spasme violent, mais fugace, de l'intestin, auquel succède bientôt une phase durable d'inhibition intestinale.

Si l'on s'en tient à une interprétation orthodoxe des faits, c'est-à-dire si l'on admet, avec Langley, que certaines fibres du splanchnique n'ont point leurs synapses dans le plexus solaire mais dans les ganglions de la chaîne sympathique latérale, on peut penser que l'action inhibitrice intestinale de l'Uzara serait due pour partie à l'excitation de ces synapses situés en amont du plexus solaire. En tout cas il est bien établi que l'Uzara excite non seulement les synapses du plexus solaire, mais encore un mécanisme situé en amont de ce plexus, mécanisme qui n'est point cérébral, puisque, chez l'animal décérébré, l'inhibition intestinale provoquée par l'Uzara n'est pas précédée d'un spasme passager de cet organe.

Il convient de signaler que, bien que l'Uzara excite les synapses sympathiques de l'intestin, l'action intestinale de cette drogue végétale est fort différente de celle de la nicotine qui est pourtant l'excitant classique des synapses. En effet, sur l'animal entier, l'action intestinale de l'Uzara présente trois formes distinctes : inhibition pure si les splanchniques et le plexus solaire sont intacts; contraction suivie d'inhibition si les splanchniques sont sectionnés mais le plexus solaire respecté; enfin contraction pure si les splanchniques sont sectionnés et le plexus solaire détruit. Par contre la nicotine, à doses moyennes, possède toujours — nous l'avons récemment montré — la même action intestinale qui n'est modifiée ni par la section des splanchniques, ni par la destruction du plexus solaire. En outre, alors que la spartéine supprime totalement l'action intestinale de la nicotine, elle laisse subsister l'action intestinale excitante de l'Uzara.

BACTÉRIOLOGIE. — *La microflore de la rhizosphère du blé.* Note de MM. **Georges Truffaut** et **V. Vladykov**, présentée par M. L. Mangin.

De nombreux auteurs ont étudié la microflore du sol, mais ceux qui ont abordé l'étude bactériologique de la rhizosphère des végétaux (Légumineuses exceptées) sont en petit nombre : Stoklasa et Kral (1894) en ce qui concerne l'orge, Gottheil (1901) crucifères et composées, etc., Hiltner (1904, 1921) les betteraves, l'orge, l'avoine, Cauda (1916-1919) et Perrotti (1921-1925) principalement les crucifères.

Vu le manque de données sur un sujet si important, nous avons pensé qu'il serait intéressant d'étudier systématiquement la microflore de la rhizosphère du blé.

Le tableau suivant résume les conditions dans lesquelles a été faite cette étude, pour six régions agricoles de France :

Date de prélèvement des échantillons (1929).	Provenances.	Races de blé.	Hauteur du blé.	Caractère du sol.
3 avril...	Buc (S.-et-O.)	bon fermier	28 cm	silico-argileux
26 avril...	St-Pierre-Quilbignon (Brest)	hybride n° 23	45	id.
7 mai....	Perpignan (P.-O.)	blé du pays	87	id.
10 mai....	Villeurbanne (Lyon)	bon fermier	30	gravier blanc
10 mai....	Neuf-Mesnil (Nord)	hybride n° 23	24	argileux
14 mai....	Tain (Drôme)	blanc	61	argilo-calcaire

Pour isoler les bactéries qui vivent en rapport intime avec les poils radiculaires, éloigner les bactéries étrangères à la rhizosphère, et pour séparer les principales espèces, nous avons utilisé 20 milieux de culture différents.

Technique des isolements. — Un fragment de racine de 15^{mm} muni de poils radiculaires et de particules adhérentes de terre, est plongé, en conditions stériles, pendant deux heures, dans un tube renfermant 30^{cm^3} d'eau à 20°. On agite fréquemment.

Des dilutions au $\frac{1}{100\,000}$ de la solution initiale permettent d'inoculer le milieu gélosé de Waksmann [1] (milieu collectif). Tous les autres milieux sélectifs sont ensemencés directement avec des fragments de racines de 15^{mm}.

L'incubation a lieu a 28° pendant 24 à 48 heures pour le milieu collectif. 402 tubes de cultures furent ainsi obtenus dont 126 tubes sur mileux sélectifs.

---

[1] *Soil Science*, 19, 1922, p. 27.

Nous avons surtout tenu à caractériser les groupes de micro-organismes correspondant aux principaux modes d'action des bactéries du sol : ammonification, fixation d'azote, décomposition de la cellulose, nitrification, réduction des sulfates, oxydation du fer, et notre attention s'est portée particulièrement sur les espèces à la fois constantes et abondantes.

Les bactéries isolées (sporulentes et non sporulentes) se répartissent de la façon suivante :

A. *Espèces hétérotrophes isolées sur milieu collectif* (gélose de Waksmann). — Les sept espèces suivantes toutes ammonifiantes, furent trouvées sur toutes les rhizosphères étudiées :

Bacillus mycoïdes Flügge (1886);
» *megatherium* de Barry (1884);
» *subtilis* Cohn (1872);
» *ellenbachensis* Stützer et Martleb (1898);
» *simplex* Gottheil (1901))
» *fluorescens liquæfaciens* Flügge (1886);
» *fluorescens non liquæfaciens* Eisenberg (1890).

B. *Espèces isolées sur différents milieux sélectifs :* 1° *Groupe des fixateurs d'azote atmosphérique.* — Comme *oligonitrophiles*, *Azotobacter chroococcum* Beij. et *Clostridrium Pastorianum* Winogr. constamment présentes.

2° *Groupe des bactéries décomposant la cellulose.* — 3 espèces aérobies ont été isolées sur milieu de Dubos : *Spirochæta cytophaga* Hutch. et Clayt. (1919) (Perpignan, Quilbignon, Tain), *Bacterium* sp. (Neuf-Mesnil) voisine des *Bac. liquatum* Mc. Beth et Scales (1913), et *Bacillus* sp. (Villeurbanne) décomposant très actif sans pigment.

3° *Groupe des bactéries nitrifiantes.* — Nous avons constamment isolé un *Nitrosomonas* en utilisant le milieu de Hutchinson pour les *Nitrosomonas*. Sa présence à été confirmée par les indications du réactif de Trommsdorf.

4° *Groupe des bactéries réductrices des sulfates.* — Nous avons isolé constamment le *Microspira desulfuricans* en employant le milieu de Beijerinck additionné de gélose en conditions anaérobies (dans des tubes scellés de 400×8^{mm}).

5° *Groupe des bactéries oxydantes du fer.* — En utilisant le milieu de Lieske avec fer métallique de $pH = 5,2\text{-}6,0$ et de $pH = 7,6\text{-}8,0$, plusieurs espèces bactériennes des genres *Leptothrix*, *Cladothrix* et *Ferribacterium* ont été isolées.

En outre, nous avons obtenu d'autres espèces bactériennes se présentant sporadiquement ainsi que certains Actinomycètes. Les champignons étaient

représentés constamment par une même espèce voisine du *Fusarium roseum*.

Conclusions : 1° Pour diverses races de blé, provenant de 6 régions différentes de la France, il existe une microflore identique de la rhizosphère.

2° Cette microflore constante comporte toujours des bactéries appartenant aux groupements les plus importants pour la nutrition des plantes : ammonifiantes, nitrifiantes, elles fixent l'azote gazeux, décomposent la cellulose, réduisent les sulfates, oxydent le fer.

IMMUNOLOGIE. — *Vaccination antivenimeuse.* Note de M. **J. Vellard**, présentée par M. M. Caullery.

Certains lipoïdes possèdent une action neutralisante sur diverses toxines; j'ai étudié la possibilité de transformer également par ce moyen les venins ophidiques en substances atoxiques, tout en leur conservant leurs propriétés immunisantes. Quatre lipoïdes, d'origines différentes, ont été employés : des lipoïdes hépatiques extraits par l'alcool et l'éther et insolubles dans l'acétone; des lipoïdes cérébraux, riches en cholestérine, extraits par le même procédé; l'ovo-lécithine et la cholestérine.

Technique. — La technique suivante m'a donné les meilleurs résultats : les venins, dissous dans une solution de NaCl à 8 pour 1000, étaient additionnés de glycérine (3^g pour 1^g de venin) et évaporés jusqu'à consistance de gelée; les lipoïdes étaient alors ajoutés dans la proportion de 5^g pour 1^g de venin; le tout était conservé à l'étuve à 37°.

Aussitôt après le contact avec les lipoïdes, la toxicité de la plupart des venins ophidiques s'abaisse légèrement; elle s'atténue ensuite d'une façon progressive, plus ou moins rapide suivant les lipoïdes et les venins.

Les lipoïdes hépatiques se sont montrés les plus actifs pour les venins des *Crotalinae* sud-américaines, de la *Vipera russellii*, et de divers Arachnides; après 3 à 4 mois de contact à l'étuve, le venin de *C. terrificus* est supporté sans accident par le cobaye à la dose de 50^{mg} (injection sous-cutanée). L'atténuation des venins de *Lachesis* est beaucoup plus rapide; 4 à 6 semaines suffisent pour que 50^{mg} n'occasionnent plus au cobaye qu'un léger œdème. L'ovo-lécithine n'a donné de résultats appréciables, mais toujours inférieurs aux précédents, qu'avec le venin de *C. terrificus*. Les lipoïdes cérébraux et la cholestérine, inactifs avec les autres venins, ont été les seuls à atténuer sensiblement celui de *Naja tripudians*; ne disposant que de très

peu de ce venin, je n'ai pu pousser plus loin son étude. Le venin de *Bufo marinus* n'est modifié par aucun lipoïde.

Propriétés vaccinantes. — Tous les venins ainsi atténués se sont montrés capables de protéger les animaux contre l'injection postérieure de doses élevées de venin pur; 8 jours après la vaccination, cette immunité est déjà forte; sa durée et sa solidité dépendent plus de la répétition des injections que de la dose totale de vaccin injecté : 2 injections sont nécessaires pour obtenir une immunité de plusieurs mois chez le lapin; il en faut davantage pour le chien, le cheval et le mouton.

Venin crotalique. — *Lapin :* 1 injection de 100^{mg} de venin atténué protège irrégulièrement (5 animaux sur 7) contre l'injection, 5 semaines plus tard, de 8^{mg} de venin pur (d. m. m. = $0^{mg},8$); 2 injections ont protégé tous les animaux pendant 2 mois. — *Cobaye :* 1 injection protège pendant 1 mois contre $0^{mg},5$ de venin (d. m. m. = $0^{mg},03$), mais cette immunité s'affaiblit déjà au bout de 45 jours. — *Chien :* 5 animaux ayant reçu 6 injections hebdomadaires (50 à 200^{mg}) ont tous résisté, 20 jours après la dernière, à 30^{mg} de venin, tuant les témoins en 18 heures; leur plasma était devenu 5 à 100 fois plus résistant à l'action coagulante du venin; un autre chien de la même série résistait, 9 mois plus tard, à la même dose de venin, tandis qu'un dernier animal, de petite taille (4^{kg}), succombait 36 heures après les témoins; 4 injections (100-400^{mg}) ont élevé de 0,0003 à 0,08 l'indice de coagulabilité du plasma d'un mouton par le venin, et permis à cet animal de résister, 70 jours après la vaccination, à 75^{mg} de venin.

Venins lachésiques. — Les vaccins protègent bien contre l'action générale des venins de *Lachesis*, mais seulement d'une façon incomplète contre leurs propriétés hémorragiques et nécrosantes. Les animaux très sensibles à ces deux actions, comme le chien et le mouton, sont plus difficiles à vacciner qu'avec le venin précédent et succombent souvent à des accidents tardifs.

Lapin : 1 injection de 100^{mg} protège dès le quinzième jour contre 15^{mg} de venin (d. m. m. = 7^{mg}); cette résistance est déjà incomplète à la cinquième semaine. Avec deux injections, tous les animaux supportèrent sans accident 30^{mg} de venin 60 jours plus tard; 50 pour 100 résistaient encore à cette dose quatre mois après la vaccination. — *Cobaye :* 1 injection protège irrégulièrement (40 pour 100) pendant quatre à six semaines contre 8^{mg} de venin (d. m. m. = 7^{mg}); deux injections ont protégé tous les animaux pendant quatre mois. — *Chien :* 6 injections (50 à 200^{mg}) ont été nécessaires pour conférer une immunité solide, tous les animaux ayant alors résisté trois mois après la vaccination, à l'injection de 30^{mg} de venin, tuant les témoins en 8 heures.

Autres venins. — Des résultats analogues ont été obtenus avec les venins de *Vipera russellii*, de *Tytius bahiensis* (scorpion), de *Ctenus ferus*, *Ct. migriventer* et *Lycosa raptoria* (araignées).

Vaccination des chevaux. — L'emploi de ces vaccins permet de beaucoup raccourcir le temps nécessaire pour immuniser les chevaux producteurs de sérums antivenimeux. J'ai déjà immunisé par ce procédé une cinquantaine de ces animaux. Après une série de 10 injections de 50 à 100^{mg} de venin atténué, faites à deux ou trois

jours d'intervalle, le cheval peut recevoir sans accident des doses massives et rapidement croissantes de venin pur, 50, 100, 200^{mg}; de bons producteurs ont fourni, deux mois après le début de la vaccination, des sérums neutralisant par centimètre cube de 0,3 à 0^{mg},5 de venin crotalique, et de 1 à 1^{mg},5 de venin lachèsique.

Propriétés générales de ces vaccins. — Le lipoïde actif dans ces phénomènes n'a pu être isolé; suivant les venins, différents lipoïdes paraissent d'ailleurs intervenir : des lécithines ou des substances voisines avec le venin crotalique, la cholestérine ou ses dérivés avec le venin de Naja. Ceci vient de nouveau mettre en évidence la complexité des venins ophidiques.

Ces vaccins sont strictement spécifiques, protégeant seulement contre les venins ayant servi à les préparer. Leurs propriétés immunisantes sont stables, se conservant sans altération pendant plusieurs années (4 ans). Au contraire des lipoïdes primitifs, ils se dissolvent difficilement dans l'éther et un lavage d'une heure dans ce liquide ne modifie pas leurs propriétés, ce qui pouvait permettre de les stériliser. La température de 120° détruit en 15 minutes leur pouvoir vaccinant.

Au point de vue pratique, ces résultats permettent d'envisager la vaccination de certains animaux domestiques, chiens de chasse ou reproducteurs de valeur, particulièrement exposés dans quelques régions aux morsures de serpents venimeux.

PATHOLOGIE COMPARÉE. — *Sur une réaction néoplasique due à la dégénérescence des ovocytes et quelquefois des soies, chez* Nereis diversicolor *O. F. M. Formation de tissu conjonctif à partir d'amibocytes néoformés.* Note de M. **J. André Thomas**, présentée par M. F. Mesnil.

Les *Nereis diversicolor* de la région de Roscoff, particulièrement celles qui vivent dans la vase de l'estuaire de la rivière de Saint-Pol-de-Léon, la Penzé, sont atteintes fréquemment de tumeurs. Celles-ci sont généralement globuleuses, blanchâtres, volumineuses (dépassant parfois la grosseur d'un petit pois) et non pédiculées. Elles surviennent soit aux dépens des segments sétigères, soit aux dépens des parapodes, cette dernière forme étant la plus fréquente. Elles peuvent être multiples : j'ai pu observer jusqu'à 24 parapodes tumoraux, ou 3 et 4 tumeurs des segments sur un même exemplaire. Ces tumeurs peuvent être localisées aux faces dorsale ou ventrale, des premiers aux derniers segments, avec prédominance aux régions

moyennes du corps; elles peuvent se propager aux tissus sains et englober par exemple 3 parapodes et 2 segments, progressant jusqu'aux parapodes opposés.

En suivant l'évolution de ces tumeurs à l'état frais, puis en poursuivant l'examen histologique, j'ai pu me rendre compte qu'elles sont dues essentiellement à l'irritation provoquée par la dégénérescence des ovocytes, qui sont ensuite phagocytés [1]. Or, parmi les facteurs qui déterminent le plus directement cette dégénérescence des ovocytes, la dessalure de l'eau semble être le principal, *Nereis diversicolor* vivant dans l'estuaire de la Penzé jusqu'à la limite de la zone d'extension des marées. Corrélativement l'étude statistique minutieuse de cette affection, poursuivie pendant les étés 1928 et surtout 1929, montre qu'elle est d'autant plus fréquente que la vase est baignée par de l'eau plus dessalée et soumise peut-être, d'autre part, à une dessiccation plus prolongée. Mais la courbe de répartition, en remontant l'estuaire, passe par un maximum et décroît brusquement, car, quoique la dégénérescence des ovocytes soit toujours plus considérable, il arrive que la réaction tissulaire ne puisse plus se faire, les conditions de milieu devenant trop défavorables. On observe du reste une variation dans le même sens de la taille et du nombre des *Nereis diversicolor* par gisements, la réaction tumorale ne faisant que mettre en évidence le degré d'adaptation et la vitalité de cette espèce en fonction du milieu.

Les amibocytes affluent autour des ovocytes dégénérés où l'on peut voir des granulocytes, quelques éléocytes, mais surtout des linocytes, qui tendent à s'arrondir et perdent progressivement leur linome comme si celui-ci fondait dans le cytoplasme. Ces cellules passent en somme de l'état quiescent à l'état actif (Fauré-Fremiet), et deviennent phagocytes. Leur cytoplasme forme de larges lames qui se fusionnent, réalisant des sortes de plasmodes enkystant l'ovule.

De plus un processus concomitant de dégénérescence se manifeste généralement dans ce syncytium, à partir des couches les plus proches de l'inclusion et s'étend par voie centrifuge. Mais la réaction tissulaire dépasse

---

(1) Voir *Dégénérescence et phagocytose des ovocytes de* Nereis diversicolor *O. F. M.* (*C. R. Soc. Biol.*, 103, 1930, p. 996); *Dégénérescence et phagocytose des soies de* Nereis diversicolor *O. F. M.* (*Ibid.*, p. 999); *Sur la répartition d'une néoplasie de* Nereis diversicolor *O. F. M. aux environs de Roscoff. Essai écologique* (*Bull. Biol. de France et de Belg.*, 64, 1930, à paraître); *Étude d'un processus néoplasique dû à la dégénérescence des ovocytes et quelquefois des soies chez* Nereis diversicolor *O. F. M.* (*Arch. d'Arch. Micr.*, 26, II, 1930, à paraître).

souvent ce simple phénomène d'enkystement; il y a alors néoformation aboutissant à la création d'une tumeur bénigne vraie. Un processus de lymphogenèse se manifeste à partir de l'épithélium cœlomique, mais surtout et avec une intensité extrêmement considérable à partir du revêtement des vaisseaux qui sont généralement à la base des tumeurs. Il y a formation d'îlots de lymphogenèse qui deviennent libres, dans le parenchyme tumoral, et donnent naissance à deux lignées cellulaires distinctes à partir des cellules au stade I de M. Kollmann. L'une est la lignée linocytaire, où l'on suit l'apparition du linome sans qu'il y ait jamais de granulations ou d'enclaves grasses, l'autre est la lignée adipo-granuleuse, moins abondante, aboutissant soit à la formation des éléocytes, soit des granulocytes qui ont leurs granulations dès le début. Toute cette masse d'éléments libres afflue autour des îlots réactionnels. Les linocytes s'allongent démesurément par leurs deux extrémités (100^{μ}), toute l'activité de la cellule étant l'accroissement du linome. Celui-ci s'individualise en un axe sinueux unique, tandis que le protoplasme est de moins en moins important. Finalement la coalescence d'un grand nombre de telles formations aboutit à l'organisation d'un tissu conjonctif très particulier, dont les longues fibrilles flexueuses, intriquées, fuchsinophiles dans la coloration de Mallory, dérivent directement du linome des linocytes géants. Dans les mailles plus ou moins serrées de ce tissu sont des amibocytes libres, actifs, avec de fréquentes inclusions phagocytaires. En somme l'aptitude réactionnelle de *Nereis diversicolor* est tout à fait remarquable, et un tel mécanisme peut être déclenché seulement par la dégénérescence des soies, ou, artificiellement, par injection de broyat d'œufs dégénérés, quelquefois même par une simple lésion.

La formation de tissu conjonctif à partir des amibocytes, étudiée déjà expérimentalement par quelques auteurs (Drew et W. Morgan, Kedrowsky, Zawarzin, Jullien, A. Labbé) sur les Mollusques, s'effectue ici pathologiquement chez une Annélide; les réactions de défense de *Nereis diversicolor*, intimement liées à l'état physico-chimique du milieu, sont disproportionnées à leur objet.

A $16^{h}05^{m}$, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^{h}45^{m}$.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de février 1930.

Léon Lindet, par P. Nottin (extrait des *Annales de l'Institut national agronomique*, t. XXII). Paris, J.-B. Baillière et fils, 1929; 1 fasc. 25cm.

Étude géologique de la zone du chemin de fer Congo-Océan et de la région minière du Niari et du Djoué, par V. Babet. Paris, Larose, 1929; 1 vol. 28cm,5. (Présenté par M. A. Lacroix.)

Les Châtaigniers, monographie des genres Castanea *et* Castanopsis, par A. Camus. Paris, Lechevalier, 1929; 1 vol. 25cm et un Atlas, 40cm × 29cm.

Anais do Observatorio astronómico da Universidade de Coimbra. Primeira Secção : *Fenómenos solares.* Tomo I. Coimbra, imprensa da Universidade, 1929; 1 vol. 34cm. (Présenté par M. Deslandres.)

Bureau Veritas. Conditions techniques du Bureau Veritas pour le matériel non destiné aux constructions navales, 1929, III. (Présenté par M. L. Guillet.)

Annales des Sciences naturelles, séries Botanique et Zoologie. *Biologie culturale et pathologique de l'*Hevea brasiliensis *en Indo-Chine*, par M. J. Costantin, et *Influence de la culture sur des plantes à mycorhizes*, par M. Costantin, J. Magrou, Mlle Jandel et M. Lebard. Paris, Masson et Cie, 1929; 2 fasc. 25cm,5.

Un coup d'œil sur l'histoire des sciences et des théories physiques, par Émile Picard. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1930; 1 vol. 24cm.

La Rachionesthésie, sa valeur et sa place actuelle dans la pratique, par Émile Forgue et Antoine Basset. Paris, Masson et Cie, 1930; 1 vol. 23cm. (Présenté par M. Bazy.)

La transmission de l'effort moteur aux roues avant de l'automobile, par J.-A. Grégoire. Paris, Gérard Sandoz, 1930; 1 fasc. 25cm.

Geofisica, gravitá e magnetismo, par Giorgio Abetti e Alberto Alessio. Bologna, Nicola Zanichelli, 1929; 1 vol. 31cm.

Ministère des Travaux publics. *Mémoires pour servir à l'explication de la Carte géologique détaillée de la France. Les roches sédimentaires de France. Roches siliceuses*, par Lucien Cayeux. Paris, Imprimerie nationale, 1929; 1 vol. 32cm,5.

ERRATA.

(Séance du 30 décembre 1929.)

Note de M. *G. Pfeiffer*, Sur les intégrales des équations et des systèmes d'équations aux dérivées partielles du premier ordre d'une fonction inconnue, qui possèdent les intégrales de S. Lie :

Page 1228, lignes 28 et 29, *au lieu de* c_n, *lire* c_h.

Page 1229, ligne 12, omission de (7); lignes 19, 21, 22, *au lieu de* c_n, τ_n, *lire* c_h, τ_h; ligne 27, *au lieu de* $\frac{1}{U^{\lambda+1}}$, *lire* $\frac{1}{U^{h+1}}$; ligne 27, omission de (10).

Page 1230, lignes 11 et 13, omission de (11) et (12); ligne 14, *au lieu de* (4), *lire* (11); ligne 17, *au lieu de* (4), *lire* (6); ligne 19, *au lieu de* (2), *lire* (12).

(Séance du 24 février 1930.)

Note de Mme *Ramart-Lucas* et M. *F. Salmon-Legagneur*, Configuration des molécules dans l'espace. Absorption dans l'ultraviolet des acides alcoylmaloniques :

Page 494, omission de la légende de la figure qui doit se lire comme suit :

(1), acide malonique; (1'), malonate d'éthyle; — (2), acide propylmalonique; (2'), propylmalonate d'éthyle; — (3), acide dipropylmalonique; (3'), dipropylmalonate d'éthyle; — (4), acide isobutylmalonique; (4'), isobutylmalonate d'éthyle; — (5), acide diisobutylmalonique; (5') diisobutylmalonate d'éthyle.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 AVRIL 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ICONOGRAPHIE DES MEMBRES DE L'INSTITUT. — En faisant hommage à l'Académie de deux exemplaires de ses *Cent cinquante premiers profils de Confrères*, M. **Paul Helbronner** s'exprime ainsi :

Il ne s'agit plus ici de la Figure de la Terre, qui a fait l'objet notamment du tome IX de ma *Description géométrique détaillée des Alpes françaises* présenté en octobre dernier, mais bien de la Figure de mes Confrères que j'ai été amené à représenter en les écoutant et en les regardant au cours des séances spéciales à notre Compagnie ou des séances communes aux cinq classes de l'Institut. J'étais bien éloigné initialement de l'idée de faire exécuter la reproduction de ces dessins, mais la suggestion m'en ayant été donnée à de nombreuses reprises, je me suis laissé allé à croire que, conformément aux raisons encourageant une publication, il y avait peut-être effectivement quelque intérêt général à m'y soumettre dans le but de collaborer à la documentation des archives de l'Institut et de contribuer au souvenir de ses membres actuels.

Aussi bien n'ai-je, de ce fait, enlevé aucun moment à la poursuite de la publication de ma *Description géométrique détaillée des Alpes françaises*, car depuis deux années que j'ai commencé à reprendre mon crayon pour ces profils, ce sont à peine quelques minutes par semaine que j'ai consacrées à cette fantaisie, et cela en dehors des lieux et des heures où peut s'effectuer l'élaboration de l'œuvre mathématique et géographique, dont précisément une coïncidence heureuse me permet de recevoir au même moment la dernière bonne feuille du cinquième élément des quatorze prévus, terminé d'impression par la maison Gauthier-Villars : ayant pour objet les réseaux

tendus entre le Léman et l'Arve, comportant notamment un millier de tours d'horizon géodésiques et 26 panoramas reproduits par la similigravure, cet élément sera présenté à l'Académie dans quelques semaines lorsqu'il tiendra dans la solide armature matérielle que je lui fais établir comme pour ses devanciers en nécessité du maintien de son abondante pagination, de ses cartes et de ses planches.

C'est, au contraire, pour ainsi parler, dans une sorte d'assolement favorable au rendement intense de la culture principale à laquelle je consacre la totalité de mes forces et de mes moyens, que se poursuit actuellement la confection du second volume de cette iconographie que je compte confier comme le premier aux presses héliotypiques de la maison Catala.

Ayant terminé la totalité des profils appartenant à l'Académie des Sciences, dont les derniers exécutés trouveront place dans ce second volume, il reste à y prévoir l'insertion d'un peu plus de la moitié de ceux des Confrères des quatre autres Académies.

De cette publication qui n'est pas destinée à être répandue commercialement et que je réserve principalement à tous mes Confrères, un exemplaire sera remis à chacun d'eux dans les jours qui vont suivre. J'ose d'ailleurs espérer que ceux qui n'ont pas été « dévisagés » me faciliteront la terminaison de cette nouvelle partie — déjà assez avancée — en ne se dérobant pas aux occasions de rencontre nécessaires à son établissement.

ASTRONOMIE. — *Sur le nouveau corps céleste découvert à l'Observatoire Lowell.* Note de M. **Ernest Esclangon.**

Le corps céleste découvert à l'Observatoire Lowell, que certains appellent planète transneptunienne, a été photographié à l'Observatoire de Paris les 26, 27, 28, 31 mars et les 3 et 4 avril, et sa direction *apparente* dans le ciel exactement déterminée par des mesures micrométriques sur les clichés obtenus.

En partant de l'ensemble des observations publiées, en y joignant celles très importantes obtenues à l'Observatoire de Paris, nous avons cherché à déterminer la position de l'astre dans l'espace. Malheureusement les observations se présentent dans des conditions défavorables, l'astre se trouve actuellement dans une direction qui est sensiblement celle de la vitesse de la Terre sur son orbite, ce qui diminue les effets de changement de perspective tenant à sa position géométrique moyenne (mais non toutefois ceux

dus à sa propre vitesse). L'ascension droite est passée par un minimum le 30,5 mars.

Néanmoins j'ai demandé à mes collaborateurs de calculer et par plusieurs méthodes la position, sinon l'orbite, de ce corps céleste dont le mouvement reste encore mystérieux en raison de l'insuffisance des observations et du temps matériel pour les mettre en œuvre.

Les observations utilisées s'étendent du 17 mars au 3 avril inclus.

1° MM. Lambert, Krossowski et Stoyko ont calculé une orbite circulaire. Les résultats sont les suivants : L'inclinaison trouvée i de l'orbite sur l'écliptique est de 32°, la longitude du nœud 109°.

L'astre étant actuellement voisin de son nœud, la position de ce dernier élément est relativement bien déterminée.

Le demi-grand axe obtenu par cette méthode serait de 62 unités; la durée de révolution 489 ans; mais tous ces éléments, sauf la position du nœud, obtenus dans l'hypothèse d'une orbite circulaire, peuvent être très erronés en raison de cette hypothèse même, peut-être fort éloignée de la réalité.

2° M. Mineur, aidé de Mlle Canavaggia, a calculé une position de l'astre et la vitesse correspondante par la méthode de Laplace dont le principe consiste dans l'utilisation de trois directions observées voisines dans le temps, plus exactement, au point de vue mathématique, d'une direction et ses dérivées premières et secondes par rapport au temps.

La critique que l'on peut faire ici de la méthode de Laplace est dans ce fait que, pendant les 15 jours d'observations utilisés, la planète, étant donné son éloignement, n'a décrit qu'un très petit arc de sa trajectoire, sur lequel son déplacement est sensiblement fonction linéaire du temps; la Terre au contraire a décrit un arc notable (15°); les dérivées du second ordre dans la direction Terre-planète ont surtout leur origine dans le mouvement de la Terre et l'effet des dérivées du troisième ordre, regardé comme négligeable dans la méthode de Laplace, pourrait être assez sensible dans ce cas.

A la date du 31,420 mars, on obtiendrait ainsi pour les coordonnées héliocentriques rapportées à un plan parallèle au plan de l'équateur passant par le Soleil (plan des xy)

$$x = -13,8901, \qquad y = +37,5857, \qquad z = +16,1645;$$

la distance au Soleil serait 43,21 unités astronomiques.

La longitude du nœud obtenue par cette méthode serait $\Omega = 110°$, c'est-à-dire en accord avec celle obtenue avec une orbite circulaire.

Des réserves doivent être faites, pour les raisons que j'ai indiquées, sur la valeur de ces résultats; de nouveaux calculs et surtout de nouvelles observations sont encore nécessaires.

Je fais actuellement mettre à l'épreuve une méthode purement parallactique basée sur ce fait que, pendant les 15 jours d'observation utilisés, la vitesse du corps céleste peut être regardée comme constante, les changements de positions apparentes dans le ciel étant considérés comme résultant : de la position géométrique inconnue du corps à l'instant regardé comme initial, de sa vitesse constante également inconnue et des déplacements connus de la Terre sur son orbite.

SPECTROSCOPIE. — *Sur une cause nouvelle qui intervient pour augmenter ou modifier l'intensité des raies et des bandes dans les spectres d'atomes et de molécules.* Note de M. **H. Deslandres.**

I. J'ai annoncé en 1919 la propriété suivante reconnue sur 34 spectres de bandes distincts, dus aux corps simples de la chimie organique, azote, oxygène, carbone, et aux composés qu'ils forment entre eux et avec l'hydrogène : la fréquence de leur partie la plus brillante est, à de faibles différences près, un multiple d'une même fréquence infrarouge, égale à 1062,5 (désignée par la lettre d_1).

En 1924, la loi précédente a été étendue aux spectres de lignes, ou à un groupe important de spectres de lignes. Leur radiation dite ultime, qui est en général la plus intense, est aussi, exprimée en fréquence, un multiple de 1062,5; ce qui est bien vérifié avec les corps simples dits alcalins, et avec ceux dont le poids atomique est un multiple de celui de l'hélium.

Comme le fait annoncé peut tenir à une simple résonance, j'ai même alors émis l'idée que la fréquence 1062,5 était liée aux vibrations internes de la particule α, qui est le noyau de l'hélium et se retrouve dans les noyaux des autres atomes. Les protons qui composent la particule doivent avoir des mouvements internes toujours les mêmes, et ils peuvent, soit émettre un rayonnement ordinaire, soit avoir une onde associée, conformément à l'idée mère de la mécanique ondulatoire. Si cette dernière onde est infrarouge, elle serait plus difficile à déceler que l'onde de l'électron.

Les recherches rappelées ci-dessus sont en réalité une première reconnaissance; en 1929 j'ai repris la question, et j'ai étudié au même point de vue les lumières célestes, particulièrement intéressantes. L'atmosphère bril-

lante du Soleil, riche en hydrogène et en hélium, et son spectre, dit spectre éclair, photographié pendant les éclipses totales de l'astre, ont été examinés d'abord et les premiers résultats ont été publiés. J'ai admis une action des atomes ou noyaux d'hélium et même d'hydrogène sur les radiations émises dans leur voisinage; ce qui est en accord avec l'expérience du laboratoire.

Je complète aujourd'hui cette première étude et j'examine ensuite les deux lumières spéciales, qui sont l'aurore boréale terrestre et la queue brillante des comètes.

II. Je prie le lecteur de se reporter aux deux Notes des 2 janvier et 4 mars 1929, et aux tableaux qui présentent les radiations les plus brillantes et les plus hautes des divers éléments dans la chromosphère des éclipses. Chaque corps y est représenté par sa raie ultime et même parfois par des raies pénultimes, et la fréquence de ces raies est, à de faibles différences près, un multiple de 1062,5 [1].

J'ai noté aussi ce fait curieux que les raies multiples de d_1, ultimes ou non ultimes, y sont renforcées par rapport aux autres raies du même élément et du même multiplet. Le rapport des intensités est plus élevé que dans le laboratoire, et j'ai cité à l'appui trois doublets de Ti, Cr et Fe. Le fait étant important, j'ajoute dans le tableau ci-après d'autres exemples de la même variation.

L'intensité des raies dans le laboratoire est celle donnée par Russell dans son Mémoire de 1925 sur les raies ultimates, et l'on a juxtaposé les intensités des mêmes raies dans les spectres éclair d'août 1905 (Mitchell) et de janvier 1926 (Davidson et Stratton). Pour plusieurs raies de 1926, l'intensité n'est pas marquée, le relevé des auteurs s'étendant seulement de λ4215 à λ3066; on a retenu seulement les raies qui sont bien dégagées dans le spectre éclair, et non confondues avec des raies d'autres corps [2].

---

(1) Voir *Comptes rendus*, **169**, 1919, p. 745 et 1365; **179**, 1924, p. 5 et 1066; **188**, 1929, p. 20 et 669.

Le choix de la raie ultime par les auteurs n'est pas toujours le même, la raie étant variable avec le mode d'excitation. Il convient de poser certaines règles qui seront présentées dans une Note prochaine.

(2) J'ai eu connaissance seulement en 1930 du Mémoire de Davidson et Stratton (*Memoirs of the Royal Astronomical Society*, **44**, Part IV, p. 105).

TABLEAU DES RAIES MODIFIÉES DANS LE SPECTRE ÉCLAIR.

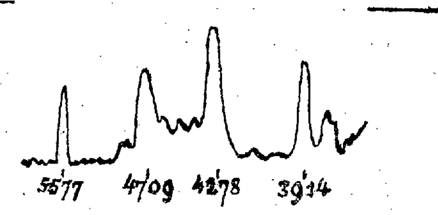
Longueur d'onde λ.	Élément.	Intensités. Labo-ratoire.	Éclipse 1905.	Éclipse 1926.	Hauteur 1905.	Fréquence ν. Multiple de d_1 et résidu.
3759,3...	Ti^+	200	45	13	6000	26593 = 25 d_1 + 31
3685,2...		250	40	20	6000	27128 = 25 d_1 + 566
4274,8...	Cr	400	20		800	23386 = 22 d_1 + 11
4254,3...		500	15		600	23499 = id. + 124
3763,8...	Fe	100	4	5	1000	26561 = 25 d_1 + 1
3734,9...		300	2	5	750	26767 = id. + 207
4302,5...	Ca	60	2		750	23242 = 22 d_1 − 133
4283,0...		40	3		700	23348 = id. − 27
3642,8...	Sc^+	25	8	5	600	27542 = 26 d_1 − 173
3630,8...		12	12	5	750	27671 = id. − 83
3913,4...	Ti^+	40	20	10	2000	25545 = 24 d_1 + 45
3900,5...		50	10	10	1600	25637 = id. + 137
3477,2...	Ti^+	15	4	7	500	28759 = 27 d_1 + 78
3461,5...		20	3	8	400	28889 = id. + 137
4482,3...	Fe	6	5		500	22310 = 21 d_1 − 2
4442,3...		12	3		350	22505 = id. + 193
3859,9...	Fe	300	20	10	6000	25907 = 24 d_1 + 407
3 22,9...		25	8	8	1200	25492 = id. − 8
3618,8...	Fe	125	6		600	27633 = 26 d_1 + 8
3581,2...		250	4		600	27924 = id. + 299
3490,6...	Fe	100	3	4	400	28648 = 27 d_1 − 39
3440,6...		150	2	4	500	29064 = id. + 377
4722,2...	Zn	10	3		400	21174 = 20 d_1 − 76
4680,2...		10	1		350	21367 = id. + 117
3774,3...	Y^+	300	10	5	750	26487 = 25 d_1 − 75
3710,3...		500	8	5	600	26944 = id. + 382

La variation annoncée est déjà nette dans le spectre éclair de 1926, mais plus forte dans le spectre de 1905. Or l'année 1905 est une année de maximum de taches, et l'année 1926 est entre un minimum et un maximum. Le gaz hélium doit être plus abondant en 1905 dans l'atmosphère solaire, et l'on comprend que la variation des raies y soit plus forte.

III. Le rayonnement corpusculaire du Soleil, en pénétrant dans les atmosphères de la Terre et des comètes, les illumine; d'où l'aurore boréale et la lumière des comètes.

Le spectre de l'aurore comprend, outre la raie jaune λ 5577 attribuée à l'oxygène, les bandes du pôle négatif de l'azote, qui sont plus intenses que

la raie, comme le montre l'enregistrement d'une épreuve spectrale de Vegard (1923), reproduit ci-dessous; et, dans les épreuves plus récentes de Störmer, leur supériorité est encore plus nette.



Enregistrement du spectre d'une aurore élevée.

Or ce spectre de l'azote a ceci de particulier que toutes ses bandes fortes se rapportent à des multiples de d_1. Ainsi, avec les trois bandes du dessin, on a, pour $\lambda 3914$, $\nu = 24 d_1 + 39$; pour $\lambda 4278$, $\nu = 22 d_1 - 7$, et, pour $\lambda 4709$, $\nu = 20 d_1 - 21$.

La queue des comètes, d'autre part, émet un beau spectre de bandes dû à CO^+, et l'on a noté déjà que la bande la plus intense $\lambda 4273,9$ est un multiple de $d_1 (22 d_1 + 16)$.

Ces deux spectres de bandes, d'origine stellaire, sont à tous égards remarquables; les corps composés qui les émettent ont le même poids atomique 28 qui est un multiple de 4; et leurs bandes ultimes sont attachées au même multiple de $d_1 (22 d_1)$. Lorsqu'on les illumine dans une atmosphère d'hélium (Morton, Pilley et Johnson), les intensités des bandes sont modifiées, mais la bande la plus forte est toujours un multiple de d_1.

IV. En 1929, la raie ultime admise pour l'hydrogène est la raie infrarouge λ 18751, rattachée à $5 d_1$, et qui est la tête de la série dite de Paschen. Dans le laboratoire, ses variations sont grandes et elle devient nettement la plus forte; mais on peut objecter qu'elle n'a pas encore été observée dans le Soleil. Or la quatrième raie de la même série, λ 10049, a été photographiée récemment dans le spectre normal (Babcock), et elle est très forte.

Une autre raie intéressante de l'hydrogène est la raie bleue $H_\delta \lambda 4102$ qui est la quatrième de la série de Balmer et un multiple de $d (23 d_1 - 79)$. Dans le laboratoire et dans les étoiles blanches, elle a l'intensité normale d'une quatrième raie; mais, dans les étoiles du type O_d et O_e, la raie noire H_δ est plus forte que H_γ; de même aussi dans les étoiles du type $M8_e$, les raies de l'hydrogène étant brillantes. Merrill a signalé des étoiles variables du type M_d, dans lesquelles, à certains moments, la raie H_δ est 20 fois plus brillante que H_γ.

Les radiations, multiples de d_1, sont exceptionnelles par la grande étendue de leurs variations d'intensité [1]; et la cause invoquée jusqu'ici pour les expliquer n'est encore que probable. Pour éclaircir un peu la question, je montrerai prochainement comment les atomes des corps alcalins, et aussi les atomes neutres et ionisés des alcalino-terreux, ont leur raie ultime rattachée à la fréquence 1062,5.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Marées dynamiques avec continents. Loi de profondeur quelconque. Attraction du bourrelet* [1]. Note de M. **Marcel Brillouin**.

7. Écrivons l'équation d'incompressibilité en remplaçant les vitesses U par leurs expressions en $\mathfrak{T}$ tirées des équations dynamiques :

$$\text{(X)}\quad\left\{\begin{aligned}&\Theta^2\frac{\partial^2\mathfrak{T}}{\partial r^2}+(2\theta^2+4\omega^2\mu^2-4\omega^2)\frac{1}{r}\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial r}\\&\quad-2\frac{m}{r}\frac{\partial^2\mathfrak{T}}{\partial r\,\partial\mu}+(\theta^2+4\omega^2\mu^2-4\omega^2)\frac{1-\mu^2}{r^2}\frac{\partial^2\mathfrak{T}}{\partial\mu^2}\\&\quad+\frac{\theta^2}{1-\mu^2}\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\mathfrak{T}}{\partial\alpha_2}+(12\omega^2-12\omega^2\mu^2-2\theta^2)\frac{\mu}{r}\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial\mu}=0.\end{aligned}\right.$$

Rigoureuse à toute profondeur $R-r$, cette équation peut être employée, en particulier, à la surface R. Elle fournit alors entre les dérivées déjà calculées par les conditions frontières une relation qui doit être satisfaite identiquement.

La substitution des $\left(\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial r}\right)_R$, $\left(\frac{\partial^2\mathfrak{T}}{\partial r^2}\right)_R$, $\left(\frac{\partial^2\mathfrak{T}}{\partial r\,\partial\mu}\right)_R$, $\cdots$ tirées des précédentes équations ne laisse subsister comme inconnues que les coefficients ε_{nk}. On a donc par cette élimination algébrique l'équation fondamentale qui détermine ces ε_{nk} :

$$\text{(XI)}\qquad \Sigma\varepsilon_{nk}[E_{nk}+\mathcal{R}\mathcal{E}_{nk}]+F(\mu,\alpha)=0$$

---

(1) Dans les exemples cités, et l'on pourrait facilement en présenter un plus grand nombre, les radiations multiples de d_1 sont renforcées; mais elles sont aussi parfois diminuées.

(1) Voir *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 778.

avec

$$\begin{aligned}
E_{nk} = {} & [m\,D_r + ih8\omega^2\mu m^2 + ihm\frac{\partial m}{\partial\mu}\Theta^2 + D_\mu\Theta^4]\frac{\partial\Psi_{nk}}{\partial\mu} \\
& + [i2\omega\theta\,D_r - h.16\omega^3\theta\mu m + D_\alpha\Theta^4]\frac{\partial\Psi_{nk}}{\partial\alpha} \\
& + [ihm^2\Theta^2 + D_{\mu\mu}\Theta^4]\frac{\partial^2\Psi_{nk}}{\partial\mu^2} \\
& + [ih4\omega^2\theta^2\Theta^2 - D_{\alpha\alpha}\Theta^4]\frac{\partial^2\Psi_{nk}}{\partial\alpha^2},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{nk} = {} & [D_r + ih8\omega^2\mu m]\Phi_{nk} \\
& + ihm\Theta^2\frac{\partial\Phi_{nk}}{\partial\mu} + 2\omega\theta h\Theta^2\frac{\partial\Phi_{nk}}{\partial\alpha},
\end{aligned}$$

F est composé avec $\mathfrak{T}_{\text{ext}}$ comme E_{nk} avec Ψ_{nk}.

Pour abréger l'écriture, j'ai posé

$$\begin{aligned}
D_r &= -i\Theta^4(R+h) - i\Theta^2(3\theta^2 - 4\omega^2)h + \Theta^2 H_r, \\
D_\mu &= im(R+h) - ih\mu(12\omega^2 - 12\omega^2\mu^2 - 2\theta^2) + H_\mu, \\
D_\alpha &= -2\omega\theta(R+h) + H_\alpha, \\
D_{\mu\mu} &= ih(1-\mu^2)(\Theta^2 - 2\theta^2 + 4\omega^2), \\
D_{\alpha\alpha} &= ih\frac{\theta^2}{1-\mu^2}.
\end{aligned}$$

8. Dans l'équation (X), F, E_{nk}, $\mathcal{E}_{nk}$ sont des fonctions connues de μ et α, la première par le potentiel perturbateur, les deux autres par leur dépendance des fonctions Ω_{nk} qu'on s'est données arbitrairement. Cette équation fournit deux équations entre grandeurs réelles.

Si l'on avait choisi assez heureusement les fonctions Ω_{nk}, pour que les $E + \mathcal{B}\mathcal{E}$ fussent normalisées, le calcul des ε_{nk} serait immédiat. Sinon il faudra d'abord normaliser — pour la surface océanique seule — l'ensemble de ces fonctions, par la méthode la plus simple.

On voit donc que, pour les oscillations contraintes (θ *donné*), *on n'aura d'autres opérations à effectuer que les dérivations et éliminations algébriques décrites dans la présente Note, et des quadratures étendues à la surface des océans* (*seuls*), *soit pour la détermination des* Π, Φ, Ψ *à partir des* Ω, *soit pour la normalisation des* $E + \mathcal{R}\mathcal{E}$, *soit enfin pour le calcul des coefficients* ε_{nk}.

On devine combien un choix judicieux des Ω_{nk} peut être avantageux pour la rapidité et la précision des calculs.

La recherche des périodes propres exigerait une préparation particulière des formules, dont je parlerai plus tard.

Bien que les latitudes critiques ($\Theta^2 = 0$) jouent encore un rôle curieux dans la détermination des vitesses à partir de $\mathfrak{T}$, elles ne créent aucune difficulté dans la recherche de cette fonction (parce que je n'ai pas supposé, comme Laplace, $U_r = 0$).

9. *Approximations supérieures.* — Si l'on juge utile, et pratiquement maniable, le passage à une approximation supérieure en fonction de la profondeur, on développera $\mathfrak{T}$ en $(R - r)$

$$\mathfrak{T} = \mathfrak{T}_0 + \mathfrak{T}_1(R - r) + \mathfrak{T}_2(R - r)^2 + \ldots + \mathfrak{T}_q(R - r)^q,$$

jusqu'à l'ordre q, par exemple, et l'on cherchera à déterminer les fonctions $\mathfrak{T}, \ldots, \mathfrak{T}_q$ de μ, α.

Je porte ce développement dans l'équation (X), en m'arrêtant aux termes qui contiennent les dérivées $q^{\text{ièmes}}$ en r, μ, α, tels que $\frac{\partial^k \mathfrak{T}_{q-k}}{\partial \mu^k}$, $\frac{\partial^k \mathfrak{T}_{q-k}}{\partial \mu^{k-i} \partial \alpha^i}$, ... Cette équation fournit $q - 2$ équations distinctes, en μ, α. L'équation du fond, qui reste unique, contient aussi tous les termes jusqu'à $\mathfrak{T}_q$.

Toutes ces équations peuvent être dérivées en μ et α, autant de fois qu'il est nécessaire. On s'assure facilement qu'on possède ainsi le nombre d'équations linéaires nécessaire pour l'élimination de toutes les fonctions de μ, α, autres que les $\mathfrak{T}_{\text{ext.}}$, Φ_{nk}, Ψ_{nk} et leurs dérivées connues, de sorte qu'il reste *une équation* (imaginaire) analogue à (XI) pour la détermination des coefficients ε_{nk}. Mais l'expression détaillée des termes E_{nk}, ε_{nk}, F deviendrait d'un encombrement rebutant.

10. Il ne semble d'ailleurs guère probable que des changements des courants de marée se produisent en profondeur — à moins de singulières résonances — avec assez de netteté et d'importance pour exiger un développement de rang supérieur à $q = 2$. C'est même, autant que j'en puis juger actuellement, seulement dans le domaine des latitudes critiques, qu'une circulation verticale est inévitable, et rend utile l'approximation, supérieure à celle de Laplace, que j'ai adoptée.

Bien des points de cette méthode nouvelle de théorie des marées méritent une étude approfondie, qui sera développée ailleurs.

En particulier, les marées semi-diurnes exigent un examen particulier, et comportent des approximations d'un type original.

11. On peut conduire à peu près de la même manière l'approximation *de Laplace*, et l'on obtient l'équation finale de la même forme (XI), où il est tenu compte de l'attraction du bourrelet et de la forme des continents; les fonctions $\mathcal{E}$, E, F ont les expressions

beaucoup plus simples

$$\mathcal{R}\mathcal{E}_{nk} = \Theta^4 R^2 i\theta \Phi_{nk}.$$

$$E_{nk} = i\theta\Theta^2\left[\frac{\partial}{\partial\mu}\left(-h(1-\mu^2)\frac{\partial\Psi}{\partial\mu}\right) + \frac{\partial}{\partial\alpha}\left(-\frac{h}{1-\mu^2}\frac{\partial\Psi}{\partial\alpha}\right)\right]_{nk}$$
$$+ 8\omega^2\mu\left[-i\theta(1-\mu^2)h\frac{\partial\Psi}{\partial\mu} + \omega\mu h\frac{\partial\Psi}{\partial\alpha}\right]_{nk},$$

F en $\mathcal{P}_{\text{ext.}}$ comme E_{nk} en Ψ_{nk}.

Il reste à normaliser les $E + \mathcal{R}\mathcal{E}$ pour la surface des océans, afin de calculer les ε_{nk}.

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Action de l'eau de mer irradiée sur la fermentation lactique*. Note [1] de MM. **Charles Richet** et **Michel Faguet**.

1. Par des méthodes précédemment décrites [2], nous avons étudié l'action de l'eau de mer irradiée sur la fermentation lactique. L'irradiation était produite par des rayons X émis sous une tension de 45 kilovolts et une intensité de 5 milliampères. Le nombre des facteurs était considérable : tension, distance de l'ampoule, charge électrique, etc., mais nous nous sommes efforcés de les maintenir constants, en faisant seulement varier la *durée d'exposition*.

On exposait successivement les différents tubes contenant 10^{cm^3} de la liqueur fermentescible. Cette liqueur était constituée par notre bouillon de culture habituel additionné de son volume d'eau de mer au $\frac{1}{10}$, le liquide étant au préalable stérilisé.

L'ensemencement était fait aussitôt après l'irradiation.

2. Nous avons d'abord constaté que si, au lieu d'employer l'eau de mer, on ajoute au bouillon de culture son volume d'eau distillée, l'action de l'irradiation est nulle, même au bout de 20 minutes d'irradiation. Par conséquent nous pouvons conclure que, sur les matières organiques du bouillon (lactose et peptones), l'effet de l'irradiation est nul, au moins pendant cette durée.

3. Si, au lieu d'utiliser l'eau distillée, on ajoute de l'eau de mer au bouillon de culture, les effets sont différents des précédents.

Voici les résultats d'environ 450 dosages, car, étant données à la fois l'importance du résultat et la faiblesse des différences, il nous a paru nécessaire de faire de multiples dosages et de prendre leur moyenne :

---

(1) Séance du 31 mars 1930.

(2) Ch. Richet, *Travaux du laboratoire de Physiologie*, 6, 1909, p. 295 à 372, et Ch. Richet et Michel Faguet, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 219.

Durée de l'irradiation en minutes.	Acidité (l'acidité des tubes témoins étant égale à 100).	Durée de l'irradiation en minutes.	Acidité (l'acidité des tubes témoins étant égale à 100).
2	100	25	109
7	100,2	30	113
10	103	45	104
15	106	60	101

Comme dans les expériences avec l'eau distillée, l'ensemencement était fait immédiatement après l'irradiation.

On voit par ce tableau qu'après une durée d'irradiation d'au moins 10 minutes, il y a accélération de la fermentation ; mais que, si la durée de l'irradiation va au delà de 30 minutes, cette accélération ne se produit plus, comme s'il y avait une *inversion d'action* (¹).

4. En comparant les expériences (²) on voit que l'effet de l'irradiation ne peut porter que sur les sels de l'eau de mer, puisque les matières organiques du bouillon ne sont pas modifiées par l'action des rayons X en présence d'eau distillée, mais en présence d'eau de mer !

5. Quelques expériences, non achevées encore, semblent nous prouver que, si l'on irradie des tubes *ensemencés*, on obtient un ralentissement au lieu d'une accélération. Tout se passerait donc alors comme si les rayons X agissaient dans ce cas sur la vitalité des microbes lactiques.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les propriétés des gaz ionisés dans les champs électromagnétiques de haute fréquence*. Note de M. C. **Gutton**.

En vue d'étudier les propriétés des gaz ionisés dans les champs de haute fréquence, H. Gutton (³) dispose entre deux petites plaques de cuivre un tube de verre dont l'axe est parallèle aux plans des plaques. La pression du gaz dans le tube est quelques dix-millièmes de millimètre. Ce gaz est ionisé par le passage de décharges. En mesurant l'intensité du courant qui passe entre deux fils de platine scellés dans la paroi du tube et reliés à deux éléments d'accumulateurs, on détermine la conductibilité du gaz.

(¹) La loi générale de toute action toxique est qu'à faible dose il y a stimulation, et qu'à dose de plus en plus forte il y a ralentissement, puis arrêt.

(²) Eau distillée seule et eau de mer.

(³) H. Gutton, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 441, et *Annales de Physique*, **13**, 1930, p. 62.

H. Gutton établit entre les plaques un champ de haute fréquence et observe la variation de capacité du condensateur formé par ces plaques, lorsqu'on ionise le gaz. En augmentant l'ionisation, on observe une brusque variation de la capacité. La constante diélectrique, pour une ionisation d'autant plus intense que la fréquence du champ est plus élevée, passe d'une valeur très inférieure à une valeur très supérieure à l'unité. H. Gutton, à la suite de ces expériences et d'observations relatives à l'action d'un champ magnétique, conclut à l'existence d'une période d'oscillation des électrons du gaz ionisé et de phénomènes de résonance lorsque la fréquence du champ coïncide avec celle des oscillations électroniques.

Pedersen ([1]), peu après la publication des premières expériences, les a expliquées sans faire intervenir de résonance électronique et en conservant la théorie établie par Eccles pour déterminer les conditions de propagation des ondes radiotélégraphiques dans la haute atmosphère. Dans cette théorie la constante diélectrique du gaz ionisé reste inférieure à l'unité et peut devenir négative pour un nombre d'ions suffisant. Pedersen admet qu'un condensateur, dans un milieu de constante diélectrique négative, se comporte comme une inductance. Il assimile l'ensemble du tube à gaz ionisé et des deux plaques à deux condensateurs en série, l'un est dans le gaz ionisé, l'autre dans l'air atmosphérique. Le premier étant assimilable à une inductance, le système est en résonance électrique pour une ionisation d'autant plus intense que la capacité du second est plus grande. Dans cette hypothèse, c'est cette résonance que l'on observe, elle doit alors dépendre dans de larges limites de la distance des plaques au tube et ne correspond pas à une période d'oscillation des électrons du gaz.

H. Gutton n'a observé aucune influence des dimensions de l'appareil sur la valeur de l'ionisation qui correspond à une fréquence donnée. A cause de l'importance du rôle d'une résonance électronique dans les phénomènes de propagation des ondes radiotélégraphiques autour de la Terre, j'ai repris les expériences de H. Gutton en m'attachant à déterminer l'ionisation de résonance pour des distances variées des plaques au tube. Des mesures sur des ondes de 276^{cm} de longueur et pour des distances des plaques à la paroi du tube variant de 2 à 12^{mm}, ne m'ont montré aucune variation de l'ionisation qui correspond à la résonance. Cette dernière reste indépendante des dimensions de l'appareil et est bien due à une période d'oscillation des électrons du gaz.

([1]) J. O. PEDERSEN, *Danmarks naturvidenskabelige Samfund*, 15 *a*, 1927, p. 94

Une observation, faite au cours de ces essais, m'a conduit à constater cette résonance par un procédé plus direct qui ne fait intervenir aucune capacité de condensateur. Les plaques ayant été enlevées, je dispose au voisinage du tube un oscillateur à lampes orienté de telle sorte que la force électrique qu'il produit soit parallèle à l'axe du tube dans la région où l'on mesure la conductibilité du gaz. Le gaz étant d'abord peu ionisé, je mesure sa conductibilité c_0, puis faisant fonctionner l'oscillateur je détermine sa nouvelle conductibilité c. Je répète l'expérience pour des conductibilités initiales c_0 croissantes. Pour une valeur bien définie de c_0, les oscillations provoquent une brusque augmentation de conductibilité et de luminosité du tube. Le tableau suivant donne quelques nombres obtenus pour la longueur d'onde 276^{cm} et pour des distances d variées de la paroi du tube au point le plus proche du circuit de l'oscillateur; c et c_0 sont les déviations du galvanomètre qui mesure, pour une différence de potentiel 4 volts, le courant qui passe dans le gaz entre deux électrodes.

$d = 4^{cm}$.		$d = 8^{cm}$.	
c.	c_0.	c.	c_0.
12	14	15	15
13	31	18,5	19,5
14,5	32,5	22	30
16	32,5	30	34
22,5	42	43	45

La conductibilité, après la variation brusque, est la même que celle qui, lors des expériences précédentes, correspond à la résonance. Il importe d'éviter que des courants de haute fréquence induits dans le circuit du galvanomètre et détectés par une petite dissymétrie des électrodes ne troublent les mesures de conductibilité.

Voici l'explication du phénomène observé. Lorsque l'ionisation croissant, la période des oscillations électroniques approche de la période de résonance, l'amplitude de ces oscillations devient plus grande, il en résulte une augmentation d'ionisation, qui approche à nouveau de la résonance. C'est seulement lorsque cette dernière est atteinte qu'un régime stable peut s'établir.

On peut encore faire l'expérience de la manière suivante. L'ionisation du gaz étant inférieure à celle qui correspond à la résonance, on approche lentement l'oscillateur du tube, on constate une brusque augmentation de la luminosité du tube et de la conductibilité du gaz. Celle-ci, après ce

saut brusque, atteint encore la valeur déterminée pour la résonance par les autres procédés.

Enfin on peut chercher la résonance électronique du gaz par la méthode qui sert habituellement à accorder un circuit oscillant sur un oscillateur à lampes. On augmente lentement l'ionisation dans le tube disposé au voisinage de l'oscillateur, lorsqu'on passe par la résonance, on constate une diminution d'intensité du courant dans le circuit de l'oscillateur. Le tube absorbe alors de l'énergie comme un circuit accordé.

Toutes ces observations confirment l'explication donnée par H. Gutton des résultats de ses recherches. Comme il l'a montré, des phénomènes de résonance interviennent lors de la propagation des ondes dans la haute atmosphère et expliquent beaucoup des faits constatés par les radiotélégraphistes. Ils obligent à modifier la formule de Eccles et les théories qui en dérivent.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *La conception de Stephen Gray sur l'identité de la foudre et des étincelles des machines électriques.* Note de M. E. **Mathias**.

1. Stephen Gray paraît avoir été le premier à émettre la suggestion que la foudre pouvait être, bien que sur une grande échelle, de la même nature que les étincelles des machines électriques de son temps : la lumière des étincelles étant l'analogue de l'éclair, le bruit de l'étincelle l'analogue du tonnerre, le phénomène total de l'étincelle l'analogue du phénomène de la foudre.

Cette vue générale, imposée par la suite par les expériences de Franklin et de Dalibard, fut si bien admise que l'explication de la foudre fut considérée depuis comme donnée et qu'on oublia d'élucider dans le détail le mécanisme de la naissance de la foudre.

Nous nous proposons de montrer que cette vue, exacte dans ses grandes lignes, l'est moins quand on regarde de près. Nous le montrerons de deux façons très différentes.

2. Rappelons les expériences instituées par le professeur B. Walter, du *Staatsinstitut* de Hambourg, pour étudier photographiquement le mécanisme de la formation des étincelles d'induction [1].

---

[1] B. Walter, *Wied. Ann.*, 66, 1898, p. 636.

L'étincelle verticale éclatait entre deux fils de platine effilés, distants de 8^{cm}; le plus élevé était relié au pôle positif, le plus bas au pôle négatif d'une bobine d'induction de 60^{cm}. Le circuit primaire était muni d'un interrupteur à mercure donnant 25 interruptions par seconde. Le grand avantage de cette disposition était l'amortissement plus lent de l'étincelle de rupture primaire, une chute plus lente du champ magnétique de l'appareil entier et une formation plus lente de l'étincelle secondaire, dont les détails étaient plus facilement séparables sur la plaque photographique. Celle-ci se mouvait horizontalement avec une vitesse de 250-300 cm/sec, la marche du temps dans les images étant dirigée de gauche à droite.

Les photographies de l'étincelle montrent que : *l'étincelle qui apparaît n'est difinitive en aucune façon après un seul coup; au contraire, son chemin est frayé par plusieurs prédécharges se suivant l'une l'autre d'une façon saccadée et, de choc en choc, toujours plus longues.*

Les *prédécharges* (ou décharges préliminaires : *Vorentladungen*) partent simultanément des pôles + et — de l'étincelle; sur les photographies, on compte le même nombre de décharges de chaque sorte en haut et en bas, les distances dans le temps entre elles et la *décharge principale* (la première passant du pôle + au pôle — : *Hauptentladung*), en haut et en bas, sont partout les mêmes.

Les prédécharges positives sont beaucoup plus longues et beaucoup plus ramifiées que les négatives, en sorte que l'électricité positive a, de beaucoup, le mérite principal dans la formation de la trajectoire de l'étincelle.

Les chemins des prédécharges individuelles, si loin qu'elles courent l'une à côté de l'autre, sont presque constamment parallèles, ce qui veut dire que *chacune de ces décharges suit d'abord le chemin frayé par ses devancières, son action frayante propre commençant à la fin de ce chemin.*

En un mot *l'étincelle d'induction est formée de deux décharges d'aigrettes allant en sens contraire l'une de l'autre avec des vitesses différentes.* On ne peut donc pas parler de sens dans le cas de l'étincelle d'induction.

3. L'éclair n'étant qu'une étincelle gigantesque, il était naturel d'appliquer à son étude la méthode qui avait permis l'étude et l'analyse dans le temps de l'étincelle d'induction. Dès 1902, le professeur B. Walter indiquait l'emploi simultané d'une chambre fixe et d'une chambre identique mobile, tournant à vitesse connue grâce à un mouvement d'horlogerie; il avait été précédé dans cette voie, mais son procédé est meilleur et beaucoup plus simple que celui de ses devanciers.

Grâce à ce procédé, le professeur B. Walter retrouve, dans le cas de

l'éclair, le phénomène des *prédécharges* et de la *décharge principale*, mais *les prédécharges partent toujours et uniquement du pôle positif* (¹).

Ainsi, *dans la décharge de l'éclair, contrairement à celle de l'étincelle d'induction, il y a un sens*, l'éclair, comme le Dr G. Simpson l'a montré par la suite, ne transportant jamais que de l'électricité positive (²).

4. Ce qui précède permet de s'expliquer une remarque curieuse, en vertu de laquelle « quand les animaux sont tués, non plus par le fluide atmosphérique, mais par la foudre de nos machines, la décomposition survient toujours plus rapidement » (³).

Dans la foudre naturelle, les animaux sont tués par l'étincelle positive; avec l'étincelle d'induction, les animaux sont tués à la fois par l'étincelle positive et par l'étincelle négative; il y a double ravage dans les tissus, la décomposition, se faisant par un nombre de points beaucoup plus considérable, marche beaucoup plus vite et aboutit rapidement à la putréfaction.

La conception de Stephen Gray, vue de près, présente donc des imperfections.

PARASITOLOGIE. — Sphærospora pernicialis *n. sp.*, *nouvelle Myxosporidie pathogène pour la Tanche*. Note (⁴) de M. **L. Léger**.

Le genre *Sphærospora* a été créé par Thélohan pour des Myxosporidies disporées à spores sphériques pourvues de deux capsules insérées au même pôle.

On connaît actuellement de nombreuses espèces de *Sphærospora* dans les poissons de mer et d'eau douce particulièrement dans les Cyprinides, mais on n'en a jusqu'ici jamais signalé chez la Tanche, et d'autre part, aucune des espèces actuellement connues ne paraît occasionner ou déterminer des troubles graves chez son hôte.

Il n'en est pas de même pour l'espèce que nous allons décrire sous le nom de *Sphærospora pernicialis* n. sp., qui, par son développement massif et

(¹) B. Walter, *Ueber die Entstehungsweise des Blitzes* (*Jahrb. d. Hamb. Wiss. Anstalten*, 20, 1903, p. 3).

(²) Dr G. Simpson, *On Lightning* (*Proc. Roy. Soc.*, A, 111, 1926, p. 110).

(³) C. Flammarion, *Les Phénomènes de la Foudre*, p. 191. Ernest Flammarion, Paris (sans date).

(⁴) Séance du 31 mars 1930.

rapide dans le corps des jeunes Tanches, est susceptible de provoquer dans les élevages une maladie meurtrière.

Cette maladie, que nous désignerons sous le nom de *Sphérosporose*, nous paraît jusqu'ici sévir exclusivement sur les jeunes Tanches du premier été. En effet, dans un élevage mixte, comportant des carpes, des tanches de deux ans et de nombreuses petites tanches de l'année, seules, ces dernières, d'une taille variant de 8 à 12^{cm}, se sont montrées atteintes et ont payé vers la fin de l'été un lourd tribut à la maladie.

Les sujets fortement infestés se laissent de suite reconnaître par leur ventre ballonné dans la partie antérieure et un léger retroussement de la lèvre supérieure (museau de vipère). Le ballonnement du ventre fait songer à la Ligulose, mais il n'y a pas trace de Cestodes dans la cavité générale. Par contre, on constate une grosse tumeur blanchâtre fluctuante, recouverte par places de traînées de pigment noir et développée en deux lobes latéraux s'étendant de chaque côté du cœur, en avant du foie.

La tumeur résulte de l'envahissement, par la Myxosporidie, du rein antérieur céphalique de la tanche. Le tissu lymphoïde rénal est détruit et les deux lobes latéraux du rein sont transformés en une sorte d'abcès myxosporidien dont l'extension croissante finit parfois par ulcérer la paroi abdominale, déterminant son ouverture à l'extérieur ce qui entraîne immédiatement la mort en répandant des milliers de spores infectieuses dans l'eau. Mais, le plus souvent, la mort survient bien avant ce stade, par des phénomènes de péritonite, ou plus lentement, de compression du cœur et des branchies.

La tumeur, par son extension, comprime en effet fortement le cœur, le foie et surtout l'œsophage ce qui apporte une gêne évidente à la déglutition et incite le petit poisson à rechercher alors des proies planktoniques au lieu de pâturer sur le fond. C'est peut-être cet effort qui entraîne à la longue une contracture des muscles labiaux produisant le singulier aspect du museau de vipère.

Le contenu blanchâtre que laisse écouler la tumeur à la moindre piqûre montre d'innombrables stades de développement de la Myxosporidie, conduisant à des pansporoblastes disporés, des spores et des phagocytes normaux ou altérés. En certains points, des amas de valves sporales montrent que les spores mûres se sont ouvertes spontanément dans la tumeur, et à diverses reprises, nous avons pu constater le fait *in vivo*. Les deux valves de la spore s'écartent, sans dévagination des filaments capsulaires, et il s'en échappe souvent deux germes massifs à mouvements amœboïdes très lents.

Nous résumons ici la diagnose du parasite :

Sphærospora pernicialis n. sp., Myxosporidie à stades végétatifs massifs aboutissant à la formation d'un unique pansporoblaste disporé (rarement monosporé) ovoïde, de 16 à 17$^{\mu}$ de longueur, avec un noyau végétatif latéral.

Spores sphériques dicapsulées, légèrement déprimées au pôle postérieur et renfermant ordinairement deux sporogermes. Ligne suturale valvaire saillante déterminant un bourrelet méridien qui se traduit par une petite saillie bifide et réfringente au pôle capsulaire.

Spores à coque lisse de 8$^{\mu}$ à 8$^{\mu}$,75 de diamètre (moyenne, 8$^{\mu}$,50), parfois spores plus petites de 7$^{\mu}$. Capsules petites de 2$^{\mu}$,5 à 3$^{\mu}$, à filament visible *in vivo* et faisant quatre tours de spire.

Habitat : exclusivement le rein céphalique qu'elle détruit, chez les jeunes tanches d'un été.

Dans un Mémoire détaillé, nous étudierons l'évolution de cette Myxosporidie si particulièrement localisée dans le rein antérieur de son hôte et où s'exerce une lutte phagocytaire de tous les instants, mais trop souvent insuffisante pour sauver la vie du poisson.

Pour le moment, nous nous contenterons de signaler l'importance de cette Myxosporidie en tant qu'agent pathogène funeste aux élevages de Tanches. On devra éviter à tout prix l'extension de la Sphérosporose par une destruction aseptique des sujets contaminés, un chaulage et un assèchement d'hiver de l'étang suivi même d'une culture d'assec si possible.

Sous aucun prétexte, des sujets atteints de Sphérosporose, ou même des sujets apparemment sains, mais provenant d'un étang contaminé ne devront être transportés dans un autre étang ou dans une rivière en vue de repeuplement.

PRÉSENTATIONS.

Pour la présentation en première ligne à une des deux places d'Astronome titulaire vacantes à l'Observatoire de Paris, M. *Armand Lambert* obtient 50 suffrages contre 1 à M. *Gaston Fayet*.

Pour la présentation en première ligne à la seconde place d'Astronome titulaire vacante au même Observatoire, M. *Gaston Fayet* obtient 34 suffrages contre 14 à M. *Jean Bosler* et 1 à M. *Jean Mascart*.

Pour les présentations en seconde ligne à ces deux places, M. *Fernand*

Baldet obtient 35 suffrages et M. *Jean Bosler* 34 suffrages contre 13 à M[me] *Edmée Chandon*, 3 à M. *Lucien d'Azambuja* et 2 à M. *Jean Mascart*.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique comprendra :

Pour la première place, *en première ligne*....	M. **Armand Lambert**.
Pour la seconde place, *en première ligne*.....	M. **Gaston Fayet**.
En seconde ligne........................	M. **Fernand Baldet**, M. **Jean Bosler**.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Spedizione italiana* de Filippi *nell' Himàlaia, Caracorùm e Turchestàn cinese* (1913-1914). R. Pampanini — D. Vinciguerra. *Raccolte di piante e di animali*.

2° *La Théorie des Groupes Finis et Continus et l'Analysis situs*, par Elie Cartan (Fascicule XLII du *Mémorial des Sciences mathématiques*). (Présenté par M. E. Borel.)

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats au poste de Directeur de l'*Observatoire de Strasbourg*.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les racines des équations algébriques.* Note de M. **J. Dieudonné**.

1. J'ai indiqué ailleurs (¹) une méthode de calcul du nombre des racines de l'équation

$$1 + z^2 - 2z\varphi(z) = 0 \qquad (1)$$

(¹) *Annals of Mathematics*, 31, janvier 1930, p. 79

intérieures au cercle unité (C). Cette méthode s'appuie sur l'emploi de la transformation $Z = \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$ et fait intervenir les points où la frontière du domaine (Δ), décrit par le point $u = \varphi(z)$ lorsque z décrit (C), coupe le segment $(-1, +1)$ du plan des u. La méthode s'étend immédiatement aux équations

$$1 + z^{2p} - 2z^p\varphi(z) = 0 \tag{2}$$

en posant $x = z^p$.

2. Un cas particulièrement intéressant est celui où le domaine (Δ) est *étoilé* par rapport à $u = 0$. On obtient alors le résultat suivant :

THÉORÈME. — *Si l'on considère les p points* $u_k = \varphi\left(x^{\frac{1}{p}}\right)$ *obtenus en donnant au radical ses p déterminations, et si* α *désigne le nombre minimum de ces points situés d'un même côté d'une droite arbitraire passant par* $u = 0$, *lorsque x varie sur la circonférence du cercle* (C), *le nombre minimum n des racines de l'équation*

$$1 + z^{2p} - 2\lambda z^p\varphi(z) = 0, \tag{3}$$

intérieures à ce cercle, est au moins égal à 2α, *quel que soit le paramètre* λ.

Dans le cas particulier où $f(z) = z^p\varphi(z)$ est une fonction impaire, une analyse plus serrée montre que $n \geq p$.

3. On peut toujours ramener l'équation trinome

$$1 + z^q + az^m = 0 \tag{4}$$

($q < m$, q et m premiers entre eux) à la forme (2) en prenant $p = \frac{q}{2}$ si q est pair, en posant $z = t^2$ si q est impair et en divisant ensuite le nombre des racines de l'équation en t par 2. Le fait que le domaine (Δ) est ici un cercle de centre $u = 0$ permet d'obtenir des résultats très précis. Par exemple, lorsque q est pair, on a le théorème suivant :

THÉORÈME. — *Soit* $\left|\frac{a}{2}\right| = r$; *si* $r > 1$, *toutes les racines de* (4) *sont intérieures à* (C); *si* $r < 1$, *soit* θ *l'angle inférieur à* π *tel que* $\sin\frac{\theta}{2} = r$; *le nombre des racines de* (4) *intérieures à* (C) *a pour valeur*

$$n = E\left[\frac{q}{2}\right] + l + \varepsilon \quad (\varepsilon = 0 \text{ ou } 1),$$

où

$$l = E\left[\frac{(2m-q)\theta}{2\pi}\right]$$

($E[x]$ *désignant la partie entière de* x).

La valeur de ε ne dépend que de l'argument de a, et il est aisé d'obtenir les limites entre lesquelles cet argument doit varier pour que $\varepsilon = 0$ ou $\varepsilon = 1$.

On a des résultats analogues lorsque q est impair. La même méthode conduit à des conclusions aussi précises pour l'équation

$$1 + az^p + z^{2p} + bz^m = 0,$$

le domaine (Δ) étant encore un cercle dans ce cas.

4. Si l'on considère l'équation algébrique générale

$$(5) \qquad 1 + z^{2p} + a_1 z^{m_1} + a_2 z^{m_2} + \ldots + a_k z^{m_k} = 0,$$

on peut calculer une limite inférieure du nombre α ne dépendant que des degrés des termes de l'équation.

Si aucun des nombres $m_1, m_2, \ldots, m_k$ n'est multiple de p, on a $\alpha \geqq h$, $2h+1$ étant le plus petit nombre impair tel que

$$\lambda_1 m_1 + \lambda_2 m_2 + \ldots + \lambda_k m_k \equiv 0 \pmod{p},$$
$$|\lambda_1| + |\lambda_2| + \ldots + |\lambda_k| = 2h + 1.$$

5. Dans le cas particulier de l'équation quadrinome

$$(6) \qquad 1 + z^{2p} + a_1 z^{m_1} + a_2 z^{m_2} = 0,$$

le domaine (Δ) est étoilé lorsque

$$\left|\frac{a_1}{a_2}\right| \leqq 1 \qquad \text{ou} \qquad \left|\frac{a_1}{a_2}\right| \geqq \frac{m_2 - p}{m_1 - p}.$$

On peut alors appliquer les résultats précédents; on a même des limites plus précises dans certains cas; c'est ainsi que $n \geqq p - 1$ lorsque

$$m_2 - m_1 \equiv 0 \pmod{p},$$

ou lorsque m_1 ou m_2 est un multiple impair de p.

Lorsque $1 \leqq \left|\frac{a_1}{a_2}\right| \leqq \frac{m_2 - p}{m_1 - p}$, il faut étudier de plus près la forme du domaine (Δ). Si $p \geqq 2\alpha > m_2 - m_1$, on a encore $n \geqq 2\alpha - (m_2 - m_1)$; dans les autres cas, les résultats obtenus sont plus compliqués.

On peut alors trouver plus aisément une limite inférieure du nombre des racines de (6) intérieures au cercle (C′) de rayon $\sqrt[m_2 - m_1]{\frac{m_2 - p}{m_1 - p}}$ en faisant dans (6) la substitution

$$z = \sqrt[m_2 - m_1]{\frac{a_1}{a_2}} \, \frac{1}{t^2}$$

qui la transforme en une équation quadrinome de même type.

HYDRAULIQUE. — *Surpression provoquée par l'arrêt d'un groupe moto-pompe dans la conduite de refoulement.* Note [1] de M. **L. Escande**, présentée par M. L. Lecornu.

L'objet de cette Note est de déterminer la surpression engendrée par l'arrêt du groupe moto-pompe, dans le cas d'un débrayage brusque, sans tenir compte de l'appareil faisant office de clapet, celui-ci n'entrant pas instantanément en action. Soit y_0 la hauteur statique de refoulement, nous négligerons les pertes de charge ainsi que l'aspiration de la pompe.

1° Des caractéristiques de la pompe, y compris celles correspondant au fonctionnement éventuel en turbine, on déduit la courbe donnant le débit Q', pour la vitesse N, sous un refoulement constant y_0. On détermine par un essai la courbe $N(t)$, de ralentissement du groupe sous un refoulement constant y_0, à partir d'un débrayage se produisant en pleine charge. De ces deux courbes on déduit la loi de variation du débit de la pompe avec le temps pour un refoulement constant y_0.

Étudions d'abord la période précédant le renversement du sens du courant dans la conduite.

2° Soit $y = y_0 + \xi$ la pression, à un instant quelconque t de cette période, dans la section de la conduite placée au voisinage immédiat de la sortie de la pompe, le débit instantané de celle-ci sera sensiblement

$$Q = Q'\sqrt{\frac{y_0}{y}}$$

et, si la surpression est assez faible vis-à-vis de y_0,

$$Q = Q' \times \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\xi}{y_0}}} \# Q'\left[1 - \frac{\xi}{2y_0}\right].$$

La vitesse instantanée dans cette section sera

$$(1) \qquad v = v'\sqrt{\frac{y_0}{y}}$$

ou

$$(2) \qquad v = v'\left(1 - \frac{\xi}{2y_0}\right)$$

---

[1] Séance du 24 mars 1930.

avec $v' = \frac{Q'(t)}{S}$ fonction connue du temps, S désignant la section de la conduite. La vitesse est comptée positivement, du réservoir alimenté vers la pompe, c'est-à-dire en sens inverse du sens normal du courant.

Subdivisons le temps en intervalles $\Theta = \frac{2L}{a}$, L désignant la longueur de la conduite et a la vitesse de propagation de l'onde, effective ou moyenne, selon que la conduite est à caractéristique unique ou variable.

3° Si ξ est faible devant y_0, l'emploi de la relation (2) donne un calcul identique à celui de M. de Sparre, pour fermetures lentes.

a. Pour tous les instants t_1, tels que $0 < t_1 < \Theta$, on obtient ainsi

$$\xi_1 = \frac{a}{g} \times \frac{v_0 - v'_1}{1 - \frac{av'_1}{2gy_0}}.$$

b. Pour un instant t_n du $n^{\text{ième}}$ intervalle θ, on a de même

$$\xi_n = \frac{a}{g} \times \frac{v'_{n-1} - v'_n}{1 - \frac{av'_n}{2gy_0}} - \xi_{n-1} \times \frac{1 + \frac{av'_{n-1}}{2gy_0}}{1 - \frac{av'_n}{2gy_0}}.$$

4° Dans le cas où ξ est grand devant y_0, on utilise la relation (1) qui donne :

a. Pour $0 < t_1 < \theta$, l'équation

$$\frac{av_0}{g} + y_0 - y_1 = \frac{a\sqrt{y_0}}{g\sqrt{y_1}} \times v'_1,$$

dont la résolution se fera graphiquement par la recherche des intersections avec la droite $z = \frac{av_0}{g} + y_0 - y$ des courbes $z = \frac{a\sqrt{y_0}}{g\sqrt{y}} \times v'_1$, déduites elles-mêmes simplement de la courbe $z = \frac{a\sqrt{y_0}}{g\sqrt{y}}$, construite une fois pour toutes.

b. Pour un instant t_n du $n^{\text{ième}}$ intervalle θ, on a de même

$$\frac{av_0}{g} + y_0 - 2F_{n-1} - y_n = \frac{a}{g}\frac{\sqrt{y_0}}{\sqrt{y_n}} \times v'_n.$$

équation qui se résoudra d'une manière analogue.

5° Les formules précédentes, valables avant le changement de sens de la vitesse, doivent ensuite être remplacées par d'autres obtenues d'une

manière analogue en substituant aux relations (1) et (2) les suivantes :

$$(1)' \qquad v = v'\sqrt{\frac{y}{y_0}}$$

et

$$(2)' \qquad v = v'\left(1 + \frac{\xi}{2y_0}\right).$$

ASTRONOMIE. — *Sur le calcul du diamètre photométrique du corps céleste de l'Observatoire Lowell.* Note de M. F. **Baldet**, présentée par M. E. Esclangon.

Dans une précédente Note (1), nous avions ajouté aux résultats de nos observations effectuées à la grande lunette de Meudon, montrant que le corps céleste de l'Observatoire Lowell ne présentait pas de disque apparent sensible, quelques indications sommaires sur son diamètre déterminé d'après la magnitude stellaire (diamètre photométrique). Quelques modifications ayant été apportées depuis à nos données — dans lesquelles s'étaient en outre glissée une erreur numérique — nous avons repris le calcul sur ces nouvelles bases.

Soient r la distance au Soleil, Δ la distance à la Terre, D le diamètre, m la magnitude stellaire apparente de Neptune; et r', Δ', D', m', les quantités correspondantes pour le corps céleste que nous assimilerons à une planète. On sait qu'on a la relation simple suivante entre ces quantités, les albedos étant supposés identiques et le terme de phase nul :

$$\log\frac{D}{D'} = \frac{1}{5}(m' - m) - \log\frac{r'\Delta'}{r\Delta}.$$

Posons $D = 53000^{km}$, $r = 30$, $\Delta = 29$, $r' = \Delta' = 45$ (on est près de la quadrature), $m = 7,5$ (de 7,1 à 7,7 d'après Maxwell Hall), et pour m', au lieu du nombre 15 de notre précédente Note, la valeur 16, mieux en accord avec l'échelle d'Harvard. On trouve alors, en arrondissant les nombres, $D' = \frac{D}{22} = 2500^{km}$, soit le cinquième du diamètre terrestre.

Nous n'insisterons pas davantage sur ce calcul dont les résultats peuvent varier dans de larges mesures suivant les valeurs adoptées pour l'albedo, la distance, etc., les conclusions restant les mêmes.

---

(1) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 790.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Recherches sur la structure interne et superficielle des liquides organiques à longue chaîne.* Note de M. **Jean-Jacques Trillat**, présentée par M. M. de Broglie.

Un grand nombre de travaux ont paru ces dernières années sur l'étude de la structure des liquides au moyen des diagrammes de rayons X (Katz, Stewart, Morrow, Sogani, Krishnamurti, Prins, Debye, etc.). D'une façon générale, on peut dire que le halo de diffraction principal provient de l'espacement moyen entre les molécules; la formule classique de Bragg, $\lambda = 2d \sin \theta$, fournit alors une mesure de cet espacement.

Nous avons cherché ici à étudier au moyen des rayons X, d'une part, la structure interne d'une masse liquide, d'autre part, sa structure superficielle; nous nous sommes adressés pour cela à des corps organiques à longue chaîne (acides gras, alcools, triglycérides, carbures), qui possèdent l'avantage d'avoir des molécules fortement dissymétriques et une structure assez bien connue.

1. *Étude de la structure interne d'une masse liquide.* — J'ai opéré en évitant les causes d'erreurs dues à la présence d'un halo provenant de la filtration du fond continu; ce phénomène a été étudié récemment par J. Thibaud et moi-même [1]. Le liquide est déposé dans un trou de 1^{mm} d'épaisseur (percé dans une feuille d'ébonite par exemple) et placé devant le collimateur; on n'observe, dans ces conditions, aucune diffraction due au fond continu, comme on peut le vérifier au moyen de lames d'aluminium fixées sur le film photographique.

J'ai obtenu ainsi, pour le halo principal des acides gras, des nombres variant entre 4,1 et 4,7 Å, qui correspondent bien à l'espacement moyen (ou à l'épaisseur moyenne) des molécules déterminé par d'autres méthodes. Des résultats analogues sont observés avec les alcools, les triglycérides et les carbures.

De plus, on constate qu'il apparaît, dans la région centrale du diagramme, un noircissement intense de forme circulaire, dont le diamètre décroît régulièrement avec le nombre d'atomes de carbone de la chaîne. Dans les conditions expérimentales indiquées, je n'ai pu obtenir l'anneau interne de diamètre variable avec les atomes de carbone (signalé par Katz et Stewart),

(1) J. Thibaud et J.-J. Trillat, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 751 et 907.

que pour les termes à 2, 3 ou 4 atomes de carbone; pour les termes supérieurs, le noircissement central subsiste seul. On peut attribuer ces résultats à des associations moléculaires, permettant la formation de chaînes de longueurs variables depuis une molécule jusqu'à *n* molécules, et par suite de périodes d'identité variables et de grande longueur. J'ai observé également l'apparition d'un deuxième ordre de réflexion. Il est possible que les résultats des auteurs signalés plus haut aient été troublés par un phénomène de diffraction du fond continu, qui se localise précisément dans la région des grandes équidistances.

2. *Étude de la structure superficielle d'un liquide.* — J'ai utilisé ici la méthode de la goutte tangente que j'ai précédemment décrite (¹). Le liquide ou le corps fondu est déposé sous la forme d'une goutte dans une cupule, et placé de façon qu'un faisceau horizontal de rayons X vienne frapper la surface courbe superficielle. On obtient dans ces conditions des diagrammes sur lesquels figurent, sous forme d'un demi-cercle centré sur le milieu de la goutte, les halos précédents dus à l'écartement intermoléculaire moyen. Mais en plus, on observe, pour les acides gras, les alcools et les triglycérides ayant un nombre d'atomes de C compris approximativement entre 8 et 14, *une bande parallèle* à la surface libre du liquide. La distance de cette bande à la projection radiographique de la goutte varie avec le nombre d'atomes de C, et, en appliquant la formule de Bragg, on trouve par exemple pour l'acide caprique (C^{10}), $d = 16,7$ Å; pour l'acide laurique (C^{12}), $d = 18,6$ Å, et pour l'acide myristique (C^{14}), $d = 20,8$ Å. Ces nombres correspondent assez bien avec ceux obtenus par d'autres méthodes relativement à la longueur de ces molécules (couches monomoléculaires).

L'examen de ces diagrammes montre qu'il existe, au voisinage de la surface de séparation liquide-air, une orientation moyenne des molécules, troublée par l'agitation thermique, mais qui n'en existe pas moins en se détruisant progressivement à mesure que l'on s'éloigne de la surface libre. Ces molécules sont orientées normalement à la surface de séparation. Enfin il n'apparaît rien de semblable avec des corps dénués de groupes actifs (carbures saturés) ou possédant des groupes actifs symétriquement répartis (diacides saturés).

La structure superficielle des liquides apparaît donc comme différente, dans de nombreux cas, de la structure interne, par suite d'une orientation

(¹) J.-J. TRILLAT, *Journal de Physique*, 6ᵉ série, **10**, 1929, p. 32-43.

statistique des molécules, due sans doute à la discontinuité des champs moléculaires dans cette région. Ceci confirme d'une façon directe les résultats de Mc Bain [1] et de Hardy [2].

Ces résultats présentent une importance au point de vue de l'activité chimique et de l'adsorption, celles-ci étant sous la dépendance directe des moléculaires, comme je l'ai montré antérieurement à propos des films colloïdaux étirés [3].

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la mesure de l'intensité efficace des courants de haute fréquence.* Note de M. **H. Mutel**, présentée par M. G. Ferrié.

La mesure de l'intensité efficace d'un courant de haute fréquence ne peut être faite que par des procédés thermiques ; mais il a été souvent constaté que deux ampèremètres thermiques de modèles différents, gradués en courant continu, ne restaient pas comparables lorsqu'on les utilisait pour une fréquence de quelques millions, même si l'on corrige les indications en tenant compte de l'augmentation de résistance due à l'effet pelliculaire.

Afin d'étudier les causes principales de ces écarts, nous nous sommes proposé de faire des mesures d'intensité efficace avec un thermomètre différentiel et de comparer les intensités mesurées aux indications d'un ampèremètre thermique.

Le thermomètre différentiel utilisé est constitué par deux tubes de verre de 8^{cm} de longueur et de $1^{cm},6$ de diamètre. Un fil platine de diamètre $0^{mm},22$ soudé au verre est tendu suivant l'axe de chacun des tubes. Ces deux tubes communiquent par un tube de 1^{mm} de diamètre. Un index d'acide sulfurique est placé dans sa partie horizontale ; on vise une de ses extrémités avec un microscope à faible grossissement. Le courant de haute fréquence à mesurer passe dans l'un des fils. On cherche quelle est l'intensité qu'il faut faire passer dans l'autre pour maintenir l'index dans la position qu'il occupe en l'absence de courant. Pour corriger de petites dissymétries possibles, on recommence la mesure en faisant passer le courant de haute fréquence du côté où passait le courant continu lors du premier essai.

Lors de nos premières expériences les deux tubes du thermomètre diffé-

(1) Mc Bain, *Nature*, Londres, 120, n° 3019, 1927, p. 362.

(2) Hardy, *Proc. Roy. Soc.*, 86, A, 1912, p. 634.

(3) J.-J. Trillat, *Journal de Physique*, 6e série, 10, x, 1929, p. 370-384.

rentiel étaient renfermés dans des boîtes en bois, remplies de laine. On constatait, avec une précision d'environ 5 millièmes, l'égalité de deux courants constants d'intensité 0,5 A. L'index reste à sa position d'équilibre lorsque cette égalité a été obtenue. Si les intensités sont inégales, l'index se déplace; il revient très vite à sa position primitive lorsqu'on supprime les courants.

Les phénomènes observés sont très différents lorsque l'un des courants est de haute fréquence. L'équilibre ne peut être obtenu; on observe un déplacement de l'index vers le côté correspondant au courant continu; ce déplacement est d'autant plus rapide que la fréquence du courant à mesurer est plus grande. Pour une longueur d'onde de 10^{m} et une intensité de 0,6 A ce déplacement est d'abord de $1^{mm},5$ par minute et ne devient insensible qu'au bout d'une demi-heure.

Si l'on coupe le courant dans les deux circuits l'index est à nouveau rapidement déplacé vers le côté du courant continu, indiquant que le refroidissement est beaucoup plus lent du côté du courant de haute fréquence. L'index ne revient ensuite à sa position d'équilibre que très lentement et ne l'atteint qu'après 3 ou 4 heures.

Ces perturbations qui rendent les mesures très incertaines sont d'autant plus grandes que la fréquence est plus élevée, le courant plus intense ou la masse de la laine dans la boîte de protection plus grande. Elles sont dues à un échauffement des substances calorifuges qui se trouvent dans le champ électromagnétique de haute fréquence. Nous avons trouvé qu'on les évite presque complètement en employant, pour protéger le thermomètre, une substance à faible perte diélectrique : tel est le cas de la paraffine.

Si en effet on dispose, dans une bobine parcourue par des courants de haute fréquence, des cylindres égaux en bois, en ébonite et en paraffine, et si on loge au centre une soudure thermo-électrique, on constate que le bois s'échauffe vite, l'ébonite plus lentement, mais on n'observe aucun échauffement appréciable de la paraffine.

Nous avons donc enfermé les deux tubes du thermomètre dans des boîtes construites avec des lames de paraffine de 5^{mm} d'épaisseur. Les perturbations, sans disparaître totalement, sont devenues très petites. Les pertes diélectriques dans la paroi mince des tubes de verre du thermomètre différentiel ne semblent donc pas importantes. Pour des fréquences très élevées ($\lambda = 10^{m}$), elles sont assez petites pour que la comparaison de l'intensité d'un courant continu et d'un courant de haute fréquence puisse être faite à $\frac{2}{100}$, en corrigeant de la variation de résistance due à l'effet pelliculaire.

Cette correction est faite avec la formule $I_{eff} = I_c \sqrt{\frac{R_c}{R_a}}$. Pour une longueur d'onde de 10^m elle est de $\frac{34}{100}$; pour une longueur d'onde de 70^m elle est négligeable.

Ces essais montrent que les pertes dues à l'hystérésis diélectrique, dans les boîtes des ampèremètres thermiques peuvent introduire de grosses incertitudes et que les boîtiers isolants ne sont pas nécessairement supérieurs aux boîtiers métalliques.

Nous avons construit un ampèremètre thermique de modèle généralement employé, enfermé dans une boîte en bois de dimensions assez grandes ($24 \times 22 \times 5^{cm}$) pour que le fil passe loin des parois. Nous l'avons gradué en courant continu, puis nous avons comparé ses indications à celles du thermomètre différentiel protégé par la paraffine.

Pour une longueur d'onde de 9^m les indications de cet ampèremètre avancent de $\frac{33}{100}$ sur celles données par le thermomètre; mais si l'on tient compte de la variation de résistance du fil du thermique pour cette fréquence, l'avance est réduite à $\frac{2}{100}$.

Pour $\lambda = 6^m$ l'avance est de $\frac{40}{100}$; si l'on tient compte de l'effet pelliculaire, l'ampèremètre thermique retarde de $\frac{1}{100}$.

Les ampèremètres thermiques ne peuvent donc donner des indications suffisantes à fréquence très élevée que si l'on tient compte de l'effet pelliculaire et que si les parois sont assez éloignées du fil chaud. Pour de courtes longueurs d'onde, le circuit est le siège d'ondes stationnaires; l'intensité n'est pas la même en tous les points; nous avons toujours fait les mesures en intercalant les deux appareils à comparer au milieu de la bobine du circuit oscillant, au voisinage du point où l'intensité du courant est maximum.

OPTIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la diffusion de la lumière par les surfaces polies.* Note de M. **J. Urbanek**, présentée par M. Ch. Fabry.

En vue d'établir une méthode pour caractériser le degré de polissage d'une surface vitreuse et de déterminer les lois qui régissent la diffusion superficielle, j'ai entrepris l'étude de la diffusion de la lumière par les surfaces polies.

Je me suis servi d'une méthode photographique dont le principe est le suivant. La surface à étudier de l'échantillon (un cube de verre par exemple) est placée exactement dans l'axe d'une boîte cylindrique munie

d'un châssis circulaire. La lumière provenant d'une source intense tombe à travers un système de fentes sur la surface en question, exactement sur l'axe. Une pellicule photographique, fixée sur le châssis circulaire, reçoit la lumière provenant de la mince tache verticale diffusante. On règle à l'incidence voulue en tournant le porte-échantillon.

Il est facile, par un procédé graphique très simple, d'évaluer les logarithmes des intensités diffusées correspondant aux différents points du cliché obtenu et de les représenter en fonction des angles d'observation α. Chaque photogramme donne donc la répartition angulaire de l'intensité diffusée pour une surface et un angle d'incidence donnés.

D'une façon générale, toutes les courbes $\log \mathcal{I} = f(\alpha)$ ainsi obtenues ont ses maxima toujours dans la direction de réflexion régulière. Elles sont d'autant plus asymétriques par rapport à cette direction que l'angle d'incident est plus grand. Elles décroissent de moins en moins rapidement au fur et à mesure qu'on s'éloigne de ladite direction.

L'analyse des courbes obtenues dans différentes conditions conduit aux résultats suivants :

1. L'intensité diffusée correspondant à une distance angulaire fixe par rapport à la direction de réflexion régulière s'accroît avec l'accroissement de l'angle d'incidence, passe par un maximum et décroît ensuite pour les grandes valeurs de α. En passant d'un angle d'incidence à un autre, le changement de la valeur des ordonnées se présente comme si les points de la courbe avaient été déplacés sur une courbe de Fresnel d'une quantité angulaire égale à la différence des angles d'incidence. Cette règle approximative n'est valable que pour des angles d'incidence allant jusqu'à 50° environ, angles inférieurs aux valeurs correspondant aux maxima. Elle est d'autant mieux vérifiée que la distance angulaire considérée est plus petite et que les valeurs absolues des intensités sont plus grandes. Dans cette région, et avec les restrictions mentionnées, c'est donc la réflexion sur les facettes microscopiques, dues au polissage, qui est prépondérante.

2. A l'aide des courbes correspondant aux différents degrés de polissage (l'échantillon étant le même) on peut tracer une série de courbes représentant les rapports d'intensités en échelle logarithmique, en fonction des angles d'observation

$$\log \frac{\mathcal{I}_x}{\mathcal{I}_y} = \mathrm{F}(\alpha),$$

où $\log \mathcal{I}_x = f(\alpha)_x$ et $\log \mathcal{I}_y = f(\alpha)$ sont les courbes évaluées d'après les clichés correspondant aux surfaces x et y. En traçant ces courbes pour

toutes les combinaisons possibles et correspondant au même angle d'incidence, on trouve que

$$c_1 \log \frac{\mathcal{J}_1}{\mathcal{J}_k} = c_2 \log \frac{\mathcal{J}_2}{\mathcal{J}_k} = c_3 \log \frac{\mathcal{J}_3}{\mathcal{J}_k} = \ldots,$$

où les indices désignent que les fonctions symbolisées par $\mathcal{J}_k$ se rapportent aux surfaces marquées $k = 1, 2, 3, \ldots$.

Les courbes ne diffèrent entre elles que par des facteurs constants. En choisissant parmi elles une courbe étalon, on peut écrire

$$\mathcal{J}_x = \mathcal{J}_e . (\mathcal{F})_i^{c_x},$$

où la fonction $(\mathcal{F})$ reste la même pour un angle d'incidence i donné quel que soit le degré de polissage, c_x étant une constante qui caractérise la surface x. C'est cette dernière qui pourrait être la mesure du degré de polissage de la surface x par rapport à une surface étalon e.

3. Au point de vue diffusion les surfaces de flint et de crown ne présentent pas des différences essentielles. Par contre, pour une surface taillée parallèlement à l'axe, la diffusion du quartz dépend de la position de l'axe cristallographique par rapport au plan d'incidence. Elle est plus grande si l'axe est contenu dans le plan d'incidence.

4. Pour un angle d'incidence donné les courbes sont d'autant plus serrées que la longueur d'onde λ de la lumière incidente est plus petite.

5. Les courbes sont d'autant plus irrégulières que le polissage est plus avancé, ce qui est facile à comprendre étant donné que l'observation ne peut porter que sur l'effet global d'un très grand nombre de phénomènes élémentaires, dus aux irrégularités de la surface, et réparties au hasard sur cette dernière. Plus le polissage est parfait, moins le nombre d'irrégularités par unité de surface est grand. Le caractère individuel des centres diffusants est donc de plus en plus marqué.

ÉLECTROCHIMIE. — *Le dépôt électrolytique du cuivre en présence d'acides aminés.* Note de MM. **C. Marie** et **Gérard**, présentée par M. G. Urbain.

L'un de nous a montré [1], que le cuivre déposé par électrolyse en présence de gélatine renfermait une certaine quantité de ce colloïde ainsi que du sulfate de cuivre hydraté.

(1) C. Marie et A. Buffat, *Journ. de Chimie physique*, 24, 1927, p. 470.

Un grand nombre de corps (colloïdes ou non) sont susceptibles de provoquer également des surcharges et nous avons pensé qu'il était particulièrement intéressant d'étudier à ce point de vue le glycocolle.

L'influence de ce corps a été examinée par MM. G. Fuseya, K. Murata et N. Nagano [1] qui ont signalé l'existence d'une surcharge mais sans en préciser la nature.

L'étude des différents facteurs expérimentaux conduit aux constatations suivantes :

I. La surcharge diminue quand la densité de courant diminue : elle passe de 2,35 pour 100 pour une densité de courant de 4 ampères par décimètre carré à 0,49 pour 100 pour une densité de courant de 1 ampère par décimètre carré.

2. La surcharge diminue avec la teneur de l'électrolyte en glycocolle ; elle passe de 4,17 pour 100 pour une concentration de 0,1 molécule-gramme par litre à 1,57 pour 100 pour une concentration de 0,01 molécule-gramme.

Les résultats ci-dessus confirment ceux obtenus par les auteurs japonais.

On constate en outre que :

3. Quand le pH de la solution varie de 2,5 à 1,20, la surcharge passe de 2,35 pour 100 à 0,55 pour 100 ; elle s'annule pour un pH de 0,38.

4. Les variations de la concentration en sulfate de cuivre, quand elles sont comprises entre 2N et N sont sans influence notable sur la surcharge. On remarque seulement que les dépôts sont d'autant plus arborescents, plus fragiles et moins adhérents que la solution est moins concentrée. Au-dessous de la concentration N les pesées deviennent très difficiles.

5. Le cuivre précipité dans ces conditions entraîne du sulfate de cuivre et du glycocolle. Les proportions relatives varient peu et le rapport $\frac{SO^4Cu}{NH^2CH^2CO^2H}$ ne varie guère que de 2,1 à 2,3.

Il convient de remarquer que ce rapport est voisin du rapport moléculaire (2,13).

Aspect des dépôts. — Les dépôts obtenus en présence de glycocolle ont un aspect général et des propriétés analogues à celles des dépôts de cuivre gélatiné, mais ils ne sont pas striés. Ils sont brillants, fragiles et de grain beaucoup plus fin que les dépôts ordinaires de cuivre électrolytique. Ils sont en outre plus oxydables que ces derniers.

---

(1) G. Fuseya et K. Murata, *Trans. Amer. Electrochem. Soc.*, 50, 1926, p. 235. — G. Fuseya et M. Nagano, *Trans. Amer. Electrochem. Soc.*, 52, 1927, p. 249.

Influence de la température. — Les expériences ont été faites en général à 24°. Les résultats obtenus sont beaucoup plus influencés par les variations de température que dans le cas de la gélatine. La surcharge tend à devenir nulle aussitôt que la température dépasse 35°.

Expériences en présence de leucine. — Un certain nombre des expériences effectuées en présence de glycocolle ont été refaites en présence de leucine (gauche) pour voir en particulier si le rapport entre l'acide aminé et le sulfate de cuivre conservait la même valeur.

Les dépôts ont le même aspect que dans le cas du glycocolle; ils paraissent seulement encore plus fragiles et plus arborescents. Les surcharges sont plus fortes. Dans les conditions où le glycocolle donne une surcharge de 2,90 pour 100, la leucine donne une surcharge de 3,87 pour 100. (Les solutions étaient de même concentration moléculaire en acide aminé.) Quant au rapport $\frac{SO^4Cu}{\text{leucine}}$, il est également voisin du rapport moléculaire : 1,21 (valeurs trouvées 1,14 et 1,16).

Le détail de ces expériences sera publié dans un autre Recueil.

PHOTOCHIMIE. — *Sur la photolyse des iodures organiques; l'influence de la température.* Note de M. **Guy Emschwiller**, présentée par M. Georges Urbain.

L'influence de la température est en général beaucoup plus faible sur les réactions photochimiques que sur les réactions chimiques ordinaires; elle doit même être nulle dans les cas simples où la loi dite de l'équivalence se vérifie. Mais les exemples en sont rares; il n'existe le plus souvent pas de relation définie entre les quantités de lumière absorbée et celles de produits transformés, et cette complication s'accompagne d'une influence thermique. Ainsi, dans le cas de la photolyse des iodures organiques, le taux des décompositions provoquées par l'absorption d'une même quantité de lumière est variable avec la nature chimique du dérivé [1]; le fait est corroboré par l'existence d'un coefficient de température.

La photolyse des iodures organiques est cependant bien une réaction d'ordre proprement photochimique : en l'absence de lumière il n'y a pas de décomposition, à la température des expériences; on n'observe de destruc-

(1) Guy Emschwiller, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 741.

tion thermique qu'à des températures plus élevées. De plus, la lumière demeure active aux très basses températures; ainsi j'ai reconnu que l'iodure d'éthyle est encore décomposé par la lumière à sa température de fusion (environ —100°). Mais la réaction est devenue plus lente; sa vitesse est fonction de la température.

La détermination des coefficients d'utilisation de la lumière à différentes températures, suivant le procédé que j'ai décrit précédemment (¹), implique la connaissance des constantes d'absorption. J'ai donc été amené à étudier l'influence de la température sur l'absorption des dérivés iodés. Elle est manifeste: la valeur des constantes d'absorption augmente avec la température. De façon générale, l'élévation de la température a pour effet de faire subir aux courbes d'absorption une translation vers les grandes longueurs d'onde; le déplacement sensiblement proportionnel à la variation de température est d'environ 12 angströms pour 10 degrés dans le cas de l'iodure d'éthyle.

La variation des constantes d'absorption est néanmoins insuffisante pour expliquer celle des vitesses de décomposition photochimique; les coefficients d'utilisation de la lumière augmentent avec la température. Voici, par exemple, exprimés en centimètres cubes d'iode N/200 libéré, des taux de décomposition observés en soumettant de l'iodure d'éthyle à l'action des radiations 3650, 3655, 3663 angströms de l'arc au mercure :

	Température.		
Durée de l'éclairement.	4°.	21°.	42°.
4 heures	–	13,6	20,7
6 heures	12,3	18,05	27,4
10 heures	–	23,3	36

Ces résultats permettent de calculer les coefficients d'utilisation de la lumière; les valeurs moyennes des constantes d'absorption étant respectivement à 21° et à 42°, 0,7 et 1 pour l'iodure d'éthyle, 0,4 et 0,45 pour l'iode en solution dans l'iodure d'éthyle à la concentration unité (²), on trouve que les coefficients d'utilisation de la lumière à 21° et à 42° sont dans le rapport de 17 à 32. A cette augmentation correspond pour la réaction un coefficient de température assez notable, 1,35 environ. On note, dans les mêmes conditions, des valeurs analogues pour divers dérivés iodés.

Le coefficient de température de la photolyse est variable avec la nature du rayonnement. Les différences sont particulièrement nettes pour l'iodure

(¹) *Loc. cit.*

(²) Soit 1^{cm^3} d'iode N/200 pour 30^{cm^3} de solution.

d'éthyle. Le coefficient de température, qui est 1,35 quand on opère dans un appareil en verre, n'est plus que 1,06 si l'éclairement a lieu, dans les mêmes conditions, mais dans un appareil en silice. Il apparaît donc difficile d'attribuer une signification précise à la valeur du coefficient de température.

En lumière hétérogène, on ne peut définir de constantes d'absorption; le calcul approximatif du coefficient d'utilisation de la lumière est cependant possible par suite de la faible variation des vitesses de décomposition avec le temps; c'est qu'en effet les constantes d'absorption des dérivés iodés augmentent très rapidement de valeur quand les longueurs d'onde diminuent; les quotes-parts d'absorption des dérivés iodés deviennent prépondérantes devant celles de l'iode.

Il faut noter aussi que les coefficients d'utilisation de la lumière sont plus petits quand on effectue les décompositions dans un appareil en silice et non plus dans un appareil en verre. On retrouve ici sans doute le fait déjà signalé par plusieurs auteurs qu'une lumière complexe est parfois moins efficace qu'une lumière monochromatique. Néanmoins, de toutes façons, les coefficients d'utilisation de la lumière demeurent très variables avec la nature chimique des dérivés iodés.

Plusieurs théories ont été proposées pour interpréter l'existence d'un coefficient de température des réactions photochimiques; les vérifications sont difficiles : les systèmes étudiés sont souvent compliqués. Le cas de la photolyse des iodures organiques apparaît assez simple puisqu'il n'existe qu'un constituant chimique initial. Toutefois on peut se demander si les phénomènes observés sont liés aux propriétés soit des molécules mêmes, soit des radicaux issus de leur décomposition, ou s'il ne faut pas incriminer la complexité d'état de corps liquides. J'ai donc été conduit, avant tout essai d'interprétation, à étudier la photolyse des iodures organiques à l'état gazeux.

COLLOÏDES. — *Sur la floculation produite par le mélange de deux solutions colloïdales de même nature mais dont les granules ont des signes électriques opposés.* Note de M. **Augustin Boutaric** et Mlle **Geneviève Perreau**, présentée par M. C. Matignon.

1. Il est possible de modifier à volonté le signe des granules d'un colloïde par l'addition d'une dose convenable d'un électrolyte dont l'ion de signe opposé aux granules est polyvalent. A partir d'un sol d'hydrate ferrique A à granules positifs, il est donc facile de préparer un sol B à granules néga-

tifs. Nous avons constaté qu'en mélangeant les sols A et B dont les granules ont des signes différents, on détermine une floculation.

2. A partir d'un sol d'hydrate ferrique A_0 à granules positifs, on peut : 1° en le diluant avec un égal volume d'eau, préparer un sol A à granules positifs et de concentration moitié moindre; 2° en le diluant avec un égal volume d'une solution d'un sel à anion polyvalent de concentration convenable, préparer un sol B ayant même concentration en hydrate ferrique que le sol A, mais dont les granules sont électrisés négativement.

Lorsque, à un certain volume de A, on ajoute un volume croissant de B, on constate que la floculation commence à se produire, et sa durée est alors infinie, pour un certain volume a du sol B. Si l'on continue à augmenter la quantité de B ajoutée, la durée de floculation diminue, puis s'annule. La floculation est instantanée dans un certain intervalle de concentration. Elle devient ensuite de plus en plus lente et sa durée est à nouveau infinie quand le volume ajouté de B atteint une certaine valeur b. Avec une quantité plus grande de B on n'observe plus aucune floculation.

3. Quand on ajoute des quantités croissantes d'une solution de phosphate de soude à un sol d'hydrate ferrique, on observe deux zones de floculation : l'une pour les concentrations en phosphate de soude dans le mélange comprises entre α et β ($\beta > \alpha$), l'autre pour des concentrations supérieures à γ ($\gamma > \beta$). Le sol à granules négatifs B a été préparé par introduction, dans le sol A_0, d'une solution de phosphate de soude choisie de manière que la concentration dans le mélange soit comprise entre β et γ et corresponde à la zone de non-floculation.

4. Il paraissait probable que les quantités du sol B qui, ajoutées au sol A, déterminent la floculation sont celles pour lesquelles la concentration finale en phosphate de soude réalisée par ce mélange tombe précisément dans la région $\alpha\beta$. C'est ce que nous nous sommes proposé de vérifier expérimentalement.

Les expériences ont porté :

Sur un sol A_0 contenant $2^g,88$ de Fe^2O^3 par litre;

Sur un sol A obtenu en diluant de moitié le sol A_0;

Sur un sol B obtenu en ajoutant à un litre du sol A_0 un litre de solution de phosphate de soude 15×10^{-3} N.

1° Les quantités de phosphate de soude qui, introduites sous la forme de solution de phosphate dans 20^{cm^3} de A_0, limitent la zone de floculation sont : $\alpha = 12^{mg},54$ et $\beta = 28^{mg},88$.

La quantité de Fe^2O^3 contenue dans les 20^{cm^3} de sol A_0 est $q_0 = 57^{mg},6$.

Rapportées à 1^g de Fe^2O^3, les quantités de phosphate de soude sont respectivement :

$$\frac{\alpha}{q_0} = 216^{mg} \quad \text{et} \quad \frac{\beta}{q_0} = 500^{mg}.$$

2° Si l'on prend 20^{cm^3} de sol A, les volumes du sol B qui limitent la zone de floculation réciproque sont : $a = 2^{cm^3},5$ et $b = 7^{cm^3},2$.

Ces volumes du sol B contiennent des quantités totales de phosphate de soude respectivement égales à : $\alpha' = 7^{mg},1$ et $\beta' = 20^{mg},5$.

Rapportées à 1^g de Fe^2O^3, les quantités de phosphate de soude sont respectivement :

$$\frac{\alpha'}{q_1} = 219^{mg} \quad \text{et} \quad \frac{\beta'}{q_2} = 523^{mg},$$

q_1 et q_2 représentant le poids total de Fe^2O^3 contenu dans les mélanges des sols A et B au moment où se produisent les floculations limites envisagées.

On voit bien qu'on a, aux erreurs d'expériences près :

$$\frac{\alpha}{q_0} = \frac{\alpha'}{q_1} \quad \text{et} \quad \frac{\beta}{q_0} = \frac{\beta'}{q_2}.$$

5. Lorsqu'on fait dialyser de plus en plus longuement le sol B, le sol A demeurant invariable, on constate que les volumes a et b du sol B qui, associés au même volume du sol A, limitent la zone des floculations réciproques varient régulièrement. Nous avons constaté qu'on peut rendre compte de l'effet produit par la dialyse dans les floculations réciproques des colloïdes A et B, en considérant uniquement la diminutiou que la dialyse produit dans la quantité de phosphate de soude présente dans le sol B.

D'autres expériences, dans lesquelles les granules du sol B avaient été rendus négatifs par addition de citrate de soude, nous ont fourni les mêmes résultats.

6. En résumé, la floculation qui se produit lorsqu'on mélange un sol d'hydrate ferrique positif et un sol d'hydrate ferrique négatif semble tenir à la présence, dans le mélange des deux sols, de l'électrolyte utilisé comme peptisant pour la préparation du sol négatif. Cet électrolyte étant un électrolyte à anion polyvalent qui, ajouté à un sol d'hydrate ferrique positif, n'en produit la floculation que dans certaines limites de concentration, l'introduction du sol négatif dans le sol positif a pour conséquence de diluer cet électrolyte et d'en faire passer la concentration d'une valeur pour laquelle il ne fait pas floculer l'hydrate ferrique à une valeur inférieure pour laquelle la floculation peut se produire.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Détermination ébullioscopique des équilibres moléculaires de la pyrocatéchine dans les solutions de chlorures de potassium et de sodium.* Note de M. F. **Bourion** et Mlle **O. Hun**, présentée par M. G. Urbain.

Afin de compléter l'étude faite par l'un de nous par voie cryoscopique et ébullioscopique, avec M. Rouyer [1] et avec M. Tuttle [2] ou par M. Rouyer [3], des polyphénols en solution aqueuse ou de la résorcine dans les solutions salines, nous avons entrepris par voie ébullioscopique une étude analogue relative à la pyrocatéchine, dans les solutions de chlorures de potassium et de sodium

La constante d'équilibre est

$$K_n = \frac{c^n}{c'} = \frac{n\,C^{n-1}(n \times 110\,\Delta e - ak)^n}{(n-1)^{n-1} a^{n-1} k^{n-1} (nak - n \times 110\,\Delta e)},$$

n, c, c', C et a étant le degré d'association, les concentrations des molécules simple, associée et totale (celle-ci évaluée en molécules simples), et la masse de pyrocatéchine dans 100^g d'eau, k et Δe les constante et élévation ébullioscopiques.

Nous avons étudié les deux séries 0,5 M et 1,225 M. Dans chaque série, le rapport de la masse de chlorure alcalin à la masse d'eau est déterminé. On a pris, pour les valeurs de k, celles qui ont été déterminées par l'un de nous avec M. Rouyer, par la méthode des premiers passages par zéro, et d'encadrement.

1. Pour chaque série, la pyrocatéchine dissoute dans les solutions de ClK et de ClNa donné lieu à des équilibres entre molécules simples et triples, ou entre molécules simples et quadruples. On a, par exemple, pour ClK :

---

(1) F. Bourion et E. Rouyer, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 949 et 1064; **186**, 1928, p. 82; **188**, 1929, p. 626; **189**, 1929, p. 1081, et **190**, 1930, p. 303. — *Journ. de Chim. phys.*, **24**, 1927, p. 437-469, et **25**, 1928, p. 234-248.

(2) F. Bourion et Ch. Tuttle, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1124, et **188**, 1929, p. 1110 et 1496. — *Journ. de Chim. phys.*, **25**, 1928, p. 485-496, et **26**, 1929, p. 291-311. — Tuttle, *Thèse*, Nancy, avril 1930.

(3) E. Rouyer, *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1934, et *Thèse*, Nancy, mars 1928.

Concentration de la pyrocatéchine.	Cl K 0,5 M; $k = 6,01$.			Cl K 1,225 M; $k = 7,02$.		
	K_2.	K_3.	K_4.	K_2.	K_3.	K_4.
0,500...	–	–	–	0,022	–	–
0,625...	1,27	1,51	–	0,60	0,73	–
0,750...	0,80	1,17	1,07	0,50	0,76	–
0,875...	–	1,13	–	–	0,72	–
1,000...	–	1,20	–	–	0,70 (c)	–
1,125...	–	1,11 (a)	–	–	0,69	–
1,250...	–	1,19	–	–	0,70	–
1,375...	–	1,20	–	0,373	0,72	–
1,500...	–	1,12	–	–	0,64	1,07
1,625...	0,254	1,13	2,05	–	0,64	1,06
1,750...	–	1,06	2,07	–	0,50	1,07
1,875...	–	1,00	2,07	–	0,48	1,00
2,000...	–	0,92	2,05 (b)	–	0,42	0,95 (d)
2,125...	–	–	1,86	–	–	1,10
2,250...	–	–	1,95	–	–	1,15
2,375...	0,038	–	2,04	0,0005	0,39	1,09

(*a*) $K_3 = 1,16$, moyenne des concentrations de 0,750 à 1,500.
(*b*) $K_4 = 2,01$, » de 1,750 à 2,375.
(*e*) $K_3 = 0,72$, » de 0,625 à 1,375.
(*d*) $K_4 = 1,07$, » de 1,500 à 2,375.

Les phénomènes présentent la même allure pour les solutions de Cl Na. Par là la pyrocatéchine, en solution dans les chlorures alcalins, se différencie de la résorcine, dissoute dans les mêmes milieux; car cette dernière donne lieu à des équilibres entre molécules simples et doubles aux basses concentrations et entre molécules simples et triples aux concentrations plus élevées. C'est la première fois que l'on a pu saisir l'existence d'équilibres, entre molécules simples et quadruples, offerts par les polyphénols.

2. Relativement aux paramètres k, K_3 et K_4, on a :

	Eau pure.	0,5 M chlorure alcalin.		1,225 chlorure alcalin.	
		Cl K.	Cl Na.	Cl K.	Cl Na.
k.....	5,2	6,01	6,35	7,02	7,67
K_3....	1,82	1,16	1,04	0,72	0,60
K_4....	–	2,01	1,65	1,07	0,92

La constante ébullioscopique croît de l'eau au chlorure de potassium, puis au chlorure de sodium, et pour un même chlorure, en même temps que la concentration, dans le même sens, les constantes d'équilibre décroissent et, par conséquent, l'association de la pyrocatéchine croît de l'eau à Cl K

et de ClK à ClNa, et pour un même chlorure, en même temps que la concentration. Toutes choses égales d'ailleurs, cette association est plus marquée pour la pyrocatéchine que pour la résorcine.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'azotate d'argent sur les solutions d'iodures de mercure-II et de potassium.* Note de M. **J. Golse**, présentée par M. A. Desgrez.

Si dans une solution d'iodure de potassium saturée d'iodure de mercure-II, on met de l'azotate d'argent cristallisé, il disparaît peu à peu par agitation, en donnant lieu à la production d'un précipité dont la composition dépend de la quantité de sel d'argent ainsi que des concentrations de la liqueur en iodures de mercure et de potassium.

1. Envisageons d'abord le cas où le réactif iodomercurique est en excès par rapport à l'argent.

On sait qu'en saturant d'iodure de mercure-II des solutions d'iodure de potassium, on aboutit, pour une même température, à des mélanges contenant les deux iodures, dissous en proportions variables avec la concentration en iodure alcalin. Aux concentrations les plus élevées, l'iodure de mercure est solubilisé sous forme d'iodomercurate I^2Hg, IK, en équilibre avec de l'iodure de potassium. Si la dilution augmente, l'iodomercurate précédent est dissocié ; on tend vers des mélanges où les deux iodures sont en proportions qui répondent à la présence de l'iodomercurate $I^2Hg.2IK$, avec de l'iodure de potassium en excès.

Il a été fait usage pour cette étude de liqueurs saturées en iodure de mercure, à la température de 0°. Les proportions des deux iodures, qui correspondent à la formation de l'iodomercurate ci-dessus, sont sensiblement atteintes quand on part d'une solution d'iodure de potassium à $7^g,50$ pour 100^{cm^3}. Le poids d'iodure de mercure qui s'y trouve dissous est de $10^g,35$ au lieu de $10^g,26$, poids théorique qui correspond à la formule $I^2Hg, 2IK$.

a. Avec des solutions préparées à partir de concentrations en iodure de potassium inférieures à $7^g,50$ pour 100^{cm^3}, l'azotate d'argent donne d'abord, s'il est en très faible quantité, un trouble colloïdal jaune vif : c'est ce qui a lieu pour des doses de l'ordre du milligramme, introduites dans 25^{cm^3} de solution iodomercurique. Le milieu prend l'aspect d'un liquide opalescent, de couleur jaune, manifestant une fluorescence verte. Si l'on augmente la

quantité d'argent, le corps formé se dépose au bout d'un temps plus ou moins long. Sa composition concorde sensiblement avec celle d'un iodomercurate d'argent $I^2Hg, 2\,IAg$, et l'on peut représenter sa formation par l'équation suivante :

$$(1) \qquad I^2Hg, 2\,IK + 2\,NO^3Ag = I^2Hg.2\,IAg + 2\,NO^3K.$$

b. On obtient un précipité différent, à partir de solutions correspondant à une concentration initiale en iodure de potassium supérieure à 7g,50 pour 100cm³ et dans lesquelles se trouve contenu l'iodomercurate I^2Hg, IK. Le dépôt présente une couleur jaune rougeâtre. En outre, il n'est pas homogène : il est formé d'une portion dont la couleur, jaune vif, est la même que celle du précipité envisagé précédemment, et d'iodure de mercure-II. On peut dissoudre celui-ci en agitant le mélange avec de l'éther ou du benzène. Le dépôt reste alors coloré en jaune.

On est ainsi amené à envisager la formation du produit de composition $I^2Hg, 2\,IAg$, que l'azotate d'argent réagisse sur des solutions iodomercuriques étendues ou concentrées. Avec ces dernières, la réaction peut être traduite par l'équation

$$(2) \qquad 2(I^2Hg.IK) + 2\,NO^3Ag = I^2Hg.2\,IAg + I^2Hg + 2\,NO^3K.$$

Toutefois, il n'a pas été possible de déterminer la composition du produit jaune formé dans ces conditions, car les traitements qui permettent d'en séparer l'iodure de mercure le modifient, en lui enlevant, sous forme d'iodure, une partie du mercure qu'il contient.

II. Si l'on augmente la quantité d'azotate d'argent, la composition du précipité est modifiée dès que ce sel se trouve en excès par rapport au mercure contenu dans les liqueurs iodomercuriques. Que ce précipité ait été produit en solutions étendues ou concentrées, sa teinte s'affaiblit progressivement, à mesure que s'élève l'excès d'argent; elle tend vers la couleur jaune pâle de l'iodure d'argent; en même temps, le précipité prend l'aspect cailleboté de ce dernier.

Cette transformation est due à ce que l'excès d'azotate d'argent décompose l'iodure de mercure associé à l'iodure d'argent dans le précipité. Elle s'effectue suivant les réactions ci-après, selon qu'elle porte sur le dépôt $I^2Hg.2IAg$ ou sur de l'iodure de mercure produit dans la réaction (2) :

$$(3) \qquad I^2Hg.2\,IAg + 2\,NO^3Ag = 4\,IAg + (NO^3)^2Hg,$$

$$(4) \qquad I^2Hg + 2\,NO^3Ag = 2\,IAg + (NO^3)^2Hg.$$

Il est à remarquer que la réaction exprimée par l'équation (4) ne se produit pas lorsqu'on met en contact de l'iodure de mercure-II avec de l'azotate d'argent. Elle s'explique, dans le cas étudié, par l'état de division sous lequel se trouve cet iodure.

Cette décomposition entraîne, comme on le voit, la solubilisation du mercure; solubilisation partielle, si l'on opère en milieu neutre, en raison de la dissociation de l'azotate de mercure-II, qui reste en partie dans le dépôt, sous forme d'azotate basique.

Il est d'ailleurs facile de caractériser la présence du sel de mercure contenu dans la liqueur filtrée. Un fragment de tournure de cuivre s'y recouvre d'un dépôt de mercure métallique. D'autre part, si, dans cette liqueur, qui contient de l'azotate d'argent, on met une ou deux gouttes d'une solution d'iodure de potassium au $\frac{1}{20}$, on voit se produire le précipité jaune d'iodure de mercure et d'argent.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Dosage des phénols dans les eaux de cokeries.* Note de MM. **A. Travers** et **Avenet**, présentée par M. Matignon.

Les eaux de cokerie, eaux de condensation et eaux résiduaires, renferment des phénols, qu'il devient nécessaire d'extraire à cause de leur action toxique dans les rivières; leur récupération peut d'ailleurs être intéressante. Le dosage des phénols dans ces eaux a donc un grand intérêt; il offre quelques difficultés.

La méthode suivie est en général la distillation des phénols, en milieu acide, et leur dosage ultérieur par la méthode au bromure-bromate. Le phénol et le métacrésol fixent trois atomes de brome, le para- et l'orthocrésol deux atomes; on évalue la totalité des phénols en les comptant en acide phénique C^6H^5OH.

La présence des nombreuses impuretés des eaux de cokerie rend ce dosage, d'apparence simple, assez difficile. Ces eaux renferment en effet des sulfures, sulfites, hyposulfites, etc. qui, dans la distillation, donnent SH^2, $SO^2 + S$, etc., on ne peut donc songer à titrer, dans le distillat, les phénols par la méthode au brome.

Voici la méthode qui nous a donné des résultats à la fois rapides et précis :

Nous faisons l'entraînement des phénols par la vapeur d'eau surchauffée (350°) en milieu sulfurique (5 pour 100); quand on a distillé un volume d'eau égal au volume

d'eau résiduaire, on a chassé près de 98 pour 100 des phénols [1]. Le distillat est amené à un volume connu : sur une partie aliquote, on oxyde les composés sulfurés par addition d'eau oxygénée ordinaire ($\frac{1}{10}$ en volume par rapport à la prise); au bout d'une dizaine de minutes, on détruit l'excès d'eau oxygénée, en neutralisant la liqueur, et ajoutant des traces de sel de cobalt (5 à 6 gouttes d'une solution à 10 pour 100 de nitrate). L'oxyde Co^2O^3 formé décompose catalytiquement et en quelques minutes [2] l'excès de H^2O^2.

On ajoute à l'acide sulfurique en excès (15 pour 100) et l'on titre au bromure-bromate, en versant goutte à goutte la solution; quand on perçoit l'odeur de brome, on rajoute un petit excès de KI, et l'on titre l'iode à l'hyposulfite.

Le précipité flocule très bien quand il y a beaucoup de phénol; avec les phénols supérieurs, il se sépare moins bien.

On trouve ainsi dans les eaux de 4 à 6^g de phénols. La teneur des eaux de carbonisation *à basse température* est du même ordre. Ces phénols sont surtout constitués par *les premiers* termes de la série.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une réaction anormale des propylènes dihalogénés.* Note de MM. **Albert Kirrmann** et **Jean Grard**, présentée par M. G. Urbain.

Le propylène dibromé 1,3 réagit d'une façon très complexe sur les composés organo-magnésiens. Cette réaction a été étudiée par l'un de nous [3]. Pour mieux comprendre cette anomalie, nous avons songé à confronter avec cette réaction celle de l'isomère dibromé 3.3. Nos essais de préparation de ce corps n'ayant pas donné de résultat, nous nous sommes adressés au corps chloré correspondant $CH^2 = CH - CHCl^2$. Il s'obtient facilement par le procédé de van Romburgh [4].

Nous avons examiné la réaction du bromure de propylmagnésium, en vérifiant d'abord que le propylène dichloré 1.3 se comportait comme son analogue bromé, que par conséquent nos conclusions ne dépendaient pas de la nature de l'halogène.

Voici les constantes des produits chlorés :

---

(1) Par distillation simple poussée très loin on a la totalité des phénols, l'opération est plus longue, et industriellement la précision indiquée suffit.

(2) Surtout à l'ébullition.

(3) A. Kirrmann, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1629.

(4) Van Romburgh, *Bull. Soc. chim.*; 2e série, 36, 1881, p. 549.

Dichloropropylène 3.3 :

$d^{21} = 1,169$; $n_D^{21} = 1,450$; R.M. = 25,52 (th. 25,32).

Dichloropropylène 1.3 :

Eb. 109-110°; $d^{22} = 1,222$; $n_D^{22} = 1,4735$; R.M. = 25,50.

De nos expériences il résulte que la réaction du dichloropropylène 3.3 est nettement anormale. Les produits obtenus sont les mêmes que ceux provenant de son isomère. L'opération, conduite comme dans le cas du composé bromé, a permis d'isoler les produits suivants :

A. De l'hexane, provenant peut-être de la formation du magnésien.
B. Du chlorohexène $C^6H^{11}Cl$. Voici ses constantes :

Eb. 121-121°,5; $d^{22} = 0,8872$; $n^{22} = 1,4300$; R. M. = 34,50 (th. 34,31).

Ce corps fixe du brome pour donner un chlorodibromohexane

$$CH^3(CH^2)^3CHBrCHClBr,$$

dont les constantes sont :

Eb. 107° sous 13mm; $n^{24} = 1,515$; $d^{24} = 1,664$; R. M. = 50,39 (th. 50,30).

Le chlorohexène possède bien une constitution vinylique : son halogène est réfractaire à l'alcoolate de sodium à 130°; le sodium métallique, par contre, l'attaque facilement avec formation d'hexène (Eb. = 64°; $n^{22} = 1,388$; $d^{22} = 0,672$; R. M. = 29,49; th. 29,44), suivant une réaction étudiée par l'un de nous (1).

C. Du nonène-4, C^9H^{18} (Eb. = 44-46° sous 12mm; $n^{22} = 1,4185$; $d^{22} = 0,7287$; R. M. = 43,61; th. 43,29). Ce corps ne distillant pas à point tout à fait fixe est peut-être mélangé d'un isomère.

D. Du dodécadiène $C^{12}H^{22}$ (Eb. = 79-84° sous 11mm; $d^{22} = 0,779$; $n^{22} = 1,444$; R. M. = 56,68; th. 56,61; absorption de brome à froid 3at,97 par molécule de carbure). Vue la température d'ébullition, ce carbure est vraisemblablement constitué par un mélange d'isomères.

Il se forme encore d'autres produits, mais qu'il ne nous a pas été possible d'identifier. Il y a en particulier des carbures bouillant très haut et probablement un corps halogéné, ne se séparant pas du dodécadiène. Les deux carbures isolés n'ont d'ailleurs pu l'être qu'après une distillation fractionnée très minutieuse, suivie de rectifications sur sodium pour éliminer des produits halogénés et oxygénés qui s'y trouvaient.

Les propylènes halogénés étudiés donnent donc lieu à la formation des

---

(1) A. KIRRMANN, *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 671.

mêmes produits. La répartition quantitative seule diffère : avec le dichloropropylène 3.3 c'est l'hexène halogéné, avec son isomère 1.3 le dodécadiène, avec le dibromopropylène 1.3 le nonène qui dominent.

L'identité au moins qualitative des produits peut s'interpréter par une tautomérie : les propylènes dihalogénés 3.3 et 1.3 sont *mésomères*, et la réaction des dérivés magnésiens est une réaction synionique ([1]), comme celle des bromures d'allyle. Le mécanisme de formation de deux des produits obtenus est alors le suivant :

$$\left.\begin{array}{l} CHCl = CH - CH^2Cl \\ CHCl^2 - CH = CH^2 \end{array}\right\} \rightarrow Cl^- + C^+HCl - C^-H - C^+H^2.$$

L'ion tripolaire, le même dans les deux cas, peut fixer de deux façons le radical du magnésien.

$$C^+HCl - C^-H - C^+H^2 + C^3H^{7-} \rightarrow \left\{\begin{array}{ll} C^3H^7CHCl - C^-H - C^+H^2 & (a), \\ C^+HCl - C^-H - CH^2C^3H^7 & (b). \end{array}\right.$$

(a) est un chlorure d'allyle secondaire, dont l'halogène est mobile et qui continue à réagir, pouvant donner les carbures :

$$(C^3H^7)^2 - CH - CH = CH^2 \quad \text{et} \quad C^3H^7CH = CH - CH^2C^3H^7.$$

(b) est la forme activée d'un halogénure vinylique :

$$CHCl = CH - CH^2 - C^3H^7,$$

très stable vis-à-vis des magnésiens.

Quant au dodécadiène, son origine, où doivent concourir deux molécules de chacun des réactifs, est moins claire. Elle s'interprète peut-être par un doublement de la molécule (a) sous l'influence du magnésien avec production possible d'hexane, réaction pour laquelle on connaît quelques analogies.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les alcools n-butylbenzyl- et dibenzyléthyliques, les méthyl-n-butylbenzyl- et méthyldibenzylcarbinols isomères*. Note ([2]) de M. **Roger Dolique**, présentée par M. Delépine.

Au cours de recherches sur l'absorption des rayons ultraviolets par les substances organiques, nous avons été amené à préparer un certain nombre

([1]) Charles Prévost, *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 946 et 1052.
([2]) Séance du 31 mars 1930.

d'alcools primaires et tertiaires dont quelques-uns ne paraissent pas avoir été décrits dans la littérature.

Nous décrivons dans cette Note : l'alcool *n*-butylbenzyléthylique, son isomère le méthyl-*n*-butylbenzylcarbinol; l'alcool dibenzyléthylique, son isomère le méthyldibenzylcarbinol; enfin, quelques produits intermédiaires nécessaires à leur préparation et qui n'avaient pas encore été signalés.

Nous avons pris le malonate d'éthyle comme point de départ de la préparation des alcools primaires auxquels nous sommes parvenu par le procédé classique :

malonate → dérivé mono- → dérivé disubstitué → acide malonique disubstitué
→ acide acétique disubstitué

dont nous avons fait l'éther-sel éthylique, l'éther benzylique et l'amide pour les réduire par la méthode de Bouvault et Blanc.

Dans la préparation des éthers maloniques monosubstitués, nous avons essayé d'introduire les corps réagissant d'après un ordre différent de l'ordre habituel, mais sans bénéfice appréciable. Nous avons tenté également la saponification partielle du diéther malonique pour arriver du premier coup à l'éther-sel éthylique, selon la méthode de Dumesnil (1), mais les résultats n'ont pas été encourageants.

Le *n-butylbenzylmalonate d'éthyle*, entrevu par Dox et Yoder (2), se prépare en faisant agir l'iodure de *n*-butyle sur le monobenzylmalonate d'éthyle (rendement : 60 pour 100); la benzylation du monobutylmalonate d'éthyle est moins avantageuse (R[t] : 45-50 pour 100). Liquide incolore, inodore, de consistance huileuse, soluble dans l'alcool, l'éther, le benzène, insoluble dans l'eau. P. E. 187° sous 15mm. Densité : $D_0^0 = 1,045$ ou $D_0^{20} = 1,028$.

L'*acide n-butylbenzylmalonique* s'obtient par chauffage de l'éther-sel précédent avec 4 fois la quantité théorique de soude caustique en solution à 15 pour 100 dans l'alcool ordinaire. Durée du chauffage : 10 heures (R[t] : 90 pour 100). Prismes hexagonaux incolores. P. F. : 104°. Soluble à froid dans l'alcool, l'éther, l'acétone, un peu moins dans le benzène et l'éther de pétrole, soluble dans l'eau chaude.

L'*acide n-butylbenzylacétique*, obtenu par chauffage du diacide à 150° pendant 20 à 30 minutes et distillation (R[t] : 95 pour 100) est un liquide incolore et inodore, soluble dans les solvants organiques usuels et le sulfure de carbone, un peu soluble dans l'eau bouillante. P. E. 179° sous 10mm. $D_0^0 = 1,015$ ou $D_0^{20} = 1,001$.

Le *n-butylbenzylacétate d'éthyle* (P. E. 274° sous 756mm ou 155-156° sous 16mm) se prépare en chauffant au bain-marie pendant 12 heures et à reflux l'acide à éthérifier

(1) DUMESNIL, *Comptes rendus*, **172**, 1921, p. 1043.
(2) A. W. DOX et L. YODER, *Journ. Amer. Chem.*, **44**, 1922, p. 1144.

(1^{mol}) avec de l'alcool absolu (5^{mol}) et un peu de SO^4H^2 (10 pour 100 du poids de l'acide organique). R^t : 82 pour 100. Liquide incolore, inodore, légèrement huileux. Soluble dans l'alcool, l'éther, le benzène. Non miscible à l'eau. $D_0^0 = 0,975$ ou $D_0^{20} = 0,959$.

Le *n-butylbenzylacétate de benzyle*, après diverses tentatives de cristallisation, s'est présenté comme liquide incolore, inodore, bouillant à 223° sous 16^{mm}. Il se prépare par action du chlorure d'acide correspondant sur un excès d'alcool benzylique.

La *n-butylbenzylacétamide* a été signalée par Mme Ramart-Lucas [1]. Elle est réduite en alcool avec un moins bon rendement que l'éther-sel éthylique.

L'alcool *n-butylbenzyléthylique* (benzyl-2-hexanol-1) se prépare (R^t : 60 pour 100) en réduisant par le sodium et l'alcool absolu (12 at.-gr. Na et 6,5 fois ce poids d'alcool) l'éther éthylique décrit ci-dessus (1^{mol}). C'est un liquide incolore, inodore, légèrement visqueux, soluble dans les solvants organiques usuels; légèrement soluble dans l'eau bouillante. P. E. 170°-171° sous 27^{mm}, $D_0^0 = 0,963$ ou $D_0^{20} = 0,943$. Sa *phényluréthane*, cristallisée dans l'éther-ligroïne, fond à 55°,5.

Son isomère tertiaire, le *méthyl-n-butylbenzylcarbinol* (benzyl-2-hexanol-2), préparé par action de la méthylbenzylcétone sur le bromure de *n*-butylmagnésium, est un liquide incolore, inodore, semblable à l'alcool primaire. Il bout à 155° sous 27^{mm}. Sa densité est $D_0^0 = 0,964$ ou $D_0^{20} = 0,947$.

Dans la série symétrique, nous ne signalons qu'un seul corps intermédiaire nouveau : le *dibenzylacétate de benzyle* préparé par action de l'alcool benzylique en excès sur le chlorure de l'acide dibenzylacétique. R^t : 87 pour 100. Cristallisé dans l'alcool en aiguilles transparentes, il fond à 81°.

L'*alcool dibenzyléthylique* (phényl-3-benzyl-2-propanol-1) s'obtient avec un rendement de 55 pour 100 par réduction de l'amide correspondante [2]. Cette réduction s'accompagne de la formation d'une quantité appréciable de la 3-phényl-2-benzylpropylamine signalée par Errera et Berte [3]. Nous avons caractérisé cette amine par son *dérivé benzoylé*, fondant à 102°, 5-103°.

L'alcool dibenzyléthylique est un liquide incolore, inodore, soluble dans les solvants organiques usuels. Refroidi, il se prend en une masse fondant à 27°-28°. Il bout à 197° sous 10^{mm}. Sa densité est supérieure à 1 : $D_0^{18} = 1,046$. Sa *phényluréthane* fond à 94°.

Son isomère, le *méthyldibenzylcarbinol* (phényl-1-benzyl-2-propanol-2) a été préparé par action de l'acétate d'éthyle (1^{mol}) sur le chlorure de ben-

---

(1) Mme Ramart-Lucas, *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 1227.

(2) Schbeidexind, *Ber. deutsch. chem. Ges.*, **21**, 1888, p. 1328.

(3) Errera et Berte, *Gazzetta chim. ital.*, **26** (II), 1896, p. 226.

zylmagnésium (3^{mol}). Distillé sous pression normale, il donne naissance au diphénylpropène signalé par MM. Sabatier et Murat [1]. Distillé à 196° sous 24^{mm}, il contient des traces de composés non saturés; rectifié à 182° sous 15^{mm}, il n'en contient plus. C'est alors un liquide incolore et inodore, soluble dans les solvants organiques, insoluble dans l'eau même bouillante. Sa densité est $D_0^0 = 1,046$ ou $D_0^{20} = 1,026$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la décomposition catalytique d'acétals forméniques par des oxydes métalliques.* Note [2] de Mlle **M. Cabanac**, présentée par M. Paul Sabatier.

MM. Sabatier et Mailhe ont étudié l'action catalytique de certains oxydes irréductibles sur les alcools [3] :

La thorine, si la température ne dépasse pas 250°, agit presque exclusivement comme déshydratant : on obtient le carbure éthylénique ;

L'alumine peut intervenir moins énergiquement et fournir l'éther-oxyde;

L'oxyde bleu de tungstène donne le carbure éthylénique mélangé d'un peu d'hydrogène;

Enfin l'oxyde manganeux dédouble les alcools en aldéhyde et hydrogène, c'est le type des oxydes déshydrogénants.

Je me suis proposé d'étudier l'action de ces oxydes sur quelques acétals forméniques.

J'ai constaté tout d'abord que cette action ne s'exerce nettement qu'à partir de 400°.

Au voisinage de cette température, la thorine opère la décomposition de l'acétal diéthylique qui fournit : 22 pour 100 d'éthanal, 13 pour 100 d'éther-oxyde vinyléthylique, 30 pour 100 d'alcool, 8 pour 100 d'eau, 10 pour 100 d'acétal inaltéré; et un mélange gazeux constitué par 30 pour 100 d'éthylène, 42 pour 100 d'hydrogène, 6 pour 100 d'oxyde de carbone, 14 pour 100 d'anhydride carbonique et 8 pour 100 de méthane.

Le produit intéressant de cette réaction est l'éther vinyléthylique découvert

---

(1) Paul Sabatier et Murat, *Comptes rendus*, 156, 1913, p. 1434; *Ann. Chim.*, 6e série, 4, 1915, p. 293.

(2) Séance du 24 mars 1930.

(3) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 1, 1907, p. 107, 341, 524, 773.

vert par Wislicenus en 1878 (¹), puis obtenu par Claisen, en traitant l'acétal ordinaire par l'anhydride phosphorique et la quinoléine (²), et tout récemment par Sigmund et Uchann en utilisant l'action catalytique du nickel (³).

La thorine intervient donc pour dédoubler l'acétal en éther-oxyde vinyléthylique et alcool.

$$CH^3CH\left\langle\begin{matrix}OC^2H^5\\OC^2H^5\end{matrix}\right. \rightarrow CH^2 = CHOC^2H^5 + C^2H^5OH,$$

mais à 400°, comme je l'ai vérifié, elle exerce une action destructive sur l'alcool produit, engendrant de l'éthylène et de l'eau, de l'hydrogène et de l'aldéhyde qui, lui-même, se dédouble en oxyde de carbone et méthane.

J'ai observé une décomposition analogue avec les acétals diméthylique et dipropylique, donnant les éthers vinylméthylique et vinylpropylique.

J'ai pu déceler la présence d'éthers vinyliques dans les produits de catalyse des acétals dibutylique et diisobutylique, et il m'a été possible d'isoler une petite quantité d'éther vinylisoamylique provenant de la décomposition du diisoamylacétal.

Les trois autres oxydes essayés produisent le même dédoublement en éther vinylforménique et alcool, mais avec de faibles rendements, et les produits secondaires sont différents.

Tandis que l'alumine et l'oxyde bleu de tungstène donnent 95 pour 100 de carbures éthyléniques, l'oxyde manganeux fournit un gaz contenant plus de 52 pour 100 d'hydrogène.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Effets d'ionisation par l'action solaire.* Note de M. **Albert Nodon**, présentée par M. Brillouin.

Les résultats de diverses recherches ont été présentés récemment à l'Académie par Mlle Maracineanu; MM. Fabry et Dureuil; M. Smits et Mlle Macgillarry, sur l'action ionisante exercée par les radiations solaires sur le plomb et sur diverses autres substances. Comme il n'a pas été fait mention dans les Notes précédentes de recherches antérieures analogues, j'ai cru devoir en rappeler les conclusions déjà anciennes (1902), présentées à l'Académie et décrites dans diverses revues scientifiques. Dans ces recherches, faites au Collège de France, des lames métalliques minces, (zinc, fer,

(¹) Wislicenus, *Liebig's An. der Ch.*, 192, 29 janvier 1878, p. 106.
(²) Claisen, *Ber. der Deuts. ch. Ges.*, 31, 1898, p. 1021.
(³) Sigmund et Uchann, *Monatsh. f. Chemie*, 51, 1929, p. 234.

cuivre, aluminium, plomb) furent disposées dans des châssis au voisinage immédiat d'émulsions sensibles au gélatino-bromure d'argent. Le tout fut ensuite exposé pendant un temps prolongé aux radiations solaires. Les émulsions furent ensuite développées, et l'on reconnut alors que le plomb accusait une action photogénique importante. Une action analogue était observée à la suite d'une insolation prolongée du plomb suivie d'une exposition en présence d'une émulsion sensible, dans l'obscurité. Enfin, les radiations pénétrantes produites par le plomb et par divers autres métaux, sous l'action de la lumière solaire ou de l'arc voltaïque, furent également soumises à un contrôle avec l'aide d'instruments de mesure électrométrique (*Comptes rendus*, 134, 1902, p. 1491).

Des recherches analogues furent reprises en 1922, elles donnèrent lieu aux nouveaux résultats suivants, également communiqués à l'Académie : des lames de plomb ainsi que des cartons recouverts d'oxyde d'uranium étaient enfermés dans des châssis en carton noir. Ces châssis étaient appliqués contre des plaques sensibles puis exposés au rayonnement solaire; d'autres châssis analogues étaient placés dans des pièces closes. Après développement, on constata que l'impression solaire à travers le plomb ou à travers l'uranium variait très sensiblement d'un jour à l'autre. Ces variations étaient comparables à celles qui furent mesurées avec l'électromètre. D'autre part, l'action photogénique cessait d'être observée quand les châssis étaient disposés de telle sorte que le plomb ou l'uranium étaient placés sur le sol. En disposant un bloc de plomb et une plaque sensible, sous une incidence rasante, on observait une impression photogénique sous forme d'une longue traînée d'intensité décroissante, analogue à celle produite par une forte irradiation. D'autre part, les actions observées subissaient des variations considérables d'une expérience à l'autre. Pendant les périodes de forte intensité électromagnétique, les actions produites au soleil, à l'ombre, ou dans l'obscurité, étaient importantes; tandis qu'elles étaient faibles pendant les périodes de calme solaire. Ces phénomènes semblent attribuables à des radiations de nature particulière, provenant directement du soleil et indirectement de la haute atmosphère (*Comptes rendus*, 174, 1922, p. 1061).

A la suite de nouvelles recherches effectuées en 1923 sur le plomb et sur le bismuth, ainsi que sur des composés d'uranium ou de radium, les résultats, également communiqués à l'Académie, furent les suivants :

L'action photogénique ainsi que la décharge de l'électromètre démontrèrent que l'activité du radium et de l'uranium subissait d'importantes variations sous l'action du soleil ou de la haute atmosphère. Ces actions

paraissaient provoquées par des radiations très pénétrantes ou ultraradiations, de nature inconnue.

L'importance des phénomènes observés fut plus grande au soleil qu'à l'ombre, et plus faible encore dans une pièce close ou dans une cave. Les actions sont plus fortes pendant les périodes d'activité solaire, correspondant à une composante horizontale élevée; elles augmentent lorsque le soleil s'élève au-dessus de l'horizon, et elles subissent parfois des variations soudaines sans cause apparente. Le pouvoir absorbant des diverses substances à l'égard de ces radiations paraît être du même ordre que celui exercé par les mêmes substances à l'égard des rayons γ, l'absorption la plus forte étant produite par celles dont le nombre atomique est le plus élevé. Sous une faible épaisseur ces substances paraissent absorber les radiations les plus lentes, tandis qu'elles laissent filtrer les radiations plus rapides. Sous forte épaisseur, elles ne laissent filtrer que des radiations de très courte longueur d'onde (*Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1705).

Il résulte d'études récentes entreprises sur les radiations pénétrantes, par MM. Bothe et Kolhörster d'une part, et par M. Gray d'autre part (*Nature*, 123, 1929) que celles-ci ne sont pas du type γ, mais du type corpusculaire, et qu'elles paraissent prendre naissance dans les régions supérieures de l'atmosphère. Ces radiations dont plusieurs ont été mesurées par MM. Millikan et Cameron, quelques années après leur découverte en France, ne sembleraient donc pas être d'origine cosmique. Leur intensité et leur pouvoir de pénétration paraissent liés à l'activité solaire et à l'état atmosphérique.

Les effets d'ionisation et d'absorption des diverses substances, sous l'action de ces radiations pénétrantes, paraissent être fonction du nombre atomique de ces substances.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Variations saisonnières de la teneur en sucre chez les Floridées*. Note de MM. **H. Colin** et **E. Guéguen**, présentée par M. L. Mangin.

Nous avons dit précédemment que le suc des Floridées marines est toujours dextrogyre; celui de *Rhodymenia palmata* doit son signe optique et sa saveur sucrée à un composé du galactose α [1].

Au cours de nos recherches, nous avons été frappés des variations saison-

(1) H. Colin et E. Guéguen, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 653.

nières de ce principe et nous nous sommes appliqués, durant les années 1927 et 1928, à en mesurer exactement l'amplitude.

Les *Rhodymenia* ont été récoltées à la Pointe du Croisic (côte plate de Saint-Goustan); toujours cueillies en place, par nos soins, sur la même plate-forme rocheuse, au même niveau, elles furent choisies adultes, à l'exclusion des jeunes pousses et des vieux thalles coriaces. Après un nettoyage méticuleux, elles étaient aussitôt épuisées méthodiquement par l'alcool bouillant. Les liqueurs, concentrées sous vide puis déféquées avec prudence, ne sont jamais réductrices; elles ne renferment d'autre principe optiquement actif que le galactoside que nous y avons découvert.

Les résultats ci-dessous se rapportent à 100^g d'algues fraîches, le volume des liqueurs prêtes pour l'analyse étant, dans tous les cas, de 100^{cm^3}. Nous donnons la déviation polarimétrique directe, α_D, au tube à 2^{dm}, ainsi que le pourcentage du principe sucré, anhydre, évalué à la fois par voie optique et par réduction après hydrolyse.

1927.			1928.		
Date des récoltes.	α_D.	Sucre pour 100.	Date des récoltes.	α_D.	Sucre pour 100.
	° ′			° ′	
15 février.....	+ 1.4	0,33	22 janvier.....	0.52	0,27
6 mars.......	+ 1.30	0,47	6 mars.......	1.8	0,35
20 mars.......	+ 1.22	0,42	7 avril.......	1.56	0.60
10 avril.......	+ 2.20	0,72	4 mai........	2.22	0,73
1 mai........	+ 3.31	1,10	5 juin.......	9.34	2,98
16 juin.......	+ 6.40	2,08	3 juillet......	10.	3,12
10 août.......	+ 8.36	2,71	17 juillet......	22.18	6,96
4 septembre..	+ 12.42	3,97	1 août.......	27.20	8,54
25 septembre..	+ 17.10	5,36	2 septembre..	17.20	5,41
11 octobre.....	+ 8.	2,50	17 septembre..	25.	7,81
26 novembre...	+ 3.52	1,20	30 septembre..	18.8	5.66
25 décembre...	+ 1.20	0,41	14 octobre.....	20.24	6,37
			1 novembre...	12.40	3,95

On remarque tout d'abord la pauvreté des thalles en galactoside durant les mois d'hiver; en mai, commence l'accumulation des réserves sucrées qui s'intensifie progressivement pour atteindre son maximum pendant la saison chaude; les teneurs baissent ensuite et rejoignent plus ou moins vite le taux hivernal.

La teneur en matière sucrée est très différente d'une année à l'autre; la moyenne, de juin à octobre, est de 5,85 pour 100 en 1928 et de 3,32 seulement en 1927. Or l'été 1928 fut exceptionnel : $8^h 7^m$ d'insolation quotidienne au lieu de $6^h 8^m$ pour la moyenne des 46 années précédentes, d'après les observations de la Station météorologique de la Loire-Inférieure. Les deux mois de juillet et de septembre furent les plus favorisés : $10^h 9^m$ et $9^h 4^m$ d'insolation

contre $6^h 3^m$; la courbe des teneurs en sucre traduit exactement le fait et présente deux maxima, l'un le 1[er] août, le second, un peu moins accusé, le 17 septembre. Cela montre à quel point les variations quantitatives du contingent glucidique dépendent, toutes choses égales d'ailleurs, des conditions climatériques. Les algues récoltées sur le littoral de la mer du Nord, dans les parages d'Ambleteuse, étaient toujours beaucoup moins riches que celles du Croisic.

Il n'y a pas d'amidon dans *Rhodymenia palmata*, du moins en quantité dosable, d'où l'importance du sucre soluble; celui-ci est bien moins abondant, ses variations saisonnières moins prononcées, dans les espèces telles que *Furcellaria* ou *Polyides* qui, à la saison chaude, sont remplies d'amidon.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Les transformations des glucides dans le Bananier : formation de l'amidon dans les fruits.* Note de M. **H. Belval**, présentée par M. M. Molliard.

Dans les travaux parus sur le Bananier on a surtout étudié les phénomènes de maturation des fruits (¹), qui se ramènent à une transformation de l'amidon, abondant dans les fruits verts, en saccharose. On s'est proposé ici d'analyser le processus de la formation de l'amidon dans les fruits jeunes en suivant les glucides depuis la feuille, où ils s'élaborent, jusqu'au régime où ils aboutissent.

Feuilles. — A. *Limbe.* — A quelque stade de développement qu'on le prenne, le limbe présente toujours sensiblement la même composition; ce qu'on y trouve, c'est un mélange de sucres réducteurs et de saccharose, ce dernier l'emportant de beaucoup : le pouvoir rotatoire initial $[\alpha_i]$ est toujours très élevé et voisin de $+50$; après hydrolyse par la sucrase ou les acides dilués, on obtient, aux erreurs d'expérience près, les valeurs théoriques du pouvoir rotatoire du sucre interverti, à la température du moment; d'où l'on peut conclure que le sucre réducteur qui accompagne le saccharose n'est autre que du sucre interverti.

B. *Nervure centrale.* — Comme dans le limbe, les seuls glucides sont les sucres réducteurs et le saccharose; mais les proportions diffèrent déjà notablement : alors que dans le limbe le saccharose est fortement prédominant, dans la nervure, au contraire, il fait place au sucre interverti. Le phénomène peut être plus ou moins accentué, il est dans tous les cas très net. Le pouvoir

(¹) M. Bridel et Mlle Bourdouil, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 543; et Mlle Bourdouil, *Bull. Soc. Ch. biol.*, 11, 1929, p. 1130, où l'on trouvera une bonne bibliographie.

rotatoire initial [α_1] est toujours moins élevé, on ne l'a jamais trouvé supérieur à + 46, et il tombe parfois à + 6; tandis que, après hydrolyse, c'est toujours le pouvoir rotatoire du sucre interverti que l'on obtient.

C. *Pétiole*. — Le pétiole continue la nervure : l'hydrolyse du saccharose s'y poursuit constamment, à mesure que le sucre progresse vers la base; en sorte que le mélange de glucides qui arrive au stipe et qui sera ensuite distribué au régime est surtout formé de glucose et de fructose, accompagnés d'une petite proportion de sucre de canne.

L'interprétation de ces faits est évidente : le saccharose, produit dans le limbe, émigre vers les autres régions de la plante en se transformant en sucre interverti à mesure qu'il chemine le long de la nervure et du pétiole.

Régime. — Parvenus à la base du pétiole, les différents glucides s'engagent dans le régime, dont le pédoncule prend naissance au sommet du stipe, au centre du bouquet de feuilles.

A. *Pédoncule*. — On n'a pas trouvé de différences profondes entre la base du pétiole et le pédoncule; ce dernier paraît être un simple organe de conduction dans lequel les glucides ne subissent à peu près aucune transformation. Tout au plus, peut-on constater parfois entre la base du pédoncule, adhérente au stipe, et le sommet portant les fruits, une légère augmentation dans la proportion du saccharose sans que jamais pourtant il ne devienne prédominant sur les sucres réducteurs. Par ailleurs, l'amidon fait totalement défaut et les sucres solubles sont encore relativement abondants.

B. *Fruits*. — Avec le fruit, tout change brusquement : même dans les bananes récoltées très peu de temps après la fructification, la proportion d'amidon est notable, celle des sucres réducteurs infime. Au cours du développement on voit la teneur en matière amylacée s'accroître constamment jusqu'à une valeur voisine de 32 pour 100, sans que la teneur en sucres solubles augmente sensiblement. D'autre part, la composition du mélange glucidique soluble est très différente de celle qu'on trouve au sommet du pédoncule : alors que dans le pédoncule, au niveau même du fruit, le réducteur l'emporte encore sur le saccharose, dans le fruit, au contraire, il n'y a plus que des traces de sucres réducteurs, le saccharose formant à lui seul la presque totalité de la réserve soluble. Le pouvoir rotatoire initial [α_1], qui est égal à + 17 ou + 18 au sommet du pédoncule, s'élève d'un seul coup à + 50 ou + 60 dans le fruit, en même temps que le rapport $\frac{R}{S}$ devient très inférieur à l'unité. Il ne paraît donc pas douteux que la réserve amylacée des fruits verts s'élabore aux dépens des glucides solubles

délivrés par le pédoncule et que cette élaboration se produise principalement aux dépens des sucres réducteurs.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'évolution des constituants cytoplasmiques pendant la formation des grains de pollen et de l'assise nourricière chez* Senecio vulgaris. Note de Mlle **Germaine Py**, présentée par M. L. Mangin.

La différenciation des tissus pollinique et nourricier chez le Séneçon a lieu dans l'ordre signalé pour la première fois par Warming : la cellule initiale se cloisonnant pour donner l'assise polinique primordiale et l'assise pariétale primordiale, celle-ci se divisant à son tour et donnant du côté interne l'assise nourricière.

A. Les cellules primordiales des *grains de pollen* possèdent un gros noyau avec nucléole, un cytoplasme dense, quelques vacuoles et un chondriome constitué d'éléments assez épais sous forme de mitochondries granuleuses et de chondriocontes.

Au stade cellule mère, avant les divisions réductrices, les vacuoles régressent et très souvent il n'en subsiste qu'une ou deux situées aux pôles de la cellule et contenant un gros précipité vacuolaire d'aspect cristallin, présentant, dans certains cas, l'aspect d'un cristalloïde de protéine. Pendant ce temps le chondriome devient uniquement granuleux et ses éléments plus fins et plus nombreux.

Au stade synapsis les vacuoles sont de nouveau éparses dans le cytoplasme, le chondriome garde son aspect finement granuleux mais différencie quelques plastes, toujours en très petit nombre, reconnaissables à leur taille légèrement plus volumineuse.

Le chondriome subsiste à cet état jusqu'à la cutinisation de la membrane des grains de pollen. Les plastes grossissent alors et deviennent très distincts du reste du chondriome qui garde l'aspect finement granuleux. Le cytoplasme est creusé de vacuoles. L'amidon n'existe à aucun stade du développement des grains de pollen. Il fait d'ailleurs défaut dans toutes les parties florales de la plante.

Les quelques figures observées dans l'*Erigeron canadensis* sont analogues à celles de *Senecio vulgaris*.

Il convient de remarquer que l'évolution du chondriome chez le *Senecio vulgaris* diffère de celle étudiée précédemment chez *Helleborus fœtidus*. Dans cette dernière plante la fragmentation du chondriome a lieu plus tardivement (pendant la prophase réductrice) ainsi que l'apparition des plastes (séparation des quatre cellules de la tétrade). Enfin, pendant la maturation

des grains de pollen on constate des amyloplastes et des chondriocontes. Les différences constatées dans l'évolution du chondriome chez le *Senecio vulgaris* et l'*H. fœtidus* consistent donc en une accélération et une simplification de l'évolution chez le *Senecio vulgaris*.

B. L'*assise nourricière* des grains de pollen observée immédiatement après le cloisonnement de l'assise pariétale primordiale est formée de petites cellules à gros noyaux contenant un chondriome peu dense à l'état de mitochondries granuleuses et de bâtonnets. Puis les cellules grossissent, de longs chondriocontes apparaissent et les éléments du chondriome sont plus nombreux.

Pendant le stade cellule-mère ou synapsis on constate une fragmentation des chondriocontes en chondriomites aboutissant finalement à un chondriome uniquement granuleux ne subsistant à cet état que pendant une très courte période.

Pendant les mitoses réductrices, le chondriome est un mélange de chondriocontes et de mitochondries.

Environ au moment où apparaissent les ornementations de la membrane des grains de pollen le cytoplasme se creuse de grosses vacuoles à précipités phénoliques. Les cellules ont alors des formes irrégulières et semblent s'insinuer entre les grains de pollen.

Les vacuoles diminuent bientôt de volume et, lorsque la membrane des grains de pollen a achevé sa différenciation, apparaissent de gros et nombreux plastes en même temps qu'une sécrétion abondante emplit la cavité pollinique. Les chondriocontes sont en très petit nombre et les mitochondries inactives sont finement granuleuses. Le chondriome est alors analogue à celui des grains de pollen.

A aucun stade nous n'avons pu constater d'ornementations sur la membrane de l'assise nourricière comme pour les espèces précédemment étudiées. Au contraire, l'*Erigeron canadensis* présente des granulations analogues, en plus petit, à celles de l'*Helleborus fœtidus*.

En comparant l'évolution du chondriome dans l'assise nourricière du *Senecio vulgaris* à celle de l'*H. fœtidus* (et des *Euphorbia sauliana* et *Peplus*) déjà décrite par nous, on s'aperçoit qu'il existe dans cette évolution d'intéressantes analogies. Chez ces quatre plantes le chondriome des cellules du tapis passe par un stade très court, uniquement granuleux, provenant de la fragmentation des chondriocontes en mitochondries avec, comme stade intermédiaire, les chondriomites. Cette résolution du chondriome en éléments uniquement granuleux peut être rapprochée de celle constatée dans l'assise pollinique de ces mêmes plantes, d'autant plus qu'elle a lieu à peu

près au même stade : synapsis (*Senecio vulgaris*) ou mitoses réductrices (*H. fœtidus*, *E. sauliana* et *Peplus*). Mais la phase granuleuse de l'assise pollinique est de beaucoup plus longue durée que celle de l'assise nourricière.

Un autre fait, commun aux quatre plantes étudiées, est l'apparition des plastes. Ceux-ci sont toujours bien différenciés au moment de la maturation des grains de pollen. Ils doivent correspondre aux plastes signalés au même moment dans les grains de pollen.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Action sclérosante des injections intraveineuses de glycérine. Effets sensibilisants d'une première injection.* Note de MM. **F. Maignon** et **Ch. Grandclaude**, présentée par M. E. Leclainche.

Nous nous sommes proposé dans ces recherches d'étudier, chez le chien, les effets des injections intraveineuses de glycérine. Nous avons injecté de 3 à 5^{cm^3} de glycérine pure à 30° dans les veines saphènes de 14 animaux de tous âges.

Dans aucun cas nous n'avons constaté d'effets généraux, qu'il s'agisse d'une première ou d'une seconde injection, mais il n'en a pas été de même pour les effets locaux. Nous étudierons ces derniers successivement, pour la première et la deuxième injection, cette dernière étant faite à la même veine et au même point que la première à un intervalle de temps variable.

Effets de la première injection. — L'examen histologique de la veine, pratiqué au voisinage de l'injection, une ou plusieurs semaines après celle-ci, a permis de faire les constatations suivantes :

Sur 14 sujets d'expériences :

Dans 7 expériences : veine normale;
Dans 4 expériences : léger épaississement des parois;
Dans 1 expérience : saphène gauche, léger épaississement; saphène droite, oblitération et sclérose presque complète;
Dans 2 expériences : sclérose et oblitération complète.

Donc, 7 fois sur 14, cette première injection n'a produit aucune modification des parois veineuses, 4 fois elle a été suivie d'un léger épaississement des parois et 3 fois d'une forte sclérose avec oblitération complète ou presque complète.

Effets de la deuxième injection. — Ces effets varient beaucoup suivant la durée de l'intervalle qui sépare cette injection de la première.

1° *Les deux injections sont espacées de quelques heures.*

Les résultats sont les suivants :

Saphène droite : 1 injection (veine normale); saphène gauche : 2 injections espacées de 3 heures (très discrète endophlébite).

Saphène droite : 1 injection (veine normale); saphène gauche : 2 injections espacées de 3 heures et demie (veine normale).

Saphène droite : 1 injection (veine normale); saphène gauche : 2 injections espacées de 5 heures (parois presque normales, caillot cruorique nullement organisé).

A cet intervalle, la deuxième injection ne produit donc pas plus d'effet que la première.

2° *Les deux injections sont espacées de 20 à 24 heures.*

Saphène gauche : 1 injection (veine normale); saphène droite : 2 injections espacées de 20 heures (sclérose et oblitération complète).

Saphène gauche : 1 injection (sclérose et oblitération complète); saphène droite : 2 injections espacées de 20 heures (sclérose et oblitération complète).

Saphène droite : 1 injection (léger épaississement des parois); saphène gauche : 2 injections espacées de 24 heures (léger épaississement des parois).

Une fois sur trois, la seconde injection a produit une oblitération complète, alors que la première avait laissé la veine témoin normale.

3° *Les deux injections sont espacées de 4 jours.*

Une expérience : oblitération incomplète, caillot en voie d'organisation fibreuse.

4° *Les deux injections sont espacées de 7 à 8 jours.*

Quatre expériences : les quatre fois, sclérose avec oblitération complète.

5° *Les deux injections sont espacées de 14 jours.*

Une expérience : sclérose avec oblitération presque complète.

6° *Les deux injections sont espacées de 1 mois et plus.*

Intervalle des deux injections : 28 jours (veine normale).

Intervalle des deux injections : 67 jours (veine normale).

Lorsque la seconde injection aboutit à la sclérose, avec oblitération, ce résultat peut être obtenu de deux façons différentes. Tantôt moins de 2 minutes après cette seconde injection, la veine devient grosse et dure sur une longueur de 5 à 8^{cm}, et cela, par formation brusque d'un thrombus qui s'organise ensuite, tantôt, la thrombose n'est pas primitive et les parois veineuses s'épaississent graduellement et lentement.

Quel que soit le processus, le résultat est le même : la paroi veineuse apparaît au microscope, avec des tuniques dissociées par une sclérose profonde et infiltrées de cellules lymphocytaires, l'endothélium n'est plus distinct et fait corps avec une masse centrale épaisse qui obstrue complètement la lumière du vaisseau. Ce caillot ne contient plus de fibrine, il est complètement organisé, constitué par des fibroblastes, des fibres collagènes et des néo-vaisseaux.

Conclusions. — Les injections de glycérine pure faites chez le chien, à la dose de 3 à 5^{cm^3} dans la veine saphène, ne déterminent aucun trouble fonc-

tionnel. Localement, elles peuvent produire de la sclérose veineuse pouvant aller jusqu'à l'oblitération complète du vaisseau.

Cette sclérose est rarement produite par la première injection, qui est le plus souvent inoffensive.

La seconde injection faite au même point que la première est également inoffensive lorsqu'elle suit celle-ci de quelques heures (moins de 20 heures), mais elle détermine toujours une réaction violente du vaisseau, aboutissant à la sclérose oblitérante, lorsqu'elle en est séparée par un intervalle de 7 à 8 jours.

Dans ce cas, la première injection a produit une véritable sensibilisation des parois veineuses et, comme dans l'anaphylaxie, cette sensibilisation exige un certain temps pour s'établir.

Lorsque la seconde injection est faite un mois ou deux après la première, elle est de nouveau inoffensive. Il semble que le vaisseau ait eu le temps de se désensibiliser.

Tout se passe comme s'il s'agissait d'un phénomène d'anaphylaxie locale portant sur le tissu veineux. S'il en était ainsi, il ne saurait être question de faire intervenir la glycérine comme substance sensibilisante, mais on pourrait admettre que cette glycérine pure exerce une action toxique, mortifiante sur une partie du protoplasme des cellules en contact, les protéines mortes réalisant ainsi l'effet d'une injection sensibilisante. A la seconde injection de glycérine, une nouvelle mortification protoplasmique jouerait le rôle d'injection déchaînante. Il y aurait chaque fois production de substances toxiques provenant de la dégradation des protéines mortes et ce sont ces substances qui, dans cette hypothèse, seraient responsables de la sclérose.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les ferments solubles sécrétés par les Champignons Hyménomycètes. L'hydrolyse des hémicelluloses.* Note de M. **L. Lutz**, présentée par M. L. Mangin.

L'attaque de la cellulose par les myceliums de nombreux Champignons est démontrée grossièrement par l'aspect très particulier des bois dits *échauffés*, dont la décoloration, puis l'abolition de la ténacité sont les signes les plus tangibles. Mais le mécanisme de cette altération n'est encore que très imparfaitement connu.

Je me suis, en vue d'une étude systématique, adressé tout d'abord à des hémicelluloses : arabanes, mannanes, galactanes, qui, par hydrolyse, se

transforment en arabinose, mannose et galactose, ce qui entraîne la liquéfaction de la masse.

J'ai fait choix de la gomme adragante (arabanes + galactanes), puis des albumens de Caroubier et de *Gleditschia triacanthos* (mannanes + galactanes), ces derniers utilisés précédemment avec succès par Hérissey dans ses études sur la séminase (¹).

A. *Gomme adragante.* — Le milieu de culture est préparé en faisant gonfler 1^{g} de gomme dans 5$^{cm^3}$ de la solution minérale nutritive habituelle (sans les sucres). Dans ces proportions, les fragments de gomme conservent leur forme primitive et ne s'agglutinent pas entre eux. La liquéfaction sera ainsi facile à apprécier.

Après gonflement, ce mucilage a été introduit dans un tube à essai, stérilisé à 110° et ensemencé ensuite. Il a été préparé sept séries semblables de tubes, qui ont été ensemencés respectivement avec *Stereum hirsutum*, *S. purpureum*, *Corticium quercinum*, *Polyporus pinicola*, *Coriolus versicolor*, *Ungulina betulina* et *Fomes igniarius*.

Le *Stereum purpureum* a fourni la plus belle réaction. Deux mois après l'ensemencement, la gomme est transformée en une masse visqueuse et, au bout de trois mois, le contenu du tube coule comme du sirop lorsqu'on l'incline. En même temps, toute trace d'organisation cellulaire de la gomme a disparu et le milieu est devenu uniformément limpide et incolore. Il réduit alors très énergiquement la liqueur de Fehling.

Une partie du liquide sirupeux a été soumise aux réactions caractéristiques des pentoses (HCl + orcine) et des hexoses aldoses (eau bromée, puis réactif de Berg). Dans les deux cas, il a été obtenu des réactions parfaitement nettes qui, jointes à l'étude des ozazones, ont montré que ces liquides renferment un mélange d'arabinose et de galactose. La dissolution de la gomme adragante s'est donc accompagnée de son hydrolyse normale.

D'autres belles liquéfactions, avec formation des mêmes sucres, ont été fournies par les *Stereum hirsutum*, *Coriolus versicolor* et *Fomes igniarius*, quoique moins rapidement. Avec les autres Champignons, l'adragante est devenue pâteuse, mais non coulante et présentant encore, deux ans après l'ensemencement, des inégalités d'aspect montrant que la destruction des éléments cellulaires, quoique sensible, est encore loin d'être complète.

B. *Albumen de Caroubier.* — L'albumen de Caroubier a été transformé

(¹) Hérissey, *Recherches chimiques et physiologiques sur la digestion des mannanes et des galactanes par la séminase chez les végétaux* (*Thèse* Fac. Sc. Paris, 1903). — Voir aussi Bourquelot et Hérissey, *Sur la composition de l'albumen de Caroubier* (*Journ. Ph. et Ch.*, 6e série, 10, 1899, p. 153).

en milieu en adaptant de la manière suivante la technique donnée par Hérissey : on fait gonfler dans l'eau froide les graines pour en séparer aisément l'albumen. Celui-ci, séché à l'étuve, est broyé finement au moulin. On mélange 4^g de cette poudre et 100^{cm^3} de la solution minérale habituelle (sans les sucres) et l'on porte au bain-marie pendant 10 minutes. L'albumen se transforme en gelée, qu'on répartit dans des tubes à essai, à raison de 5^{cm^3} par tube et qu'on stérilise à 120°.

Des quantités plus importantes de milieu ont été réparties dans des ballons pour servir à la caractérisation des sucres après culture.

Les Champignons ensemencés sont : *Stereum hirsutum*, *S. purpureum*, *Corticium quercinum*, *Coriolus versicolor*, *C. adustus*, *Polyporus pinicola*, *Fomes igniarius Ungulina betulina*, *Trametes medullapanis*, *Pleurotus ostreatus* et *P. Eryngii*. Les ballons ont servi au développement de *Coriolus adustus* et de *Stereum purpureum*.

La liquéfaction s'est produite dans tous les cas et elle a été particulièrement rapide avec le *Coriolus adustus* (début de la liquéfaction le 7e jour, liquéfaction totale le 20e). Viennent ensuite le *Corticium quercinum* (début le 7e jour, liquéfaction totale le 33e); puis par ordre décroissant d'activité : *Fomes igniarius*, *Polyporus pinicola*, *Stereum hirsutum*, *S. purpureum*, *Coriolus versicolor*, *Ungulina betulina*, *Pleurotus ostreatus*, *Trametes medullapanis* et *Pleurotus Eryngii*.

Dans les ballons, la liquéfaction avec le *Coriolus adustus* a commencé le 9e jour, bien que la plaque mycélienne n'ait guère encore que 2^{cm} de diamètre. Le 11e jour, la masse est tout entière tremblottante et presque sans consistance; la liquéfaction est complète le 17e jour.

Avec le *Stereum purpureum*, la liquéfaction est un peu moins rapide (début le 5e jour, liquéfaction le 20e).

Les liquides provenant de l'action du *Coriolus adustus* et du *Stereum purpureum* réduisent énergiquement la liqueur de Fehling et un titrage effectué avec le liquide de culture du *Stereum* y a décelé une teneur en sucres réducteurs de $0^g,82$ pour 100 exprimés en maltose anhydre.

Le liquide fourni par le *Coriolus adustus* a été traité en partie par l'acétate de phénylhydrazine en vue de la préparation des ozazones des sucres formés. Une autre partie a été soumise aux essais de détermination de ces sucres : orcine + HCl; eau bromée, puis réactif de Berg; solution alcoolique de naphtol + acide sulfurique). Cet ensemble de réactions a permis de déceler avec certitude la présence de mannose et de galactose.

C. *Albumen de* Gleditschia. — Préparé et ensemencé de la même manière, l'albumen de *Gleditschia* a conduit aux mêmes résultats, avec une rapidité

encore plus grande, puisque la liquéfaction sous l'influence du *Coriolus adustus* s'est manifestée dès le 3ᵉ jour.

Il est donc permis, en résumé, de conclure que l'attaque des hémicelluloses par les Champignons Hyménomycètes présente les caractères d'une hydrolyse totale.

PARASITOLOGIE. — *Parasitisme bactérien et symbiose chez l'*Aphis mali. Note de M. **A. Paillot**, présentée par M. P. Marchal.

Nous avons signalé [1] que les femelles sexuées de la génération d'automne d'*Aphis mali* présentaient souvent des signes d'infection microbienne et que les Bacilles parasites passent dans les œufs où ils donnent naissance à des formes géantes arrondies identiques aux formes dites levures des mycétocytes. Des observations analogues ont été faites en 1929; mais en outre, des faits nouveaux ont été découverts qui mettent en lumière l'interdépendance étroite des phénomènes de symbiose et de parasitisme bactériens.

Si l'on examine des frottis de Pucerons sexués, après coloration par le mélange de Giemsa, on constate que le nombre des éléments de forme bacillaire varie considérablement suivant les individus examinés; on rencontre même des Pucerons qui ne renferment aucun de ces éléments. Sur coupes, on constate la présence de Bacilles libres, plus ou moins nombreux dans la cavité générale; on rencontre également ceux-ci à l'intérieur des phagocytes du sang et dans les cellules adipeuses. Des micronucléocytes bourrés de Bacilles peuvent être observés dans le voisinage immédiat des mycétocytes ou à l'intérieur du mycétome. Nous avons enfin constaté très nettement, à l'intérieur de quelques micronucléocytes, la présence simultanée de Bacilles, de formes arrondies et de formes de passage, ce qui démontre la communauté d'origine des Bacilles et des formes dites levures ou symbiotes, comme chez le *Macrosiphum jaceæ*, la réaction phagocytaire joue ainsi un rôle important dans l'accroissement en volume du mycétome.

Certains individus d'*Aphis mali* sont parasités en outre par une espèce bactérienne différente de celle décrite précédemment. Les éléments sont plus courts et plus minces; l'infection est limitée le plus souvent au tube digestif moyen; les Bacilles forment, dans la lumière du tube, une couche très dense contre la paroi épithéliale. Dans certains cas les Bacilles, comme ceux de l'espèce précédente, peuvent pénétrer à l'intérieur des ovules

(1) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 210.

arrivés à maturité; ils peuvent par contre s'y multiplier et provoquer ainsi leur destruction; l'absence de réaction d'immunité engendre ainsi le parasitisme pathogène. Les deux espèces bactériennes peuvent être rencontrées simultanément chez un même Puceron.

Chez tous les Pucerons de la génération sexuée d'automne que nous avons examinés, les cellules épithéliales de la poche stomacale apparaissent infiltrées d'éléments microbiens en forme de filaments droits plus ou moins allongés et de fuseaux renflés semblables à des levures. Il s'agit là, vraisemblablement, de formes bactériennes modifiées : la diversité des figures observées, l'absence de noyau différencié constituent autant d'arguments en faveur de cette hypothèse. Les cellules ne semblent pas souffrir de la présence des parasites et ne présentent aucune lésion apparente du noyau ou de la couche protoplasmique. Formes arrondies des mycétocytes et formes mycéliennes de la poche stomacale tirent très vraisemblablement leur origine des mêmes bacilles : ceux qu'on observe dans le sang et le tissu adipeux. Les différences morphologiques qui caractérisent chacune de ces formes sont dues aux différences de chimismes des deux types de cellules parasitées.

Les faits observés chez l'*Aphis mali* montrent très nettement qu'il n'existe pas de symbiose au sens strict du mot entre l'insecte et une forme levure localisée dans des cellules spécialisées de l'organisme, les mycétocytes, mais qu'on a affaire à une véritable infection microbienne en évolution constante; suivant l'intensité des réactions d'immunité humorales et cellulaires, les Bacilles peuvent être plus ou moins nombreux dans le sang et les cellules adipeuses ou même disparaître complètement; les formes qui en dérivent, formes arrondies des mycétocytes et formes mycéliennes de la poche stomacale, sont au contraire toujours présentes. L'infection bactérienne normale est parfois compliquée d'infection secondaire limitée au tube digestif moyen. Le fait que les Bactéries déterminant cette infection secondaire peuvent passer dans l'ovule comme les Bactéries d'infection normale, démontre que les Pucerons se comportent, vis-à-vis des microbes en général, d'une manière très différente de celle des autres Insectes. Ce comportement, dont les causes profondes nous échappent, explique la pérennité de l'infection microbienne chez les Pucerons.

La séance est levée à 16^h.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 14 AVRIL 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de Pâques la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 23 au lieu du lundi 21.

ASTRONOMIE. — *Sur la position du corps céleste actuellement supposé planète transneptunienne*. Note de M. **Ernest Esclangon**.

Dans une précédente Note (*Comptes rendus*, 7 avril 1930) j'indiquais l'intérêt d'une méthode purement parallactique pour la détermination de la position du corps céleste provisoirement appelé planète transneptunienne.

Dans l'intervalle des observations de position actuellement publiées (18 jours) la planète n'a décrit, sur sa trajectoire autour du Soleil, qu'un arc très faible, égal à 3 minutes, de sorte que, pendant cet intervalle, *sa vitesse peut être considérée constante en direction et grandeur*. La méthode consistera donc à interpréter les changements de perspective observés comme résultant de la position géométrique inconnue du corps à l'instant regardé comme initial dans l'ensemble des observations utilisées, de sa vitesse supposée constante également inconnue, enfin des déplacements connus de la Terre sur son orbite.

Soient alors, à trois époques d'observation t_1, t_2, t_3, convenablement choisies : x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; x_3, y_3, z_3 les coordonnées connues de la Terre par rapport à des axes fixes donnés, d'ailleurs arbitraires; X_1, Y_1, Z_1; X_2, Y_2, Z_2; X_3, Y_3, Z_3 les coordonnées inconnues de l'astre; ρ_1, ρ_2, ρ_3

ses distances à la Terre; α_1, β_1, γ_1; α_2, β_2, γ_2; α_3, β_3, γ_3 les cosinus directeurs connus des directions dans lesquelles l'astre a été vu de la Terre aux époques t_1, t_2, t_3.

On a évidemment :

$$(1) \qquad X_i = x_i + \rho_i\alpha_i, \quad Y_i = y_i + \rho_i\beta_i, \quad Z_i = z_i + \rho_i\gamma_i \quad (i = 1, 2, 3).$$

D'autre part, le fait que la vitesse de l'astre est supposée constante entraîne les relations

$$(2) \quad \begin{cases} X_1(t_2 - t_3) + X_2(t_3 - t_1) + X_3(t_1 - t_2) = 0, \\ Y_1(t_2 - t_3) + Y_2(t_3 - t_1) + Y_3(t_1 - t_2) = 0, \\ Z_1(t_2 - t_3) + Z_2(t_3 - t_1) + Z_3(t_1 - t_2) = 0, \end{cases}$$

c'est-à-dire, d'après (1),

$$(3) \quad \begin{cases} \rho_1\alpha_1(t_2 - t_3) + \rho_2\alpha_2(t_3 - t_1) + \rho_3\alpha_3(t_1 - t_2) + x_1(t_2 - t_3) + x_2(t_3 - t_1) + x_3(t_1 - t_2) = 0, \\ \rho_1\beta_1(t_2 - t_3) + \rho_2\beta_2(t_3 - t_1) + \rho_3\beta_3(t_1 - t_2) + y_1(t_2 - t_3) + y_2(t_3 - t_1) + y_3(t_1 - t_2) = 0, \\ \rho_1\gamma_1(t_2 - t_3) + \rho_2\gamma_2(t_3 - t_1) + \rho_3\gamma_3(t_1 - t_2) + z_1(t_2 - t_3) + z_2(t_3 - t_1) + z_3(t_1 - t_2) = 0. \end{cases}$$

La résolution de ces équations par rapport *aux seules inconnues* ρ_1, ρ_2, ρ_3 fournit, par les formules (1), les coordonnées de l'astre aux époques t_1, t_2, t_3.

On n'a pas tenu compte de l'aberration. Étant donné l'éloignement de la planète, une correction est donc nécessaire. Désignons par τ_1, τ_2, τ_3 les temps d'aberration (temps que met la lumière pour venir de l'astre à la Terre, ici de l'ordre de $6^h,1 = 0^j,25$) et qui peuvent être déduits des valeurs provisoires de ρ_1, ρ_2, ρ_3 tirées de (3).

Les directions *apparentes* observées correspondent aux *directions géométriques réelles*, non pas aux époques t_1, t_2, t_3, mais aux époques $t_1 - \tau_1$, $t_2 - \tau_2$, $t_3 - \tau_3$. On devra donc reprendre les équations (3) en substituant aux valeurs t_1, t_2, t_3 les valeurs $t_1 - \tau_1$, $t_2 - \tau_2$, $t_3 - \tau_3$ et aux coordonnées x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; x_3, y_3, z_3 de la Terre aux époques t_1, t_2, t_3 ces mêmes coordonnées aux époques $t_1 - \tau_1$, $t_2 - \tau_2$, $t_3 - \tau_3$. On obtient ainsi une deuxième approximation pour ρ_1, ρ_2, ρ_3 qui, dans le cas présent, est largement suffisante et en rapport avec la précision des observations.

Quant à la vitesse constante inconnue de l'astre, ses projections X′, Y′, Z′ sont données par

$$X' = \frac{X_2 - X_3}{(t_2 - \tau_2) - (t_3 - \tau_3)} = \frac{X_3 - X_1}{(t_3 - \tau_3) - (t_1 - \tau_1)} = \frac{X_1 - X_2}{(t_1 - \tau_1) - (t_2 - \tau_2)}$$

et des expressions analogues pour Y′, Z′. La vitesse est ici un élément

relativement très mal déterminé, car les directions Terre-astre étant très voisines, la détermination de cette vitesse est extrêmement sensible aux moindres erreurs commises sur ρ_1, ρ_2, ρ_3. C'est là un caractère commun à toutes les méthodes ayant pour objet la détermination des éléments astronomiques de l'astre, et tenant à la très faible étendue de l'arc de trajectoire décrit au cours des observations dont on dispose actuellement; c'est *ce caractère qui s'oppose, pour le moment, au calcul précis des éléments de l'orbite autres que la distance.*

Dans la résolution des équations (3) intervient en dénominateur le déterminant

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{vmatrix}.$$

Il est proportionnel à la surface du triangle découpé sur la sphère céleste par les trois directions correspondant aux trois observations utilisées qui doivent donc être choisies de manière à rendre cette surface la plus grande possible. Et précisément, il se présentait ici cette circonstance, à ce point de vue avantageuse, que l'ascension droite de l'astre passait par un minimum le 30,5 Mars, la déclinaison continuant à varier dans le même sens; la courbe décrite dans le ciel comportait ainsi un sommet et rendait possible le choix d'un triangle de surface sensible.

Les calculs numériques ont été exécutés par M. Stoyko à l'Observatoire de Paris. Les observations choisies correspondent à

$$t_1 = 16,358 \text{ Mars}, \quad t_2 = 27,358 \text{ Mars}, \quad t_3 = 3,358 \text{ Avril}.$$

On en déduit, pour les époques $t_1 - \tau_1 = 16,108$ Mars,

$$t_2 - \tau_2 = 27,103 \text{ Mars}, \quad t_3 - \tau_3 = 3,100 \text{ Avril};$$

les valeurs suivantes de ρ,

$$\rho_1 = 43,458, \quad \rho_2 = 44,260, \quad \rho_3 = 44,793;$$

et, pour les distances correspondant au Soleil,

$$R_1 = 43,848, \quad R_2 = 44,470, \quad R_3 = 44,883.$$

Les différences présentées par ces nombres correspondent, non à une vitesse effective de l'astre, mais à une mesure de l'approximation obtenue pour R et ρ. Pour la date moyenne $t = 25,770$ Mars, on en déduit les coordonnées héliocentriques suivantes de l'astre, rapportées à l'écliptique et à l'équinoxe

moyens 1930,0,

$$X = -14,235, \quad Y = +42,056, \quad Z = -0,134,$$

et, *pour la distance correspondant au Soleil*,

$$R = 44,400.$$

La vitesse est, comme nous l'avons dit, très mal déterminée, particulièrement la vitesse radiale qui, pratiquement, n'a aucun sens, car elle est d'une énorme sensibilité vis-à-vis des moindres erreurs commises sur ρ_1, ρ_2, ρ_3. Voici les projections qu'on trouve pour la vitesse (l'unité de temps étant le jour moyen) :

$$X' = -0,01928, \quad Y' = +0,05373, \quad Z' = +0,00066.$$

La composante de cette vitesse, dans le plan de l'orbite, perpendiculairement au rayon vecteur, serait $V_t = 0,00136$, correspondant à $2^{km},4$ par seconde. Quant à la vitesse radiale, $V_r = 0,0576$, elle n'a aucun sens réel.

La longitude du nœud obtenue est

$$\Omega = 108^\circ 55'.$$

Elle est relativement bien déterminée car, au moment des observations, l'astre était voisin de son nœud. Enfin l'inclinaison tirée des équations précédentes serait $i = 38^\circ 54'$ mais elle est très mal déterminée et peut être, en réalité, fort éloignée de cette valeur.

En résumé, les éléments les mieux déterminés sont la distance R au Soleil et la position du nœud. La distance R paraît être obtenue ici à une unité près, le nœud à un degré près.

Les autres éléments qui dépendent en quelque sorte des *dérivées* de la position, notamment l'excentricité, sont pour ainsi dire actuellement inaccessibles; de longs mois et même plusieurs années d'observation seront nécessaires avant qu'on puisse les fixer avec certitude et déterminer la véritable nature de l'orbite.

Le même problème, tout en restant identique dans son énoncé, est susceptible d'un autre aspect pratique.

Au lieu d'utiliser seulement *trois* observations, on peut mettre en œuvre *toutes* les observations dont on peut disposer. Cela est même nécessairement indiqué lorsque les trois observations du cas précédent se rapportent à des directions apparentes parallèles à un même plan, les équations (3) n'étant plus alors suffisantes.

Le problème étant projectif, on peut le traiter séparément sur chaque plan de coordonnées, en particulier, par exemple, sur le plan de l'écliptique, mais il revêt une forme entièrement différente.

En désignant par a, b les coordonnées de l'astre sur ce plan à un instant $t_0 = 0$ regardé comme initial, par u et v les projections inconnues de sa vitesse, par x, y les coordonnées héliocentriques de la Terre dans l'écliptique, par λ la longitude de la direction observée Terre-astre, par ρ la projection de la distance Terre-astre, on aurait à l'instant t :

$$x + \rho \cos\lambda = a + ut,$$
$$y + \rho \sin\lambda = b + vt$$

et, par suite,

$$a \sin\lambda - b \cos\lambda + t(u \sin\lambda - v \cos\lambda) = x \sin\lambda - y \cos\lambda.$$

On aurait ainsi autant d'équations que d'observations pour déterminer les quatre inconnues a, b, u, v.

En projetant sur un second plan, on obtiendrait la solution complète du problème. Des corrections d'aberration seraient évidemment nécessaires, mais rendues très faciles si l'on possède déjà une valeur approchée de la distance de l'astre à la Terre.

ÉLECTRICITÉ. — *Alternateurs symétriques accouplés sur réseau ou ligne dissymétrique*. Note de M. **André Blondel**.

On a montré (¹) que le fonctionnement de plusieurs alternateurs symétriques accouplés en parallèle (avec des décalages variables entre leurs rotors) sur un réseau symétrique ou reliés entre eux par une ligne symétrique peut être aisément calculé et représenté graphiquement par des cercles de courants et de puissances, dès que l'on peut calculer les admittances vectorielles propres A_{pp} et mutuelles A_{pq} de ces alternateurs considérés soit isolément, soit deux à deux, avec cette propriété d'ailleurs que $A_{pq} = B_{qp}$.

Il est intéressant d'examiner si la solution s'étend au cas de réseaux ou lignes dissymétriques, en utilisant la méthode de calcul par ensembles symétriques, dans l'hypothèse d'un système triphasé.

On échoue si l'on veut se contenter de définir directement des admittances

---

(¹) Cf. A. Blondel, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 460. Dans cette Communication, les vecteurs étaient représentés en romaines grasses.

d'ensemble, généralisant directement A_{pp} et A_{pq}, c'est-à-dire associant directement les impédances des alternateurs à celles du réseau, parce que les premières sont cycliques suivant la définition que j'en ai donné autrefois ([1]), et les secondes ne le sont pas. Il faut donc traiter séparément les chutes de tension des alternateurs et celles du réseau.

Dans ce qui suit les variables et constantes, représentées en majuscules italiques, sont toutes des vecteurs; il n'y aura pas de grandeurs réelles, sauf dans les puissances.

On considère d'abord n alternateurs triphasés $G_1, G_2, \ldots, G_s, \ldots, G_n$, couplés sur un réseau extérieur ayant trois phases a, b, c dont les impédances isolées seront Z_{ea}, Z_{eb}, Z_{ec} et donneront lieu à trois ensembles symétriques Z_e^0, Z_e^s, Z_e^i (homopolaire, synchrone, inverse respectivement) définis à la manière ordinaire ([2]).

Chacun des alternateurs G_p sera défini par sa force électromotrice synchrone E^s, donnant sur les trois phases a, b, c : $E_a^2, \alpha E_a^2, \alpha^2 E_a^3$, en désignant par α le facteur $\alpha = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$. Il sera supposé symétrique et muni d'amortisseurs, et présentera trois impédances d'ensemble Z_p^0, Z_p^s, Z_p^i, applicables respectivement aux ensembles de courants de même indice I^0, I^s, I^i. Pour simplifier le problème, déjà fort compliqué, on supposera qu'il n'y a pas de fil neutre, et que par conséquent $I^0 = 0$.

Chacun des alternateurs ne donne, par construction, qu'un ensemble de forces électromotrices unique à rotation synchrone; pour l'alternateur G_p, on a donc

$$E_p^i = 0, \qquad E_p^0 = 0, \qquad E_p^s \neq 0.$$

On aura pour chaque alternateur G_p relié à un réseau d'impédance SZ_e deux équations, l'une pour les ensembles synchrones, l'autre avec premier membre nul pour les ensembles à rotation inverse.

$$\begin{aligned} E_p^s &= Z_p^s I_p^s + Z_e^0 I_e^s + Z_e^i I_e^i + (Z_e^s I_e^0), \\ 0 &= Z_p^i I_p^i + Z_e^0 I_e^i + Z_e^s I_e^s + (Z_e^i I_e^0). \end{aligned}$$

Les derniers termes, entre parenthèses, des seconds membres sont nuls quand il n'y a pas de fil neutre, car alors $I_2^0 = 0$.

([1]) Nous avons donné pour la première fois la définition des impédances cycliques et le principe du calcul par ensembles symétriques synchrones dans les *Comptes rendus*, 118, 1894, 1[er] semestre, p. 404 et 633.

([2]) Fortesene (*Proc. Am. Inst. El. Eng.*, 27, 1918, p. 1027) a étendu la même méthode aux ensembles inverses et homopolaires et a introduit en outre les ensembles d'impédances pour les circuits; on utilise ici ces principes.

Il n'y a pas de troisième équation parce que $Z_a^0 = \infty$ par hypothèse.

On peut supposer plus généralement que chacune des impédances d'alternateurs comprend une impédance de ligne, de même indice, pourvu que chaque ligne de fonction soit symétrique.

Résolvons alors la première équation par rapport à I_p^s et la seconde par rapport à I_p^i :

$$\begin{aligned} I_p^s &= \frac{E_p^s}{Z_p^s} - \frac{Z_e^0}{Z_p^s} I_e^s - \frac{Z_e^i}{Z_p^s} I_e^i, \\ &= Y_p^s [E_p^s - Z_e^0 I_e^s - Z_e^i I_e^i], \\ I_p^i &= -\frac{Z_e^0}{Z_p^i} I_2^i - \frac{Z_e^s}{Z_p^i} I_e^i, \\ &= -Y_p^i [Z_e^0 I_e^i + Z_e^s I_e^s]. \end{aligned}$$

Il y aura autant de paires d'équations de ce genre que d'alternateurs accouplés, par exemple n. Ajoutons membre à membre toutes les expressions $\overline{I}_p^s$ et remplaçons ΣI_p^s par I_e^s qui lui est égal; nous aurons une équation donnant I_a^s en fonction de I_e^i, en posant pour simplifier l'écriture

$$Y_g^s = \sum \frac{1}{Z_p^s}; \qquad Y_g^i = \sum \frac{1}{Z_p^i},$$
$$(1 + Z_e^0 Y_g^i) I_e^s + Y_g^s Z_e^i I_e^i = \Sigma (Y_p^s E_p^s).$$

En additionnant de même les n expressions des $\overline{I}_p$ et en remplaçant $\Sigma \overline{I}_p^i$ par $\overline{I}_e^i$, qui lui est égal, on obtient

$$Y_g^i Z_e^s I_e^s + (1 + Z_e^0 Y_g^i) I_e^i = 0.$$

Nous avons ainsi deux équations totales au lieu d'une dans le cas des alternateurs accouplés monophasés ou symétriques.

Ces deux équations permettent de calculer I^s et I_e^i par exemple par la méthode des déterminants, en posant, pour simplifier, le dénominateur commun

$$\Delta = (1 + Z_e^0 Y_g^i)(1 + Z_e^0 Y_g^s) - Z_e^s Z_e^i Y_g^s Y_g^i,$$
$$I_e^s = \frac{1 + Z_e^0 Y_g^i}{\Delta} \sum (Y_p^s E_p^s);$$
$$I_e^i = \frac{Z_e^s Y_g^i}{\Delta} \sum (Y_p^s E_p^s).$$

Il suffit maintenant de porter ces expressions dans les équations de I_p^s et I_p^i pour avoir les valeurs *individuelles* de ces ensembles pour chaque alternateur G_p :

$$I_p^s = Y_p^s E_p^s - \frac{Y_p^s Z_e^0 (1 + Z_e^0 Y_g^i) + Y_p^s Z_e^i Z_e^s Y_g^i}{\Delta} \Sigma (Y_p^s E_p^s).$$

L'admittance propre cyclique synchrone pour l'alternateur G_p sera donc

$$A^s_{pp} = Y^s_p - (Y^s_p)^2 \frac{Z^0_e(1 + Z^0_e Y^i_g) + Z^i_e Z^s_e Y^i_g}{\Delta},$$

et l'admittance mutuelle correspondante entre les alternateurs G_p et G_q sera

$$A^s_{pq} = Y^s_p Y^s_q \frac{Z^0_e(1 + Z^0_e Y^i_g) + Z^i_e Z^s_e Y^i_g}{\Delta},$$

ce qui permettra d'écrire l'expression du courant I^s_p sous la forme (1)

$$\begin{aligned} I^s_p &= A^s_{pp} E^s_p - \sum_{-p} (A^s_{pq} E^s_q) \\ &= A^s_{pp} E^s_p - A^s_{p1} E^s_1 - A^s_{p2} E^s_2 - \ldots - A^s_{p(p+1)} E^s_{p-1} - A^s_{p(p+1)} E^s_{p+1} - \ldots . \end{aligned}$$

On obtiendrait des expressions analogues pour chaque alternateur. Et pour chacun d'eux on pourrait écrire de même l'expression de I^i en fonction de E^s

$$\begin{aligned} I^i_p &= - Y^i_p \frac{Z^0_e Z^s_e Y^i_g + Z^s_e(1 + Z^0_e Y^i_g)}{\Delta} \Sigma(Y^s_p E^s_p) \\ &= - A^i_{pp} E^s_p - \sum_{-p} (A^i_{pq} E^s_q), \end{aligned}$$

en posant :

$$\begin{aligned} A^i_{pp} &= Y^i_p Y^s_q \frac{Z^0_e Z^s_e Y^i_g + Z^s_e(1 + Z^0_e Y^i_g)}{\Delta}, \\ A^i_{pq} &= Y^i_p Y^s_q \frac{Z^0_e Z^s_e Y^i_g + Z^s_e(1 + Z^0_e Y^i_g)}{\Delta} = \frac{Y^s_q}{Y^s_p} A^i_{pp}, \end{aligned}$$

et en désignant encore $\sum_{-p}$ une somme qui ne contient pas le terme $\overline{A}^i_{pp} \overline{E}^s_p$.

Au point de vue de la puissance débitée P et de la stabilité des alternateurs qui dépend de $\frac{\partial P}{\partial \theta}$ (dérivée par rapport à l'écart angulaire accidentel), le courant cyclique synchrone $\overline{I}^s_p$ est le seul qui nous intéresse pour chacun des alternateurs, parce que seul il peut fournir de la puissance : E^i_p et E^0_p étant nuls, par hypothèse. La puissance de chaque alternateur tel que G_p se réduit à

$$P = 3[E^s_p][I^s_p] \cos(E^s_p, I^s_p),$$

si l'on a pu calculer les modules $[A^s_{pp}]$, …, $[A^s_{pq}]$, …, des admittances $\overline{A}^s_{pp}$, …,

(1) **En désignant par** $\sum_{-p} \mathrm{A}_{pq} \mathrm{E}_q$ une somme privée du terme $\mathrm{A}_{pp} \mathrm{E}_p$.

$\overline{A}^s_{pq}$, et leurs arguments $\alpha_{pp}, \ldots, \alpha_{pq}, \ldots$, en prenant la phase de $\overline{E}^s_p$ comme origine des phases et des angles, on pourra établir le diagramme des puissances exactement comme nous l'avons fait pour les alternateurs monophasés (cf. *Comptes rendus*, *loc. cit.*).

Il n'y a de difficultés que dans le calcul laborieux des vecteurs $A^s_{pp}, \ldots, A^s_{pq}$, dont les formules complexes sont loin d'être simples, quand on tient compte du fait que Z^s_e, Z^i_e, Z^0_e, Y^s_g, Y^i_g, Δ sont des symboles représentant des facteurs déjà compliqués.

Aussi, pour les applications, serait-il fort désirable de pouvoir se contenter d'une approximation plus simple. On peut, à ce point de vue, remarquer que dans les alternateurs l'impédance de l'ensemble de rotation inverse Z^i_p est toujours faible par rapport à Z^s; d'après M. Laffoon elle ne dépasse pas les 0,7 de l'impédance de fuites qui limite les courants de court circuit instantanés et qui est 2 ou 3 fois plus faible que Z^s. D'autre part, dans un réseau déséquilibré ordinaire en service (hors les cas de court circuit accidentel), le courant I^i_e est seulement une fraction de $\overline{I}^s_e$; le produit $\overline{Z}^i_p \overline{I}^i_p$, qui mesure la chute de tension du courant d'ensemble de rotation inverse dans un alternateur, peut ainsi, dans certains cas favorables (qu'il y aura lieu de discuter), être négligé devant $Z^0_e I^i_e + Z^s_e I^s_e$.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Remarques sur l'écrouissage et le recuit des métaux et alliages.* Note de MM. **Léon Guillet** et **Jean Cournot**.

Nous désirerions étudier certaines conclusions de deux Notes récentes de MM. Guichard, Claussmann et Billon [1].

Production de l'écrouissage. — Tout d'abord, nous préférons définir l'écrouissage par la formule usuelle $D = \frac{S - s}{S} \times 100$, basée sur les sections; l'emploi des épaisseurs peut en effet moins bien représenter le phénomène dans le cas des métaux plastiques, susceptibles cependant d'écrouissage à température ordinaire.

D'autre part la dureté est certainement fonction du mode de déformation, à moins d'opérer sur des dimensions très faibles pour lesquelles les hétérogénéités d'écrouissage dans la masse tendent vers zéro; il est bien

(1) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 112 et 468.

connu par exemple que le laminage ou le forgeage au pilon n'ont pas un effet analogue à celui du travail à la presse.

Enfin, si le cupro-nickel monétaire (Cu = 75 pour 100) donne des duretés moins élevées que celles du nickel pur, il est fort probable que, conformément à la loi générale, il existe des cupro-nickels riches en nickel susceptibles de duretés plus grandes.

Application à la fabrication des monnaies et médailles. — Si la dureté est une caractéristique mécanique intervenant comme l'un des facteurs du phénomène d'usure, elle ne le représente pas à elle seule; ce phénomène est extraordinairement complexe et ses traductions pratiques en sont infinies; une preuve en est l'impossibilité de mettre au point une méthode d'essai unifiée.

Le phénomène se complique de celui d'altérabilité, fort important pour l'application envisagée, et dont l'intensité croît avec l'écrouissage; on sait qu'en poussant les choses à l'extrême, et surtout il est vrai sur tôles fines, les accidents de fissuration peuvent intervenir au bout d'un temps plus ou moins long.

L'écrouissage, s'il est indispensable dans de nombreux cas, implique toujours l'existence de tensions internes pouvant atteindre 3000 à 4000^{atm} et plus; ces tensions constituent un danger fort grave de rupture ou de désagrégation surtout lorsqu'il est activé par des alternances thermiques, des efforts mécaniques ou des actions de corrosion.

Il paraît donc prudent de ne pas pousser l'écrouissage à son maximum possible quand il s'agit d'applications industrielles, et de profiter du fait que la dureté ne monte plus guère à partir d'un certain taux d'écrouissage pour s'arrêter aux environs de cette valeur; on pourra nous objecter que les parties des monnaies et médailles les plus exposées aux frottements sont les reliefs qui sont justement les régions les moins écrouies, qu'il faut donc chercher à écrouir au maximum les creux afin d'avoir des reliefs d'autant plus durs, et en même temps des pièces d'autant plus brillantes.

Mais il faut ici envisager le problème sous le jour industriel : et un argument important en faveur de notre thèse est l'influence de la pureté des produits sur la limite admissible d'écrouissage; nous entendons bien que pour des fabrications monétaires, les puretés maxima doivent être recherchées, mais il faut compter avec l'influence souvent très appréciable d'éléments en quantité infime comme les gaz dissous, qui entraînent une chute assez brutale de la malléabilité et risquent de provoquer une proportion excessive de déchets de fabrication.

Enfin, le problème fait intervenir la question des coins et matrices dont le prix de revient est fort élevé en raison de la finesse des gravures et dont la durée de service tombe rapidement lorsque la malléabilité des flans diminue. C'est même là, à notre avis, que doit porter à l'heure actuelle tout l'effort de mise au point et de recherche pour le but envisagé par MM. Guichard, Claussmann et Billon : si les traitements thermiques des aciers actuels peuvent être facilement réglés au mieux dans l'état présent des connaissances, il reste encore beaucoup à faire dans l'étude de la nature des aciers pour les travaux de déformation à froid.

Différence dans la production de l'écrouissage à partir des états coulé et recuit. — Le phénomène signalé par MM. Guichard, Claussmann et Billon n'a rien que de très normal quand on l'examine à la lumière des données modernes de l'analyse thermique et de la micrographie.

Les alliages argent-cuivre sont bien connus pour donner des hétérogénéités de solidification ; leur état brut de coulée est, au sens *physico-chimique* du mot, très différent de l'état recuit ; l'écrouissage ne peut évidemment ramener l'homogénéité *chimique* dans les cristaux, son effet, dans le cas envisagé, étant seulement une modification *physique* (¹); donc l'hétérogénéité de coulée se conserve et ne peut s'atténuer pour tendre vers l'homogénéité de recuit.

Les courbes IV des auteurs précités ne sont d'ailleurs que des courbes transformées des courbes I et III : les inclinaisons respectives des courbes C IV et R IV ne doivent pas être comparées puisque les abscisses ne correspondent pas entre elles : à l'abscisse 0, la déformation pour les courbes R IV est, non de 0, mais de 20 pour le 900/1000 et de 45 pour le 680/1000.

Nous ne croyons pas que l'écart entre états coulé et recuit puisse seulement se produire dans le cas d'alliages à deux phases au moins ; on peut distinguer deux cas :

1° La différence initiale entre les deux états est seulement physique (grosseur des cristaux) ; le produit le plus finement cristallisé sera le plus dur et l'écrouissage fera tendre les deux états vers une dureté finale identique ;

2° La différence initiale entre les deux états est d'ordre physico-chi-

---

(¹) Il existe cependant des cas où l'écrouissage peut entraîner des modifications physico-chimiques, par exemple en produisant la transformation martensite → austénite de certains aciers spéciaux ; mais il s'agit là d'états *totalement labiles*, ce qui est essentiellement différent.

mique ; l'écrouissage ne pourra ramener l'homogénéité cristalline chimique et les duretés sur métaux coulé et recuit resteront différentes.

Le premier cas est théoriquement toujours possible, même pour un métal pur.

Le second cas n'est théoriquement impossible que pour les métaux purs ou encore les alliages à température unique de solidification (eutectiques, combinaisons) ; et encore cette règle peut-elle tomber en défaut si des transformations interviennent à l'état solide. Ce second cas peut donc encore se produire aussi bien pour des solutions solides uniques (bronzes ordinaires à plus de 87 pour 100 de cuivre par exemple) que pour des alliages à deux phases au moins ; les facteurs de l'hétérogénéité sont évidemment la température de coulée et la vitesse de refroidissement ainsi que l'aptitude plus ou moins grande à l'homogénéisation, aptitude inhérente à chaque alliage ; un indice essentiel est l'écart entre liquidus et solidus qui favorise d'autant mieux les hétérogénéités physico-chimiques qu'il est plus grand. Les alliages argent-cuivre avec, dans leur diagramme, une horizontale allant de 94 à 7 pour 100 d'argent pour un eutectique à 73 pour 100, en constituent un exemple bien net.

Enfin, en dehors de la position des transformations dans l'échelle thermique (les températures élevées favorisant les échanges), un dernier facteur d'hétérogénéité réside dans les transformations incomplètes à l'état solide, lorsque théoriquement il doit s'en produire (exemple : la présence de la solution δ dans les bronzes ordinaires brut de coulée renfermant 8 à 13 pour 100 d'étain, un recuit prolongé faisant disparaître ce constituant).

ASTRONOMIE. — *Position de la planète* Lowell *obtenue à l'Équatorial photographique de l'Observatoire d'Alger.* Note de M. **F. Gonnessiat.**

1930 mars 29,88 $\alpha = 7^h 15^m 30^s,26$ $\delta = +22^\circ 8' 28'',3$ (1930,0) Gr. 14,8.

Étoiles de repère : Paris ph. $+22^\circ 7^h 12^m$: 76, 98, 102, 114, 117, 224.

Cette planète se trouvait environ le 30 mars à son point de stationnement, ayant rétrogradé de $6^s,7$ en 10 jours. C'est à très peu près le déplacement de Neptune dans les mêmes conditions. Si l'on admet une orbite peu excentrique, on est amené à conclure qu'elle gravite approximativement à la distance de Neptune.

CORRESPONDANCE.

Le **Recteur de l'Université de Wilno** adresse un *Recueil* en deux volumes *publié à l'occasion du* 350[e] *anniversaire de la fondation et du* 10[e] *de la réouverture de l'*Université de Wilno (en polonais) et une médaille frappée à la même occasion.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° V. Agafonoff et V. Malycheff. *Le loess et les autres limons du plateau de Villejuif.*

2° F. Bayle. *De l'universalité nécessaire du système métrique absolu.* (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les opérateurs d'un système complet d'équations linéaires et homogènes aux dérivées partielles du premier ordre d'une fonction inconnue.* Note de M. **P. Pfeiffer.**

Au système complet d'équations linéaires et homogènes aux dérivées partielles du premier ordre d'une fonction inconnue

$$(1)\quad (\mathrm{R})\qquad X_1(f)=0,\qquad X_2(f)=0,\qquad \ldots,\qquad X_{q-1}(f)=0,\qquad X_q(f)=0,$$

nous donnons le nom de *système de systèmes complets successifs*, s'il possède la propriété

$$(2)\quad (\mathrm{S})\quad \begin{cases} (s_1) & X_1X_2(f)-X_2X_1(f)=\lambda_{12}^{1}X_1(f)+\lambda_{12}^{1}X_2(f);\\ (s_2) & X_iX_3(f)-X_3X_i(f)=\lambda_{i3}^{1}X_1(f)+\lambda_{i3}^{2}X_2(f)+\lambda_{i3}^{3}X_3(f)\\ & \qquad (i=1,\ 2);\\ \ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots;\\ (s_{q-1}) & X_iX_q(f)-X_qX_i(f)=\lambda_{iq}^{1}X_1(f)+\lambda_{iq}^{2}X_2(f)+\ldots+\lambda_{iq}^{q}X_q(f)\\ & \qquad [i=1,\ 2,\ \ldots,\ (q-1)]. \end{cases}$$

Aux conditions (S) les systèmes

$$(3)\quad \begin{cases} (\mathrm{R}_1) & X_1(f)=0, & X_2(f)=0, & \ldots, & X_{q-1}(f)=0;\\ (\mathrm{R}_2) & X_1(f)=0, & X_2(f)=0, & \ldots, & X_{q-2}(f)=0;\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots;\\ (\mathrm{R}_{q-2}) & X_1(f)=0, & X_2(f)=0 & & \end{cases}$$

sont complets. Chacun d'eux est aussi un *système de systèmes complets successifs*.

Un système complet quelconque d'équations linéaires et homogènes

$$(4) \qquad A_1(f)=0, \quad A_2(f)=0, \quad \ldots, \quad A_{q-1}(f)=0, \quad A_q(f)=0$$

peut être réduit (par un nombre infini de moyens) à un *système de systèmes complets successifs;* c'est-à-dire à un système (R), possédant la propriété (S).

La réduction du système (4) au système (R), possédant la propriété (S), revient à trouver les intégrales

$$(5) \qquad v_1, \quad v_2, \quad \ldots, \quad v_{q-2}, \quad v_{q-1},$$

respectivement des systèmes (R_1), (R_2), ..., (R_{q-2}) et de l'équation

$$X_1(f)=0,$$

intégrales soumises aux non-identités respectives

$$(6) \quad X_q(v_1)\neq 0, \quad X_{q-1}(v_2)\neq 0, \quad \ldots, \quad X_3(v_{q-2})\neq 0, \quad X_2(v_{q-1})\neq 0 \text{ [1].}$$

Nous utiliserons le théorème suivant :

Supposons donné un système complet de $\rho\,(\rho \geqq 2)$ équations linéaires et homogènes

$$(7) \qquad X_1(f)=0, \quad X_2(f)=0, \quad \ldots, \quad X_{\rho-1}(f)=0,$$

$$(8) \qquad X_\rho(f)=Y(f)=0.$$

dans lequel le système (7) est aussi complet, alors, d'après nos recherches (*C. R. Acad. Sc. U. R. S. S.*, 1929, p. 177-182), *l'expression*

$$(9) \qquad \frac{Y(u)}{Y(v)},$$

si l'on entend par u, v des intégrales du système (7), ne satisfaisant pas à l'équation (8), *est une intégrale du système* (7).

La transformation infinitésimale

$$(10) \qquad Z(f)=\frac{Y(f)}{Y(v)}$$

est l'*opérateur* différentiel qui permet de déduire des intégrales du sys-

---

[1] Si le système (4) était un *système de systèmes complets successifs*, on pourrait le transformer en un nouveau *système de systèmes complets successifs*.

tème (7), ne satisfaisant pas à l'équation (8), des intégrales de ce système (7).

De là la conclusion :

A l'aide des intégrales (5), on construit les opérateurs différentiels

$$(11)\quad Z_1(f)=\frac{X_2(f)}{X_2(\varphi_{q-1})},\qquad Z_2(f)=\frac{X_3(f)}{X_3(\varphi_{q-2})},\qquad \ldots;\qquad Z_{q-1}(f)=\frac{X_q(f)}{X_q(\varphi_1)},$$

qui permettent de déduire des intégrales de l'équation

$$(12)\qquad X_1(f_1)=0.$$

et des systèmes complets (R_{q-2}), (R_{q-3}), ..., (R_1),

$$(13)\quad \left\{\begin{array}{llll} X_1(f)=0, & X_2(f)=0; & & \\ X_1(f)=0, & X_2(f)=0, & X_3(f)=0; & \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & ; \\ X_1(f)=0, & X_2(f)=0, & \ldots, & X_{q-1}(f)=0, \end{array}\right.$$

ne satisfaisant pas aux équations

$$(14)\qquad X_2(f)=0,\quad X_3(f)=0,\quad \ldots,\quad X_q(f)=0,$$

des intégrales de l'équation (12) et des systèmes d'équations (13).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la distribution des valeurs d'une fonction holomorphe ou méromorphe.* Note [1] de M. **Radu Badesco**, présentée par M. Goursat.

M. F. Marty [2] énonce quelques théorèmes relatifs aux distributions des valeurs prises par une fonction holomorphe $f(z)$ sur un domaine fermé D, en utilisant un procédé de subdivisions en cellules univalentes. Nous voulons reprendre ici cette étude dans le cas d'une fonction holomorphe $f(z)$ quelconque [3], en introduisant un nouveau mode de subdivisions qui réalise le minimum du nombre des cellules univalentes, intérieures à D. Ces résultats nous ont déjà servi dans la détermination des espaces lacunaires relatifs aux solutions $\Phi(z)$ d'une équation intégro-fonctionnelle [4]. Soit donc $f(z)$ une fonction holo-

---

(1) Séance du 7 avril 1930.

(2) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 466.

(3) C'est-à-dire lorsque $f'(z)$ s'annule ou non dans D.

(4) Voir les *Comptes rendus de l'Académie royale de Belgique*, **15**, décembre 1929, p. 1062, et **16**, février 1930, p. 273.

morphe sur un domaine fini et *fermé* D, à connexion simple, dont la frontière C est une courbe continue, sans arcs coupures et sans points doubles. En effectuant par l'intermédiaire de la fonction $u = f(z)$, la représentation conforme du domaine D sur une surface de Riemann S relative à la fonction inverse $z = f_{-1}(u)$, nous obtiendrons un domaine simplement connexe Δ, limité par une courbe analytique Γ sans points doubles, qui est étendu sur un nombre fini de feuillets de S. La correspondance entre les deux domaines D et Δ est *biunivoque*. Pour construire la surface S, il faudra évidemment tracer sur le plan u les coupures γ_K correspondant aux points de ramification ρ_i de la fonction inverse $f_{-1}(u)$, et considérer ensuite les diverses branches de cette fonction qui se permutent autour des points ρ_i. Aux segments des droites γ_K, intérieurs à Δ, correspondront dans D un nombre fini d'arcs analytiques c_j, issus des points R_i où la dérivée $f'(z)$ s'annule, et qui partageront ce domaine en un certain nombre de domaines partiels d que nous désignerons par *cellules relatives à la fonction* $f(z)$. Toutes les cellules d sont simplement connexes et ont au moins un arc frontière commun avec la courbe C. A l'ensemble E, formé par les points intérieurs à l'une des cellules d, correspondra *biunivoquement* l'ensemble de points $\mathcal{E}$, intérieur à Δ, et appartenant au feuillet correspondant. Sur chaque feuillet de S on aura ainsi un domaine simplement connexe δ, limité par un nombre fini d'arcs analytiques (appartenant à Γ) et de segments de droites (appartenant aux droites γ_K). Étalons les feuillets de la surface S sur le plan u; nous aurons le théorème :

Théorème I. — 1° *La fonction $f(z)$ est univalente dans chaque cellule d.*

2° *Le caractère d'univalence se conserve aussi sur toute la frontière de d si tous les segments de droites γ_K, qui limitent le domaine δ correspondant à d, appartiennent à des coupures distinctes, ou si les segments relatifs à la même coupure se projettent orthogonalement sur le plan u suivant des segments sans aucun point commun.*

Deux points distincts de D seront dits *homologues* lorsque les points correspondants sur S ont même affixe. Ensuite, les contours de deux cellules d seront *complètement homologues* lorsque les courbes frontières des domaines δ correspondants se projettent orthogonalement sur le plan u suivant une courbe fermée, entourant une aire simplement connexe.

Théorème II. — 1° *Si les contours de deux cellules d relatives à la fonction $f(z)$ sont complètement homologues, ou bien toute valeur prise par $f(z)$ dans l'une est prise aussi dans l'autre, ou bien une valeur qui n'est prise dans l'une, n'est prise ni dans l'autre, frontières comprises.*

2° *Pour que deux cellules d soient homologues, il faut et il suffit que leurs contours soient complètement homologues.*

3° *Les cellules d, intérieures à D, seront toutes homologues si la projection orthogonale sur le plan u de la courbe frontière Γ de Δ est une courbe fermée, entourant une aire simplement connexe.*

Les conditions introduites dans ces deux théorèmes sont nécessaires et suffisantes pour que les propriétés correspondantes aient lieu. Analytiquement, la division effectuée a l'avantage de faire correspondre à chaque feuillet de S une cellule d, ce qui facilite la génération, par l'intermède des branches de $f_{-1}(u)$, d'un groupe fini G qui permet de passer d'une cellule d à une autre.

Théorème III. — *Il existe un groupe fini* G *dont les transformations permettent de passer des points de l'une des cellules d, intérieure au domaine* D, *aux points homologues d'une autre cellule.*

La subdivision effectuée ne jouit pas toujours de la propriété de minimum annoncée. Numérotons de 1 jusqu'à p [1] les feuillets de S sur lesquels est étendu le domaine Δ et désignons par Γ_i la frontière du domaine partiel δ_i situé sur le feuillet i. Projetons ensuite orthogonalement les courbes Γ_i sur le plan u et appelons Γ'_i les projections correspondantes. Les courbes Γ'_i et Γ'_{i-1} auront un nombre fini de segments γ_K communs. *Si, à l'exception des points de ces segments, les courbes Γ'_i et Γ'_{i-1} n'ont aucun autre point commun, nous supprimerons tous les segments γ_K correspondants qui délimitent sur* S *les domaines δ_i et δ_{i-1}, ainsi que les arcs c_j correspondants dans* D, *obtenant ainsi une seule cellule $d'_i = d_i + d_{i-1}$* et un seul domaine partiel sur S, $\delta'_i = \delta_i + \delta_{i-1}$. Procédant ainsi avec tous les domaines δ_i $(i = 2, 3, \ldots, p)$, *nous obtiendrons une nouvelle subdivision du domaine* D *en cellules qui réalise le minimum du nombre des cellules univalentes d,* car le théorème I reste encore valable. Dans le cas particulier où le domaine Δ est étendu sur deux feuillets de la surface S, se recouvrant partiellement au sens de Poincaré, il est évident qu'avec la subdivision de M. Marty on aura trois cellules dans D, tandis qu'avec celle introduite plus haut, on en aura seulement deux, en général.

Ces théorèmes s'étendent aussi à des fonctions méromorphes dans D en utilisant la sphère de Riemann, qui pourra ainsi supporter la variable u et les divers domaines correspondant à D.

---

(1) Par un choix convenable des coupures γ_K (qui peuvent être même des courbes continues), p peut être pris égal au nombre minimum des feuillets de toutes les surfaces S sur lesquelles serait étendu Δ.

THÉORIE DES GROUPES. — *Le troisième théorème fondamental de Lie.* Note (1) de M. **Élie Cartan**.

1. D'après le troisième théorème fondamental de S. Lie, la condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe un groupe d'ordre r admettant des constantes de structure données $c_{iks} = -c_{kis}$ est que ces constantes satisfassent aux relations

$$(1) \qquad \sum_s c_{ijs}c_{skh} + c_{jks}c_{sih} + c_{kis}c_{sjh} = 0 \qquad (i, j, k, h = 1, 2, \ldots, r).$$

On connaît de la seconde partie de ce théorème trois démonstrations, reposant toutes sur la construction effective d'un système de r transformations infinitésimales indépendantes $X_s f$ satisfaisant aux relations classiques.

Les deux premières démonstrations, données par S. Lie en 1876 et 1888 (2), utilisent l'une la construction *a priori* des transformations infinitésimales du groupe adjoint linéaire (3), l'autre la théorie des groupes de fonctions due à S. Lie lui-même. Quant à la troisième, les éléments, comme l'a fait remarquer F. Engel, s'en trouvent dans un Mémoire de S. Lie datant de 1878 (4); elle repose sur la formation du groupe des paramètres, formation qui revient à l'intégration des équations de Maurer (équations de structure de E. Cartan). Cette intégration, effectuée formellement par F. Schur au moyen de développements en séries (5), a été ramenée par F. Engel à celle d'équations différentielles linéaires à coefficients constants (6).

---

(1) Séance du 7 avril 1930.

(2) *Sophus Lie ges. Abhandlungen*, Bd V, Leipzig, Oslo, 1924; Abh. III, p. 74; Abh. XXIII, p. 554-557.

(3) Elle n'est valable que si le groupe n'admet aucune transformation distinguée.

(4) *Sophus Lie ges. Abhandlungen*, Bd V, Abh. IV, p. 78-84. Voir à ce sujet les remarques de F. Engel, même volume, p. 620-621.

(5) F. Schur, *Zur Theorie der endlichen Transformationsgruppen* (*Math. Ann.*, **38**, 1891, p. 263-286).

(6) F. Engel, *Die kanonische Form der Parametergruppe* (*Leipz. Ber.*, 1891, p. 308-315). La méthode d'intégration de F. Engel ne diffère pas essentiellement de celle que j'ai indiquée dans ma Note : *Sur certains systèmes différentiels dont les inconnues sont des formes de Pfaff* (*Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 956-958). C'est à tort que dans cette Note je faisais remonter cette méthode à F. Schur.

2. En réalité les démonstrations précédentes ne prouvent pas l'existence d'un groupe *partout régulier* admettant la structure donnée. Il suffirait du reste, à ce point de vue, de démontrer l'existence d'une variété à l'intérieur de laquelle les transformations *voisines de la transformation identique* seraient partout définies et régulières, car ces transformations et celles qu'on obtiendrait en les multipliant entre elles un nombre fini de fois engendreraient un groupe répondant à la question [1]. Il en est ainsi lorsque les r transformations infinitésimales, supposées connues, du groupe sont *linéaires* [2].

3. Je me propose, suivant des indications sommaires que j'ai données dans un travail récent [3], de démontrer ici le théorème complet pour une structure *intégrable* [4]. Les équations de Maurer prennent alors la forme

$$\omega'_s = \sum_{i<j}^{1,2,\ldots,s} c_{ijs}[\omega_i \omega_j]. \tag{2}$$

On a en particulier $\omega'_1 = 0$; supposons, plus généralement, que les combinaisons linéaires des ω_s ayant leur covariant bilinéaire nul sont les différentes combinaisons linéaires de $\omega_1, \ldots, \omega_h$. Il résulte alors des relations (1) que les coefficients c_{iss} ne sont différents de zéro que pour $i \leqq h$.

4. *On peut satisfaire aux équations* (2) *en posant*

$$\omega_s = \sum_{i=1}^{i=,s-1} P_{si}(u_1, \ldots, u_{s-1})\, du_i + e^{\Sigma c_{iss} u_i}\, du_s,$$

les P_{si} *étant des fonctions analytiques entières de leurs arguments.* En effet, on peut d'abord prendre $\omega_i = du_i$ pour $i \leqq h$. Supposons la propriété démontrée pour $1, 2, \ldots, s-1$. La $s^{\text{ième}}$ équation (2), si l'on pose

$$\omega_s = e^{\Sigma c_{iss} u_i}\, \overline{\omega}_s,$$

se réduit à

$$\overline{\omega}'_s = \sum_{i<j}^{1,\ldots,s-1} Q_{ij}(u_1, \ldots, u_{s-1})[du_i\, du_j],$$

---

(1) Cela montre en particulier que le théorème, démontré pour un groupe à paramètres *complexes*, s'étend de lui-même aux groupes à paramètres *réels*.

(2) La première démonstration de Lie, lorsqu'elle s'applique, est donc, en même temps que la plus simple, la plus complète.

(3) *La théorie des groupes finis et continus et l'Analysis situs* (*Mém. Sc. math.*, 42, 1930, p. 18-19).

(4) Cela signifie que le groupe, supposé d'ordre r, admet un sous-groupe invariant d'ordre $r-1$, celui-ci un sous-groupe invariant d'ordre $r-2$, et ainsi de suite.

les Q_{ij} étant des fonctions analytiques entières connues, et la dérivée extérieure du second membre étant identiquement nulle. On peut alors trouver, et d'une infinité de manières, pour $\overline{\omega}_s$ une expression

$$\overline{\omega}_s = du_s + \sum_{i=1}^{i=s-1} R_{si}(u_1, \ldots, u_{s-1})\, du_i,$$

les R_{si} étant des fonctions analytiques entières. C. Q. F. D.

5. Cela posé, l'intégration des équations complètement intégrables

$$\omega_s(u', du') = \omega_s(u, du),$$

avec les conditions initiales $u'_i = a_i$ pour $u_i = 0$, donnera le groupe des paramètres. Or elles fournissent de proche en proche les u'_i comme fonctions analytiques *entières* de $u_1, \ldots, u_i, a_1, \ldots, a_i$, ce qui conduit ainsi aux équations finies d'un groupe *partout régulier* opérant dans l'espace euclidien complexe des u_i, la variété du groupe étant elle-même l'espace euclidien complexe des a_i.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la détermination des vitesses en fonction des tourbillons dans le cas du fluide à deux dimensions.* Note de M. **Nicolas Théodoresco**.

C'est un problème déjà traité, par exemple dans le livre récemment paru de M. H. Villat (*Théorie des tourbillons*, p. 26, Gauthier-Villars, 1930).

Nous allons, dans ce qui suit, reprendre la question suivant une voie différente que nous avons employée dans un problème de l'Élasticité plane ainsi que dans un autre de l'Hydrodynamique (¹).

Supposons que l'on connaisse à l'instant t les tourbillons ζ, représentés par des fonctions continues satisfaisant à une condition de Lipschitz dans les diverses régions contiguës qui constituent l'ensemble du fluide. (On peut avoir, à côté de telles régions, d'autres où les tourbillons soient nuls.)

Le vase à deux dimensions, un domaine D, simplement connexe, limité par un contour simple C, est animé d'un mouvement donné.

Sur le contour, supposons donnée une relation linéaire

$$a(s)\,u(s) + b(s)\,v(s) = c(s), \tag{1}$$

(¹) Voir *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 565 et 969.

entre les composantes u, v de la vitesse, a, b, c désignant des fonctions continues données sur C.

Les notations étant celles habituelles, *le problème consiste en l'intégration du système*

$$(2)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial v}{\partial x} - \dfrac{\partial u}{\partial y} = 2\zeta, \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

avec la relation (1) *comme condition aux limites.*

Ce système montre que la fonction

$$f(t) = v(x, y) + iu(x, y) \qquad (t = x + iy)$$

a pour dérivée aréolaire la fonction $\zeta(x, y)$.

Une intégrale particulière $v_0 + iu_0$ est donnée par l'expression

$$(3)\qquad u_0 + iv_0 = -\frac{1}{\pi}\int\int_D \frac{\zeta(w)}{w - t}\,d\omega,$$

w étant un point qui parcourt le domaine D.

En effet : si $\zeta(x, y)$ [1] est dans les conditions de l'énoncé, l'intégrale double admet des dérivées partielles continues dans D, et sa dérivée aréolaire coïncide avec la fonction $\zeta(x, y)$.

La connaissance de cette solution nous conduit à poser

$$U = u - u_0, \qquad V = v - v_0$$

et à ramener le système (2) à la forme

$$(4)\qquad \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0$$

avec la condition suivante sur le contour :

$$(5)\qquad aU + bV = c - au_0 - bv_0.$$

Or le système (4) montre que la fonction $F(t) = V + iU$ est *holomorphe*. Le problème est donc maintenant ramené à la recherche de cette fonction satisfaisant à la relation (5) sur C.

---

[1] Profitons de cette remarque pour introduire la restriction suffisante de satisfaire à une condition de Lipschitz, dans les données des deux Notes précitées.

C'est un problème connu, de M. Hilbert, qui admet une solution unique à deux constantes près (¹).

La connaissance de U et V entraîne celle de u et v.

Le problème, que nous avons traité, comprend celui de M. H. Villat, où l'on donne sur C la vitesse normale $V_n = \alpha u + \beta v$, comme cas particulier.

De même, celui où l'on connaît la vitesse tangentielle $V_t = \alpha v - \beta u$. Quant à la restriction relative à la condition de Lipschitz, elle est *suffisante* pour que l'intégrale (3) admette des dérivées partielles du premier ordre continues en chaque point de D, circonstance qui est évidemment nécessaire.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur une méthode de calcul des surfaces de glissement.* Note de M. **Basile Demtchenko**.

On peut étudier les surfaces de glissement des fluides parfaits soit par la méthode directe de Helmholtz-Kirchhoff, soit par la méthode de Levi-Civita et de H. Villat. Dans la présente Note nous généraliserons la question en résolvant un problème que nous appellerons problème mixte inverse. Ce problème présente une généralisation de l'inversion du problème de Dirichlet (²).

Soit Ω un domaine plan (plan Z) extérieur à la frontière Σ, représentable d'une manière conforme sur le domaine ω extérieur au cercle unitaire L (plan z). Nous dirons que l'on connaît les valeurs $\psi = g$ et $\frac{d\psi}{dn} = h$ de la fonction harmonique ψ et de sa dérivée normale sur Σ si elles sont données le long du cercle L en fonction de l'angle polaire θ. Supposons que la frontière soit composée de plusieurs arcs λ_i et ω_i $(i = 1, 2, 3, \ldots, n)$ et que l'on connaisse : 1° les valeurs $g(\theta)$ que prend la fonction ψ sur le cercle L ; 2° sa dérivée normale $\frac{d\psi}{dn} = h_i(\theta)$ sur les arcs λ, et 3° les parties ω_i de la frontière Σ. Nous appelons « problème mixte inverse » le problème qui consiste en la recherche des arcs λ_i de la frontière Σ, et de la fonction harmonique ψ d'après les données susdites. Nous pouvons facilement calculer la fonction $\mathcal{V}(x, y)$ harmonique dans le domaine ω extérieur au

(¹) Voir, par exemple, E. Picard, *Leçons sur quelques types simples d'équations aux dérivées partielles*, p. 86 (Gauthier-Villars, 1927).

(²) Riabouchinsky, *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 629 ; Demtchenko, *Ibid.*, **189**, 1929, p. 725.

cercle L et se réduisant sur la frontière à $g(\theta)$. Soient

(1) $$Z = f(z)$$

la transformation cherchée donnant la représentation conforme du domaine Ω sur le domaine ω (plan $z = re^{i\theta}$) et $\psi(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$ la fonction harmonique qui prend sur la frontière Σ des valeurs $g(\theta)$ et dont la dérivée normale se réduit à $h_i(\theta)$ sur les arcs λ_i. Soit $\overline{\psi}(x, y)$ la fonction qu'on obtient en effectuant sur $\psi(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$ la transformation (1). Les fonctions harmoniques $\overline{\psi}$ et $\mathcal{V}(x, y)$ qui prennent les mêmes valeurs $g(\theta)$ sur L sont identiques. On a

$$\left(\frac{d\psi}{dn}\right)_{\lambda_i} = \left(\frac{d\overline{\psi}}{dr}\frac{dr}{dn}\right)_{\mathrm{L}} = \frac{1}{|f'(z)|}\frac{d\mathcal{V}}{dr} = h_i(\theta).$$

D'où l'on déduit l'équation

(2) $$|f'(z)|_{\lambda_i} = \frac{d\mathcal{V}}{dr}\frac{1}{h_i(\theta)}.$$

Introduisons la fonction

(3) $$\mathcal{F}(z) = -i\log\left(\frac{z^2}{1-z^2}\frac{dZ}{dz}\right) = \mathcal{F}_1 + i\mathcal{F}_2,$$

qui se réduit sur le cercle L à

(4) $$-i\log\left[\frac{|f'(z)|}{2\sin\theta}\right] + \Theta,$$

où Θ est l'angle que fait la tangente à la frontière Σ avec l'axe OX. Si l'on connaît la relation qui fournit Θ en fonction de θ sur les arcs ω_i du cercle, la recherche de la fonction $\mathcal{F}(z)$ se réduit à la recherche d'une fonction analytique régulière à l'extérieur du cercle L, connaissant sa partie réelle sur les arcs ω_i et sa partie imaginaire sur les arcs λ_i. La fonction $\mathcal{F}(z)$ est donc parfaitement déterminée [1] et est égale à

(5) $$\mathcal{F}(z) = \frac{i}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{c(t')\,dt'}{\mathrm{T}(t')(t-t')}, \qquad t = i\frac{1-z}{1+z},$$

où $c(t') = \mathcal{F}_1$ sur les arcs ω_i et $c(t') = i\mathcal{F}_2$ sur les arcs λ_i. La fonction

$$\mathrm{T}(t) = k\sqrt{\prod_{i=1}^{n}(t-a_i)^{\varepsilon_i}(t-b_i)^{\eta_i}} \qquad (\varepsilon_i, \eta_i = \pm 1),$$

[1] *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 415. La solution de ce problème n'est régulière que si certaines conditions sont satisfaites. Voir à ce sujet l'intéressante Note de M. A. Signorini, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 712, et son Mémoire des *Annali di Matematica de* 1915 (3e série, 25, p. 253).

où a_i et b_i sont les points qui correspondent dans le plan t aux extrémités des arcs λ_i, est réelle sur les arcs ω_i et imaginaire pure sur les arcs λ_i.

Une fois $\mathcal{F}(z)$ calculée, on obtient la transformation (1) en intégrant (3)

$$Z = \int \frac{1 - z^2}{z^2} e^{i\mathcal{F}(z)} dz. \tag{6}$$

Supposons maintenant que deux ou plusieurs corps se trouvent placés dans un courant fluide uniforme à l'infini et que des surfaces de glissement λ_i réunissent ces corps de manière que l'espace Ω occupé par le liquide soit représentable sur ω. La fonction du courant $\psi(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$ doit satisfaire aux conditions suivantes : 1° $\psi = \text{const.}$ sur les surfaces ω_i des corps; 2° $\psi = \text{const.}$ et $\frac{d\psi}{dn} = q_1 = \text{const.}$ sur les lignes de glissement λ_i et 3° $\text{Grad}\,\psi = \text{const.}$ à l'infini. Ce n'est qu'un cas particulier du problème précédent. Si l'on place l'axe Ox parallèle à la vitesse q_0 du courant à l'infini, la fonction $\mathcal{V}(x, y)$ se réduit à

$$\mathcal{V}(x, y) = q_0\left(r - \frac{1}{r}\right)\sin\theta. \tag{7}$$

D'où l'on obtient

$$|f'(z)| = 2\frac{q_0}{q_1}|\sin\theta| \quad \text{sur les lignes de glissement } \lambda_i. \tag{2'}$$

La solution générale du problème est donnée par la formule (5) où

$$c(t') = \Theta + \varepsilon\pi \quad \text{sur les arcs } \omega_i \quad [\varepsilon = 0(\pi > \theta > 0),\ 1(2\pi > \theta > \pi)],$$

$$c(t') = -i\log\frac{q_0}{q_1} \quad \text{sur les arcs } \lambda_i.$$

Il est nécessaire d'examiner après coup dans chaque cas particulier si la solution ainsi trouvée ne comporte pas d'impossibilités physiques.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur les tourbillons alternés en régime non turbulent et en régime turbulent.* Note de MM. **P. Dupin** et **M. Teissié-Solier**, présentée par M. L. Lecornu.

Nous avons montré dans une précédente Note [1] que la loi de similitude dynamique s'appliquait aux périodes de formation T des tourbillons alternés

[1] *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1556.

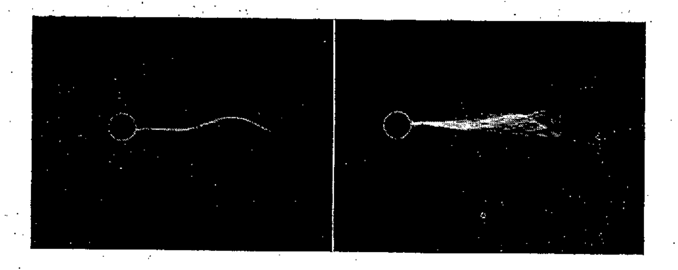


Fig. 1.

Aspect du fil examiné à travers le disque du stroboscope. Aspect du fil non stroboscopé.

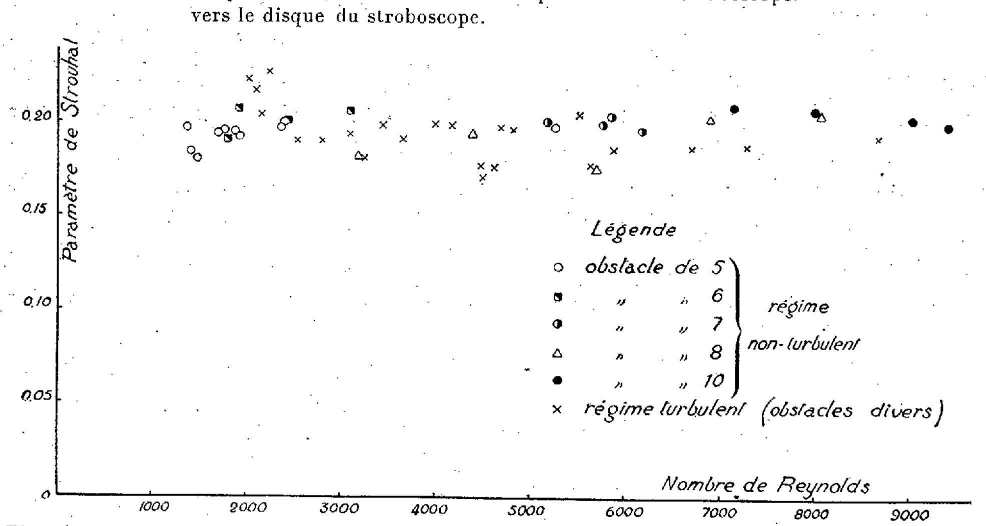


Fig. 2. — Points expérimentaux obtenus pour des nombres de Reynolds compris entre 1000 et 10000.

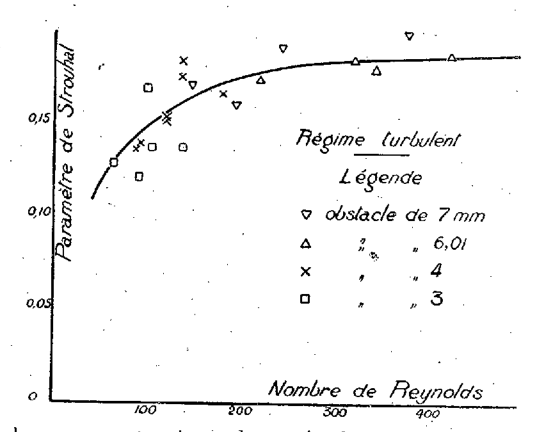


Fig. 3. — La courbe moyenne tracée est la courbe de Strouhal du régime non turbulent.

de Bénard-Karmann qui prennent naissance dons le sillage de cylindres immergés. Nous avons également donné, pour des nombres de Reynolds inférieurs à 500, le tracé de la courbe de Strouhal $S = f(R)$ obtenue en portant en abscisses le nombre de Reynolds $R = \frac{WD}{\frac{\mu}{\rho}}$ et en ordonnées le paramètre de Strouhal $S = \frac{D}{WT}$, W étant la vitesse d'attaque du liquide, $\frac{\mu}{\rho}$ son coefficient cinématique de viscosité, D le diamètre du cylindre. Nous avons par la suite poursuivi nos recherches pour des nombres de Reynolds supérieurs à 500. La mesure de la fréquence des tourbillons par observation directe devenant impossible, nous avons fixé à l'aval du cylindre et dans l'axe de la conduite un fil blanc de longueur convenable qui ondulant sous l'influence des tourbillons alternés permettait par une méthode stroboscopique de déterminer la fréquence de ces derniers (*fig* 1).

D'ailleurs, afin de vérifier l'exactitude de ce nouveau procédé nous l'avons appliqué pour des nombres de Reynolds inférieurs à 500 et les résultats obtenus ont été conformes à ceux résultant de la mesure directe de la fréquence.

La figure 2 donne l'ensemble des points obtenus pour des nombres de Reynolds compris entre 1000 et 10000. Le paramètre de Strouhal conserve comme on le voit, entre ces deux limites, une valeur constante voisine de 0,200.

La même méthode a été utilisée pour étudier la fréquence des tourbillons dans le régime turbulent naturel, régime obtenu, dans une conduite de 30^{cm} de diamètre, après un parcours des filets liquides égal à 50 fois le diamètre de la conduite. La vitesse moyenne dans l'axe était déterminée par la méthode chrono-photographique de M. Camichel. On voit sur la figure 2 que dans les conditions où nous nous somme placés, il n'y a aucune divergence systématique entre les résultats obtenus dans les deux régimes. La mesure directe des tourbillons en régime turbulent naturel, pour des nombres de Reynolds inférieurs à 500, confirme ce résultat (*fig.* 3). Comme on peut s'en rendre compte, les mesures dans ce régime sont beaucoup moins précises qu'en régime non turbulent, mais tous les points se disposent bien autour d'une courbe moyenne qui est celle du régime non turbulent.

MÉTROLOGIE. — *Corrections alcoométriques pour les températures au-dessous de* 0°C. Note [1] de MM. **F. Bordas** et **E. Roelens**, présentée par M. d'Arsonval. (Extrait.)

Nous nous sommes proposé d'établir des tables de corrections alcoométriques pour les températures comprises entre 0° et — 30°C., en nous limitant à l'alcool absolu et aux dilutions à 95-90-85-80 pour 100 en volume. Nous avons employé 4 alcoomètres de précision au $\frac{1}{10}$ de degré.

L'appareil dans lequel nous avons opéré comprenait un vase calorifugé de grande capacité contenant de l'acétone refroidie avec de la neige carbonique, au milieu duquel se trouvait l'éprouvette cylindrique contenant les 300^{cm^3} de liquide alcoolique en expérience; nous disposions ainsi d'un grand volant de température. La température du liquide alcoolique et celle du liquide réfrigérant étaient déterminées au moyen de deux thermomètres à toluène gradués d'après l'échelle normale du thermomètre à hydrogène. L'acétone était refroidie à une température bien inférieure à celle choisie pour l'expérience, puis nous laissions la température remonter graduellement, en ayant soin d'agiter le liquide alcoolique et le liquide réfrigérant, afin que les échanges de chaleur se fassent dans toute la masse. La première observation était faite à — 30°C., ensuite à des intervalles de température déterminés, avec vérification à + 15° du degré réel.

Nous avons obtenu une série de courbes, représentant d'une part la variation de la densité apparente (donnée par un instrument contracté) avec la température pour différentes teneurs en alcool, d'autre part la variation de la densité apparente avec la teneur réelle en alcool, la température restant constante. C'est en nous basant sur ces courbes que nous avons établi la table de la *force réelle*.

De l'alcool absolu du commerce redistillé a été purifié en détruisant les traces d'aldéhydes suivant la méthode de Winkler à l'oxyde d'argent. Les dernières traces d'eau ont été enlevées par le calcium métallique. Quant aux dilutions, elles ont été établies pondéralement.

---

[1] Séance du 17 mars 1930.

MAGNÉTISME. — *Le moment magnétique du noyau de l'atome.* Note [1] de M. **J. Dorfman**, transmise par M. Pierre Weiss.

Les données récentes de la spectroscopie semblent démontrer que les noyaux atomiques ne possèdent pas de moments magnétiques autres que ceux de l'ordre de grandeur de $\frac{1}{1830}$ magnéton de Bohr. Mais comme cette conclusion provient de données assez compliquées et qui se rapportent pour la plupart à des atomes dont les noyaux complexes contiennent un grand nombre de protons et d'électrons, il semble intéressant de soumettre cette proposition à l'épreuve de données purement *magnétiques* et notamment de celles qui se rapportent aux atomes légers.

Si l'on suppose que le noyau possède un moment d'un magnéton de Bohr (M_B) et si l'atome en question se trouve en solution, nous pouvons calculer *a priori* la susceptibilité paramagnétique χ_i provenant du noyau (loi de Curie). Prenant l'atome à étudier dans un état où ses électrons périphériques forment un édifice diamagnétique dont la susceptibilité χ_e peut aussi être calculée *a priori*, nous pouvons comparer $\chi = \chi_i + \chi_e$ avec χ obtenu expérimentalement.

Nous appliquons ces calculs à LiCl où les ions Li^+ existent dans les deux variétés isotopiques Li (6) et Li (7) dont le premier possède 3 électrons dans le noyau et l'autre 4. Si les lois de la combinaison des électrons pivotant entre eux sont les mêmes dans le noyau et à la périphérie, nous pouvons nous attendre à ce que le noyau de Li (6) possède un moment de 1 M_B. Le Li (6) est présent à raison de 6 pour 100 seulement. Nous calculons χ_e de Li^+ et de Cl^- par une méthode analogue à celle de Cabrera [2] en nous basant sur les données expérimentales de la susceptibilité des gaz He, Ne et Ar. Nous obtenons ainsi pour LiCl (température 300° abs.) :

$10^6.\chi_e$ calculé	$-24,1$
$10^6.\chi = \chi_e + \chi_i$ calculé si le Li (6) possède 1 M_B	$+43,72$
$10^6.\chi$ mesuré [Pascal [3]]	$-24,3$

On peut en conclure que ni le Li (7), ni même le Li (6) ne possèdent de moments d'un M_B. Il semble que si le noyau du Li (6) possédait quelque moment magnétique, celui-ci ne pourrait guère dépasser $\frac{1}{10}$ M_B.

(1) Séance du 24 mars 1930.

(2) *Journal de Physique*, 6e série, 6, 1925, p. 241.

(3) *Comptes rendus*, 158, 1914, p. 57.

De la même façon on peut montrer que ni Be^{++} qui contient 5 électrons dans le noyau, ni C qui en contient 6, ni N qui en possède 7 n'ont de moments magnétiques dépassant $\frac{1}{30}$ M_B : autrement ils devraient être fortement paramagnétiques dans les états où les électrons superficiels forment un édifice diamagnétique; or ils sont tous diamagnétiques, avec des χ comparables à ceux des gaz rares voisins.

On démontre donc ainsi que *les atomes contenant dans leurs noyaux* 2, 3, 4, 5, 6, 7 *électrons ne possèdent pas de moments magnétiques supérieurs à* $\frac{1}{10}$ M_B. Cela veut dire que *le moment de l'électron pivotant ne se manifeste point dans le noyau*. Cette conclusion s'accorde avec des données spectroscopiques.

Ce fait expérimental peut être expliqué de trois façons différentes :

1° Les moments des électrons pivotants sont compensés dans le noyau d'une façon quelconque. Ceci est possible, par exemple, si dans le noyau ils sont reliés par les forces magnétiques [comme l'a supposé J. Frenkel (¹)]. Ce point de vue me semble le plus probable.

2° Les électrons dans le noyau perdent leur moment magnétique propre comme l'ont supposé Heitler et Herzberg (²).

3° Les électrons n'existent point dans les noyaux des atomes [D. Iwanenko et V. Ambarzumian (³) ont développé une théorie de cette nature, se basant sur les dernières idées de Dirac (⁴)].

La théorie du noyau doit tout d'abord résoudre ce problème fondamental.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur la préparation du thallium par électrolyse de ses oxydes.* Note de M. **L. Andrieux**, présentée par M. G. Urbain.

Les oxydes de thallium étant très volatils, il n'est pratiquement pas possible de les électrolyser seuls, à l'état fondu. En les dissolvant, vers 900°, dans l'anhydride borique ou dans les borates, on obtient des bains stables, clairs et homogènes, dont l'électrolyse est facile; c'est ainsi que j'ai été conduit à une nouvelle méthode de préparation du thallium.

J'ai employé dans mes essais le peroxyde brun hydraté qui, par disso-

(¹) *Zeitschrift f. Phys.*, **50**, 1928, p. 234.
(²) *Naturwissenschaften*, **17**, 1929, p. 673.
(³) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 582.
(⁴) *Proc. Roy. Soc.*, A, **126**, 1930, p. 360.

lution, passe à l'état d'oxyde thalleux en abandonnant l'eau et une partie de l'oxygène qu'il contient.

Les expériences ont été faites en utilisant le dispositif dont je me suis servi dans mes recherches précédentes([1]), le creuset de charbon jouant le rôle de cathode, l'anode étant constituée par une baguette centrale en charbon de cornue ou en graphite. Le tableau suivant résume ces expériences et les résultats qu'elles ont donnés.

Nos des essais.	Composition des bains.	Temp. °C.	Tension moyenne V.	Intensité moyenne A.	Durée. min	Poids de Tl. g
1.	$1/10\,Tl^2O + 2B^2O^3$	950	–	–	20	17,5
2.	$1/10\,Tl^2O + K^2B^4O^7$	855	4,3	20	60	22,5
3.	$1/10\,Tl^2O + Na^2B^4O^7$	880	4,5	20	60	29,3
4.	$1/10\,Tl^2O + Na^2B^4O^7 + NaF$	900	3,0	22	60	24,3
5.	$1/10\,Tl^2O + 2B^2O^3 + Li^2O + LiF$	910	4,0	21	60	26,2
6.	$1/10\,Tl^2O + 2B^2O^3 + MgO + MgF^2$	980	7,5	20	60	23,0
7.	$1/10\,Tl^2O + 2B^2O^3 + CaO + CaF^2$	920	5,8	22	60	22,2
8.	$1/10\,Tl^2O + 2B^2O^3 + BaO + BaF^2$	950	5,5	22	60	12,7
9.	$1/10\,Tl^2O + 2B^2O^3 + ZnO + ZnF^2$	920	6,0	22	60	–
10.	$1/10\,Tl^2O + Na^2B^4O^7 + NaF + ZnO$	950	3,3	21	60	20,5

A la fin de chaque essai, alors que le bain est encore liquide, le creuset est incliné de façon à réunir en un seul régule les globules de thallium séparés. Après refroidissement, le creuset est brisé, le régule est détaché de la masse solide, et celle-ci est traitée par l'acide chlorhydrique pour isoler le bore et les borures qui ont pu se former.

Dans l'essai n° 1, où l'oxyde de thallium est dissous dans l'anhydride borique fondu seul, le bain est très visqueux et peu conducteur : la tension déjà grande au début (13 volts) s'élève rapidement au fur et à mesure que l'oxyde est décomposé et l'intensité, réglée d'abord à 20 ampères, n'est plus que de 2 ampères après 20 minutes.

Avec les borates alcalins (essais nos 2 et 3) ou les mélanges de borates et fluorures alcalins (essais nos 4 et 5) les bains sont plus fluides, la tension plus faible et le rendement plus élevé que dans le cas précédent ; ce sont eux qui m'ont donné les meilleurs résultats.

Dans les bains formés de borates et fluorures alcalino-terreux (essais nos 6, 7 et 8) les électrolyses nécessitent des températures et des tensions plus élevées. D'autre part, les rendements sont plus faibles, car une notable

---

([1]) *Annales de Chimie*, 12, 1929, p. 423-507.

partie de l'oxyde échappe à l'électrolyse : en outre du thallium, on recueille soit du bore (essai n° 6), soit du borure de calcium ($1^g,30$ de CaB^6 dans l'essai n° 7), soit du borure de baryum ($3^g,50$ de BaB^6 dans l'essai n° 8). Le métal ne contient ni magnésium, ni calcium, ni baryum ; le bore et les borures obtenus sont exempts de thallium. Le thallium, séparé dans la première phase de ces expériences est donc resté à 950°, au contact du bore et des borures qui ont pris naissance dans la seconde phase, sans réagir. Ces résultats sont d'accord avec toutes les tentatives infructueuses faites jusqu'à présent, notamment par Giebelhausen [1], pour combiner le bore et le thallium.

Dans l'essai n° 9, où l'oxyde de thallium est dissous dans un mélange de borate et fluorure de zinc, je n'ai pas recueilli de thallium; du zinc se sépare sur la paroi intérieure du creuset cathodique et vient brûler à la surface du bain. Cependant, dans l'essai n° 10 où l'oxyde de thallium et l'oxyde de zinc sont dissous dans un mélange de borate et fluorure de sodium, les deux oxydes sont décomposés. La majeure partie du zinc séparé brûle comme précédemment, mais on trouve, au fond du creuset, un régule formé d'un alliage de thallium et de zinc, ayant à peu près la composition de l'alliage obtenu directement par Carstanjen (*Journ. für prakt. Chem.*, 92, p. 278) en fondant ensemble du thallium et du zinc (86,2 pour 100 Tl et 13,8 pour 100 Zn).

En résumé, les recherches précédentes montrent que l'on peut préparer le thallium pur en électrolysant ses oxydes dissous dans l'anhydride borique, dans les borates alcalins, ou dans les mélanges de borates et fluorures alcalins ou alcalino-terreux à l'état fondu.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les mélanges de vapeur d'iode et de divers solvants.* Note de M. **Marcel Chatelet**, présentée par M. G. Urbain.

I. On sait que le spectre d'absorption des solutions d'iode dépend de la nature du solvant : la bande qui se trouve dans la partie visible du spectre est plus ou moins déplacée mais garde son allure générale. Au contraire la partie ultraviolette est le plus souvent complètement modifiée d'une série de solvants à l'autre.

Nous avons observé un phénomène analogue sur les vapeurs : le spectre

(1) Giebelhausen, *Zeits. anorg. Chem.*, 91, 1915, p. 262.

d'absorption des gaz provenant de la vaporisation à 90° d'une solution d'iode dans le benzène présente une bande n'appartenant ni à la vapeur d'iode ni à la vapeur de benzène.

Nous avons été conduit à supposer que, dans ces conditions, il subsistait encore une association moléculaire et nous avons pensé qu'il serait possible de la mettre en évidence par des mesures de densités gazeuses.

Nous avons employé la méthode de Meyer et pour chaque solution le résultat est donné sous la forme du volume spécifique V relatif à un gramme de solution. t représente le poids d'iode contenu dans un gramme de solution, V_0 est le volume spécifique relatif au solvant pur.

Solvant.	t.	V.	V_0.	dV.
Benzène	0,00431	275	280	3,8
Alcool méthylique	0,0126	648,4	675	16,6
Alcool éthylique	0,0100	473,8	490	11,2
Alcool propylique	0,00382	369,8	375	3,8
Acétone	0,009	356	370	9,5
Acétate d'éthyle	0,0049	272	277,5	4

dV représente la différence $V_0(1-t) - V$ qui s'est toujours montrée positive alors qu'elle devrait être négative si la phase gazeuse se comportait comme un mélange.

II. La contraction observée provient sans doute du fait que chaque molécule d'iode est entourée d'un cortège de molécules de solvant.

En supposant que toutes les molécules I^2 sont entourées du même nombre de molécules de solvant et en exprimant que le volume mesuré est la somme des volumes occupés par le solvant resté libre et par l'association moléculaire formée que l'on suppose se conduire comme des gaz parfaits à la température de l'expérience (100° C.), on trouve

$$n = \frac{M\,dV}{22400 \times t}$$

(M représente la masse moléculaire de l'iode, n le nombre de molécules de solvant associées à une molécule d'iode).

Le calcul de cette formule donne le tableau suivant :

Benzène	10
Alcool méthylique	14,9
Alcool éthylique	13
Alcool propylique	11,2
Acétone	12
Acétate d'éthyle	9

On voit qu'on obtient ainsi des valeurs voisines de nombres entiers.

III. D'après la théorie cinétique des gaz, le libre parcours moyen de molécules M en présence de molécules M' bien plus nombreuses est en première approximation proportionnel à $m = \sqrt{\frac{M}{M+M'}}$. Nous avons mis dans un tableau les valeurs de m, de n et de (nm).

Benzène	0,485	10	4,86
Alcool méthylique	0,335	14,5	4,99
Alcool éthylique	0,393	13	5,1
Alcool propylique	0,437	11,2	4,92
Acétone	0,432	12	5,1
Acétate d'éthyle	0,526	9	4,7

Nous voyons donc que le nombre de molécules associées est proportionnel à l'inverse du libre parcours moyen, c'est-à-dire proportionnel au nombre de chocs par seconde entre les molécules d'iode et les molécules du solvant.

On peut donc penser que les choses se passent de la façon suivante : lorsqu'une molécule de solvant arrive au contact d'une molécule d'iode elle est pour ainsi dire happée et maintenue jusqu'à ce qu'elle soit chassée par le choc d'une autre molécule.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur quelques transformations produites par des phénomènes d'adsorption.* Note de MM. **René Dubrisay**, **René Arditti** et **Charles Astier**, transmise par M. Henry Le Chatelier.

Considérons plusieurs corps A, B, C, ... qui, mis en solution, sont susceptibles de réagir suivant l'équation chimique

$$A + B + C + \ldots = F + C + D + \ldots.$$

Si l'on introduit dans la solution une quantité notable de matière poreuse ou pulvérulente, susceptible d'adsorber les divers corps A, B, C, ..., F, G, ..., l'état final du système sera modifié suivant la capacité de fixation relative des diverses substances dissoutes. L'un de nous a mis en évidence les déplacements produits de la sorte dans le cas de certaines réactions équilibrées (1) : nous nous proposons de montrer que des phénomènes

(1) R. Dubrisay et Bravard, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 385. — R. Dubrisay et Desbrousses, *Ibid.*, p. 1035.

analogues se manifestent lorsqu'on met des solutions d'acide phosphorique au contact de solutions de différentes bases (potasse, ammoniaque ou chaux). Les réactions sont alors totales lorsque l'acide est en excès, réversibles dans le cas contraire.

A x^{cm^3} d'une solution N/20 d'acide phosphorique, nous ajoutions $(100 - x)^{cm^3}$ de solution basique équivalente : sur la liqueur ainsi obtenue nous déterminions la valeur d'un certain nombre de constantes physiques (résistance électrique, potentiel d'hydrogène, température de miscibilité avec le phénol) (¹). Les mêmes mesures étaient répétées sur des liqueurs identiques, mais maintenues pendant 24 heures au contact de 5^g de substances pulvérulentes pour 100^{cm^3} de solution. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

x = volume de solution phosphorique.
$100 - x$ volumes de solution basique.
R = résistance de la liqueur en unité conventionnelle.
pH = exposant d'hydrogène de la liqueur.
T = température de miscibilité avec le phénol.

Acide phosphorique et potasse.

Nature de l'adsorbant.	$x = 80$. R.	pH.	T.	$x = 40$. R.	pH.	T.
Néant	$0,46 \times 10^2$	1,19	69,1	$0,72 \times 10^2$	5,60	69
Kaolin	$0,48 \times 10^2$	1,27	69	$0,72 \times 10^2$	»	»
Kieselguhr	$0,48 \times 10^2$	»	69	$0,84 \times 10^2$	5,19	»
Noir animal	»	3,22	69,9	$0,69 \times 10^2$	5,48	68,6

Nature de l'adsorbant.	$x = 30$. R.	pH.	T.
Néant	$0,59 \times 10^2$	7,57	68,3
Kaolin	$0,60 \times 10^2$	»	»
Kieselguhr	»	5,29	»
Noir animal	$0,65 \times 10^2$	7,19	68,4

Acide phosphorique + ammoniac.

Nature de l'adsorbant.	$x = 50$. R.	pH.	T.	$x = 40$. R.	pH.	T.
Néant	$0,78 \times 10^2$	»	»	$0,74 \times 10^2$	5,62	»
Kaolin	$0,82 \times 10^2$	»	»	$0,65 \times 10^2$	»	»
Kieselguhr	$0,80 \times 10^2$	»	»	$0,68 \times 10^2$	3,92	»
Noir animal	$0,78 \times 10^2$	»	»	$0,66 \times 10^2$	4,68	»

(¹) R. Dubrisay, *Ann. de Chimie*, 9e série, **17**, 1922, p. 222.

Acide phosphorique + chaux.

Nature de l'adsorbant.	$x = 80$.			$x = 40$.		
	R.	pH.	T.	R.	pH.	T.
Néant	$0,52 \times 10^2$	0,84	69,4	$2,32 \times 10^2$	»	»
Kaolin	$0,48 \times 10^2$	»	69,2	$2,20 \times 10^2$	»	»
Kieselguhr	$0,51 \times 10^2$	1,28	69,1	$2,10 \times 10^2$	»	»
Noir animal	$0,95 \times 10^2$	3,20	70,2	$2,85 \times 10^2$	»	»

Nature de l'adsorbant.	$x = 30$.		
	R.	pH.	T.
Néant	$0,55 \times 10^3$	3,27	67,2
Kaolin	$0,49 \times 10^3$	»	67,4
Kieselguhr	$0,47 \times 10^3$	»	67,2
Noir animal	$0,39 \times 10^3$	4,38	66

La variation des constantes physiques établit nettement les changements intervenus du fait des phénomènes d'adsorption.

On pouvait prévoir que ces changements pourraient être mis en évidence par des déterminations analytiques dans le cas de l'action réciproque de l'acide phosphorique sur la chaux puisque alors des précipités insolubles prennent naissance et que, en conséquence, la proportion d'acide phosphorique restée en solution varie.

De fait, nous avons mis en présence 40^{cm^3} d'une solution d'acide phosphorique et 60^{cm^3} de la solution correspondante de chaux. Après filtration, il restait en solution $683^{mg},6$ d'acide phosphorique par litre. Ce nombre était élevé à $760^{mg},4$ en présence de kieselguhr, et réduit à $16^{mg},14$ en présence de noir animal. Si l'on versait la liqueur acide et la solution de chaux dans des proportions correspondant rigoureusement à la formation du phosphate tricalcique (25 de solution acide pour 75 de liqueur de chaux), on trouvait en solution 54^{mg} d'acide phosphorique par litre, 60^{mg} en présence de kaolin, 72 en présence de kieselguhr et 15 devant le noir animal [1].

---

[1] Cette dernière détermination a été faite par la méthode colorimétrique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Les propriétés spectrales du benzoate en fonction de la concentration de sels neutres*. Note de MM. **F. Vlès** et **N. Kyvelos**, présentée par M. G. Urbain.

Dans une série de publications antérieures ([1]), on a étudié l'action des sels neutres sur diverses matières colorantes susceptibles de présenter des virages de couleur en fonction de la concentration de ces sels; l'examen spectrophotométrique de ces indicateurs a conduit à définir un certain nombre de propriétés des solutions de sels neutres, réunies sous le terme de *massivité*, et pouvant se traduire par la formation de combinaisons complexes entre le sel et la matière colorante.

Nous avons cherché si de tels phénomènes ne dépassaient pas le cadre de ces indicateurs et si une molécule organique quelconque n'était pas susceptible de présenter des phénomènes du même ordre. Nous avons ainsi étudié la structure de l'acide benzoïque, par voie spectrophotométrique ultraviolette, dans des solutions de KCl de concentrations échelonnées. La méthode suivie a été exactement du même type que celle employée précédemment pour l'étude des modifications moléculaires des corps organiques en fonction du pH ([2]) : on a défini le rapport des absorptions pour deux longueurs d'onde différentes $\varphi = \frac{\text{col.}(I/I_0)_{\lambda_1}}{\text{col.}(I/I_0)_{\lambda_2}}$, et l'on a examiné ses variations en fonction de pX (log. négatif de la concentration en sels neutres), à pH constant.

Conditions expérimentales. — Les solutions ont été réalisées au moyen de benzoate de sodium pur que l'on a dissous à concentration constante dans des solutions de KCl de pX échelonnées entre la saturation et l'eau distillée; le KCl avait été purifié par cristallisations successives, l'eau employée étant de l'eau bidistillée dans le quartz et bouillie finalement dans le quartz pour éliminer les traces d'acide carbonique. Le pH

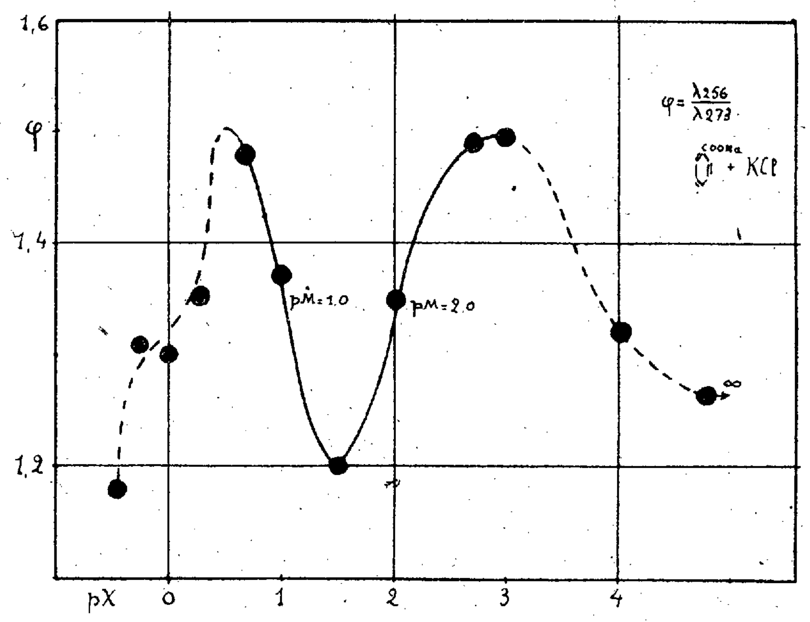
([1]) Vlès, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 644. — Vlès et Gex, *Ibid.*, p. 946. — Vlès, Gex, Reiss, *Ibid.*, p. 1127. — Vlès, Gex, Reiss, *Mémoires sur les propriétés optiques de certaines matières colorantes susceptibles de changer de couleur dans les solutions de sels neutres et sur les indicateurs de massivité* (*Arch. Phys. biol.*, 6, III, 1928, p. 141-223).

([2]) Vlès, *Notes sur la mesure spectrophotométrique du* pH (*Arch. phys. biol.*, 4, 1924, p. 285-321). — Vlès et Gex, *Absorption ultraviolette en fonction du* pH *de quelques acides organiques envisagés à la manière d'indicateurs ultraviolets* (*Arch. Phys. biol.*, 5, I, 1926, p. 62-77).

a été vérifié (tout au moins dans les solutions les moins concentrées) comme constant aux environs de 6,3-6,5. A partir de l'introduction du sel solide dans la solution de KCl, on a laissé le système en repos pendant 24 heures pour permettre l'équilibre des complexes éventuels; les essais ont montré en effet qu'il y avait une maturation de la structure spectrale à partir de l'introduction initiale du sel solide.

La mesure spectrophotométrique ultraviolette a porté sur les absorptions de $\lambda 256^{m\mu}$ et $\lambda 273^{m\mu}$; l'action photolytique de l'ultraviolet, qui n'eût pas été négligeable, a été évitée en prenant les spectres avec une fente de spectrographe élargie et un temps de pose très raccourci; la mesure totale comportait pour une solution une exposition maxima de 11 secondes.

Dans ces conditions l'étude du rapport $\varphi = \frac{\text{col.}\,(I/I_0)_{\lambda_1}}{\text{col.}\,(I/I_0)_{\lambda_2}}$ en fonction du pX des solutions de KCl, à pH 6,3-6,5, montre une série de sinuosités caractéristiques témoignant d'une variation dans les propriétés du système (voir



Variations du rapport d'absorption φ pour λ $256^{m\mu}$ et $273^{m\mu}$, du benzoate de Na dans des solutions de KCl de concentrations échelonnées (pX = — log concentration de KCl).
——————— Courbe calculée.

la figure). Si l'on se réfère aux méthodes d'analyse de pareilles courbes qui ont été données à propos du pH (¹), ces sinuosités signalent l'existence

(¹) Vlès et Gex, *Sur les modifications spectrales des corps organiques dépendant du* pH *et sur les présentations mathématiques des fonctions qui relient les rapports d'absorption au* pH (*Arch. Phys. biol.*, 6, 1927, p. 69-91).

de 5 états différents successifs, dont deux (correspondant aux pX les plus forts) représentent nécessairement le benzoate dissocié et le benzoate non dissocié. La sinuosité correspondant à l'intervalle pX 3 à pX 1,5, très constante de propriétés, est compatible avec une relation de massivité analogue à celle trouvée pour les matières colorantes :

$$pX = pM + a_1 \log. \frac{\varphi K'_2 - K_2}{\varphi K'_1 - K_1},$$

où pM est l'indice de massivité (= 2,02); K_1, K_2, K'_1, K'_2 les constantes d'absorption des constituants limites pour les longueurs d'onde considérées, $a_1 = 0,492$, et φ le rapport d'absorption qui est la variable choisie. La sinuosité suivante entre pX 1,5 et pX 0,5, moins stable et exagérant d'ailleurs ses propriétés par action de l'ultraviolet, peut correspondre également à une loi du même type, avec $pM_2 = 1,04$ et $a_2 = 0,307$. Si l'on utilise l'interprétation de cette formule, que nous avons donnée antérieurement [1], le terme $\frac{1}{a}$ exprimerait un coefficient de complexité de la combinaison éventuelle entre le sel et la molécule dissoute; or $\frac{1}{a_1}$ est sensiblement 2,0, et $\frac{1}{a_2}$ est très voisin de 3. On aurait donc successivement des complexes (2 KCl, 1 benzoate) et (3 KCl, 1 benzoate). Certaines des solutions de pX très bas ont montré un phénomène Tyndall, ce qui laisse entendre que la formation de complexes doit éventuellement pouvoir aller jusqu'à l'état colloïdal.

Les faits actuels élargissent donc le domaine des propriétés de massivité que nous avions signalées antérieurement.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence du traitement des aciers dans les solutions de phosphates complexes avec finition, sur leurs qualités d'isolement électrique.* Note de M. **Jean Cournot**, présentée par M. Léon Guillet.

J'ai décrit [2] le traitement chimique des alliages ferreux dans des solutions de phosphates complexes et montré l'efficacité de la protection ainsi obtenue contre la corrosion.

Des essais de dépôts électrolytiques sur ces surfaces phosphatées n'ayant pas donné de bons résultats par suite d'une mauvaise conductibilité super-

---

(1) Vlès, *Arch. Phys. biol.*, 6, III, 1928, p. 157. — Vlès et Gex, *Ibid.*, p. 175.
(2) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1041.

ficielle, j'ai cherché à préciser la valeur de l'isolement électrique présenté par cette protection.

J'ai utilisé pour cela de la tôle d'acier doux, de $\frac{12}{10}$ de millimètre d'épaisseur; quatre plaques ont été traitées sur leurs deux faces dans ces solutions de phosphates; deux d'entre elles ont été finies ([1]) à l'aide d'un vernis isolant à base d'huile, l'une sous une couche très mince (de $\frac{20}{100}$ de millimètre environ), l'autre sous une couche plus épaisse (de $\frac{30}{100}$ de millimètre environ); les deux autres plaques ont été finies à la bakelite (de $\frac{15}{100}$ à $\frac{20}{100}$ de millimètre d'épaisseur).

Enfin, comme terme de comparaison, j'ai utilisé une plaque d'acier doux, de $\frac{15}{10}$ de millimètre d'épaisseur, comportant sur une de ses faces une couche mince de vernis ($\frac{10}{100}$ à $\frac{15}{100}$ de millimètre d'épaisseur), et sur l'autre une feuille de carton isolant, de $\frac{20}{10}$ de millimètre d'épaisseur environ, identique à celui employé dans l'appareillage électrique.

Les essais effectués ont porté sur :

1° La rigidité diélectrique; la plaque était placée entre deux électrodes planes circulaires à bords arrondis, de 15^{mm} de diamètre; entre ces électrodes, était appliquée une tension alternative de fréquence 50 périodes par seconde, qu'on faisait croître progressivement jusqu'à la disrupture;

2° La résistance d'isolement; la résistance transversale des éprouvettes était mesurée par la méthode de déviation comparée, en plaçant les plaques entre deux électrodes circulaires de $7^{\text{cm}^2},1$ de surface, sous une tension continue de 300 volts.

Enfin tous ces essais ont été réalisés :

a. Sans traitement préalable, les éprouvettes étant bien sèches;

b. Après séjour des éprouvettes pendant 24 heures dans une atmosphère saturée de vapeur d'eau.

Les résultats sont résumés dans le tableau; ils représentent, pour la rigidité diélectrique, la moyenne de quatre ou cinq déterminations.

([1]) J'avais déjà indiqué, mais succinctement, dans ma première Note, que les revêtements cristallins de ces phosphates avaient le pouvoir d'*absorber* des finitions à base d'huile, de lanoline, vernis, laques, bakelites, etc. : ces finitions permettent de perfectionner encore la tenue à la corrosion et d'améliorer l'aspect extérieur tout en prenant elles-mêmes, grâce au support de phosphates, une adhérence tout à fait remarquable; cette base de phosphates ne présente pas, en effet, de solution de continuité avec le métal sous-jacent : elle pénètre au cours du traitement dans les joints des cristaux métalliques superficiels, réalisant ainsi une sorte de cémentation impliquant un excellent accrochage.

Les conclusions peuvent s'énoncer comme suit :

1° La tension efficace de percement, très sensible à l'écart entre électrodes, reste plus élevée avec l'isolement au carton (2^{mm} d'épaisseur contre $\frac{2}{10}$ à $\frac{3}{10}$ de millimètre), même à l'état humide ; on note d'ailleurs que la régularité des mesures d'un point à un autre des plaques traitées aux phosphates est moins bonne qu'avec le carton, en raison de l'influence relative nettement plus grande des irrégularités d'épaisseur ; par contre l'humidité ne fait pas varier sensiblement la tension de percement alors qu'elle tombe de plus de moitié avec les cartons ;

2° La résistance d'isolement à l'état sec, déjà nettement plus grande que pour le carton avec la finition mince de vernis, devient encore plus considérable avec le vernis épais et surtout la bakelite ; à l'état humide, la supériorité de la protection par traitement aux phosphates et finition devient énorme ; on note encore l'insensibilité de la bakelite à l'humidité, alors qu'une réduction appréciable d'isolement apparaît pour les vernis.

Type d'éprouvette.		Tension efficace de percement. État sec.	Tension efficace de percement. État humide.	Résistance d'isolement. État sec.	Résistance d'isolement. État humide.
Plaques traitées aux phosphates avec finition	Vernis mince...	675	750	50000	3000
	Vernis épais....	880	675	400000	10000
	Bakelite........	1380	1350	500000	500000
	Bakelite........	975	1375	500000	500000
Plaque de comparaison avec vernis et carton	....	5950	2620	5000	3,5

CHIMIE PHYSIQUE. — *Essais de coulabilité, sous pression constante, de l'aluminium et de l'alpax.* Note de M. **André Courty**, présentée par M. Léon Guillet.

La forme générale des éprouvettes de coulabilité utilisées pour mes essais est celle imaginée par Daikichi Saïto et Kemosuki Hayashi (1) et retouchée par MM. Rémy et Ch. Cury ; les coulées ont été effectuées dans une coquille ayant les dimensions précisées par MM. Léon Guillet et Albert Portevin (2).

La pression exercée par le métal sur la coulée en spirale ayant une

(1) *Memoires College Eng. Kyoto Imp. Univ.*, 2, 1919, p. 83, et 3, 1924, p. 165.

(2) *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 634.

influence importante, j'ai cherché à maintenir constant ce facteur à l'aide d'un dispositif à clapet fusible : au fond du réservoir d'alimentation, se trouve un petit élément de feuille de plomb, de $\frac{12}{10}$ de millimètre d'épaisseur, qui obture l'orifice de coulée et ne s'ouvre qu'avec un certain retard, au moment de la fusion du plomb, lorsque le réservoir est rempli; il suffit de maintenir le remplissage pour réaliser une pression constante de coulée.

J'ai étudié l'influence du facteur ci-après sur la coulabilité de l'aluminium (à 99,8 pour 100) et de l'alpax (Al 87 — Si 13) : température de coulée, température de la coquille, surchauffe avant coulée, durée de chauffage avant coulée, affinage; les Tableaux I à III résument les résultats obtenus, le premier sur l'aluminium et l'alpax, les deux autres sur l'alpax.

Tableau I. — *Influence de la température de coulée sur la coulabilité de l'aluminium et de l'alpax* (température de la coquille : 15°).

Température de coulée.	Longueurs de l'éprouvette de coulabilité. Aluminium.	Alpax.
°	cm	cm
890	78,0	»
855	»	100,1
820	56,9	92,3
785	»	77,5
750	36,9	61,6
715	»	47,0
680	21,0	41,5
660	14,7	30,9
610	»	15,5
575	»	12,2

Tableau II. — *Influence de la température de la coquille sur la coulabilité de l'alpax* (température de coulée : 575°).

Température de la coquille.	Longueurs de l'éprouvette de coulabilité.	Température de la coquille.	Longueurs de l'éprouvette de coulabilité.
°	cm	°	cm
560	530,8	400	34,8
520	139,9	310	32,5
500	108,2	195	22,7
480	85,1	125	16,0
465	54,4	75	15,4
455	44,5	15	12,2
437	37,4		

Tableau III. — *Influence de la surchauffe et du temps de chauffage avant coulée, sur la coulabilité de l'alpax.*

Durées partielles du chauffage.	Durées totales du chauffage.	Surchauffe maximum.	Longueurs de l'éprouvette de coulabilité.
h m	h m	°	cm
1. 0	1. 0	820	49.1
1.30	2.30	900	49,1
1.30	4. 0	900	44,9
2. 0	6. 0	900	44,7
2.30	8.30	975	50,7
2.30	11. 0	1000	47,5
2.30	13.30	1000	47,8
7.30	21. 0	1200	46.0

La température de coulée (575°) adoptée pour les essais du Tableau II n'était que très faiblement supérieure à celle de fusion de l'alpax; les parties en contact avec le creuset commençaient déjà à se solidifier. Quant aux essais du Tableau III, ils ont été effectués avec le même métal toujours refondu; j'ai observé d'autre part, dans cette même série d'essais, que l'affinage alcalin de l'alpax n'a pas d'influence sur sa coulabilité.

Les conclusions suivantes peuvent être tirées de ces essais :

Le maintien de la pression constante de coulée donne une très grande précision des résultats : les variations d'un essai à un autre effectué dans les mêmes conditions n'ont jamais dépassé 4 pour 100;

La coulabilité augmente d'une manière sensiblement proportionnelle à l'élévation de la température de coulée, celle-ci correspondant, par centimètre de longueur d'éprouvette, à environ 3°,9 pour l'aluminium et 2°,8 pour l'alpax;

Toutes conditions de coulée restant égales, la coulabilité de l'alpax dépasse de plus de 30 pour 100 celle de l'aluminium; elle est double pour les très basses températures de coulée;

La température de la coquille a peu d'influence jusque vers 200°; au-dessus, la coulabilité s'élève rapidement;

L'affinage alcalin, les fusions répétées, le temps de chauffage et la surchauffe n'ont qu'un effet insignifiant sur la coulabilité de l'alpax, contrairement à l'influence exercée sur les propriétés mécaniques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Analyse dilatométrique de quelques fontes synthétiques au nickel, au vanadium et au nickel-vanadium.* Note de M. **Jean Challansonnet**, présentée par M. Léon Guillet.

Les fontes synthétiques dont les compositions sont données dans le tableau ont été élaborées au four à induction à haute fréquence, en creuset de plombagine, à partir de fer électrolytique et de coke de pétrole purifié; le nickel était ajouté sous forme d'alliage nickel-silicium à 6 pour 100 de Si, et le vanadium sous forme de ferro-vanadium à 59 pour 100 de vanadium.

Ces fontes ont été coulées à 1500°, en sable préalablement étuvé à 130°; le moule donnait un lingot cylindrique de 25^{mm} de diamètre et de 90^{mm} de hauteur et une baguette cylindrique de 8^{mm} de diamètre et 95^{mm} de hauteur, ces deux éprouvettes étant alimentées par la même masselotte.

J'ai étudié les différentes coulées par micrographie et par dilatation.

Micrographie. — Les micrographies ont été faites sur le lingot principal et sur les éprouvettes de dilatation, celles-ci étant usinées dans les baguettes cylindriques. Dans toutes les fontes étudiées, le carbone est entièrement combiné. L'examen de la fonte ordinaire et des fontes au nickel (n°s 1, 2 et 3 du tableau) nous révèle de la cémentite eutectique et de la perlite assez fine en dendrites de cristallisation primaire.

Les fontes au vanadium et au nickel-vanadium présentent des lamelles longues et fines de cémentite préeutectique, et un réseau de cémentite eutectique.

Analyse dilatométrique. — Elle a été effectuée au dilatomètre différentiel Chevenard à enregistrement mécanique. L'étalon de comparaison était en Pyros, la température maximum atteinte 1100°, la vitesse d'échauffement de 250° par heure, la vitesse de refroidissement de 300° par heure.

Les résultats des analyses chimiques et dilatométriques sont résumés dans le tableau suivant :

N^{os}.	C_{total} (pour 100).	Ni (pour 100).	Va (pour 100).	Point de Curie de la cémentite.	Ac.	Ar.	Température de graphitisation commençante.
				°	°	°	°
1...	3,72			200	700	630	1100
2...	3,68	1,03		200	660	575	1000
3...	3,7	2		200	665	550	975
4...	3,62	1,08	0,25	160	710	600	1090
5...	3,7	1,02	0,51	130	710	650	ne graphitise pas
6...	3,6	1,98	0,24	160	700	580	1000
7...	3,75	2,02	0,5	130	700	630	1100
8...	3,67		0,27	160	710	650	ne graphitisent pas
9...	3,76		0,52	130	700	600	ne graphitisent pas

Ces fontes contiennent en plus de très faibles traces de phosphore, et environ 0,08 pour 100 de silicium.

Effet des additions sur la position du point de Curie de la cémentite. — Les additions de 1 et 2 pour 100 de nickel n'ont pas d'influence sur le point de Curie de la cémentite ; 0,25 et 0,5 pour 100 de vanadium abaissent cette anomalie respectivement à 160 et 130° ; le nickel ne modifie pas l'effet du vanadium sur la cémentite.

Effet des additions sur la position des points de transformation. — Le nickel abaisse les points Ac et Ar (transformations de la perlite à l'échauffement et au refroidissement) ; le vanadium seul est sans effet notable sur les points Ac et Ar ; par contre il remonte ces points lorsqu'ils ont été abaissés par les additions de nickel.

Effet des additions sur la graphitisation. — Le nickel abaisse la température de graphitisation commençante de ces fontes synthétiques, il augmente la quantité de cémentite décomposée. Le vanadium empêche toute graphitisation (tout au moins jusqu'à 1100°). Le vanadium en présence de nickel élève la température de graphitisation abaissée par ce dernier. 0,25 de vanadium a sur la température de graphitisation un effet égal et de sens contraire à 1 pour 100 de nickel. De même 0,5 pour 100 de vanadium annule l'effet graphitisant de 2 pour 100 de nickel.

En résumé, le vanadium élève la température de graphitisation de la cémentite d'une fonte pure ; il s'oppose en outre à l'effet graphitisant du nickel, une partie de vanadium annulant l'effet de quatre parties de nickel.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur une méthode quantitative d'analyse spectrographique.* Note de M. **Pierre Urbain**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons cherché à doser des quantités d'or de l'ordre de 1 à 5 millièmes de milligramme à des fins biologiques. La méthode est basée sur l'emploi combiné de l'électrolyse, du spectrographe et du microphotomètre enregistreur de MM. Chalonge et Lambert.

On prépare une solution titrée d'aurocyanure de potassium renfermant approximativement $0^{mg},01$ d'or par centimètre cube et l'on prélève sur cette solution des volumes tels qu'on obtienne une série correspondant aux quantités d'or suivantes exprimées en millièmes de milligramme :

1, 2, 5, 10, 20, 50, ...

A chacun de ces prélèvements, on ajoute une quantité constante d'argent

sous forme d'argentocyanure de potassium (solution titrée renfermant, par exemple, $0^{mg},1$ d'argent par centimètre cube), puis un volume d'eau bidistillée suffisant pour compléter à 2^{cm^3} et enfin quelques gouttes d'une solution de cyanure de potassium de titre connu, de manière à obtenir une concentration en KCN de l'ordre de N/10. L'addition de cet électrolyte a pour but de diminuer, sinon de supprimer, les phénomènes d'adsorption sur les parois des vases utilisés [1].

On procède à l'électrolyse des solutions ainsi préparées entre une cathode constituée par une baguette de charbon de 2^{mm} de diamètre plongeant dans le liquide de façon que la surface mouillée soit de 20 à 25^{mm^2} et une anode en fil de platine. La différence de potentiel entre les électrodes étant de 2,8 à 3 volts, l'intensité de courant est de l'ordre de 1 milliampère. Des densités de courant plus élevées provoquent des dépôts de peroxyde d'argent à l'anode et doivent être évitées. Le liquide doit être agité : étant données les petites dimensions des vases, le procédé le plus simple consiste à fixer le vase sur l'axe d'un moteur vertical tournant à 100 tours/minute environ. Dans ces conditions, le dépôt de l'or et de l'argent présents en solution est pratiquement terminé en quatre heures. Après l'électrolyse, la baguette est séchée à l'air.

On utilise cette baguette pour faire un spectre d'étincelle à l'aide d'un spectrographe à équipage de quartz aussi lumineux que possible. La totalité du dépôt doit être volatilisé dans l'étincelle. On peut alors observer les doublets suivants, constitués par une raie d'or et une raie d'argent :

I.	II.	III.
Au 2676 — Ag 2660	Au 2428 — Ag 2438	Au 3123 — Ag 3281

Le cliché obtenu est développé sans précautions spéciales, et lavé. Les noircissements des raies sont appréciés au microphotomètre enregistreur : on obtient ainsi, pour chaque doublet, un rapport $\frac{\text{noircissement raie Au}}{\text{noircissement raie Ag}}$ qui caractérise la quantité d'or introduite dans la solution électrolysée, la quantité d'argent étant toujours la même. Les nombres obtenus sont remarquablement constants (ils présentent des écarts maxima de $\pm$ 6 pour 100) et ils permettent de construire, pour chacun des doublets ci-dessus, des courbes traduisant la variation des rapports caractéristiques en fonction des quantités d'or introduites dans les solutions électrolysées. A titre

(1) Voir F. Joliot, *Thèse*, Paris, 1930, p. 12 et 15.

d'exemple, voici les rapports obtenus pour le doublet I, et pour les appareils utilisés :

	Quantité d'or en millièmes de milligramme.				
	1.	2.	5.	10.	20.
Rapport caractéristique.........	1,30	1,22	1,00	0,83	0,65

Voici d'autre part les nombres trouvés pour le doublet II et, correspondant à l'électrolyse de six solutions renfermant toutes $\frac{1}{25}$ milligramme d'or et $\frac{1}{20}$ milligramme d'argent :

Numéro de l'essai...............	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Rapport................	0,91	0,92	0,97	0,94	0,96	0,95
Moyenne....	0,94					

La présence d'éléments étrangers tels que Mg, Ca, Si, Al, Fe, etc. ne modifie pas d'une manière sensible la valeur des rapports caractéristiques.

Pour procéder au dosage de l'or dans les cendres à analyser, on traite celles-ci par des volumes de cyanure de potassium et d'argentocyanure de potassium égaux à ceux qui ont été introduits dans les solutions ayant servi à dresser les courbes précédentes, puis le volume d'eau nécessaire pour compléter à 2^{cm^3}, et l'on procède à l'électrolyse des solutions obtenues. La valeur des rapports trouvés pour chacun des trois doublets permet de déterminer, avec une approximation acceptable, la quantité d'or présente dans les cendres traitées.

La méthode adoptée permet, grâce à l'introduction d'une quantité connue et constante d'argent dans toutes les solutions électrolysées, d'éliminer les erreurs d'ordre photographique dues soit à l'emploi du spectrographe (stabilité de l'étincelle électrique, variations des temps de pose et de développement, nature du révélateur), soit à l'emploi du microphotomètre. Elle présente, sur la plupart des méthodes applicables au dosage des traces de métaux, l'avantage d'être indépendante des métaux étrangers présents dans la solution.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les cyclohexanediols* 1.3 *et* 1.4. *Constitution des dérivés halogénés*. Note de MM. **L. Palfray** et **B. Rothstein**, présentée par M. Delépine.

Nous avons montré [1] que l'action des hydracides (ClH et BrH), en solution aqueuse concentrée, sur les cyclohexanediols 1.3 ou 1.4 conduit

(1) L. Palfray et B. Rothstein, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 189.

à des produits solides ou liquides qui, malgré la différence de la substance de départ, ne se distinguent en rien les uns des autres. D'où l'hypothèse du mécanisme de *pseudo-migration* que nous avons émise à ce sujet.

Or, dans l'action des chlorures d'acides sur les mêmes diols, le reste acidyle R — CO se fixe toujours à la place même de l'hydrogène oxhydrylique, car par saponification nous revenons au diol de départ (à l'orientation stéréochimique près). Cela étant, si l'on prépare les dérivés halogénés par action de XH sur un éther-sel, l'halogène prendra-t-il la place du reste acidyle ou passera-t-il ailleurs par *pseudo-migration?* Et si ce passage n'a pas lieu, n'aura-t-on pas là un moyen de connaître le sommet occupé par l'halogène?

I. *Constitution des dihalogénés.* — Les acétates 1.4 (F = 35° et F = 102°), l'acétate liquide obtenu à partir de la résorcite, ont été traités soit par ClH, soit par BrH, concentrés. On a abouti aux mêmes produits que par l'action directe de ClH ou BrH sur les diols 1.4 ou 1.3 ([1]).

Le dibromo F = 112° étant bien l'isomère 1.4 (voir ci-dessous) le passage diacétate 1.4 → dibromo 1.4 ne soulève aucune difficulté d'interprétation. Mais le mécanisme diacétate 1.3 → dibromo 1.4 n'est pas aussi simple. On peut penser à une hydrolyse préalable. Mais nous avons obtenu les mêmes résultats en milieu acide acétique cristallisable, saturé à 0° par XH; ce qui suggère le mécanisme de pseudo-migration : élimination de RCOOH entre 3 et 4, puis addition d'hydracide sur la double liaison, X étant orienté par le reste électronégatif en 1.

II. *Constitution des hydroxyhalogénés.* — Le chlorocyclohexanol dérivant du cyclohexanediol-1.4 a déjà été décrit ([2]). Par la même technique, le cyclohexanediol-1.3 conduit à un liquide ayant les mêmes constantes. La phényluréthane est la même (fusion mélangée).

Traité par Na au sein de l'éther ([3]), il donne aussi le même cyclohexènol, caractérisé par la même phényluréthane (F = 82°).

Or, si le chlore avait été en 3, la double liaison aurait dû se former aussi bien en 2.3 qu'en 3.4. Rien n'a permis de le constater. On peut donc dire que si le Δ_2 — cyclohexénol se forme à côté du Δ_3, ce ne peut être qu'à l'état de traces indécelables jusqu'à présent.

En outre, par oxydation chromique de ce chlorocyclohexanol, on passe à

([1]) L. Palfray et B. Rothstein, *Ibid.*, 189, 1929, p. 701.
([2]) *Loc. cit.* (*Comptes rendus*, 189, 1929, p. 701).
([3]) S. Sabetay et L. Palfray, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 43, 1928, p. 909.

la chlorocyclohexanone correspondante. Qu'on soit parti des diols 1.4 ou 1.3, on obtient toujours la même semicarbazone F = 196° (¹). Ce qui montre que, dans les deux cas, le chlore est bien sur le même sommet, et suppose encore le mécanisme de pseudo-migration.

III. *Retour des dérivés halogénés au diol.* — Le dérivé de bromé *à point de fusion élevé* F = 112° a été chauffé à 100° pendant 6 à 7 heures, avec de l'acétate d'argent, en milieu acide acétique cristallisable. L'acétate isolé (F = 102°) est celui qu'on obtient par acétylation directe de la quinite (fusion mélangée). Cet acétate a été saponifié par KOH hydro-alcoolique. Il a fourni ainsi le diol F = 139°, c'est-à-dire la quinite à point de fusion élevé (*trans* de Baeyer).

Si, comme l'affirment Lindemann et Baumann (²), ce dibromo F = 112° était le 1.3 *cis*, le passage à la quinite à point de fusion élevé supposerait : *a*. une pseudo-migration; *b*. une addition d'acide acétique; *c*. une stéréo-isomérisation.

D'une part, l'hypothèse d'un tel processus est contredite par l'exemple du dibromo 1.2 (³) obtenu par addition de Br sur le cyclohexène, puis traité par CH^3COOAg; en saponifiant finalement l'acétate par KOH hydro-alcoolique, nous avons abouti à la la *pyrocatéchite cis* de Derx (⁴).

D'autre part, Brunel (⁵) a montré que si HCOOH anhydre s'additionne presque quantitativement à 180° sur le cyclohexène, au contraire, même entre 180° et 230°, CH^3COOH et C^6H^5COOH ne donnent pas plus de 3 pour 100 de produit d'addition. A 100°, la fixation de CH^3COOH est nulle ainsi que nous l'avons vérifié.

En résumé : 1° Dans l'action des hydracides en solution aqueuse ou acétique sur les acétates des cyclohexanediols, on n'est pas assuré de fixer X dans la même position que OH ou R — CO. Au contraire, dans l'action de CH^3COOAg sur le dérivé bromé, tout tend à démontrer que la substitution se fait à la même place.

2° Nous confirmons une fois de plus l'action isomérisante lab. ⇌ st. des hydracides et le phénomène de pseudo-migration.

(¹) S. Sabetay et L. Palfray, *Ibid.* La semicarbazone avait été indiquée comme fondant à 191°; on était parti de 0g,5 de matière.

(²) H. Lindemann et H. Baumann, *Ann. der Chem.*, 477, 1929, p. 87.

(³) A. Baeyer, *Ann. der Chem.*, 278, 1894, p. 108. — Markownikow, *Ann. der Chem.*, 302, 1898, p. 29.

(⁴) Derx, *Rec. Trav. chim. P.-B.*, 41, 1922, p. 333.

(⁵) Brunel, *Ann. Chim. Phys.*, 8e série, 6, 1905, p. 279.

3° Dans l'action de CH^3COOAg sur les dérivés halogénés, nous n'avons pas constaté d'action isomérisante stéréochimique, ce qui vient à l'appui de la loi d'addivité *cis* des halogénés sur les doubles liaisons des cyclohexènes.

STRUCTURES CRISTALLINES. — *Étude du polymorphisme des cristaux et des orientations d'acides gras en fonction de la température.* Note de MM. **Jean Thibaud** et **F. Dupré la Tour**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Il résulte d'une série de travaux (¹) que lorsqu'on « oriente » un acide gras en en déposant une mince couche microcristalline sur une surface (une lame de verre, par exemple), il peut se produire plusieurs types de réseaux cristallins, désignés par A, B, C (polymorphisme) et caractérisés par des espacements réticulaires, mesurés aux rayons X, notablement différents. L'un de nous (²) a mis en évidence l'existence générale des deux formes B et C pour des acides renfermant de 16 à 32 atomes de carbone dans leur molécule, la forme B s'obtenant à faible température (par évaporation d'une solution), et la forme C, au contraire, après fusion. G. de Boer (³) détermina, pour les acides impairs (C_{11} à C_{17}), des températures de transition inférieures au point de fusion, pour lesquelles il y avait passage d'une forme cristalline à l'autre.

Continuant ces recherches, nous avons constaté qu'il existait également une température de transition pour les acides suivants : laurique, myristique, palmitique, stéarique, cérotique. Nous opérions non seulement sur des orientations de ces acides sur des supports divers (or, aluminium, ébonite), mais aussi, comparativement, sur les *cristaux* obtenus par cristallisation très lente, à faible température, de ces acides. Les préparations étaient disposées dans un thermostat permettant de maintenir la température très constante pendant l'enregistrement du spectre de rayons X et de l'élever progressivement d'un cliché à l'autre, entre les températures de 13° et 85°. Pour les températures plus basses, nous employions un cryostat à glace, à neige carbonique ou à air liquide, la température étant déterminée avec un couple thermo-électrique.

(¹) Piper, Malkin, Austin, *Journ. Chem. Soc.*, 101, 1926, p. 2310. — J. Thibaud, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 24 et 96. — G. de Boer, *Nature*, 119, 1927, p. 8.

(²) J. Thibaud, *Nature*, 119, 1927, p. 852, et *Comptes rendus de la Réunion de Chimie physique*, 1, 1928, p. 410 (Presses universitaires).

(³) *Nature*, 119, 1927, p. 634.

1° Extension des précédentes conclusions de l'un de nous aux acides laurique et myristique : le phénomène de polymorphisme est général; on peut préparer, par évaporation d'une solution, des orientations ou des cristaux, de dimensions finies, appartenant à deux formes cristallines B et C, bien déterminées et stables, dont les interstices diffèrent de près de 10 pour 100, pour une série d'acides saturés compris entre C_{12} et C_{32}. L'apparition de la troisième forme A, dont l'existence a déjà été signalée, est extrêmement rare : sur plus d'une centaine de préparations étudiées elle ne s'est révélée qu'une seule fois, mélangée à la forme B et pour des cristaux d'acide myristique préparés à 0°.

2° Un cristal unique B, ou une orientation microcristalline B, peuvent toujours être transformés en une forme C en les portant à une température convenable, le point de transition. Ce passage se produit seulement pour une élévation de température et paraît irréversible, nous ne sommes jamais parvenus à transformer un cristal C en un cristal B même en le maintenant pendant plusieurs heures à la température de l'air liquide (cristaux stéarique et palmitique, orientations diverses). Les points de transition varient d'un acide à l'autre, mais se montrent assez différents quand il s'agit *d'orientations cristallines* ou, au contraire, de véritables *cristaux* (tableau suivant) : la courbe des points de transition des orientations suit sensiblement la courbe des points de fusion, tandis que celle relative aux cristaux tend vers une valeur constante du point de transition (48°) quand le poids atomique de l'acide augmente. Ces deux courbes se recouperaient entre les acides palmitique et stéarique.

		Interstice.		Points de transition de B en C.			
				I. Orientation (éther).			
		Forme B.	Forme C.	Aluminium.	Or.	Ébonite.	II. Cristaux.
		Å	Å	°			
Cérotique...	C_{27}	69	64	82,5			
Stéarique...	C_{18}	43,95	39,9	55	54°	52°-56°	48°
Palmitique..	C_{16}	39,3	35,6	40	40	45	48°
Myristique..	C_{14}	35	31,2	25	24		33°(B→C), 43°(A→C)
Laurique...	C_{12}	30,6	27,4	<10	6,5		

A la différence des orientations sur or et sur aluminium, dont les points de transition concordent, les orientations sur ébonite ont donné des résultats quelque peu divergents dus probablement à un effet parasite (dissolution de l'ébonite dans le solvant de l'acide). Pour le cristal myristique

qui montrait à la fois les formes A($d_A = 37$ Å) et B, la transition de B en C s'est opérée à 33° et celle de A en C à 43°. Nous avons noté également que des orientations préparées sur une lame de mica montrent une tendance nette à la formation du type C même bien au-dessous du point de transition, tandis que sur l'or ou l'aluminium, dans les mêmes conditions de température, on obtenait toujours la forme B : on peut penser à une influence du réseau cristallin du mica sur les couches qui s'orientent à la surface.

Enfin nous avons également obtenu des cristaux et des orientations de formes B et C avec un mélange en quantités équimoléculaires, des acides stéarique et palmitique : l'interstice cristallin ($d_B = 41,6$ Å ; $d_C = 37,6$ Å) est intermédiaire entre ceux des acides purs et il existe une température de transition pour laquelle la forme B se transforme en C.

Conclusion. — Les acides gras saturés peuvent être obtenus sous deux formes cristallines principales bien définies, qui présentent, comme nous l'indiquerons ultérieurement, d'importantes différences dans leurs propriétés physiques, en particulier, dans leur *indice de réfraction.*

TECTONIQUE. — *Les relations structurales entre les Rochers de Léaz (Ain) et du Vieux Château d'Arcine (Haute-Savoie) et le Vuache. Conclusions sur la tectonique de cette chaîne.* Note de M. **Henri Vincienne**, présentée par M. L. de Launay.

Nous voulons compléter notre étude de l'anticlinal Crédo-Vuache par quelques observations sur la partie du pli, passée jusqu'ici sous silence [1].

I. *Le Rocher de Léaz*, véritable belvédère lorsqu'on le voit du Sud ou de l'Est, se relie vers le Nord-Ouest à un rebord rocheux moins élevé, qui lui fait suite jusqu'au thalweg Nord de Léaz. L'observation topographique et géologique nous a révélé l'existence, entre le Rocher et son prolongement Nord-Ouest, d'une ligne de décrochement : la partie Sud de l'anticlinal, à laquelle appartient le Rocher de Léaz, a été poussée plus à l'Ouest que sa partie Nord et, en outre, a subi un léger abaissement. — *Au Nord du décrochement*, le versant rocheux, tourné vers le Nord-Est, est formé de bancs

(1) Voir les Notes antérieures : H. Vincienne, *Précisions nouvelles sur la structure de la partie méridionale du Vuache* (*Comptes rendus*, 189, 1929, p. 190), et *Observations stratigraphiques et tectoniques sur la terminaison de la chaîne du Crédo* (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 805).

calcaires (Portlandien, Kimméridgien, Séquanien) à pendage Nord-Est assez fort et renversés. Ces couches, écrasées, prolongent celles qui affleurent, du Sorgia au thalweg Nord de Léaz, en bandes longitudinales et continues. Elles appartiennent donc aussi au flanc inverse de l'anticlinal Crédo-Vuache. Elles sont recoupées par le sentier qui suit le Rhône au pied du Rocher de Léaz. — *Au Sud du décrochement*, le Rocher de Léaz représente une demi-coupole plongeant à sa périphérie vers le Nord, l'Ouest, le Sud-Ouest et le Sud et tournant sa corniche abrupte vers l'Est et le Nord-Est. Cette corniche est faite de Portlandien, Kimméridgien et Séquanien en superposition normale. La couverture superficielle du Rocher est formée de Portlandien sur lequel s'appuie, au Sud-Ouest, un peu de Valanginien. Enfin en bordure du fleuve, le Séquanien inférieur, laminé, et le Bathonien, très réduit, constituent le noyau de cette demi-coupole.

II. Les assises superficielles de Léaz passent le Rhône en se renversant et forment, sur la rive gauche, le petit relief qui porte le *Vieux Château d'Arcine* et est attribué au Néocomien par la Carte géologique. Ce relief n'est qu'une partie du flanc inverse, laminé, de l'anticlinal Crédo-Vuache. La route d'Arcine à Chevrier en donne une bonne coupe; en direction du Nord on observe successivement : 1° l'Urgonien (pendage 40/50° SW); 2° l'Hauterivien, dont le pendage, de 45° SW au sommet, se renverse et devient de 45° NE ou Est vers la base; 3° le Valanginien, très réduit, disloqué et renversé; 4° le Jurassique supérieur, également renversé et très étiré, composé, au sommet, de calcaires marneux, laminés, parfois dolomitiques et, plus bas, de calcaire coralligène, écrasé, à pendage NE 45 à 70°. Ce calcaire a été rapporté par M. Schardt à l'Urgonien supérieur : mais je n'ai pu y découvrir les *Requienia ammonia* signalées par cet auteur. Les assises du Château d'Arcine ne forment donc pas la voûte anticlinale urgonienne, avec noyau hauterivien, qu'a vue M. Schardt. Sauf l'Urgonien et l'Hauterivien supérieur, elles sont fortement laminées et se renversent sous le Jurassique du Vuache proprement dit. — Le contact entre la série du Château (*Vuache occidental*) et le Vuache proprement dit (*Vuache oriental*) se fait par la surface de chevauchement inclinée déjà signalée dans notre première Note. On peut le suivre depuis la route, où le Jurassique supérieur bute vers le Nord contre l'Argovien, jusqu'à la ferme à l'Est du Vieux Château : il prend en écharpe les couches du flanc inverse, notamment le Jurassique supérieur et le Valanginien, et les écrase sous les couches du flanc normal (Argovien au Nord, Séquanien inférieur un peu plus au Sud).

III. De nos recherches sur le Vuache découlent les conclusions suivantes :

a. Le chaînon du Vuache prolonge le flanc oriental de l'anticlinal du Crédo, dont la moitié Ouest a disparu, au Sud du Sorgia, par suite des érosions, favorisées par l'état d'écrasement et d'instabilité tectonique de la retombée occidentale du pli. — *b*. Au Sud du Sorgia, le pli du Crédo-Vuache est un anticlinal, s'abaissant axialement vers le Sud, *déversé* vers l'Ouest, *étiré mixte*, passant en profondeur au *pli-faille* ; le flanc inverse apparaît, selon la partie qui affleure, tantôt plus ou moins étiré (au Nord du Rocher de Léaz), tantôt complètement rompu (Arcine). Il est parfois *chevauché* par le flanc normal, au point de disparaître sous lui (au Sud d'Arcine et jusqu'à Chaumont). — *c*. Les Rochers de Léaz et du Vieux Château d'Arcine se relient étroitement avec la moitié occidentale du Crédo par un ensemble de couches qui ne sont interrompues que par un *décrochement*, de faible rejet, passant au Nord de Léaz. Le Rocher de Léaz se situe dans le flanc normal du pli, peu au-dessus de la charnière anticlinale ; le Rocher d'Arcine, dans la zone d'enracinement du flanc inverse, au-dessous de son point de rupture. — *d*. La *faille du Vuache*, telle que l'a définie M. Schardt, verticale, rompant la voûte au sommet sur toute sa longueur, ne nous paraît pas pouvoir être maintenue. — *e*. Il semble qu'entre le Vuache et le Colombier existe en profondeur un *accident ancien rigide* sur le bord oriental duquel l'anticlinal du Crédo-Vuache est venu s'écraser, avec brusque changement de direction et localement charriage du flanc normal sur le flanc inverse. Toutefois au Sud du Fornant, la terminaison périclinale du pli du Gros Foug, formé plus à l'Ouest dans la couverture secondaire, paraît avoir arrêté le mouvement de déversement et de chevauchement et avoir déterminé une exaltation locale du flanc Ouest du Crédo-Vuache (Mont de Musièges); ce flanc, inverse plus au Nord, prend figure, au Sud du Fornant, de flanc normal poussé, semble-t-il, au-dessus du flanc oriental abaissé et jouant alors le rôle de flanc inverse. Il y a ici comme une *inversion locale du sens de la poussée*. — *f*. Le Rhône a profité des conditions tectoniques pour établir son cours à travers l'anticlinal du Crédo-Vuache : la demi-cluse de Fort-l'Écluse est établie en un point de brusque abaissement axial de l'anticlinal ; de Coudière au point 319, le cours, anticlinal et longitudinal, est manifestement favorisé par l'état d'écrasement des couches marneuses étirées de l'Oolithique inférieur et moyen ; du point 319 au moulin d'Arcine, le fleuve coupe obliquement le flanc inverse étiré et laminé, voire rompu.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Le rôle du glycogène dans l'activité du cœur d'escargot.* Note [1] de MM. **M. Loeper**, **A. Lemaire** et **A. Mougeot**, présentée par M. Ch. Achard.

Le rôle du glycose, malgré les résultats parfois contradictoires de certaines expériences et de certains auteurs, semble capital dans la mécanique cardiaque. C'est un aliment de consommation.

Celui du glycogène mérite aussi d'être précisé car c'est un aliment de réserve [2].

Il nous a paru intéressant de savoir quel rapport peut exister entre la richesse du cœur en glycogène, son activité et sa régularité.

Cette étude peut être aisément réalisée sur le cœur d'escargot, dont la glycogénèse est assez constante et uniforme [3].

Nous avons donc mis des cœurs d'escargots à l'épreuve, suivant la technique de Cardot et de Binet, dans des solutions de valeur nutritive diverse et pendant des temps variables. La recherche du glycogène était faite sur des coupes fixées à l'alcool et colorécs par la gomme iodée.

La première conclusion qui ressort de nos recherches est que le cœur d'escargot abandonne son glycogène au fur et à mesure de son travail et le perd dès qu'il est épuisé.

La deuxième est que son activité se maintient d'autant plus longtemps qu'il est plus glycogéné, puisque certains cœurs épuisés en 2 heures sont vides de glycogène et que d'autres, dans le même temps, en sont encore chargés.

La troisième est que la régularité des contractions sinon leur intensité est en général plus grande dans les cœurs de glycogénèse normale que dans les cœurs de glycogénèse inégale ou ponctuée.

Comme le cœur conserve plus longtemps son glycogène dans le liquide

---

(1) Séance du 7 avril 1930.

(2) M. Loeper et A. Lemaire, *Les réserves glycogéniques du cœur* (*C. R. hebd. de la Soc. de Biologie*, **103**, iv, 1930, p. 209).

(3) M. Loeper et A. Lemaire, *Le régime des cardiaques et la nutrition du cœur* (*Presse Médicale*, **38**, xiv, 15 février 1930, p. 196).

de Locke, qui est sucré, que dans le liquide de Ringer qui ne l'est pas, on peut supposer qu'il reconstitue petit à petit son glycogène avec le glucose du liquide qui le baigne.

Nous avons en effet placé des cœurs d'escargots arrêtés et épuisés dans des solutions fortement glycosées et les avons vu reprendre leurs contractions souvent plus amples et plus lentes qu'auparavant; l'examen histologique nous a montré d'autre part la répartition du glycogène exclusivement à la périphérie de l'organe, au voisinage même du liquide sucré.

L'action du glycose, niée par certains auteurs, nous paraît donc évidente. Il ne faudrait pas croire que celle des substances amylacées pût être identique, bien au contraire : l'addition d'amidon arrête en effet très rapidement le cœur, celle du glycogène ne l'active pas, signes que l'organe, pour des raisons d'ordre physique ou chimique, ne peut les utiliser.

Mais l'adjonction de ptyaline, d'amylase d'orge, surtout d'extrait pancréatique, qui permet la transformation des amylacées, produit une réactivation analogue à celle du glycose.

Il est en outre remarquable de voir que le suc pancréatique, l'amylase ou la ptyaline seuls sont capables d'arrêter assez rapidement le cœur quand on ne fournit pas parallèlement un aliment hydrocarboné, sans doute parce que ces ferments détruisent en peu de temps le glycogène du muscle.

Le fonctionnement du cœur d'escargot est donc assez proportionnel à sa richesse en glycogène. Le cœur fait du glycogène avec le glycose qui le baigne, si ce liquide est sucré. Les ferments amylolytiques arrêtent le cœur ou le troublent lorsqu'ils sont administrés seuls; ils l'entretiennent au contraire quand on les associe à des aliments hydrocarbonés qu'ils sont capables de transformer.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la synthèse des graisses en présence des extraits du pancréas.* Note de M. **André Giberton**, présentée par M. A. Desgrez.

La synthèse biochimique des glycérides, en présence de la lipase du pancréas, réalisée en 1903 par Pottevin et en 1910 par Hamsik [1], était une réaction très lente. Voici par exemple les quantités d'acide combiné en fonction du temps, dans une expérience de Hamsik :

---

[1] A. Hamsik, *Zeit. für phys. Chemie*, 65, 1910, p. 232.

Temps	24 h.	48 h.	72 h.	8 jours.
Acide combiné (°/₀)	13	22	30	46

Nous avons essayé d'améliorer les conditions de ces expériences.

Tout d'abord, nous avons préparé un extrait glycériné de pancréas très actif, en appliquant la technique suivante : de la poudre de pancréas de porc, obtenue par dessiccation dans le vide, à froid, est dégraissée à froid au moyen d'éther de pétrole. On la fait ensuite macérer, à 30°, pendant 24 heures, dans un mélange de 87 parties de glycérine anhydre pour 13 parties d'eau (en volumes). Les meilleures proportions sont 1^g de poudre pour 16^{cm^3} de glycérine à 87 pour 100. Les particules restées insolubles sont ensuite séparées en centrifugeant à 9000 tours, pendant un quart d'heure, à deux reprises différentes, afin d'éviter l'échauffement de la préparation.

Nous avons employé le liquide encore trouble obtenu après ces diverses manipulations. Cet extrait glycériné conserve son activité pendant plusieurs semaines. L'acide oléique forme facilement avec lui une émulsion, mais cette dernière n'est pas stable; elle se détruit en quelques heures par le repos.

Nos expériences ont été faites dans des tubes à essais fixés sur un axe horizontal, dont la rotation était entretenue, pendant toute la durée de l'expérience, à raison de deux à trois tours par minute. Dans ces conditions, l'émulsion est stable.

L'appareil d'agitation était monté à l'intérieur d'une étuve réglée à 37°, température à laquelle tous nos essais ont été faits.

Nous avons d'abord essayé de déterminer quelles étaient les proportions optima d'acide oléique et d'extrait glycériné permettant une réaction aussi rapide et aussi complète que possible.

La réaction de synthèse était étudiée en opérant des prélèvements successifs et en dosant l'acide oléique resté libre. Ce dosage était fait, après dissolution de la prise d'essai dans l'alcool-éther, au moyen d'une solution de soude $\frac{N}{5}$, en présence de phénolphtaléine. Le mélange qui nous donna le meilleur résultat fut celui dont les proportions correspondaient à 6 molécules de glycérine pour 1 molécule d'acide oléique. Voici les chiffres obtenus :

Temps	9 h.	24 h.	48 h.	72 h.
Acide combiné (°/₀)	23	56	66	66

L'équilibre était atteint en moins de 48 heures. La vitesse obtenue était

donc nettement supérieure à celle qui avait été observée par les précédents expérimentateurs.

Notre technique ayant donné des résultats favorables, nous l'avons appliquée à l'étude de l'action des sels biliaires sur la synthèse biochimique des glycérides. Les premiers essais de ce genre sont dus à Hamsik. Voici les chiffres qu'il obtint dans sa meilleure expérience :

Temps	24 h.	48 h.	72 h.	8 jours.
Acide combiné (°/₀)	24	39	47	55

La vitesse de réaction était donc nettement supérieure à celle qu'il observait sans le concours des sels biliaires.

Pour étudier l'action des sels biliaires, nous avons repris nos expériences de synthèse dans les conditions décrites plus haut, mais en ajoutant, pour 1^g de mélange, 2^{mg} de sels biliaires. Les résultats furent les suivants :

Temps	2 h.	5 h.	10 h.	24 h.	48 h.	72 h.
Acide combiné (°/₀)	27	44	59	62	65	65

La réaction est donc très rapide dans les premières heures, puis la vitesse diminue et devient très faible à partir de la dixième heure. Enfin, l'équilibre est atteint en moins de 48 heures. Il est à remarquer que la position de l'équilibre est la même, aux erreurs d'expérience près, qu'en l'absence de sels biliaires. Ces derniers agissent donc uniquement sur la vitesse de réaction et non sur la limite de l'éthérification. Leur influence répond bien à la définition des actions catalytiques.

La vitesse de réaction observée dans cette dernière expérience est comparable aux vitesses obtenues par MM. Morel et Velluz [1], au cours de leur étude sur la synthèse biochimique des glycérides, en présence du cytoplasme activé de la graine de ricin. Notre technique a donc atténué les causes de retard dans la réaction de synthèse des glycérides, en présence de la lipase du pancréas, puisque, dans nos expériences, la réaction est plus avancée en 10 heures qu'elle ne l'était auparavant en huit jours.

---

(1) A. MOREL et L. VELLUZ, *Bulletin Soc. Chim. biol.*, 10, 1928, p. 478.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *La transmission des varioles aviaires par les moustiques.* Note [1] de MM. **Georges Blanc** et **J. Caminopetros**, présentée par M. E. Roux.

Après Kligler, Muckenfuss et Rivers, qui ont réussi, une fois, à transmettre la variole des Gallinacés par piqûre de *Culex pipiens* infectés depuis 14 jours et, deux fois, par piqûre de Stégomyas infectés depuis 5 et 8 jours [2], nous avons essayé de transmettre à des animaux sains non seulement la variole des Gallinacés mais aussi celle du pigeon par piqûre de moustiques (*Culex pipiens*) injectés sur des animaux malades.

Technique. — Nous avons mis dans des cages un certain nombre de *Culex pipiens* (une trentaine par cage). Comme nos expériences ont commencé en septembre, nous avons préféré n'utiliser que des Culex recueillis gorgés dans des maisons, plutôt que d'utiliser des Culex provenant d'élevage et cela pour éviter d'opérer avec des races hibernantes dont Roubaud a montré qu'elles étaient incapables de piquer, même soumises à une température élevée. Les cages étaient conservées en chambre noire, en atmosphère humide et à une température moyenne de 20° à 22°. Un coq injecté expérimentalement et présentant une forte éruption sur la crête, ou un pigeon, également infecté expérimentalement et présentant une forte éruption sur un flanc, étaient introduits pendant quelques jours, dans la cage à infecter; ensuite des animaux neufs étaient introduits dans les cages, à plusieurs reprises, puis isolés en observation. Ceux qui ne réagirent pas furent éprouvés par inoculation de virus très actif.

Résultats. — De nos expériences nous ne donnerons, ici, que les plus démonstratives :

A. *Variole des Gallinacés* (Cage C_1). — Dans cette cage, contenant une trentaine de *Culex pipiens*, on introduit chaque jour, du 30 septembre au 11 octobre, soit pendant 12 jours, un coq infecté de variole aviaire et présentant une très forte éruption sur la crête et les barbillons. On introduit, ensuite, des coqs neufs dans l'ordre et aux intervalles de temps indiqués ci-dessous. Chaque coq est mis à trois ou quatre reprises dans la cage infectée.

1. Le coq 127, le 17 octobre, soit 6 jours après que les moustiques se sont infectés. Résultat + (positif).
2. Le coq 129, le 1er novembre, soit 20 jours après. Résultat +.
3. Le coq 131, le 6 novembre, soit 25 jours après. Résultat +.
4. Le coq 132, le 11 novembre, soit 30 jours après. Résultat — (négatif).
5. Le coq 135, le 15 novembre, soit 34 jours après. Résultat +.

---

(1) Séance du 3 mars 1930.

(2) Kligler, Muckenfuss et Rivers, *Journal of Exper. med.*, 49, 1929, p. 650.

6. Le coq 133, le 20 novembre, soit 39 jours après. Résultat —.
7. Le coq 134, le 29 novembre, soit 48 jours après. Résultat —.
8. Le coq 133, le 9 décembre, soit 58 jours après. Résultat +.
9. Le coq 136, le 13 décembre, soit 62 jours après. Résultat —.

A ce moment il ne reste que 2 culex dans la cage. Il est probable que le coq 136 n'a pas été piqué. Réinoculé avec du virus, il réagit. Le dernier moustique meurt le 19 décembre, après 84 jours de captivité.

B. *Variole des pigeons* (Cage C_3). — Dans cette cage, contenant une quarantaine de *Culex pipiens*, on introduit, tour à tour, deux pigeons infectés de variole aviaire, pendant 8 jours, du 20 au 28 novembre. Ensuite, on introduit successivement des pigeons neufs, plumés sur un des flancs, suivant le protocole suivant :

1. Le pigeon 103, le 29 novembre, soit 1 jour après que les pigeons infectés ont été retirés des cages. Résultat +.
2. Le pigeon 105, le 12 décembre, soit 14 jours après. Résultat —.

Nous remettons alors dans la cage, du 24 au 31 décembre, un nouveau pigeon infecté et nous introduisons, ensuite, d'autres pigeons neufs.

3. Le pigeon 109, le 8 janvier, soit 7 jours après que le pigeon infecté a été retiré de la cage. Le pigeon meurt.
4. Le pigeon 110, le 13 janvier, soit 12 jours après. Résultat +.
5. Le pigeon 111, le 22 janvier, soit 21 jours après. Résultat +.
6. Le pigeon 114, le 29 janvier, soit 29 jours après. Résultat +.
7. Le pigeon 115, le 8 février, soit 38 jours après. Résultat +.
8. Le 21 février les 9 moustiques, encore vivants, après 94 jours de captivité, sont broyés et l'émulsion inoculée à un pigeon neuf 107. Celui-ci ne réagit pas mais, éprouvé 15 jours plus tard avec un virus actif en même temps qu'un témoin, il ne réagit pas tandis que le témoin réagit.

Type clinique de la maladie provoquée par piqûres de moustiques : A. *Variole des Gallinacés.* — Les coqs piqués par moustiques sont, le plus souvent, atteints d'une infection du type de l'épithélioma, c'est-à-dire caractérisée par une éruption plus ou moins forte de tumeurs épithéliales sur la crête, les barbillons et aussi les paupières. Dans un cas, cette éruption s'est accompagnée d'une conjonctivité aiguë, non purulente. Dans trois cas, cette conjonctivite a été le seul symptôme de maladie et l'inoculation d'épreuve a montré qu'il s'agissait bien d'affection variolique. Une fois même seul un larmoiement léger a pu être noté, et cette fois encore l'animal s'est montré vacciné contre une infection d'épreuve.

B. *Variole des Pigeons.* — Les pigeons infectés par piqûres de moustiques ont présenté sur le corps l'éruption typique que l'on observe dans l'injection spontanée et que l'on n'obtient jamais par inoculation de produit virulent sur scarifications; cette éruption n'a jamais entraîné de forme généralisée et mortelle.

Conclusions. — 1° Des moustiques de l'espèce *Culex pipiens* ayant piqué des coqs atteints de variole aviaire peuvent transmettre, par piqûre, la maladie à des coqs sains, et cela au moins 58 jours après s'être infectés, c'est-à-dire probablement pendant toute la durée de leur vie.

2° Des moustiques de l'espèce *Culex pipiens*, ayant piqué des pigeons atteints de variole aviaire peuvent transmettre, par piqûre, la maladie à des pigeons sains, au moins 38 jours après s'être infectés, donc probablement pendant toute leur vie.

3° La variole aviaire transmise par piqûre de Culex prend chez le coq et chez le pigeon le type clinique de l'infection que l'on observe dans la nature.

4° La piqûre de Culex infectés peut, chez le coq et le pigeon, être suivie d'infection non décelable cliniquement, mais suffisante pour donner l'immunité.

La séance est levée à $15^h 45^m$.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 23 AVRIL 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Sur la position du corps céleste supposé planète transneptunienne.* Note de M. **Ernest Esclangon.**

De nouvelles observations du corps céleste dit « planète transneptunienne » ont été faites à l'Observatoire de Paris les 15, 17, 19 et 20 avril par M. Mineur qui a obtenu quatre nouveaux clichés. Ces observations sont importantes en ce sens qu'elles se placent après le minimum d'ascension droite de l'astre, le 30,5 mars, et se combinent de manière avantageuse avec celles obtenues avant cette date pour l'emploi de la méthode rapide de calcul de la position de l'astre que j'ai indiquée précédemment (*Comptes rendus*, 7 et 14 avril 1930).

En utilisant les observations des 16,358 et 27,358 mars et du 17,358 avril, j'ai obtenu, pour la position de l'astre, à la date moyenne du 30,44 mars (temps d'aberration déduit), les coordonnées héliocentriques et la distance R au Soleil suivantes, rapportées à l'écliptique et l'équinoxe moyens 1930,0 :

$$X = -13{,}432, \quad Y = +39{,}464, \quad Z = -0{,}123, \quad R = 41{,}687.$$

En appliquant la même méthode aux observations du 17,00 et 31,00 mars et du 17,853 avril, M. Stoyko, à l'Observatoire de Paris, a obtenu, pour la date moyenne du 31,379 mars (temps d'aberration déduit) :

$$X = -13{,}384, \quad Y = +39{,}302, \quad Z = -0{,}121, \quad R = 41{,}519$$

et, pour les projections de la vitesse de l'astre (vitesse comme on sait mal

déterminée, principalement la vitesse radiale),

$$X' = -0,00578, \quad Y' = +0,01030, \quad Z' = 0,00073;$$

enfin, pour la longitude du nœud et l'inclinaison,

$$\Omega = 109^\circ 16', \quad i = 19^\circ 38'.$$

La vitesse normale au rayon vecteur, dans le plan de l'orbite, serait égale à 0,00228 = 4^{km} par seconde.

En partant des mêmes données et appliquant la méthode de Lagrange modifiée par Noumeroff, M. Stoyko obtient pour la date moyenne du 31,379 mars (temps d'aberration déduit) :

$$X = -13,385, \quad Y = +39,308, \quad Z = -0,121, \quad R = 41,524;$$
$$X' = -0,00610, \quad Y' = +0,01130, \quad Z' = +0,00073$$

et, pour la longitude du nœud et l'inclinaison,

$$\Omega = 109^\circ 16', \quad i = 19^\circ 51'.$$

M. Mineur, par une méthode analogue, a trouvé R = 41,3 pour la même date.

La vitesse normale au rayon vecteur est trouvée égale ici à 0,00226 = $3^{km},9$ par seconde. Partant de cette donnée, on pourrait en déduire une limite inférieure de l'excentricité égale à 0,27, mais étant donnée l'incertitude sur la vitesse, ce nombre n'est encore susceptible que d'une confiance relative.

Quoi qu'il en soit, on voit que les limites obtenues pour la distance de l'astre au Soleil se resserrent considérablement au fur et à mesure que se prolongent les observations qui vont être malheureusement interrompues prochainement; la planète se rapprochant du Soleil dans le ciel.

L'excentricité reste pour le moment l'élément le plus inaccessible; quant à l'inclinaison, il semble bien qu'elle soit relativement grande, supérieure à 15°.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur le sucre des Algues floridées.* Note [1] de MM. C. Sauvageau et G. Denigès.

MM. Colin et Guéguen [2] annoncent qu'ils ont retiré du *Rhodymenia palmata* un principe sucré qui « est un composé du galactose α et n'a

---

(1) Séance du 14 avril 1930.

(2) H. Colin et E. Guéguen, *Le sucre des Floridées* (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 653).

rien de commun avec le tréhalose » (*loc. cit.*, p. 655). Jusqu'alors, disent-ils, Kylin était le seul « qui eût réussi à faire cristalliser un sirop de *Rhodymenia*. Il dit en avoir retiré quelques grammes d'un produit sucré qu'il affirme n'être autre chose que le tréhalose. Nul n'a émis à ce sujet le moindre doute ».

Ces auteurs sont imparfaitement documentés. En 1922 (1), nous avons étudié le *Rhod. palmata* récolté à Roscoff, à diverses saisons, par nous ou par les soins de la Station biologique. Nous avons alors contredit la présence du tréhalose, et l'un de nous indiquait même à ce propos (*loc. cit.*, p. 793) un procédé microchimique inédit qui nous eût permis d'en déceler la moindre trace.

Dès 1911, Mme Swartz (2), étudiant la digestibilité du *Rhod. palmata* récolté en Amérique, en isolait un pentosane soluble dont elle n'a pas déterminé la nature. Nous-mêmes, utilisant le procédé d'extraction qu'elle indique, avons également obtenu un pentosane; celui-ci nous ayant donné par hydrolyse du xylose que nous avons identifié, nous en avons déduit que ce pentosane est un xylane.

En utilisant un procédé qu'ils se réservent de décrire ultérieurement, MM. Colin et Guéguen ont retiré du *Rhod. palmata* un composé cristallisé, dont ils exposent les constantes physiques, qui paraît tout à fait différent du pentosane obtenu par Mme Swartz et par nous. Ce composé, hydrolysé, leur a fourni du galactose identifié par ses constantes physiques et par sa propriété bien connue de donner de l'acide mucique par oxydation nitrique.

Il en résulte que leur composé cristallisé primaire est un galactoside, Gal. X, dont ils n'ont pas déterminé le groupement prosthétique X. Il serait d'ailleurs possible que X fût lui-même un sucre, peut-être même du xylose, le composé obtenu par MM. Colin et Guéguen pouvant être un dérivé du pentosane que nous avons étudié.

---

(1) C. Sauvageau et G. Denigès, *A propos des efflorescences du* Rhodymenia palmata; *présence d'un xylane chez les Algues floridées* (*Comptes rendus*, 174, 1922, p. 791).

(2) Voir C. Sauvageau, *Utilisation des Algues marines* (*Encyclopédie scientifique de Doin*, Paris, 1920, p. 290 et 304).

NOMINATIONS.

M. **Léon Guillet** est désigné pour représenter l'Académie à la VI[e] Session du *Congrès international des Mines, de la Métallurgie et de la Géologie appliquée*, qui se tiendra à Liége du 22 au 28 juin 1930.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui désigner deux de ses membres qui remplaceront MM. *H. Sebert* et *A. Rateau*, décédés, au *Conseil national de l'Office national des recherches scientifiques et industrielles et des inventions*.

M. le **Ministre du Commerce et de l'Industrie** invite l'Académie à lui désigner deux de ses membres qui feront partie du *Comité supérieur de Normalisation* qui remplacera la Commission permanente de Standardisation.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Centenaire de l'Indépendance de la Belgique. *Congrès et Concours organisés à l'occasion de l'Exposition Internationale de Liége* 1930.

2° Rudolf E. Grotkass. *Franz Carl Achards Beziehungen zum Auslande. Seine Anhänger und Gegner.*

3° Laplace, *Notes on his Ancestry and Life*, by l'Abbé G. A. Simon, M. le comte de Colbert-Laplace and Karl Pearson.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une classe de fonctions analytiques.* Note (1) de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Émile Borel.

Soit E l'ensemble des fonctions $f(z)$ holomorphes à l'intérieur du cercle $|z|=1$, ou C, et y vérifiant $|f|\leqq 1$. Posons

$$\frac{1+fe^{i\beta}}{1-fe^{i\beta}}=u, \qquad \frac{1+ze^{i\alpha}}{1-ze^{i\alpha}}=\zeta.$$

(1) Séance du 14 avril 1930.

Soit

$$u = \cfrac{\zeta}{\lambda_1 + \zeta h_1 i + \cfrac{\zeta^2}{\lambda_2 + \zeta h_2 i + \ldots + \cfrac{\zeta^2}{\lambda_p + \zeta u_p}}} \qquad (\lambda_m > 0,\ h_m \text{ réel}).$$

Si, avec $u_p = \rho'_p \frac{1 + f_p e^{i\delta_p}}{1 - f_p e^{i\delta_p}} + ik_p$ ($\rho'_p > 0$, k_p, δ_p réels), f_p n'admet pas la valeur limite radiale $e^{-i\delta_p}$, à moins d'avoir en même temps la dérivée infinie, nous disons que *f atteint, au point $e^{-i\alpha}$, p fois le module* 1, et que $\lambda_1, \ldots, \lambda_p$ sont les p premières *dérivées rectifiées* de f au point $e^{-i\alpha}$. $h_0 = 0, h_1, \ldots, h_{p-1}$ seront dits les *coefficients intermédiaires*. Dans le développement de $1 - fe^{i\beta}$ suivant les puissances de $1 - ze^{i\alpha}$, les $2p$ premiers coefficients se placent suivant la parité du rang, sur des droites ou des demi-droites déterminées par les coefficients antérieurs.

Soient $a_1, \ldots, a_n$ une suite de points intérieurs à C ou sur C, distincts ou non. Si $a_{n-1} \neq a_n = \ldots = a_{n+p-1} \neq a_{n+p}$, on suppose donné : 1° $f(a_n)$, $f'(a_n), \ldots, f^{(p-1)}(a_n)$ si $|a_n| < 1$; et 2° si $|a_n| = 1$, les $2p$ premiers coefficients du développement de $f(z) = e^{-i\beta_n} + \frac{1 - ze^{i\alpha_n}}{\lambda_1} + \ldots$, tel que f atteigne p fois le module 1 au point $e^{-i\alpha_n} = a_n$.

Soit $\frac{P_n(z)}{R_n(z)}$ une fraction rationnelle d'ordre n, vérifiant aux points a_n les conditions posées et aux points $\frac{1}{\bar{a}_n}$ (si $|a_n| < 1$) les conditions obtenues en remplaçant f par $\frac{1}{\bar{f}}$, z par $\frac{1}{\bar{z}}$ (a et $\bar{a}$ sont imaginaires conjuguées). Cette fraction vérifie $2n$ conditions linéaires entre ses coefficients.

On la détermine en la faisant s'annuler en un point α_n distinct des $a_1, \ldots, a_n$. Elle se présente sous la forme du quotient de deux déterminants d'ordre $2n+1$. Soient $P_n^1(z) = z^n \overline{P}_n\left(\frac{1}{z}\right)$, $R_n^1(z) = z^n \overline{R}_n\left(\frac{1}{z}\right)$.

Si f et $\frac{P_n}{R_n}$ (non spéciale) *sont dans* E, $\left|\frac{P_n - fR_n}{R_n^1 - fP_n^1}\right| < 1$ (propriété analogue à la « contraction » de Schwarz). *Si* $|\alpha_n| > 1$, $\frac{P_n}{R_n}$ *est dans* E.

Soit $f_n(z) = \frac{P_n - fR_n}{R_n^1 - fP_n^1}$. Cette identité permet de calculer $f_n(a_{n+1})$ (et, si $|a_{n+1}| = 1$, la dérivée rectifiée de f_n au point a_{n+1}).

Si $|\alpha_n| > k > 1$, k étant indépendant de n, la condition nécessaire et suffisante pour que la suite indéfinie des conditions de valeur posées aux points $a_1, \ldots, a_n, \ldots$ détermine f, est que la série $\sum \frac{1 - |a_n|}{1 - |f_{n-1}(a_n)|}$ *diverge.*

Si $|\alpha_n| = 1$, on remplace comme toujours le terme correspondant par l'inverse de la dérivée rectifiée $\frac{1}{\lambda_n}$ de f_{n-1}.

J'avais démontré ce fait pour $\alpha_n = \infty$. On trouvera un exposé détaillé très remarquable de la question dans un récent Mémoire de M. R. Nevanlinna (*Commentationes in honorem Ernesti Leonardi Lindelöf*, *Helsinki* 1929, *Suomalainen Tiedeakatemia*, *Ueber beschränkte analytische funktionen*, p. 1-75).

Dans la forme canonique que j'ai adoptée ($\alpha_n \infty$, P_n de degré $n-1$ au plus) $\frac{P_n}{Q_n}$ est le quotient de deux déterminants d'ordre $2n$. *La condition d'existence de f est que le rapport du terme de plus haut degré au terme de plus bas degré de* R (débarrassé d'un facteur $e^{i\omega}$ évident) *soit positif, décroissant. La condition de détermination est que ce rapport tende vers* zéro (quand n croît).

La fraction canonique $\frac{P_n}{R_n}$ est celle dont une fonction f de E vérifiant les n premières conditions peut s'écarter le moins à l'origine. Celle qui correspond à un nombre α_n fini vérifie la même condition au point $\frac{1}{\alpha_n}$.

Appelons *fraction spéciale* toute fraction rationnelle appartenant à E e de module égal à 1 sur C. On a le théorème suivant :

Si ψ est une fraction spéciale d'ordre n, f une fonction de E, *et s'il existe $n+1$ points distincts ou confondus, savoir p points intérieurs à* C, *$n+1-p=q$ sur* C, *tels que :* 1° *si r des p premiers sont confondus avec un même point a, f et ψ sont égaux ainsi que leurs $r-1$ premières dérivées au point a;* 2° *si s des q seconds sont confondus en un point $e^{-i\alpha}$, f et ψ ont, en ce point, les mêmes $s-1$ premières dérivées rectifiées* (avec les mêmes s premiers coefficients intermédiaires), *la $s^{\text{ième}}$ dérivée rectifiée de f étant* INFÉRIEURE *ou égale à celle de ψ*; sous ces conditions suffisantes, *f est identique* à ψ.

Il existe une fraction spéciale χ d'ordre n (dépendant d'un paramètre réel) vérifiant les mêmes conditions de valeurs que f en n points distincts ou confondus, intérieurs à C ou situés sur C. Si en un $(n+1)^{\text{ième}}$ point situé sur C, f prend radialement une valeur b_{n+1} de module 1, on peut obtenir la même condition pour χ, mais alors *la dérivée rectifiée* de f en ce point SURPASSE (égalité exclue) celle de χ. De là de nombreuses formules d'inégalité, entre autres celle-ci :

$$\omega_1\omega_2\ldots\omega_n - \Sigma\Phi_1(\zeta_1, \eta_1, \zeta_2, \eta_2)\omega_3\ldots\omega_n + \ldots \\ \pm\Sigma\Phi_p(\zeta_1, \eta_1, \ldots, \zeta_p, \eta_p)\omega_{p+1}\ldots\omega_n + \ldots \pm \Phi_n(\zeta_1, \eta_1, \ldots, \zeta_n, \eta_n) > 0,$$

quand, z tendant radialement vers ζ_i, f tend vers η_i, avec la dérivée rectifiée ω_i.

Soient t un nombre de module inférieur à 1, et ψ une fraction spéciale d'ordre n. Quel que soit f sur E, l'équation $\psi - tf = 0$ a n racines $z_1, \ldots, z_n$ intérieures à C. *Quand t tend continûment vers* 1, *ces racines tendent chacune continûment vers un point déterminé intérieur à* C *ou sur* C. *Si s de ces racines tendent vers un même point sur* C, *f a en ce point les mêmes s* — 1 *premières dérivées rectifiées que* ψ, *avec les mêmes s premiers coefficients intermédiaires, et la* $s^{\text{ième}}$ *dérivée rectifiée de f est égale ou* INFÉRIEURE *à celle de* ψ.

GRAVITATION. — *Le principe de la moindre action et la gravitation.* Note ([1]) de M. **G. Maneff**, présentée par M. L. Lecornu.

En posant ([2]) à la base de notre théorie de la gravitation les deux principes fondamentaux : le principe de l'action et de la réaction, considéré comme valable aussi pour l'énergie, et le postulat de la pesanteur de l'énergie, basé sur la loi, établie empiriquement, de l'égalité de la masse inerte et pesante, nous avons été conduit à la distribution suivante de la masse dans un champ de gravitation :

$$m = m_0 e^{\frac{\varkappa M}{c^2 r}}. \tag{1}$$

L'introduction de cette masse variable a eu comme conséquence un changement de la forme de l'énergie et de la quantité de mouvement. En effet, en même temps que la quantité mécanique de mouvement $m_0 v$ apparaît aussi la quantité $\frac{\varkappa m_0 M}{c^2 r} v$ du champ indépendant de gravitation.

On pourrait se demander s'il n'est pas possible de caractériser d'une manière cinématique, au moyen de l'espace et du temps, le champ indépendant de gravitation, qui était caractérisé au point de vue de la dynamique par la masse variable, l'énergie et la quantité de mouvement. Ceci apparaît comme possible, si l'on prend en considération l'action qui, dans la physique moderne, est caractérisée par la vitesse finie $c = 3.10^{10}$ cm/sec. entrant dans (1).

C'est le principe de la moindre action de Maupertuis

$$\delta \int T\, dt = 0 \tag{2}$$

([1]) Séance du 14 avril 1930.

([2]) *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 2159, et *Zeits. f. Physik*, 31, 1925, p. 786.

que nous allons appliquer (T représente l'énergie cinétique). Mais il vaut mieux employer le même principe sous une autre forme, qui est une conséquence de (2) :

$$\delta \int mv\, ds_1 = 0. \tag{3}$$

Dans cette équation apparaît la grandeur dynamique $p_1 = mv$ (la quantité de mouvement) et la grandeur cinématique ds_1 (l'élément linéaire).

Si nous remplaçons dans la quantité de mouvement de (3) la masse m par (1), il apparaîtra le facteur $e^{\frac{\varkappa M}{c^2 r}}$ que nous devons rapporter à ds_1. Mais le nouvel élément ds' aura dans l'espace ordinaire euclidien une forme non holonome et, par conséquent, à l'aide de la transformation

$$r_1 = r e^{-\frac{\alpha}{2r}}, \qquad \vartheta_1 = \vartheta, \qquad \varphi_1 = \varphi \qquad \left(\alpha = \frac{2\varkappa M}{c^2}\right), \tag{4}$$

nous nous transportons dans un nouvel espace. Nous allons employer les coordonnées polaires, parce que cette forme des coordonnées est la plus commode pour arriver à la solution centrale et symétrique.

En remplaçant (4) dans l'expression de l'élément linéaire du premier de ces deux espaces

$$ds_1^2 = dr_1^2 + r_1^2 (d\vartheta_1^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2), \tag{5}$$

nous obtiendrons

$$ds_1^2 = e^{-\frac{\alpha}{r}} \left[\left(1 + \frac{\alpha}{2r}\right)^2 dr^2 + r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2) \right] = e^{-\frac{\alpha}{r}} ds^2. \tag{6}$$

Effectuons aussi la même transformation par rapport à la quantité de mouvement

$$p_1 = m_0 v\, e^{\frac{\alpha}{2 r_1}} = m_0 v\, e^{\frac{\alpha e^{\frac{\alpha}{2r}}}{2r}}. \tag{7}$$

Avec une approximation poussée jusqu'aux termes de $\frac{\alpha^2}{4r^2}$ (et ceci même pour le champ du Soleil est de l'ordre de 10^{-12}, c'est-à-dire dépassant largement la précision exigée dans la pratique), nous pouvons écrire

$$p_1 = m_0 v\, e^{\frac{\alpha}{2r}}. \tag{8}$$

Remplaçant (8) et (6) dans (3) nous aurons

$$\delta \int m_0 v\, ds = 0. \tag{9}$$

L'expression (9) montre que dans le nouvel espace la quantité de mouvement mécanique est conservée, tandis que celle d'origine gravitationnelle disparaît en même temps qu'apparaît un nouvel élément linéaire ds donné par (6) dont la forme est manifestement non euclidienne. Cet élément a la même forme que l'élément correspondant dans la théorie de la relativité. La seule différence entre eux, c'est que le nôtre ne reste pas invariant dans les deux espaces.

Pour trouver le changement subi par l'autre grandeur cinématique, le temps t, dans le nouvel espace, nous ferons usage du cas simple d'un mouvement circulaire dans le champ de gravitation autour d'un axe fixe avec la vitesse angulaire ω. Le moment de l'impulsion dans un champ newtonien est

$$\mathfrak{M} = m_0 r_1^2 \omega_1 = \text{const.} \tag{10}$$

Dans le champ de gravitation envisagé et dans le nouvel espace, on a

$$\mathfrak{M} = m_0 e^{\frac{\alpha}{2r}} r^2 e^{-\frac{\alpha}{r}} \omega_1 = m_0 r^2 \omega = \text{const.}, \qquad \text{où} \qquad \omega = \omega_1 e^{-\frac{\alpha}{2r}}. \tag{11}$$

Le temps t, qui est proportionnel à l'inverse de ω, sera dans ce nouvel espace

$$t = t_1 e^{\frac{\alpha}{2r}}. \tag{12}$$

Directement de (2) nous avons

$$dt = dt_1 e^{\frac{\alpha}{2r}}. \tag{13}$$

De la même façon, en remplaçant $v = \frac{ds_1}{dt_1}$ dans (3) par $v = \frac{ds}{dt}$ dans le nouvel espace et tenant compte de (6), nous obtenons aussi l'expression (13).

OPTIQUE. — *Sur la variation des intensités relatives des composantes des doublets de rotation dans le spectre de résonance du soufre.* Note [1] de M. **P. Swings**, présentée par M. M. de Broglie.

Nous avons signalé [2] qu'une variation de la pression de la vapeur de soufre, toutes les autres conditions restant inchangées, produit une variation de l'intensité relative des composantes des doublets de rotation dans le spectre de résonance de cet élément.

Une étude systématique de la question nous a montré que cette variation

[1] Séance du 17 février 1930.

[2] *Bulletin de l'Académie polonaise des Sciences et des Lettres, Classe des Sciences*, série A, 10, décembre 1929, p. 1620.

a lieu parallèlement pour tous les termes de la même série; nous ne l'avons d'ailleurs pas observée pour toutes les séries.

Les exemples les plus typiques sont fournis par les séries de doublets excitées par les raies du mercure 3132 Å (série A) et 3126 Å (série B). Nous avons examiné en particulier les doublets 4546-4543 (doublet A) et 4531-4528 (doublet B). Sur la même plaque et toutes les autres conditions restant constantes [1], nous avons photographié ces doublets à grande dispersion (1 Å par millimètre) pour les pressions de 1^{mm} et de 10^{mm}. Nous avons alors tracé au microphotomètre Moll les enregistrements photométriques. Ceux-ci ont montré que, dans le doublet A, le rapport des intensités des composantes augmente lorsque la pression croît; pour le doublet B, la composante de plus grande longueur d'onde qui, à la basse pression, était moins intense que l'autre composante devient plus intense aux pressions plus élevées. Ces variations étaient d'ailleurs visibles directement sur le cliché.

Une série de clichés nous a montré que, pour la série A, les composantes C_1 et C_2 des doublets sont d'intensité sensiblement égales pour $p \leqq 0^{mm},4$; lorsque la pression p augmente, la composante C_1 de plus grande longueur d'onde devient de plus en plus intense par rapport à C_2 et lorsque p est de l'ordre de 50^{mm}, la composante C_1 est devenue beaucoup plus forte que C_2. Un phénomène analogue a été observé pour la série B.

Le phénomène observé peut-il être attribué à une réabsorption par la vapeur de soufre? Cette explication est très peu vraisemblable, la variation d'intensité relative étant la même pour tous les doublets d'une même série et ne correspondant pas au spectre d'absorption connu de la vapeur de soufre. Néanmoins, afin d'examiner cette influence, nous avons placé devant le tube de résonance T_1, dans le même four électrique, un autre récipient T_2 à parois plan-parallèles, contenant du soufre et dont on pouvait également faire varier la pression. Des diaphragmes convenables rendaient impossible l'excitation de la vapeur de soufre de T_2 par la lumière de l'arc au mercure; T_2 servait uniquement pour l'absorption. Dans le tube T_1, la vapeur était à la pression de 1^{mm}; dans T_2, la pression a varié de 5 à 20^{mm}. Le tube T_2 n'a produit aucune variation dans l'intensité relative des composantes des doublets A et B.

Ce résultat indique que le rapport des probabilités d'émission des composantes des doublets de rotation est fonction de la pression. Autrement dit, les probabilités pour que la molécule excitée passe du nombre quantique de

(1) Nous nous trouvons ainsi dans les conditions sensitométriques idéales.

rotation m aux nombres quantiques $m-1$ et $m+1$ ne sont pas égales et le rapport de ces deux probabilités dépend de la pression.

Une augmentation de la température de la vapeur, à densité constante, produit un effet analogue à l'augmentation de pression, quoique beaucoup plus faible. Si l'on compare les spectres de résonance pris à 400° C. et 580° C., toutes les autres conditions restant les mêmes, on remarque que la composante C_1 des doublets A et B augmente par rapport à la composante C_2.

ÉLECTROCHIMIE. — *Étude de la pile ammoniac-oxygène. Formation de nitrates et de nitrites en présence d'alcalis.* Note [1] de MM. **C. Marie** et **C. Haenny**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons vu [2] que le gaz ammoniac s'oxyde en azote dans une pile à gaz où le verre (Pyrex) jouait le rôle d'électrolyte. Les forces électromotrices obtenues entre 700° et 800° correspondent bien au dégagement de chaleur de cette réaction.

Si l'on compare la tonalité thermique de la réaction qui conduit à la formation d'azote avec celles qui correspondent à la formation de nitrates alcalins, on trouve les chiffres suivants :

I........	$2NH^3 + 1{,}5\,O^2 = N^2 + 3H^2O$	$\frac{Q}{2} = +\ 76000^{\text{cal}}$
II.......	$NH^3 + KOH + 2O^2 = KNO^3 + 2H^2O$	$Q = +120000$
III......	$NH^3 + NaOH + 2O^2 = NaNO^3 + 2H^2O$	$Q = +113000$

Il était par suite probable qu'en présence d'alcali on pourrait réaliser les réactions II et III par voie électrochimique. Cette constatation a d'ailleurs été faite par voie chimique par K. A. Hofmann [3] en faisant réagir du gaz ammoniac mélangé à un grand excès d'oxygène sur des alcalis entre 300° et 400° et en présence de petites quantités (moins de 1 pour 100) d'oxydes de métaux lourds.

Cette même oxydation a lieu quand on réalise la chaîne suivante :

$$O^2 \mid Pt \mid \underbrace{KOH + NaOH}_{\text{En fusion.}} \mid Pt \mid NH^3$$
$$- \qquad\qquad\qquad +$$

En mettant en court circuit cette pile pendant quelques heures vers 250°

(1) Séance du 14 avril 1930.

(2) C. Marie et C. Haenny, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 149.

(3) K. A. Hofmann, *Ber. d. deut. chem. Ges.*, 62, 1929, p. 3000; *Sitzb. preuss. Akad. Wiss.*, 1928, p. 461. — K. A. Hofmann et collaborateurs, *Ber. d. deut. chem. Ges.*, 60, B, 1927, p. 1190.

on peut facilement constater par l'analyse la présence de nitrate. A une température plus élevée (350°) l'analyse révèle la présence de nitrite.

Nous avons déterminé le coefficient de température de cette pile; il est de $1,1 \times 10^{-4}$ volt par degré centigrade pour l'intervalle de température compris entre 200° et 250°.

En introduisant dans l'équation de Gibbs-Helmholtz la valeur de la force électromotrice à 243° (0,665 volt) qui a été déterminée avec un soin particulier, on obtient pour la chaleur de réaction la valeur 112000^{cal} qui cadre avec les valeurs données plus haut pour les réactions II et III.

Cette étude nous a permis en outre de faire les constatations suivantes :

a. Influence du métal. — La présence du platine, *à la cathode* (NH^3), accélère très nettement la réaction. Si les électrodes sont en or, la force électromotrice met un temps considérable (plus d'une heure) à s'établir, alors qu'en présence de platine elle prend sa valeur normale en quelques minutes.

b. Influences de différents corps. — On constate également une accélération si à l'électrolyte on ajoute de petites quantités d'oxydes de métaux (NiO, CuO) ou de nitrate alcalin. Des traces d'eau agissent dans le même sens.

c. Les forces électromotrices obtenues aussi bien pour le mélange de soude et de potasse caustiques que pour la soude ou la potasse seules ne s'annulent pas quand la température s'abaisse jusqu'à atteindre le point de solidification. Il est probable que le platine dont on constate la présence dans l'électrolyte joue un certain rôle dans ce phénomène dont l'allure est d'alleurs variable avec la nature de la base. Avec le mélange contenant 60 pour 100 de potasse caustique on observe un relèvement de la force électromotrice (environ 0,2 volt) au moment de la solidification, c'est-à-dire entre 200° et 180° C.

GÉOLOGIE. — *La structure des régions littorales de l'Algérie entre Ténès et Philippeville.* Note [1] de M. **Louis Glangeaud.**

Le nord des provinces d'Alger et de Constantine présente une grande complexité de structure qui est surtout due à la superposition de plusieurs phases de plissements. Il existe néanmoins des zones stratigraphiques et tectoniques qui peuvent être suivies avec une grande continuité de l'Ouest à l'Est. Ficheur le premier a essayé de les dégager de l'ensemble

---

(1) Séance du 14 avril 1930.

des faits réunis par les géologues qui l'avaient précédé. Cette Note a pour but d'établir les caractéristiques stratigraphiques et tectoniques de ces zones de plissements.

Pendant les temps secondaires et le début de l'Éocène, la région littorale de l'Algérie entre Ténès et Bône peut se diviser en deux zones est-ouest qui présentent des caractères différents tant au point de vue stratigraphique que tectonique.

La zone I est constituée par deux massifs amygdalaires cantonnés dans la région littorale : le massif kabyle s'étendant depuis le Chénoua jusqu'à Bougie (230^{km}), et le massif numidien bordant la côte de Djidjelli jusqu'à Bône (200^{km}).

La zone II s'étend au sud de la zone I. Elle comprend les Atlas de Miliana, de Blida, de Tablat, la Kabylie des Babors, les régions de Constantine et de Guelma.

La stratigraphie de la zone II est actuellement bien connue à la suite des travaux de Coquand, Ficheur, Pomel, Thomas, Tissot, de MM. Blayac, Joleaud, Savornin, Sayn. Elle présente une série crétacée plus complète, plus épaisse que celle de la zone I. C'est à elle que l'on a surtout appliqué le terme de « géosynclinal tellien », terme qu'il conviendra peut-être de remplacer par celui de « sillon sud-kabylien » ainsi que je l'indiquerai dans une Note ultérieure.

La stratigraphie de la zone I est moins bien connue que celle de la zone II. Le substratum primaire qui y affleure en de nombreux points est recouvert soit par des calcaires liasiques, soit par des couches schisto-gréseuses, avec intercalations fréquentes de micro-brèches. L'épaisseur de cette couverture, d'une centaine de mètres environ dans la partie axiale des deux amygdales, augmente au Nord et au Sud. Ce complexe schisto-gréseux est généralement attribué à l'Éocène supérieur ou au Maestrichtien.

J'ai montré pour le nord de la province d'Alger que la base de ce complexe reposant sur le Primaire était d'âge albo-aptien et débutait par des couches à Orbitolines. Dans le nord de la province de Constantine quelques excursions m'ont permis de me rendre compte de la ressemblance absolue entre la couverture sédimentaire du massif numidien et celle qui s'observe sur le massif kabyle.

Cette couverture est constituée, aussi bien dans le massif kabyle que dans le massif numidien, par une série éocène recouvrant en discordance une masse plus plissée d'âge crétacé. A la base de ces dernières couches, j'ai trouvé dans le massif numidien (feuilles de Collo et de Saint-Charles) des grès calcaires à foraminifères absolument identiques à ceux d'âge albo-

aptien du massif kabyle. En certains points entre l'Albien et l'Éocène s'intercalent des couches probablement sénoniennes (feuilles de Dellys). Pendant le Crétacé, la zone I était donc émergée ou formait un haut-fond, sauf pendant la durée des temps albiens et une partie du Sénonien.

Les deux amygdales primaires sont bordées au Sud par une chaîne dans laquelle on observe des masses importantes de calcaires liasiques avec, localement, de l'Oolithique. Le Jurassique de cette zone est généralement recouvert directement par du Lutétien transgressif. Cette chaîne liasique de Ficheur (zone I_c, L. Glangeaud) s'étend, avec des interruptions dues au recouvrement par les terrains néogènes et à l'érosion marine, pour la première amygdale depuis le cap Ténès jusqu'à Bougie (320^{km}) et pour la deuxième amygdale au moins jusqu'au sud de Philippeville (120^{km}).

Les plissements d'âge éocène devaient donc agir sur deux matériels différents : celui de la zone I formé de roches cristallophylliennes offrant à leur surface une couverture sédimentaire peu épaisse, et celui de la zone II constitué par une grande épaisseur de terrains sédimentaires peu plissés et plastiques reposant sur une masse importante de Trias gypso-salin.

Le paroxysme orogénique de la fin du Lutétien produisit par conséquent des effets différents dans la zone I et dans la zone II. La zone I se cassa dans sa partie sud en donnant une série d'écailles implantées dans le bord sud du massif ancien. Elles constituent cette épine dorsale de la zone I : la chaîne liasique. Cette chaîne liasique offre une tectonique et une structure assez spéciales. Les calcaires du Lias et du Lutétien y sont en synclinaux plus ou moins déversés au Sud qui latéralement peuvent perdre un de leurs flancs. On n'observe plus alors qu'une mince bande de calcaires liasiques et lutétiens, pincée dans le Primaire du flanc sud de la zone I. Ces écailles de Lias et de Nummulitique parviennent en certains points, Kt Tichat, Kt Guergour, Kt El Maden dans la feuille de l'Arba, Chenoua dans la feuille de Cherchel (L. Glangeaud) et écailles de la région nord de Constantine (L. Joleaud) à ne plus offrir que des épaisseurs d'une dizaine de mètres, résidu des plis imposants de la chaîne liasique.

La zone I que nous venons de distinguer et la chaîne liasique qui la borde au Sud constituent les lignes directrices qui ont orienté et déterminé les plissements de la zone II. Les terrains déposés au sud de la chaîne liasique furent poussés au moment du plissement de celle-ci sur les terrains de la zone II en formant ainsi çà et là de petites nappes du deuxième genre de *faible déplacement*, nappe du Flysch (L. Glangeaud) dans le département d'Alger, nappes de la région de Constantine (L. Joleaud). Sous la poussée de ces nappes et par suite du plissement de la zone I qui borde au

Nord cette zone II, cette dernière se plissa mais d'une façon différente. Les couches du Crétacé s'y présentent en plis peu continus, souvent déversés vers le Sud, mais pouvant tout aussi bien par place offrir des déversements au Nord.

Le Trias qui constitue le substratum des couches de cette région y joue son rôle tectonique propre dont l'importance est grande (MM. Blayac, Dalloni, Savornin).

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Glycogène du cœur et médicaments cardiaques.* Note (¹) de MM. **Loeper**, **A. Mougeot**, **R. Degos** et **S. de Seze**, présentée par M. Ch. Achard.

Les rapports qui semblent exister entre la richesse glycogénique du cœur d'escargot, son activité et sa régularité ont été précisés dans une Note précédente. Nous tenons à dire maintenant quelles sont les variations de la glycogénèse sous l'influence de certaines drogues d'action cardiaque avérée.

Nous avons utilisé dans ce but l'ouabaïne et la digitaline, l'acétylcholine, l'adrénaline et la quinidine.

Les cœurs mis en expérience ont été tout d'abord le cœur d'escargot, ensuite les cœurs de cobaye et de lapin. Voici d'abord les résultats concernant l'escargot.

L'action de la digitaline et de l'ouabaïne sur le rythme cardiaque varie avec les doses employées; IV gouttes d'ouabaïne à 0,25 pour 100 donnent au rythme cardiaque une allure bigéminée ou trigéminée; des doses moindres renforcent la contraction; IV gouttes de digitaline à 1 pour 1000 régularisent le cœur, VIII à XII gouttes le ralentissent et le dépriment.

L'action de la quinidine est plus constante, toujours tachycardique à X ou XX gouttes de solution à 1 pour 100. Celle de l'acétylcholine, à dose si faible qu'elle soit, se traduit par un arrêt du cœur de plusieurs secondes; celle de l'adrénaline, par contre, à la dose de XII gouttes, provoque des contractions plus fortes et plus rapprochées.

A ces variations de rythme il est intéressant de comparer les modifications histologiques du glycogène musculaire qui persiste dans les ralentissements, s'atténue dans les arythmies et s'épuise vite dans les tachycardies :

Un cœur brusquement arrêté par l'acétylcholine conserve presque tout son glycogène.

(¹) Séance du 14 avril 1930.

Un cœur ralenti par la quinidine fait de même.

Un cœur adrénaliné en est rapidement vidé.

Un cœur ouabaïné ou digitaliné le perd quand il est affaissé ou arythmique et le conserve quand il est régularisé.

Fait intéressant et qui prouve encore l'action favorable du glycose, la perte de glycogène est plus forte dans le liquide de Ringer que dans le liquide de Locke.

Tels sont les résultats obtenus sur le cœur d'escargot *in vitro*.

Ceux qu'on obtient *in vivo* sur le cœur des lapins et cobayes sont assez semblables. Mais pour les percevoir il faut glycogéner préalablement le cœur par 15 jours d'injections glycosées. Si l'on fait alors des injections médicamenteuses, on peut juger de la persistance ou de la disparition du glycogène.

Or l'acétylcholine conserve le glycogène; la quinidine, à la dose quotidienne de $0^{cg},10$ le maintient également; mais l'adrénaline, aux doses quotidiennes d'un quart de milligramme, le fait disparaître.

Nous croyons donc pouvoir conclure que, vis-à-vis du glycogène, les médicaments cardiaques se comportent très différemment et se classent en deux catégories :

Les médicaments d'épargne qui sont : l'acétylcholine et la quinidine; et les médicaments de consommation auxquels appartient l'adrénaline.

Quant à la digitaline et à l'ouabaïne elles sont tantôt l'une et tantôt l'autre suivant les doses auxquelles on les utilise.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les conditions de formation des conidies et des périthèces chez l'*Eurotium repens *de Bary*. Note [1] de M. **Henri Coupin**, transmise par M. P.-A. Dangeard.

Un certain nombre de Champignons du groupe des Ascomycètes se multiplient à la fois par des *conidies* et par des ascospores formées dans des *périthèces*, tantôt surtout par des conidies (*Sterigmatocystis*, *Penicillium*), tantôt surtout par des ascospores (*Morchella*).

On peut se demander quelles sont les causes qui, suivant les cas, favorisent ces deux modes de multiplication et si elles sont, par exemple, de nature chimique (composition du milieu), de nature biologique (intervention de bactéries symbiotiques) ou de nature physique (température, etc.), il est bien probable que, suivant les espèces considérées, ces

(1) Séance du 14 avril 1930.

diverses influences sont, tantôt l'une, tantôt l'autre, dominantes, ou même interviennent toutes ensemble; mais je ne sache pas qu'on les ait jamais débrouillées d'une manière bien nette et, pour ainsi dire, mathématique, car la recherche en est des plus ardue.

Désireux d'apporter une contribution à la question dont il s'agit, j'ai choisi pour type une espèce des plus communes et par ailleurs des plus connues, l'*Eurotium repens* de Bary, moisissure que l'on obtient facilement en laissant moisir sous une cloche toutes sortes de débris végétaux, et qui y pullule généralement sous forme d'un mycélium émettant rapidement d'innombrables conidiophores couverts de conidies bleutées, conidiophores entre lesquels se voient parfois — assez rarement et tardivement — de petits périthèces arrondis et de teinte fauve. Pour chercher à savoir quel est le déterminisme de l'apparition de ces deux modes de multiplication, on ne peut guère songer à cultiver la moisissure de la manière simpliste qui vient d'être dit, c'est-à-dire sous une cloche abandonnée simplement dans la salle d'un laboratoire, car, en procédant ainsi : 1° le milieu, au point de vue chimique, diffère d'un point à un autre; 2° la température, l'aération, la lumière, l'hygrométricité varient d'un moment à l'autre de la journée; 3° le champignon est toujours accompagné d'une multitude de bactéries et d'autres espèces de moisissures, voire même de petits organismes animaux (insectes, acariens, anguillules). Pour éviter ces aléas j'ai, suivant l'usage, cultivé, en culture pure, l'*Eurotium* sur des fragments de carotte (d'où homogénéité chimique du substratum) stérilisés à l'autoclave (d'où absence d'organismes étrangers) [1] placés dans des tubes à essai bouchés d'un tampon de coton (d'où constance de l'aération), tubes placés à l'obscurité (ce qui évite les variations de clartés du jour et de la nuit), et à l'étuve (d'où constance de la température).

Parmi les résultats que j'ai obtenus (cultures d'au moins une dizaine de jours), je me contenterai dans cette Note de résumer les suivants :

a. Sur carottes placées à la température de 20°-21° C., rien que des conidies [2];

b. Sur carottes placées à la température de 23°-24° C., une grande abondance de périthèces et quelques rares conidies, ces dernières en des

[1] Molliard a montré l'intérêt de l'intervention de bactéries symbiotiques dans la formation des périthèces d'Ascomycètes du genre *Ascobolus* (*Bull. de la Soc. mycologique de France*, 19, 1903, p. 150-152, et *Comptes rendus*, **136**, 1903, p. 899-902).

[2] A des températures un peu plus basses, le mycélium reste souvent stérile ou ne se développe pas.

points où la surface des carottes est manifestement plus sèche (au sommet par exemple) que celle où se forment les périthèces;

c. Sur carottes placées à la température de 25° C. (ou un peu au delà), rien que des périthèces, en quantité considérable.

De ces constatations et de bien d'autres qu'il serait trop long de rapporter ici, je conclus que : 1° les périthèces se forment seuls quand la température est comprise entre 25° C. et le maximum compatible avec le développement du mycélium; 2° que les conidies se forment seules, lorsque la température est comprise entre le minimum compatible avec le développement du mycélium et 20°-21° C.; 3° qu'il peut y avoir, à la fois, formation de conidies et de périthèces quand la surface de la carotte n'est pas homogénéiquement humide (ce qu'on ne peut guère éviter, le sommet de la carotte, dans les tubes, étant toujours plus sec que la base, qui plonge dans l'eau) et lorsque la température est d'environ 23°-24° C.

En résumé, l'apparition des conidies et des périthèces de l'*Eurotium repens*, dans les conditions de culture indiquées ci-dessus, semble être fonction de *facteurs physiques* (en premier lieu la *température*, et secondairement, le plus ou moins de *sécheresse* de la surface du substratum) (1) et non de *facteurs chimiques* ou *biologiques* (intervention d'organismes étrangers). Cela d'ailleurs ne veut pas dire que, dans d'autres conditions de culture (milieux chimiques différents) (2), on ne pourra trouver d'autres raisons du comportement de l'apparition des conidies et des périthèces, mais celles que je viens d'indiquer pourront, je crois, servir de première indication aux futurs chercheurs qui aborderont, au même point de vue, l'étude d'autres Ascomycètes.

PHARMACODYNAMIE. — *Action de l'hordénine chez l'animal qui a reçu une injection intraveineuse de chlorhydrate d'yohimbine.* Note (3) de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Delépine.

Lorsque nous avons découvert que la yohimbine inverse l'action hypertensive de l'adrénaline, mais laisse subsister celle du chlorure de baryum,

(1) La *lumière* ne semble pas intervenir car j'ai obtenu les mêmes résultats à l'obscurité continue ou à la lumière intermittente (luminosité du jour et obscurité de la nuit), la seule que j'avais à ma disposition.

(2) La recherche de l'influence chimique du milieu est difficile parce que, d'une part, les conidies de l'*Eurotium* ne flottent pas (contrairement à celles, classiques, du *Sterigmatocystis*) sur les solutions nutritives, et, d'autre part, la plupart de celles-ci empêchent la floculation de la gélose que l'on doit y ajouter (même à la dose énorme de 5 pour 100) pour leur donner une consistance demi-solide.

(3) Séance du 14 avril 1930.

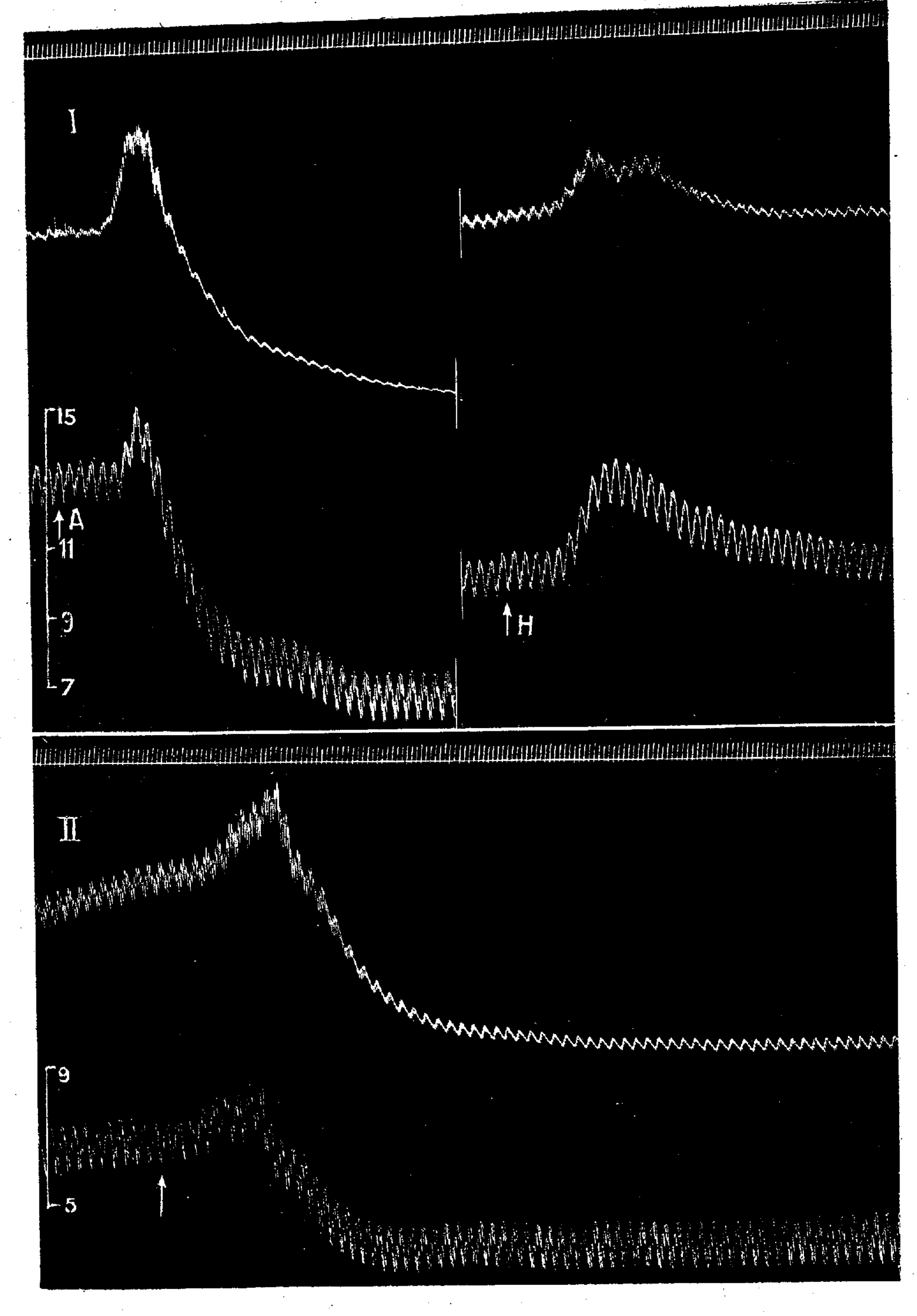
nous avons pensé que cet alcaloïde, jusqu'alors inemployé en pharmacologie, pourrait y être utilisé pour la détermination de l'*Angriffspunkt* des médicaments. En fait, cette méthode a permis de démontrer que, comme celle de l'adrénaline, l'action hypertensive de certains extraits de Genêt (Busquet et Vischniac), de l'adrénalone (Yamauchi), de la choline (Raymond-Hamet) et de l'acétylcholine après atropinisation (Raymond-Hamet) est inversée par la yohimbine, alors que celle des alcaloïdes de l'ergot (Raymond-Hamet), de l'extrait hypophysaire (Raymond-Hamet), des glucosides digitaliques (Raymond-Hamet) et du violet de méthyle (F. Mercier et Alivisatos) résiste à l'action de la yohimbine. Cette méthode a conduit aussi à constater que l'action hypertensive de l'éphédrine (Raymond-Hamet) et de la nor-homoéphédrine (Tiffeneau, J. Lévy et Boyer) n'est pas inversée, mais seulement considérablement diminuée par la yohimbine. Enfin elle nous a révélé que, chez le chien à surrénales intactes, l'action hypertensive de la nicotine, de la cytisine et de la lobéline est, elle aussi, inversée par la yohimbine. Depuis lors, Houssay et Molinelli ont prétendu que l'action hypertensive de la nicotine est également inversée chez l'animal bisurrénalectomisé. Mais, ayant expérimenté sur le chien non atropiné, ces auteurs ont considéré, comme une véritable inversion de l'action hypertensive de la nicotine, l'hypotension brusque qui traduit seulement l'exagération de la phase vagale de l'action de cet alcaloïde. En fait, chez l'animal bisurrénalectomisé, nous avons pu obtenir une inversion réelle de l'action hypertensive de la nicotine, mais l'hypotension ainsi obtenue était faible et ne pouvait être obtenue que rarement et difficilement.

L'hordénine découverte par Léger dans les touraillons d'orge a, comme on sait, une constitution chimique voisine de celle de l'adrénaline.

Il nous a donc paru intéressant de rechercher comment se comporte, vis-à-vis de la yohimbine, l'action hypertensive et vaso-constrictive rénale que l'hordénine provoque non seulement chez l'animal à surrénales intactes, mais encore chez celui qui a été bisurrénalectomisé.

Chez le chien soumis à l'action de la yohimbine et à surrénales intactes, l'action hypertensive de l'hordénine est toujours très diminuée, parfois même véritablement inversée. Dans les deux cas, l'action vaso-constrictive rénale de l'hordénine est complètement supprimée par la yohimbine, de telle sorte que le volume du rein suit alors passivement les modifications de la pression sanguine.

Chez l'animal bisurrénalectomisé, nous n'avons jamais obtenu d'inversion de l'action hypertensive de l'hordénine, mais seulement une considérable



I. Expérience du 26 mars 1929. — Chienne de 18^{kg}, anesthésiée par le chloralose (12^{cg} par kilogramme), ayant ses vagues coupés, soumise à la respiration artificielle et ayant reçu en injection intraveineuse 4^{mg} de chlorhydrate de yohimbine pure par kilogramme. Première ligne, temps en secondes; deuxième ligne, modifications du volume du rein enregistrées par l'oncographe d'Hallion et Comté; troisième ligne, modifications de la pression carotidienne enregistrées par le manomètre à mercure. En A injection de 10/100e de milligramme d'adrénaline pure, en H injection de 18^{mg} de sulfate d'hordénine.

II. Expérience du 29 mars 1929. — Chienne de 7^{kg}, anesthésiée par le chloralose (12^{cg} par kilogramme), ayant ses vagues coupés, soumise à la respiration artificielle et ayant reçu en injection intraveineuse 12^{mg} de chlorhydrate de yohimbine pure par kilogramme. A la flèche injection de 14^{mg} de sulfate d'hordénine.

diminution de celle-ci, ainsi que la suppression de l'action vaso-constrictive rénale de cette substance.

Ces résultats sont en désaccord avec ceux qu'a obtenus Jackson chez l'animal soumis à l'action de l'ergotoxine qui, on le sait, paralyse, comme la yohimbine, le système nerveux sympathique.

Quoi qu'il en soit, si après traitement à la yohimbine, le chien à surrénales intactes ne réagit pas à l'hordénine comme celui qui a été bisurrénalectomisé, c'est très probablement parce que, comme nous en avons précédemment émis l'hypothèse, l'hordénine provoque chez le chien normal une décharge d'adrénaline.

MICROBIOLOGIE DU SOL. — *Recherches biochimiques sur la terre.* Note [1] de MM. **Alb.-J.-J. Vande Velde** et **Alfr. Verbelen**.

Les méthodes classiques de la détermination du nombre des bactéries de la terre donnent des résultats trop faibles; il faut donc remplacer, quand faire se peut, l'emploi des milieux de culture par la numération directe, ainsi que l'ont fait récemment plusieurs chercheurs, tels Winogradsky [2], Conn [3], Rossi [4]. La méthode proposée par Skar [5] pour le dosage des microbes du lait peut être avantageusement appliquée à l'étude de la terre.

Nous avions d'abord secoué les échantillons de terre avec de l'eau et coloré les extraits obtenus par le bleu de méthylène. Mais le colorant flocule et les préparations microscopiques examinées en immersion semblent peuplées d'innombrables bactéries. Les protides du lait peuvent remplir, pour le bleu de méthylène, le rôle de colloïdes protecteurs; nous avons ainsi été amenés à secouer nos échantillons de terre, non avec de l'eau stérile, mais avec du lait centrifugé stérile.

La technique est très simple : 1g de terre récoltée aseptiquement et rendue aussi homogène que possible est pesé aseptiquement, puis secoué pendant

---

(1) Séance du 31 mars 1930.

(2) S. N. Winogradsky, *Études sur la microbiologie du sol* (*Ann. Inst. Pasteur*, 39, 1925, p. 96).

(3) J. Conn, *The microbic studies of bacteria and fungi in soil* (*New-York Agr. Exp. Station*, 1927, Bull. 57, 58, 59).

(4) G. Rossi. *Die direkte bakterio-mikroskopische Untersuchung des Ackerbodens* (*Festschrift Stoklasa*, Berlin, 1928, p. 341).

(5) Neukomm, *Le contrôle bactériologique du lait par la méthode de Skar* (*Le Lait*, 1927, p. 728); A.-J.-J. Vande Velde, *Doseering van bacteriën in de melk* (*Natuurw. Tijdschr.*, 11, 1929, p. 9).

30 minutes dans une fiole stérile avec 100$^{cm^3}$ de lait centrifugé stérile; afin d'empêcher la multiplication, la masse est additionnée de formol à 40 pour 100 à raison de 1$^{cm^3}$ par litre de lait. Après quelques minutes de repos, la terre se dépose et le lait surnageant est traité exactement comme l'indique Skar. Nous avons fait la numération sur 10 champs et calculé la moyenne.

Cette méthode rapide et simple de numération des microbes nous a permis de faire les recherches suivantes : 1° rapports entre le nombre des microbes et la concentration des hydrions; 2° variations de ces valeurs pour des terres servant de substratum à des graines en voie de germination.

1. Nous avons examiné 30 échantillons des terres les plus diverses, au point de vue de la concentration en hydrions ou en hydroxions à l'aide du potentiomètre avec cellule de chinhydrone, et de la teneur en microbes par la méthode de Skar adaptée, comme nous l'avons indiqué plus haut. Les résultats obtenus montrent qu'il n'y a aucun rapport entre les deux valeurs; ils montrent aussi qu'il y a des divergences considérables, selon l'endroit d'un même terrain où les échantillons sont prélevés. Les nombres varient pour le coefficient de Sörensen de 5.11 à 7.95 et pour la teneur en microbes de 1280 millions à 21600 millions par gramme de terre.

2. Pour simplifier, nous avons recherché les variations pour une même terre mise en pots après un mélange minutieux, que nous avons soumis à des traitements variables (avec ou sans chaulage par de l'eau de chaux au cours de la culture, à raison de 1^{g},3 de CaO par pot, avec ou sans stérilisation préalable dans l'autoclave à 120° C.), et dans laquelle nous avons mis à germer des graines de radis et d'orge jusqu'à ce que les plantules aient atteint 10^{cm} environ. Tous les pots étaient placés dans des conditions identiques d'humidité, de température et de lumière. Nous avons déterminé ainsi, au début et après 36 jours, le nombre des microbes et la concentration ionique, pour une terre alcaline et pour une terre acide. Les plantules récoltées ont été broyées et la réaction du liquide obtenu a été établie.

Le nombre des microbes diminue généralement pendant la germination; il augmente par contre quand la terre a été au préalable soumise à une stérilisation. La concentration en hydrions augmente dans les cultures de radis et diminue dans les cultures d'orge; le chaulage élève sensiblement le coefficient de Sörensen. L'acidité du jus des plantules semble sous l'influence de la vie des plantes plus que sous celle de la réaction du substratum. L'opinion énoncée par Benade (*Zeitschr. Pflanzenernährung*, 1928, p. 293) que, pendant la croissance des plantules, la terre devient plus alcaline n'est donc pas une règle générale.

Il serait trop long de donner ici, en tableau, les résultats numériques de nos expériences; ces résultats seront publiés *in extenso* dans un autre Recueil.

HISTOPATHOLOGIE. — *Recherches histochimiques sur les particules minérales renfermées dans le poumon des mineurs.* Note (¹) de MM. **A. Policard** et **J. Devuns**, présentée par M. F. Mesnil.

L'utilisation de la technique à l'acide perchlorique décrite par l'un de nous (²) permet de prendre une vue nette de la nature, de la quantité relative et de la répartition des particules minérales qui peuvent être fixées dans le poumon des mineurs.

Nous avons examiné par cette méthode sept poumons. Quatre, fortement anthracosiques, provenaient de mineurs n'offrant pas cliniquement de troubles pulmonaires et morts de causes traumatiques. Trois autres, très scléreux, mais beaucoup moins anthracosiques, provenaient de mineurs morts de troubles cardiaques consécutifs à une sclérose pulmonaire.

Dans le tissu pulmonaire, dans tous ces cas, existaient une quantité considérable de particules minérales. Les unes, noires ou brunes, opaques ou à peine translucides, aux bords anguleux, ayant de 1 à 10^{μ}, sont constituées par de la houille; par chauffage à 600-700°, elles disparaissent, laissant des cendres granuleuses. D'autres particules sont transparentes, de forme irrégulière, cristallines ou en lamelles conchoïdes, généralement plus petites, ayant souvent moins de 1^{μ} et rarement plus de 6 à 8^{μ}. Leur nature siliceuse est indiquée par leur résistance à l'incinération et aux acides forts, et par leur façon de se comporter quand on en rassemble une certaine quantité dans la perle de borax. Un petit nombre seulement sont biréfringentes immédiatement; d'autres le deviennent après incinération. On doit admettre que ces particules proviennent des roches interposées entre les bancs de houille.

Suivant les poumons, la proportion relative de ces diverses particules est variable. Les particules de houille dominent le plus souvent et masquent les particules transparentes. On peut observer cependant, dans certains points, des amas où prédominent les particules de rocher.

(¹) Séance du 14 avril 1930.

(²) Policard, *Méthode de détection des particules minérales dans les tissus* (*Bulletin d'Histologie appliquée*, 7, avril 1930, p. 122).

D'une manière générale, les particules ne s'observent pas dans l'intérieur de cellules, mais librement, entre les faisceaux fibreux. Particules de houille et de rocher sont groupées en amas qui paraissent bien correspondre à des cellules dont le noyau et le protoplasme auraient ultérieurement disparu. Les amas de particules se trouvent le plus souvent dans les régions fibreuses : adventices des bronches et des vaisseaux, travées conjonctives, etc.

Nos recherches confirment dans l'ordre histochimique les résultats de Mac Crae (¹), de Watkins-Pitchford et J. Moir (²) sur les poumons de mineurs cafres des mines du Rand. Ils ont pu y retrouver des particules minérales identiques à celles qui constituent la poussière provenant du travail au marteau piqueur des rochers de ces mines.

La présence de particules de rocher, aussi bien chez des mineurs ayant succombé à une sclérose pulmonaire que chez des sujets, anatomiquement anthracosiques, mais n'ayant pas présenté sensiblement de troubles pulmonaires, montre que, dans le cas des mines de houille, la distinction d'une anthracose et d'une silicose pures ne correspond pas à la réalité histopathologique. Les poussières fixées dans le poumon sont constituées à la fois de houille et de rocher. Seule leur proportion varie. Ce fait se conçoit aisément si l'on envisage les conditions mêmes du travail dans la mine.

Ces faits, qui expliquent la haute teneur en silice, constatée depuis longtemps, des poumons anthracosiques, justifient cette opinion, soutenue par quelques-uns, mais non toujours admise, que, dans les conditions du travail de la plupart des houillères, la distinction entre anthracose et silicose est purement théorique. En pratique on constate généralement un état de surcharge minérale mixte, avec, suivant les cas, prédominance de particules de houille ou de rocher. A propos de ces surcharges mixtes se pose le problème d'une action atténuante exercée par les particules de houille sur l'action sclérosante des particules de rocher.

La séance est levée à $3^h 30^m$.

E. P.

(¹) J. Mac Crae, *The ash of silicotic lungs* (*Publ. of the South African Institute f. med. research*, Johannesburg, 1, 1913, p. 117).

(²) W. Watkins-Pitchford et J. Moir, *On the nature of doubly-refracting particles seen in microscopic sections of silicotic lungs* (*Publ. of the South African Institute f. med. research*, Johannesburg, 7, 1916, p. 207).

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 AVRIL 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Sur la détermination de la position et des éléments d'une planète ou comète éloignée. Application au corps céleste Lowell.* Note de M. **Ernest Esclangon**.

La méthode parallactique que j'ai indiquée ([1]) pour déterminer la position et la vitesse d'une planète éloignée est en quelque sorte purement géométrique. Elle est basée sur cette hypothèse qu'au cours des observations utilisées, la vitesse de l'astre peut être supposée constante en grandeur et direction, sans qu'interviennent les lois de la gravitation. Elle est très rapide; elle s'applique particulièrement bien au cas de l'astre actuellement dit planète transneptunienne.

Je me propose de montrer dans la présente Note que, *sans nuire en rien à la simplicité de la méthode*, on peut tenir compte des dérivées premières de la vitesse (supposée variable) déterminées par les lois de la gravitation.

Soient en effet X_1, Y_1, Z_1; X_2, Y_2, Z_2; X_3, Y_3, Z_3 les coordonnées héliocentriques inconnues de l'astre P aux époques t_1, t_2, t_3 correspondant à des observations, et soit t_0 une époque *arbitraire* choisie dans l'intervalle même de ces observations. On pourra écrire :

$$(1)\quad \begin{cases} X_1 = X_0 + (t_1 - t_0)\dfrac{dX}{dt_0} + \dfrac{(t_1-t_0)^2}{2}\dfrac{d^2X}{dt_0^2} = X_0 + (t_1 - t_0)\dfrac{dX}{dt_0} - \dfrac{(t_1-t_0)^2}{2}\dfrac{\mu X_0}{r_0^3}, \\ X_2 = X_0 + (t_2 - t_0)\dfrac{dX}{dt_0} + \dfrac{(t_2-t_0)^2}{2}\dfrac{d^2X}{dt_0^2} = X_0 + (t_2 - t_0)\dfrac{dX}{dt_0} - \dfrac{(t_2-t_0)^2}{2}\dfrac{\mu X_0}{r_0^3}, \\ X_3 = X_0 + (t_3 - t_0)\dfrac{dX}{dt_0} + \dfrac{(t_3-t_0)^2}{2}\dfrac{d^2X}{dt_0^2} = X_0 + (t_3 - t_0)\dfrac{dX}{dt_0} - \dfrac{(t_3-t_0)^2}{2}\dfrac{\mu X_0}{r_0^3}; \end{cases}$$

([1]) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 897.

r_0 désignant la distance héliocentrique de l'astre à l'époque t_0 et μ la puissance attractive du Soleil. On suppose l'intervalle des observations assez petit, et il peut être ici de plusieurs mois, pour qu'on y puisse négliger les termes du troisième ordre.

Formons la combinaison

$$(2)\qquad X_1(t_2-t_3)+X_2(t_3-t_1)+X_3(t_1-t_2)=\frac{\mu X_0}{2r_0^3}(t_2-t_3)(t_3-t_1)(t_1-t_2),$$

et les mêmes combinaisons pour les coordonnées Y et Z.

Posons, pour simplifier,

$$(3)\qquad h=(t_2-t_3)(t_3-t_1)(t_1-t_2).$$

Puisque t_0 est arbitraire, on voit que, si l'on fait successivement $t_0=t_1$, $t_0=t_2$, $t_0=t_3$, on a, au degré d'approximation supposé,

$$\frac{\mu X_1 h}{2r_1^3}=\frac{\mu X_2 h}{2r_2^3}=\frac{\mu X_3 h}{2r_3^3},$$

et, par suite,

$$X_1(t_2-t_3)+X_2(t_3-t_1)+X_3(t_1-t_2)=\frac{\mu h}{6}\left(\frac{X_1}{r_1^3}+\frac{X_2}{r_2^3}+\frac{X_3}{r_3^3}\right)\ (^1)$$

ou, encore,

$$(4)\qquad X_1\left(t_2-t_3-\frac{\mu h}{6r_1^3}\right)+X_2\left(t_3-t_1-\frac{\mu h}{6r_2^3}\right)+X_3\left(t_1-t_2-\frac{\mu h}{6r_3^3}\right)=0,$$

et des relations analogues pour les autres coordonnées Y et Z.

Désignons maintenant par x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; x_3, y_3, z_3 les coordonnées connues de la Terre, en des points T_1, T_2, T_3, de son orbite, correspondant, par les observations, aux positions P_1, P_2, P_3 de la planète; soient $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$; $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$; $\alpha_3, \beta_3, \gamma_3$ les cosinus directeurs connus des directions T_1P_1, T_2P_2, T_3P_3; ρ_1, ρ_2, ρ_3 les distances T_1P_1, T_2P_2, T_3P_3. On a évidemment

$$(5)\qquad X_i=x_i+\rho_i\alpha_i,\qquad Y_i=y_i+\rho_i\beta_i,\qquad Z_i=z_i+\rho_i\gamma_i\qquad (i=1, 2, 3).$$

---

(1) Au lieu de choisir la simple moyenne des quantités $\frac{X_i}{r_i^3}$, on pourrait évidemment considérer une moyenne pondérée arbitraire, ce qui conduirait, pour les formules (4), à des formes diverses, mais pratiquement équivalentes car, si les valeurs des X_i, Y_i, Z_i ainsi obtenues sont quelque peu différentes, leurs *moyennes* respectives restent très sensiblement les mêmes.

Supposons la distance r de l'astre au Soleil approximativement connue; r_1, r_2, r_3 étant peu différents et les termes en $\frac{\mu h}{6r^3}$ *étant petits*, on peut les supposer égaux de sorte qu'on est amené à résoudre les trois équations :

$$(6)\quad \left\{\begin{aligned} &(x_1+\rho_1\alpha_1)\left(t_2-t_3-\frac{\mu h}{6r^3}\right)+(x_2+\rho_2\alpha_2)\left(t_3-t_1-\frac{\mu h}{6r^3}\right)\\ &\qquad+(x_3+\rho_3\alpha_3)\left(t_1-t_2-\frac{\mu h}{6r^3}\right)=0,\\ &(y_1+\rho_1\beta_1)\left(t_2-t_3-\frac{\mu h}{6r^3}\right)+(y_2+\rho_2\beta_2)\left(t_3-t_1-\frac{\mu h}{6r^3}\right)\\ &\qquad+(y_3+\rho_3\beta_3)\left(t_1-t_2-\frac{\mu h}{6r^3}\right)=0,\\ &(z_1+\rho_1\gamma_1)\left(t_2-t_3-\frac{\mu h}{6r^3}\right)+(z_2+\rho_2\gamma_2)\left(t_3-t_1-\frac{\mu h}{6r^3}\right)\\ &\qquad+(z_3+\rho_3\gamma_3)\left(t_1-t_2-\frac{\mu h}{6r^3}\right)=0,\end{aligned}\right.$$

par rapport aux seules inconnues ρ_1, ρ_2, ρ_3, ce qui détermine, par les formules (5), les coordonnées X_i, Y_i, Z_i, dont seules les *moyennes* seront à retenir. Sur la vitesse subsistera en fait une légère indétermination portant seulement sur sa composante radiale et tenant, non à la méthode, mais à la nature même des choses.

Les formules (6) sont *entièrement analogues à celles de la méthode parallactique*, laquelle reviendrait à négliger $\frac{\mu h}{6r^3}$. *Pour passer de celle-ci à la méthode actuelle, il suffit, sans rien changer par ailleurs, d'augmenter algébriquement les nombres* t_2-t_3, t_3-t_1, t_1-t_2, *de la même quantité connue* $-\frac{\mu h}{6r^3}$. Au lieu d'ajouter cette même quantité aux nombres t_2-t_3, t_3-t_1, t_1-t_2, on pourrait faire l'addition de quantités différentes, leur somme restant égale à $-\frac{\mu h}{6r^3}$; ce qui ne modifie pas, pratiquement, les moyennes respectives des coordonnées X_i, Y_i, Z_i.

On peut aussi mettre les formules précédentes sous une forme permettant d'obtenir les corrections aux résultats déjà calculés, avec les mêmes observations, par la méthode purement parallactique.

Écrivons en effet

$$(x_1+\rho_1\alpha_1)\left(t_2-t_3-\frac{\mu h}{6r^3}\right)=(x_1+\rho_1\alpha_1)(t_2-t_3)-\frac{\mu h X_1}{6r^3}.$$

Soient T la Terre, P la planète éloignée, S le Soleil; on peut, dans les

termes contenant le facteur très petit $\frac{\mu h}{6r^3}$, remplacer les projections du vecteur SP par celles du vecteur TP, de sorte qu'on peut écrire :

$$(x_1+\rho_1\alpha_1)\left(t_2-t_3-\frac{\mu h}{6r^3}\right)=(x_1+\rho_1\alpha_1)(t_2-t_3)-\frac{\mu h\rho_1\alpha_1}{6r^3}$$
$$=(t_2-t_3)\left[x_1+\left(\rho'_1-\frac{\mu(t_3-t_1)(t_1-t_2)}{6r^3}\rho_1\right)\alpha_1\right].$$

En faisant de même pour les autres coordonnées et portant dans (6), on obtient des équations identiques à celles de la méthode parallactique où la solution ρ'_1, ρ'_2, ρ'_3 fournie par cette méthode aurait été remplacée par

$$(9)\qquad \begin{cases} \rho'_1=\rho_1-\dfrac{\mu(t_3-t_1)(t_1-t_2)}{6r^2}\dfrac{\rho_1}{r}, \qquad \rho'_2=\rho_2-\dfrac{\mu(t_1-t_2)(t_2-t_3)}{6r^2}\dfrac{\rho_2}{r}, \\ \rho'_3=\rho_3-\dfrac{\mu(t_2-t_3)(t_3-t_1)}{6r^2}\dfrac{\rho_3}{r}, \end{cases}$$

ce qui donne les corrections cherchées $\rho_1-\rho'_1$, $\rho_2-\rho'_2$, $\rho_3-\rho'_3$.

Désignons enfin par X'_1, Y'_1, Z'_1; X'_2, Y'_2, Z'_2; X'_3, Y'_3, Z'_3 les coordonnées héliocentriques fournies par la méthode parallactique. On a, en confondant r avec ρ_1, ou ρ_2, ou ρ_3 dans les termes correctifs,

$$X'_1=X_1-\frac{\mu(t_3-t_1)(t_1-t_2)}{6r^2}\alpha_1,$$

et de même pour les autres coordonnées. On en tire

$$(10)\qquad r'_1=r_1-\frac{\mu(t_3-t_1)(t_1-t_2)}{6r^2}\cos\theta_1,$$

θ_1 désignant l'angle, toujours petit, que font, issues de l'astre, les directions de la Terre et du Soleil.

Par suite, sensiblement,

$$(11)\qquad \frac{r'_1+r'_2+r'_3}{3}=\frac{r_1+r_2+r_3}{3}+\frac{\mu}{18r^2}(t_1^2+t_2^2+t_3^2-t_2t_3-t_3t_1-t_1t_2).$$

La forme quadratique du second membre en t_1, t_2, t_3 étant toujours positive, on voit que la méthode parallactique donne, pour la distance moyenne au Soleil, un résultat légèrement trop fort, la différence étant toutefois inférieure à

$$(12)\qquad \frac{\mu}{24r^2}(t_3-t_1)^2=\frac{1,65}{r^2}\left(\frac{t_3-t_1}{365,26}\right)^2,$$

différence qui, pour l'astre Lowell, est inférieure à $\frac{1}{1000}$ pour un intervalle d'une année d'observations.

Nous n'insisterons pas sur les faciles corrections à faire sur les temps qui figurent dans les données, pour tenir compte de l'aberration affectant les directions observées de l'astre.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur les proportions de potassium et de sodium contenues dans les plantes qui croissent en eau saumâtre ou sur le bord de la mer.* Note de M. **Gabriel Bertrand** et Mme **M. Rosenblatt**.

De nombreuses recherches analytiques, réalisées à l'aide de méthodes exactes, sur des espèces et des organes aussi variés que possible, ont démontré que le potassium et le sodium se trouvent toujours ensemble dans les tissus des plantes, qu'à cet égard il n'y a pas de différence de composition élémentaire qualitative entre les représentants du règne végétal et ceux du règne animal, contrairement à ce que l'on était fondé à croire il y a quelques années [1].

Dans un domaine plus restreint, les mêmes recherches ont encore apporté ou commencé à apporter un autre changement à des notions généralement admises. Il est classique que les cendres des plantes terrestres fournissent, par lessivage et concentration, du carbonate de potassium, tandis que les cendres de certaines plantes croissant au bord de la mer donnent, dans les mêmes circonstances, du carbonate de sodium. Les vieilles industries de la « potasse » et de la « soude » naturelles sont à la base de cette notion. Or les recherches rappelées plus haut, d'accord en général avec l'observation devenue courante d'une prédominance élevée du carbonate de potassium sur celui de sodium dans les cendres de beaucoup de plantes terrestres, ne le sont pas quant à celle inverse du carbonate de sodium sur celui de potassium dans les plantes marines. C'est ainsi que chez les Algues le rapport pondéral K/Na ne s'est montré inférieur à l'unité, et seulement un peu inférieur à l'unité, que dans le tiers environ des espèces examinées. Dans les autres, ainsi que dans la Zostère, plante marine du groupe des Phanérogames, le rapport K/Na est aussi élevé que chez certaines plantes terrestres, par exemple, la Scorzonère et le Maïs.

Il n'était pas impossible que cette contradiction entre la notion classique

(1) Gabriel Bertrand et D. J. Perietzeanu, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 645 et 1616. — Gabriel Bertrand et Mme M. Rosenblatt, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 200, et 187, 1928, p. 266.

et les nouvelles données quantitatives n'ait été qu'apparente et due seulement à ce que les espèces autrefois employées pour obtenir la « soude » étaient précisément des espèces tout à fait exceptionnelles sous le rapport de leur richesse relative en sels de sodium. Dans le but d'éclaircir ce point intéressant, nous avons examiné plusieurs plantes croissant au bord de la mer, les unes dans les eaux saumâtres, les autres dans les dunes, et, parmi elles, des espèces qui servaient autrefois à la fabrication de la « soude » naturelle appartenant aux genres *Salsola*, *Suæda* et *Salicornia*.

Après une visite de la côte méditerranéenne faite par l'un de nous en vue de trouver une station favorable, MM. les professeurs Pavillard et Canals, de Montpellier, ont bien voulu recueillir, laver et sécher dans les conditions requises pour ce genre de recherches (¹), une série de plantes que nous avons ensuite analysées. Ces plantes étaient originaires de Palavas, dans le département de l'Hérault : certaines, franchement halophiles, croissaient dans l'étang saumâtre; d'autres, purement psammophiles, provenaient de la dune de sable à une faible distance du bord de la mer.

Les récoltes ont porté sur des individus en plein épanouissement et aussi pour *Salsola Soda* au moment de la fructification.

A ces plantes, nous en avons ajouté trois autres, récoltées dans la baie de la Somme, près de Saint-Valéry : *Aster Tripolium* au débouché de la rivière, *Salicornia radicans* dans la partie ordinairement recouverte par les marées, et *Obione portulacoides* dans le sable du bord de la baie. Ces trois espèces ont, cela va de soi, été préparées pour les analyses avec les mêmes précautions que les précédentes.

Chaque analyse a été effectuée sur un poids de plante séchée correspondant à 100^{g} de matière fraîche. Les cendres, préparées en deux temps, une carbonisation et une calcination séparées par un lessivage, ont été amenées par dissolution dans l'eau à 50^{cm^3}. Enfin, on a dosé dans 10^{cm^3} le potassium par l'acide perchlorique, et dans 10 autres centimètres cubes le sodium par le mélange d'acétate d'uranyle et d'acétate de magnésium (²). Pour se rendre compte du degré de précision de la méthode employée, on a fait en double l'une des analyses (sur *Cakile maritima*).

Nous présentons sous forme de tableau les résultats obtenus, rangés d'après la valeur décroissante du rapport K/Na :

(¹) Ces précautions ont été décrites dans les publications précitées.

(²) On trouvera une description détaillée de la méthode employée dans Gabriel Bertrand, *Ann. Sc. agron.*, 46, 1929, p. 1.

Noms des espèces examinées.		Teneur en potassium et en sodium pour 100 de matière fraîche.	matière sèche.	cendres.	Rapport K/Na.
Salsola Kali L. (Salsolacées), halophile	K	0,652	4,75	21,79	10,56
	Na	0,062	0,450	2,06	
Pancratium maritimum L. (Amaryllidées), psammophile	K	0,380	3,14	27,31	7,63
	Na	0,050	0,411	3,58	
Crucianella maritima L. (Rubiacées), psammophile	K	0,358	0.999	6,15	6,59
	Na	0,054	0,152	0,934	
Medicago marina L. (Papilionacées), psammophile	K	0,373	1,24	12,23	5,49
	Na	0,068	0,226	2,22	
Salsola Soda L. (Salsolacées), halophile, en fleurs	K	0,599	3,88	11,89	5,45
	Na	0,110	0,712	2,18	
Obione portulacoides Moq. (Salsolacées) (¹), halopsammophile.	K	0,410	1,61	9,98	2,2
	Na	0,204	0,803	4,96	
Euphorbia Paralias L. (Euphorbiacées), halopsammophile	K	0,222	0,900	12,17	2,02
	Na	0,110	0,446	6,03	
Salicornia radicans Sm. (Salsolacées), halophile	K	0,412	2,97	7,96	1,76
	Na	0,234	1,68	4,51	
Cakile maritima Scop. (Crucifères), halopsammophile	K	0,229	2,00	15,89	1,58
	Na	0,146	1,26	10,04	
Obione portulacoides Moq. (Salsolacées) (²), halophile	K	0,574	3,44	12,89	1,45
	Na	0,398	2,37	8,89	
Salsola Soda L. (Salsolacées), halophile, en fruits	K	0,561	2,88	8,43	1,40
	Na	0,399	2,05	6,00	
Cakile maritima Scop. (Crucifères), halopsammophile	K	0,238	2,30	12,44	1,17
	Na	0,202	1,96	10,58	
Suæda fruticosa L. (Salsolacées), halophile	K	0,370	2,59	7,48	0,83
	Na	0,444	3,10	8,97	
Salicornia fruticosa L. (Salsolacées), halophile	K	0,325	1,47	5,67	0,77
	Na	0,418	1,90	7,28	
Aster Tripolium L. (Composées), halophile	K	0,166	0,836	7,30	0,63
	Na	0,263	1,33	11,61	
Inula crithmoides L. (Composées), halophile	K	0,167	1,11	4,57	0,45
	Na	0,374	2,49	9,68	

Après avoir observé que les résultats de la double analyse sont aussi concordants que possible, on constate que le rapport K/Na est, dans la majorité des cas, notablement supérieur à l'unité. C'est, comme on pouvait

(¹) A l'état de rameaux feuillus, de Saint-Valéry.

(²) De Palavas.

le prévoir, plutôt chez les plantes halophiles que chez les plantes psammophiles que ce rapport est le plus bas; mais la végétation en eau saumâtre n'entraîne pas fatalement une prédominance du sodium sur le potassium. A cet égard les résultats fournis par *Salsola Soda* et *Salsola Kali* sont très démonstratifs : le rapport K/Na est chez ces plantes à « soude », les plus classiques, comparable à celui de bien des plantes terrestres, telles que le chou, le plantain et le tabac rustique.

Enfin, il est intéressant de noter que parmi les variations de composition chimique qui se sont produites chez *Salsola Soda* pendant la période de passage des fleurs aux fruits, une diminution relative du potassium a été en quelque sorte compensée, du moins au point de vue de la pression osmotique, par une augmentation relative du sodium.

	Pour 100 de la matière sèche.				
	Matière sèche.	Cendres totales.	K.	Na.	Rapport K/Na.
Salsola Soda en fleurs..........	15,44	5,04	3.88	0,712	5,45
» » en fruits.........	19,44	6,65	2,88	2,05	1,40

En résumé, les nouveaux résultats que nous publions aujourd'hui confirment la conclusion à laquelle nous étions déjà arrivés de l'inexistence d'une ligne de démarcation, quant à la présence des métaux alcalins, entre les plantes qui croissent dans les milieux purement terrestres et celles qui se développent dans les milieux salés. Toutes les plantes renferment à la fois du potassium et du sodium, avec une prédominance générale, parfois même considérable, du premier métal sur le second. C'est seulement chez une partie, environ un tiers, des plantes adaptées aux milieux riches en chlorure de sodium que l'on peut constater un rapport inverse; encore doit-on observer qu'il n'y a pas alors un grand excès du sodium sur le potassium.

L'appellation de « soude » que l'on donnait autrefois au mélange salin retiré des cendres de certaines plantes du bord de la mer n'a rien à voir avec l'oxyde de sodium qui n'était pas encore connu; elle vient simplement de ce que la plupart des plantes utilisées portaient le nom vulgaire de soude.

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur l'action dissolvante du gaz carbonique à l'égard de l'acide phosphorique dans les sols agricoles.* Note (¹) de MM. **A.-Th. Schlœsing** et **Désiré Leroux.**

Les éléments minéraux des sols agricoles subissent une lente décomposition qui alimente en certains principes, et notamment en acide phosphorique, les liquides nourriciers des racines.

Tout porte à penser que le gaz carbonique, toujours présent dans les sols, joue, avec l'eau, un rôle important dans cette décomposition.

Mais son action est limitée dans les sols calcaires, en ce qui concerne la libération d'acide phosphorique. L'un de nous, il y a longtemps, au début de ses recherches sur l'acide phosphorique soluble à l'eau (²) des sols agricoles, a montré que, dans les sols calcaires, le gaz carbonique est sans effet appréciable sur la production de l'acide phosphorique soluble, du moment que, ce qui est le cas général, la proportion de bicarbonate de chaux en dissolution correspond à la tension du gaz carbonique (*Comptes rendus*, 127, 1898, p. 328).

Plus récemment nous avons effectué quelques expériences relatives à cette action dissolvante du gaz carbonique en opérant de façons sensiblement différentes de celles dont on avait expérimenté précédemment.

A. *La terre reste placée dans des conditions toutes voisines des conditions naturelles.* — Nous avons maintenu près de deux ans (août 1924-juin 1926) des lots identiques d'une même terre, les uns dans une atmosphère privée, autant que possible, de gaz carbonique (de 0 à 0,004 pour 100 de CO^2), les autres dans une atmosphère où était constamment entretenue, à l'aide de dispositifs spéciaux, une proportion relativement élevée de ce gaz (4,4 pour 100). Finalement nous avons comparé dans les différents lots les quantités d'acide phosphorique soluble à l'eau. Nous avons obtenu les résultats ci-après :

(¹) Séance du 23 avril 1930.

(²) Cet acide phosphorique soluble n'apparaît dans les eaux des sols qu'à des doses infimes, de l'ordre des millionièmes (1^{mg} par litre) ou des dix-millionièmes. En chimie pure courante ou en industrie, on dirait « insolubles » les phosphates auxquels il est emprunté. Cependant, pour la nutrition végétale, il offre un intérêt de premier plan; il mériterait une qualification spéciale qui écarterait à la fois l'idée d'insolubilité et celle de solubilité importante, par exemple la qualification *d'hyposoluble*.

Terre de Villepreux (Seine-et-Oise), à 0,32 pour 100 de calcaire seulement, faisant toutefois visiblement effervescence avec les acides. Par lot, 1^{kg}, 8 de terre supposée sèche,

	CO^2 dans l'atmosphère interne.
I. Lot à 15 pour 100 d'humidité........	de 0 à 0,004 pour 100,
II. Lot à 20 pour 100 d'humidité........	
III. Lot à 15 pour 100 d'humidité........	4,4 pour 100.
IV. Lot à 20 pour 100 d'humidité........	

(Dans les lots I et II, pour éliminer au mieux le gaz carbonique, on faisait passer d'une façon continue de l'air décarbonaté et saturé de vapeur d'eau, qui, sans dessécher la terre, emportait la petite quantité de CO^2 produite inévitablement par le travail microbien).

Examen final des terres. — Nous avons lavé par déplacement un échantillon de 50^g de chaque lot avec 8^l d'eau distillée bouillie (additionnée par litre de 80^{mg} de CaO à l'état de nitrate pur), à raison de 4^l par 24 heures. Les poids de P^2O^5 extrait, rapportés à 1^{kg} de terre sèche, ont été :

I.	II.	III.	IV.
36^{mg},7	25^{mg},5	36^{mg},0	25^{mg},9

En lavant rigoureusement de même les quatre lots, nous avons enlevé à I exactement la même quantité de P^2O^5 qu'à III et à II la même quantité qu'à IV. En présence d'un excès, même faible, de calcaire, le gaz carbonique n'a donc pas aidé à la dissolution des phosphates existant dans le sol. (Notons, en passant, que l'excès d'humidité de II et IV sur I et III n'a pas favorisé la solubilisation d'acide phosphorique.)

B. *Les terres sont additionnées de phosphate naturel moulu et soumises à des doses variées de* CO^2; *expériences faites en* 1929. — Nous avons mis en contact intime, suivant un procédé déjà exposé par l'un de nous (*Comptes rendus*, 127, 1898, p. 327), par agitation lente en flacons (pendant 10 heures), des lots de terres calcaires (300^g de terre par lot) soit avec de l'eau distillée bouillie pure (1300^{cm^3}), soit avec un même volume d'eau distillée à laquelle était ajouté du gaz carbonique à dose variée (l'eau étant toujours additionnée de 80^{mg} de CaO par litre comme plus haut). Dans chaque flacon avait été introduit 1^g de phosphate moulu du commerce. Nous avons comparé les titres en P^2O^5 des dissolutions obtenues dans les deux cas, c'est-à-dire sans addition ou avec addition de CO^2. Voici les résultats fournis par deux terres calcaires, la terre du Vésinet (Seine-et-Oise) à 7,7 pour 100 de calcaire et la terre de Dangu (Eure) à 6,6 pour 100 :

	Vésinet.				Dangu.			
	Sans addition de CO^2.		Avec addition de CO^2.		Sans addition de CO^2.		Avec addition de CO^2.	
CO^2 pour 100 dans l'atmosphère finale du flacon...	0,35	0,8	5,0	13,0	0,15	0,25	4,0	9,2
P^2O^5 (en mg) dissous par litre................	0,83	1,03	1,34	1,83	1,00	1,27	1,97	2,26

Ici le CO^2 ajouté a augmenté légèrement le titre en P^2O^5 dissous ([1]), tout en le laissant d'ailleurs bien inférieur à ce qu'il est ordinairement dans une terre acide; par exemple, nous voyons que M. Brioux a trouvé dans une terre acide 23^mg^,6 de P^2O^5 dissous par litre d'eau (*Ann. de la Soc. Agron. fr. et étrang.*, 1920, p. 83); nous-mêmes avons trouvé en opérant comme il vient d'être dit sur une terre nettement acide (terre de bruyère) :

	Sans addition de CO^2.	Avec addition de CO^2.
CO^2 pour 100 dans l'atmosphère finale du flacon.....	1,8	12,5
P^2O^5 (en mg) dissous par litre.....................	17,6	21,15

En résumé, en terre calcaire, quelle que soit la proportion du gaz carbonique dans l'atmosphère souterraine, la quantité d'acide phosphorique dissous, empruntée aux phosphates préexistants ou ajoutés, reste très faible, tandis qu'en terre acide elle est couramment bien plus élevée.

Ces résultats et ceux qu'ont obtenus d'autres auteurs (voir notamment MM. Demolon et Boischot, *Ann. de la Sc. Agron. franç. et étrang.*, 1923, p. 151) s'accordent avec le fait que les phosphates naturels employés comme engrais, efficaces dans les sols acides ou humifères, ne produisent en général que des effets incomparablement moindres ou nuls dans les sols calcaires.

ÉLECTRICITÉ. — *Chutes de tension des appareils triphasés débitant un des circuits dissymétriques.* Note ([2]) de M. **André Blondel.**

Si nous représentons les forces électromotrices d'ensemble symétriques par E^o, E^s, E^i et les différences de potentiel aux bornes par E^o, E^s, E^i,

([1]) Peut-être parce qu'après les 10 heures d'agitation la liqueur n'était pas encore tout à fait saturée de bicarbonate de chaux à la tension du CO^2.

([2]) Séance du 23 avril 1930.

par Z^0, Z^s, Z^i les impédances extérieures quelconques dans le cas le plus général, on sait écrire les équations des ensembles.

1° *Alternateurs*. — Ces appareils présentent trois impédances cycliques Z^0, Z^s, Z^i applicables respectivement à I^0, I^s, I^i, de même indice. Les équations des tensions des trois phases (supposées montées en étoile) sont respectivement, en fonction des U :

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} E_a^s &= U_a + Z^0 I^0 + Z^s I^s + Z^i I^i, \\ \alpha E_a^s = E_b^s &= U_b + Z^0 I^0 + \alpha Z^s I^s + \alpha^2 Z^i I^i, \\ \alpha^2 E_a^s = E_c^s &= U_c + Z^0 I^0 + \alpha^2 Z^i I^i + \alpha Z^i I^i. \end{aligned} \right.$$

Pour nous débarrasser des ensembles I^0, I^s, I^i, nous allons introduire des impédances (non cycliques) définies en fonction des impédances cycliques par

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} &Z_p = \frac{1}{3}(Z^0 + Z^s + Z^i); \quad Z_n = \frac{1}{3}(Z^0 + \alpha Z^s + \alpha^2 Z^1); \quad Z_m = \frac{1}{3}(Z^0 + \alpha^2 Z^s + \alpha Z^i), \\ &Z^0 = Z_p + Z_m + Z_n; \quad Z^s = Z_p + \alpha Z_m + \alpha^2 Z_n; \quad Z^i = \frac{1}{3}(Z_p + \alpha^2 Z_m + \alpha Z_u). \end{aligned} \right.$$

avec $\alpha = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$; et nous pouvons ainsi remplacer les trois équations (1) par

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} E_a &= U_a + Z_p I_a + Z_n I_b + Z_m I_c, \\ \alpha E_a &= U_b + Z_m I_a + Z_p I_b + Z_n I_c, \\ \alpha^2 E_a &= U_c + Z_n I_a + Z_m I_b + Z_p I_c, \end{aligned} \right.$$

ou des équations de phases, où Z_p est une impédance propre, Z_m, Z_n deux impédances mutuelles différentes (de la forme $j\omega Z_m, j\omega L_n$) parce que $I^s \neq I^c$. Grâce à cette définition, on peut les déduire par un calcul ou une construction graphique bien simple des Z^0, Z^s, Z^i, qui sont mesurables directement par des essais de court circuit de l'alternateur [1]. Dans le cas particulier

---

[1] On peut d'ailleurs les déterminer par notre oscillographe à synchromoscope très stable, en inscrivant successivement sur une même plaque les U_1, les I et les E à circuit ouvert (réduits comme dans tous les essais de courts circuits), en court-circuitant alternativement les différentes phases. Par exemple pour $U_a = 0$, on a I_a, en court circuit, $I_b = I_a = 0$;

$$Z_p = \frac{E_a - U_a}{I_a}; \qquad Z_m = \frac{U_b}{I_a}; \qquad Z_n = \frac{U_a}{I_a}.$$

On peut aussi, comme nous l'avons indiqué antérieurement (*Comptes rendus*, 179, 1924, p. 1569) pour la détermination de l'impédance de courts circuits brusques, utiliser un petit alternateur auxiliaire synchronisé avec l'alternateur étudié, pour envoyer

où $Z^s = Z^i$, on a

$$(4)\qquad \begin{cases} Z_m = Z_n = \frac{1}{3}(Z^0 - Z^s); & Z_p = Z^0 + 2Z^s, \\ Z^i = Z^s = Z_p - Z_n; & Z^0 - Z^s = 3Z_m. \end{cases}$$

Quand il n'y a pas de point neutre $I^0 = 0$, l'une des trois équations au choix peut être remplacée plus simplement par la relation

$$(5)\qquad I_a + I_b + I_c = 0,$$

qui permet, en outre, de réduire à deux le nombre des variables dans chaque équation (3). Par exemple, on aura

$$(6)\qquad \begin{cases} E_a - U_a = (Z_p - Z_m) I_a + (Z_n - Z_m) I_b = Z_h I_a - Z_d I_b; \\ E_b - U_b = (Z_m - Z_n) I_a + (Z_p - Z_n) I_b = Z_d I_a + Z_k I_b; \\ E_c - U_c = (Z_n - Z_p) I_a + (Z_m - Z_p) I_c = Z_k I_a - Z_h I_b, \end{cases}$$

en posant

$$(7)\qquad Z_h = Z_p - Z_m, \qquad Z_k = Z_p - Z_n, \qquad Z_d = Z_m - Z_n.$$

Remplaçant U_a et U_b par leurs valeurs $Z_a I_a$, $Z_b I_b$, on a une solution assez maniable :

$$(8)\qquad \begin{cases} (Z_h + Z_a) I_a - Z_d I_b = E_a, \\ Z_d I_a + (Z_k + Z_b) I_b = \alpha E_\alpha, \end{cases}$$

d'où

$$(9)\qquad \begin{cases} I_a = \dfrac{(Z_k + Z_b) + \alpha Z_d}{(Z_h + Z_a)(Z_k + Z_b) + Z_d^2} E_a, \\ I_b = \dfrac{Z_d - \alpha (Z_h + Z_b)}{(Z_h + Z_a)(Z_k + Z_b) + Z_d^2} E_a. \end{cases}$$

Dans le cas général, les équations (3) se prêtent mal à la détermination du régime en fonction des impédances établies Z_a, Z_b, Z_c; car, en remplaçant U_a par $Z_a I_n$, U_b par $Z_b I_b$, ..., elles deviennent

$$(10)\qquad E_a = (Z_p + Z_a) I_a + Z_n I_b + Z_m I_c; \quad E_b = \ldots; \quad E_c = \ldots; \quad \ldots.$$

---

un courant monophasé dans une seule phase de l'alternateur non excité. On inscrira en grandeur et phase le courant et les tensions. D'où :

$$Z_p = \frac{U_a}{I_a}; \qquad Z_n = \frac{U_b}{I_a}; \qquad Z_m = \frac{U_a}{I_c}.$$

On peut de même envoyer un courant dans une phase du secondaire d'un transformateur, en ayant soin de court-circuiter les circuits primaires, et obtenir ainsi Z_p et Z_m.

Elles ne peuvent être résolues qu'à l'aide de déterminants compliqués [1]; le dénominateur commun est du troisième degré et a une dizaine de termes; et aucune des équations (10) n'a son premier membre nul.

2° *Lignes symétriques.* — Dans les lignes symétriques, il n'y a plus que deux coefficients Z_p et Z_m, car $Z_n = Z_m$ (de même que $Z^s = Z^i$) et les équations (3) peuvent être écrites symétriquement :

(11)
$$\left\{\begin{array}{l} E_a - U_a = Z_p I_a + Z_m(I_a + I_b) = (Z_p - Z_m) I_a + 3 Z_m I_0, \\ \alpha E_a - U_b = Z_p I_b + Z_m(I_b + I_c) = (Z_p - Z_m) I_b + 3 Z_m I_0, \\ \alpha^2 E_a - U_c = Z_p I_c + Z_m(I_c + I_a) = (Z_p + Z_m) I_c + 3 Z_m I_0. \end{array}\right.$$

Les facteurs $Z_p - Z_m$ et Z_m peuvent même être remplacés par leurs équivalents

(12)
$$Z_p - Z_m = Z^s; \qquad 3 Z_m = Z_0 - Z^s.$$

D'où, pour chaque phase,

(13)
$$\left\{\begin{array}{l} E_a - U_a = Z^s I_a + (Z^0 - Z^s) I^0 = Z^s I_a + 3 Z_m I^0, \\ \alpha E_a - U_b = Z^s I_b + 3 Z_m I^0, \ \ldots, \end{array}\right.$$

avec deux Z caractéristiques seulement. Le dernier terme est homopolaire.

3° *Transformateurs.* — Les équations (11) conviennent aussi aux transformateurs symétriques, soit pour le primaire, soit le secondaire, à condition de rapporter toutes les impédances et les courants au même côté (primaire ou secondaire), de séparer les courants d'excitateurs des courants de travail et de représenter par E_a, αE_a, $\alpha^2 E_a$ les forces électromotrices internes à vide, qui se déduisent des tensions secondaires mesurées à circuit ouvert. Par exemple, si le secondaire est bobiné en étoile avec fil neutre, et si l'on appelle U_{2a}, etc. les tensions aux bornes secondaires quand les courants de phase sont I_{2a}, etc.; les tensions à circuit ouvert. En désignant les tensions secondaires à circuit ouvert par $(U_{2a})_0$, $(U_{2b})_0$, $(U_{2c})_0$, on tire de (13)

(14)
$$\left\{\begin{array}{l} (U_{2a})_0 - (U_{2a}) = Z^s I_{2a} + 3 Z_m I_2^0, \\ (U_{2b})_0 - (U_{2c}) = Z^s I_{2b} + 3 Z_m I_2^0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right.$$

Quand on a calculé ou mesuré les modules et arguments des constantes Z^s, Z_m et des courants I_a, I_b, I_c (on connaît donc leur résultante vectorielle I^0), on peut appliquer au calcul des U_2 par les équations (14)

---

[1] Sauf dans les cas particuliers où $Z_m = Z_n$ comme dans les transformateurs.

l'abaque des chutes de tension, dont j'ai rappelé récemment l'emploi et montré qu'il s'applique même aux transformateurs à forte excitation [1].

Il suffit de porter à partir du pôle dans cet abaque et l'un au bout de l'autre les deux vecteurs $Z^s I_{2b}$ et $3 Z_m I$ [avec leurs phases par rapport à $(U_{2a})_0$] et de lire sur les courbes topographiques numérotées la chute de tension *relative*

$$\varepsilon = \frac{(U_{2a})_0 - U_{2a}}{(U_{2a})_0}, \tag{15}$$

après avoir calculé séparément les tensions à vide et les courants d'excitation. Grâce à l'égalité $Z_m = Z_n$, on peut déterminer plus facilement les courants I_a, I_b, I_c en fonction des impédances en étoile $Z_a Z_b Z_c$ sur lesquelles débite l'alternateur, en remplaçant dans (14) U_{2a} par $Z_b I_{2a}$, U_{2b} par $Z_b I_{2b}$ etc., puis en posant, pour simplifier l'écriture :

$$Y'_a = \frac{1}{Z^s + Z_a}, \qquad Y'_b \frac{1}{Z^s + Z_b}, \qquad Y'_c = \frac{1}{Z^s + Z_c}. \tag{16}$$

On obtient ainsi trois équations de la forme

$$I_a = Y'_a[(U_{2a})_0 - 3 Z_m I^0], \qquad I_b = \ldots, \tag{17}$$

et en les additionnant membre à membre $\left(\text{pour obtenir } I^0 = \frac{I_a + I_b + I_c}{3}\right)$ puis les résolvant par rapport à I^0, et remplaçant U_{2b} par αU_{2a}, U_{2a} par $\alpha^2 U_{2a}$, on obtient

$$I^0 = \frac{Y'_a (U_{2a})_0 + Y'_b (U_{2b})_0 + Y'_c (U_{2c})_0}{3[1 + Z_m (Y'_a + Y'_b + Y'_c)]} = \frac{Y'_i (U_{2a})_0}{(1 + 3 Z_m Y'^0}, \tag{18}$$

en posant

$$\left\{\begin{aligned} Y'^0 &= \frac{1}{3}(Y'_a + Y'_b + Y'_c), \\ Y'^s &= \frac{1}{3}(Y'_a + \alpha^2 Y'_b + \alpha Y'_c), \\ Y'^i &= \frac{1}{3}(Y'_a + \alpha\, Y'_b + \alpha^2 Y'_c). \end{aligned}\right. \tag{19}$$

En substituant dans (17), etc., on obtient trois équations finales facilement calculables, de la forme

$$I_a = \frac{Y'_a - 3 Z_m Y'_b}{1 + 3 Z_m Y'_0}(U_{2a})_0. \tag{20}$$

---

(1) *Calcul des chutes de tension des transformateurs* (*Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 346).

Cette solution est applicable aux transformateurs et aux feeders (en additionnant leurs chutes de tension globalenent) toutes les fois que les impédances de la centrale peuvent être négligées.

ÉLASTICITÉ. — *A propos du problème de Saint-Venant pour le cylindre fendu.* Note de MM. **Henri Villat** et **Maurice Roy**.

A la suite d'une Note que nous avons publiée récemment ([1]), M. A. Mesnager a présenté ([2]) de très intéressantes observations qui l'amènent à une interprétation, en apparence différente de la nôtre, de la solution mathématique du problème de Saint-Venant dans certains cas particuliers.

Nous voudrions ajouter aujourd'hui quelques mots, destinés à préciser notre pensée et à dissiper l'obscurité apportée par l'extrême concision de notre première Note.

Il est tout à fait certain que dans le problème de Saint-Venant la solution théorique est telle qu'il lui corresponde au moins une réalisation pratique dans laquelle une fixation convenable des bases permet la déformation des dites bases d'une manière qui s'approche suffisamment de la déformation théorique.

Dans l'exemple en cause, du tube mince et fendu, nous avons indiqué ([3]) qu'on obtenait justement une réalisation pratique de cette sorte, en fixant chaque base par un point seulement, formant articulation; M. A. Mesnager ([4]) montre très élégamment la possibilité d'une autre réalisation, en utilisant des poulies minces fendues convenablement. L'existence d'une réalisation pratique permettant l'application de la solution théorique exacte que nous avons obtenue n'est donc pas en question; mais elle semble bien liée ici à la manière même dont la fixité des bases a été obtenue. Il ne paraît pas vraisemblable que la solution théorique en question soit compatible avec un mode de fixation quelconque, notamment dans le cas d'une soudure par trop étroite.

C'est sur cette remarque, de nature à mettre en garde contre certaines interprétations, que nous avons voulu attirer l'attention à propos de la

---

([1]) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 702.
([2]) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 776.
([3]) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 703.
([4]) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 777.

solution rigoureuse du problème de Saint-Venant dans certains cas particuliers.

Bien entendu, cette remarque ne restreint en aucune manière l'intérêt du problème de Saint-Venant lorsqu'on l'applique à la plupart des cas pratiques, tels que ceux visés par M. Mesnager.

M. CHARLES NICOLLE, faisant hommage à l'Académie d'un nouvel ouvrage intitulé *Naissance, vie et mort des maladies infectieuses*, que fera prochainement paraître la librairie Alcan, s'exprime en ces termes :

J'ai tenté de répondre, dans cet essai, à des questions que chacun de nous se pose : comment et quand sont apparues les maladies infectieuses dont nous souffrons? Peuvent-elles disparaître et comment? Y aura-t-il des maladies infectieuses nouvelles? Que deviendront l'homme et les animaux domestiques dans un monde de plus en plus peuplé d'agents pathogènes?

Il ne saurait être apporté évidemment de solution définitive à ces problèmes. Il est intéressant de savoir comment ils se posent et par quelles méthodes on peut tenter de les éclairer.

M. DE SPARRE fait hommage à l'Académie d'un Mémoire extrait des *Annales de la Société scientifique de Bruxelles* ayant pour titre *Note au sujet du coup de bélier d'onde dans les conduites munies de cheminées d'équilibre*.

Dans les conduites munies d'une cheminée d'équilibre il se produit, au bout de peu de temps, un mouvement d'oscillation en masse de l'eau et c'est de ce mouvement dont on se préoccupe principalement dans l'établissement de la conduite et de sa cheminée. L'établissement de ce mouvement est toutefois précédé d'un premier mouvement ondulatoire et il y a lieu de s'assurer qu'il ne donne pas naissance à un coup de bélier dangereux pour la conduite.

Le Mémoire est divisé en deux parties. Dans la première je traite le cas des basses chutes, où la cheminée est placée au distributeur. J'examine d'abord ce qui se passe pendant la première période d'oscillation de l'eau dans la conduite d'amenée, qu'il s'agisse d'une fermeture brusque ou d'une fermeture progressive. Je donne ensuite des formules permettant de calculer, par récurrence, le coup de bélier pendant les périodes suivantes et je montre que, dans le cas d'une fermeture brusque, le coup de bélier

maximum peut se produire, non pas pendant la première période d'oscillation de l'eau dans la conduite d'amenée, mais bien pendant la seconde période.

Dans la deuxième partie du Mémoire j'examine le cas où l'installation se compose d'une conduite d'amenée de grande longueur et de faible pente, suivie d'une conduite forcée, la cheminée d'équilibre étant placée à la jonction de la conduite forcée et de celle d'amenée et ayant pour but d'empêcher les coups de bélier qui peuvent se produire dans la conduite forcée de se propager, d'une façon dangereuse, dans celle d'amenée.

Je montre que dans ce cas, pour la conduite forcée, qu'il s'agisse d'une fermeture brusque ou d'une fermeture progressive, le coup de bélier maximum pourra se calculer comme si la conduite forcée était seule et que pour la conduite d'amenée, si le coup de bélier d'onde peut être très dangereux dans le cas d'une fermeture brusque, il n'y aura par contre très généralement, pas à s'en préoccuper dans le cas d'une fermeture progressive; d'ailleurs dans ce cas, comme dans celui où la cheminée est placée au distributeur, le coup de bélier maximum, pour une fermeture brusque, peut ne pas se produire pendant la première période d'oscillation de l'eau dans la conduite d'amenée, mais résulter d'un phénomène de résonance entre les périodes d'oscillation de l'eau dans la conduite forcée et dans celle d'amenée; toutefois, la majoration du coup de bélier maximum, résultant de ce phénomène, n'est pratiquement pas très considérable.

M. **H. Lecomte** fait hommage à l'Académie du fascicule 6, tome troisième [*Stylidiacées* (fin), *Goodéniacées*, *Lobéliacées*, *Campanulacées*, par P. Danguy; *Vacciniacées*, *Éricacées*, *Épacridacées*, par P. Dop; *Plumbaginacées*, par F. Pellegrin; *Primulacées*, par Bonati; *Myrsinacées*, par J. Pitard], de la *Flore générale de l'Indochine* publiée sous sa direction.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 19 avril 1930, autorisant l'acceptation du legs à titre universel qui lui a été consenti par M. *J.-A.-P. Dagnan-Bouveret*.

M. le **Ministre de l'Agriculture** invite l'Académie à lui présenter un de ses membres qui fera partie du Conseil d'administration de l'*École de Grignon* en remplacement de M. *Lindet* décédé.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Œuvres complètes de* Christiaan Huygens, publiées par la Société Hollandaise des sciences. Tome seizième : *Percussion. Question de l'existence et de la perceptibilité du mouvement absolu. Force centrifuge. Travaux divers de Statique et de Dynamique de* 1659 *à* 1666.

2° *Recueil d'exposés sur les ondes et corpuscules*, par Louis de Broglie.

3° Conservatoire national des Arts et Métiers. *Conférences d'actualités scientifiques et industrielles*. Année 1929.

4° *Introduction à de nouvelles recherches de Morphologie comparée sur l'aile des Insectes*, par M.-P. Vignon. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

5° *Liste des publications se rapportant à la Chimie et aux sciences annexes. (Avec indication des abréviations employées par* Chimie et Industrie, *de la périodicité et des bibliothèques de Paris dans lesquelles on peut consulter ces publications.)* (Présenté par M. C. Matignon.)

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Congruences* W *ayant le long des rayons correspondants même complexe linéaire osculateur.* Note de M. **S. Finikoff**.

1. Adoptons les notations de ma Note *Sur les congruences de M. Goursat* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1367) et soient (x, y), (X, Y) deux rayons correspondants des deux congruences W en jeu. En introduisant les coordonnées linéaires locales r_{ik} par rapport au tétraèdre $(xyXY)$, l'équation du complexe linéaire osculateur à la congruence (x, y) a la forme

$$\rho r_{13} - Q_1 r_{42} + (Q_1 q - \rho q_1) r_{34} = 0.$$

Comme le complexe contient le rayon (X, Y) ainsi que les rayons infiniment voisins du premier et du second ordre, nous avons, en excluant le cas des congruences appartenant à un même complexe linéaire.

$$Q_1 q - \rho q_1 = 0, \qquad S = S_1 = N = N_1 = 0. \tag{1}$$

Les quatre dernières équations (1) expriment que *les foyers de chacune de nos congruences sont dans les plans focaux de l'autre, de sorte que les sommets du quadrilatère gauche* (xyXY) *sont les foyers des congruences engendrées par ses arêtes. Quant à la première équation* (1), *elle exprime la correspondance des développables des congruences* (x, X) *et* (Y, y). Or, dans la configuration H de quatre congruences telles que deux congruences contiguës aient en commun une nappe focale, si une congruence est W, la congruence opposée l'est aussi et les développables des deux autres se correspondent; le système (1) existe donc, à moins que M ne soit égal à M_1, ce qui signifierait que les quatre congruences soient congruences W dans la relation du théorème de permutabilité de Bianchi.

2. En vertu des équations fondamentales de la théorie des congruences [à savoir les conditions d'intégrabilité du système (1) de ma Note citée] les équations (1) donnent pour q, q_1, p, p_1 les valeurs

$$q^2 = Q\rho, \qquad q_1^2 = Q_1\sigma, \qquad p_1 q - p\rho = q_u + \rho_v;$$

Il en résulte que les congruences (x, X) et (y, Y) ont deux familles de développables confondues. Les foyers étant distincts, chaque congruence dégénère en la famille des génératrices d'une surface gauche qui coïncide d'ailleurs avec chaque nappe de la surface focale. *La congruence* (x, y) *est une congruence* W *arbitraire ayant comme nappes de la surface focale deux surfaces gauches dont les génératrices rectilignes se correspondent* (*congruence de M. Segre*); *il en est de même pour la congruence* (X, Y), *la surface focale étant la même, les foyers des rayons homologues* (x, y) *et* (X, Y) *étant situés sur les mêmes génératrices. Les congruences de M. Segre sont donc les seules touchées suivant* ∞^1 *rayons par chaque complexe linéaire osculateur.*

3. En revenant à la configuration H générale contenant des congruences W nous voyons qu'elle en contient toujours deux et toutes les deux appartiennent à un complexe linéaire, à moins qu'il ne s'agisse d'une configuration de Bianchi. Comme le couple de congruences stratifiables est un cas particulier de la configuration H, avec la condition $M + M_1 = 0$, et que l'équation $M = 0$ caractérise le couple stratifiable conjugué contenant deux congruences R, nous obtenons le théorème : *Les congruences* R, *les congruences d'un complexe linéaire et les congruences de M. Segre sont les seules congruences* W *stratifiables.* La congruence de M. Segre fait un couple stratifiable avec elle-même. Une configuration H étant donnée, il existe deux familles de ∞^2 quadriques dont quatre points caractéristiques coïncident avec les sommets du quadrilatère H; les quatre autres points carac-

téristiques, s'ils ne se confondent pas, déterminent deux nouvelles configurations H_1 et H_{-1}. *Si les configurations* H *et* H_1 *contiennent des congruences* R, *chaque configuration de la suite...* $H_{-2}, H_{-1}, H, H_1, H_2, \ldots$ *en contient aussi.*

4. Je saisis l'occasion pour corriger ma Note citée. L'équation qui détermine les congruences de M. Fubini doit être écrite

$$(\log Q^3 \rho)_u (\log Q_1 \sigma)_v = \log(Q \rho^3)_v (\log Q_1 \sigma^3)_u.$$

Il en résulte que chaque congruence d'un complexe linéaire est congruence de Fubini. La congruence R est congruence de Fubini si $\sigma = f(\rho)$. Quatre congruences successives d'une suite de Laplace étant congruences de Fubini, chaque congruence de la suite l'est aussi.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur certaines classes de surfaces de l'espace euclidien à trois dimensions.* Note de M. **Georges Bouligand.**

I. M. G. Durand a mis en évidence [1], par un exemple, la possibilité pour l'aire $S(\rho)$ du système des surfaces, lieu des points ρ-distants d'un ensemble borné E, d'être fonction discontinue de ρ, pour une valeur telle que l'ensemble ouvert E_ρ des points distants de E de moins de ρ ait une partie de sa frontière de mesure non nulle et non frontière extérieure. L'attention se portant occasionnellement vers de tels points de la frontière, j'ai justifié cette prévision de M. G. Durand : *tout point frontière de* E_ρ, *non situé sur la frontière extérieure, est point de multifurcation*. J'ai prouvé en outre que *tout point de la frontière extérieure, est limite de points ordinaires.*

Puis j'ai repris le problème P : *les points de multifurcation, sur la frontière extérieure* F de E_ρ, *forment-ils un ensemble de mesure nulle ?* Ce problème, que j'avais posé antérieurement [2], a conduit M. G. Durand à une étude profonde des divers genres de points de multifurcation et à la mise en évidence de cas très complexes qui lui ont suggéré, comme sauvegarde, la notion de *convergence normale* de sa Note citée. Indépendamment de cette notion, j'ai obtenu ce résultat : P se résout affirmativement quand est réa-

---

(1) G. Durand, *Points ordinaires et points singuliers des enveloppes de sphères* (*Comptes rendus*, **190**, 1930, note au bas de la page 572).

(2) G. Bouligand, *Ensembles impropres et nombre dimensionnel* (*Bull. des Sc. math.*, 2e série, **52**, 1928, p. 372). Pour les points de multifurcation non situés sur la frontière extérieure de E_ρ, l'exemple de M. G. Durand montre que P peut se résoudre négativement.

lisée cette hypothèse H : il existe en chaque point de F un cône droit à base circulaire ne contenant aucun point de E_ρ. Je montre d'abord que le voisinage d'un point de F est alors *régulier*, c'est-à-dire, pour un certain choix d'axes, peut se représenter par $z=f(xy)$ où f est à nombres dérivés bornés. Du lemme de Borel-Lebesgue et du fait que les portions de surface, en nombre fini, recouvrant F, sont rectifiables, découle finalement le résultat.

L'hypothèse H étant toujours réalisée à partir d'une valeur de ρ qu'on peut prendre, avec M. G. Durand, égale au diamètre de E, on peut transformer le problème P. Regardons E comme la réunion d'ensembles, en nombre fini et de diamètre $<\rho$. Tout point de la frontière F relative à E est sur l'une des frontières extérieures obtenues de même pour les ensembles partiels. Sur la réunion de toutes ces frontières, les points qui sont de multifurcation pour l'une d'elles forment un ensemble de mesure nulle. Lorsque l'ensemble total des points, communs à deux d'entre elles et qui sont ordinaires pour l'une et l'autre, peut être reconnu de mesure nulle, P se résout affirmativement, l'ensemble de l'énoncé étant dans un autre de mesure nulle. Or, en un point commun à deux frontières partielles F' et F'', ordinaire pour chacune : ou les plans tangents sont distincts, H se réalise sur la frontière de réunion (F', F'') et le point a son voisinage régulier sur (F', F''); ou ils coïncident et, la conclusion tombant, on voit naître une éventualité en vertu de laquelle P peut se résoudre négativement. *Exemple* (commun avec M. G. Durand) : E comprend, dans deux faces opposées d'un cube d'arête $2\rho_0$, deux ensembles discontinus de mesure positive, identiques à la translation près superposant ces faces; une discontinuité de $S(\rho)$ se présente pour $\rho=\rho_0$.

II. Une droite D, passant au point A d'accumulation de l'ensemble E, appartient au *paratingent* Π_A de E en A, si E contient deux suites de points P_i et Q_i distincts, tels que les droites P_iQ_i tendent vers D pour i infini. Si Π_A découpe sur la sphère de centre A soit au moins un domaine, soit la totalité de cette sphère, on dit que A est *hyperlimite*, soit partiel, soit total. Vu que Π_A est fermé, si E n'a pas de point hyperlimite total, en prenant pour $z'z$ en un point A du dérivé E' une direction du complémentaire de Π_A, on met en correspondance biunivoque un voisinage de A sur E et sa projection sur le plan de xy. Soit E fermé; on peut le recouvrir d'un nombre fini de cylindres droits, tels qu'une parallèle aux génératrices de l'un d'eux, le traversant, contienne à son intérieur au plus un point de E. La locution : *surface dépourvue de points hyperlimites totaux* a donc par elle-même un sens précis et désigne la réunion de morceaux représentables sous la forme $z=f(x,y)$

et à pentes bornées (¹). Partant de là, je montre qu'*en l'absence complète de points hyperlimites, la surface a partout un plan tangent.* Je donne ainsi une base intrinsèque et indépendante de la théorie des dérivées à un résultat qui fit l'objet de tentatives géométriques (²).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les valeurs exceptionnelles d'une fonction méromorphe dans tout le plan.* Note (³) de M. **Henri Cartan**.

Je me propose de préciser et d'étendre aux fonctions méromorphes d'ordre infini un théorème de M. Collingwood (⁴) relatif aux fonctions d'ordre fini. Je vais établir la proposition suivante :

Théorème. — *Soient $y = f(x)$ une fonction méromorphe dans tout le plan, $x = g(y)$ la fonction inverse, et a un nombre complexe* (⁵) *tel que les points critiques de $g(y)$ soient tous à une distance de a supérieure à un nombre fixe. On a alors*

(1) $$\overline{\lim_{r\to\infty}} \frac{\mathrm{T}(r) - \mathrm{N}(r, a)}{\log \mathrm{T}(r)} \leqq 1 \quad (^6),$$

à condition d'exclure des valeurs de r qui remplissent des intervalles $\mathrm{I}(r)$ *dans lesquels la variation totale de* $\log r$ *est finie* (intervalles qui ne dépendent pas de la valeur a considérée). *Si $f(x)$ est d'ordre fini* (⁷) ρ, *on a, sans intervalles exceptionnels,*

(1)′ $$\overline{\lim_{r\to\infty}} \frac{\mathrm{T}(r) - \mathrm{N}(r, a)}{\rho \log r} \leqq 1.$$

Démonstration. — Il existe par hypothèse un nombre positif k, tel que,

---

(¹) Ces indications renforcent divers énoncés de mon Mémoire *Sur quelques points de Topologie restreinte* (*Bull. Soc. math.*, 56, 1928, p. 32 à 34).

(²) Rouché et Comberousse, *Géométrie*, 2, 5ᵉ édition, 1883, p. 224.

(³) Séance du 23 avril 1930.

(⁴) *Sur les valeurs exceptionnelles des fonctions entières d'ordre fini* (*Comptes rendus*, 179, 1924, p. 1125).

(⁵) Nous supposons qu'il existe un tel nombre; on connaît des fonctions $f(x)$ pour lesquelles il n'en existe pas.

(⁶) Nous utilisons les notations de M. Nevanlinna; lorsque aucune confusion n'est possible, nous écrivons $\mathrm{T}(r)$ au lieu de $\mathrm{T}(r, f)$.

(⁷) Dans ce cas, $g(y)$ n'a qu'un nombre fini de points critiques transcendants. Il suffit donc de supposer que a n'est pas une valeur asymptotique, ni un point d'accumulation de points critiques algébriques.

si l'inégalité

$$|y-a|<k$$

est vérifiée, toutes les branches $g_n(y)$ de la fonction inverse $g(y)$ sont holomorphes et uniformes; les $g_n(y)$ sont d'ailleurs univalentes et ne s'annulent pas (sauf une peut-être). La théorie des fonctions univalentes montre que l'on a

$$\log\left|\frac{g_n(a)}{g_n(y)}\right|<\mathrm{K}u \qquad \left(\mathrm{K}\text{ fixe, } u=|y-a|<\frac{k}{2}\right),$$

d'où

$$(2) \qquad \mathrm{N}(r,y)-\mathrm{N}(r,a)=\sum_1^\infty\left(\overset{+}{\log}\frac{r}{|g_n(y)|}-\overset{+}{\log}\frac{r}{|g_n(a)|}\right)<\mathrm{K}u\,n(r,y),$$

$n(r,y)$ désignant le nombre des zéros de $f(x)-y$, de modules inférieurs à r. On a d'autre part ([1])

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{N}(r,a+ue^{i\theta})\,d\theta=\mathrm{T}\left(r,\frac{f-a}{u}\right)-\overset{+}{\log}\frac{|f(0)-a|}{u},$$

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}n(r,a+ue^{i\theta})\,d\theta=t\left(r,\frac{f-a}{u}\right).$$

Remplaçons y par $a+ue^{i\theta}$ dans (2) et intégrons; il vient

$$\mathrm{T}\left(r,\frac{f-a}{u}\right)-\mathrm{N}(r,a)<\overset{+}{\log}\frac{|f(0)-a|}{u}+\mathrm{K}ut\left(r,\frac{f-a}{u}\right),$$

d'où

$$(3) \qquad \mathrm{T}(r,f)-\mathrm{N}(r,a)<\mathrm{K}_1+\overset{+}{\log}\frac{1}{u}+\mathrm{K}ut\left(r,\frac{f-a}{u}\right).$$

Mais, comme $t\left(r,\frac{f-a}{u}\right)$ est une fonction croissante de r, on a

$$t\left(r,\frac{f-a}{u}\right)=r\frac{d\mathrm{T}\left(r,\frac{f-a}{u}\right)}{dr}\leqq\frac{\mathrm{T}\left(r',\frac{f-a}{u}\right)-\mathrm{T}\left(r,\frac{f-a}{u}\right)}{\log r'-\log r},$$

$$(4) \qquad t\left(r,\frac{f-a}{u}\right)<\frac{\mathrm{K}_2+\overset{+}{\log}\frac{1}{u}+\mathrm{T}(r',f)-\mathrm{T}(r,f)}{\log r'-\log r}.$$

([1]) Voir deux de mes Notes antérieures (*Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 521 et 625).

1° *Cas où $f(x)$ est d'ordre fini ρ.* — ε étant positif arbitraire, on a

$$T(r) < \left(\frac{r}{2}\right)^{\rho+\varepsilon}$$

si r est assez grand.

Dans (4), puis (3), prenons $r' = 2r$, $u = \frac{1}{r^{\rho+\varepsilon}}$. Il vient

$$T(r) - N(r, a) < K' + (\rho + \varepsilon)\log r,$$

ce qui établit l'inégalité (1′).

2° *Cas général :*

Lemme ([1]). — $T(r)$ *étant une fonction croissante, on a*

$$T\left(r e^{\frac{1}{T(r)}}\right) < T(r) + [\log T(r)]^{\alpha} \qquad (\alpha > 1),$$

si r est extérieur à des intervalles $I(r)$ dans lesquels la variation totale de $\log r$ est finie.

Dans (4), puis (3), prenons $r' = r e^{\frac{1}{T(r)}}$, $u = \frac{1}{T(r)[\log T(r)]^{\alpha}}$. Il vient

$$T(r) - N(r, a) < K' + \log T(r) + \alpha \log\log T(r),$$

d'où l'inégalité (1).

THÉORIE DES GROUPES. — *Le troisième théorème fondamental de Lie.* Note de M. **Élie Cartan.**

Je me propose de montrer, en m'appuyant sur les résultats d'une Note précédente ([2]), qu'à toute structure infinitésimale *non intégrable* correspond un groupe de transformations opérant d'une manière partout régulière dans une variété convenablement choisie.

Tout groupe non intégrable G d'ordre r admet un plus grand sous-groupe invariant intégrable Γ ([3]); de plus, on peut supposer choisie la base infinitésimale du groupe de manière que les ρ dernières transformations infinitésimales $Y_1 f, \ldots, Y_\rho f$ engendrent Γ, les $r - \rho$ premières $X_1 f, \ldots, X_{r-\rho} f$

([1]) J'établirai ce lemme dans un autre travail.

([2]) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 914-916.

([3]) E. Cartan, *Thèse* (Paris, Nony, 1894, p. 97-98).

engendrant un *sous-groupe* g, nécessairement semi-simple, de G [1]. Les équations de structure prennent alors la forme

$$(1)\qquad \omega'_s = \sum_{i,j}^{1,\ldots,r-\rho} a_{ijs}[\omega_i\omega_j] \qquad (s=1,\ \ldots,\ r-\rho),$$

$$(2)\qquad \varpi'_\alpha = \sum_{\beta,\gamma}^{1,\ldots,\rho} c_{\beta\gamma\alpha}[\varpi_\beta\varpi_\gamma] + \sum_{k=1}^{k=r-\rho}\sum_{\lambda=1}^{\lambda=\rho} b_{k\lambda\alpha}[\omega_k\varpi_\lambda] \qquad (\alpha=1,\ \ldots,\ \rho).$$

Le sous-groupe engendré par les $X_s f$ n'admettant aucune transformation infinitésimale distinguée, la première démonstration donnée par S. Lie du troisième théorème fondamental est applicable, et il existe un groupe g, qu'on peut supposer simplement connexe, partout régulier, correspondant aux constantes de structure a_{ijs}. Au voisinage de chaque transformation de g, on peut introduire des paramètres locaux ξ_i tels que les ω_s soient des formes de Pfaff linéairement indépendantes par rapport aux $d\xi_i$.

Les coefficients $b_{k\lambda\alpha}$ des formules (2) sont les coefficients des transformations infinitésimales d'un groupe linéaire $\bar{g}$ isomorphe de g, celui qui indique comment g transforme entre elles les transformations infinitésimales de Γ. Soient

$$u'_\alpha = \sum_\lambda A_{\alpha\lambda}(\xi)\, u_\lambda$$

les équations de la substitution linéaire de $\bar{g}$ qui correspond à la transformation S_ξ de g; les $A_{\alpha\lambda}$ sont des fonctions partout régulières dans la variété de g. En posant

$$(3)\qquad \bar{\varpi}_\alpha = \sum_\lambda A_{\alpha\lambda}(\xi)\,\varpi_\lambda,$$

on montre facilement que les équations (2) se réduisent à

$$(2')\qquad \bar{\varpi}'_\alpha = \sum_{\beta,\gamma}^{1,\ldots,\rho} c_{\beta\gamma\alpha}[\bar{\varpi}_\beta\bar{\varpi}_\gamma],$$

c'est-à-dire aux équations de structure du groupe intégrable Γ [2].

---

[1] E.-E. Levi, *Sulla struttura dei gruppi finiti e continui* (*Atti Accad. Torino*, **40**, 1905, p. 3-17).

[2] Cf. E. Cartan, *Sur la structure des groupes infinis de transformations* (*Ann. Éc. Norm.*, **21**, 1905, p. 220-223).

Les équations (2') peuvent être intégrées en prenant

$$\overline{\varpi}_\alpha = \sum_\lambda P_{\alpha\lambda}(u_1, \ldots, u_\rho)\, du_\lambda,$$

les $P_{\alpha\lambda}$ étant des fonctions analytiques entières de $u_1, \ldots, u_\rho$.

Cela posé, on aura le groupe des paramètres de G en intégrant les équations

$$\omega_s(\xi'; d\xi') = \omega_s(\xi; d\xi), \tag{4}$$

$$\varpi_\alpha(\xi', u'; du') = \varpi_\alpha(\xi, u; du). \tag{5}$$

Les équations (4) fournissent le groupe des paramètres de g

$$S_{\xi'} = S_b S_\xi. \tag{6}$$

Quant aux équations (5), elles s'écrivent, en tenant compte de (3) et (6),

$$\overline{\varpi}_\alpha(u'; du') = \sum_\lambda A_{\alpha\lambda}(b)\overline{\varpi}_\alpha(u; du).$$

D'après les propriétés analytiques des formes $\overline{\varpi}_\alpha$ [1], ces équations peuvent être résolues successivement par rapport à $du'_1, du'_2, \ldots, du'_\rho$, et elles donnent de proche en proche pour les u'_α des fonctions des b_i, des u_α et de ρ paramètres a_α qui sont, pour chaque point (b) de la variété de g, *analytiques et entières* par rapport aux u_α et a_α. Cela démontre l'existence effective d'un groupe G partout régulier dont la variété peut être regardée comme le produit topologique de la variété du groupe semi-simple g et de l'espace euclidien à ρ dimensions.

En s'appuyant sur le théorème général qui vient d'être démontré, on obtient le curieux théorème suivant :

Si un groupe de Lie simplement connexe n'admet pas de transformation infinitésimale distinguée, et s'il existe dans la variété de ce groupe une intégrale double de différentielle exacte dont l'élément différentiel soit invariant par l'un des groupes des paramètres, cette intégrale n'admet aucune période.

---

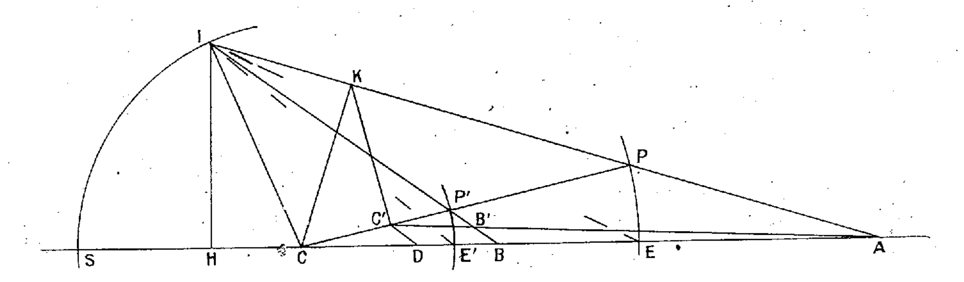
(1) Voir la Note précédemment rappelée des *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 915.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE. — *L'astigmatisme du pinceau réfracté par un dioptre sphérique.* Note (¹) de M. **Marcel Dufour**, transmise par M. Pierre Weiss.

L'usage des verres correcteurs donnant des images ponctuelles se répandant de plus en plus, il est désirable que les oculistes et les opticiens sans connaissances mathématiques étendues puissent se rendre compte du rôle optique de ces verres. J'ai montré que l'on obtenait par des considérations très simples les équations de Sturm (²),

$$\frac{n}{b} = \frac{1}{a} + \frac{n\cos i' - \cos i}{R} = \frac{1}{a} + \frac{\sin(i-i')}{R\sin i'} \quad \text{et} \quad \frac{n\cos^2 i'}{b'} = \frac{\cos^2 i}{a} + \frac{\sin(i-i')}{R\sin i'}.$$

Soient IA un rayon lumineux rencontrant en I le dioptre sphérique de rayon R et d'indice n, P l'intersection du rayon incident avec une circonférence auxiliaire, de centre C et de rayon nR, et P′ l'intersection de la droite CP avec la circonférence auxiliaire de centre C et de rayon R/n :



le rayon réfracté est IP′B (³), E et E′, points d'intersection de l'axe SC avec les deux circonférences auxiliaires, sont les points stigmatiques du dioptre. L'angle CPI est égal à l'angle de réfraction i', et l'angle CP′I est égal à l'angle d'incidence i.

(¹) Séance du 23 avril 1930.

(²) M. Dufour, *Le pinceau astigmate et les trois équations de Sturm* (*Bull. et Mém. de la Soc. f. d'Opht.*, **42**, 1929, p. 187, et *Ann. d'Oc.*, **166**, 1929, p. 880).

(³) Cette construction, appelée en Allemagne construction de Weierstrass (W. Hinrichs, *Einführung in die geometrische Optik*, Leipzig, 1911), avait déjà, d'après M. Tscherning, été indiquée par Young [M. Tscherning, *La Théorie de Gauss appliquée à la réfraction par incidence oblique* (*Det kgl. Danske Vidensk. Selskab. Math. fys. Medd.*, **1**, 1919, p. 15)].

On peut déterminer les points focaux B et B' par la construction de Lissajous en prenant pour axes IA et IB. Le centre de projection relatif à B est C, et le centre de projection C' relatif à B' doit être sur la ligne CP puisque B et B' se confondent si la source lumineuse est en P. On sait trouver C' en menant la droite CK perpendiculaire à OA, puis la perpendiculaire KC' à CP. Par suite, $CC' = R \sin i \sin i'$ ou, si i et i' sont infiniment petits, $CC' = R i i'$.

Pour calculer la distance BB' des deux points focaux, menons C'D parallèle à IB. Nous avons

$$BB' = \frac{BA}{DA} DC' = \frac{BA}{DA} \frac{\sin DCC'}{\sin CDC'} CC'.$$

Si la distance $h = HI$ du point d'incidence à l'axe SCBA est infiniment petite du premier ordre, BB', CC' et C'D sont des infiniment petits du second ordre. Le rapport $\frac{BA}{DA}$ a pour limite $\frac{BA}{CA} = \frac{a-b}{a-R}$.

Nous pouvons écrire

$$\frac{BA}{CA} = \frac{\frac{h}{b} - \frac{h}{a}}{\frac{h}{R} - \frac{h}{a}} \frac{b}{R} = \frac{i - i'}{i} \frac{b}{R} = \frac{n-1}{n} \frac{b}{R}.$$

D'autre part la limite du rapport $\frac{\sin DCC'}{\sin CDC'}$ est

$$\frac{DCC'}{CDC'} = \frac{ECP}{EIP} \frac{EIP}{CDC'} = \frac{1}{\frac{h}{b}} \lim \frac{ECP}{EIP} EIP = \frac{b}{h} \frac{n+1}{n} \omega,$$

en désignant par ω l'angle EIP que fait le rayon incident avec la droite IE qui passe par le point stigmatique objet E.

Donc

$$BB' = \left(\frac{n-1}{n} \frac{b}{R}\right) \left(\frac{n+1}{n} \frac{b}{h} \omega\right) R i i'.$$

Nous avons $i = n i'$ et $\omega = n \omega'$, ω' étant l'angle du rayon réfracté avec la droite IE' qui passe par le point stigmatique image.

L'astigmatisme du pinceau réfracté est défini par la différence $\frac{n}{b'} - \frac{n}{b}$ ou $n \frac{BB'}{b^2}$, si h est infiniment petit, et nous obtenons

$$n \frac{BB'}{b^2} = - \frac{n^2 - 1}{n^2} \frac{i^2 \omega}{h} = n (n^2 - 1) \frac{i'^2 \omega'}{h}.$$

En remplaçant i et ω par les valeurs

$$h\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{a}\right) \quad \text{et} \quad h\left(\frac{1}{(m+1)R}-\frac{1}{a}\right),$$

on retrouve la forme habituelle (¹).

OPTIQUE. — *Sur les groupes de résonance de la vapeur diatomique de soufre.* Note (²) de M. **P. Swings**, présentée par M. M. de Broglie.

Nous avons indiqué (³) qu'une méthode élaborée en vue d'une étude plus approfondie du spectre de résonance du soufre nous permettait d'étudier à grande dispersion la structure des groupes de résonance. Dans la seconde Note citée, nous faisions remarquer la grande complexité de ces groupes et donnions le tableau des longueurs d'onde des raies constituant le treizième groupe complexe positif, excité par la raie 3132 Hg.

En vue d'arriver à une explication de ces multiplets de résonance, nous avons étudié à grande dispersion le voisinage des raies 3132 et 3126 Hg qui donnent les séries les plus intenses. La raie 3132 est un doublet dont les deux composantes E_1 et E_2 diffèrent de 2,9 cm^{-1}. Appelons $\Delta\nu$ les différences entre les fréquences des raies observées dans le spectre de résonance et la fréquence de la composante E_1 de plus grande longueur d'onde dans 3132 Hg.

Si, en partant de la valeur trouvée par Henri et Teves pour le moment d'inertie de la molécule diatomique de soufre, on calcule l'écartement $\Delta'\nu$ des composantes des doublets de rotation dans le spectre de résonance, on trouve en cm^{-1}

(1) $$\Delta'\nu = 8{,}1 . m \text{ environ},$$

m étant le nombre quantique de la rotation de la molécule excitée. Comme le montre le tableau suivant, il est possible d'attribuer les 27 raies observées au voisinage de 3132 et 3126 — sauf les raies marquées A dans le tableau — soit à E_1, soit à E_2, soit à $E_3 = 3126$, de manière à vérifier la formule (1).

(¹) Un Mémoire plus étendu sera publié dans un autre Recueil.

(²) Séance du 17 février 1930.

(³) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 982; *Bulletin de l'Académie polonaise des Sciences et des Lettres, Classe des Sciences*, série A, **10**, décembre 1929, p. 616-620.

$\Delta\nu$ +	Intensités.	Attribution.	m.	$\frac{\Delta\nu}{m}$.	$\Delta\nu$ —	Intensités.	Attribution.	m.	$\frac{\Delta\nu}{m}$.
81,8....	1	E_1	10	8,2	2,9....	20	HgE_2	-	-
80......	2	E_2	10	8,3	9,4....	2	A (9,4 et 11,1)	-	-
41,5....	3	E_1	5	8,2	11,1....	2			
32,6....	1	E_1	4	8,1	15,6....	5	E_1	2	7,8
28,6....	1	E_2	4	7,9	19,3....	2	E_2	2	8,2
24,6....	1	E_1	3	8,2	22,5....	2	E_3	5	8,1
20,2....	5	E_2	3	7,7	25,6....	3	E_1	3	8,5
18,8....	1	A (18,8 et 17,1)	-	-	28,3....	2	E_2	3	8,4
17,1....	1				30,6....	5	E_3	4	8,1
13,2....	6	E_2	2	8,05	32,4....	2	A (32,4 et 34,1)	-	-
11,8....	1	A (11,8 et 9,9)	-	-	34,1....	2			
9,9....	1				63......	20	HgE_3	-	-
8.....	3	E_1	1	8	79......	1	E_3	2	8
5,5....	1	E_2	1	8,4	86......	5	E_3	3	7,7
0......	20	HgE_1	-	-	87,5....	2	E_1 ou E_2	-	-

La valeur moyenne de $\frac{\Delta\nu}{m}$ est 8,07. Remarquons que les raies marquées A constituent des doublets d'écartement 1,7 cm^{-1} et dont les composantes sont d'égale intensité. Il est impossible de faire rentrer certains de ces doublets dans les groupements. On les retrouve dans de nombreux autres groupes de résonance, l'écartement restant toujours environ 1,7 cm^{-1}. Nous n'en avons jusqu'ici aucune explication satisfaisante.

Si l'on excepte les doublets A, on peut de même décomposer les autres groupes de résonance en doublets de rotation, vérifiant la formule (1); les calculs ont été faits notamment pour le premier groupe dû à 3132 et 3126 et pour le troisième groupe dû à 2968.

Il semble bien en résulter que, à part les doublets A, la complexité des groupes de résonance du soufre soit due à la superposition de plusieurs termes de rotation, de nombres quantiques différents. Il est probable que la raie excitatrice recouvre plusieurs raies d'absorption correspondant à des états de rotation différents. La complexité ne proviendrait donc pas d'une structure moléculaire complexe, mais de l'excitation de molécules de rotations différentes.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Du rôle des non-électrolytes dans la stabilité des milieux biologiques*. Note (¹) de M. **Maurice Piettre**, présentée par M. Achard.

Nous avons montré (²) d'une part que l'addition, même à faible concentration, de sels neutres rend très difficile sinon impossible la séparation des protéines sériques par la *méthode à l'acétone*, d'autre part que les propriétés physico-chimiques de ces protéines dépendent essentiellement de l'activité électrique des électrolytes adsorbés par elles.

Ce nouveau travail a pour but de rechercher dans quelle mesure s'exerce cette influence des électrolytes et jusqu'à quel point elle rend compte de la stabilité des milieux biologiques et en particulier du sérum sanguin.

I. On sait que, par la dialyse aqueuse et surtout par l'électrodialyse, on peut éliminer presque totalement les électrolytes d'un volume donné de sérum. M. Dhéré (³) le premier a montré que, par l'électrodialyse, la conductibilité d'un sérum de concentration 15 pour 100 en protéines peut être abaissée en quelques heures d'une conductibilité 27.10^{-6} (dialyse aqueuse) à $7,6.10^{-6}$. Ayant en vue plus spécialement les caractères des protéines sériques floculées pendant l'élimination des électrolytes nous avons eu recours, faute de ressources suffisantes, à la simple dialyse aqueuse conduite dans les conditions suivantes : septum en *cellophane* de porosité beaucoup plus régulière que le collodion, très faible épaisseur (3 à 5^{mm}) de la liqueur à dialyser, température oscillant de 1 à 3° (chambre froide), durée moyenne de 12 à 18 jours avec 6 à 8 changements d'eau. La dialyse était poussée jusqu'à ce que la dernière eau, après concentration au bain-marie, ne révèle plus que des traces de chlorures et de bases alcalines. Voici, dans cinq expériences, la totalité des électrolytes passés dans les eaux de dialyse ; les chlorures sont titrés avec le nitrate d'argent $\frac{N}{10}$, l'alcalinité à l'ébullition à l'aide de HCl $\frac{N}{10}$ en présence de rouge de méthyle comme indicateur :

(¹) Séance du 23 avril 1930.

(²) Maurice Piettre, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 1034

(³) Charles Dhéré, *Sonder-Abdruck aus der Kolloid-Zeitschrift*, 41, 1927, fasc. 3, p. 244 à 258, et *Ibid.*, fasc. 4, p. 316 à 326.

		Pour 100cm³ de sérum.	
		NaCl.	Alcalinité en NaOH $\frac{N}{10}$.
		g	cm³
Cheval	N° 1	0,627	35,6
	» 2	0,60	34,2
	» 3	0,579	32,6
Bœuf	» 1	0,596	31,79
	» 2	0,618	33,09

Le contenu des dialyseurs donnait, après centrifugation, des liqueurs sériques presque doubles des volumes primitifs de sérum, et respectivement les précipités protéidiques suivants, lavés et séchés sur vide sulfurique :

$$1^g,00 - 0^g,67 - 0,88 - 0,87 - 0,62.$$

Ces précipités ne sont pas, comme on le croit, de la sérumglobuline seule mais des mélanges variables de globuline, de « myxoprotéine » et même de sérumalbumine qu'on peut d'ailleurs éliminer par lavages et centrifugations. Ils contiennent en outre une proportion assez abondante de lipides jaunâtres, en moyenne 5,60 pour 100 de leur poids au kumagava, et plus spécialement de lipides phosphorés (0,62 pour 100 de phosphore pour le mélange des six expériences relatées plus haut).

II. Même débarrassées de ces floculats et des électrolytes, les liqueurs sériques sont *stables*, restant relativement limpides bien qu'elles contiennent encore dispersées une grande partie de globulines, plus de 75 pour 100.

Pour rompre cette stabilité, les procédés mécaniques n'ont donné aucun résultat, ni la congélation brusque suivie de réchauffement, ni la dessiccation dans le vide, etc.

Par contre, l'extraction des *lipides* nous a apporté la solution la plus heureuse. La liqueur séchée sur sulfurique, puis finement broyée, est épuisée à plusieurs reprises avec de l'éther anhydre. Si l'on reprend alors la poudre par de l'eau distillée on constate la formation d'une importante floculation ; après centrifugation, la solution aqueuse saturée d'éther donne encore un précipité mais peu abondant. On sèche à nouveau sur vide et recommence la même opération. Chaque rupture d'équilibre se traduit par une floculation, en même temps que l'éther enlève des lipides.

Dans une expérience portant sur 6g,4924 de matière sèche on a obtenu les séparations suivantes :

	Protéines floculées.	Lipides enlevés à l'éther.
	g	g
Premier traitement éthéré	1,3792	0,0452
Deuxième traitement éthéré	1,1501	0,0382
Troisième traitement éthéré	0,1632	0,0272

Ces lipides incolores se caractérisent par une extrême pauvreté en phosphore.

III. La sérumalbumine n'est cependant pas encore pure. Il faut se mettre en réaction très légèrement acide, par des essais à l'aide d'HCl $\frac{N}{100}$, pour floculer les dernières fractions de globuline (sans doute retenues en raison de la présence de traces d'électrolytes seules justiciables de l'électrodialyse).

Conclusions. — La dialyse aqueuse simple, même très poussée, ne semble pas, comme l'à établi M. Dhéré, devoir éliminer la totalité des électrolytes.

Si les électrolytes jouent un rôle important dans l'équilibre des liquides organiques, ce rôle ne dépasse cependant pas certaines limites.

Les lipides ont une influence très remarquable et dont il reste à expliquer le mécanisme physico-chimique.

Ces recherches montrent qu'il faut faire une place désormais importante aux *non-électrolytes.*

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude du système* $HgO.SO^3.H^2O$.

Note de M. **M. Paić**, présentée par M. G. Urbain.

Le système $HgO.SO^3.H^2O$ et plus particulièrement les sulfates basiques de mercure ont été l'objet de travaux nombreux, mais souvent contradictoires. Il nous a paru intéressant de reprendre leur étude en contrôlant les résultats analytiques par des radiogrammes de poudre, obtenus par la méthode de Debye et Scherrer qui donne, pour les phases cristallines, des figures caractéristiques.

Nous avons étudié les diverses phases solides qui prennent naissance à 25°, lorsqu'on fait varier l'acidité et la concentration des solutions de sulfate mercurique. De plus, quelques expériences ont été réalisées à 100°, et en tube scellé, à 250°. L'action d'un broyage à sec de l'oxyde HgO avec divers sulfates de mercure a été également étudiée.

Les résultats obtenus sont les suivants :

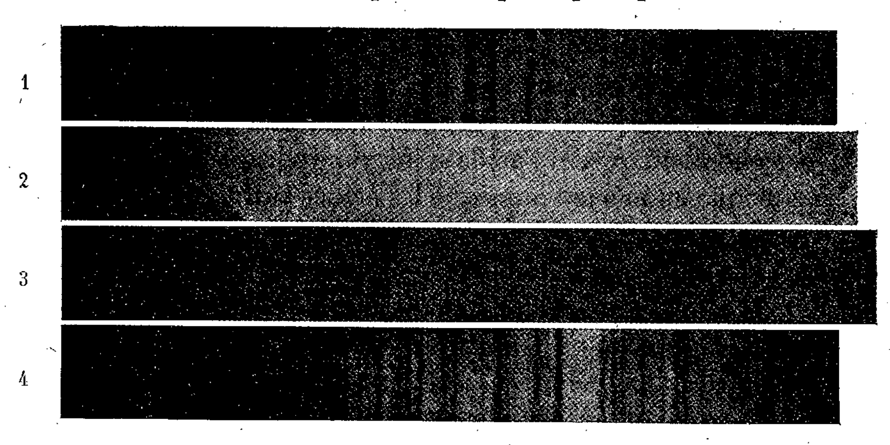
1° A 25°, on retrouve les quatre phases signalées par Hoitsema ([1]) : $3HgO.SO^3$ (turbith minéral), $3HgO.2SO^3.2H^2O$, $HgSO^4.H^2O$ et $HgSO^4$. Les radiogrammes reproduits ci-contre confirment sans ambiguïté l'existence, à cette température, des phases $3HgO.2SO^3.2H^2O$ et $HgSO^4.H^2O$, contestées par Cox ([2]).

2° Les différences de coloration que présente le turbith minéral, suivant

([1]) Hoitsema, *Zeitschr. f. phys. Chem.*, 17, 1895, p. 657.

([2]) Cox, *Zeitschr. f. allg. und anorg. Chem.*, 40, 1904, p. 146.

le mode opératoire, proviennent de la grosseur des cristaux : la teinte jaune orangée de ceux-ci est d'autant plus vive que le précipité est mieux cristallisé.



1. $3\,HgO.SO^3$. — 2. $3\,HgO.2\,SO^3.2H^2O$. — 3. $HgSO^4.H^2O$. — 4. $HgSO^4$.

L'analyse chimique et les radiogrammes montrent qu'il s'agit d'une seule phase solide, répondant à la formule $3\,HgO.SO^3$.

Les conclusions de Ray [1] en ce qui concerne l'existence de deux modifications α et β d'un sel $3HgO.SO^3.\frac{1}{2}H^2O$ ne sauraient donc être retenues.

3° Le composé $4HgO.SO^3$, signalé par Athanasesco [2], s'identifie également avec le turbith minéral, mais les cristaux qui prennent naissance à 250°, en tube scellé, avec ou sans acide nitrique, donnent des cristaux visibles à l'œil nu et présentent de ce fait une teinte très vive.

4° Nous avons pu reproduire le composé $3HgO.SO^3$ par simple broyage à sec d'un mélange de $HgSO^4$ ou de $3HgO.2SO^3.2H^2O$ avec l'oxyde de mercure.

5° Le sel $3HgO.4SO^3$, signalé par Hopkins [3], n'est autre que le sulfate mercurique $HgSO^4$.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage du cyanogène total dans les eaux de cokerie*. Note de MM. A. Travers et Avenet, présentée par M. Matignon.

Les eaux résiduaires de cokerie renferment du cyanogène sous forme de cyanures et de sulfocyanures ; en raison de la présence de fer dans ces eaux, on ne trouve pas en général de ferrocyanures *solubles*.

---

(1) Ray, *J. of Chem. Soc.*, 71, 1897, p. 1097.
(2) Athanasesco, *Comptes rendus*, 103, 1886, p. 272.
(3) Hopkins, *Am. J. of Sc.*, 18, 1830, p. 364.

La présence de nombreux anions dans ces eaux ne permet pas le dosage argentimétrique direct. La distillation en présence d'acide sulfurique dilué fournit bien de l'acide cyanhydrique, mais donne en même temps du gaz sulfureux, de l'acide sulfhydrique, etc.; de plus l'acide sulfocyanhydrique subit une décomposition complexe et incomplète avec formation en particulier d'acide cyanhydrique et d'hydrogène sulfuré.

Nous avons cherché à oxyder l'acide sulfocyanhydrique en acides cyanhydrique et sulfurique en même temps que les acides sulfureux, sulfhydrique, hyposulfureux, etc.

L'eau oxyénée ordinaire, le perhydrol lui-même employé en excès, n'oxydent qu'incomplètement les sulfocyanures en milieu acide, et ne touchent pas aux cyanures.

En employant l'eau oxygénée *à l'état naissant*, en milieu alcalin [addition de peroxyde de sodium en excès, par petites portions, dans la solution refroidie ([1]) à température inférieure à 0°], on rend l'oxydation complète et rapide (une dizaine de minutes); on distille ensuite sur l'acide sulfurique dilué; on recueille ainsi dans la potasse l'acide cyanhydrique provenant à la fois des cyanures et des sulfocyanures, on titre ensuite le cyanure en milieu ammoniacal, par la méthode argentimétrique (KI indicateur).

Les phénols présents dans les eaux résiduaires (4 à 5g par litre), et qui passent dans le distillat, ne sont pas gênants.

On obtient ainsi avec une précision dépassant le $\frac{1}{100}$ le cyanogène total.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les acidylhydrazides optiquement actifs et leur emploi pour la séparation en antipodes optiques des aldéhydes et des cétones racémiques.* Note ([2]) de M. **Sébastien Sabetay**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons exprimé ([3]) l'opinion que la différence dans la nuance de l'odeur entre les ionones synthétiques et l'irone pouvait provenir non seulement de la position de la double liaison, mais aussi de l'activité optique de l'irone, produit naturel, les ionones, produits de synthèse, étant racémiques et aucun essai n'ayant été entrepris pour leur séparation en antipodes optiques. La β-ionone, signalée pour la première fois dans un pro-

([1]) Il faut éviter la décomposition visible de H^2O^2..

([2]) Séance du 23 avril 1930.

([3]) S. Sabetay, *Bull. Soc. ch.*, 4e série, 45, 1929, p. 1169.

duit naturel [1] (l'essence concrète de *Boronia megastigma*), a été trouvée inactive, ce qui n'a rien de surprenant puisqu'elle ne possède pas de carbone asymétrique. Par contre il en existe un dans l'α-ionone. En vue de sa séparation en antipodes, nous avons recouru aux monohydrazides optiquement actifs dont le groupement libre NH^2 est susceptible de donner, avec les aldéhydes et les cétones, des combinaisons facilement purifiables d'où l'on peut régénérer les corps de départ. Au point de vue odeur ce problème présente un très grand intérêt, peu de cas étant connus [2] où l'on a démontré que l'odeur peut dépendre de l'asymétrie moléculaire comme il a été établi à plusieurs reprises pour l'action physiologique.

Nous avions en cours le dédoublement du citronellal racémique, de l'α-ionome et de l'aldéhyde hydratropique, et bien que nos essais ne soient pas terminés nous tenons à les exposer brièvement, Mario Betti venant de publier [3] une nouvelle méthode de dédoublement d'aldéhydes racémiques. Par action du β-naphtol sur le benzaldéhyde et l'ammoniaque, il prépare le 1-(α-aminobenzyl)-naphtol-2 $C^6H^5CH(NH^2)(C^{10}H^{10}OH)$ qu'il dédouble ensuite au moyen de l'acide tartrique. La base libre, active, est engagée avec les aldéhydes racémiques dans des combinaisons

$$C^6H^5CH(N=CHR)(C^{10}H^6OH),$$

facilement purifiables qui conduisent sans difficulté aux isomères actifs. C'est ainsi que M. Betti dédoubla l'aldéhyde paraméthoxyhydratropique et annonce en outre des travaux en cours sur le dédoublement du citronellal racémique, de l'aldéhyde glycérique, etc.

Nous avons cru préférable de préparer un agent de dédoublement des aldéhydes et des cétones à partir d'un produit naturel déjà optiquement actif et dont le prix permette la préparation de n'importe quelle quantité. L'acide *d*-citronellique produit courant, qu'on prépare soit à partir des essences naturelles, soit par oxydation du citronellal, nous a paru tout indiqué. Par chauffage à reflux avec l'hydrazine on obtient un mélange de mono-citronelloyl-hydrazide Citr. HN.NH^2 et de dicitronelloyl-hydrazide sym. Citr. HN.NH Citr., mais si l'on emploie un excès d'hydrazine on obtient presque exclusivement le mono-citronneloyl-hydrazide. Ce dernier possède les propriétés des hydrazides indiquées par Curtius dans ses mémorables travaux. Il est à remarquer qu'un chauffage à reflux avec l'hydrazine

---

(1) A. R. PENFOLD, *J. Royal Soc. Western Australia*, **14**, 1927, p. 1. — S. SABETAY, *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 808.

(2) Voir J. v. BRAUN et W. HAENSEL, *Ber. d. chem. Ges.*, **59**, 1926, p. 1999.

(3) MARIO BETTI, *Ber. d. chem. Ges.*, **63**, 1930, p. 874.

ne racémise pas le produit obtenu. Le citronelloyl-mono-hydrazide, corps qui cristallise très bien, chauffé en solution alcoolique avec des aldéhydes ou des cétones, donne des produits parfaitement cristallisables. Ceux-ci régénèrent par chauffage avec les acides ou les alcalis dilués, les aldéhydes et les cétones primitifs. La liaison avec le groupement carbonyle est coupée en premier lieu, puis par une action prolongée des acides ou des bases, la liaison du groupement citronelloyle. Le mécanisme de la formation des hydrazides s'explique, d'après Curtius, par formation intermédiaire de sel de diammonium RCOOH, N^2H^2 qui par chauffage prolongé perd une molécule d'eau en se transformant en hydrazide R.CO.NH.NH^2.

Le *dicitronelloyl-hydrazide sym.* obtenu par action de 1 molécule d'hydrazine sur 1 molécule d'acide citronellique est insoluble dans l'eau. F. 139°-140° (alcool aqueux ou acétone). Optiquement actif. Il ne réagit pas sur les aldéhydes et les cétones.

Le *monocitronelloyl-hydrazide* s'obtient si l'on fait agir 2 molécules d'hydrazine sur 1 molécule d'acide citronellique (chauffage de 10 heures à l'ébullition). Dans l'eau ou l'alcool aqueux, il cristallise en beaux cristaux fondant à 83°. Il réduit le réactif cupro-potassique, noircit le réactif de Tollens et se dissout dans les acides dilués. Il se dissout également dans les solvants organiques usuels. Il est optiquement actif (l'activité dépend du degré de pureté optique de l'acide citronellique de départ). Il fixe le brome.

Combinaison avec l'aldéhyde hydratropique. — Nous citerons comme exemple de combinaison entre aldéhydes et le monocitronelloyl-hydrazide, le produit obtenu avec l'aldéhyde hydratropique C^6H^5.CH.(CH^3).CHO qui possède un carbone asymétrique. On chauffe sur le bain-marie un mélange équimoléculaire d'aldéhyde et de monohydrazide en solution alcoolique et, après refroidissement, on ajoute de l'eau. Il se forme un précipité huileux qui ne tarde pas à cristalliser. Recristallisé plusieurs fois dans l'alcool aqueux le corps fond à 69°. Il est soluble dans les solvants organiques et insoluble dans l'eau.

Des combinaisons analogues ont été obtenues avec d'autres aldéhydes et cétones racémiques. Nous étudions les meilleures conditions de leur dédoublement.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la réduction des semicarbazones et des thiosemicarbazones des acides α-cétoniques et des sulfoxytriazines.* Note de M. **J. Bougault** et Mlle **L. Popovici**, présentée par M. A. Béhal.

I. Nous avons étendu aux semicarbazones des acides benzylpyruvique et pyruvique les recherches (1) se rapportant aux semicarbazones des acides phénylpyruvique et phénylglyoxylique.

Conformément aux résultats des recherches précédentes, l'hydrogénation de ces semicarbazones par l'amalgame de Na nous a fourni les acides semicarbazides correspondants :

$$C^6H^5-CH^2-CH^2-\underset{\underset{N-NH-CO-NH^2}{\|}}{C}-COOH \rightarrow C^6H^5-CH^2-CH^2-\underset{\underset{NH-NH-CO-NH^2}{|}}{CH}-COOH$$

et

$$CH^3-\underset{\underset{N-NH-CO-NH^2}{\|}}{C}-COOH \rightarrow CH^3-\underset{\underset{NH-NH-CO-NH^2}{|}}{CH}-COOH$$

dont les points de fusion sont respectivement 172° et 181°.

L'acide semicarbazide-benzylpyruvique est peu soluble dans l'eau et l'alcool à froid, par contre très soluble dans l'alcool bouillant. L'acide semicarbazide-pyruvique est très soluble dans l'eau froide.

Ces nouveaux composés présentent les propriétés générales déjà signalées pour les corps de ce groupe : ils réduisent le réactif de Nessler, et sont oxydés par l'iode en présence de carbonate de sodium. Avec ce dernier réactif, le premier donne la semicarbazone de l'aldéhyde phénylpropionique, le second la semicarbazone de l'aldéhyde acétique.

II. Nous avons pensé qu'il serait intéressant d'étudier aussi la même action réductrice sur les thiosemicarbazones. L'opération, conduite comme pour les semicarbazones, a donné des résultats analogues.

Les thiosemicarbazones étudiées ont été celles des acides : phénylglyoxylique, phénylpyruvique, benzylpyruvique et pyruvique. Nous avons obtenu les acides thiosemicarbazides correspondants, de formule générale

$$R-\underset{\underset{NH-NH-CS-NH^2}{|}}{CH}-COOH$$

Ces nouveaux dérivés fondent respectivement à 168°, 198°, 164°, 145°.

L'acide thiosemicarbazide-pyruvique, comme son correspondant l'acide semicarbazide-pyruvique, est également très soluble dans l'eau. Tous les autres sont peu solubles dans l'eau et très solubles dans l'alcool bouillant.

(1) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 186.

Les acides thiosemicarbazides sont très réducteurs comme leurs correspondants oxygénés. Ils réduisent le réactif de Nessler et donnent avec l'iode en présence de CO^3Na^2 les thiosemicarbazones des aldéhydes à un atome de carbone de moins.

III. Dans la Note rappelée plus haut, nous avons montré que les dioxytriazines donnent par réduction les mêmes corps que les semicarbazones des acides dont elles dérivent. Sachant que les thiosemicarbazones ont une tendance plus grande à la cyclisation que les semicarbazones, ce qui semble permettre d'attribuer plus de stabilité au cycle sulfoxytriazine, nous avions des raisons de penser que les sulfoxytriazines subiraient la réduction, sans l'ouverture de la chaîne fermée. L'expérience nous a montré qu'il n'en était rien : la chaîne s'ouvre et l'on obtient les mêmes produits de réduction que ceux fournis par les thiosemicarbazones correspondantes, c'est-à-dire les acides thiosemicarbazides.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Aimantation permanente de basaltes des Feroe.* Note de M. **Raymond Chevallier**, présentée par M. J.-B. Charcot.

J'ai signalé (¹) l'intérêt de l'étude magnétique des laves polaires, conséquence de la faible variation séculaire de l'inclinaison dans les régions arctiques. J'ai donné les résultats d'un premier groupe de mesures faites sur des laves récentes de Jan Mayen et d'Islande.

Voici une deuxième série effectuée sur des échantillons de basaltes anciens des Feroe, recueillis au cours de la croisière de 1925 du *Pourquoi-Pas?* Rappelons que du XVIe siècle à nos jours la déclinaison aux Feroe est passée de 13° orientaux à 33° occidentaux, tandis que l'inclinaison n'a varié que de 77° à 73°.

Les douze échantillons dont il s'agit ont tous été prélevés dans l'île de Suderoe, non loin de la côte nord du fjord de Trangisvaag. On sait (²) que les basaltes de cette île sont de deux époques géologiques nettement distinctes. Ceux de la période la plus ancienne se présentent habituellement sous l'aspect d'une roche foncée, cryptocristalline, très homogène, parfois découpée en belles colonnes prismatiques. Ils sont recouverts de couches de lignite marquant un arrêt dans l'activité volcanique, puis d'une deuxième masse basaltique plus récente n'affectant jamais l'aspect prismatique. Les roches de ce deuxième groupe sont souvent porphyriques et présentent de

(¹) R. Chevallier, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 686.
(²) J. Geikie, *Trans. of the Royal Soc. of Edinburgh*, **30**, 1883, p. 218.

larges cristaux de plagioclase. Le lignite a été considéré comme miocène par Geikie. Les basaltes prismatiques, antérieurs au lignite, auraient donc le Miocène comme âge limite. Ce sont eux qui nous ont fourni les douze échantillons que nous répartirons en quatre groupes :

Le groupe A (4 blocs) fut pris dans un massif au-dessus du village de Tvéraa, vers le milieu du fjord de Transgisvaag, à 70[m] d'altitude.

Le groupe B (3 blocs) au même point mais dans une région singulière où la boussole était affolée.

Le groupe C (2 blocs) près du port de Tveraa, au niveau de la mer. Malheureusement l'un de ces blocs était inutilisable pour des mesures d'aimantation permanente.

Le groupe D (3 blocs) à l'entrée du fjord près du village de Frodeboe à quelques mètres au-dessus du niveau de la mer. Ce dernier point était situé à environ 2[km] du point A. Chaque bloc portait les traces du méridien géographique et d'un plan horizontal. Les mesures d'aimantation furent faites au laboratoire par une méthode d'induction.

Le tableau suivant donne les résultats obtenus. Les déclinaisons occidentales et les inclinaisons boréales sont notées positivement. Le moment spécifique $\mathfrak{M}_s$ est calculé en unités C. G. S. par kilogramme de lave.

N° du bloc.	Déclinaison.	Inclinaison.	M_s.
	Groupe *A*.		
1	−3	44°	1,59
2	−7	58	1,14
4	−20	51	1,46
7	−18	51	1,55
Moyenne	−12	51	1,44
	Groupe *D*.		
10	−7	50	1,93
11	−10	56	1,98
12	−23	48	1,72
Moyenne	−13	51	1,88
	Groupe *C*.		
8	–	–	–
9	–	53	1,14
	Groupe *B*.		
3	–	24	4,93
5	–	14	4,0
6_1	–	0	3,26
6_2	–	0	6,17
6_3	–	0	6,10
6_4	–	0	3,07

Les conclusions suivantes se dégagent de ce tableau :

1° Dans les régions régulières de la masse basaltique prémiocène étudiée,

il existe une orientation constante de l'aimantation comme le montrent les mesures faites sur les groupes A et D et l'unique mesure d'inclinaison faite sur le groupe C;

2° Cette aimantation varie beaucoup d'un point à l'autre en intensité. Le moment spécifique qui oscille de 1 à 2 C. G. S. par kilogramme reste très inférieur au nombre 2,7 des laves siciliennes;

3° Dans le cas où l'orientation constante de l'aimantation caractériserait l'orientation du champ magnétique au moment de la solidification de ces basaltes, il faudrait, pour retrouver la déclinaison et l'inclinaison vraies, corriger les nombres du tableau de la pente visible des couches. Or, à la sortie du fjord de Trangisvaag, vers le Nord, une coupe naturelle des roches montre que les basaltes et la lignite ont subi un mouvement d'ensemble que Geikie estime être une inclinaison NNE d'une dizaine de degrés. La déclinaison magnétique qui est NNE également ne serait que faiblement atteinte, mais l'inclinaison serait ramenée vers 40°.

Nous serions donc loin des 75° moyens actuels que l'on retrouve dans les laves récentes;

4° Les échantillons de la région singulière (groupe B) confirment un résultat précédemment suggéré par six blocs de laves siciliennes. Dans des zones où l'inclinaison régulière varie de 50 à 60°, l'aimantation aux points singuliers tend à devenir horizontale. C'est le cas des blocs du groupe B.

Indépendamment de toute hypothèse explicative, il est curieux de trouver dans les régions régulières de ces basaltes d'âge tertiaire une direction d'aimantation uniforme et l'on doit se demander si cette direction caractérise une coulée ou toute la masse basaltique prémiocène?

Pour fixer ce point, nous espérons sous peu entreprendre une étude magnétique plus complète des basaltes de Suderoe.

ENTOMOLOGIE. — *Sur le développement polyembryonnaire de* Macrocentrus gifuensis *Ashmead*. Note (1) de M. **H. L. Parker**, présentée par M. Paul Marchal.

Cet Hyménoptère (2) vit à l'état larvaire comme parasite, dans les chenilles de la Pyrale du Maïs (*Pyrausta nubilalis* Hübn).

---

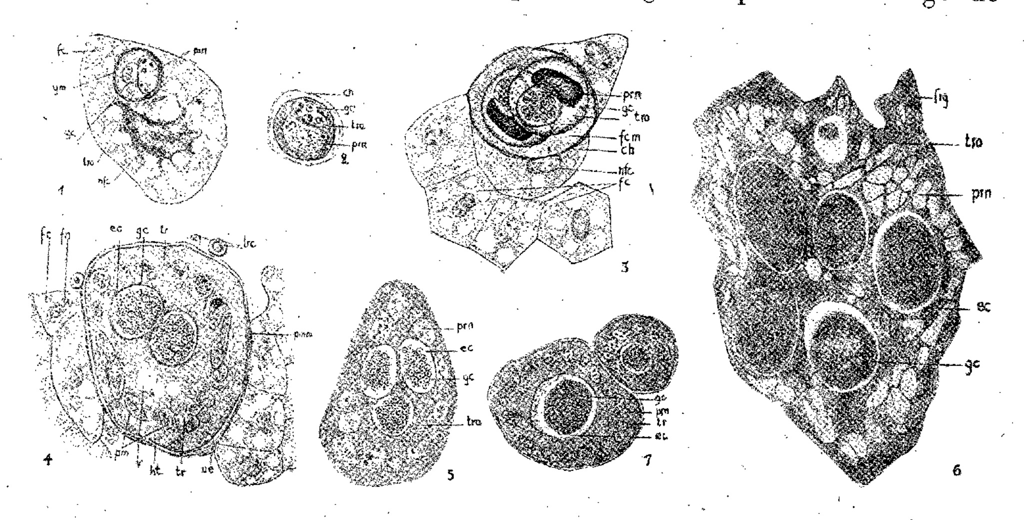
(1) Séance du 23 avril 1930.

(2) Dans une publication antérieure (*U. S. Department of Agriculture Tech. Bul.* 59, 1927) l'auteur, en collaboration avec W. R. Thompson, désigne cette espèce sous le nom de *Macrocentrus abdominalis* Fab. Des recherches subséquentes faites par M. Cushman ont montré qu'il s'agit en réalité d'une espèce jusqu'ici inconnue en Europe, le *M. gifuensis* Ashmead.

L'œuf est pondu en juin dans la cavité cœlomique. Les jeunes larves du parasite éclosent au mois d'avril de l'année suivante; elles se nourrissent intérieurement aux dépens de la chenille jusqu'à la fin du troisième stade (mois de mai), puis elles sortent en traversant les téguments de l'hôte et deviennent ectophages, vivant ainsi jusqu'à la fin du quatrième stade larvaire. Les cocons sont tissés dans le tunnel que fait la chenille de *Pyrausta* et environ deux semaines plus tard les adultes émergent.

Les points les plus intéressants du développement de cette espèce consistent dans l'accroissement et le fractionnement de l'œuf conduisant à la production de plusieurs individus (mode de développement dit polyembryonnaire, découvert par M. Paul Marchal, chez *Ageniaspis fuscicollis*). L'exemple que nous signalons aujourd'hui est le premier connu pour la famille des Braconides.

Le stade qui, dans nos observations, marque le point de départ de ce développement (*fig.* 1 et 2) correspond au germe parvenu à l'âge de



40-60 jours. Ce germe mesure $0^{mm},017$ de large, est de forme sphérique et présente un chorion, limitant extérieurement une substance granuleuse, le trophamnios (*tro*). Plongé dans le trophamnios se trouve un petit groupe de 2-5 éléments nucléés sphériques, les cellules embryonnaires (*gc*), et en outre un gros noyau de forme plus ou moins ovale ou irrégulièrement sphérique, le paranucléus (*prn*), qui dérive probablement des noyaux polaires de l'œuf. Pour le distinguer nous avons appelé ce stade le prégerme. Il est généralement logé dans une cellule adipeuse (*fig.* 1, *fc*), où il provoque l'hypertrophie du noyau. Plus rarement, il se trouve dans, ou entre d'autres organes tels que muscles, hypoderme, intestin, œnocyte, etc.

L'accroissement de ce prégerme a lieu de la façon suivante : les cellules embryonnaires se multiplient par caryocinèse jusqu'à ce qu'il y en ait 40 à 60. Nous désignerons sous le nom de germe le stade ainsi constitué : il se divise en deux par scission (*fig.* 3); en même temps, le paranucléus se partage en deux segments dont chacun accompagne l'un des deux groupes de cellules germinatives; ainsi sont formés deux centres germinatifs semblables l'un à l'autre et au germe originel. Le paranucléus continue à se fractionner et les noyaux restant toujours dans le trophamnios, finissent par entourer complètement les masses germinatives (*fig.* 4). Ces dernières peuvent se multiplier encore par l'augmentation du nombre des cellules et par fractionnement, jusqu'à ce qu'il y en ait 5, 6, ou plus. Les figures 5 et 6 mettent en évidence des complexes polyembryonnaires, contenant 3 et 6 centres germinatifs. Nous en avons vu d'autres qui en présentaient 2, 4 et 5. Il se peut que toutes les morulas issues d'un seul œuf ne restent pas réunies en un même complexe polyembryonnaire, mais au contraire se dissocient, soit en plusieurs morulas isolées (*fig.* 7), soit en groupes polyembryonnaires plus petits, c'est-à-dire chacun avec un nombre moindre de morulas. Ainsi, vers la fin de mars, la chenille de *Pyrausta* contient un grand nombre de morulas isolées, des groupes polymorulaires de grandeur différente (contenant de 1 à 6 morulas) et des petits fragments de trophamnios de forme variable, renfermant des paranucléus, mais dépourvus de cellules embryonnaires; ces fragments ont la signification de « pseudo-germes ». Ces derniers ne se développent jamais en larves et sont mangés plus tard par les jeunes *Macrocentrus*.

Après l'accroissement de la morula et la formation de l'embryon, le trophamnios ayant rempli son rôle nourricier s'est aminci et les paranucléus se sont aplatis. Vers l'éclosion de la larve, l'enveloppe ainsi constituée persiste; mais sa structure, quoique la même en principe, n'est plus guère reconnaissable.

La larve du premier stade est caractérisée par quatre lignes de gros tubercules semblables à des pseudopodes.

Les adultes sortant d'une même chenille peuvent être de même sexe ou de sexes différents; ainsi, sur 200 élevages comptés au hasard, nous en avons obtenu : 71 composés exclusivement de mâles, 54 exclusivement de femelles, et 75 de colonies mixtes.

Le nombre des individus que fournit un même œuf paraît d'au moins 8 à 10.

ZOOLOGIE. — *Quelques données nouvelles sur la Cochenille* Marchalina hellenica (*Genn.*). Note [1] de M. **Raymond Hovasse**, présentée par M. Maurice Caullery.

Marchalina hellenica, Monophlébidée du Pin en Méditerranée orientale, est jusqu'à présent connue surtout au point de vue anatomie externe, à la suite des travaux de P. Vayssière (1923-1926). Sur les conseils de cet auteur, j'en ai repris l'étude complète, facilitée ici par l'abondance de l'insecte aux îles des Princes, dont presque tous les pins sont parasités.

P. Vayssière a décrit les quatre stades de cette cochenille, dont le cycle évolutif est le suivant : ponte au début de mai, éclosion au milieu de juin; première mue en octobre, seconde en novembre, troisième fin juin ou début de mai, une semaine ou deux avant la ponte : l'existence des adultes est ainsi très brève. Leur appareil buccal est, comme l'a reconnu P. Vayssière, non fonctionnel, mais il n'est pas atrophié : seuls les stylets rostraux lui font entièrement défaut.

L'étude de la bouche des larves montre qu'elle possède des rudiments de maxilles et un labre. L'existence d'une pompe salivaire, la disposition du tentorium et du squelette buccal rapprochent l'insecte des *Diaspinæ*, plutôt que des *Dactylopiinæ* ou des *Lecaniinæ*.

La dimension élevée de *Marchalina* permet d'étudier chez elle le mouvement de la trompe, et d'en donner une explication *a posteriori* : contrairement à l'opinion de Berlese, et à celle plus récente de A. J. Grove (1919), ce sont les muscles propres des stylets qui agissent pendant la rétraction et la protraction de la trompe : chacun des stylets externes et l'ensemble des stylets internes coaptés, peuvent se déplacer indépendamment les uns des autres, et se mouvoir alternativement dans les deux sens; la trompe fonctionne ainsi non pas comme un trocart, mais comme une perforatrice. Contrairement à l'opinion de Grove, les boucles décrites par la trompe dans sa gaine de rétraction n'empêche nullement ces mouvements. Le mentum ne joue ici qu'un rôle indirect.

A ma connaissance, on n'a pas encore signalé d'appareil circulatoire chez les Cochenilles. Il en existe ici un, rudimentaire, sous forme d'un vaisseau dorsal supporté par le diaphragme dorsal. Il est toujours vide et certainement non fonctionnel.

Il n'y a pas, à proprement parler, de corps adipeux : l'espace compris entre les diaphragmes et le tégument est garni des catégories normales de

---

[1] Séance du 23 avril 1930.

cellules sanguines, accompagnées d'adipocytes, très nombreux, parfois groupés, mais jamais organisés en lames.

L'appareil nerveux présente deux paires de nerfs abdominaux. Il existe des *corpora alata* normaux.

L'appareil génital comprend deux longs oviductes : à leur point d'union avec le vagin, on trouve un réceptacle séminal rudimentaire, intéressant chez cette forme à parthénogénèse exclusive.

Les œufs se développent au cours du troisième stade larvaire. Dans chaque follicule, une première poussée de l'épithélium donne les cellules nourricières, une seconde une dizaine d'ovocytes, dont un seul finit par subsister. Sa nutrition est du type acrotrophique. Il possède des cordes protoplasmiques. Cytologiquement parlant, il n'y a pas de synapsis, et vraisemblablement une seule émission de globule polaire; le nombre de chromosomes reste ainsi dans l'œuf mûr égal à 18, nombre diploïde.

J'ai signalé [1] l'existence de bactéries symbiotes dans certaines cellules intestinales. J'ai depuis lors constaté leur transmission à l'œuf, effectuée par l'intermédiaire de bactéries courtes (3 à 5^{μ}). Elles pénètrent dans l'œuf par les cordes protoplasmiques. J'ai en outre constaté et pu suivre, pendant près d'un mois, la croissance du microorganisme cultivé en goutte pendante en milieu glucosé. Cette méthode, éliminant toute cause d'erreur, confirme pleinement mes premières observations.

Marchalina hellenica, observée quatre années durant sur les mêmes arbres, est un hôte peu dangereux pour le pin; même là où elle est escortée par la fumagine, ses dégâts restent localisés aux petites branches ombragées. Normalement, elle ne me paraît pas capable de livrer l'arbre aux Scolytides. La lutte contre elle n'est donc pas à envisager, sauf cas spéciaux.

BACTÉRIOLOGIE. — *Nouvelles recherches sur l'étiologie du trachome. Étude d'un germe, rencontré en Tunisie, dans ses rapports avec le* Bacterium granulosum *de Noguchi.* Note de M. **Ugo Lumbroso**, présentée par M. Ch. Nicolle.

Noguchi a isolé, en 1927, par cultures, chez les trachomateux indiens une bactérie qu'il a nommée *B. granulosum* et qu'il a décrite comme agent pathogène du trachome. Cette bactérie a été isolée par lui dans 4 cas sur 5 étudiés.

---

(1) Hovasse, *Un mode de symbiose nouveau chez les Cochenilles* (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 322).

Avec ses cultures il a tenté la reproduction expérimentale du trachome sur diverses espèces de singes, en particulier sur des *Macacus rhesus*. 67 essais sur singes lui ont donné : 18 fois la reproduction d'une conjonctivite granuleuse nette; 31 fois des réactions légères, douteuses; 18 fois un résultat négatif. Il n'observa, chez ces animaux, que très rarement la formation de tissu cicatriciel qui est de règle dans le trachome humain.

Jusqu'à présent les recherches de Noguchi n'avaient reçu aucune confirmation nette. En suivant la technique de cet auteur, j'ai pu isoler, 5 fois sur 7, par cultures, de lésions trachomateuses graves et non traitées, un microbe identique à celui de Noguchi ou tout au moins très voisin. Ce microbe se présente avec les caractères suivants :

Bacille très mobile, assez fin quoique légèrement plus épais que celui de Weeks, plus ou moins long, quelquefois recourbé, parfois diplo ou coccobacillaire (surtout en première culture), ne gardant pas le Gram ou le gardant mal en jeune culture, alors que les cultures anciennes deviennent nettement Gram-positives, en même temps qu'elles présentent de nombreuses formes d'involution.

Les cultures sont assez abondantes sur le milieu spécial de Noguchi au sang et aux sucres et même, dans certaines conditions, au bout de quelques jours de séjour à l'étuve à 22°, sur gélose ordinaire. Conservation pendant des mois sur le milieu semi-solide à leptospires et sur gélose molle ordinaire à l'amidon. Sur ces milieux les cultures présentent une consistance plus ou moins gluante et une coloration plus ou moins jaunâtre.

Tous ces caractères, à des détails infimes près, sont bien ceux du *B. granulosum*, tel qu'il a été isolé au Nouveau-Mexique par Noguchi et il n'est pas sans intérêt de remarquer que le même microbe ou bien une variété très voisine se retrouve chez les trachomateux tunisiens.

De même que Noguchi, je me suis efforcé de reproduire, avec mes cultures, le trachome chez les singes. J'y ai apporté une plus grande rigueur. Noguchi ne semble pas s'être soucié, dans ses essais, de l'existence de granulations naturelles chez les singes. Instruit par les études antérieures de Ch. Nicolle et Cuénod et par les miennes de la fréquence de ces lésions, je n'ai voulu expérimenter que sur des animaux qui en fussent totalement indemnes. Je savais en effet que toute intervention sur une conjonctive porteuse de telles lésions est d'ordinaire suivie de l'éclosion d'une éruption granuleuse généralisée qu'il est très difficile, sinon impossible, de distinguer du trachome expérimental, souvent si léger de ces animaux.

Sur 30 singes de la singerie de l'Institut Pasteur de Tunis, je n'en ai trouvé que 3 indemnes, à un examen prolongé : 1 Callitriche, 1 Patas et 1 Magot (*Macacus inuus*). J'ai employé sur eux, en raison de leur nombre restreint, un mélange de mes 5 souches.

Callitriche et Patas appartiennent à des espèces extrêmement peu sensibles au trachome. Je n'ai obtenu, sur mes deux premiers singes, que de rares granulations isolées (discrètes), sans caractères bien nets et qui ont disparu après quelques mois.

L'expérience sur le Magot a donné des résultats plus intéressants. On sait que les travaux de Ch. Nicolle et Cuénod ont montré la parfaite sensibilité de ce petit singe au virus trachomateux. En l'absence de chimpanzés, plus sensibles encore, il est l'animal réactif du trachome.

Le Magot est inoculé le 31 janvier 1930. Le 5 mars, 33ᵉ jour de l'inoculation, il présente, sur les conjonctives des culs-de-sac supérieur et inférieur, deux placards assez importants de granulations; la conjonctive à ce niveau est hyperémiée. Le 14 mars, le placard de la paupière supérieure a encore grandi. Le 31 mars, 60ᵉ jour de l'éruption et date de la rédaction de cette Note, les granulations se sont étendues à tout le cul-de-sac supérieur.

En résumé :

1° J'ai trouvé, chez des trachomateux tunisiens, un microbe identique à celui isolé par Noguchi au Nouveau-Mexique ou tout au moins très voisin.

2° Les cultures de ce microbe, inoculées à un Magot, reconnu auparavant indemne de toute granulation naturelle, ont donné lieu, chez lui, à la production d'une éruption granuleuse généralisée. Étant donnée la sensibilité spéciale de cet animal au trachome, prouvée par Ch. Nicolle et Cuénod, ce résultat est *favorable* au rôle attribué par Noguchi au *B. granulosum* dans l'étiologie du trachome. Il me paraît cependant prudent d'attendre la suite de l'observation du Magot et de plus nombreuses expériences sur la même espèce avant de conclure.

A 15h30m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 MAI 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les multiplicités singulières des systèmes en involution.* Note de M. **E. Goursat**.

1. J'ai montré (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1469) comment on pouvait étendre à une équation aux dérivées partielles du premier ordre à un nombre quelconque de variables indépendantes la théorie classique de Monge, relative aux *courbes intégrales* d'une équation à deux variables indépendantes. Cette extension peut aussi se faire par les systèmes en involution.

Soit (S) un système *non linéaire* en involution de $m-1$ équations ($m>2$)

$$(1)\qquad P_{n+i}=f_i(x_1, \ldots, x_n, x_{n+1}, \ldots, x_{n+m}; P_1, P_2, \ldots, P_n) \quad (i=1, 2, \ldots, m-1),$$

où $x_1, x_2, \ldots, x_{n+m-1}$ sont les variables indépendantes, x_{n+m} la fonction inconnue, et où l'on a posé

$$P_i=\frac{\partial x_{n+m}}{\partial x_i} \quad (i=1, 2, \ldots, n+m-1).$$

Une intégrale de ce système est en général déterminée si on l'assujettit à passer par une multiplicité M_n de l'espace à $m+n$ dimensions. Soient en effet

$$(2)\qquad x_{n+1}=\varphi_1(x_1, x_2, \ldots, x_n), \quad \ldots, \quad x_{n+m}=\varphi_m(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

les équations qui définissent cette multiplicité. Posons

$$p_k^i=\frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i} \quad (i=1, 2, \ldots, n;\ k=1, 2, \ldots, m).$$

Les dérivées $P_1, \ldots, P_{n+m-1}$ de la fonction inconnue vérifient, en un point de M_n, les n relations

$$(3) \qquad p_m^i = P_i + P_{n+1} p_1^i + \ldots + P_{n+m-1} p_{m-1}^i$$

déduites de la relation générale $dx_{m+n} = P_1 dx_1 + \ldots + P_{n+m-1} dx_{n+m-1}$. Il s'ensuit que les valeurs de $P_1, P_2, \ldots, P_n$ sont données par le système des n équations

$$(4) \qquad p_i + f_1 p_1^i + \ldots + f_{m-1} p_{m-1}^i - p_m^i = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Si les fonctions ainsi obtenues sont holomorphes dans le voisinage d'un point $(x_1^0, \ldots, x_n^0)$ de M_n, il résulte des théorèmes classiques d'existence que le système en involution (1) admet une intégrale holomorphe renfermant la multiplicité M_n. La conclusion est en défaut, si cette solution présente le caractère d'une solution multiple, c'est-à-dire annule le jacobien Δ des premiers membres des équations (4) par rapport à $P_1, P_2, \ldots, P_n$. En éliminant $P_1, P_2, \ldots, P_n$ entre les équations (4) et la relation $\Delta = 0$, on arrive à une relation entre les variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$, les fonctions $x_{n+1}, \ldots, x_{n+m}$ de ces variables et les dérivées partielles p_k^i de ces fonctions. Nous dirons pour abréger que c'est l'équation de Monge des *multiplicités singulières*.

2. D'après la façon même dont on obtient cette équation, son intégration se ramène à la recherche des multiplicités intégrales à n dimensions du système des deux équations de Pfaff

$$(5) \qquad \Omega = P_1 dx_1 + \ldots + P_n dx_n + f\, dx_{n+1} + \ldots + f_{m-1} dx_{n+m-1} - dx_{n+m} = 0,$$

$$(6) \qquad \Omega_1 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \left[dx_i + \frac{\partial f_1}{\partial P_i} dx_{n+1} + \ldots + \frac{\partial f_{m-1}}{\partial P_i} dx_{n+m-1} \right] = 0,$$

dont la seconde est le *prolongement* de la première. L'intégration du système (1) se ramène à l'intégration de l'équation de Pfaff $\Omega = 0$, qui est de classe $2n+1$ lorsque le système est en involution. Supposons que l'on ait intégré ce système, ou, ce qui revient au même, ramené l'équation $\Omega = 0$ à une forme canonique

$$(5') \qquad dZ - Y_1 dX_1 - \ldots - Y_n dX_n = 0;$$

les $2n+m$ variables x_i, P_k qui figurent dans Ω peuvent s'exprimer au moyen des $2n+1$ variables canoniques X_i, Y_i, Z et de $m-1$ autres variables z_1, $z_2, \ldots, z_{m-1}$, formant avec les variables canoniques un système de $2n+m$ fonctions distinctes des variables primitives x_i, P_k. En substituant ces expres-

sions des x_i et des P_k dans la seconde équation, on arrive à une équation où ne figurent que les différentielles des variables canoniques dX_i, dY_i, dZ, et dont les coefficients contiennent, outre les variables canoniques, les variables $z_1, z_2, \ldots, z_{m-1}$, et les rapports $\frac{\lambda_i}{\lambda_k}$. De la forme canonique (5′) on déduit immédiatement toutes les multiplicités intégrales à n dimensions de cette équation. Soient

$$X_i = \varphi_i(t_1, t_2, \ldots t_n), \qquad Y_i = \psi_i(t_1, t_2, \ldots, t_n), \qquad Z = \pi(t_1, t_2, \ldots, t_n)$$

des formules définissant une de ces intégrales. En remplaçant dX_i, dY_i, dZ par leurs expressions dans $\Omega_1 = 0$, et en égalant à zéro les coefficients de $dt_1, dt_2, \ldots, dt_n$, on obtient n équations de condition où figurent $t_1, \ldots, t_n$, et les $m+n-2$ indéterminées $z_1, z_2, \ldots, z_{m-1}, \frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \ldots, \frac{\lambda_n}{\lambda_1}$; on pourra donc encore choisir arbitrairement $m-2$ de ces inconnues. La détermination des multiplicités singulières peut donc être effectuée explicitement quand on a intégré le système en involution correspondant.

Il résulte de la démonstration précédente que sur toute intégrale M_{m+n-1} du système (1) il existe une infinité de multiplicités singulières dépendant de $m-2$ fonctions arbitraires de n variables. Ces multiplicités peuvent se déduire aisément d'une intégrale complète. Soit

$$V(x_1, \ldots, x_{n+m}; a_1, \ldots, a_n, a_{n+1}) = 0$$

une intégrale complète du système (1). Considérons l'intégrale M_{m+n-1} définie par les relations

$$(7) \qquad \overline{V} = 0, \quad \frac{\partial \overline{V}}{\partial a_1} = 0, \quad \ldots, \quad \frac{\partial \overline{V}}{\partial a_n} = 0,$$

où $\overline{V}$ représente la fonction obtenue en remplaçant dans V la constante a_{n+1} par une fonction $f(a_1, a_2, \ldots, a_n)$. Si l'on adjoint aux équations (7) la relation

$$(8) \qquad H = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \overline{V}}{\partial a_1^2} & \frac{\partial^2 \overline{V}}{\partial a_1 \partial a_2} & \cdots & \frac{\partial^n \overline{V}}{\partial a_1 \partial a_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^2 \overline{V}}{\partial a_1 \partial a_n} & \frac{\partial^2 \overline{V}}{\partial a_2 \partial a_n} & \cdots & \frac{\partial^2 \overline{V}}{\partial a_n^2} \end{vmatrix} = 0,$$

on définit une multiplicité à $m+n-2$ dimensions M_{m+n-2}. *Toute multiplicité* M_n *à n dimensions située sur* M_{m+n-2} *est une multiplicité singulière du système* (1).

En résumé, à tout système en involution (non linéaire) de $m-1$ équations à $m+n-1$ variables indépendantes correspond une équation de Monge où figurent m fonctions inconnues de n variables indépendantes, qui peut être intégrée explicitement, si l'on connaît une intégrale complète de ce système.

3. Inversement, étant donnée une équation de Monge

$$p_m^n = \mathrm{F}(p_1^1, \ldots, p_m^{n-1}; x_1, \ldots, x_{n+m}), \tag{9}$$

à m fonctions inconnues de n variables indépendantes $x_1, \ldots, x_n$, comment peut-on reconnaître si elle définit les multiplicités singulières d'un système en involution? Supposons $n > 1$. Les règles habituelles du calcul différentiel prouvent facilement que cette fonction F doit satisfaire aux $(m-1)(n-1)$ équations

$$\frac{\partial p_m^n}{\partial p_k^i} + \frac{\partial p_m^n}{\partial p_m^i}\frac{\partial p_m^n}{\partial p_k^n} = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n-1;\ k = 1, 2, \ldots, m-1). \tag{10}$$

Le système formé par ces $(m-1)(n-1)$ équations à $mn-1$ variables indépendantes est un système en involution *semi-linéaire*, qui admet une intégrale complète au sens de Lie représentée par le système de n équations

$$p_m^i = a_1 p_1^i + \ldots + a_{m-1} p_{m-1}^i + b_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n), \tag{11}$$

où $a_1, a_2, \ldots, a_{m-1}, b_1, b_2, \ldots, b_n$ sont des constantes arbitraires. La méthode de la variation des constantes permet d'en déduire toutes les autres intégrales du système (10). Cela étant, pour que l'équation (9) définisse les multiplicités singulières d'un système en involution, il faut et il suffit qu'elle provienne de $m-1$ relations distinctes entre les a_i et les b_i, et de plus que certaines conditions d'intégrabilité soient vérifiées.

4. L'intégration du système (10) conduit donc à d'autres types d'équations de Monge, qui peuvent aussi, sous certaines conditions, être intégrables explicitement. Supposons par exemple que $a_1, a_2, \ldots, a_{m-1}, b_1, b_2, \ldots, b_n$ soient des fonctions distinctes de h paramètres $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_h$ $(h < n)$, pouvant dépendre en outre des x_i. L'élimination de ces h paramètres entre les n équations (11) conduit à un système de $n-h$ relations distinctes entre les variables $x_1, \ldots, x_n$, les fonctions $x_{n+1}, \ldots, x_{n+m}$ et leurs dérivées partielles. Le nombre des fonctions inconnues peut d'ailleurs être supérieur, égal ou inférieur à celui des équations suivant que $m+h-(n+1)$ est positif, nul ou négatif. Dans tous les cas, l'intégration de ce système d'équations revient à la recherche des intégrales à n dimen-

sions de l'équation de Pfaff,

$$dx_{m+n} = a_1\, dx_{n+1} + \ldots + a_{m-1}\, dx_{n+m-1} + b_1\, dx_1 + \ldots + b_n\, dx_n, \tag{12}$$

où figurent les $m+n+h$ variables $x_i, \alpha_1, \ldots, \alpha_h$. Cette équation admet des intégrales à n dimensions si la classe $2r+1$ est au plus égale à $2m+2h-1$, condition qui est toujours vérifiée si l'on a $m+h \geqq n$.

A cette classe appartiennent les systèmes d'équation de Monge qui admettent une *intégrale complète*, c'est-à-dire qui proviennent de l'élimination de h paramètres $\alpha_1, \ldots, \alpha_h (h \leqq n)$ entre les $n+1$ équations

$$V(x_1, \ldots, x_n; z_1, \ldots, z_m; \alpha_1, \ldots, \alpha_h) = 0, \qquad \frac{\partial V}{\partial x_i} + \frac{\partial V}{\partial z_1}\frac{\partial z_1}{\partial x_i} + \ldots + \frac{\partial V}{\partial z_m}\frac{\partial z_m}{\partial x_i} = 0.$$

GÉODÉSIE. — *La Mission Rohan-Chabot (Angola, Zambèze).* Note de M. **Georges Perrier**.

Au nom de M. le Comte Jacques de Rohan-Chabot, j'ai l'honneur de donner à l'Académie un aperçu des résultats d'ordre géographique, magnétique et météorologique obtenus par la Mission qu'il a conduite à travers l'Afrique australe, de l'Angola au Zambèze, et à laquelle je me suis toujours particulièrement intéressé.

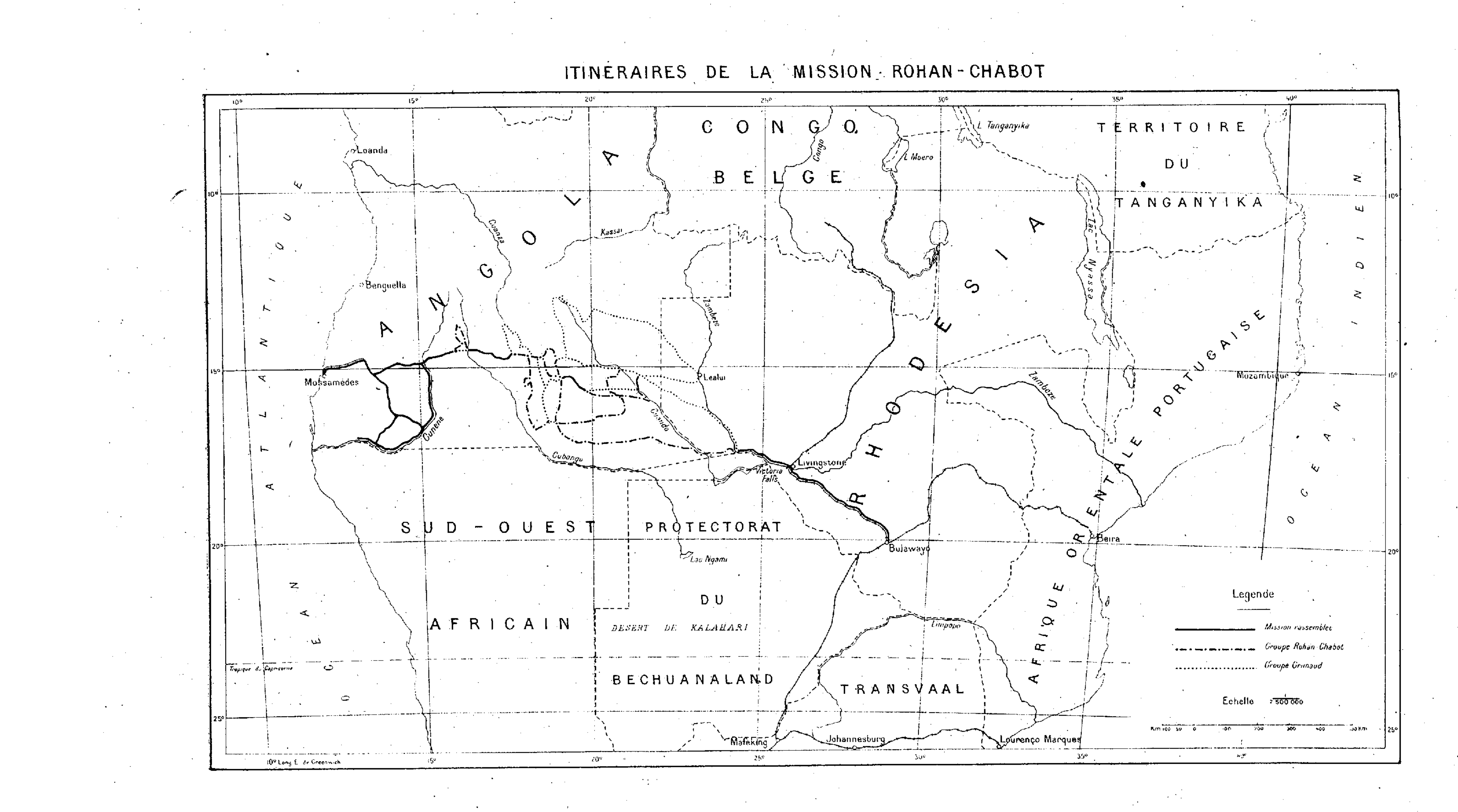
Cette Mission française en terre étrangère est une expédition privée, conçue au début de l'année 1912 par M. de Rohan-Chabot, alors tout jeune homme, animé du goût de l'exploration et désireux de faire un noble usage de son activité et de sa fortune dans un but purement scientifique. Partie de Paris le 23 mars 1912, elle y a été de retour deux ans après presque jour pour jour, le 22 mars 1914. Son programme primitif ne comportait que l'exploration du Sud-Est de la Colonie portugaise de l'Angola, mais elle l'avait considérablement élargi et parcouru, de Mossamédès au Zambèze, plus de 7000^{km} en pays mal connu ou totalement inconnu, sans se laisser arrêter par les difficultés de transport et de ravitaillement, la méfiance et le mauvais vouloir des Indigènes, la rigueur du climat et la maladie, ni par les préoccupations de toutes sortes inhérentes à la conduite d'un détachement en pays inconnu au sein d'une nature souvent hostile.

M. de Rohan-Chabot, pensant bien qu'il serait absorbé par la direction générale de la Mission, s'était assuré la collaboration d'un jeune Capitaine du Génie, Gabriel Grimaud [1], plus spécialement chargé des travaux

---

[1] Promotion 1900 de l'École Polytechnique.

ITINÉRAIRES DE LA MISSION ROHAN-CHABOT



astronomiques, géodésiques, topographiques, magnétiques et météorologiques. Mais pour donner à ces travaux plus d'ampleur, M. de Rohan-Chabot et le Capitaine Grimaud ont été conduits à se séparer dès janvier 1913 et dès lors M. de Rohan-Chabot a assumé aussi le rôle d'observateur. Les itinéraires des deux explorateurs se coupent en un grand nombre de points, d'où de précieuses vérifications.

Ces itinéraires, issus de Mossamédès pour aboutir à Bulawayo, sillonnent en tous sens, sur 4°,5 en latitude et 14° en longitude environ, les vastes régions qui s'étendent du Zambèze à l'Atlantique, coupant souvent plusieurs fois les puissantes rivières tributaires de gauche du grand fleuve ou suivant leurs cours : Luassingua, Cuïto, Cuando, Cuanavale, Luanjinga, Luïana, etc.

Le Major Serpa-Pinto (1877-1879) (1), Capello et Ivens (1884-1885) (2), le Major Gibbons accompagné des Capitaines Quicke et Hamilton (3) avaient déjà, il est vrai, traversé quelques-unes des régions parcourues par la Mission Rohan-Chabot, mais les déterminations de toute nature de celle-ci laissent loin derrière elles, comme nombre et précision, la grande majorité de ces déterminations antérieures.

Le canevas de la carte au $\frac{1}{1000000}$ dressée par la Mission comprend 268 points fixés en latitude, longitude et altitude et 56 où la longitude et l'altitude ont été seules déterminées.

Les latitudes ont été obtenues à l'aide d'un théodolite à verniers Chasselon, du type dit intermédiaire, ou d'un astrolabe à prisme Jobin, petit modèle.

A une époque où l'utilisation des signaux horaires radiotélégraphiques pour la détermination des différences de longitudes n'était pas encore entrée dans la pratique courante, les longitudes de la Mission Rohan-Chabot ont été obtenues par transport de chronomètres. La Mission a eu la bonne fortune de pouvoir insérer ses circuits de longitude entre deux points extrêmes, de longitudes déjà bien déterminées, Mossamédès à l'Ouest et Bulawayo à l'Est; celui-ci est un des sommets de la chaîne de triangles du grand arc de méridien de longitude 30° Est Greenwich, en cours d'exécution entre le Cap

(1) Serpa Pinto (Major), *Comment j'ai traversé l'Afrique*, traduction d'après l'édition anglaise, par J. Belin de Launay (Paris, Hachette; 2 vol., 1881).

(2) H. Capello et R. Ivens, *De Angola a Contra-Costa* (Lisboa, Imprensa nacional; 2 vol., 1886).

(3) A. St-H. Gibbons (Major), *Africa from South to North through Marotseland* (London and New-York, Lane; 2 vol., 1904).

et le Caire. L'écart de fermeture à Bulawayo est $4^{km},5$ environ sur un parcours total de plus de 4000^{km}.

Les altitudes ont été obtenues à l'hypsomètre avec une précision que l'on peut évaluer à une quarantaine de mètres.

47 déterminations des trois éléments magnétiques à l'aide d'un théodolite de déclinaison et d'une boussole d'inclinaison petits modèles, du constructeur Chasselon, et des observations météorologiques poursuivies tous les jours et souvent plusieurs fois par jour, complètent ce bel ensemble.

On pourrait s'étonner que la présentation de ces importants résultats n'ait lieu que seize ans après le retour de l'expédition. Mais rappelons que celle-ci est rentrée en France à la veille de la grande guerre et que cinq ans se sont écoulés ensuite avant qu'on pût songer à mettre en œuvre la quantité considérable de documents recueillis, cinq ans pendant lesquels M. de Rohan-Chabot et le Capitaine Grimaud ont fait leur devoir aux Armées. Dès qu'il a été possible de s'en occuper, l'exploitation de ces documents, les calculs, les réductions, les discussions, ont été poursuivis avec l'esprit scientifique le plus rigoureux, sous la direction du Capitaine (puis Commandant) Grimaud, secondé par MM. Hasse et Dubrulle, avec les conseils de savants hautement qualifiés, MM. Maurain, Claude, Brazier. Mais au moment où le Commandant Grimaud avait presque achevé le manuscrit du volume qui vient de paraître, il a été emporté (18 mars 1927) par une cruelle maladie. C'est le Capitaine Tardi, de la Section de Géodésie du Service géographique qui a mis la dernière main au travail. Mais si le Commandant Grimaud n'a pas vu le couronnement de son œuvre, le nom de cet officier d'élite restera inscrit, à côté de celui de M. de Rohan-Chabot, dans les fastes de l'exploration du Continent noir, où figurera avec honneur cette dure traversée de l'Afrique australe, entreprise entièrement française, qui les a conduits en vingt mois de l'Atlantique à l'Océan Indien [1].

---

[1] Voici les volumes actuellement parus de la publication de la Mission Rohan-Chabot (Imprimerie nationale) :

Tome II : *Opérations relatives à l'établissement d'une carte des régions parcourues. Magnétisme. Météorologie* (Préface du Général Perrier), 1930. — Tome III, fasc. 1 : *Linguistique* (*Le groupe sud-ouest des langues bantoues*), 1925. — Tome IV : *Histoire naturelle;* fasc. 1 : *Mammifères, Oiseaux, Reptiles, Poissons*, 1923; fasc. 3 : *Insectes* (*Coléoptères, Hyménoptères*), *Arachnides, Mollusques, Fougères*, 1925).

Restent à paraître le Tome I : *Historique de la Mission;* le fascicule 2 du Tome III : *Ethnographie, Anthropologie;* les fascicules 2 et 4 du Tome IV : *Insectes*, et le Tome V : *La Tribu Nyaneka.*

CHIMIE PATHOLOGIQUE. — *Variations spontanées et provoquées de la répartition du chlore entre le sérum et les globules du sang dans les maladies.* Note de MM. **Ch. Achard** et **M. Enachesco.**

Nous avons étudié les variations spontanées du chlore dans le sérum et les globules du sang au cours des maladies aiguës et cycliques et celles qu'on peut provoquer par la chloruration ou l'alcalinisation de l'organisme au cours des maladies acycliques où l'état humoral est à peu près stable.

I. Le premier groupe comprend 8 pneumonies. Avant la crise chlorurique de la convalescence, nous avons vu, à la fin de la période d'état et à la défervescence thermique, s'élever la réserve alcaline du sang, le pH et les carbonates des urines. Le chlore du sérum a diminué ou est resté stationnaire et celui des globules a augmenté. Au moment de la crise chlorurique, le chlore a monté dans le sérum. Celui des globules a varié : il a oscillé puis augmenté dans un cas, il n'a pas changé dans un autre, il a monté quatre fois et baissé une fois.

Il semble que dans la période d'état, les globules soient quelquefois moins appauvris en chlore que le sérum et que, au moment de la crise chlorurique alors que le chlore monte dans le plasma, la teneur des globules en chlore varie en plus ou en moins. Mais le taux du chlore globulaire est généralement inférieur à la normale et ce n'est pas dans les globules que paraît se faire la rétention chlorée.

Dans un cas d'asystolie, affection apyrétique mais cyclique, où la réserve alcaline était élevée, probablement à cause de l'asphyxie, nous avons vu, lors de la crise chlorurique survenue après traitement, le chlore globulaire, qui était bas, s'élever, tandis que le chlore du sérum, qui était notablement diminué, s'abaissait encore, peut-être à cause des pertes de chlore par l'urine et la diarrhée.

II. Au second groupe appartiennent des sujets apyrétiques, convalescents, tabétiques, dont l'état général paraissait à peu près normal, puis des cirrhotiques avec ascite et des malades atteints de néphrites.

a. Dans la première catégorie de ce second groupe, l'épreuve de chloruration a provoqué l'augmentation de l'excrétion chlorurique attestant l'absence de rétention chlorée, et une baisse momentanée de la réserve alcaline. Dans deux cas, nous avons assisté au relèvement de cette réserve alcaline avec augmentation du pH et des carbonates urinaires. Le chlore des globules a augmenté, celui du sérum aussi.

Une épreuve d'alcalinisation a augmenté la réserve alcaline du sang, le pH et les carbonates de l'urine. Elle a aussi élevé l'excrétion chlorurique, mais a laissé stationnaire le chlore du sérum et celui du plasma.

Enfin l'épreuve mixte de chloruration et d'alcalinisation simultanée chez deux sujets a provoqué l'augmentation de l'excrétion chlorurique et celle de la réserve alcaline, du pH et des carbonates urinaires. Elle a aussi élevé le chlore dans le sérum et dans les globules. On voit que les effets de chacune des deux épreuves simples se sont additionnés dans l'épreuve mixte.

C'est aussi ce qui s'est produit à la fin d'une maladie aiguë que nous avons prise pour terme de comparaison. Pendant la défervescence d'une angine phlegmoneuse, l'épreuve mixte a un peu élevé la chlorurie, ce qui montre que la rétention du chlore n'était plus complète. Elle a aussi élevé comme précédemment la réserve alcaline, le pH et les carbonates urinaires, et elle a fait monter le chlore dans le sérum et dans les globules.

b. Les malades atteints d'ascite cirrhotique se partagent en deux séries, selon qu'il y avait ou non une rétention marquée d'eau ou de chlorure de sodium.

Dans deux cas où la rétention était peu prononcée, l'épreuve de chloruration a été suivie d'une augmentation de l'excrétion chlorurique. Dans l'un d'eux, la réserve alcaline a un peu baissé, le pH et les carbonates urinaires ont diminué; le chlore est resté sensiblement stationnaire, tant dans le sérum que dans les globules. Dans l'autre cas, le pH et les carbonates urinaires ont augmenté; le chlore a un peu baissé dans le sérum et dans les globules.

Ces résultats, un peu variables et différents de ceux obtenus chez les sujets à peu près normaux, s'expliquent probablement par la grande masse de l'hydropisie qui amortit les variations apportées par l'épreuve dans la composition des humeurs.

Dans deux cas avec rétention, l'excrétion chlorurique n'a nullement augmenté à la suite de l'épreuve de chloruration. Dans l'un, la réserve alcaline, le pH et les carbonates urinaires n'ont pas été modifiés. Dans l'autre, ils ont un peu augmenté. Mais dans les deux cas, le chlore n'a pas changé dans le plasma ni dans les globules. Il n'y a donc guère de différence entre les cas où la rétention chlorée existait et ceux où elle n'était que peu prononcée.

L'épreuve d'alcalinisation, dans un cas de rétention peu marquée, a produit l'élévation de la réserve alcaline, du pH et des carbonates urinaires. Elle n'a pas changé le chlore du sérum, mais a un peu diminué le chlore des globules.

Dans un cas avec rétention chlorée, la réserve alcaline, le pH et les carbonates urinaires ont augmenté à la suite de l'épreuve d'alcalinisation. La chlorurie n'a pas changé. Le chlore a légèrement baissé dans le sérum et n'a pas changé dans les globules.

c. Dans la catégorie des néphrites chroniques, l'épreuve de chloruration chez trois malades a produit des effets variables.

En l'absence de rétention chlorée, elle n'a pas modifié le chlore du sérum, ni celui des globules, mais elle a élevé le pH et les carbonates urinaires et la réserve alcaline qui était normale. C'est, en somme, une réaction de sujet normal.

Avec une rétention modérée, elle a légèrement accru le chlore du sérum et celui des globules sans modifier notablement le pH et les carbonates urinaires, ni la réserve alcaline qui était faible.

Avec une rétention marquée, elle a élevé le chlore du sérum qui était bas, mais elle a fait baisser le chlore globulaire qui était élevé. Elle a un peu fait monter le pH et les carbonates urinaires et notablement la réserve alcaline qui était un peu au-dessous de la normale.

Les résultats différaient, par conséquent, suivant qu'il y avait ou non rétention chlorée.

Ce sont aussi des résultats différents que nous avons observés après l'épreuve d'alcalinisation chez deux malades atteints de néphrose lipoïdique.

Dans l'un, il y avait une rétention chlorée. L'alcalinisation poursuivie pendant plusieurs jours a entraîné une élévation d'ailleurs modérée de la réserve alcaline qui était basse; elle a aussi élevé graduellement et modérément le pH et les carbonates urinaires. Elle n'a pas amélioré la chlorurie qui était faible. Elle a fait baisser le chlore du sérum qui était exceptionnellement haut (4,01), et elle a légèrement augmenté celui des globules qui n'était point élevé (1,72).

Dans l'autre cas où l'amélioration était très prononcée, où les œdèmes avaient disparu, où l'hypoprotéinémie avait beaucoup diminué, l'alcalinisation, faite d'une façon continue pendant quelques jours, a augmenté beaucoup le pH et les carbonates urinaires et un peu la réserve alcaline. Elle a fait monter la diurèse et l'excrétion chlorurique. Elle n'a pas changé le chlore du sérum ni celui des globules. Ce malade s'est donc comporté comme un sujet normal.

En somme, dans ces deux cas, le bicarbonate de soude a produit ses effets alcalinisants, mais avec beaucoup moins d'intensité chez le sujet qui avait de la rétention du chlore, accompagnée de rétention d'urée et d'acidose. Il

n'a pas produit chez lui de diurèse ni d'augmentation de la chlorurie et il a fait baisser le taux exagéré du chlore dans le sérum.

Ces recherches confirment, d'une façon générale, celles que nous avons faites précédemment sur les variations du chlore et de l'équilibre acido-basique dans les états morbides et particulièrement dans les maladies cycliques.

Elles y ajoutent quelques données sur la répartition du chlore entre le plasma et les globules du sang.

Il en ressort que, dans les maladies aiguës et cycliques, pendant la période d'état, le chlore a diminué dans le sérum et souvent dans les globules. Mais pendant la crise chlorurique, il a monté dans le sérum et subi des variations en sens divers dans les globules. Il ne paraît pas que ce soit dans les globules que siège la rétention de chlore dans ces maladies.

Dans les maladies chroniques et acycliques, la chloruration de l'organisme a élevé, d'une façon générale, le chlore dans le sérum et dans les globules, sauf en cas de grande hydropisie où, par le fait de la dilution dans une grande masse de liquide, les variations provoquées dans la composition des humeurs se trouvent amorties. L'alcalinisation a produit des effets variables sur la répartition du chlore entre le plasma et les globules. On peut noter des différences selon qu'il y a ou non rétention de chlore.

Il convient enfin de remarquer qu'il n'est pas très simple d'interpréter les différences pathologiques observées entre le chlore du plasma et celui des globules. Il y faut d'autant plus de prudence que les techniques de dosage de chlore dans les globules sont loin d'être parfaites à cause de l'impossibilité d'obtenir des globules absolument exempts de plasma [1].

M. L. Lecornu s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur d'offrir à l'Académie un Ouvrage que j'ai rédigé pour l'*Encyclopédie de Mécanique appliquée* placée sous ma direction (Baillière et fils, éditeurs). Son titre est *Les machines; propriétés générales*. Voici les principales questions traitées dans cet Ouvrage : Quelles sont, abstraction faite du mode de captation de l'énergie, du mode de transmission et de la nature du travail obtenu, les lois présidant au fonctionnement d'une machine? Quels sont les moyens de faire en sorte que ce fonctionnement présente la régularité nécessaire? Quels sont, pendant la marche, les efforts intérieurs qu'il faut prévoir dans l'étude du projet de construction? Comment enfin éviter, ou tout au moins atténuer, les chocs et les trépidations?

---

[1] Nous avons employé pour le dosage dans les globules le procédé de l'hématocrète.

M. **Louis Roy**, faisant hommage à l'Académie des *Leçons sur la méthode du travail virtuel et son application, par l'intermédiaire de la Thermodynamique générale, à la théorie des corps minces : fils et membranes flexibles, lignes et surfaces élastiques* (¹), qu'il a professées en 1929 à l'Université libre de Bruxelles en qualité de professeur d'échange, écrit ce qui suit :

Mon but a été de montrer avec quelle sûreté la méthode énergétique permet d'établir les équations les plus générales du mouvement des milieux continus. Les fluides et les corps élastiques à trois dimensions ayant été, en France, étudiés à ce point de vue d'une manière très approfondie par P. Duhem, j'ai préféré consacrer ces quelques leçons à la théorie des corps minces, sur laquelle se sont plus spécialement portés mes efforts.

M. **Ch. Fabry**, en son nom et en celui de M. **H. Buisson**, fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *L'Absorption des radiations dans la haute atmosphère* (Fascicule XI du *Mémorial des Sciences physiques*).

COMMISSIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **P. Appell**, **P. Painlevé**, **J. Hadamard**, **E. Goursat**, **E. Borel**, **H. Lebesgue**, **J. Drach** sont désignés pour former, avec le Bureau de l'Académie, la Commission du prix Le Conte.

NOMINATIONS.

M. **L. Joubin** est désigné pour faire une lecture à la séance publique solennelle des cinq Académies le 25 octobre 1930.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de deux candidats à la chaire de *Chimie organique* vacante au Collège de France, pour la première ligne M. M. Delé-

(¹) *Bulletin technique de l'Association des ingénieurs sortis de l'École Polytechnique de Bruxelles*, 25ᵉ année, n° 6, 1929, p. 215 à 264.

pine obtient 36 suffrages contre 6 à M. Ch. Dufraisse. Pour la seconde ligne M. Ch. Dufraisse obtient 40 suffrages. Il y a 1 bulletin blanc.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique comprendra :

En première ligne .... M. **Marcel Delépine.**
En seconde ligne .... M. **Charles Dufraisse.**

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de la Guerre** prie l'Académie de vouloir bien lui faire connaître son avis au sujet de la protection contre la foudre des magasins à poudre construits en béton armé.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

M. **Albert Portevin** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section des Applications de la science à l'industrie par le décès de M. *A. Rateau*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale que la Commission des Glaciers de la Société helvétique des Sciences naturelles confie à l'Académie un pli intitulé : *Le voyage du glacier dans ses profondeurs*, qui concerne les expériences à très longue échéance, entreprises par cette Commission. On suppose que ces expériences ne donneront un résultat définitif qu'entre les années 2110 et 2170 environ. Il est nécessaire d'assurer la conservation des renseignements qui les concernent. C'est pourquoi la Commission des glaciers confie à des institutions, telles que la nôtre, le soin de conserver ce document. Sur la proposition des Secrétaires Perpétuels, le pli est enregistré sous le n° 10252 avec les plis cachetés et classé avec ceux-ci.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° J. Thibaud. *Les rayons X.* (Présenté par M. Ch. Fabry.)

2° J.-J. Trillat. *Les applications des rayons X. Physique — Chimie — Métallurgie.* (Présenté par M. M. de Broglie.)

3° Mission Rohan-Chabot. Tome II : *Opérations relatives à l'établissement d'une carte des régions parcourues — Magnétisme — Météorologie.*

GÉOMÉTRIE. — *Sur les représentations analytiques des cycles de l'espace.* Note de M. **Paul Delens.**

1. Une première représentation analytique d'un cycle est fournie par une forme unitaire $\mathcal{A}_1$ d'un cercle *propre* $\mathcal{A}$, réel ou complexe, de l'espace pentasphérique E_5. Toute fonction de celle-ci, en correspondance biunivoque avec elle, conviendra aussi; la représentation sera intrinsèque si les tenseurs intervenant comme coefficients sont absolus. Restons dans E_5; je dis que toute fonction analytique *non paire* de $\mathcal{A}_1$, définie (sauf $\mathcal{A}_1$) à un facteur arbitraire près, réductible par l'équation $\mathcal{A}_1^3 + \mathcal{A}_1 = 0$ à une forme linéaire en $\mathcal{U}$, $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_1^2$, répond à la question (¹). Posons en effet, f et f' étant les foyers du cercle propre $\mathcal{A}$,

$$(1)\quad r = \sqrt{-1},\quad \alpha = f\,|\,f' \neq 0,\quad \mathcal{A} = [ff'] = 2\alpha\mathcal{A}_1,\quad \mathcal{A}^2 = \alpha(ff' + f'f) = -\alpha^2\mathcal{A}_1^2,$$

$$(2)\quad \mathcal{A} + \frac{\mathcal{A}^2}{\alpha} = \alpha(r\mathcal{A}_1 - \mathcal{A}_1^2) = 2ff' = 2\mathcal{C},$$

$\mathcal{C}$ est fonction de $\mathcal{A}_1$, et $\mathcal{A} = 2\mathbf{A}\mathcal{C}$ est une partie linéaire de $\mathcal{C}$, donc $\mathcal{A}_1$ est fonction de $\mathcal{C}$; la correspondance entre $\mathcal{B}_1$ et $\mathcal{C}$ est biunivoque. J'appelle $\mathcal{A}_1$ cycle *alterné* (*C. a.*), $\mathcal{C}$ cycle *lié* (*C. l.*); $\mathcal{C} = ff'$ est une dyade biponctuelle, cas particulier d'un tenseur du deuxième ordre de E_5; sur un tel tenseur on peut effectuer diverses opérations linéaires, composées avec

$$(3)\quad 2\mathbf{A}\mathcal{C} = \mathcal{A},\qquad 2\mathbf{S}\mathcal{C} = \frac{\mathcal{A}^2}{\alpha},\qquad 5\mathbf{U}\mathcal{C} = \mathbf{I}_1\mathcal{C}.\mathcal{U} = \alpha\mathcal{U},$$

donc tout tenseur du type

$$(4)\quad \lambda\alpha\mathcal{U} + \mu\mathcal{A} + \frac{\nu}{\alpha}\mathcal{A}^2 = \alpha(\lambda\mathcal{U} + 2\mu\mathcal{A}_1 - \nu\mathcal{A}_1^2)\qquad (\mu \neq 0),$$

fonction linéaire de $\mathcal{C}$, et dont la partie alternée (linéaire) donne $\mathcal{A}_1$, sera aussi une représentation acceptable d'un cycle.

Le changement d'orientation d'un cycle correspond à l'échange des foyers, donc au passage au tenseur conjugué ou *transposé* du tenseur primitif; pour un cycle réel, la représentation analytique se présente sous forme complexe, et le cycle *conjugué complexe* est aussi le cycle transposé.

2. L'opérateur de rotation d'un angle τ, ou cycle *opérateur* (*C. o.*),

$$\mathcal{A}_1^{(\tau)} = \mathcal{U} + \sin\tau.\mathcal{A}_1 + (1 - \cos\tau)\,\mathcal{A}_1^2 = \frac{1}{\alpha}\mathbf{O}^{(\tau)}\mathcal{C}$$

(¹) J'emploie les notations de mes Notes aux *Comptes rendus* de 1928-1929; les deux premières sont développées dans un Mémoire qui paraîtra dans un autre Recueil. Pour la bibliographie, je renvoie à ma dernière Note : *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 347.

est, pour $\sin\tau \neq 0$, une représentation convenable, qui donne facilement des représentations géométriques.

Soient par exemple p et q deux points fixes, $p' = p\mathfrak{A}_1^{(\tau)}$ et $q' = q\mathfrak{A}_1^{(\sigma)}$ leurs transformés par les rotations d'angles τ et σ, $(p, \tau) \neq (q, \sigma)$. On pourra, *en général*, exprimer f et f', donc $\mathfrak{C}$ en fonction de p, p', q, q'; mais la représentation n'est plus intrinsèque ni valable pour l'*ensemble* des cycles, et l'on serait amené à employer plus de deux points-images alors dépendants.

Ceci a déjà été employé : d'une part, pour la congruence paratactique (p et q pouvant aussi être des sphères); d'autre part, pour $p = q$ rejeté à l'infini, $\tau = -\sigma = \frac{\pi}{2}$, dans la représentation *cyclographique* des cycles d'un plan.

Pour une représentation par cercles, on peut opérer par projection et section, c'est-à-dire par des opérations du type $s\mathfrak{A}_1^{(\tau)} = s'$, $[s'r] = \mathfrak{S}$, s et r étant des sphères fixes, distinctes ou non.

3. MM. D. Barrow et Coolidge ont représenté un cycle par les coordonnées d'un tenseur linéaire en $\mathfrak{U}$ et $\mathfrak{A}_1$, adapté aux relations de contact. Tout tenseur gauche $\mathfrak{B}$ de ce type est la partie *gauche* de $\mathfrak{C}$ ou d'une de ses fonctions linéaires et peut se définir parmi les tenseurs gauches $\lambda\mathfrak{U} + 2\mu\mathfrak{A}_1$ par l'annulation d'un invariant quadratique; on peut disposer du rapport des coefficients pour que l'annulation de l'invariant bilinéaire correspondant de deux cycles $\mathfrak{B}$ et $\mathfrak{B}'$ traduise leur contact ou définisse entre eux un angle orienté (de M. Kœnigs) constant. Nous appellerons cycle *gauche* (*C. g.*) un cycle ainsi représenté.

4. Les cycles liés font partie d'un système linéaire à 25 unités, et une relation de dépendance linéaire entre *C. l.* s'étend aux autres représentations indiquées aux n°s 1, 2, 3. De même, une telle relation entre *C. g.* est valable pour les *C. a.* Les relations les plus simples se rapportent aux cas où les cycles ont un premier (second) foyer commun, et où les foyers d'autre espèce sont sur une droite isotrope, un cercle, une sphère, ou arbitraires; ensuite :

Quatre C. l. d'une congruence paratactique sont linéairement dépendants si les deux groupes de foyers ont même birapport; ceci a lieu pour les cycles réels d'une chaîne. Cinq C. l. quelconques d'une telle congruence sont linéairement dépendants.

Ceci montre qu'il y a lieu de rectifier certains énoncés de M. Coolidge.

MÉCANIQUE. — *Correction de la fibre moyenne des voûtes de barrages.* Note de M. F. Campus, présentée par M. Mesnager.

La méthode exposée dans la Note du 20 janvier 1930 (1) ne s'applique pas seulement aux voûtes portant des charges verticales. Son emploi n'exige que la connaissance du funiculaire des charges fixes, qui peuvent être quelconques. Elle peut donc servir à l'étude des voûtes de barrages. Le funiculaire correspondant à une pression hydrostatique uniforme est un arc de cercle. Pour fixer les idées, nous traiterons le cas d'un demi-cylindre à paroi relativement mince, d'épaisseur e constante, encastré aux naissances. En désignant par R le rayon, par p la pression et en appelant Δy les écarts, parallèles à l'axe médian, entre la fibre moyenne et le funiculaire, les éléments de réduction de l'arc à trois rotules de référence sont :

$$M_3 = -pR\,\Delta y\cos\omega,\qquad N_3 = pR,\qquad T_3 = 0,$$

suivant la méthode de E. Timochenko (2).

Les éléments hyperstatiques ramenés au centre élastique sont :

$$H' = pR\,\frac{\dfrac{R^2}{I}\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\cos\omega - \frac{2}{\pi}\right)\Delta y\,d\omega + \dfrac{R}{\Omega}}{\dfrac{\pi^2-8}{4\pi}\dfrac{R^3}{I} + \dfrac{\pi}{4}},\qquad M' = pR\,\frac{\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\Delta y\cos\omega\,d\omega}{\dfrac{\pi}{2}}.$$

Les moments fléchissants et les excentricités à la clef et aux naissances sont :

$$M_c = M' + H'c,\qquad \eta_c = \frac{M' + H'c}{pR - H'},$$

$$M_n = M' - H'(R-c),\qquad \eta_n = \frac{M' - H'(R-c)}{pR}.$$

Si la fibre moyenne est confondue avec le funiculaire, $\Delta y = 0$, d'où

$$M' = 0,\qquad H' = \frac{pR}{\dfrac{\pi^2-8}{4\pi}\dfrac{R^2\Omega}{I} + \dfrac{\pi}{4}},$$

$$\eta_c = \frac{\pi-2}{\pi}\,\frac{R}{\dfrac{3(\pi^2-8)}{\pi}\left(\dfrac{R}{e}\right)^2 + \dfrac{\pi}{4} - 1},\qquad \eta_n = -\frac{R}{\dfrac{3}{2}(\pi^2-8)\left(\dfrac{R}{e}\right)^2 + \dfrac{\pi^2}{8}}.$$

(1) J. Campus, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 258.
(2) E. Timochenko, *Calcul des arcs élastiques*, p. 11, Paris, 1922.

Comme $\frac{R}{e}$ est généralement grand, on peut écrire

$$\eta_c = 0{,}203\left(\frac{e}{R}\right)e, \qquad \eta_n = -0{,}357\left(\frac{e}{R}\right)e.$$

Si, par exemple, $\frac{e}{R} = \frac{1}{35}$, comme dans le projet des barrages fractionnés en voûtes de MM. Mesnager et Veyrier,

$$\eta_c = 0{,}0058e \qquad \text{et} \qquad \eta_n = -0{,}0102e.$$

L'influence de l'encastrement est donc peu prononcée (dans l'hypothèse de raccourcissements purement élastiques) et la voûte mince n'est pas loin d'être simplement comprimée.

Si l'on veut annuler η_c et η_n, il faut que $H' = 0$ et $M' = 0$, ou

(I) $$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \Delta R \, d\omega = 0$$

et

(II) $$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \Delta y \, d\omega = \frac{\pi e^2}{24 R},$$

en désignant par ΔR les écarts radiaux, égaux à $\Delta y \cos\omega$.

On peut adopter par exemple pour ΔR la fonction

$$\Delta R = \Delta y \cos\omega = K\left[\sin\frac{16{,}972}{\pi}\left(\omega - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{16{,}972}{\pi}\left(\omega - \frac{\pi}{4}\right)\cos 4{,}493\right],$$

qui satisfait aux conditions géométriques imposées par le funiculaire ainsi qu'à la relation (I). La relation (II) détermine la valeur du paramètre K. Nous avons trouvé par intégration graphique

$$K = 0{,}115\left(\frac{e}{R}\right)e,$$

d'où il résulte que

$$\Delta R_{\max} = \eta_{\max} = \pm 0{,}153\left(\frac{e}{R}\right)e.$$

Si $\frac{e}{R} = \frac{1}{35}$,

$$\eta_{\max} = 0{,}0044e.$$

La correction de la fibre moyenne diminue donc notablement la flexion.

En outre Δy est négatif entre la clef et les reins et positif entre les reins et les naissances. Ces excentricités tendent à compenser les effets des raccourcissements permanents et secondaires (déformation permanente initiale, retrait, déformations des appuis, refroidissement par l'eau, etc.). Il y a donc

une amélioration sensible de la résistance de la voûte. Les effets secondaires étant généralement importants, il peut y avoir utilité à pousser encore davantage la correction, en augmentant K. La relation (I) reste satisfaite, $M' = 0$ et le centre élastique est invariable. H' devient négatif, c'est-à-dire que la poussée de la voûte est augmentée. On produit ainsi des moments de compensation, négatifs à la clef et positifs aux naissances, qui se développent lors de la mise en charge. Les écarts de la fibre moyenne par rapport au funiculaire restent néanmoins très faibles lorsque les voûtes sont assez minces.

ÉLASTICITÉ. — *Contribution à la solution générale du problème de la théorie de l'élasticité dans le cas de trois dimensions.* Note de M. **B. Galerkin**, présentée par M. Mesnager.

La pesanteur étant dirigée suivant Oz, les équations d'équilibre et les relations de Beltrami sont satisfaites par

$$
(1)\quad \left\{
\begin{aligned}
X_x &= \frac{\partial}{\partial x}\left[-\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial x^2} + (2-\sigma)\nabla^2\varphi_1\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{\partial^2\varphi_2}{\partial x^2} + \sigma\nabla^2\varphi_2\right)\\
&\quad + \frac{\partial}{\partial z}\left(-\frac{\partial^2\varphi_3}{\partial x^2} + \sigma\nabla^2\varphi_3\right) + \beta_{12}y + \beta_{13}z,\\
Y_y &= \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial y^2} + \sigma\nabla^2\varphi_1\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left[-\frac{\partial^2\varphi_2}{\partial y^2} + (2-\sigma)\nabla^2\varphi_2\right]\\
&\quad + \frac{\partial}{\partial z}\left(-\frac{\partial^2\varphi_3}{\partial y^2} + \sigma\nabla^2\varphi_3\right) + \beta_{21}x + \beta_{23}z,\\
Z_z &= \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial z^2} + \sigma\nabla^2\varphi_1\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{\partial^2\varphi^2}{\partial z^2} + \sigma\nabla^2\varphi_2\right)\\
&\quad + \frac{\partial}{\partial z}\left[-\frac{\partial^2\varphi_3}{\partial z^2} + (2-\sigma)\nabla^2\varphi_3\right] + \beta_{31}x + \beta_{32}y - \rho g z,\\
Z_y &= -\frac{\partial^3\varphi_1}{\partial x\,\partial y\,\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\partial^2\varphi_2}{\partial y^2} - (1-\sigma)\nabla^2\varphi_2\right]\\
&\quad - \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial^2\varphi_3}{\partial z^2} - (1-\sigma)\nabla^2\varphi_3\right] + \alpha_{11}x + \alpha_{12}y + \alpha_{13}z,\\
X_z &= -\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial x^2} - (1-\sigma)\nabla^2\varphi_1\right] - \frac{\partial^3\varphi_2}{\partial x\,\partial y\,\partial z}\\
&\quad - \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial^2\varphi_3}{\partial z^2} - (1-\sigma)\nabla^2\varphi_3\right] + \alpha_{21}x + \alpha_{22}y + \alpha_{23}z,\\
Y_x &= -\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial x^2} - (1-\sigma)\nabla_2\varphi_1\right] - \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial^2\varphi_2}{\partial y^2} - (1-\sigma)\nabla^2\varphi_2\right]\\
&\quad - \frac{\partial^3\varphi_3}{\partial x\,\partial y\,\partial z} + \alpha_{31}x + \alpha_{32}y + \alpha_{33}z.
\end{aligned}
\right.
$$

Les fonctions φ_1, φ_2 et φ_3 doivent satisfaire aux équations $\nabla^2\nabla^3\varphi_1 = C_1$, $\nabla^2\nabla^2\varphi_2 = C_2$, $\nabla^2\nabla^2\varphi_3 = C_3$, où C_1, C_2 et C_3 sont des constantes arbitraires, les coefficients β, α_{11}, α_{22} et α_{33} sont arbitraires et les autres coefficients sont liés par les équations

$$\alpha_{23} + \alpha_{32} + (1-\sigma)C_1 = 0, \qquad \alpha_{13} + \alpha_{31} + (1-\sigma)C_2 = 0$$

et

$$\alpha_{12} + \alpha_{21} + (1-\sigma)C_3 = 0.$$

On peut obtenir des formes plus simples et encore assez générales en faisant $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$ ou $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$.

Cette dernière solution peut s'écrire en coordonnées cylindriques, à l'aide de la fonction $\psi(r, \theta, z)$:

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned}
\widehat{rr} &= \frac{\partial}{\partial z}\left(-\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \sigma\nabla^2\psi\right) + \frac{1}{2} r \sin 2\theta (\beta_{12}\cos\theta + \beta_{21}\sin\theta) \\
&\quad + \frac{1}{2} z[\beta_{13}(1+\cos 2\theta) + \beta_{23}(1-\cos 2\theta) + 2\alpha_{33}\sin 2\theta], \\
\widehat{\theta\theta} &= \frac{\partial}{\partial z}\left(-\frac{1}{2}\frac{\partial\psi}{\partial r} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2} + \sigma\nabla^2\psi\right) \\
&\quad + \frac{1}{2} r[\beta_{12}(1-\cos 2\theta)\sin\theta + \beta_{21}(1+\cos 2\theta)\cos\theta] \\
&\quad + \frac{1}{2} z[\beta_{13}(1-\cos 2\theta) + \beta_{23}(1+\cos 2\theta) - 2\alpha_{33}\sin 2\theta], \\
\widehat{zz} &= \frac{\partial}{\partial z}\left[-\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + (2-\sigma)\nabla^2\psi\right] + r(\beta_{31}\cos\theta + \beta_{32}\sin\theta) - \rho g z, \\
\widehat{\theta z} &= -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} - (1-\sigma)\nabla^2\psi\right] \\
&\quad + \frac{1}{2} r[(\alpha_{12} - \alpha_{21})\sin 2\theta + \alpha_{11} - \alpha_{22} + (\alpha_{11} + \alpha_{22})\cos 2\theta], \\
\widehat{rz} &= -\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} - (1-\sigma)\nabla^2\psi\right] \\
&\quad + \frac{1}{2} r[\alpha_{21} + \alpha_{12} + (\alpha_{21} - \alpha_{12})\cos 2\theta + (\alpha_{11} + \alpha_{22})\sin 2\theta], \\
\widehat{r\theta} &= -\frac{\partial^2}{\partial r\,\partial z}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{2} r \sin 2\theta (\beta_{21}\cos\theta - \beta_{12}\sin\theta) \\
&\quad + \frac{1}{2} z[(\beta_{23} - \beta_{13})\sin 2\theta + \alpha_{33}\cos 2\theta].
\end{aligned} \right.$$

Résoudre un problème d'élasticité consiste principalement à déterminer les fonctions $\Psi(x, y, z)$, satisfaisant à l'équation $\nabla^2\nabla^2\Psi = 0$. Il est facile de déterminer la fonction Ψ à l'aide de la fonction $\chi(x, y, z)$, satisfaisant à l'équation $\nabla^2\chi = 0$, il suffit donc de trouver les fonctions χ. Or toute fonction $\Phi(\alpha x + \beta y + \gamma z)$ satisfait à l'équation $\nabla^2\Phi = 0$, si $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$.

ASTRONOMIE. — *Sur le calcul des dimensions de l'orbite du nouveau corps céleste transneptunien.* Note de M. **Benjamin Jekhowsky**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Le calcul de l'orbite de la planète Lowell a donné lieu à de nombreux résultats plus ou moins concordants. On doit admettre que ces divergences dépendent aussi bien des méthodes employées pour le calcul que du choix des observations.

Des premières observations, mars 16 (Yerkes) et 26 (Paris), en tenant compte de la parallaxe et de l'aberration, j'ai déduit par la méthode Lagrange-Andoyer (¹), pour l'époque moyenne de 1930 Mars 21,2722 T. U. l'orbite circulaire suivante :

$$(1)\quad \begin{cases} u_0 = 359^\circ 14',8; \quad \Omega = 109^\circ 42',8; \quad i = 14^\circ 2',0; \\ a = 35,727; \quad \mu = 16'',615; \end{cases}$$

ces éléments sont rapportés à l'équinoxe et à l'écliptique du commencement de l'année d'observation.

Le nombre d'observations étant devenu plus grand, je me suis proposé de déduire une orbite elliptique, en me basant sur les deux observations ci-dessus et celle d'avril 3 (Bergedorf). J'ai été conduit, par la méthode Lagrange-Andoyer (²), particulièrement indiquée pour ce calcul, aux valeurs suivantes des ρ_1, ρ, ρ_2, r_1, r, r_2, distances géocentriques et héliocentriques de la planète,

$$(2)\quad \begin{cases} \rho_1 = 40,285; \quad \rho = 43,887; \quad \rho_2 = 46,570, \\ r_1 = 40,815; \quad r = 44,108; \quad r_2 = 47,738, \end{cases}$$

en constatant que le calcul de l'excentricité de l'orbite est pour le moment inaccessible.

En reprenant le calcul avec des observations plus espacées, notamment avec celles des : Mars 16 (Yerkes), Avril 3 et 17 (Paris), j'ai obtenu

$$(3)\quad \begin{cases} \rho_1 = 42,060; \quad \rho = 41,358; \quad \rho_2 = 40,847; \\ r_1 = 42,354; \quad r = 41,439; \quad r_2 = 40,691; \end{cases}$$

d'où l'on déduit, pour les dates moyennes, comme distances de l'astre au

(¹) B. Jekhowsky, *Journal des Observateurs*, **9**, n° **10**, 1926, p. 137.
(²) H. Andoyer, *Cours de Mécanique céleste*, **1**, p. 141 et suiv.

Soleil :

(4) $\left\{\begin{array}{ll} \text{Mars } 25,720\ldots\ldots\ldots & r=44,219 \\ \text{Avril } 2,053\ldots\ldots\ldots & r=41,495. \end{array}\right.$

valeurs assez concordantes avec celles obtenues par M. Esclangon (¹).

Mais on ne pourrait en conclure que la distance r est ainsi bien et définitivement déterminée. Un examen attentif des nombres que l'on obtient au cours d'un calcul de ce genre montre qu'en élargissant les intervalles, qui séparent les observations, la valeur de la distance r diminuera encore et les calculs laissent prévoir que l'orbite de cette planète s'approchera de celle que j'ai calculée en premier lieu (1).

Ces éléments représentent assez bien les observations. Ils ressemblent aux éléments donnés par M. Banachiewicz (²), obtenus à l'aide des cracoviens.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur la rotation de l'amas local et de la galaxie.* Note de M. et Mme **Henri Mineur**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. Nous avons étudié le mouvement de rotation des étoiles situées à diverses distances du Soleil. A cet effet nous avons réuni, avec l'aide de Mlle Delaveau, auxiliaire à l'Observatoire de Paris, toutes les étoiles de vitesse radiale connue, nous les avons réparties dans sept groupes d'après leurs distances au Soleil et, pour chacun de ces groupes, nous avons calculé les 16 premiers coefficients du développement de la vitesse radiale moyenne V en série de fonctions sphériques; le ciel était divisé en 96 régions galactiques.

2. La longitude du centre de rotation est définie par b_3 et b_4 avec une indétermination de 90°, et par b_1 et b_2 avec une indétermination de 180° (³).

Voici les résultats obtenus pour cette longitude :

(¹) Esclangon, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 834, 898 et 958.

(²) Banachiewicz, *Acta astronomica*, série C, **1**, 1930, p. 99-100. — *Okolnik Observatoryum Krakowskiego*, nº **17**, 1925, p. 1 et suiv.

(³) *Bull. astron.*, **5**, VIII, 1929, p. 505.

Distance moyenne des étoiles en parsecs.	Nombre d'étoiles utilisées.	Longitude du centre de rotation. $G_{0,1}$ déduite de b_3 et b_4.			Longitude du centre de rotation. $G_{0,2}$ déduite de b_1 et b_2.
		° ′		° ′	° ′
30	925	240	ou	330	240
50	1129	240.16	ou	330.16	239. 7
75	1732	255.58	ou	345.58	241.36
110	2100	240. 0	ou	330. 0	231.47
125	2138	246.55	ou	336.55	218. 4
200	1705	231. 1	ou	321. 1	204.15
300	784	246. 4	ou	336. 4	160.35

3. La galaxie est un vaste amas dont le centre est à la longitude 327°, le Soleil se trouve dans une condensation appelée amas local dont le centre est à la longitude $G_0 = 243°$. Ces longitudes diffèrent d'environ 90°. Cherchons à quels résultats on devrait arriver si ces deux amas tournaient autour de leurs centres :

Les distances des étoiles d'un même groupe sont assez dispersées autour de la valeur moyenne qui figure dans la première colonne. Soient λ la proportion d'étoiles de ce groupe appartenant à l'amas local, G et g la longitude et la latitude galactiques, les termes de coefficients b_1 et b_2 ont pour expression théorique

$$\lambda A \cos g \sin g \sin(G - G_0) + (1-\lambda) A' \cos g \sin g \sin[G - (G_0 + 90°)].$$

La longitude $G_{0,2}$ est celle qui annule ces termes, elle est définie à 180° près par

$$\operatorname{tang} G_{0,2} = \frac{\lambda A \operatorname{tang} G_0 + (1-\lambda) A'}{\lambda A - (1-\lambda) A' \operatorname{tang} G_0}.$$

Elle varie de G_0 à $G_0 \mp 90°$ quand λ varie de 1 à 0.

Les termes qui ont pour coefficients b_3 et b_4 ont pour expressions

$$\lambda B \cos^2 g \sin 2(G - G_0) + (1-\lambda) B' \cos^2 g \sin 2[G - (G_0 + 90°)],$$

$G_{0,1}$ est la longitude qui annule ce terme, elle est donc égale à $G_0 + K.90°$, où K est un entier, quel que soit λ.

4. Les résultats numériques obtenus établissent donc nettement la rotation de l'amas local et celle de la galaxie :

$G_{0,1}$ donne comme longitude du centre 240° ou 330° sans qu'on puisse décider laquelle de ces deux valeurs doit être adoptée.

Seul l'examen des valeurs de $G_{0,2}$ permet de lever cette indétermination. Pour les premiers groupes $G_{0,2}$ est égal à 240°; ces groupes sont formés

d'étoiles appartenant à l'amas local ($\lambda = 1$) et ces astres tournent autour du centre de cet amas.

Les valeurs de $G_{0,2}$ obtenues pour les groupes suivants décroissent de 240° à 150°, lorsqu'on s'éloigne du Soleil. Or ces groupes contiennent une proportion de plus en plus grande d'étoiles appartenant à la galaxie; λ tend donc vers zéro et la limite obtenue numériquement, 150°, correspond bien à la valeur limite donnée par la formule théorique quand λ tend vers zéro. Cette valeur limite 150° diffère de 180° de la longitude du centre de la galaxie. Nous en avons déduit que la rotation de l'amas local a lieu en sens contraire de celle de la galaxie.

5. Nous avons vérifié également que ces résultats ne sont pas dus au hasard ou à des courants d'étoiles; nous avons déterminé l'apex en classant les étoiles en 48 groupes d'après leurs cotes au-dessus du plan galactique. Ces déterminations montrent nettement le second courant asymétrique dirigé vers la longitude 330°.

Nous avons ainsi confirmé ce résultat déjà annoncé [1] que les étoiles voisines de nous participent à deux mouvements de rotation.

MAGNÉTISME. — *Recherche des défauts dans les pièces ferromagnétiques.* Note [2] de M. **Jean Peltier**.

J'ai fait connaître [3] les résultats de mes premiers essais sur la détermination des défauts dans les pièces ferromagnétiques admettant un axe de révolution.

Reprenant alors mes expériences, basées sur l'amplification des microcourants d'induction fournis par l'appareil magnétique, il m'a été possible d'obtenir un amplificateur assez puissant à 4 lampes triodes disposées pour courants de très basses fréquences, en employant des transformateurs à fer et des condensateurs destinés à éviter les accrochages.

1° La distance entre la surface des arbres et les pièces polaires de l'appareil magnétique peut être portée jusqu'à 5 ou 7^{mm} selon l'intensité du champ magnétique utilisé (très faible dans tous mes essais).

---

(1) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 236 et 1086.

(2) Séance du 23 avril 1930.

(3) *Sur le sondage magnétique des arbres de machines* (*Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 701); *La localisation des pailles dans les arbres de machines* (*Ibid.*, **189**, 1929, p. 845).

2° Le galvanomètre sensible qui servait jusqu'à présent peut être remplacé par un téléphone haut parleur dans lequel des *chocs très distincts* accusent le passage du défaut superficiel (une vitesse de rotation de l'arbre de 10 à 20 tours par seconde me donne des résultats excellents).

3° Dans le cas d'un défaut superficiel de volume voisin de 1^{mm^3} seulement, ces chocs sont perceptibles très nettement dans tout un laboratoire et dominent la parole des opérateurs.

4° Un défaut intérieur se détermine d'autant mieux qu'il est plus près de la surface de l'arbre ; c'est-à-dire qu'il modifie plus sensiblement le module de résistance.

5° Avec l'appareil actuel la pénétration est seulement de quelques millimètres en profondeur; mais j'estime qu'elle peut être considérablement augmentée par l'emploi de champs magnétiques suffisamment puissants, ainsi qu'en augmentant la sensibilité de l'appareil récepteur. Je me propose d'ailleurs de poursuivre mes recherches dans ce sens.

Je prévois enfin la possibilité de déterminer approximativement, dans le cas de petites soufflures, la profondeur à laquelle se trouve le défaut. En effet, pour arriver à ce résultat, il suffit d'observer que la *valeur instantanée de la fréquence* du courant induit (au moment où le défaut passe au voisinage des pièces polaires de l'appareil électromagnétique) est fonction non seulement de la vitesse de rotation de la pièce étudiée, mais encore de la distance entre le défaut et les pièces polaires. L'expérience confirme cette idée et il en résulte une variation corrélative des sons produits par le haut parleur.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Équilibre à l'état fondu entre le potassium, le sodium et leurs fluorures*. Note de M. **E. Rinck**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Poursuivant l'étude des équilibres entre le potassium, le sodium et leurs halogénures ([1]), celle de la réaction

$$Na + KF \rightleftharpoons K + NaF$$

présentait des difficultés expérimentales sérieuses.

Comme il fallait travailler à une température supérieure à 990° C., point

([1]) Hackspill et Rinck, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 463. — Rinck, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1108; 189, 1929, p. 1272.

de fusion du fluorure de sodium, le système fut étudié à 1000° C. dans des tubes de nickel scellés, les tubes d'aciers précédemment employés résistant mal à cette température.

Après 10 minutes d'agitation en position horizontale à 1000° C., on laissait reposer le tube pendant 20 minutes en position verticale, pour faciliter la séparation des deux phases : métaux, alliage potassium-sodium, et sels, fluorures de potassium et de sodium.

Malgré cette précaution la séparation était incomplète. Les deux phases restant toujours plus ou moins mélangées, la détermination analytique des quatre constituants du système était très délicate.

Voici les résultats obtenus :

État initial. Poids en grammes des substances mises en présence.				État final. Poids pour 100 de substances dans chaque phase.				
Na.	K.	NaF.	KF.	K.	Na.	KF.	NaF.	C.
5	–	5	1	11,5	88,5	2,61	97,39	0,254
10	–	–	3	22,4	77,6	7,13	92,87	0,326
3	–	5	2	33,15	66.85	9,32	90,68	0,255
5	–	–	10	38,6	61,4	13,1	86,9	0,295
4	–	–	4	47,1	52,9	20,55	79,45	0,357
5	–	–	5	45,1	54,9	20,9	79,1	0,348
7	–	–	7	47,3	52,7	14,7	85,3	0,236
4,5	–	–	5	51,5	48,5	24,7	75,3	0,380
4	–	–	5	55,15	44,85	24,7	75,3	0,330
8	–	–	10	58,25	41,75	25,25	74,75	0,298
6	–	–	10	65,3	34,7	35,6	64,4	0,361
4	–	–	10	76,1	23,9	41,1	58,9	0,260
4	–	–	10	75,3	24,7	45,4	54,6	0,335
3	–	–	10	86,05	13,95	52,75	47,25	0,223
2,5	–	–	10	87,15	12,85	61,8	38,2	0,294
2	–	–	10	91,05	8,95	64,25	35,75	0,218
1	1	–	7	94,70	5,30	75,50	24,5	0,212
1	1	–	8	96,92	3,08	86,7	13,3	0,255

Néanmoins on constate que la loi d'action de masse $\frac{(\text{NA})(\text{KF})}{(\text{K})(\text{NaF})} = c$ se vérifie encore. c est une constante égale à 0,29.

Les écarts, qui atteignent 30 pour 100 en oscillant irrégulièrement autour de cette valeur moyenne, s'expliquent facilement par les difficultés d'ordre analytique.

En effet le tableau montre que les essais identiques à l'état initial ne donnent pas les mêmes résultats à l'état final et présentent des variations irrégulières de c dépassant même 30 pour 100.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'amidure de sodium sur quelques éthers bromhydriques.* Note de Mlle **Amagat**, présentée par M. Delépine.

Il a été montré (¹) que la déshydratation des α-phénylalcoyléthanols par la chaleur en présence de porosite (aggloméré de terre d'infusoires et de liège calciné) est accompagnée d'un changement de structure et que le produit principal de la réaction est un carbure alcoyléthylène symétrique :

$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ R \end{matrix}\!\!>\!CH.CH^2OH - H^2O \rightarrow C^6H^5.CH = CH.R.$$

Il nous a paru intéressant d'étudier l'action de l'amidure de sodium sur les éthers bromhydriques de ces mêmes alcools afin de voir si le départ d'une molécule de BrH entraînerait encore une transposition intramoléculaire. L'expérience nous a montré qu'il en était ainsi. Il se forme le carbure de transposition $C^6H^5.CH = CH.R$ à côté d'une très faible proportion de carbure normal dissymétrique $\begin{matrix} C^6H^5 \\ R \end{matrix}\!\!>\!C = CH^2$.

Les éthers bromhydriques ici étudiés ont été obtenus en chauffant au bain-marie pendant plusieurs heures le mélange d'alcool correspondant et d'acide bromhydrique aqueux ($d = 1,47$); les éthers bromhydriques correspondant aux alcoylphényléthanols se forment avec un bon rendement.

Ces mêmes alcools traités par BrH ($d = 1,47$) en suivant la méthode de Norris (²) donnent à côté de l'éther bromhydrique un carbure éthylénique; ils sont en partie déshydratés; le rendement en éthers ne dépasse pas 30 pour 100.

Il en est de même si l'on essaie de préparer les éthers chlorhydriques par l'action du chlorure de thionyle; même à basse température et en présence de pyridine, les α-alcoylphényléthanols sont déshydratés; l'éther chlorhydrique correspondant se forme avec un rendement qui n'atteint pas 20 pour 100.

Les éthers bromhydriques ou chlorhydriques des α, α-dialcoylphényléthanols sont très difficiles à obtenir avec un rendement satisfaisant.

Par l'action de l'acide bromhydrique à 48 pour 100 ou par l'action de $SOCl^2$, ils se déshydratent en grande partie et donnent l'éther bromhydrique ou l'éther chlorhydrique avec un rendement très faible.

(¹) Mme Ramart et Mlle Amagat, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 31.
(²) Norris, *Am. Chem. Soc.*, 38, 1907, p. 627.

Nous avons soumis à l'action de l'amidure de sodium le phényl-2-bromo-1-propane, le phényl-2-bromo-1-butane, le phényl-2-méthyl-2-bromo-1-butane.

1° En milieu benzénique, même avec un chauffage prolongé, l'amidure de sodium laisse intact le bromure.

2° En milieu toluénique, le résultat est meilleur, mais il reste encore une forte proportion de bromure à côté du carbure formé.

3° En milieu xylénique, l'amidure de sodium enlève une molécule de BrH à ces éthers, il se dégage de l'ammoniaque, il se forme du bromure de sodium et un carbure éthylénique.

La constitution des carbures qui en résultent a été établie par l'action du brome en solution chloroformique. Les carbures symétriques $C^6H^5.CH=CH.R$ donnent un dérivé dibromé cristallisé. Les carbures dissymétriques donnent un dérivé dibromé liquide.

La constitution du carbure provenant de la déshydratation partielle du diéthylphényléthanol par l'acide bromhydrique aqueux résulte de l'étude des produits d'oxydation par l'acide chromique en milieu acétique.

Le diéthylphényléthanol donne le phényl-1-éthyl-2-butène-1 :

$$\begin{matrix}C^2H^5\\C^2H^5\\C^6H^5\end{matrix}\Big\rangle C.CH^2OH - H^2O,\qquad \begin{matrix}C^2H^5\\C^2H^5\end{matrix}\Big\rangle C=CH.C^6H^5.$$

Il y a migration phénylique, ainsi que l'avaient déjà observé Mme Ramart et M. Blondeau (1), en déshydratant ce même alcool par le chaleur en présence de porosite.

Les éthers bromhydriques des alcoylphényléthanols sont très stables vis-à-vis de l'eau ; soumis à l'action des rayons ultraviolets, ils ne subissent pas de phénomène de transposition analogue à celui qui a été observé par Mme Ramart et M. Salmon-Legagneur (2), dans le cas du bromure d'isobutyle.

Nous avons ainsi préparé les composés suivants qui n'ont pas encore été signalés :

Le phényl-2-bromo-1-propane $\begin{matrix}CH^3\\C^6H^5\end{matrix}\big\rangle CH.CH^2Br$; il bout à 115° sous 21mm ; c'est un liquide très légèrement jaunâtre, d'odeur piquante ;

---

(1) Mme Ramart et Blondeau, *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1320.
(2) Mme Ramart et Salmon-Legagneur, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 39.

Le phényl-2-bromo-1-butane $\begin{matrix} C^2H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix}\!\!>CH.CH^2Br$; il bout à 130°-132° sous 28mm;

Le phényl-2-méthyl-3-bromo-1-butane $\underset{\displaystyle CH^3}{CH^3\,CH} — \underset{\displaystyle C^6H^5}{CH}.CH^2Br$; il bout à 123°-124° sous 13mm;

L'éthyl-2-phényl-2-bromo-1-butane $\begin{matrix} C^2H^5 \\ C^2H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix}\!\!>C.CH^2.Br$; il bout à 128°-130° sous 12mm.

En résumé, les éthers bromhydriques des α-phénylalcoyléthanols traités par l'amidure de sodium, en milieu xylénique, donnent presque exclusivement les carbures symétriques

$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ R \end{matrix}\!\!>CH.CH^2Br - BrH \rightarrow C^6H^5.CH = CH.R.$$

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude des chlorures et des alcools non saturés en β ou en γ.* Note de MM. **Ch. Courtot** et **J. Pierron**, présentée par M. Delépine.

Après avoir fixé les conditions de préparation des cétones α-éthyléniques au départ des chlorures α non saturés et avoir précisé les conditions de passage des alcools α-éthyléniques aux cétones correspondantes (¹), il convenait d'examiner le comportement des chlorures β et des chlorures γ non saturés vis-à-vis de l'oxydant jusqu'alors utilisé : le mélange sulfochromique.

Nous avons tout d'abord considéré le cas d'un halogène situé en β d'une double liaison benzénique dans l'ω-chloréthylbenzène pris comme exemple.

Alors que le chlorure de benzyle est hydrolysé complètement à 95-98° après 1 heure et demie et que corrélativement le mélange sulfochromique l'oxyde à cette même température en acide benzoïque (²), l'ω-chloréthylbenzène est infiniment plus stable et nous n'avons pu déceler aucune hydrolyse et par suite aucune oxydation, dans les mêmes conditions.

Dans la série aliphatique, l'expérimentation a porté sur l'hexène-1-chloro-4. Nous avons dû élever la température à 70° pour déclencher l'oxydation ; mais, si le chlorure disparaît en grande partie, il n'en résulte pas la formation de l'hexène-1-one-4; il y a

---

(¹) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 45, 1929, p. 286; *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1501.

(²) Il est difficile de s'arrêter à l'aldéhyde étant donné le peu de stabilité de cet aldéhyde vis-à-vis des oxydants.

surtout coupure à la double liaison avec production abondante d'acide formique. Corrélativement, les essais d'hydrolyse confèrent à l'atome d'halogène une stabilité beaucoup plus grande que dans le cas où l'atome d'halogène est situé en α de la double liaison : ainsi après 2 heures à 90-95°, l'hydrolyse n'est encore que de 39 pour 100.

Cependant la double liaison influence encore l'atome de chlore, puisque, dans le cas du chlorure saturé correspondant, le 3-chlorohexane, l'hydrolyse s'élève à 2 pour 100 seulement à 95° pendant 2 heures.

Notons en outre que les atomes d'hydrogène du groupement alcool secondaire situé en β d'une double liaison ne sont pas activés, pour reprendre l'expression de Delaby, puisque par oxydation au mélange sulfochromique de l'hexène-1-ol-4 lui-même, il y a surtout coupure de la molécule à la double liaison.

En ce qui concerne les chlorures γ-éthyléniques, l'étude a porté sur l'hexène-1-chloro-5. Nous avons, lors de la préparation de ce chlorure, enregistré des observations intéressantes que nous exposerons avant d'examiner son hydrolyse et son oxydation.

La chlorhydratation partielle du diallyle ne nous ayant pas conduit au chlorure cherché, nous avons tenté sa préparation par action de l'acide chlorhydrique sur l'hexène-1-ol-5 d'abord à température ordinaire, toujours sans succès, puis à la température d'ébullition de la solution aqueuse d'acide chlorhydrique, suivant la technique de Norris. Il y a réaction, mais au lieu du chlorure envisagé, nous obtenons le 2.5-diméthyltétrahydrofurane,

$$\begin{array}{ccc} & H^2C\text{——}CH^2 & \\ H^3C - HC & \quad \diagdown \ O \ \diagup & CH - CH^3 \end{array}$$

formé par fixation d'une molécule d'acide chlorhydrique sur la double liaison, l'atome de chlore se plaçant sur le carbone le plus substitué, d'après la règle de Markownikof. La monochlorhydrine de glycol ainsi formée perd de l'acide chlorhydrique : il y a cyclisation et formation de l'éther-oxyde.

$$CH^3 - CH\,\boxed{Cl} - CH^2 - CH^2 - CHO\,\boxed{H} - CH^3.$$

Ce 2.5-diméthyltétrahydrofurane est décrit par Sabatier et Mailhe [1]; ces auteurs l'obtiennent par hydrogénation de l'hexane-dione-2.5, en présence de nickel à 190°. C'est en somme l'anhydride stable du dihydrate de diallyle, et Béhal [2] l'avait obtenu antérieurement à partir du diallyle et de l'acide sulfurique concentré. Les constantes physiques que nous avons déterminées cadrent bien avec celles de Sabatier et Mailhe [3].

Nous sommes arrivés à l'hexène-1-chloro-5 par action de PCl^5 sur l'alcool éthylé-

(1) *Comptes rendus*, **144**, 1907, p. 1089.

(2) *Ann. Ch. et Ph.*, 6e série, **16**, 1886, p. 203.

(3) Pour plus de détails voir J. Pierron, *Thèse d'Université*, Nancy, juillet 1929.

nique en milieu chloroformique ou à sec. Le rendement en chlorure dans les deux cas ne dépasse pas 30 pour 100 : il y a notable formation de résines.

Les constantes physiques de l'hexène-1 chloro-5 sont les suivantes :

$$\text{Éb.} = 120^\circ\text{-}124^\circ, \quad d_4^{12} = 0{,}91025, \quad n_D^{12} = 1{,}4350,$$
$$\text{R. M. trouvée : } 34{,}0;\ \text{calculée : } 34{,}31.$$

Il y a donc une légère dépression de la réfraction moléculaire.

L'oxydation a été effectuée à 90°-95° pendant 2 heures et demie. Nous n'avons pas décelé d'allylacétone, il y a coupure de la molécule et l'acide formique a été mis en évidence. Ici encore l'hydrolyse est faible : l'action de la double liaison sur l'atome d'halogène n'est pratiquement plus perceptible; ainsi, à 95-97°, l'hydrolyse n'atteint pas encore 9 pour 100 après 2 heures; quant à l'oxydation de l'hexène-1-ol-5, elle a été réalisée dès 1907 par Gardner et Perkin (¹) à la faveur du mélange chromique : le produit d'oxydation est l'allylacétone. Notons cependant qu'il reste de l'alcool inaltéré et que le rendement en cétone n'est pas indiqué.

Il était intéressant d'examiner, pour terminer, la mobilité d'un atome d'halogène porté directement par la double liaison éthylénique. Nous avons choisi comme exemple l'ω-bromostyrolène. A 95°-97°, l'oxydation a lieu, bien que difficilement; on retrouve en effet 60 pour 100 de bromure inaltéré; il se produit de l'acide formique par coupure de la molécule à la double liaison. Il ne se forme pas de phénylcétène ou de ses polymères. L'hydrolyse du bromostyrolène atteint seulement 4,3 pour 100 à 90°-95° pendant 2 heures.

En résumé, seul l'atome d'halogène situé en α d'une double liaison ou benzénique ou éthylénique est remarquablement activé par elle. Dans toute autre position, l'halogène jouit d'une mobilité, vis-à-vis de l'eau, beaucoup moins grande. Cette propriété avait été signalée, sur des cas particuliers, par différents auteurs : Charon, Claisen; elle nous a permis de passer des chlorures α non saturés aux cétones correspondantes.

GÉOLOGIE. — *Sur la stratigraphie des formations secondaires et tertiaires de la province de Betioky (sud-ouest de Madagascar).* Note de M. **Henri Besairie**, présentée par M. Pierre Termier.

Le Secondaire de la province de Betioky est connu en partie d'après les beaux fossiles recueillis par Colcanap et déterminés par Mlle E. Basse (²).

(¹) *J. Chem. Soc.*, 91, 1907, p. 851.

(²) E. Basse, *Sur quelques faunes d'Ammonites du Sud-Ouest de Madagascar* (*Bull. Soc. Géol. France*, 4e série, 27, 1927, p. 395-400).

J'ai moi-même parcouru cette région en détail, étendu les recherches au Tertiaire et reconnu, pour l'ensemble, la succession suivante :

1° *Calcaires compacts à polypiers* (*Bajocien*). — Au-dessus des grès triasiques de l'Isalo terminant le Karroo malgache, on rencontre des calcaires compacts, sublithographiques ou oolithiques, renfermant des polypiers. J'ai recueilli à la base de cette formation *Amphiastrea* sp. et des radioles de *Cidaris* cf. *spinulosa* Ag.

2° *Grès verts inférieurs* (*Bathonien*). — La base de ces grès n'est pas fossilifère. La partie moyenne renferme un niveau de bois fossiles recouvert par un horizon à *Anabacia acaulis* Grégory. La partie supérieure contient : *Cadomites rectelobatus* Hauer, *Heligmus rollandi* Douv., *Meandroseris* sp.

3° *Calcaires détritiques et calcaires oolithiques* (*Callovien*). — Ces calcaires, épais de 20^{m}, sont très fossilifères. J'y ai récolté : *Phylloceras mediterraneum* Neumayr, *Phylloceras jaraense* Waag., *Stepheoceras* cf. *grantanum* Oppel, *Macrocephalites macrocephalus* Schloth., *Perisphinctes funatus* Oppel, *Perisphinctes recuperoi* Gemm., *Pygurus depressus* Ag., *Pygurus* nov. sp., *Pygaster umbrella* Ag., *Clypeus subulatus* Young et Bird, *Cidaris* sp., *Heligmus rollandi* Douv., *Rhynchonella inconstans* Sow.

4° *Marnes jaunes à Terebratula* cf. *subsella* Leym. (*Oxfordien à Kimeridgien*). — Ces marnes, sans autres fossiles que des Térébratules, constituent l'équivalent latéral des couches à *Aspidoceras* signalées, au nord de la région, par Mlle E. Basse.

5° *Grès verts supérieurs* (*Hauterivien*). — Séparés des niveaux précédents par une lacune stratigraphique, ces grès sont très glauconieux, débutent par un conglomérat et renferment : *Crioceras* sp., *Duvalia dilatata* Blainv., *Duvalia lata* Blainv., *Belemnites pistilliformis* Blainv., *Panopea* sp.

6° *Grès et marnes rouges* (*Albien*). — Ces couches viennent après une nouvelle lacune et fournissent, provenant probablement de niveaux différents : *Douvilleiceras mamillare* Schloth., *Mortoniceras inflatum* Sow.

7. *Grès rouges* (*Cénomanien*). — Dans la petite colline d'Antsandoky au nord-ouest d'Anontsy j'ai recueilli : *Acanthoceras Martimpreyi* Coq., *Acanthoceras Mantelli* Sow., *Puzosia* cf. *insculpta* Kossm., *Puzosia planulata* Sow., *Tetragonites timotheanum* Mayor, *Latidorsella latidorsatum* Mich., *Phylloceras velledæ* Mich., *Forbesiceras obtectum* Scharpe, *Turrulites costatus* Lmk., *Belemnites ultimus* d'Orb., *Epiaster Henrici* Pér. et Gaut., *Pyrina tunisiensis* Pér. et Gaut., *Holectypus* sp., *Exogyra columba* Lmk., *Strophodus* cf. *reticulatus* Ag. (dent). Près de Mahakendy j'ai trouvé une petite faune pyriteuse avec : *Forbesiceras obtectum*, *Acanthoceras martimpreyi* Coq., *Acan-*

thoceras cf. *aumalense* Perv., *Scaphites æqualis-obliquus* Sow., *Turrulites* aff. *Morrisi* Sharpe.

8. *Grès jaunâtres et rougeâtres* (*Turonien*). — Le Turonien affleure surtout dans la falaise d'Aonzy où il renferme : *Fagesia superstes* Peron, *Neoptychites cephalotus* Court., *Mammites conciliatus* Stol., *Prionotropis douvillei* Perv., *Inoceramus labiatus* Sch., *Inoceramus naumanni* Yok., *Inoceramus* nov. sp.

9. *Grès jaunes* (*Coniacien*). — Ces grès m'ont fourni : *Barroisiceras haberfellneri* de Gross., *Hamites raynaudi* B. L. T.

10. *Coulées volcaniques*, formées de basaltes et de sakalavites.

11. *Grès à radioles de Cidaris* aff. *filamentosa* Ag. (*Campanien supérieur et Maestrichtien inférieur*). — Après une lacune correspondant au Santonien, ces grès transgressifs recouvrent directement les basaltes dans la région Nord et s'avancent jusque sur le Karroo, puis sur les schistes cristallins dans la région Sud. Très fossilifères ils contiennent principalement : *Lepidorbitoïdes socialis* Leym., *Alectryonia ungulata* Schl., *Ostrea laciniata* d'Orb., *Arrhoges boulei* Cottr., *Volutilithes fanivelonensis* Boule et Thév.

12. *Maestrichtien supérieur.* — Au nord de l'Onilahy le niveau avec un faciès généralement calcaire, renferme d'après M. J. Piveteau : *Hemiaster madagascariensis* Cottr. A l'ouest de Betioky, les calcaires ne sont plus fossilifères; mais, plus au sud, dans la région d'Edjeda, ils passent à des marnes où j'ai trouvé : *Bellardia vicina* Douv., *Volutocorbis indica* Douv., *Haustator* cf. *congregatus* Douv., *Lyria* cf. *turgidula* Desh. Il est intéressant de retrouver à Madagascar ces fossiles que M. H. Douvillé a décrits des couches à *Cardita Beaumonti* de l'Inde.

13. *Calcaires* (*Éocène moyen*). — Après une lacune correspondant à l'Éocène inférieur on trouve des calcaires comprenant à la base un niveau conglomératique recouvert par des marnes à *Nummulites stamineus* Nuttal qui renferment aussi une faunule d'Échinides étudiée par M. J. Lambert (¹) : *Echinocyamus luciani* de Loriol, *Echinocyamus lorioli* Gauthier, *Echinocyamus rostratus* Lambert, *Paralampas besairiei* Lambert, *Eolampas exentricus* Duncan et Sladen, *Rhyncholampas pygmea* Duncan et Sladen. Audessus viennent des calcaires à Alvéolines où s'intercale un niveau à *Echinolampas* sp. et *Pericosmus* sp.

(¹) J. Lambert. *Sur des Échinides éocènes de Madagascar* (*Comptes rendus*, 189, 1929, p. 192).

14. *Calcaires et marnes à Huîtres* (*Miocène*). — Ces couches transgressives reposent sur l'Éocène avec une légère discordance. Elles contiennent : *Ostrea pelecydion* Fischer, *Cyphus arenarius* Linné.

PÉTROGRAPHIE. — *Comportement minéralogique et chimique des produits d'altération élaborés aux dépens des gneiss du Massif Central français avant l'établissement des dépôts sédimentaires de l'Oligocène.* Note de M. **Jacques de Lapparent**, présentée par M. Pierre Termier.

On trouve dans le Massif Central français des roches rouges ou blanches engendrées par la décomposition des gneiss et qui sont assez largement développées dans le Puy-de-Dôme, non loin d'Issoire, vers Ardes et Madriat.

Giraud [1] a donné de leur gisement une description détaillée, établissant leur âge antéoligocène, et A. Lacroix a signalé dans sa *Minéralogie de la France* cette particularité minéralogique qu'elles possèdent de contenir de la silice hydratée sous forme d'opale.

L'étude minéralogique et chimique de ces roches révèle quelques faits intéressants que je voudrais exposer dans cette Note.

Les gneiss dont elles procèdent, et qui forment leur substratum, sont principalement constitués par du quartz, de l'orthose faculée d'albite, un feldspath calco-sodique voisin de l'andésine et du mica noir qu'accompagne un peu de mica blanc. Vers le contact des gneiss, les roches sont rouges; elles deviennent blanches ou bariolées à la partie supérieure des gîtes au voisinage de leur recouvrement par les sédiments lacustres de l'Oligocène.

On ne voit plus trace, dans ces roches, des feldspaths ou des micas noirs du gneiss originel, mais le mica blanc paraît être intégralement conservé. Quant au quartz, il s'y retrouve partiellement, et dans les très curieuses conditions suivantes :

Les morceaux en sont corrodés à partir de leur surface et la corrosion s'est poursuivie dans la masse par de multiples points, faisant naître toute une série de cristaux négatifs, contigus, limités par les faces d'un rhomboèdre auxquelles sont jointes parfois celles d'hémiscalénoèdres.

La cavité produite dans le quartz par chacun des cristaux négatifs est

---

(1) Giraud, *Études géologiques sur la Limagne* (*Bull. des Services de la Carte géol. de la France*, 13, 1902, p. 158 à 163).

occupée par de l'opale, souvent associée à des paillettes d'un minéral phylliteux de néoformation d'aspect identique à la kaolinite ou à la leverriérite. Il est arrivé que, la corrosion s'étant poursuivie dans une certaine épaisseur du quartz, et les cristaux négatifs étant moulés par l'opale, elle a continué à agir sur le noyau restant, réalisant encore des formes de cristaux négatifs mais élaborant à la place du quartz le seul minéral phylliteux; et les choses ont pu aller jusqu'à un tel point que le quartz a complètement disparu. Le morceau primitif se trouve alors remplacé par une petite géode intérieurement hérissée de polyèdres d'opale dont la partie centrale est occupée par une phyllite.

La roche a d'ailleurs cette structure perlitique qui est si fréquemment le fait de la diagénèse des dépôts calcaires d'origine lacustre, et c'est dans les intervalles des perles que la corrosion des quartz s'est le plus durement fait sentir.

Le fond de la roche même est constitué par une phyllite membraneuse rougeâtre, ferrique, décolorée dans les types blancs, que charge une poussière de très menus cristaux de rutile et d'anatase.

Des essais microchimiques opérés sur l'élément phylliteux m'ont montré nettement que celui-ci était sodique, ce que permettait d'ailleurs de prévoir l'analyse chimique complète des roches. Et tandis que les gneiss bornent leur proportion de soude à 3,4 pour 100, ce corps atteint dans les roches en question, tant rouges que blanches, des proportions voisines de 4,7 pour 100. Leur teneur en eau étant d'ailleurs d'un tel ordre qu'il faut vraisemblablement compter le minéral phylliteux pour une de ces kaolinites alcalines nommées par P. Termier leverriérite.

Le titane qui forme, en poids, 0,7 pour 100 des gneiss et qui, invisible, s'y tient certainement tout entier dans le mica noir, atteint 1,4 pour 100 du poids de ces roches et on l'y voit à l'état de rutile, en très petits bâtonnets, ou d'anatase en grains. Il est issu des micas noirs et ses proportions nous indiquent quelle contraction s'est opérée quand un volume de gneiss s'est altéré. Le volume de la roche mère est environ réduit à la moitié de ce qu'il était. Ce qu'on vérifie par le cas du fer qui de 3,7 (pour le fer total compté comme Fe^2O^3) dans le gneiss passe à 7,1 dans les roches rouges. La teneur en fer de ces roches rouges n'est que le fait de l'appauvrissement en certains éléments du gneiss dont elles dérivent. Les types blancs résultant d'autre part d'un appauvrissement réel en fer des types rouges par lessivage.

Les roches dont je viens de dire les caractères ont été considérées comme

des bauxites. De fait elles n'offrent pas les caractéristiques chimiques qui permettent de les classer comme telles, leur teneur en alumine ne dépassant pas 28 pour 100. D'autre part elles ne contiennent pas d'alumine hydratée libre non combinée à la silice. Elles sont trop pauvres en fer pour être assimilées aux véritables latérites. Ce sont en somme des *argiles ferrugineuses siliciques* massives.

GÉOPHYSIQUE. — *Sur la détermination électromagnétique du pendage des couches sédimentaires*. Note de MM. **C.** et **M. Schlumberger**, présentée par M. Pierre Termier.

Les études de prospection électrique que nous poursuivons nous ont permis de démontrer antérieurement [1] que les roches sédimentaires se présentent, au point de vue de leur conductibilité électrique, comme des corps très nettement anisotropes. Elles ont une résistivité spécifique plus faible parallèlement aux strates que perpendiculairement à celles-ci, le rapport de ces deux paramètres définissant le coefficient λ d'anisotropie.

Les schistes constituent souvent un bel exemple d'une roche très anisotrope et sensiblement homogène. Les roches sédimentaires, même irrégulières et mal litées dans le détail, présentent aussi des propriétés analogues, pourvu que les mesures portent sur un assez vaste volume (plusieurs hectomètres cubes par exemple) pour que les irrégularités locales disparaissent dans une moyenne d'ensemble.

Cette anisotropie des formations sédimentaires permet d'étudier électriquement, à partir de la surface du sol, le pendage des couches sous-jacentes, ce qui constitue un problème pratique très fréquent dans les recherches géophysiques, lorsqu'un recouvrement ou bien l'altération superficielle des roches empêche l'observation géologique directe.

Considérons un faisceau de couches sédimentaires planes, formant un ensemble anisotrope sensiblement homogène et incliné par rapport à la surface du sol supposée horizontale. Envoyons dans le sol, à partir d'une électrode ponctuelle A placée à la surface, un courant électrique qui se ferme par une seconde électrode analogue, mais située au loin et reliée à la source d'énergie électrique par un câble conducteur isolé. La nappe de cou-

(1) *Étude sur la prospection électrique du sous-sol*, Paris, Gauthier-Villars, 1920, *passim*.

rant qui s'écoule dans le sol à partir de A produit dans celui-ci, par effet ohmique, un champ électrique que l'on peut étudier potentiométriquement à la surface. Elle produit aussi un champ magnétique, également étudiable en surface, en général par des méthodes d'induction.

Si les strates, toujours supposées planes et parallèles, sont trop différenciées entre elles pour que leur ensemble soit assimilable à un milieu anisotrope homogène, des calculs rigoureux ne sont plus possibles. Toutefois si les hétérogénéités de conductibilité électrique ne sont pas trop importantes vis-à-vis du coefficient d'anisotropie moyen, l'anisotropie régit encore suffisamment la symétrie de la nappe de courant dans le sol, pour que les remarques précédentes conservent une valeur qualitative. On peut donc encore déterminer la direction et le sens du pendage, mais la valeur de l'angle de pendage reste inconnue. Il en est de même lorsque les strates inclinées à étudier sont recouvertes par un mort-terrain horizontal plus ou moins épais. En pareil cas il est nécessaire que les mesures soient effectuées à une distance de A égale au moins à deux fois l'épaisseur du recouvrement, de façon à échapper à l'influence prédominante de celui-ci et à réaliser une suffisante profondeur d'investigation.

Souvent les pendages présentent des irrégularités à l'intérieur du volume de sol intéressé par les mesures. Celles-ci donnent alors le *pendage moyen* des couches à l'intérieur de ce volume.

Les considérations théoriques ci-dessus ont été vérifiées dans un grand nombre de cas et sur des formations géologiques extrêmement variées. Des profondeurs d'investigation supérieures à 500^m ont été réalisées. La détermination, à partir de la surface du sol, du pendage moyen des terrains stratifiés sous-jacents, peut donc être considérée comme pratiquement résolue jusqu'à des profondeurs déjà importantes, à condition toutefois qu'il s'agisse de formations suffisamment homogènes et assez anisotropes.

Les mesures potentiométriques à la surface du sol, en particulier le tracé sur le terrain d'ellipses équipotentielles autour de A, permettent de déterminer la direction du pendage. Celle-ci coïncide avec le petit axe de ces courbes. Le rapport des longueurs des deux axes des ellipses équipotentielles est d'ailleurs une fonction simple du coefficient d'anisotropie λ et de l'angle θ du pendage. La mesure de ce rapport donne donc une équation reliant ces deux paramètres. Étant données les symétries du champ électrique, les mesures potentiométriques à la surface du sol ne peuvent pas donner entre λ et θ une seconde équation indépendante de la première. Elles ne permettent notamment pas de déterminer le sens du pendage. Il faut remarquer,

cependant qu'une seule mesure de potentiel, effectuée à l'intérieur du sol (dans un sondage par exemple), suffit pour lever toute indétermination et résoudre entièrement le problème.

Les mesures électromagnétiques à la surface du sol, en particulier celles de l'inclinaison du vecteur magnétique autour de A, permettent de trouver la direction et le sens du pendage, et même de calculer exactement les valeurs de λ et θ au moyen de deux équations indépendantes reliant ces paramètres à des données expérimentales. L'inclinaison du vecteur en un point P de la surface dépend, pour un sol donné, de l'angle que fait la droite PA avec la direction du pendage. Lorsque PA coïncide avec cette direction, l'inclinaison est nulle. Lorsque PA lui est perpendiculaire, l'inclinaison prend une valeur qui est calculable mathématiquement en fonction de λ et θ.

BOTANIQUE. — *Sur les* Ephedra nebrodensis *Tineo de l'Afrique du Nord.* Note de Mlle **Lucienne George**, présentée par M. L. Blaringhem.

1. Les échantillons provenant d'une station *très ensoleillée* des rochers escarpés *calcaires* du Gouraya de Bougie (altitude 50 à 100^m) sont nettement caractérisés par un chimisme très intense. La cuticule présente la même épaisseur que la cavité des cellules épidermiques; au sommet des fines costulations longitudinales du rameau, elle est deux fois plus épaisse, de sorte qu'il y a sur chaque côté deux à trois grosses papilles jouant le rôle de ménisques réfléchissant la lumière; elle est formée de trois couches : une interne cellulosique, une moyenne oxalifère, à grains très fins colorés en vert par le vert d'anthracène, une externe cultinisée, colorée en jaune d'or par la chrysoïdine. L'épiderme est simple, parfois dédoublé; presque toutes ses cellules renferment du tannin, quelques-unes contiennent une masse huileuse jaune vert se colorant en rose vif par la teinture d'Alkanna. Chaque sillon renferme deux à quatre files de stomates dont les puits cuticulaires sont plus ou moins bouchés par des pellicules de cire. Les cellules de bordure ont des parois très épaisses, fortement cutinisées, ne laissant au centre qu'un lumen étroit, cylindrique.

L'écorce est formée par trois assises de cellules palissadiques cinq fois plus longues que larges, deux assises de cellules polygonales, sans méats, reposant sur un endoderme amylifère formé d'éléments allongés tangentiellement. Quelques cellules du parenchyme assimilateur sont tannifères;

leurs parois sont fortement incrustées d'oxalate de calcium, et leurs cavités riches en cristaux rhomboédriques du même sel. Le stéréome cortical est formé par des paquets de deux à huit fibres hypodermiques, un dans chaque côte, et quelques faisceaux de deux à trois éléments répartis dans la région interne de l'écorce. La paroi externe de toutes ces fibres, qui ne prennent pas les colorants du bois, est imprégnée de gomme se colorant en rouge vif par le rouge de Cassella du réactif de Lutz, et incrustée d'oxalate.

Le péricycle est formé d'une assise parenchymateuse interrompue par des arcs fibreux vis-à-vis les faisceaux libéro-ligneux. Ceux-ci sont au nombre de huit (deux paires de grands, opposées, et deux paires de petits également opposées). La moelle, formée de grands éléments réguliers, cellulosiques, isodiamétriques, laissant entre eux des méats, riche en tannins dans toute sa portion centrale, est entourée par quelques fibres à lumière large. Les coupes des tiges jeunes ont été prélevées au niveau du troisième entre-nœud.

Dans les tiges âgées de *deux ans* un phellogène s'établit dans l'assise corticale précédant l'endoderme, produit un phelloderme formé de grandes cellules arrondies et de fibres et un *liège formé de cellules à parois épaisses*. Une deuxième assise subéro-phellodermique s'installe un peu plus tard dans le péricycle.

2° Des coupes comparables effectuées dans des tiges jeunes provenant des rochers *calcaires ombragés* des gorges du Guergour (altitude 800^{m}) diffèrent des précédentes par une cuticule de faible épaisseur. Les cellules épidermiques renferment quelques grains de chlorophylle; les cellules palissadiques sont à peine plus longues que larges; les fibres sont moins nombreuses, les incrustations d'oxalate moins abondantes. Dans les tiges âgées de *quatre ans*, un phellogène produisant du *liège formé d'éléments à parois très minces* s'établit dans la cinquième assise corticale.

3° Les rameaux provenant des *rochers gréseux* d'Ourika, près d'Anfgein, dans le Grand Atlas (altitude 2400^{m}), ont un épiderme souvent double, à cuticule très épaisse, présentant des papilles surtout développées sur les côtes. Les puits cuticulaires, très profonds, sont comblés pendant les périodes de sécheresse par de la cire. Il y a 45 à 50 côtes renfermant chacune un faisceau de 10 à 30 fibres hypodermiques, disposées tantôt sur une seule file, tantôt sur deux ou trois et arrivant le plus souvent jusqu'à l'endoderme. Quelques fibres isolées ou par groupes de deux ou trois circulent parmi les deux assises de cellules polygonales sous-jacentes aux trois palissades. Certaines cellules endodermiques sont tannifères, les autres amylifères. Il y a une zone discontinue de fibres périmédullaires.

Un premier périderme s'établit, dans les tiges de *deux ans*, dans la cinquième assise corticale, un deuxième dans le péricycle des tiges de *trois ans*. Le bois secondaire présente, comme chez tous les *E. nebrodensis*, une séparation nette en bois de printemps et bois d'automne. La moelle, à grands éléments cellulosiques, renferme, à la périphérie, quelques fibres, et, vis-à-vis les pôles de différenciation ligneux, des taches de cellules lignifiées simulant un bois centripète. Sa partie centrale est tannifère.

4° Les rameaux provenant des rochers gréseux de la basse vallée d'Ourika (altitude 1000^m) se rapprochent du type n° 2.

Ainsi les *modifications en rapport avec le milieu sont uniquement d'ordre quantitatif* : la structure des stomates est toujours la même, les papilles existent partout sur les côtes, le nombre des assises palissadiques est constant, le stéréome présente la même disposition et les phellogènes prennent naissance dans les mêmes assises, malgré les modifications chimiques très accusées des éléments cellulaires en rapport avec les stations.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Migration des alcaloïdes au cours de la germination des graines et de la formation des plantules : recherches sur* Lupinus mutabilis, *var.* Cruiskanks. Note de M. **A. Guillaume**, présentée par M. Molliard.

Dans une première série d'expérience effectuées à la lumière, nous avons fait germer des graines de lupin sur du coton humide et sous un entonnoir dont les parois étaient imbibées d'acide sulfurique à $\frac{1}{20}$; après 6 jours les plantules longues de 0^m,05 furent analysées et donnèrent 0^g,195 d'alcaloïdes pour 100 plantules contre 0^g,252 dans 100 graines; la teneur en azote protéique fut de 0^g,990 contre 1^g,44 dans le même nombre d'unités.

Il y avait donc à la lumière diminution à la fois en alcaloïdes et en azote protéique dans les plantules par rapport aux graines. De plus, l'acide dilué des parois de l'entonnoir après neutralisation donnait une coloration jaunâtre avec le réactif de Nessler; une expérience semblable (même durée) fut effectuée avec un même poids (30^g) de graines de *Lathyrus Cicera* (gesse jarosse), espèce dans laquelle nous avions constaté l'absence d'alcaloïdes : la liqueur acide neutralisée ne donna pas de coloration avec le réactif de Nessler.

Dans une deuxième série d'expériences, j'ai recherché si, avec des plantules plus âgées, les résultats seraient semblables : nous avons fait germer

des graines sous cloche, un lot à l'obscurité, trois lots à la lumière, et nous avons effectué les dosages comparatifs sur les plantules de différentes longueurs. Au cours de la germination, l'air de la cloche était aspiré dans un liquide acide permettant de déceler un dégagement, à l'état gazeux, de l'alcaloïde volatil du lupin, la spartéine, ou d'un produit de sa désagrégation : l'ammoniaque.

A l'obscurité, nous avons constaté une augmentation des alcaloïdes dans les plantules par rapport aux graines ($0^g,316$ contre 0,212 dans 100 unités) et une diminution des protéiques ($0^g,900$ contre $1^g,44$ pour 100 unités) : absence de dégagement d'alcaloïdes et d'ammoniaque.

A la lumière, la teneur en alcaloïdes pour 100 plantules augmenta progressivement avec le développement de ces dernières : avec les plantules de $0^m,05$ et $0^m,10$ elle fut inférieure à celle des graines, mais la dépassa quand les plantules eurent acquis $0^m,15$ et surtout $0^m,20$ de longueur.

Donc la teneur en alcaloïdes dans les plantules, suivant l'âge, est inférieure ou supérieure à celle de la graine, alors qu'à l'obscurité dans les plantules jeunes, elle est supérieure. Qu'est devenue la petite quantité d'alcaloïdes qui, à la lumière, a disparu au début de la germination? A-t-elle été transformée en matière protéique ou décomposée?

Nous avons constaté que la proportion d'azote protéique avait diminué dans les plantules à la lumière comme à l'obscurité. Donc il semble que l'alcaloïde n'intervienne pas dans la protéogénèse. Par contre nous avons observé un dégagement d'ammoniaque à la lumière, faible il est vrai, mais non négligeable : $1^{mg},8$ pour II (voir tableau), 4^{mg} pour III, correspondant à 100 plantules, et que nous n'avons pu observer à l'obscurité (ni à la lumière avec des plantules sans alcaloïdes).

VARIATIONS DES ALCALOÏDES ET DE L'AZOTE PROTÉIQUE PENDANT LA GERMINATION.

1° *Graines* (récolte 1928).

Nombre pour 100 grammes.	Poids sec de 100 graines.	Teneur dans 100 grammes.	Teneur dans 100 graines.	
500	20	$1^g,26$	$0^g,252$	(alcaloïdes)
		7,20	1,44	(azote protéique)

2° *Plantules.*

Hauteur moyenne.	Nombre pour 100 grammes.	Poids sec de 100 plantules.	Teneur en alcaloïdes (1) et azote protéique (2) dans 100 graines.	dans 100 plantules.
		a. A l'obscurité.		
II. $0^m,10$......... après 10 jours....	714	14	(1) 2,25 (2) 6,42	**0,316** 0,900
		b. A la lumière.		
I. $0^m,05$......... après 6 jours.....	833	12	(1) 1,624 (2) 8,20	**0,1950** 0,990
II. $0^m,10$......... après 10 jours...	769	13	(1) 1,590 (2) 7,84	**0,2072** 1,020
III. $0^m,15$......... après 15 jours...	588	17	(1) 1,828 (2) 5,76	**0,3110** 0,98
IV. $0^m,20$......... après 20 jours en milieu non azoté..	501	21	(1) 2,074 (2) 5,51	**0,4140** 1,10

Il semble donc y avoir, à la lumière, au début de la germination, passage par osmose d'une petite quantité des alcaloïdes contenus dans la graine, dans l'eau imbibant le support de coton, suivi d'une décomposition sous l'action des rayons solaires [1].

En résumé, si dans la plantule jeune à la lumière, la quantité d'alcaloïdes est moins élevée que dans la graine, par suite vraisemblablement d'une élimination d'une partie des alcaloïdes, suivie de décomposition, bientôt il doit s'en produire de nouveaux et la teneur, dépassant celle de la graine, va en augmentant progressivement. Par contre, à l'obscurité il doit se former très tôt de nouveaux alcaloïdes puisque la teneur est plus élevée que dans la graine. Ceux-ci, à l'obscurité comme à la lumière, se forment peut-être au cours de la protéolyse, puisque nous avons constaté une diminution des protéiques mais notre expérience ne peut le prouver.

---

(1) Dans des expériences complémentaires, nous avons constaté en effet que l'eau, qui a contenu des graines mises à macérer à la lumière pendant 3 jours avant la germination, renfermait 20^{mg} d'alcaloïdes pour 100 graines.

CHIMIE AGRICOLE. — *Méthode rapide pour déterminer l'effet des engrais phosphatés sur le rendement des cultures.* Note de M. **Antonin Němec**, transmise par M. A.-Th. Schlœsing.

A l'aide de l'analyse chimique, on peut déterminer les besoins d'un sol en acide phosphorique d'après la quantité des réserves assimilables; mais il n'est pas possible d'évaluer avec une sûreté suffisante l'effet probable des engrais phosphatés sur le rendement des récoltes. Pour s'éclairer sur ce dernier point, il a fallu jusqu'ici recourir aux essais de culture. Mais ceux-ci sont coûteux, longs et inabordables à la plupart des agriculteurs. J'ai cherché une méthode rapide qui dispenserait de ces essais.

Les résultats des analyses faites pour déterminer les besoins d'un sol en éléments nutritifs ne s'accordent pas, dans un certain nombre de cas, avec ceux des essais culturaux. J'ai constaté que les désaccords viennent exclusivement de ce que les sols pauvres en acide phosphorique ne réagissent guère à une fumure phosphatée. En poursuivant mes études, j'ai reconnu que la présence d'une quantité élevée de certaines combinaisons de métaux solubles dans le sol, spécialement du fer, empêche la fumure phosphatée, même sur les terres d'une pauvreté extrême en acide phosphorique, de provoquer une augmentation du rendement de la récolte.

J'ai déterminé les besoins en acide phosphorique dans les échantillons des sols examinés à l'aide de la méthode à l'acide citrique dilué [d'après Lemmermann (¹)] et à l'aide de l'analyse colorimétrique des extraits du sol à l'eau distillée [Němec (²)] et j'ai comparé les résultats obtenus avec les effets de l'application de doses progressives de superphosphate sur les champs d'expérimentation. En même temps, j'ai déterminé la teneur du sol en oxyde de fer Fe^2O^3, soluble dans l'acide citrique à 1 pour 100, au moyen d'une méthode colorimétrique :

10^{cm^3} de l'extrait du sol sont additionnés de quelques gouttes d'une solution de permanganate, de 5^{cm^3} d'acide chlorhydrique dilué à 10 pour 100 et ensuite étendus à 50^{cm^3} avec de l'eau distillée; on ajoute 5^{cm^3} de rhodanide de potassium (10 pour 100) et l'on porte le volume à 100^{cm^3}. On compare la coloration brune de l'extrait à une solution standard de chlorure ferrique.

Le tableau ci-après présente quelques-uns des résultats obtenus.

(¹) O. Lemmermann, *Zeitschr. Pflanzenernähr. u. Düngung*, 6, 1927, p. 165.

(²) A. Němec, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1060.

Essais avec les pommes de terre.

Lieux des essais.	Quantité d'acide phosphorique dans la fumure, par hectare.	Augmentation de la récolte, quintaux par hectare.	Couche de la terre.	Analyse du sol. Soluble en acide citrique, milligr. dans 1^kg de terre. Fe²O³.	P²O⁵.	Soluble à l'eau, milligr. dans 1^kg de terre. P²O⁵.	SiO².
Klatovy.....	50 kg	2,6 ± 9,28	terre arable	113,96	328,3	10,90	20,76
	100	−1,9 ± 7,87					
	150	−3,4 ± 8,76	sous-sol	91,30	211,6	6,22	7,20
Hořice......	50	2,2 ± 6,34	terre arable	61,31	176,3	2,70	14,45
	100	−4,3 ± 9,35					
	150	−5,7 ± 6,08	sous-sol	40,48	134,7	0,20	4,43
Tábor.......	50	6,5 ± 5,31	terre arable	145,28	162,0	0,91	11,09
	100	−4,4 ± 3,99					
	150	5,3 ± 4,88	sous-sol	85,63	146,0	0,80	8,25
Osek........	50	3,9 ± 10,27	terre arable	82,63	145,2	1,45	8,18
	100	−0,1 ± 6,25					
	150	4,9 ± 7,27	sous-sol	58,81	37,4	0,05	4,92
Valečov.....	50	16,6 ± 5,77	terre arable	28,32	141,7	0,31	5,21
	100	15,3 ± 3,92					
	150	28,2 ± 8,62	sous-sol	19,49	28,6	0,25	5,53
Libějovice...	50	11,4 ± 7,90	terre arable	46,32	73,2	0,67	14,05
	100	20,1 ± 13,44					
	150	29,4 ± 10,22	sous-sol	35,49	80,1	1,13	11,26
Domanínek..	50	23,1 ± 7,68	terre arable	30,98	55,70	0,87	5,27
	100	41,7 ± 11,08					
	150	60,9 ± 5,90	sous-sol	25,21	23,20	0,69	8,36
Plzeň.......	50	11,1 ± 3,44	terre arable	74,80	31,9	0,41	6,76
	100	11,9 ± 7,08					
	150	6,7 ± 4,13	sous-sol	42,32	28,20	0,51	4,48

On voit par ces nombres que *les sols contenant une quantité d'oxyde ferrique supérieure à 50mg Fe^2O^3 par kilogramme de terre n'ont pas réagi à la fumure phosphatée, même dans les cas où le besoin en acide phosphorique, d'après l'analyse de l'extrait citrique du sol, était très marqué* (les sols contenant moins de 250mg P^2O^5 dans la terre arable). L'analyse de l'extrait aqueux du sol (méthode de Němec) montre, d'après la teneur en silice

soluble, l'effet de la fumure phosphatée en plein champ d'une façon plus exacte que la seule détermination de l'acide phosphorique, soluble à l'eau ou même à l'acide citrique.

La combinaison de mes méthodes colorimétriques pour la détermination de la silice soluble à l'eau et de l'oxyde ferrique soluble à l'acide citrique permet d'évaluer, d'après de nombreux essais comparatifs, d'une manière très rapide et simple le besoin du sol en acide phosphorique et de prévoir l'effet probable des engrais phosphatés sur les rendements pratiques des cultures.

CYTOLOGIE. — *Sur la localisation des constituants minéraux dans les noyaux cellulaires des* acini *et des conduits excréteurs des glandes salivaires.* Note de M. **Gordon H. Scott**, présentée par M. F. Mesnil.

En essayant de déterminer la présence ou l'absence de substances minérales fixes dans les inclusions nucléaires associées avec la maladie des glandes sous-maxillaires du cobaye, il nous a été possible d'étudier comparativement aux forts grossissements (objectif à immersion) les noyaux des *acini* sécréteurs et ceux des conduits excréteurs dans des coupes ordinaires et dans des coupes incinérées. Les glandes sous-maxillaires des cobayes adultes sont fixées dans l'alcool absolu et préparées pour la méthode de la micro-incinération de Policard. Des coupes en séries à 4^{μ} sont faites. Alternativement, une lame est colorée par l'hématoxyline et l'éosine; l'autre qui suit est incinérée, ce qui permet la comparaison. En employant des lamelles extra-minces et en orientant convenablement le faisceau lumineux, on peut utiliser avec de bons résultats l'objectif à immersion.

Les forts grossissements qu'on peut obtenir ainsi permettent de déterminer la localisation nucléaire exacte des cendres minérales.

Quand on compare les coupes colorées et les coupes incinérées, on peut constater que les dépôts de cendres occupent la même situation topographique que la chromatine. Le nucléole est représenté par un dépôt relativement grand de cendres denses, tandis que les corps minéraux restants sont ramassés, à la périphérie du noyau, en petites masses, avec, de place en place, des filaments s'étendant vers le centre du noyau. La paroi nucléaire est dessinée plus ou moins nettement. Dans un certain nombre de cas, il a été possible de comparer des coupes d'un même noyau, l'une colorée, l'autre incinérée. Dans ces cas, aucun doute n'existe concernant la localisation des

matières minérales fixes. Les cellules des conduits excréteurs présentent plus nettement que les cellules acineuses cette superposition des dépôts de cendres aux masses de chromatine. La taille des amas de cendres est légèrement moindre que celle des mottes correspondantes de chromatine, mais le diamètre du dessin des limites extérieures du noyau est toujours identique dans les deux cas. Grâce à l'emploi d'un oculaire de comparaison, il a été possible, dans certains cas, de superposer exactement une partie colorée d'un noyau avec la partie du même noyau qui se trouvait dans la coupe suivante, ayant subi l'incinération.

L'aspect, sur du matériel fixé et coloré, des noyaux offrant des inclusions, a été décrit par Cole et Kuttner (¹) et par Scott (²). Comme les cellules qui contiennent ces inclusions sont volumineuses et font saillie dans la lumière des conduits excréteurs, il n'y avait aucune difficulté pour établir la surperposition entre coupes fixées et coupes incinérées. Dans aucune des inclusions nucléaires, il ne fut possible de déceler traces de cendres minérales, cependant que la limite extérieure du noyau et ses mottes marginales de chromatine étaient indiquées par des amas de cendres. Le nucléole, qui ne semble pas altéré par le virus, donne la même réaction que dans des cellules normales des canaux excréteurs. Les autres réactions microchimiques des sels minéraux ont toujours été négatives ou douteuses au niveau des inclusions associées au virus des glandes salivaires.

Funaoka et Ogata (³) ont récemment montré que, dans les noyaux des tubes ovariens d'*Ascaris megalocephala* et dans les étamines de *Vicia faca*, les matières minérales étaient localisées dans la chromatine. Il est intéressant de noter que des conditions analogues se retrouvent dans les cellules des glandes salivaires d'un Mammifère. Il semble d'autre part que l'union entre les substances minérales et la chromatine est assez solide; en effet, dans ces noyaux nettement pathologiques par leurs dimensions et les inclusions qu'ils renferment, la chromatine résistante rencontrée au niveau de la paroi nucléaire conserve son contenu minéral bien que, dans ces cellules malades, il y ait des déplacements incessants de liquides de faible concentration saline.

(¹) R. Cole et A. G. Kuttner, *J. exp. Med.*, 44, 1926, p. 855.

(²) G. H. Scott, *J. exp. Med.*, 49, 1929, p. 229, et *Amer. J. Path.*, 6, 1930, p. 53.

(³) Funaoka et Ogata, *Fol. Anat. japonica*, 7, 1930, p. 169.

HISTOPATHOLOGIE. — *Réactions tissulaires provoquées par l'injection intraconjonctive de particules d'amiante.* Note de M. **A. Policard** et M[lle] **V. Mouriquand**, présentée par M. F. Mesnil.

L'action nocive de poussières d'amiante sur le tissu pulmonaire a été signalée depuis longtemps en pathologie industrielle (asbestosis pulmonaire des auteurs anglais). Mais cette notion repose sur des données cliniques assez vagues et des constatations anatomopathologiques rares et peu précises.

Au cours de recherches sur le mécanisme de cette asbestosis pulmonaire et sur sa reproduction expérimentale, le problème s'est posé pour nous de déterminer le mode de réaction des cellules mésenchymateuses (fibroblastes, macrophages, etc.), vis-à-vis de particules d'amiante dans un état de division extrême.

De l'amiante pure d'Italie est broyée très finement au mortier d'agate. Les particules obtenues ont la forme de fines aiguilles ayant environ de 0,1 à 0^{μ},8 d'épaisseur sur 1 à 15^{μ} de longueur. Elles sont mises en suspension dans de l'eau. La suspension, stérilisée, est injectée aseptiquement dans le tissu sous-cutané dorsal de rats albinos. Les animaux sont sacrifiés après 1, 3, 6, 8, 11 et 15 jours et la région de l'injection étudiée histologiquement. On peut ainsi suivre l'évolution des réactions conjonctives.

Après 1 jour, on retrouve la suspension dans les mailles du tissu conjonctif : du plasma exsudé a amené la formation d'un coagulum, masse assez dense où des leucocytes polynucléaires ont pénétré en assez grand nombre. Peu altérés, ils ne montrent jamais d'activité phagocytaire vis-à-vis des particules d'amiante. Celles-ci se sont groupées en paquets, exactement comme des allumettes, jetées sur de l'eau, se groupent parallèlement en paquets; le mécanisme (tension superficielle) est le même dans les deux cas, et bien connu. Ce groupement en paquets des aiguilles d'amiante donne à la masse tout entière un aspect moiré assez typique.

Dès le troisième jour, on constate à la périphérie du point d'injection, là où la suspension a diffusé entre les lamelles conjonctives, des cellules remplies d'aiguilles d'amiante. Dans le lieu d'injection même, on observe des cellules semblables, mais remplies en général d'aiguilles plus longues que les cellules situées plus loin. Dans chaque cellule, le nombre des particules phagocytées est très élevé; chaque cellule, bourrée de ces aiguilles, présente un aspect moiré, particulièrement net au microscope minéralogique. Les cellules qui ont phagocyté l'amiante sont des macrophages,

locaux ou immigrés, ou des fibroblastes. Par-ci par-là, on rencontre des fibroblastes non modifiés. Nulle part, on ne voit de fibroblastes altérés ou des débris cellulaires qui puissent faire penser qu'il y a eu destruction de ces cellules.

A partir du sixième jour, on constate, au point d'injection, un véritable tissu formé de grosses cellules (25 à 35^{μ} environ sur 20 à 25^{μ}), ovalaires ou polyédriques par pression réciproque, séparées les unes des autres par de minces travées conjonctives. Ces cellules, à gros noyau d'aspect normal, sont bourrées d'aiguilles d'amiante groupées en paquets (d'où l'aspect moiré). Elles sont normales, sans traces de dégénérescence. Elles ressemblent aux cellules à cristaux de guanine des tapis iriens cellulaires de l'œil de certains vertébrés, les cristaux acidulés de guanine étant ici remplacés par des aiguilles d'amiante. Ces cellules sont des macrophages conjonctifs devenus incapables de se déplacer et étant demeurés sur place, ce qui explique la formation de cette sorte de tissu de type interstitiel paraissant permanent. Les lamelles collagènes qui séparent les cellules ou groupes de cellules représentent les lamelles conjonctives du tissu du lieu d'injection, entre lesquelles se sont accumulés les phagocytes.

Deux points doivent être notés.

Ces édifications cellulaires obtenues avec l'amiante diffèrent de celles obtenues par injection de tripoli ou terre à diatomées (gigantomes à kieselguhr); on n'y observe jamais de malformations cellulaires, malgré le caractère extrêmement traumatisant des fines aiguilles d'amiante, beaucoup plus aiguës que les débris de carapaces de diatomées.

En ce qui concerne le mécanisme de l'asbestosis pulmonaire, il y a lieu, d'autre part, de retenir l'absence de toute action toxique des particules d'amiante sur les cellules mésenchymateuses. Celles-ci paraissent tolérer facilement l'accumulation d'une quantité considérable d'amiante finement divisée.

HISTOLOGIE. — *De l'activité sécrétoire des noyaux dans les adénomes surrénaux.* Note (¹) de MM. **J. Abelous** et **R. Argaud**, présentée par M. Ch. Achard.

On ne saurait méconnaître, à notre avis, la participation efficiente du noyau à l'acte sécrétoire, acte que l'on attribuait autrefois, un peu systé-

(¹) Séance du 23 avril 1930.

matiquement, à la seule masse protoplasmique. Il est en effet avéré que la morphologie nucléaire varie avec les différentes phases de la sécrétion. La plupart du temps, l'amblychromasie succède à la trachychromasie pour faire place, elle-même, aux dispositions nucléaires laminées, filiformes ou stellaires, suivant l'agencement réciproque des cellules glandulaires. Les modalités sécrétoires du noyau sont d'ailleurs nombreuses; c'est parfois sans modifications lysantes qu'une partie de la chromatine est éliminée telle quelle; d'autres fois, l'excrétion est précédée de la chromatolyse.

A cette façon d'envisager les choses, la controverse oppose, on le sait, une explication d'ordre nécrobiotique : les images entrevues dans le noyau ressortiraient bien plutôt à une déchéance structurale qu'à un aspect anatomique de la sécrétion. Nous pensons que ces deux opinions ne sont peut-être pas aussi loin l'une de l'autre qu'elles le semblent *a priori*. Toujours est-il que le comportement histophysiologique de certaines sécrétions nucléaires, comme par exemple celui qui fait l'objet de cette Note, est exactement identique à celui du protoplasma.

Les faits que nous allons décrire ont été observés dans les adénomes de la médullo-surrénale du mouton. Des fragments de ces tumeurs furent fixés par le flemming ou le formol acétique, et les coupes colorées par l'hématoxyline ferrique ou le bleu polychrome Van Gieson. Certaines tranches intéressant, à la fois, la capsule et la tumeur ont été plongées, à l'état frais, dans une solution de bichromate de potasse à 5 pour 100; ce qui nous a permis de préciser la topographie intramédullaire du berceau de la tumeur. Nous avons pu constater toutes les transitions structurales entre les cellules de la corticale et celles de la médullaire et, dans les cordons médullaires, des alternances entre les cellules farcies de grains chromaffines et les cellules adénomateuses bourrées de gouttelettes graisseuses. Mais ce sont surtout les noyaux qui ont attiré notre attention. Dans quelques-uns, de petites gouttelettes se montrent tantôt éparses, tantôt tellement confluentes qu'elles donnent à l'élément un aspect spumeux; dans d'autres, une goutte assez grosse en occupe le centre; dans certains enfin, la goutte unique est devenue si volumineuse qu'elle relègue la chromatine à la périphérie, en mince croutelle.

Cette vacuolisation avait été déjà décrite par Stewart (1899) et nous-même (1919) dans les chordomes; par Bayces et Beadley (1893), Sack (1895), Hersley (1896), Beadley (1896) et Matsucka (1915), dans les altérations myxœdémateuses, etc. Pour Murray, les gouttelettes intranucléaires relatées dans les tissus seraient formées de glycogène; pour

Tuffier, Géry et Vignes (1914), ces aspects seraient dus à des indentations du noyau par des gouttelettes cytoplasmiques.

Les images fournies par nos préparations nous éloignent de semblables interprétations. Les gouttelettes observées sont réellement intranucléaires, nées et grossies dans le noyau, basophiles et très différentes des enclaves glycogéniques ou mucoïdes du protoplasma. Il s'agit donc d'un véritable phénomène sécrétoire; mais, encore une fois, n'est-il pas d'ordre nécrobiotique? Nous ne jouerons pas sur les mots, en arguant que toute sécrétion est plus ou moins l'œuvre de nécrobioses partielles de la cellule; nous nous bornerons à constater que, dans le cas décrit, la chromatine ne décelait, par sa colorabilité et la disposition des karyomicrosomes, la moindre trace d'altération morbide.

Ces manifestations sécrétoires du noyau font actuellement l'objet de nouvelles recherches, qu'il s'agisse d'une action combinée avec l'appareil de Golgi (Beams, 1929), ou d'un conditionnement fermentogène, comme chez *Drosera rotundifolia* (Konopka et Ziegenspik, juin 1929).

En résumé, et pour en revenir aux noyaux adénomateux dont nous venons de signaler l'étrangeté d'aspect, tout se passe comme si leur sécrétion provoquait la métaplasie des cellules médullaires, en mordançant, dans leur protoplasma, une fonction adipogène.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur les teneurs et variations du phosphore au cours de la nymphose de quelques Lépidoptères*. Note de M[lle] **Andrée Courtois**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Au cours de l'étude des phénomènes chimiques qui accompagnent la nymphose des Lépidoptères, nous avons suivi les variations du phosphore et nous apportons aujourd'hui les résultats de ces variations.

Nous avons dosé parallèlement le phosphore total et le phosphore à l'état minéral. Après l'essai d'un certain nombre de techniques nous nous sommes arrêtée à la méthode de Brigg.

Nous avons établi la teneur en phosphore total des chrysalides, d'octobre à mai. Le tableau ci-après exprime la moyenne d'un grand nombre de dosages.

Chrysalides : Phosphore total en grammes par kilogramme de tissus frais.

Sphinx ligustri	2^{g}66
Attacus Pernyi	2,30
Saturnia pyri	2,30
Saturnia pavonia	2

D'autre part, dans les chrysalides de ces mêmes Lépidoptères, nous avons suivi les variations du phosphore à l'état minéral.

Variation du phosphore minéral en fonction de l'époque de la nymphose exprimé en grammes par kilogramme de tissus frais.

	Sept.-Oct.	Nov.	Déc.	Janv.	Fév.	Mars.
Sphinx ligustri	0,350	0,480	0,650	0,900	0,780	0,650
Attacus Pernyi	0,340	0,575	0,771	0,870	0,780	0,653
Saturnia pavonia	0,275	0,475	0,645	0,799	0,680	0,545
Saturnia pyri	0,297	0,591	0,756	0,963	0,825	0,600

L'examen de ces nombres nous montre que le phosphore minéral croît au cours des processus d'histolyse, pour diminuer lors de la reconstitution de l'imago.

Chez l'adulte, nos dosages ont porté sur ces mêmes espèces et nous avons établi d'une part la teneur en phosphore total à différentes époques de leur vie, et la teneur en phosphore minéral des mâles et des femelles.

Teneur en phosphore total des adultes, exprimée en grammes par kilogramme de tissus frais.

I.	Teneur en phosphore total d'une femelle à l'éclosion	2^{g},32
II.	» à la fin de la vie d'une femelle ayant perdu son méconium	2,10
III.	» des œufs	1,90
IV.	» du mâle à l'éclosion	3,70
V.	» du mâle après la fécondation	0,912
VI.	» du liquide fécondant	2,71

Il résulte de l'examen de ces chiffres que la teneur en phosphore total est élevée chez l'adulte, et que la plus grande partie de ce phosphore est contenue pour les deux sexes dans les produits génitaux.

Teneur en phosphore minéral des adultes exprimée en grammes par kilogramme de tissus frais.

	Mâles.	Femelles.
Sphinx ligustri....................	0,284	0,650
Attacus Pernyi....................	0,225	0,400
Saturnia pavonia..................	0,348	0,683
Saturnia pyri.....................	0,275	0,400

Le phosphore minéral est plus élevé chez la femelle que chez le mâle.

Conclusions. — Il résulte des documents précédents que :

1° La teneur en phosphore total est *élevée* et *constante* pendant toute la nymphose;

2° Le phosphore minéral semble se libérer des combinaisons protéidiques dans une première phase pour rentrer ensuite lors de la formation des tissus de l'imago;

3° Chez l'adulte le phosphore minéral est à un taux plus élevé chez la femelle que chez le mâle;

4° Le phosphore total, très abondant dans les deux sexes, semble être presque entièrement contenu dans les produits génitaux.

PROTISTOLOGIE. — *Les* Phtorophrya *n. g. Ciliés* Fœttingeriidæ, *hyperparasites des* Gymnodinioïdes, Fœttingeriidæ *parasites des Crustacés.* Note de MM. **Edouard Chatton**, **André Lwoff** et Mme **Marguerite Lwoff**, présentée par M. F. Mesnil.

Les *Corophium volutator*, Crustacés Amphipodes de la station de Madeira (baie de l'Aber), Roscoff, portent, sur les endopodites lamellaires de leurs pléopodes, les kystes d'un Cilié *Fœttingeriidé* du genre *Gymnodinioïdes* Mink., que nous décrirons ailleurs sous le nom de *G. corophii* n. sp.

De chacun de ces kystes (kystes phorétiques ou *phorontes*), éclôt, à la mue du Crustacé, un petit Cilié (*trophonte*) qui s'accroît rapidement dans le fluide exuvial. Il s'enkyste (kyste palintomique) et subit une multiplication palintomique qui livre de petits Ciliés ou *tomites*. Chacun de ceux-ci s'enkystant sur la branchie du *Corophium* constitue le *kyste phorétique* ou *phoronte* qui reste en latence jusqu'à la prochaine mue du Crustacé. Ces phorontes ont, selon la règle, un seul complexe macro-micronucléaire et leur cytoplasme contient des plaquettes vitelloïdes réfringentes.

Dès la découverte de *Gymnodinioïdes corophii*, nous avions observé dans les kystes phorétiques, et ceci en dehors de la période de mue de l'hôte, de petits Ciliés mobiles, quatre ou huit, qui sortaient du kyste sans y laisser de résidu. Ayant la forme, la ciliature et la rosace parabuccale caractéristiques des tomites des *Fœttingeriidæ*, ils en imposaient pour un stade de l'évolution du *Gymnodinioïdes* surajouté au cycle normal de ces Infusoires comme s'y trouve surajoutée l'hyperpalintomie des *Synophrya*. Mais autant celle-ci s'explique par le parasitisme hypertrophique du phoronte synophryen, autant une palintomie supplémentaire apparaissait comme une superfétation dans le cycle de *G. corophii*.

Nous conçûmes alors et vérifiâmes bientôt l'hypothèse suivant laquelle cette palintomie était, non du *Gymnodinioïdes*, mais d'un autre *Fœttingeriidæ* parasite de celui-ci, *Phtorophyra insidiosa* n. g., n. sp., et dont nous pûmes reconstituer l'évolution. Disons d'abord que la rosace des petits Ciliés (tomites), issus du kyste phorétique gymnodinioïdien, porte en son centre un stylet acéré fortement protractile, et que leur cytoplasme contient des trichocystes d'un type très différencié, en tous points comparables aux cnidoplastes (stades jeunes des cnidocystes) du Péridinien *Polykrikos schwartzi*.

Libérés, ces petits Ciliés ne tardent pas à s'accoler, chacun par sa face ventrale, à un kyste phorétique de *Gymnodinioïdes*, dardent leur stylet contre la paroi et se sécrètent un kyste très mince (kyste phorétique phtorophryen). On les retrouve plus tard dans le kyste phoréto-gymnodinioïdien, entre sa paroi et le phoronte qu'ils refoulent. Ce dernier stade est rare, car très rapide est l'accroissement du trophonte phtorophryen aux dépens du phoronte gymnodinioïdien, auquel il se substitue complètement. Comme le premier contient encore des plaquettes vitelloïdes du second et en plus ses propres cnidoplastes qui leur ressemblent beaucoup, la distinction est très difficile entre les kystes indemnes et les kystes parasités. Cependant, le macronucleus du trophonte phtorophryen se multiplie rapidement et le clivage protoplasmique concomitant, à marche palintomique, aboutit à la formation de quatre ou de huit individus (tomites) qui sortent bientôt du kyste gymnodinioïdien.

Telle est l'évolution de *Phtorophrya insidiosa*, parasite de *Gymnodinioïdes corophii*.

Nous connaissons deux autres hyperparasites du même genre dans les phoronte du *Gymnodinioïdes incystans*, lui-même parasite phorétique des *Carcinus mænas* de Pempoull (Roscoff). En raison du volume plus considé-

rable des phoron tes de ce *Gymnodinioïdes*, leurs parasites produisent un nombre plus élevé de tomites. Chez *Phtorophrya mendax* n. sp., ces tomites, dépourvus de trichocystes, sont piriformes, trapus. Chez *P. fallax* n. sp., ils sont très effilés et portent dans leur axe un, quelquefois deux gros trichocystes réfringents. En raison de leur forme, de leur faible volume, du petit nombre et de la longueur de leurs cils, ils en imposent à première vue pour des Flagellés. Chez les deux espèces, le trophonte au terme de son accroissement se sécrète un kyste propre, très mince (kyste palintomique), qui double intérieurement le kyste phorétique gymnodinioïdien.

En dépit des apparences, les *Phtorophrya* ne sont pas des parasites intracellulaires. Ce sont plutôt des prédateurs capables d'absorber très rapidement *per os* le contenu du kyste dans lequel ils s'inoculent, comme les trophontes de *Gymnodinioïdes* ou de *Polyspira* absorbent le fluide exuvial des Crustacés, les *Spirophrya*, les humeurs et les tissus des Copépodes, les *Fœttingeria*, le chyme des Actinies.

L'aptitude de leur phoronte à perforer le substratum sur lequel il s'enkyste rappelle les *Synophrya* dont les phorontes s'inoculent dans les Crabes à travers leur cuticule branchiale.

Quoique l'hôte et les facteurs de l'évolution soient très différents chez les *Phtorophrya* de ce qu'ils sont chez les autres *Fœttingeriidæ*, on retrouve chez les premiers le même cycle de phases résumé plus haut que chez les seconds : phoronte-trophonte-palintomonte-tomite-phoronte. Mais ici le phoronte, premier exemple de phoronte qui ne soit pas fixé sur un Crustacé, dont la latence est très abrégée, et le palintomonte, protégé par le kyste phorétique de l'hôte, n'élaborent que des enveloppes très précaires (kystes phorétique et palintomique).

Le fait, pour un *Fœttingeriidæ*, de s'être installé en parasite chez un autre *Fœttingeriidæ*, traduit une remarquable capacité d'adaptation de la part des infusoires de ce groupe, capacité qui s'exprime aussi par les multiples modalités et complications de leur évolution que nous avons fait connaître antérieurement [1].

A 15h55m l'Académie se forme en Comité secret.

---

[1] *Comptes rendus*, **178**, 1924, p. 1642; **179**, 1925, p. 229; **180**, 1925, p. 338; **182**, 1926, p. 100; **183**, 1926, p. 1131; **185**, 1927, p. 675 et 877; **186**, 1928, p. 1382; **188**, 1929, p. 273 et 1190; et *C. R. Soc. Biol.*, **94**, 1926, p. 282.

COMITÉ SECRET.

La Section d'Astronomie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *H. Andoyer* :

En première ligne. . . . . M. **Aymar de La Baume Pluvinel**.

En seconde ligne, ex æquo par ordre alphabétique . . . . MM. **Jules Baillaud**, **Émile Belot**, **Gaston Fayet**, **Charles Nordmann**, **Pierre Salet**.

A ces noms, l'Académie adjoint celui de M. **Charles Maurain**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à $17^h 45^m$.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de mars 1930.

La théorie de la relativité et la mécanique céleste, par Jean Chazy. Paris, Gauthier-Villars, 1930; 1 vol. 25cm,5.

Isaac Roberts' Atlas of 52 régions, a guide to Herschel's fields (avec texte anglais et texte français) by Mrs Isaac Roberts, née Dorothea Klumpke. Thomery, Maison de Rosa Bonheur, 1927; 1 vol. 32cm.

Observatoire d'Abbadia. Troisième catalogue comprenant 1250 *étoiles dont* 658 *fondamentales de* $+45°$ *à* $-26°$, *observées en* 1924, 1925. *Réduites à* 1925,0. Hendaye, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, 1930; 1 vol. 32cm.

L'Observatoire de Zi-Ka-Wei, par P. Lejay. Paris, G. Bouan, sans d., 1 vol. 28cm.

Gravitation, lumière et électromagnétisme, par Émile Sevin. Paris, Albert Blanchard, 1930; 1 vol. 25cm,5.

Éléments de pharmacodynamie générale, par Edg. Zung. Paris, Masson et Cie, 1930; 1 vol. 24cm,5. (Présenté par M. Ch. Achard.)

La pédologie, par V. Agafonoff. Paris, Presses universitaires, 1929; 1 fasc. 27cm.

Jules Bœckel (1848-1927). Strasbourg, Les éditions universitaires de Strasbourg, 1929; 1 fasc. 30cm.

La matière fulminante (fin), caléfaction, énergie, par E. Mathias, Paris, Librairie de l'enseignement technique, 1929; 1 fasc. 24cm.

Livre d'or de la commémoration nationale du centenaire de la naissance de Pasteur, célébrée du 24 *au* 31 *mai* 1923. Paris, Imprimerie nationale, 1928; 1 vol. 28cm,5.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 MAI 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Went**, président de l'Académie des sciences d'Amsterdam, qui assiste à la séance.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale à l'Académie le don fait par notre confrère M. Henry Le Chatelier et son frère Georges d'un grand portrait à l'huile de leur arrière-grand-père, *Jean-Nicolas Buache* (1741-1825), qui fut membre de la section de Géographie et de Navigation dès la création de l'Institut.

A ce propos, M. le Secrétaire perpétuel appelle l'attention de l'Académie sur ses Archives, dans lesquelles a été constitué un dossier individuel biographique sur tous les personnages figurant dans notre Annuaire. Il est à souhaiter que chacun d'entre eux soit représenté par son portrait. Il demande donc à ses confrères de vouloir bien transmettre aux Archives de l'Académie leur photographie et aussi tous documents qu'ils pourraient posséder sur nos Anciens.

ASTRONOMIE. — *Sur la détermination de la position et des éléments d'un astre (planète ou comète) par trois observations correspondant à un petit arc de l'orbite.* Note de M. **Ernest Esclangon**.

J'ai montré (*Comptes rendus*, 28 avril 1930) que la méthode parallactique pour déterminer la position et les éléments d'une comète ou d'une planète par *trois* observations, dans l'hypothèse où l'arc décrit par l'astre dans l'intervalle de ces observations est petit, s'applique pour ainsi dire

sans modification lorsqu'on tient compte des dérivées premières de la vitesse de l'astre. Je me propose de montrer qu'on peut aller plus loin et que, *sans porter atteinte à la simplicité de la méthode*, on peut tenir compte des dérivées *premières et secondes* de la vitesse, ce qui permet l'application au cas où l'arc parcouru a une étendue beaucoup plus grande.

Soient X_1, Y_1, Z_1; X_2, Y_2, Z_2; X_3, Y_3, Z_3 les coordonnées héliocentriques de l'astre aux trois époques d'observation t_1, t_2, t_3 et soit t_0 une époque intermédiaire, pour l'instant arbitraire.

Négligeant les termes du quatrième ordre, on peut écrire, pour $i = 1, 2, 3$,

$$X_i = X_0 + (t_i - t_0)\frac{dX_0}{dt_0} + \frac{(t_i - t_0)^2}{2}\frac{d^2X_0}{dt_0^2} + \frac{(t_i - t_0)^3}{6}\frac{d^3X_0}{dt_0^3}. \tag{1}$$

Posons

$$h = (t_2 - t_3)(t_3 - t_1)(t_1 - t_2), \tag{2}$$

et formons, au moyen des trois formules (1), la combinaison identique suivante :

$$X_1(t_2 - t_3) + X_2(t_3 - t_1) + X_3(t_1 - t_2) = -\frac{h}{2}\frac{d^2X_0}{dt_0^2} - \frac{h}{2}\left(\frac{t_1 + t_2 + t_3}{3} - t_0\right)\frac{d^3X_0}{dt_0^3}. \tag{3}$$

Choisissons maintenant, *pour époque* t_0, *la moyenne des époques* t_1, t_2, t_3

$$t_0 = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3}. \tag{4}$$

En remarquant que, d'après les lois de l'attraction, on peut remplacer $\frac{d^2X_0}{dt_0^2}$ par $-\frac{\mu X_0}{r_0^3}$, r_0 désignant la distance héliocentrique de l'astre à l'époque t_0, μ la puissance attractive du Soleil, la relation (3) s'écrira, alors,

$$X_1(t_2 - t_3) + X_2(t_3 - t_1) + X_3(t_1 - t_2) - \frac{\mu h X_0}{2r_0^3} = 0. \tag{5}$$

D'autre part, si nous faisons la somme des trois relations (1) correspondant à $i = 1, 2, 3$, remplaçant $\frac{d^2X_0}{dt_0^2}$ par $-\frac{\mu X_0}{r_0^3}$ et tenant compte du fait que t_0 est la moyenne de t_1. t_2, t_3, on obtient

$$\begin{aligned}\frac{X_1 + X_2 + X_3}{3} = X_0 &- \frac{\mu X_0}{18r_0^3}[(t_2 - t_3)^2 + (t_3 - t_1)^2 + (t_1 - t_2)^2] \\ &+ \frac{1}{6}(t_1 - t_0)(t_2 - t_0)(t_3 - t_0)\frac{d^3X_0}{dt_0^3}.\end{aligned} \tag{6}$$

En posant

(7) $$\lambda = \frac{\mu}{18 r_0^3}[(t_2 - t_3)^2 + (t_3 - t_1)^2 + (t_1 - t_2)^2],$$

on en conclut

(8) $$X_0 = \frac{(X_1 + X_2 + X_3)}{3}(1 + \lambda) - \frac{1}{6}(t_1 - t_0)(t_2 - t_0)(t_3 - t_0)\frac{d^3 X_0}{dt_0^3}$$

et des relations analogues pour Y_0, Z_0.

Remarquons que dans la formule (5), $\frac{\mu h X_0}{2 r_0^3}$, contenant le facteur h, est un terme du troisième ordre. En remplaçant, dans cette formule, X_0 par $\frac{(X_1 + X_2 + X_3)}{3}(1 + \lambda)$, on pourra écrire

(9) $$\frac{\mu h X_0}{2 r_0^3} = \frac{\mu h}{6 r_0^3}(1 + \lambda)(X_1 + X_2 + X_3),$$

les termes négligés au second membre étant du sixième ordre. En portant dans (5) et posant

(10) $$\theta = \frac{\mu h}{6 r_0^3}(1 + \lambda)$$

on obtiendra ainsi la relation fondamentale

(11) $$X_1(t_2 - t_3 - \theta) + X_2(t_3 - t_1 - \theta) + X_3(t_1 - t_2 - \theta) = 0,$$

et des équations analogues pour les Y, Z.

La quantité θ est petite; elle est du troisième ordre (¹); elle sera connue si l'on connaît approximativement la distance r_0 de l'astre au Soleil. Si r_0 n'était pas connu, la méthode parallactique, qui revient à négliger θ, en donnerait très approximativement la valeur.

Si maintenant x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; x_3, y_3, z_3 sont les coordonnées connues de la Terre correspondant aux observations; ρ_1, ρ_2, ρ_3 les distances inconnues de l'astre à la Terre; $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$; $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$; $\alpha_3, \beta_3, \gamma_3$ les cosinus directeurs connus des directions Terre-Astre, on aura donc à résoudre les trois équations suivantes, par rapport aux *seules inconnues* ρ_1, ρ_2, ρ_3 :

(12) $$\begin{cases} (x_1 + \rho_1\alpha_1)(t_2 - t_3 - \theta) + (x_2 + \rho_2\alpha_2)(t_3 - t_1 - \theta) + (x_3 + \rho_3\alpha_3)(t_1 - t_2 - \theta) = 0, \\ (y_1 + \rho_1\beta_1)(t_2 - t_3 - \theta) + (y_2 + \rho_2\beta_2)(t_3 - t_1 - \theta) + (y_3 + \rho_3\beta_3)(t_1 - t_2 - \theta) = 0, \\ (z_1 + \rho_1\gamma_1)(t_2 - t_3 - \theta) + (z_2 + \rho_2\gamma_2)(t_3 - t_1 - \theta) + (z_3 + \rho_3\gamma_3)(t_1 - t_2 - \theta) = 0. \end{cases}$$

La méthode parallactique, où l'on suppose la vitesse constante, c'est-à-dire

(¹) Dans la valeur de θ [formule (10)], on pourra même généralement négliger λ.

la puissance attractive μ nulle, reviendrait à faire $\theta = 0$ dans (12). Le degré de simplicité reste donc ici le même. La connaissance de ρ_1, ρ_2, ρ_3 entraîne immédiatement celle des coordonnées X, Y, Z de l'astre aux époques t_1, t_2, t_3 et par suite celle de l'orbite.

Il est plus simple toutefois de déduire les éléments de la seule position X_0, Y_0, Z_0, correspondant à t_0 et de la vitesse en ce point.

En négligeant les termes du troisième ordre, la formule (8) et ses analogues en Y et Z donne simplement

$$(13)\qquad \begin{cases} X_0 = \dfrac{(X_1 + X_2 + X_3)}{3}(1+\lambda), \\ Y_0 = \dfrac{(Y_1 + Y_2 + Y_3)}{3}(1+\lambda), \\ Z_0 = \dfrac{(Z_1 + Z_2 + Z_3)}{3}(1+\lambda). \end{cases}$$

Mais il serait possible de tenir compte des termes du troisième ordre, si cela était nécessaire, en calculant approximativement les valeurs de $\frac{d^3X_0}{dt_0^3}$, $\frac{d^3Y_0}{dt_0^3}$, $\frac{d^3Z_0}{dt_0^3}$.

On a en effet sensiblement

$$(14)\qquad \frac{d^3X_0}{dt_0^3} = \frac{d}{dt}\left(-\frac{\mu X}{r^3}\right) = \frac{-\mu}{t_2 - t_3}\left(\frac{X_2}{r_2^3} - \frac{X_3}{r_3^3}\right).$$

ou, en permutant les indices 1, 2, 3 et faisant la moyenne,

$$(15)\qquad \frac{d^3X_0}{dt_0^3} = \frac{\mu}{h}\left[\frac{X_1}{r_1^3}(t_2 - t_3)(t_1 - t_0) + \frac{X_2}{r_2^3}(t_3 - t_1)(t_2 - t_0) + \frac{X_3}{r_3^3}(t_1 - t_2)(t_3 - t_0)\right],$$

les r_i étant connus en fonction des X_i, Y_i, Z_i déjà calculés.

Quant à la vitesse, remarquons qu'on déduit des formules (1) en tenant compte de (4),

$$(16)\qquad \frac{X_2 - X_3}{t_2 - t_3} = \frac{dX_0}{dt_0} - \frac{(t_1 - t_0)}{2}\frac{d^2X_0}{dt_0^2} + \frac{1}{36}[(t_2 - t_3)^2 + (t_3 - t_1)^2 + (t_1 - t_2)^2]$$

et, par suite, par addition avec les deux relations analogues,

$$(17)\qquad \frac{dX_0}{dt_0} = \frac{1}{3}\left[\frac{X_2 - X_3}{t_2 - t_3} + \frac{X_3 - X_1}{t_3 - t_1} + \frac{X_1 - X_2}{t_1 - t_2}\right] - \frac{1}{36}[(t_2 - t_3)^2 + (t_3 - t_1)^2 + (t_1 - t_2)^2]\frac{d^3X_0}{dt_0^3}.$$

Le deuxième terme du second membre sera en général négligeable, mais, si cela est nécessaire, on peut le calculer au moyen de la formule (15).

On peut remarquer que, dans la formule (8) donnant X_0, Y_0, Z_0, le terme du troisième ordre en $\frac{d^3X_0}{dt_0^3}$ s'annule lorsque t_0 est égal à l'un des nombres t_1, t_2, t_3, c'est-à-dire lorsque les époques t_1, t_2, t_3 sont équidistantes; circonstances, à ce point de vue, les plus favorables. Les formules (13) sont dans ce cas exactes au quatrième ordre près.

La méthode qu'on vient d'exposer suppose seulement que l'arc décrit par l'astre autour du Soleil, pendant l'intervalle des observations, est angulairement petit, *sans aucune hypothèse sur celui décrit par la Terre dans le même temps*, lequel peut être très grand si l'astre est éloigné. Elle ne suppose rien sur la distance héliocentrique de l'astre et convient pour la recherche des éléments de comètes ou planètes de découverte récente. Pour l'astre transneptunien récemment observé, elle peut s'appliquer dans un intervalle de plusieurs années. Au point de vue pratique, elle est très rapide, surtout par l'emploi de machines à calculer qui permettent, sans aucune gêne, d'utiliser et de conserver dans les calculs un grand nombre de décimales [1].

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les variations de la teneur en zinc des animaux avec l'âge : Influence du régime lacté.* Note de M. **Gabriel Bertrand** et Mlle **Y. Beauzemont**.

Il a été reconnu par l'un de nous, en collaboration avec R. Vladesco, que la proportion de zinc contenue dans le corps des animaux varie d'une manière remarquable avec l'âge, que chez les mammifères, notamment, cette proportion présente un maximum au moment de la naissance, diminue peu à peu pendant la période d'alimentation lactée, la sécrétion mammaire étant très pauvre en métal, et remonte rapidement à partir du sevrage. La teneur en zinc reste à peu près constante chez les adultes, mais, plus tard, quand les animaux vieillissent, elle subit une nouvelle augmentation et arrive à dépasser celle de la naissance [2].

---

(1) Cette considération est utile ici, en ce sens que, dans les équations (12), les coefficients des inconnues ρ_1, ρ_2, ρ_3 peuvent être voisins respectivement, ce qui exige, si l'on utilise ces équations sans transformation, de conserver un nombre suffisant de chiffres dans les calculs.

(2) Gab. Bertrand et R. Vladesco, *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 768, et 173, 1921, p. 54.

Comme il a été montré dans la suite, par des expériences sur la souris (¹) et sur le rat (²), que le zinc intervient d'une manière utile dans les échanges nutritifs, la connaissance des variations que nous venons de rappeler présente une importance réelle au point de vue de l'élevage des enfants et de celui des jeunes animaux. Il est évident, en effet, qu'une prolongation du régime lacté exclusif au delà de la période normale, ou son remplacement par un régime également pauvre en zinc, doivent entraîner le jeune organisme au dépérissement.

L'importance du fait de la diminution de teneur en zinc des mammifères pendant la période d'alimentation lactée n'a pas encore été bien comprise et nous sommes d'autant plus engagés à y revenir que plusieurs expérimentateurs américains ont publié récemment des résultats, et surtout des conclusions, qui semblent l'infirmer.

Lutz, ayant analysé dix rats élevés dans son laboratoire et dont l'âge allait de 21 à 160 jours, « a trouvé des concentrations à peu près constantes en zinc ($0^{mg},022$ à $0^{mg},036$ par gramme) » (³). De même Fairhall, chez six rats âgés approximativement de 17 mois ($0^{mg},032$ à $0^{mg},36$ par gramme) (⁴). De leur côté, Thompson, Marsh et Drinker ont examiné des rats nouveau-nés, des rats âgés de 60 jours et des rats adultes de 450 jours; ils ont dosé respectivement $0^{mg},038$, $0^{mg},039$ et $0^{mg},040$ de zinc par gramme d'animal; tenant compte de ces résultats et, en même temps, de ceux de Lutz et de Fairhall, ils ont conclu que « la concentration moyenne normale en zinc des rats blancs ne varie pas d'une façon significative aux différents âges » (⁵).

R. Hubbell et Laf. Mendel, enfin, ayant étudié six lots de souris âgées les unes de un jour, les autres de 22, de 35, de 50, de 70 et de 175 à 300 jours, ont obtenu des « teneurs moyennes en zinc allant de $0^{mg},021$ à $0^{mg},030$ par gramme de souris, le chiffre le plus bas étant pour l'animal à la naissance et le plus haut pour ceux d'un âge avancé ». Ils ont noté, en outre, que la

(¹) Gab. Bertrand et B. Benzon, *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 289 et, avec plus de détails, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 8, 1924, p. 203, ou *Ann. Inst. Past.*, 38, 1924, p. 405. — Gab. Bertrand et H. Nakamura, *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 129. — R. Hubbell et Laf. Mendel, *J. biol. Chem.*, 75, 1927, p. 567.

(²) Mac Hargue, *Amer. J. Physiol.*, 77, 1926, p. 245.

(³) *J. Indust. Hyg.*, 8, 1926, p. 177, d'après P. Thompson, M. Marsh et K. Drinker (*Amer. J. Physiol.*, 80, 1927, p. 64).

(⁴) Publié seulement dans Thompson, Marsh et Drinker (*loc. cit.*).

(⁵) *Loc. cit.*

teneur en métal variait très peu pour les animaux pris de 22 à 70 jours, dans la période de croissance active ([1]).

Si, laissant de côté les conclusions, on pénètre dans le détail des publications américaines, on peut faire deux parts des déterminations quantitatives qu'elles renferment : celle qui a trait aux animaux dont l'âge est compris entre le moment de la naissance et le jour du sevrage (environ le vingtième) et celle qui se rapporte aux animaux étudiés depuis le sevrage jusqu'à la vieillesse. On voit alors que la première part ne comporte que les quatre déterminations suivantes :

	Zinc trouvé en mg pour 100 gr.
De Thompson, Marsh et Drinker, chez des rats nouveau-nés.	de 3,0 à 5,1 (moy. 3,8).
De Lutz, chez le rat de 21 jours........................	entre 2,2 et 3,6.
De Hubbell et Mendel, chez des souris de 1 jour..........	en moyenne 2,1.
» chez deux souris de 22 jours.......	2,4 et 2.7.

Même si ces déterminations ont été obtenues avec une méthode aussi exacte que celle dite au zincate de calcium, ce qui paraît douteux, elles ne justifient pas la généralité des conclusions que leurs auteurs en ont tirées, elles ne portent pas sur des sujets non sevrés assez nombreux et variés pour infirmer le fait de la diminution progressive de la teneur en zinc de l'organisme pendant la période d'alimentation lactée. Ce fait constaté par l'un de nous avec Vladesco, dans plusieurs séries d'expériences sur le lapin et sur la souris, est encore consolidé par les expériences sur le rat blanc que nous apportons aujourd'hui.

Les animaux qui nous ont servi dans cette nouvelle série d'expériences provenaient tous d'un élevage fait au laboratoire. Ils étaient nourris avec du grain d'avoine et du pain mouillé, auxquels on ajoutait un peu de luzerne fraîche ou, à défaut, l'hiver, de racine de betterave. Les individus choisis étaient tués par le chloroforme; l'intestin toujours vidé de son contenu. Après dessiccation à $+100^{\circ}$, pour le dosage de l'eau, la destruction des matières organiques était effectuée par chauffage, dans des matras en verre pyrex, avec un mélange d'acides sulfurique et nitrique purifiés par nous. Une partie du mélange d'acides servait à dissoudre ce qui adhérait à l'intérieur de la capsule de porcelaine, dans laquelle avait eu lieu la dessiccation, avant d'être introduit dans le matras. Lorsque la destruction était complète, la solution était évaporée à sec dans une capsule de porcelaine, le résidu

([1]) *Loc. cit.*

repris par HCl et le dosage réalisé par la méthode pondérale au zincate de calcium (1).

Le tableau ci-dessous résume les résultats obtenus :

Age des animaux.	Nombre d'individus analysés.	Poids total en grammes.	Eau pour 100.	Zinc en milligrammes dans un individu entier.	Zinc en milligrammes dans 100g de matières fraîches.	Zinc en milligrammes dans 100g de matières sèches.
1 jour	18	103,7	82,94	0,373	6,47	37,51
2 jours	17	110,0	82,37	0,336	5,19	29,41
5 »	8	71,4	77,04	0,393	4,43	19,29
10 »	6	81,4	71,25	0,371	2,73	9,50
15 »	7	105,2	73,86	0,411	2,73	10,44
18 »	5	75,0	75,27	0,429	2,87	11,60
20 »	4	62,15	71,20	0,536	3,28	11,38
25 »	2	23,2	67,43	1,337	3,75	11,51
6 semaines	2	58,7	72,75	1,094	3,73	13,67
3 mois	1	69,95	66,67	2,714	3,88	11,64
7 mois	1	120,9	69,01	3,808	3,15	10,16

Ainsi, tandis que le poids moyen des jeunes rats blancs a passé, du premier au dixième jour, de 5g,76 à 13g,6, c'est-à-dire a augmenté dans le rapport d'environ un à deux et demi, la teneur totale en zinc n'a pas changé d'une manière appréciable. En conséquence, la proportion du métal a diminué d'autant, elle est devenue environ deux fois et demie plus petite qu'au moment de la naissance. Puis, sous l'influence d'un sevrage, partiel d'abord, total ensuite, l'organisme a récupéré très vite la proportion déficiente de métal. Cette proportion s'est fixée vers 3mg et demi pour 100g de matière vivante et s'est maintenue telle malgré l'accroissement de poids du corps qui, au septième mois, était 21 fois plus élevé qu'à la naissance.

Ces résultats confirment, en les étendant à une nouvelle espèce animale, ceux que nous avons rappelés au commencement de la présente Note. Il apparaît ainsi de plus en plus évident que le lait, déjà pauvre en fer, en manganèse, en cuivre, etc., ne renfermant pas plus de quelques millionièmes de zinc, ne peut suffire longtemps aux besoins d'un mammifère en voie de croissance; il arrive donc un moment où ces besoins doivent être couverts par une alimentation plus riche en métaux. Ce moment est marqué chez les espèces animales par le sevrage naturel. A l'homme de bien connaître les particularités de ce phénomène et d'en tirer profit pour l'alimentation rationnelle des nouveau-nés.

(1) Gab. Bertrand, *Comptes rendus*, 115, 1892, p. 939 et 1028. — Gab. Bertrand et M. Javillier, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 1, 1906, p. 63, et 3, 1908, p. 114. Voir aussi Gab. Bertrand et M. Mokragnatz, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 33, 1923, p. 1539.

ÉLECTRICITÉ. — *Application des impédances mutuelles à l'étude des régimes des réseaux déséquilibrés* [1]. Note de M. **André Blondel.**

Soit un réseau relié à q alternateurs (générateurs ou récepteurs) triphasés en un centre de consommation formé ensemble de récepteurs (statiques ou tournants) déséquilibrés; on considérera seulement des régimes permanents ou assimilables (par exemple le début d'un régime pendant lequel les moteurs asynchrones pourront encore être représentés au point de vue de la consommation par des impédances à peu près constantes.

Dans ce qui suit toutes les variables et les constantes seront vectorielles ou complexes. Soient a, b, c les trois phases de tout le système Z_{qa}, Z_{qb}, Z_{qc} les impédances de l'alternateur numéroté q; Z_a, Z_b, Z_c les impédancees globales des récepteurs dénués de forces électromotrices [1], U_a, U_b, U_c les tensions aux bornes des récepteurs, I_{qa}, I_{qb}, I_{qc} les courants de l'alternateur q; J_a, J_b, J_c les courants globaux des récepteurs.

Nous pouvons écrire pour chaque alternateur (par exemple l'alternateur 1) les trois équations de Joubert-Kirchhoff; en posant $Y_{1p}=\frac{1}{Z_{1p}}$,

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} I_{1a}&=Y_{1p}[E_{1a}-Z_{1n}I_{1b}-Z_{1m}I_{1c}-Z_aJ_a],\\ I_{1b}&=Y_{1p}[E_{1b}-Z_{1m}I_{1a}-Z_{1n}I_{1c}-Z_bJ_b],\\ I_{1c}&=Y_{1p}[E_{1c}-Z_{1n}I_{1a}-Z_{1m}I_{1b}-Z_cJ_c].\end{aligned}\right.$$

Pour simplifier l'écriture, il est commode d'introduire les courants *fictifs* de courts circuits par phase (sans tenir compte des autres phases), distinguées par σ en exposant; on posera donc

$$(2)\qquad Y_{1p}E_{1a}=I^{\sigma}_{1a},\qquad Y_{1p}E_{1b}=I^{\sigma}_{1b},\qquad Y_{1p}E_{1c}=E^{\sigma}_{1c},$$

et leurs sommes pour tous les alternateurs

$$(3)\qquad I^{\sigma}_{a}=\sum_{1}^{q}I^{\sigma}_{1a}=\sum_{1}(Y_{1p}E_{1a}),\qquad I^{\sigma}_{b}=\sum_{1}^{q}(Y_{1p}E_{1b}),\qquad I^{\sigma}_{c}=\sum_{1}^{q}(Y_{1p}E_{1c}),$$

on posera en outre pour l'ensemble des alternateurs 1 à q :

$$(4)\qquad \frac{1}{K_p}=G_p=\sum_{1}^{q}Y_{1p};\qquad \frac{1}{K_m}=G_m=\sum_{1}^{q}Y_{1m};\qquad \frac{1}{K_n}=G_n=\sum_{1}^{q}Y_{1n}.$$

---

[1] Pour les notations, voir ma précédente Note (*Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 901).

Nous pouvons maintenant additionner membre à membre les q groupes d'équations semblables à (6), et en éliminer les courants individuels, au moyen de la relation de Kirchhoff (5) :

$$(5)\qquad J_a = \sum_1^q I_{1a}, \qquad J_b = \sum_1^q I_{1b}, \qquad J_c = \sum_1^q I_{1c}.$$

Il vient ainsi trois équations de la forme

$$(6)\qquad [1 + G_p Z_a] J_a = I_a^\sigma - \sum_1^q (Y_{1a} Z_{1n} I_{1b}) - \sum_1^q (Y_{1p} Z_{1m} I_{1c}).$$

Or on peut admettre que tous les alternateurs ont à peu près les mêmes *rapports* d'impédances :

$$(7)\qquad \frac{Z_{1n}}{Z_{1p}} = \frac{Z_{2n}}{Z_{2p}} = \frac{Z_{3n}}{Z_{3p}} = \ldots = \nu = Y_{1p} Z_{1n};$$

$$(8)\qquad \frac{Z_{1m}}{Z_{1p}} = \frac{Z_{2m}}{Z_{2p}} = \frac{Z_{3m}}{Z_{3p}} = \ldots = \mu = Y_{1p} Z_{1m}$$

et attribuer ainsi aux quantités entre parenthèses les deux expressions

$$\sum_y^q Y_{1p} Z_{1n} I_{1b} = \nu J_b, \qquad \sum_1^q Y_{1p} Z_{1m} I_{1c} = \mu J_c;$$

ce qui permet d'écrire par permutation les trois équations

$$(9)\qquad \begin{cases} (1 + G_p Z_a) J_a + \nu J_b + \mu J_c = I_a^\sigma, \\ \mu J_a + (1 + G_p Z_b) J_b + \nu J = I_b^\sigma, \\ \nu J_a + \mu J_1 + (1 + G_p Z_c) J_c = I_c^\sigma. \end{cases}$$

Les seconds membres sont constants et dépendent seulement des machines synchrones (génératrices ou réceptrices sont traitées de même, au signe près des forces électromotrices). On peut résoudre ces trois équations assez facilement.

Mais en général il est plus commode de calculer les courants et tensions *additionnels* produits par le court circuit, et de les distinguer des courants et tensions préexistants par un accent. A cet effet, on transforme les équations (6) et (9) en supprimant tous les termes constants par rapport aux variations.

1° Supposons d'abord qu'on veuille mettre en évidence les variations des

tensions $U_a = Z_a I_a$, ... en supposant que les impédances ne sont pas modifiées; on écrira, au lieu de (9),

$$(9') \quad \begin{cases} J'_a + \nu J'_b + \mu J'_c = -G_p U'_a, \\ \mu J'_a + J'_b + \nu J'_c = -G_p U'_b, \\ \nu J'_a + \mu J'_b + J'_c = -G_p U'_e. \end{cases}$$

Et de même, de (1) on tirera (1′) sous la forme

$$(1') \quad \begin{cases} I'_{1a} + \nu I'_{1b} + \mu I'_{1c} = -Y_{1p} U'_a, \\ \mu I'_{1a} + I'_{1b} + \nu I'_{1c} = -Y_{1p} U'_b, \\ \nu I'_{1a} + \mu I'_{1b} + I''_{1c} = -Y_{1p} U'_c. \end{cases}$$

Le déterminant D de (1′) est assez simple

$$D = 1 + \mu^3 + \nu^3 - 3\mu\nu.$$

Si l'on multiplie par Z_{1p} les équations (1′), ce déterminant devient

$$D' = Z_{1p}^3 + Z_{1n}^3 + Z_{1m}^3 - 3 Z_{1m} Z_{1n} Z_{\nu n}.$$

2° On peut caractériser le court circuit par variation des impédances équivalentes aux circuits d'utilisation. L'annulation de celles qui se rapportent aux phases court-circuitées fera naître des forces électromotrices fictives additionnelles. Les autres impédances restent en circuit.

Par exemple, dans le cas de la mise à la terre de la phase a, on écrira les équations des courants additionnels J′ d'après (9) sous la forme

$$(9'') \quad \begin{cases} J'_a + \nu J'_b + \mu J'_c = -G_p Z_a J_a, \\ \mu J'_a + (1 + G_p Z_b) J'_b + \nu J'_c = 0, \\ \nu J'_a + \mu J'_b + (1 + G_p Z_c) J'_c = 0, \end{cases}$$

parce que Z_a est annulé brusquement et que $Z_b Z_c$ sont conservés.

Une fois les J′ calculés par ce système de trois équations, comme plus haut, on en tirera les forces électromotrices à substituer aux seconds membres des équations de la forme (1′). Ce sont respectivement, dans leur ordre :

$$Y_{1p} Z_a J_a, \qquad -Y_{1p} Z_b J'_b, \qquad -Y_{1p} Z_c J'_c.$$

Exemples. — Voici quelques exemples $\left(\text{où les G sont remplacés par les } \frac{1}{K}\right)$:

1° *Une phase a à la terre.* — Les valeurs des J′ sont

$$J'_a = -\frac{[(K_p + Z_b)(K_p + Z_c) - K_m K_n](Z_a J_a)_0}{D = K_p^3 + Z_m^3 + K_n^3 - 3K_p K_m K_n + (K_p^2 - K_m K_n)(Z_b + Z_c) + K_p Z_a Z_b},$$

$$J'_b = -\frac{K_n^2 - K_m(K_p + Z_b)}{D}(Z_a J_a)_0, \qquad J'_c = -\frac{K_m^2 - K_n(K_p + K_b)}{D}(Z_a J_a)_0.$$

2° *Deux phases b et c à la terre.* — On trouve de même

$$J'_a = -\frac{[K_m^2 - K_n(K_p + Z_c)](Z_b J_b)_0 + [K_n^2 - K_m(K_p + Z_b)](Z_c J_c)_0}{D = K_p^3 + K_m^3 + K_n^3 - 3K_m K_p K_n + (K_p^2 - K_m K_n)Z_a},$$

$$J'_b = -\frac{K_m K_n - (K_p + Z'_c)(K_p + Z_m)(Z_b J_b)_0 + [K_m(K_p + Z_a) - K_m^2](Z_0 J_0)_0}{D},$$

. . . .

3° *Court circuit entre deux phases b et c, sans fil neutre.* — En appelant Z'_b et Z'_a les portions de Z_b et Z_c qui restent en série dans les phases court-circuitées, on trouve pour (9) :

$$J_b = -J_c = \frac{K_n E_b - K_m E_c}{K_m(K_m - K_p - Z'_c) - K_n(K_p - K_m + Z'_b)};$$

$$J_a = \frac{(K_m - K_p - Z'_c)E_b + (K_n - K_p - Z'_b)E_c}{K_m(K_m - K_p - Z'_c) - K_n(K_p - K_m + Z'_b)},$$

en posant pour abréger

$$E_b = K_p I_b^\sigma, \qquad E_c = K_p I_c^\sigma,$$

définis au début de cette Note.

GÉOLOGIE. — *Sur l'origine du granite.* Note de M. **Maurice Lugeon.**

On sait que, dans la généralité des cas, le granite, et avec lui les roches grenues, se sont placées dans l'écorce terrestre en se substituant aux roches préexistantes.

Les travaux classiques d'Aug. Michel-Lévy, Barrois, Termier et A. Lacroix, en France, ne laissent plus aucun doute à cet égard. Dernièrement Paul Corbin et Nicolas Oulianoff [1] ont montré que les enclaves énallogènes de la protogine du Mont Blanc permettent de voir encore l'alignement primitif de la roche transformée en granite.

Il apparaît donc que toutes les roches grenues ne sont pas dues à des

(1) Paul Corbin et N. Oulianoff, *Recherches tectoniques dans la partie centrale du Massif du Mont Blanc* (*Bull. Soc. vaud. Sc. nat.*, 50, 1926, p. 217).

« montées magmatiques » se faisant place par intrusion. Déjà Émile Haug, dans son *Traité de Géologie*, qu'on ne saurait jamais assez consulter, se demandait s'il était « vraiment nécessaire d'admettre dans tous les cas l'existence d'un magma venant de la profondeur ». Il imaginait que la transformation était due à la descente du fond des géosynclinaux. C'est là qu'il trouvait la somme suffisante de chaleur.

Une comparaison entre les chaînes alpine et hercynienne m'amène à une autre hypothèse.

Transversalement, les Alpes montrent :

A. Zone extérieure de nappes non métamorphiques;

B. Zone de nappes internes métamorphiques;

C. Dinarides.

Plus on se rapproche des Dinarides, plus, en gros, croît le métamorphisme. Or, dans les espaces qui forment contact entre les Alpes et les Dinarides apparaît, sur une vaste longueur, un train de roches grenues plus jeunes que les mouvements ayant donné naissance à la chaîne, ce que j'ai montré jadis, avec G. Henny ([1]), en parlant du vaste massif tonalitique de l'Adamello, qui est post-tectonique, ce qui a été confirmé depuis.

Une image semblable, mais plus grandiose, proportionnée aux masses en présence, nous est montrée en Europe par la chaîne hercynienne, ainsi que l'a remarqué F. E. Suess ([2]). Au Nord, les nappes frontales de l'Ardenne, dont l'ampleur atteint probablement celle des Alpes externes. En arrière, les nappes plus métamorphiques de l'Erzgebirge, déjà partiellement atteintes par la granitisation. Plus à l'intérieur, comme dans les Alpes, se présente la vaste région de la Bohême avec ses énormes culots granitiques. En France, le Massif Central, en partie, montre également ses granites syntectoniques et post-tectoniques qui digèrent le Westphalien, dernier terrain compris dans la chaîne antéstéphanienne. Il en est de même dans les Pyrénées, où les granites sont du même âge.

On sait aujourd'hui que les fermetures des géosynclinaux ne sont explicables que par la dérive continentale. Les Alpes, par exemple, sont dues à l'écrasement des masses comprises entre le bloc africain marchant au Nord et le continent hercyno-calédonien. L'énergie due au déplacement de pareils

---

([1]) MAURICE LUGEON et GERHARD HENNY, *La limite alpino-dinarique dans les environs du massif de l'Adamello* (*Comptes rendus*, 160, 1915, p. 365).

([2]) FRANZ E. SUESS, *Intrusionstektonik und Wandertektonik im variszischen Grundgebirge*, Berlin, 1926, *passim*).

tonnages a été d'une part absorbée par les plis de fond et les nappes de recouvrement, d'autre part, en profondeur, cette énergie mécanique s'est transformée en son équivalent calorifique, et c'est à cette énorme libération de chaleur que sont dues les roches grenues. Cette hypothèse se substitue à celle qui explique les venues granitiques par des montées thermiques dont la cause restait mystérieuse.

Il y aurait trois phases dans l'histoire d'une chaîne géosynclinale :

A. Plissement embryonnaire absorbant relativement peu d'énergie;

B. Plissement proprement dit, pendant lequel l'énergie est assouvie par l'écrasement du géosynclinal et l'expulsion du trop-plein par les nappes;

C. Phase de granitisation.

Le géosynclinal s'écrase à tel point que, dans ses régions les plus internes, les racines sont comprimées, se redressent à la verticale ou même se renversent. A partir de ce moment, il ne peut plus y avoir de déplacements horizontaux de l'ordre des grandes nappes. C'est alors que l'énergie disponible doit être autrement absorbée. A l'effet mécanique en grand se substitue un métamorphisme croissant et la fonte des roches, ou, si l'on veut, une mobilité qui transforme les terrains de compositions diverses en roches grenues, dont la principale sera le granite, à cause de l'abondance des sédiments argileux du fond des fosses géosynclinales.

Ainsi le granite serait l'ultime effet des écrasements tangentiels des géosynclinaux. Chaque chaîne géosynclinale aurait son cortège de granites syntectoniques et post-tectoniques. La substitution ne pourrait se faire qu'en profondeur à cause des pertes caloriques de la surface, mais non à la profondeur excessive que nécessite l'hypothèse de Haug. Elle serait irrégulière, ainsi que le montrent les sections horizontales des massifs granitiques, parce que les ultimes écrasements ne peuvent être homogènes à cause des inégalités de résistance des masses extérieures et de l'irrégularité de forme, en ce qui concerne les Alpes, de la serre méridionale, atteinte elle aussi par la granitisation. Les exemples connus de masses granitiques surmontant des sédiments à peine transformés s'expliqueraient par des inégalités horizontales de la compression.

Dans chaque chaîne géosynclinale pourraient, bien entendu, exister, comme, dans celle des Alpes, à côté des granites syntectoniques et post-tectoniques, des granites plus anciens, antérieurs à la chaîne. Ce sont ces masses granitiques consolidées qui joueraient le rôle apparent des granites intrusifs dans le sens que leur donne Fr. E. Suess.

Comme dans la vieille chaîne hercynienne, on constate l'existence de

plusieurs phases tectoniques, les granites syntectoniques de la phase ancienne peuvent jouer le rôle de masses rigides. Ainsi, dans les Alpes, se conduisent les antiques massifs repris par la poussée tertiaire.

NOMINATIONS.

M. **Lucien Bigot** est adjoint à M. Jules Bordet comme délégué de l'Académie à l'inauguration des nouvelles constructions de l'Université de Bruxelles les 23-25 juin prochain.

ÉLECTIONS.

Par l'unanimité des 37 suffrages, M. **P. Marchal** est désigné pour faire partie du Conseil d'administration de l'*École nationale d'Agriculture de Grignon* en remplacement de M. *L. Lindet* décédé.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un membre de la section d'Astronomie en remplacement de M. *H. Andoyer* décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 51,

M. Charles Maurain	obtient......	28	suffrages
M. Aymar de la Baume Pluvinel	»	11	»
M. Charles Nordmann	»	9	»
M. Jules Baillaud	»	2	»
M. Gaston Fayet	»	1	»

M. **Charles Maurain**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Édouard Joltrain. *Les Urticaires*. (Présenté par M. Ch. Richet.)

2° F. Hermann. *Studi geologici nelle Alpi occidentali* (4-8). (Présenté par M. P. Termier.)

GÉOMÉTRIE. — *Sur les groupes d'applicabilité des variétés non holonomes.* Note [1] de M. G. VRANCEANU.

J'ai considéré [2] le problème d'équivalence ou d'applicabilité de deux variétés non holonomes. Dans cette Note, je considère le problème d'applicabilité d'une variété non holonome sur elle-même et je donne une classification relative aux variétés non holonomes V_3^2.

Soit donnée une variété non holonome $V_n^m(x^1, x^2, \ldots, x^n)$ [3], déterminée par les m congruences fondamentales (λ_h) $(h=1, 2, \ldots, m)$ et par les $n-m$ congruences de non-holonomie $(\lambda_{h'})$ $(h'=m+1, \ldots, n)$ et soient $\xi^1, \xi^2, \ldots, \xi^n$ les composantes sur les axes de coordonnées d'un groupe G_1, à un paramètre et par conséquent déterminé par la transformation infinitésimale $X_1 f = \sum_1^n {}_i \xi^i \frac{\partial f}{\partial x^i}$. Les composantes de ce groupe sur les congruences (λ) sont alors données par les expressions

$$\varepsilon_a = \sum_i^n \lambda_{a|i} \xi^i \qquad (a = 1, 2, \ldots, n),$$

où les $\lambda_{a|i}$ sont les moments des congruences λ.

1. Cela dit, le groupe G_λ sera admis par la V_n^m comme groupe d'applicabilité si ses composantes ε_a satisfont aux équations

$$(1) \qquad \left\{ \begin{aligned} &\frac{d\varepsilon_h}{ds_k} + \frac{d\varepsilon_k}{ds_h} - \sum_1^n {}_a (w_{ak}^h + w_{ah}^k)\varepsilon_a = 0 \\ &\frac{d\varepsilon_h}{ds_{k'}} - \sum_1^n w_{ak'}^h \varepsilon_a = 0 \\ &\frac{d\varepsilon_{h'}}{ds_k} - \sum_1^n w_{ak}^{h'} \varepsilon_a = 0 \end{aligned} \right. \qquad (h, k \leqq m, \; h', k' > m),$$

---

[1] Séance du 5 mai 1930.

[2] *Sopra certi problemi di equivalenza* (*Rend. dei Lincei*, 6e série, **9**, 1er sem., 1929, p. 844).

[3] Voir mon Mémoire *Studio geometrico dei sistemi anolonomi* (*Annali di Matematica*, 4e série, **6**, 1929, p. 9-43).

où l'on a posé comme d'habitude

$$\frac{d\varepsilon_a}{ds_b}=\sum_i^n \frac{\partial\varepsilon_a}{\partial x^i}\lambda^i_b, \qquad \omega^a_{bc}=\sum_{ij}^n\left(\frac{\partial\lambda_{a|i}}{\partial x^j}-\frac{\partial\lambda_{a|j}}{\partial x^i}\right)\lambda^i_b\lambda^j_c \qquad (a, b, c=1, 2, \ldots, n),$$

les λ^i_b étant les paramètres des n congruences λ. Des équations (1) il résulte immédiatement les conséquences suivantes :

a. Pour que le groupe G_1 soit tangent à la variété V^m_n, c'est-à-dire pour qu'on ait $\varepsilon_{h'}=0$ $(h'>m)$, il faut que les ε_h $(h\leqq m)$ satisfassent aux relations en termes finis

$$(1')\qquad \sum_h^m \omega^{h'}_{hl}\varepsilon_h=0 \qquad (l\leqq m,\ h'>m),$$

et ces équations ne sont identiquement vérifiées que si les relations de non-holonomie de la variété sont complètement intégrables et, par conséquent, si la V^m_n se réduit à une famille de variétés riemanniennes.

b. Pour que le groupe soit normal à la V^m_n $(\varepsilon_h=0,\ h\leqq m)$, il faut que les $\varepsilon_{h'_x}$ satisfassent aux relations

$$\sum_{h'}^{n}{}_{m+1}(\omega^h_{h'k}+\omega^k_{h'k})\varepsilon_{h'}=0 \qquad (h, k\leqq m),$$

lesquelles sont identiquement vérifiées seulement dans le cas où la V^m_n est totalement géodésique.

2. Le groupe d'applicabilité d'une variété non holonome peut être *infini*; c'est-à-dire que les transformations de la variété sur elle-même peuvent contenir des fonctions arbitraires. Le nombre maximum de ces fonctions arbitraires est atteint pour les variétés V^m_n composées d'une famille de variétés riemanniennes totalement géodésiques, et en ce cas le groupe d'applicabilité contient $n-m$ fonctions arbitraires à $n-m$ variables. Quant au nombre des constantes arbitraires, il est au plus égal à

$$n+\frac{m(m+1)}{2}.$$

3. Si les quantités ω^a_{bc} sont des constantes, la variété possède un groupe simplement transitif G_n de transformations en elle-même. La réciproque,

que j'ai démontrée être vraie dans le cas d'une variété riemannienne (¹), est encore vraie dans le cas d'une V_n^m.

4. Considérons maintenant une V_3^2. Le groupe maximum que peut admettre une telle variété est composé de quatre constantes et une fonction arbitraire. La fonction arbitraire ne peut intervenir que si la relation de non-holonomie est complètement intégrable et si la V_3^2 est totalement géodésique.

Si une V_3^2 admet un groupe à un paramètre, on peut s'arranger de façon que la transformation infinitésimale de ce groupe soit $X_1 f = \frac{\partial f}{\partial x^3}$.

Si la V_3^2 admet un groupe à deux paramètres, on peut toujours supposer ce groupe défini par les transformations $X_1 f = \frac{\partial f}{\partial x^3}$, $X_2 = e^{cx^3}\frac{\partial f}{\partial x^2}$, la constante c pouvant être zéro.

Une V_3^2 ne peut admettre un groupe intransitif à trois paramètres que si la relation de non-holonomie est complètement intégrable.

Si la V_3^2 admet un G_3 simplement transitif, on peut s'arranger de façon que les w_{bc}^a soient égales aux constantes de structure de G_3, et par conséquent la détermination des V_3^2 revient à la détermination des structures possibles d'un G_3 simplement transitif, détermination qui a été faite par L. Bianchi, en les classant en neuf types distincts (²). Le groupe complet peut être un G_4 dans le cas des types II et IX.

TOPOLOGIE. — *Sur la théorie de la dimension.* Note (³) de M. **Paul Alexandroff**, transmise par M. Émile Borel.

1. Dans un Mémoire présenté à l'Académie des Sciences de Göttingen le 6 juillet 1928 (⁴), j'ai donné une définition de la dimension autre que la définition classique de M. Brouwer (retrouvée ensuite par Urysohn et M. Menger). La définition que j'ai proposée faisant un usage essentiel de ce qu'on appelle aujourd'hui *Analysis situs* mod 2, il est naturel de l'appeler

(¹) *Sur les espaces de Riemann ayant leurs coefficients de rotation constants* (*Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 386-388).

(²) *Lezioni sulla teoria dei gruppi continui di trasformazoni*, Zanichelli (Bologne), p. 550-578.

(³) Séance du 23 avril 1930.

(⁴) *Göttinger Nachrichten* (*Math.-Phys. Kl.*, 1928, 1, p. 25-45).

définition de la dimension mod 2. On obtient d'une façon analogue une définition mod m, m étant un entier quelconque supérieur à 1. Je donne ici cette définition.

2. Un système de $k+1$ points d'un ensemble fermé F s'appelle un tétraédroïde à k dimensions agrégé à F; si la distance maximale entre deux quelconques de ces points est inférieure à ε, nous avons un ε-tétraédroïde.

Un système fini de ε-tétraédroïdes s'appelle un ε-polyèdre. Un tétraédroïde est orienté, si un ordre de succession de ses sommets (et tous ceux qui en proviennent par une permutation paire) est choisi comme positif. On définit ensuite d'une manière connue la frontière d'un tétraédroïde orienté (comme polyèdre formé des faces convenablement orientées du tétraétroïde donné). Cela posé, la frontière d'un polyèdre quelconque se définit comme somme algébrique des frontières des tétraédroïdes (formant ce polyèdre), donc comme une forme linéaire dont les variables sont les faces et les coefficients sont des entiers quelconques. En réduisant ces coefficients d'après le module m, on obtient ce qu'on appelle *frontière* mod m. Les notions de cycle (polyèdre sans frontière), d'homologie (mod m) etc. sont maintenant immédiates (¹). Un δ-cycle est dit ε-homologue à zéro dans F s'il est la frontière mod m d'un ε-polyèdre agrégé à F. Une suite infinie

$$C^r = (C_1^r, C_2^r, \ldots, C_k^r, \ldots) \text{ (²)}$$

s'appelle un *cycle-limite* (mod m) agrégé à F, si C_k^r est un δ_k-cycle (mod m) agrégé à F avec $\lim \delta_k = 0$ et si, pour chaque $\varepsilon > 0$, les C_k^r sont, à partir d'un certain d'entre eux, ε-homologues (mod m) l'un à l'autre. Si C_k^r est ε_k-homologue à zéro (mod m) dans F avec $\lim \varepsilon_k = 0$, le cycle-limite C^r est ~ 0 (mod m) dans F. Un cycle-limite (mod m) s'appelle *essentiel* (ou non nul), s'il existe un sous-ensemble F′ de F auquel il est agrégé sans y être ~ 0.

3. Posons maintenant la définition fondamentale suivante :

Définition. — *On appelle dimension de* F (mod m), $\Delta^m(F)$, *le plus grand entier* r *tel qu'il existe dans* F *un cycle-limite* (mod m) *à* $r-1$ *dimensions qui est essentiel et* $\backsim 0$ (mod m) *dans* F.

Notons les propriétés suivantes de la dimension ainsi définie :

A. Deux ensembles homéomorphes ont la même dimension (mod m).

B. On a pour le cube n-dimensionel $Q^n : \Delta^m(Q) = n$.

C. Si $\Delta^m(F) = n$, on ne peut pas obtenir F par réunion d'un nombre fini ou d'une infinité dénombrable d'ensembles fermés de dimensions (mod m) inférieurs à n.

(¹) Cf. surtout Brouwer, *Math. Annalen*, 72, 1912, p. 422-425, et Vietoris, *Math. Annalen*, 97, 1927, p. 454-472.

(²) Un indice placé en haut d'un symbole signifiant une figure désigne le nombre de dimensions de cette figure (au sens d'*Analysis situs* classique).

D. Il existe pour tout ensemble fermé F un nombre positif $\alpha(F)$ tel que tout ensemble obtenu en appliquant à F une déformation continue inférieure à $\alpha(F)$ a une dimension (mod m) non inférieure à celle de F.

M. Pontrjagin a démontré par des exemples qu'on obtient des invariants topologiques différents l'un de l'autre, en donnant dans la définition de la dimension (mod m) des valeurs différentes au module m (1). Tous ces invariants diffèrent d'ailleurs de la dimension brouwerienne. Cette dernière vérifie, comme on le sait, elle aussi les propositions A-D. Nous avons d'une façon plus précise le résultat suivant :

I. *Il existe une infinité de fonctions d'ensemble définies pour tous les ensembles fermés comme des entiers non négatifs et jouissant des propriétés* A-D. *Parmi toutes ces fonctions, la dimension brouwerienne est caractérisée par la propriété d'être maximale.*

4. Soit un domaine de l'espace à n dimensions, homéomorphe à l'intérieur d'une hypersphère. Nous dirons qu'un cycle γ (mod m) situé dans J^n est *enlacé* (mod m) dans J^n avec l'ensemble F, si γ est étranger à F et si tout polyèdre situé dans J^n et ayant γ pour sa frontière (mod m) a nécessairement des points communs avec F. L'ensemble F constitue autour de son point a une *barrière* à r dimensions (mod m) s'il existe une hypersphère S^{n-1} de centre a telle qu'on peut trouver dans un voisinage arbitraire de a un cycle (mod n) à $n-r-1$ dimensions enlacé avec F dans l'intérieur de S^{n-1}.

II. *Soit* F *un ensemble fermé de l'espace* E; *pour qu'on ait* $\Delta^m(F)=r$, *il faut et il suffit que* F *constitue autour d'un au moins de ses points une barrière à r dimensions* (mod m) *en ne constituant nulle part une barrière à un nombre de dimensions supérieur.*

On tire de cette proposition (en se basant sur les résultats de MM. Frankl et Pontrjagin) :

III. *Quel que soit m, on a pour les ensembles* E *situés dans l'espace tridimensionnel* $\Delta^m(F)=\dim F$, $\dim F$ *désignant la dimension brouwerienne. De même, si pour un ensemble situé dans* E^n, *on a* $\dim F = n-1$ *ou (pour au moins un m)* $\Delta^m(F)=n-1$, *on a, quel que soit* m', $\dim F=\Delta^{m'}(F)=n-1$.

---

(1) Voir la Note ci-après de M. Pontrjagin.

TOPOLOGIE. — *Sur une hypothèse fondamentale de la théorie de la dimension.* Note (¹) de M. **L. Pontrjagin**, transmise par M. Émile Borel.

1. Soient X et Y deux espaces quelconques, où les voisinages se trouvent définis pour chaque point M (²). On appelle *produit topologique* de ces espaces l'espace $Z = X \times Y$ formé de la façon suivante : les points z de Z sont les couples (x, y) de points de X et de Y ; pour obtenir un voisinage d'ailleurs arbitraire, d'un point $z_0 = (x_0, y_0)$ de Z, on prend tous les points $z = (x, y)$ tels que x et y appartiennent respectivement aux voisinages arbitrairement donnés de x_0 et de y_0.

2. Depuis les origines de la théorie de la dimension, on se proposait de démontrer la loi de l'*addition des dimensions*, c'est-à-dire la formule : $\dim(F' \times F'') = \dim F' + \dim F''$, quels que soient les ensembles fermés F' et F'' (situés dans un espace euclidien à un nombre quelconque de dimensions). On montre facilement que cette loi se trouve vérifiée si l'on définit *dimension* comme la dimension *module m* au sens de M. Alexandroff et cela quel que soit m (³). Il en résulte que la formule d'addition des dimensions reste exacte (pour la dimension au sens de M. Brouwer), quand il s'agit d'ensembles situés dans l'espace tridimensionnel. Je me propose de construire dans cette Note deux ensembles fermés F' et F'' situés dans l'espace à quatre dimensions et tels que $\dim F' = \dim F'' = 2$, tandis que $\dim(F' \times F'') = 3$. *Le problème général d'addition des dimensions se résout donc par la négative, dans la théorie de dimension de Brouwer-Urysohn-Menger.*

3. Considérons un cylindre de révolution A comme une surface ayant pour frontière complète les deux circonférences-bases C_1 et C_2. Divisons C_1 en k arcs égaux et identifions les points correspondants de ces arcs $\left(\text{c'est-à-dire les points dont la coordonnée angulaire prend des valeurs différant de multiples de } \frac{2\pi}{k}\right)$; cette opération (réalisable sans singularités dans l'espace à quatre dimensions) transforme A en une surface A_k que nous appellerons

(¹) Séance du 23 avril 1930.

(²) Voir par exemple le livre de M. Fréchet sur les *Espaces abstraits* (Collection Borel).

(³) Voir la Note ci-dessus de M. Alexandroff.

feuillet de Möbius mod k; la circonférence C_2 sera dite la frontière (géométrique) du feuillet et désignée par A'_k.

Soit C une surface située dans E et formée d'un nombre fini de triangles (C est donc ce qu'on appelle complexe à deux dimensions). Considérons un quelconque des triangles constituant C, soit T, et traçons à l'intérieur de T un petit triangle τ; enlevons de T l'intérieur de τ et remplaçons-le par un feuillet de Möbius mod k de façon que la frontière du feuillet soit identifiée avec celle du triangle τ et qu'aucune singularité ne surgisse; cette opération effectuée dans chaque triangle de C, cette dernière surface se transformera en une surface que nous désignerons par $f^k(C)$ et qu'on peut évidemment supposer polyédrique. On peut d'ailleurs s'arranger de sorte que tous les feuillets de Möbius soient situés dans des voisinages donnés d'avance de triangles correspondants. Désignons maintenant par C_0^k la surface formée par un seul triangle; C_ν^k étant supposé construit, posons $C_{\nu+1}^k = f^k(C)$, la surface C_ν^k étant préalablement décomposée en des triangles suffisamment petits. On effectue toute la construction d'une telle manière que la suite C_0^k, $C_1^k, \ldots, C_\nu^k, \ldots$ soit convergente; la limite de cette suite sera désignée par F^k. On démontre sans peine *que, pour l'ensemble* F, *la dimension* mod k au sens de M. Alexandroff, de même que la dimension brouwerienne, sont égales à 2; $\Delta^k(F^k) = \dim F^k = 2$, tandis que, pour tout $h \neq k$, $\Delta^k(F^k) = 1$. Il en résulte que *la définition de dimension due à M. Alexandroff donne pour des modules différents des invariants topologiques différents: tous ces invariants diffèrent d'ailleurs de la dimension au sens de Brouwer-Urysohn-Menger* (1).

4. Soient maintenant p et q deux nombres premiers entre eux. Démontrons que $\dim(F^p \times F^q) = 3$.

On démontre d'abord en s'appuyant sur un résultat fondamental de M. Hopf (2) le lemme suivant : Soit donnée une représentation continue φ de $B = A_p \times A_q$ sur l'ensemble $\varphi(B)$ situé dans E^4; il existe une autre représentation continue φ' coïncidant avec φ sur $(A'_p \times A_q) + (A'_q \times A_p)$ et telle qu'un point p de E^4 donné d'avance soit étranger à $\varphi'(B)$. [C'est ce lemme qui tombe en défaut quand p et q ne sont pas premiers entre eux, auquel cas on aurait $\dim(F^p \times F^q) = 4$.]

Cela posé, considérons $F = F^p \times F^q$ comme sous-ensemble de l'espace E^2; soient H

---

(1) Il est intéressant de remarquer que si l'on pose, dans la construction précédente, $C_{2\nu} = f^p(C_{2\nu-1})$, $C_{2\nu+1} = f^q(C_{2\nu})$, p et q étant premiers entre eux, l'ensemble-limite F serait de dimension 1 au sens de M. Brouwer (donc aussi au sens de M. Alexandroff, pour n'importe quel module k).

(2) *Math. Annalen*, 100, 1928, p. 590, théor. IX, *a*.

et H′ deux hyperplans à 4 dimensions de E^2, n'ayant qu'un seul point p en commun. Soit $B = (A_p \times A_q)$ un des éléments constituant $Q_\nu = C^p_\nu \times C^q_\nu$. Projetons Q_ν sur H par des hyperplans parallèles à H′; Q_ν étant constitué des éléments B de la forme $A_p \times A_q$, une représentation continue φ se trouve ainsi définie pour chacun de ces éléments; en appliquant le lemme on peut remplacer chacune de ces représentations par une autre φ'' ne touchant pas au point p. Il en résultera une déformation continue de Q_ν tout entier en un complexe étranger à H′; celle-ci pourra être prolongée ensuite à un certain voisinage de Q_ν. En appliquant ce procédé aux hyperplans formant les faces à 4 dimensions d'un cubillage donné de E, on obtiendra une déformation de F en un ensemble ne touchant pas les faces à 4 dimensions dudit cubillage; par un choix convenable de ce cubillage (et de l'indice ν), cette déformation peut être rendue aussi petite que l'on voudra; on en tire facilement que $\dim F = 3$. C. Q. F. D.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une équation fonctionnelle qui s'introduit dans un problème de moyenne.* Note de M. **E. D. Pompéiu.**

La formule de la moyenne

$$\int_\alpha^\beta f(x)\,dx = f(\xi)(\beta - \alpha), \tag{1}$$

où $f(x)$ est une fonction continue et ξ une valeur convenable de x, comprise entre α et β, peut être généralisée (voir par exemple Picard : *Traité d'Analyse*, t. I, chap. I) en considérant l'intégrale

$$\int_\alpha^\beta f(x)\varphi(x)\,dx,$$

où $\varphi(x)$ peut être supposé positif entre les limites de l'intégration. On a alors

$$\int_\alpha^\beta f(x)\varphi(x)\,dx = f(\xi)\int_\alpha^\beta \varphi(x)\,dx, \tag{2}$$

ξ étant compris entre α et β.

1. Dans la formule (1), lorsque $f(x)$ est une fonction continue quelconque, on sait sur ξ seulement qu'il est compris entre α et β. Dans le cas où $f(x)$ est un polynome du premier degré, ξ occupe le milieu de l'intervalle (α, β). La réciproque est vraie : si $f(x)$ est une fonction continue et si, dans tout intervalle (α, β), on a

$$\int_\alpha^\beta f(x)\,dx = f\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)(\beta - \alpha), \tag{3}$$

alors $f(x)$ est nécessairement une *fonction linéaire*.

Si l'on considère maintenant la forme (2) du théorème de la moyenne, on est amené au problème suivant :

Existe-t-il des couples de fonctions $f(x)$ et $\varphi(x)$, telles que l'on ait, dans tout intervalle où $f(x)$ et $\varphi(x)$ sont continues,

$$(4) \qquad \int_\alpha^\beta f(x)\,\varphi(x)\,dx = f\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\int_\alpha^\beta \varphi(x)\,dx\,?$$

Il est clair que la condition imposée à ξ, de coïncider toujours avec le milieu de l'intervalle d'intégration, doit particulariser beaucoup les fonctions $f(x)$ et $\varphi(x)$.

La formule (3), où l'on a

$$(5) \qquad f(x) = ax + b, \qquad \varphi(x) = 1,$$

offre une première solution de l'équation (4). Mais alors il est naturel de se demander si cette équation admet d'autres systèmes de solutions que (5)?

2. Pour une recherche systématique, il est commode de transformer la *condition intégrale* (4) en une *équation fonctionnelle*.

On trouve facilement que $f(x)$ et $\varphi(x)$ doivent vérifier l'équation

$$(6) \quad f(y+x)\,\varphi(y+x) + f(y-x)\,\varphi(y-x) = f(y)\,[\varphi(y+x) + \varphi(y-x)],$$

ce qui laisse immédiatement voir qu'aucune des fonctions $f(x)$ et $\varphi(x)$ ne peut être prise arbitrairement.

D'ailleurs, de la condition (4) on peut déduire pour $f(x)$, en prenant des points x_k équidistants, une relation de récurrence entre cinq valeurs consécutives de $f(x)$. En posant

$$a_k = f(x_k),$$

on trouve

$$(7) \qquad \frac{a_1 - a_2}{a_2 - a_3} \cdot \frac{a_3 - a_4}{a_4 - a_5} = \frac{a_1 - a_3}{a_2 - a_5}.$$

Cette relation de récurrence montre, entre autres choses, que : si $f(x)$ est une solution de (6), la fonction $\frac{1}{f(x)}$ en est aussi une.

De (7) on tire, après transformation préalable par un passage à la limite, une équation différentielle du quatrième ordre assez compliquée, qui définit $f(x)$.

Pour $\varphi(x)$, si l'on prend aussi des points x_k équidistants et si l'on pose

$$\alpha_k = \int_{x_k}^{x_{k+1}} \varphi(x)\,dx,$$

on obtient la relation de récurrence assez simple

(8) $$\frac{\alpha_1+\alpha_3}{\alpha_2}=\frac{\alpha_3+\alpha_5}{\alpha_4},$$

qui conduit, après quelques transformations, par un passage à la limite, à l'équation différentielle

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2}+\lambda\varphi=0,$$

où λ est une constante positive, négative ou nulle.

3. En dehors du système (5) on peut signaler, pour la *condition intégrale* (4) ou *l'équation fonctionnelle* (6), les systèmes suivants de solutions simples

$$f(x)=\frac{1}{x}, \qquad \varphi(x)=x,$$
$$f(x)=e^x, \qquad \varphi(x)=e^{-\frac{x}{2}},$$
$$f(x)=\tan x, \qquad \varphi(x)=\cos x.$$

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les cercles de multivalence des fonctions bornées.* Note de M. **J. Dieudonné.**

J'ai donné [1] la valeur exacte du rayon du plus grand cercle de centre $z=0$ dans lequel *toute* fonction de la forme $f(z)=z+\ldots$ et telle que $|f(z)|\leq M$ dans le cercle unité, est nécessairement univalente. Ce résultat se généralise de la manière suivante :

Théorème. — *Le rayon du plus grand cercle de centre $z=0$ dans lequel toute fonction de la famille précédente prend p fois au plus la même valeur, est égal à la racine comprise entre* 0 *et* 1 *de l'équation*

(1) $$1+x^2+x^4+\ldots+x^{2p-2}+x^{2p}-(p+1)Mx^p=0.$$

Cette valeur est exacte, car la fraction rationnelle

$$f(z)=M\frac{(z-x)^{p+1}-x^{p+1}(xz-1)^{p+1}}{x^{p+1}(z-x)^{p+1}-(xz-1)^{p+1}}$$

qui représente le cercle unité sur le cercle $|Z|\leq M$ dans une correspondance $(1, p+1)$, admet une racine multiple d'ordre $p+1$ au point $z=x$,

[1] *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 716.

et appartient bien à la famille de fonctions considérée si x est racine de l'équation (1).

Démonstration. — Si, en n points $a_1, a_2, \ldots, a_n$, intérieurs au cercle unité, on a

$$f(a_1) = f(a_2) = \ldots = f(a_n) = \alpha,$$

on peut écrire

$$f(z) = \frac{M^2[F(z) - \alpha]}{\bar{\alpha}F(z) - M^2},$$

$$F(z) = M\frac{(z-a_1)(z-a_2)\ldots(z-a_n)}{(\bar{a}_1 z - 1)(\bar{a}_2 z - 1)\ldots(\bar{a}_n z - 1)}\varphi(z),$$

$\varphi(z)$ étant holomorphe dans le cercle unité et telle que $|\varphi(z)| \leqq 1$. De plus, $\varphi(0)$ et $\varphi'(0)$ sont déterminés en fonction de $f(0)$, $f'(0)$, α, $a_1, a_2, \ldots, a_n$. En écrivant les conditions connues

$$|\varphi(0)| \leqq 1, \qquad |\varphi'(0)| \leqq 1 - |\varphi(0)|^2,$$

on obtient les inégalités

$$(2) \qquad |\alpha| \leqq M|\lambda|,$$

$$(3) \qquad \left|\frac{|\alpha|^2}{M^2} - \alpha\mu - 1\right| \leqq M|\lambda|\left(1 - \frac{|\alpha|^2}{M^2|\lambda|^2}\right)$$

où

$$\lambda = a_1 a_2 \ldots a_n, \qquad \mu = \sum_{k=1}^{n}\left(\bar{a}_k - \frac{1}{a_k}\right).$$

De plus, la relation (2) ne peut se réduire à une égalité que si $\varphi(z) \equiv e^{i\theta}$, et la relation (3) que si $\varphi(z) \equiv e^{i\theta}\frac{z - x}{\bar{x}z - 1}$ où $|x| < 1$. Ces relations doivent d'ailleurs être vérifiées quand on remplace les n points $a_1, a_2, \ldots, a_n$ par un groupe quelconque de m $(m < n)$ de ces points.

On constate alors que le minimum du module du point a_k de plus grand module ne peut être atteint que si (2) se réduit à une égalité. Les points $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sont alors liés par la relation

$$(4) \qquad |\lambda|^2 - 1 - M\lambda\mu = 0,$$

et un raisonnement élémentaire montre que le minimum est atteint lorsque tous les points a_k se réunissent en un seul point x, qu'on peut toujours supposer sur l'axe réel; si l'on remplace tous les a_k par x dans la relation (4), on est ramené à l'équation (1).

La même méthode permet évidemment de déterminer les régions de

p-valence des familles de fonctions bornées dont on connaît la valeur et celles de certaines de leurs dérivées en un certain nombre de points fixes du cercle unité; les frontières de ces régions sont toujours atteintes pour les fractions rationnelles de la famille qui transforment le cercle unité en le cercle $|Z| \leq M$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une classe d'équations fonctionnelles.* Note de M. **Georges Valiron**, présentée par M. Émile Borel.

1. L'équation fonctionnelle

$$f(zs) = \varphi[z, f(z)], \qquad (|s| > 1),$$

où $\varphi(x, y)$ est une fonction donnée holomorphe autour de l'origine, admet une solution $f(z)$ holomorphe autour de l'origine dès que le développement formel est possible. Elle se ramène en effet à un système de deux équations du type étudié par Poincaré par les méthodes du calcul des limites et par M. Picard par sa méthode d'approximations successives [1]. Le théorème d'existence s'établit aisément par cette dernière méthode en se ramenant au cas où

$$|s| > |\varphi'_y(0, 0)|$$

et en utilisant le lemme de Schwarz. Il résulte de là que l'équation fonctionnelle

$$P[f(z), \; f(Q)] = 0, \tag{1}$$

où $P(x, y)$ est un polynome donné, $Q \equiv Q(z)$ une fraction rationnelle donnée et $f(z)$ la fonction inconnue, pourra admettre, moyennant certaines conditions, une solution holomorphe autour d'un point; mais la fonction prolongée aura en général une infinité de branches. On peut alors chercher s'il est possible que (1) admette une solution uniforme et en particulier une solution méromorphe en tout point à distance finie [2]. Le théorème de M. Picard montre de suite que $Q(z)$ doit être un polynome; $f(Q)$ est

[1] Voir l'ouvrage de M. Picard, *Leçons sur quelques équations fonctionnelles*, Chap. II (Paris, Gauthier-Villars, 1928).

[2] Voir à ce sujet G. Julia, *Sur une classe d'équations fonctionnelles* (*Annales de l'École Normale*, 3e série, **40**, 1923, p. 97-150). Il s'agira dans tout ce qui suit de fonctions méromorphes ou entières véritables, admettant le point à l'infini pour point essentiel.

aussi méromorphe à distance finie, la courbe $P(x, y) = 0$ doit être de genre 0 ou 1.

Lorsque le degré q de Q est supérieur à 1, *les solutions méromorphes, s'il y en a, sont d'ordre nul.* Pour le montrer j'utilise le théorème que j'ai donné dans une Note précédente ([1]) et j'établis que, m étant le degré de $P(x, y)$ par rapport à x, on a, si petit que soit ε pourvu que r soit assez grand,

$$\log T(r, f) < \left(\frac{\log m}{\log q} + \varepsilon\right) \log(\log r);$$

par suite, $m \geqq q$. Lorsque $P(x, y)$ est de la forme $P_1(x) - P_2(y)$, les degrés des fractions rationnelles P_1 et P_2 étant respectivement m et n, la croissance est régulière; on a

$$\log T(r, f) \sim \frac{\log \frac{m}{n}}{\log q} \log(\log r),$$

il faut que $m \geqq nq$. Pour $n = 1$, ceci complète les résultats de M. Julia.

2. J'ai cherché s'il existe des fonctions entières vérifiant une équation (1). La courbe $P(x, y) = 0$ doit être unicursale et avoir deux points distincts au plus à l'infini. S'il y a deux points distincts à l'infini, on a

$$(2) \qquad f(z) = \sum A_p e^{pg(z)},$$

la somme étant étendue à un nombre fini de valeurs positives et négatives ou nulles de l'entier p et $g(z)$ étant une fonction entière. *Ceci est impossible si* $q > 1$ puisque $f(z)$ est alors d'ordre nul. Pour $q = 1$, on se ramène aux trois cas suivants :

$$Q(z) \equiv sz, \quad |s| > 1; \qquad Q(z) \equiv e^{i\theta} z; \qquad Q(z) \equiv z + 1;$$

il peut exister des équations (1) admettant des solutions de la forme (2). Dans le premier cas, il faut que s^k soit rationnel, k étant entier positif, et alors $g(z) \equiv b z^k$. Dans le second cas, θ doit être commensurable à π et $g(z)$ est une fonction entière arbitraire en z^k, k étant un entier convenable. Dans le troisième cas, $g(z)$ est de l'une des deux formes

$$h^z \psi(z), \qquad e^{i\pi z} \int \psi_1(z)\, dz,$$

h étant rationnel et ψ et ψ_1 étant des fonctions entières arbitraires de période 1.

([1]) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 729-731.

3. Le cas où $P(x, y) = 0$ n'a qu'un seul point à l'infini est moins simple. $f(z)$ et $f(Q)$ s'expriment respectivement au moyen de polynomes en $G(z)$ de $G(Q)$, $G(z)$ étant fonction entière, on aura donc

$$(3) \qquad P_1[G(z)] = P_2[G(Q)].$$

Je supposerai $q > 1$; la courbe $P_1(x) = P_2(y)$ devra être unicursale avec un seul point à l'infini, le degré n de P_2 sera inférieur au degré m de P_1 et $m \geqq nq$ d'après le n° 1. Si $n = 1$, M. Julia a montré que (3) n'a pas de solutions entières. Si $n = 2$, il y a impossibilité pour $m = 3$ puisque $3 < 4$; pour $m = 4$, (3) étant mis sous la forme

$$(4) \qquad G(Q)^2 = P_3[G(z)],$$

la considération de l'ordre de multiplicité des zéros de $G(z) - a$ (1) montre de suite l'impossibilité. Pour $m = 5$, les seuls cas de possibilité de (4) se ramènent à celui où l'on aurait

$$P_3(u) \equiv (u^2 - u - 1)^2(u + 2).$$

Mais il faudrait qu'il existe une suite de fonctions entières $G(z; p)$ telles que

$$G(z) + 2 \equiv G(z, 1)^2, \qquad G(z, p) + 2 \equiv G(z; p + 1)^2,$$

ce qui est impossible pour les fonctions d'ordre nul considérées ici. Il résulte de là que, *pour* $q > 1$, *la relation* (1) *ne peut être vérifiée pour aucune fonction entière lorsque le degré de* $P(x, y)$ *est inférieur ou égal à* 5.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les ensembles projectifs de M. Lusin.* Note de MM. **L. Kantorovitch** et **E. Livenson**, présentée par M. Émile Borel.

Nous avons signalé (2) quelques résultats relatifs aux δs-fonctions de M. Hausdorff; le but de la présente Note est de donner leur application aux ensembles projectifs, introduits par M. N. Lusin (3).

La classe P_1 (dans R_m) se compose des ensembles A, ainsi que la classe C_1

(1) *Lectures on the general theory of integral functions* p. 76 (Privat, Toulouse, 1923).

(2) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 353. Toutes les références concernent précisément cette Note.

(3) *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1574, 1817.

contient leurs complémentaires. Si les classes P_n et C_n sont déjà définies, la classe P_{n+1} (dans R'_m) se compose des projections sur R_m des ensembles C_n (dans R_{m+1}) et C_{n+1} de leurs complémentaires. Nous pouvons étendre cette définition aux nombres transfinis α de la seconde classe. Notamment, pour le nombre ordinal α de première espèce, les classes P_α et C_α seront définies par récurrence, comme auparavant; si α est de seconde espèce, les classes P_α et C_α se composent, respectivement, des sommes et des produits des ensembles appartenant aux classes inférieures ([1]).

I. Toutes les classes P_α et C_α (dans R_m) sont des Φ_N-classes sur $\mathcal{F}$ ($\mathcal{F}$ se composant des ensembles fermés dans R_m), dont les bases $\mathcal{N}$ appartiennent aux mêmes classes (dans R_1). De plus, si α est de première espèce, la base $\mathcal{N}$ de la classe P_α peut être supposée $C_{\alpha-1}$.

Il résulte de là (voir aussi 8°, 9°) l'existence des ensembles universels pour ces classes, ainsi que leur invariance topologique.

II. Si la base $\mathcal{N}$ et les arguments $E_1, E_2, \ldots$, d'une δs-fonction sont P_α au plus (α étant de première espèce), il en est ainsi pour cette fonction même (résulte de 6°).

III. L'ensemble variable dans une classe borélienne quelconque F_σ, G_δ, $F_{\sigma\delta}$, $G_{\delta\sigma}$, etc. est une δs-fonction des ensembles fermés, respectivement, ouverts, dont la base est un ensemble G_δ (résulte de 1° et 2°).

Maintenant nous allons donner une application plus cachée de nos résultats. A cet effet rappellons l'opération A sur les ensembles $\{E n_1, n_2, \ldots, n_k\}$, introduite par M. Suslin et définie comme il suit :

$$E = \Sigma\, E n_1 E n_1, n_2, \ldots,$$

où la sommation s'étend à toutes les suites $(n_1, n_2, n_3, \ldots)$ de nombres naturels. M. P. Alexandroff ([2]) avait considéré l'opération complémentaire Γ qui amène le complément de E, pourvu qu'on l'applique aux ensembles $CE n_1, n_2, \ldots, n_k$. En utilisant consécutivement, à partir des ensembles boréliens, les opérations A et Γ, M. Alexandroff avait construit une échelle transfinie de classes d'ensembles. D'autre part, M. E. Sélivanovski ([3]) avait étudié la classe des ensembles C qu'on peut obtenir, à

([1]) Cette généralisation était proposée par M. D. Faddeeff.

([2]) *Sur les ensembles complémentaires aux ensembles* (A) (*Fund. Math.*, 5, 1924, p. 160). Cf. aussi O. Nikodym, *Fund. Math.*, 19, 1929, p. 146.

([3]) Voir sa Note, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1311, ainsi que son Mémoire récent : *Sur une classe d'ensembles effectifs* (*ensembles* C) (*Rec. Math. de Moscou*, 35, 1928, p. 379).

partir des intervalles, au moyen de l'opération du crible (de M. Lusin) et de l'opération complémentaire, transfiniment répétées. D'un résultat général de M. W. Sierpinski [1] il suit que la classe des ensembles C coïncide avec la classe des ensembles rentrant dans la classification de M. Alexandroff. Quant à la dépendance entre cette classification et celle des ensembles projectifs, on ne sait jusqu'à présent que ce fait simple : la première est incluse dans la seconde. Nous sommes en mesure d'établir la proposition plus précise que voici :

IV. Tout ensemble C appartient à la fois aux classes P_2 et C_2.

Donc ces ensembles ne présentent qu'un cas particulier des ensembles projectifs. La démonstration de ce théorème repose sur le lemme :

L'opération A, ainsi que l'opération Γ, est équivalente à une δs-fonction dont la base est, respectivement, un ensemble G_σ ou C_1.

Cela posé, il résulte de II que les opérations A et Γ, effectuées sur les ensembles P_2, donnent également les ensembles du même type; par suite, il en sera de même pour les ensembles C_2 aussi. De là on déduit facilement notre proposition.

Remarquons, pour finir, que M. Sierpinski [2] avait démontré (pour α fini) que le système borélien construit sur les classes P_α et C_α est compris à la fois dans $P_{\alpha+1}$ et $C_{\alpha+1}$. Il se pose naturellement la question, si ledit système se confond avec la partie commune des classes $P_{\alpha+1}$ et $C_{\alpha+1}$. La réponse est négative :

V. Si α est de première espèce, le système borélien construit sur les classes P_α et C_α forcément diffère de la partie commune des classes $P_{\alpha+1}$ et $C_{\alpha+1}$.

La démonstration repose sur le théorème IV.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur l'écoulement des fluides pesants.* Note de M. **Henri Poncin**.

Nous considérons un fluide parfait incompressible et pesant, en mouvement dans un plan vertical xOy. L'axe Oy est dirigé suivant la verticale ascendante et le mouvement est supposé permanent et irrotationnel. Pour

(1) *Le crible de M. Lusin et l'opération* (A) *dans les espaces abstraits* (*Fund. Math.*, 11, 1928, p. 16).
(2) *Fund. Math.*, 11, 1928, p. 126.

simplifier l'exposition nous étudierons l'écoulement du fluide sur une paroi courbe indéfinie, de direction générale horizontale dans le cas où le mouvement présente une périodicité géométrique, ce qui arrive pour un canal dont les irrégularités symétriques par rapport à Oy se reproduisent périodiquement; mais les considérations qui suivent s'appliquent sans modification essentielle à divers problèmes hydrodynamiques, pour lesquels on sait effectuer la représentation conforme, sur un cercle ou sur une couronne circulaire, du domaine occupé par le fluide en mouvement.

Dans les hypothèses précisées on est conduit à déterminer une fonction $\Omega = \theta + i\tau$ de la variable $\zeta = \rho e^{i\sigma}$, régulière dans la couronne S comprise entre les circonférences de rayon q et un, continue sur le contour et satisfaisant aux conditions aux limites suivantes :

$$(1) \qquad \theta = \varphi(\sigma) \qquad \text{(sur la frontière intérieure)}.$$

$$(2) \qquad \frac{d\theta}{dn} - ke^{-3\tau}\sin\theta = 0 \qquad \text{(sur la frontière extérieure)}.$$

Cette détermination faite, on peut mettre en place tous les éléments du mouvement par des procédés aujourd'hui classiques. Le paramètre k est lié au débit d par $k\log q = g\,de^{-3\beta_0}$, β_0 est une constante de grandeur, les autres paramètres suffisant pour déterminer le mouvement à une homothétie près. La fonction $\varphi(\sigma)$ dépend de la forme de la paroi donnée.

La fonction Ω peut être déterminée en adaptant aux problèmes qui nous occupent une méthode d'approximations successives due à M. Levi-Civita (1). Posons $P(\theta, \tau) = \theta - e^{-3\tau}\sin\theta$, et définissons une suite infinie de fonctions $\omega_0(\zeta), \ldots, \omega_i(\zeta), \ldots$ par les conditions aux limites :

$$(3) \qquad \theta_i = \varphi(\sigma) \qquad \text{(sur la frontière intérieure)},$$

$$(4) \qquad \frac{d\theta_i}{dn} - k\theta_i = P_i(\sigma) \qquad \text{(sur la frontière extérieure)},$$

$$P_i(\sigma) = P[\theta_{i-1}(1, \sigma), \tau_{i-1}(1, \sigma)] \qquad \text{et} \qquad P_0(\sigma) = 0.$$

La condition d'uniformité étant satisfaite pour toutes les valeurs de i, l'expression explicite des fonctions ω_i résulte d'une Note précédente (2) :

$$(5) \qquad \omega_i(\zeta) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} N_1(\zeta e^{-is})\varphi(s)\,ds + \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} N_2(\zeta e^{-is})\,P_i(s)\,ds.$$

La fonction $P(\theta, \tau)$ satisfaisant à des inégalités de la forme

$$(6) \qquad P(\theta, \tau) < F(\Theta, T), \qquad \Delta P < G(\Theta, T)[\Delta\theta + \Delta\tau],$$

(1) *Mathematische Annalen*, 85, 1922, p. 256.
(2) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 573.

lorsque les variables restent dans le domaine $|\theta| < \Theta$, $|\tau| < T$, et les parties réelles et imaginaires des intégrales qui figurent dans (5) ayant respectivement des limitations a, kb, c, d, on démontre que la série

$$\omega_0 + \sum_1^\infty [\omega_i(\zeta) - \omega_{i-1}(\zeta)]$$

est uniformément convergente si les équations

$$(7) \qquad \Theta = a + |k| c F(\Theta, T), \qquad T = |k| b + |k| d F(\Theta, T)$$

admettent une solution en Θ et T et si

$$|k|(c+d) G(\Theta, T) < 1.$$

La fonction Ω qu'elle définit constitue alors l'unique solution du problème.

Pour discuter complètement les conditions (7) on profite évidemment dans chaque problème de la forme particulière de la fonction $\varphi(\sigma)$ mais il est facile d'obtenir des conditions simples, limitant le débit, qui assurent la validité du procédé dans le cas général. En utilisant un théorème de M. Bouligand [1] on trouve de même une condition permettant d'affirmer que la pression demeure positive en tout point du fluide et que le domaine du plan z est d'un seul tenant. Le mouvement défini est alors acceptable du point de vue de l'hydrodynamique rationnelle.

On peut ainsi étudier dans des cas très généraux l'écoulement du fluide sur une paroi dont la forme calculée *a posteriori* peut par un choix convenable des paramètres se rapprocher autant qu'on le veut d'une paroi donnée. Les considérations qui précèdent permettent également d'étudier certaines équations intégrales dont l'importance a été soulignée par M. H. Villat [2]. Dans le cas particulier que nous avons exposé il s'agit de l'équation

$$-\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} G(\varepsilon)\, d \log \zeta_{30} \frac{\omega_1}{\pi}(s-\varepsilon) - \arc\sin\left[\frac{2\pi}{gb} e^{3G(s)} G'(s)\right] = F(s).$$

Le rapport des périodes des fonctions elliptiques a pour valeur $-\frac{2i}{\pi}\log q$ et $G(s)$ est la fonction inconnue.

---

(1) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 6, 1927, p. 427.
(2) *Annales de l'École Normale supérieure*, 32, 1915, p. 212.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur un cas très général du mouvement d'un fluide parfait hétérogène en rotation présentant des stries en forme de spirales.* Note [1] de M. **Émile Merlin**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. Comme dans une Communication antérieure [2], nous supposerons que les forces, rapportées à l'unité de masse, dérivent d'un potentiel. Nous utiliserons les notations que nous y avons employées, ainsi que celles que nous y avons établies. Faisons en outre l'hypothèse naturelle suivant laquelle les éléments physiques ou mécaniques, pression, potentiel et densité, sont liés par une relation, d'ailleurs quelconque, indépendante de la position, dans l'espace, du point auquel ils sont attachés, mais, peut-être, dépendante du temps.

Nous aurons la condition $\frac{D(p, V, \rho)}{D(z, r', \theta)} = 0$, laquelle équivaut aux suivantes :

$$\frac{1}{\omega} = \frac{\partial\psi}{\partial\theta}, \qquad \frac{\partial\psi}{\partial\theta} e^{\frac{\partial\psi}{\partial t}} = f(r', \theta, t),$$

f désignant une fonction arbitraire de r', θ, t. D'où le théorème :

La condition nécessaire et suffisante pour que p, V, ρ *soient liés par une relation indépendante de l'espace, est que la vitesse angulaire de rotation soit l'inverse de la dérivée par rapport à* θ *d'une fonction telle que le produit de cette dérivée par la base des logarithmes népériens élevée à une puissance égale à la dérivée de la fonction considérée par rapport au temps, conserve la même valeur tout le long d'une parallèle à l'axe.*

2. Plaçons-nous dans un cas particulier, qui présente un intérêt spécial au point de vue cosmogonique. Supposons que ω, tout en étant, à chaque instant, la même en tous les points d'un parallèle, varie pourtant avec le temps et avec la position du centre du parallèle sur l'axe de rotation; tandis que les surfaces d'égale densité ne soient pas de révolution autour de cet axe. La vitesse angulaire sera de la forme

$$(1) \qquad \omega = \frac{1}{\varphi_1(r', z) + \varphi_2(r', t)}.$$

---

[1] Séance du 7 avril 1930.

[2] *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1579.

Les quantités ω et ρ devront satisfaire, en outre, aux équations

(2) $$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\omega\frac{\partial\rho}{\partial\theta}=0,$$

(3) $$\frac{\partial\rho}{\partial z}\frac{\partial}{\partial r'}\left(2r'\frac{\partial\omega}{\partial t}\right)-\frac{\partial\rho}{\partial r'}\frac{\partial}{\partial z}\left(2r'\frac{\partial\omega}{\partial t}\right)-\frac{\partial\rho}{\partial\theta}\frac{\partial\omega^2}{\partial z}=0.$$

En vertu de la dernière

$$\rho=\mathcal{F}(\alpha,\beta,t);$$

$$\beta=\theta+\chi_2(r',t),\qquad \alpha=r'\frac{\partial\varphi_2}{\partial t}\omega^2,\qquad 2r'\frac{\partial\varphi_2}{\partial t}\frac{\partial\chi_2}{\partial r'}=1.$$

3. Exprimons que la condition de continuité (2) est vérifiée; l'équation suivante devra être satisfaite, quelles que soient les variables indépendantes α, β, r', t

$$\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial\alpha}\left(\alpha\frac{\frac{\partial^2\varphi_2}{\partial t^2}}{\frac{\partial\varphi_2}{\partial t}}-2\alpha\sqrt{\alpha}\frac{\frac{\partial\varphi_2}{\partial t}}{\sqrt{r'\frac{\partial\varphi_2}{\partial t}}}\right)+\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial\beta}\left(\frac{\partial\chi_2}{\partial t}+\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{r'\frac{\partial\varphi_2}{\partial t}}}\right)+\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial t}=0.$$

D'où il résulte que

(4) $$\rho=\mathcal{F}(\sigma),\qquad \sigma=r'^2\omega^2e^{2a\theta};$$

tandis que

(5) $$\omega=\frac{1}{\chi_1(z,r')+at};$$

$\mathcal{F}$ désignant une fonction arbitraire de σ, χ_1 une fonction arbitraire de z et de r' et a une constante.

Intégrant ensuite les équations dont dépendent V et p, il vient

(6) $$V=\frac{(\sigma\mathcal{F})'}{\mathcal{F}'}\frac{r'\omega^2}{2\sigma}-\frac{1}{\mathcal{F}'}\frac{\partial M(\sigma,t)}{\partial\sigma},$$

(7) $$p=\frac{\mathcal{F}^2}{\mathcal{F}'}\left[\frac{r'\omega^2}{2\sigma}-\frac{\partial}{\partial\sigma}\frac{M(\sigma,t)}{\mathcal{F}}\right];$$

M représentant une fonction arbitraire de σ et de t.

L'équation (4) montre que, à chaque instant, sur toute surface de densité constante, les lignes de même vitesse angulaire ont pour projections, sur un plan perpendiculaire à l'axe, des couples de spirales équiangles symétriques par rapport au pied de l'axe. L'angle i formé par le rayon vecteur

avec la tangente à la spirale est donné par la formule

$$\operatorname{tang} i = -\frac{2}{a};$$

i est donc le même pour toutes les spirales et ne varie pas avec le temps. Un observateur à l'infini sur l'axe verrait ce fluide présenter des stries d'égale densité, tournant instantanément comme si elles étaient rigides, ainsi que nous apparaissent les nébuleuses spirales.

Des équations (6) et (7), on tire la relation liant p, V, ρ

$$\left(\frac{1}{\sigma\mathcal{F}}\right)' p + \frac{V}{\sigma^2} - \frac{\partial}{\partial\sigma}\frac{M(\sigma, t)}{\sigma\mathcal{J}} = 0.$$

Cette loi est la relation linéaire la plus générale en p et V dont le coefficient angulaire dépend uniquement de la densité, tandis que l'ordonnée à l'origine dépend à la fois de la densité et du temps.

SPECTROGRAPHIE. — *Analyse spectrographique des fluorescences de quelques huiles végétales observées sous les rayons ultraviolets.* Note de M. **Henri Marcelet**, présentée par M. C. Matignon.

L'examen des corps gras à la lumière de Wood fait constater des fluorescences dont la couleur et l'intensité varient suivant la nature du corps gras.

Malheureusement l'œil, suivant son degré de sensibilité propre à chaque observateur, note très imparfaitement les petites différences qui peuvent exister entre deux fluorescences. C'est pourquoi il m'a paru intéressant, afin d'éliminer tout facteur personnel, d'enregistrer spectrographiquement ces fluorescences afin de les comparer et de les analyser ensuite.

Je résume dans cette première Note les résultats que j'ai obtenus avec quelques huiles végétales. Les détails opératoires et les résultats numériques, dépassant de beaucoup le cadre de cette Note, seront donnés dans une publication spéciale.

Spectres d'émission. — J'ai opéré en plaçant les huiles dans une cuve en quartz transparent à faces parallèles, qui a été orientée à 45° dans le faisceau de rayons ultraviolets filtrés de façon que la fluorescence puisse être reçue par la lentille d'un petit spectrographe en quartz de Féry, muni d'une plaque photographique micropanchromatique de Lumière.

Un spectrogramme du mercure a servi à déterminer exactement l'emplacement des parties impressionnées et à les traduire en unités Angström.

En général on n'a pas obtenu de raies mais des plages plus ou moins sombres (sur les clichés négatifs) et à bords plus ou moins flous; cependant certaines huiles ont montré des plages à bords rectilignes nettement marqués. Les mesures ont été prises à ces limites et pour les zones peu nettes on a noté le commencement de la zone estompée.

J'ai étudié ainsi les huiles d'olive vierge et raffinée, de pulpe d'olive, de soja, de sésame, de maïs, de pépins de raisin, d'arachide, de thé, de coton et d'argan.

Toutes ces huiles sont spectrographiquement dissemblables, aussi j'ai examiné des mélanges de ces huiles afin de voir si par cette technique il serait possible de trouver les constituants.

J'ai négligé d'examiner les mélanges que l'analyse chimique seule permet de déceler facilement (huile d'olive additionnée d'huile d'arachide, de sésame ou de coton). De même je n'ai pas observé le mélange huile d'olive vierge et huile raffinée que la seule fluorescence permet à l'œil exercé de soupçonner. Cependant j'ai fait des observations sur des huiles vierges accusant à l'œil des fluorescences de couleurs très variées et pouvant dans certains cas inciter à conclure à un mélange huile raffinée et huile vierge.

J'ai mélangé de l'huile d'olive vierge ou raffinée avec de l'huile de pulpe d'olive, mélange qu'aucun procédé chimique ou physique ne permet de déceler. J'ai très nettement constaté la présence des plages à arêtes vives caractéristiques de l'huile de pulpe dans un mélange contenant seulement 5 pour 100 de cette huile. Et étant données l'intensité et la netteté de ces plages, il est probable qu'à une dilution moindre, on les constaterait encore; des essais de limite de perception sont en cours.

L'examen des mélanges d'huile d'olive vierge avec 10 pour 100 d'huile de soja, de maïs ou de pépins de raisin, n'a pas donné de résultats suffisamment nets pour permettre d'affirmer la présence de ces huiles.

Spectres d'absorption. — Dans une deuxième série d'opérations j'ai enregistré les spectres d'absorption des mêmes huiles : la cuve a été interposée sur le trajet des rayons ultraviolets filtrés, en avant de la lentille du spectrographe.

Comme précédemment les huiles ont donné des spectres très dissemblables et naturellement différents des spectres d'émission. Certaines huiles ne montrent que de très faibles plages traversées par les rayons (telles les huiles de soja, de pépins de raisin et de thé). L'huile d'olive, qu'elle soit vierge ou raffinée donne le même spectre d'absorption alors que les spectres d'émission sont différents.

J'ai fait alors une série d'essais pour voir si l'addition de 10 pour 100 des huiles qui arrêtent la lumière, à une huile d'olive vierge serait suffisante pour masquer les émissions lumineuses propres à cette huile, ce qui permettrait de soupçonner leur présence. Or, je n'ai observé aucune modification nettement marquée, seules les huiles de pépins de raisin et de thé ont atténué sensiblement les plages de l'huile d'olive, mais sans les masquer complètement.

De ces essais il résulte que les spectres d'émission et d'absorption des huiles végétales sont absolument différents, qu'il est possible de déceler par la spectrographie une addition de 5 pour 100 d'huile de pulpe à une huile d'olive vierge ou raffinée.

ÉLECTRICITÉ INDUSTRIELLE. — *Sur la théorie des dynamos-balances utilisées pour la mesure des pertes dans les courroies.* Note de M. **Swyngedauw**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. On mesure généralement la perte de couple occasionnée par la courroie qui relie les poulies de deux dynamos-dynamomètres par la différence des couples d'équilibrage des stators des machines motrice et réceptrice; cette façon d'opérer comporte une erreur systématique, affectant notablement les résultats.

En effet, la poulie du moteur transmet à la courroie le couple C, la poulie réceptrice en reçoit le couple C′ et l'on peut écrire

$$C = C_e - C_{fr}, \tag{1}$$

$$C' = C'_e + C'_{fr}, \tag{2}$$

C_e et C'_e étant les couples électromagnétiques qui s'exercent sur les rotors du moteur et de la réceptrice, C_{fr} et C'_{fr} les couples des résistances passives agissant sur le système rotor, axe et poulie de chacune des deux machines, moteur et réceptrice.

Le couple agissant sur les stators des deux machines peut s'écrire : $C_e - C_{fs}$ pour le moteur, $C'_e + C'_{fs}$ pour la réceptrice; où C_{fs} et C'_{fs} sont les couples de résistances passives agissant sur le stator que nous supposons différents des couples C_{fr} et C'_{fr} par suite d'une différence des couples de ventilation.

Si l'on ramène le stator dans une position d'équilibre-repère, par un poids agissant sur un levier dont le moment est M pour le moteur, M′ pour

la réceptrice, et si l'on désigne par Q et Q′ les moments des couples créés par la position du centre de gravité des stators hors de la verticale de l'axe d'oscillation, en comptant positivement ces moments quand ils font tourner le stator dans le sens du rotor, on peut écrire, si 1 est moteur et 2 réceptrice,

$$(3) \qquad C_e - C_{fs} = M + Q,$$
$$(4) \qquad C'_e + C'_{fs} = M' - Q'.$$

2. La courroie étant enlevée, faisons marcher chacune des deux machines en moteur à vide sous l'action du seul courant; le couple électromagnétique et le couple de frottement, ainsi que le couple d'équilibrage prennent d'autres valeurs C_{e0}, C_{fs0}, M_{e0} et M'_{e0}. Lorsque le stator est dans la même position-repère, on peut écrire, pour chaque machine,

$$(5) \qquad C_{e0} - C_{fs0} = M_{e0} + Q,$$
$$(5') \qquad C'_{e0} - C'_{fs0} = M'_{e0} + Q',$$

car la deuxième machine est également motrice.

3. D'autre part, C et C′ peuvent s'écrire sous la forme

$$(6) \qquad C = C_e - C_{fs} - (C_{fr} - C_{fs}),$$
$$(6') \qquad C' = C'_e + C'_{fs} + (C'_{fr} - C'_{fs}).$$

Si nous admettons : 1° que la différence entre les couples appliqués au stator et au rotor ne dépend que des couples de ventilation, et 2° que cette différence est la même pour le même sens de rotation, à la même vitesse, dans la marche par courroie ou dans la marche à vide par courant, il vient

$$(7) \qquad C = C_e - C_{fs} - (C_{fr0} - C_{fs0}),$$
$$(7') \qquad C' = C'_e - C'_{fs} - (C'_{fr0} - C'_{fs0});$$

or, à vide,

$$(8) \qquad C_{e0} = C_{fr0},$$
$$(8') \qquad C'_{e0} = C'_{fr0}.$$

En substituant ces valeurs dans les équations (5) et (5′) et portant les valeurs de $C_{fr0} - C_{fs0}$ tirées des mêmes équations, et la valeur de $C_e - C_{fs}$ et $C'_e + C'_{fs}$ tirées des équations (3) et (4), dans les équations (7) et (7′), il vient

$$(9) \qquad C = M - M_{e0},$$
$$(9') \qquad C' = M' - M'_{e0},$$

et la perte de couple $\Delta C = C - C'$ dans la courroie s'écrit

$$\Delta C = M - M' - (M_{e0} + M'_{e0}. \tag{10}$$

La perte de couple dans la courroie est mesurée par la différence des couples d'équilibrage des stators du moteur et de la réceptrice, diminuée de la somme des couples d'équilibrage dans la marche de chaque machine en moteur à vide par le seul courant.

Pour des machines de 20 CV. avec poulie de 30^{cm} de diamètre, à 1500 tours-minute, les couples d'équilibrage, dans la marche à vide, atteignent environ 11^{g} par machine; la correction à effectuer pour obtenir la perte due à certaines courroies transmettant ces puissances est de l'ordre de 20 à 30 pour 100. La perte de couple ΔC exprimée par l'équation (7) est indépendante des couples Q et Q' dus à l'excentrage du centre de gravité du stator ramené à la position repère; *il n'en est pas de même de la différence* $M - M'$.

L'expérience montre que ΔC *est pratiquement indépendant de la charge.*

RADIOACTIVITÉ. — *Structure fine du spectre magnétique des rayons α.* Note de M. S. **Rosenblum**, présentée par M. A. Cotton.

L'étude des rayons α à l'aide du grand électro-aimant de l'Académie des Sciences a pu être reprise avec un nouveau dispositif expérimental amélioré (1).

Cette fois, on s'est servi des plus grandes pièces polaires existantes à Bellevue. Ces pièces ont 75^{cm} de diamètre; pour un entrefer de 6^{cm} on obtient un champ constant sur une étendue de 35^{cm} de diamètre, la valeur du champ étant de 23,2 kilogauss pour une intensité de courant de 400 ampères (2). Les résultats donnés antérieurement sont confirmés; la précision des mesures est améliorée.

Voici les premiers résultats obtenus avec le nouveau dispositif pour les vitesses relatives (la vitesse du rayonnement α du ThC est prise comme

(1) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1401.
(2) A. Cotton et G. Dupouy, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 544.

unité et nous employons les mêmes notations pour les raies nouvelles) :

$$\frac{V_{\alpha_1}}{V_{\alpha \text{ThC}}} = 1,0034,$$

$$\frac{V_{\alpha_2}}{V_{\alpha \text{ThC}}} = 0,975\,(8),$$

$$\frac{V_{\alpha_3}}{V_{\alpha \text{ThC}}} = 0,962\,(4),$$

$$\left(\frac{V_{\alpha_4}}{V_{\alpha \text{ThC}}} = 0,964\right).$$

Sur notre meilleur cliché il existe en effet en plus une nouvelle raie très faible α_4, que nous mentionnions sous réserve d'une confirmation ultérieure. (On discerne également sur le meilleur cliché du côté des vitesses décroissantes et tout près de la bande de ThC deux raies très faibles, mais il est à craindre que ce ne soit la superposition des bandes α_1, et αThC qui donne cette impression.)

Nos mesures nous permettent de donner en outre les rapports de vitesse suivants :

$$\frac{\alpha \text{ThC}'}{\alpha \text{ThC}} = 1,209 \pm 0,0015,$$

$$\frac{\alpha \text{ThC}'}{\alpha_1 \text{ThC}} = 1,205 \pm 0,0015.$$

Le premier rapport doit être considéré comme plus précis que celui donné antérieurement par différents auteurs ; du fait de l'existence du doublet αThC et α_1, la valeur trouvée pour le rapport $\frac{\alpha \text{ThC}'}{\alpha \text{ThC}}$ dépendra, si l'on se sert de la méthode directe, du temps de pose dans la limite de 4 pour 1000 [1].

Nous donnons également les rapports

$$\frac{\alpha \text{ThC}'}{\alpha \text{RaC}'} = 1,070\,(6) \pm 0,0015,$$

$$\frac{\alpha \text{RaC}'}{\alpha \text{RaA}} = 1,135\,(8) \pm 1,0015,$$

$$\frac{\alpha \text{RaA}}{\alpha \text{ThC}} = 0,996\,(2) \pm 0,001.$$

Le rapport $\frac{\alpha \text{RaA}}{\alpha \text{ThC}}$ montre définitivement que les rayons α du thorium C sont plus rapides que ceux du radium A.

---

(1) S. Rosenblum, *Ann. de Phys.*, 10, 1928, p. 430.

En admettant pour la vitesse des rayons α du thorium C′ [1], la valeur $2{,}053.10^9$ cm/sec la vitesse des rayons α du thorium C devient $1{,}698 \pm 0{,}003.10^9$ cm/sec, ce qui correspond à 5974 kilovolt-électrons [2].

Les différences énergétiques des nouvaux groupes α par rapport à l'énergie des rayons α du ThC sont en kilovolt-électrons [3] :

$$\alpha_1 \rightarrow \alpha\,\mathrm{ThC} = 40{,}6,$$
$$\alpha_2 \rightarrow \alpha\,\mathrm{ThC} = 287,$$
$$\alpha_3 \rightarrow \alpha\,\mathrm{ThC} = 442,$$
$$(\alpha_4 \rightarrow \alpha\,\mathrm{ThC} = 421).$$

Nous estimons la précision de ces nombres à 2 pour 100. (Il est à remarquer que la différence entre le groupe des rayons α du ThC et celle du RaA, déterminée sur le même cliché à l'aide d'un fil portant simultanément le dépôt actif du thorium et celui du radium, est également voisine de 40 kilovolt-électrons; d'autre part, la différence $\alpha_2 \rightarrow \alpha$ ThC et la différence $\alpha_3 \rightarrow \alpha$ ThC sont peut-être des multiples entiers de cette même quantité (40,6 kilovolt-électrons).

Nous remarquons qu'il existe dans le groupe du ThC + ThC′ un rayonnement γ nucléaire qui correspond à 40,8 kilovolt-électrons, le rayonnement le plus intense dans ce groupe correspond à une énergie de 279 kilovolts [4] [5].

La complexité du rayonnement α du ThC a dernièrement été rapprochée des émissions γ [6].

Un travail en collaboration avec M. Ny Tsi Zé, qui sera publié en commun ultérieurement, nous permet d'évaluer d'une façon préliminaire les intensités des raies nouvelles trouvées

$$\mathcal{J}_{\alpha\,\mathrm{ThC}} : \mathcal{J}_{\alpha_1} : \mathcal{J}_{\alpha_2} : \mathcal{J}_{\alpha_3} : \mathcal{J}_{\alpha_4} = 1 : 0{,}3 : 0{,}03 : 0{,}02 : 0{,}005.$$

---

(1) Briggs, *Proc. Roy. Soc.*, **118**, 1928, p. 557.

(2) Les rayons α portant deux charges élémentaires, le nombre en kilovolt α correspondant est deux fois plus faible.

(3) Calculé d'après la formule relativiste.

(4) K. W. F. Kohlrausch, *Radioaktivität, Handbuch der Experimentalphysik*, 1928, p. 57.

(5) Le rayonnement γ le plus intense dans le groupe du ThB est de 241 kilovolt-électrons, en y ajoutant le nombre 40,6 on arrive à 281,6 kilovolt-électrons, un nombre également voisin de la différence $\alpha_2 \rightarrow \alpha$ ThC.

(6) N. Feather, *Phys. Rev.*, **34**, 1929, p. 1558-1565.

Les expériences avec le nouveau dispositif seront reprises en automne, on pourra sans doute à ce moment amplifier l'intensité du courant magnétisant.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Dosage du fluor à l'état de fluorure de calcium.* Note de MM. **E. Carrière** et **Janssens**, présentée par M. Matignon.

Nous avons appliqué au dosage du fluor la méthode décrite antérieurement [1], en opérant sur un mélange de fluorures alcalins avec les chlorures alcalins.

La précipitation du fluor a été effectuée dans une capsule de platine, à l'ébullition, en liqueur ammoniacale, par le chlorure de calcium. Le précipité se rassemble rapidement, permettant ainsi d'opérer dans la capsule même, et par décantation, des lavages à l'eau ammoniacale bouillante en nombre suffisant pour éliminer complètement les chlorures. L'élimination des chlorures est reconnue au nitrate d'argent.

Le résultat trouvé expérimentalement pour le dosage du fluor a différé en moyenne de 0,6 pour 100 du résultat théorique calculé d'après le mélange employé.

Le dosage ne peut être opéré dans une capsule de porcelaine, nous avons constaté qu'il y avait des pertes en fluor atteignant en moyenne 6 pour 100.

Nous avons également recherché si l'acide fluorhydrique ne pouvait être libéré des fluorures par l'acide sulfurique concentré dans un appareil en verre parfaitement sec; l'acide fluorhydrique libéré étant transformé en fluorure de sodium par admission dans la soude.

Le dosage du fluorure alcalin, sous forme de fluorure de calcium, était ensuite pratiqué dans une capsule de platine. Nous avons eu une perte en fluor d'environ 10 pour 100. L'emploi de matériel en platine, nous paraît nécessaire pour le dosage du fluor par la méthode envisagée.

La présence de sels ferriques et de sels d'aluminium ne diminue pas la valeur de cette méthode. L'alumine et l'hydrate ferrique sont précipités par l'ammoniaque dans une capsule de platine. Les précipités d'alumine et d'hydrate ferrique sont lavés, par décantation, à l'eau ammoniacale bouillante, jusqu'à l'élimination complète de fluorure dans la liqueur filtrée, élimination reconnue par le chlorure de calcium.

---

[1] *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 1280.

La filtration est pratiquée sur un entonnoir de platine ou à défaut sur un entonnoir en verre paraffiné en ayant soin, dans ce dernier cas, de refroidir préalablement la solution à filtrer. Le filtrat est concentré, l'ammoniaque s'élimine et un peu d'alumine précipite. On sépare par filtration ce petit dépôt d'alumine, qui est convenablement lavé. Sur la liqueur filtrée, on pratique le dosage du fluor sous forme de fluorure de calcium. Le fluor a été dosé dans des solutions renfermant 0,5 pour 100 de fluorure de sodium pur exactement pesé et $0^{g},2$ environ de sels d'aluminium et de fer. La précision pour le dosage du fluor a été de 1 pour 100.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage des sulfocyanures dans les eaux de cokerie.* Note de MM. **Travers** et **Avenet**, présentée par M. Matignon.

Les eaux de cokerie, eaux de condensation et eaux résiduaires, renferment des proportions appréciables de sulfocyanures, à côté de cyanures en quantité d'ailleurs beaucoup plus faible.

En raison de la complexité de ces eaux, qui renferment une série d'anions Cl, SO^3 S, S^2O^3, SO^4, CN, etc., et en plus des phénols (de 4 à 5^g par litre), il est nécessaire d'employer une réaction *spécifique*. La plus intéressante est certainement la précipitation de l'ion CNS, à l'état de sulfocyanure cuivreux, *tout à fait insoluble dans une solution saturée de* SO^2.

L'élimination préalable des sulfures (précipitation à l'état de CdS ou de ZnS) est nécessaire.

En présence de quantités importantes d'hyposulfites [de l'ordre de quelques grammes au litre (1)], on doit faire la précipitation de CNS Cu *à froid :* dans ces conditions, l'hyposulfite double de cuivre et de sodium ne précipite pas; on ajoute un excès de sulfate de cuivre (10 pour 100 environ), et l'on sature la solution de gaz sulfureux; on laisse reposer le précipité de 2 à 3 heures (2).

La pesée du sulfocyanure cuivreux n'est pas à recommander, en raison de la complexité du milieu où il est précipité.

---

(1) Ces hyposulfites proviennent de l'oxydation à l'air des polysulfures, leur teneur croît quand la proportion de sulfures décroît.

(2) La précipitation à l'ébullition, toujours en présence de gaz sulfureux, donne un précipité qui se rassemble rapidement; mais en présence d'hyposulfite, l'hyposulfite double de cuivre et de sodium formé se décompose en donnant Cu^2 S.

Le procédé de dosage de l'ion CNS qui nous a donné les meilleurs résultats est le suivant :

Le précipité de sulfocyanure cuivreux lavé est dissous dans l'ammoniaque *en excès* : il se forme un complexe d'addition *cuivreux*, incolore, qui se transforme rapidement à l'air (¹) en complexe ammonié *cuivrique*. La transformation est complète après ébullition d'une dizaine de minutes ; on l'accélère par addition de quelques gouttes d'eau oxygénée à 12 volumes. Après refroidissement, le complexe cuivrique est détruit par l'acide sulfurique en excès (15 pour 100 d'acide libre), on titre aussitôt à *froid* au permanganate. L'ion CNS passe à l'état d'ion CN, *qui ne réagit pas sur cet oxydant*, et le soufre est oxydé en acide sulfurique.

6 MnO^4K oxydent donc 5 CNS.

Cette méthode présente un avantage très net sur celle décrite par Parr (²), qui dose le sulfocyanure cuivreux en milieu *alcalin* par le permanganate ; il obtient d'abord un virage peu net correspondant à l'oxydation de l'ion cuivreux en ion cuivrique, puis il termine l'oxydation par le même réactif, mais cette fois en milieu acide. L'auteur indique dans une Communication ultérieure que le procédé ne fournit pas toujours de bons résultats. La méthode que nous venons de décrire donne le sulfocyanure dans les eaux industrielles, avec une précision de 1 pour 100.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le phényltriméthylène.* Note de M. Lespieau, présentée par M. C. Matignon.

Ed. Buchner et Hans Dessauer, ayant obtenu l'acide phényl-1-triméthylènedicarbonique-2.3, pensèrent qu'en lui faisant perdre du gaz carbonique ils arriveraient au phényltriméthylène (*Ber. d. d. ch. Ges.*, 25, 1892, p. 1147). Mais il n'en fut pas ainsi, la chaîne cyclique s'étant ouverte dès le départ du premier CO^2.

J'ai pensé que l'on serait peut-être plus heureux si l'on essayait de débromer le composé $CH^2Br.CH^2.CHBr.C^6H^5$; celui-ci était inconnu, mais on pouvait espérer l'obtenir en fixant de l'acide bromhydrique sur le bromure de cinnamyle. Seulement il était probable qu'on ne l'aurait pas

(¹) En opérant en atmosphère d'azote pur, on obtient une dissolution tout à fait incolore.

(²) *Amer. Chem. Society*, 22, 1900, p. 68.

pur ainsi, car une étude que j'avais précédemment faite sur le corps $CH^2Br.CH = CH.C^2H^5$ donnait à craindre ici la production d'une certaine quantité d'autres dibromures, ceux de l'allyl- et du propénylbenzène.

Pour obtenir la fixation on a envoyé un courant lent d'hydracide dans du bromure de cinnamyle (fusion 29-30°) d'abord à la température ambiante et finalement à — 20°. Le mélange a été ensuite maintenu cinq heures à 100° en matras scellé, puis distillé sous pression réduite. On a recueilli ainsi un liquide répondant à la formule $C^9H^{10}Br^2$, passant à 142-143° sous 10mm, ayant à 23° pour densité 1,632 et pour indice 1,5935.

Ce liquide a été versé peu à peu dans un ballon contenant de l'alcool à 95° et de la poudre de zinc, qu'on maintenait aux environs de 70°. L'addition terminée on faisait bouillir un quart d'heure au réfrigérant ascendant. On filtrait alors chaud, et par refroidissement on voyait se déposer des cristaux; on filtrait à nouveau et jetait le filtrat dans de l'eau chaude. Il se précipite une huile se concrétant en partie par refroidissement. La partie restée liquide, chauffée au bain-marie sous 13mm, fournit un distillat que l'on sèche au chlorure de calcium, puis au sodium. Elle bout alors de 63 à 64° sous 16mm, et possède à 20° une densité de 0,9328. L'analyse lui assigne bien la formule C^9H^{10}, et sa densité ne permet pas d'admettre qu'elle ne renferme que de l'allylbenzène mélangé à du propénylbenzène; il faut qu'il s'y trouve un isomère plus dense, et en quantité assez grande. En vue d'éliminer les deux composés éthyléniques s'il y en avait, on a agité le liquide avec cent fois son volume d'eau auquel on ajoutait de temps en temps du permanganate de potasse, sans que la concentration de celui-ci dépassât jamais 1 pour 100 du poids de l'eau. Il y a eu attaque avec formation d'acides benzoïque et phénylacétique; la production de ce dernier établit la présence d'allylbenzène; quand on a eu fait ainsi disparaître environ la vingtième partie du liquide organique, on a soumis l'ensemble à la distillation, celle-ci a fourni un carbure qui doit être le phényltriméthylène, car sur lui le permanganate à 1 pour 100 est sensiblement sans action, au moins à 20°. 12g en effet ont été laissés 164 heures en contact avec 5g de permanganate et 400g d'eau (sur ce temps il y a eu 44 heures d'agitation intermittente) sans qu'on ait pu apercevoir la production de bioxyde de manganèse. Par distillation du mélange on a récupéré ensuite 11g,5 de carbure, ceux-ci agités 10 heures avec 15cm³ d'une solution permanganique à 1 pour 100 ne les ont pas décolorés.

Pour ce phényltriméthylène on a trouvé : C 91,18 et H 8,59; poids moléculaire par cryoscopie acétique 121. Son odeur est assez forte et diffère de celles de ses isomères.

En vue de comparaison j'ai préparé de l'allylbenzène (par le procédé de M. Tiffeneau) et du propénylbenzène par isomérisation de celui-ci sous l'influence de la potasse alcoolique. On a indiqué que l'isomérisation par la potasse sèche n'est pas totale, le carbure que j'ai eu bouillait très bien, et donnait par le brome des cristaux secs fondant bien de premier jet. Voici les résultats de la comparaison :

	Phényl-triméthylène.	Allyl-benzène.	Propényl-benzène.
Ébullition sous 13^{mm}	60°-61°	47°	63°,5
Ébullition sous 760^{mm}	170°,5	157°	173°
Densité à 20°	0,9397	0,893	0,913
Indice D à 20°	1,5291	1,514	1,550
Réfraction moléculaire	39,02	39,44	41,07
Exaltation	1,06	−0,85	1,38
A — 20° par Br	Fume beaucoup	Fume peu	Ne fume pas

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur l'eau de cristallisation dans les composés minéraux et organiques.* Note (1) de MM. **A. Seyewetz** et **Brissaud**, transmise par M. V. Grignard.

L'eau, dite de cristallisation, que renferment les substances cristallisées est considérée généralement comme essentiellement mobile et totalement ou partiellement éliminable par l'action de la chaleur, le composé passant ainsi de la forme cristallisée à l'état amorphe sans que ce dernier semble apte, *a priori*, à fixer par l'humidité de l'air la quantité d'eau définie qu'il a perdue par la chaleur.

On avait constaté isolément sur quelques substances cristallisées la propriété qu'elles possèdent après élimination de leur eau de cristallisation, de reprendre partiellement, ou totalement, cette eau quand on les expose dans l'air humide à la température ordinaire.

Nous avons recherché quelles sont les substances renfermant de l'eau de cristallisation qui, après élimination de cette eau par chauffage, possèdent la propriété de la reprendre soit intégralement, soit partiellement, ou qui restent à l'état anhydre. Nous avons, en outre, cherché à déduire de cette propriété une classification rationnelle de ces substances renfermant de l'eau de cristallisation.

---

(1) Séance du 5 mai 1930.

Voici les composés que nous avons examinés, à ce point ce vue :

1° *Sulfates simples :* Sulfates de soude, de nickel, de cuivre, de magnésium, de zinc, de manganèse, de cadmium, de chrome.

2° *Aluns* d'aluminium et de potassium, d'aluminium et d'ammonium, de fer et d'ammonium, de chrome et de potassium, de chrome et d'ammonium.

3° *Sulfates doubles* de magnésium et d'ammonium, de nickel et d'ammonium, de manganèse et d'ammonium, de zinc et d'ammonium, de magnésium et de potassium, de zinc et de potassium, de nickel et de potassium, de fer et d'ammonium.

4° *Sulfites et hyposulfites :* Sulfite de soude, sulfite de potasse, sulfite d'ammonium, sulfite de lithine, hyposulfite de soude.

5° *Chlorures* de nickel, de cobalt, de manganèse, de fer, de baryum, de cadmium, de zinc.

6° *Nitrates* de nickel, de cobalt, de magnésium, de bismuth, de cuivre, d'uranyle.

7° *Carbonate* de soude.

8° *Sels divers :* Ferrocyanure de potassium, phosphate et arséniate de soude, borax.

9° *Sels organiques :* Acétates de sodium, de baryum, de plomb, naphtionate de sodium.

10° *Acides organiques :* Acides oxalique, citrique, gallique.

11° *Matières colorantes :* Chrysoïne, bleu carmin.

Il résulte de nos essais qu'au point de vue de la réhydratation, les sels se classent plutôt d'après leurs acides que d'après leurs bases, bien que le métal ne soit pas toujours sans influence.

Nous avons pu établir la classification suivante :

1° *Produits ne reprenant pas leur eau de cristallisation après dessiccation :* Sulfates de manganèse et de calcium, sulfite de soude, acétates de plomb et de baryum, phosphate de soude, borax, acide citrique, acide gallique, naphtionate de soude.

2° *Produits reprenant une partie de leur eau de cristallisation :* Sulfate de zinc, tous les aluns (sauf celui de chrome, qui se transforme en une variété allotropique), ferrocyanure de potassium, carbonate de soude.

3° *Produits reprenant intégralement leur eau de cristallisation :* Sulfates de soude, de magnésium, de nickel, de cuivre, de cadmium, *tous les sulfates doubles de la série magnésienne*, les chlorures de cobalt, baryum, cadmium, acétate de sodium, hyposulfite de soude, acide oxalique, chrysoïne, bleu carmin.

4° *Produits dont l'état varie beaucoup avec le degré hygrométrique* : Chlorures de cobalt, nickel, manganèse.

5° *Produits absorbant indéfiniment l'humidité de l'air* (*produits déliquescents*) : Chlorures de calcium, de zinc ferrique, de magnésium, nitrates de magnésium, nickel, cobalt, cuivre, bismuth.

On peut remarquer quelques anomalies spécialement parmi les chlorures : le chlorure de cadmium reprend exactement ses molécules d'eau, tandis que le chlorure de zinc est déliquescent. Il en est de même pour le chlorure de calcium et le chlorure de baryum, le chlorure de cobalt et le chlorure de nickel.

En outre certains sels qui ont été réhydratés dans l'air saturé d'humidité reprennent un autre état d'équilibre quand on les maintient dans l'air moyennement humide. Ce phénomène est particulièrement marqué avec les chlorures de nickel et de manganèse.

Les sels qui reprennent intégralement leur eau de cristallisation ne sont pas influencés par les variations du degré hygrométrique de l'air.

HYDROLOGIE. — *Teneur en arsenic de l'eau du puits de Choussy, à La Bourboule, et fixation de cet arsenic dans l'organisme.* Note de M. **R. Clogne**, Mlle **A. Courtois** et M. **Cazala**, présentée par M. A. Desgrez.

L'eau du puits de Choussy de La Bourboule est une eau arsenicale, chlorurée, bicarbonatée sodique. Seul l'arsenic a retenu notre attention.

Le dosage de cet arsenic a été effectué suivant la technique décrite par Cribier, avec une légère modification de l'appareillage que nous avons réduit à un flacon de 125^{cm^3}, fermé comme celui de Léonardon, par un bouchon émeri en verre creux, laissant passage à un ou deux tubes de verre, l'un permettant l'introduction du mélange eau et acide sulfurique, ainsi que de la solution à titrer, et l'autre assurant le dégagement gazeux. Dans ce dernier tube, on introduit une étroite bande de papier Watteman, imbibé de chlorure mercurique. Après l'opération, on fixe cette bande par immersion dans une solution d'iodure de potassium à 10 pour 100 et l'on compare la teinte obtenue à une échelle préparée dans les mêmes conditions. Pour éviter les dégagements d'hydrogène sulfuré et d'hydrogène phosphoré qui gêneraient le dosage, nous ajoutons à la liqueur de destruction quelques gouttes de solution de permanganate de potasse jusqu'à persistance de la coloration rose.

Teneur en arsenic. — Nous avons dosé l'arsenic de l'eau de Choussy, prélevée au puits, plusieurs fois au cours des saisons 1928 et 1929. Nous avons trouvé des variations très faibles, comprises entre 5,8 et 6^{mg},5 par litre. Ces chiffres, très voisins de ceux cités par les auteurs qui se sont occupés de la question, sont légèrement inférieurs à ceux donnés par les auteurs anciens, qui concluaient généralement à 7^{mg}.

Toutefois, étant données les causes d'erreur possibles d'un tel dosage très délicat, nous n'avons pas cru devoir attacher d'importance à ces modestes variations de la teneur en arsenic de l'eau de Choussy, au cours de la saison.

Fixation de l'arsenic dans l'organisme. — Pour étudier la fixation de

l'arsenic hydrominéral dans l'organisme, nous avons fait vivre dans l'eau de Choussy des têtards de batraciens. Ces animaux s'acclimatent aisément dans ces eaux arsenicales salées, en donnant cependant, au moment de leur immersion, une légère impression de shock.

Nous avons pu les conserver vivants, de 8 à 10 jours, dans ces eaux, en renouvelant l'eau toutes les 24 heures. Après cette période, les têtards étaient retirés de l'eau, pesés et immergés dans l'alcool à 95°, en vue de les conserver pour les dosages d'arsenic ultérieurs. Des têtards témoins étaient conservés dans les mêmes conditions dans de l'eau ordinaire.

Pour les dosages de l'arsenic, les têtards étaient retirés de l'alcool et kjeldahlisés. Nos résultats ont été exprimés par gramme de têtard frais et en millièmes de milligramme d'arsenic.

Les moyennes, établies sur 8 têtards de chaque sorte, ont été les suivantes :

Têtards témoins	1,88
Têtards immergés dans l'eau de Choussy (griffon)	3,25

Reprenant ces expériences à Paris, avec de l'eau de Choussy embouteillée et avec une solution arsenicale de formule approchant de la composition de l'eau de Choussy, nous avons eu des résultats un peu différents que nous rapportons ci-dessous :

Têtards immergés dans l'eau de Choussy embouteillée	2,73
Têtards immergés dans l'eau de Choussy artificielle	2,325

L'examen de ces résultats montre donc une fixation considérable de l'arsenic hydrominéral chez les têtards de batraciens ayant vécu dans l'eau de Choussy prise au griffon, alors que cette fixation est moindre pour les têtards immergés dans cette même eau embouteillée depuis un certain temps, ou pour les têtards immergés dans une eau arsenicale artificielle, de même concentration arsenicale et saline que l'eau de Choussy.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La vie latente des spores de Fougère dans le vide aux basses températures de l'hélium liquide*. Note de M. **Paul Becquerel**, présentée par M. Louis Mangin.

Nos recherches ont porté sur les spores d'une espèce commune de Fougère très répandue dans les bois, l'*Aspidium Filix* Mas. Ces spores ont été recueillies le 4 juillet 1929, en faisant ouvrir les sporanges des feuilles fertiles

dans de larges boîtes de Petri stérilisées, de façon à éviter les poussières de l'air.

Deux lots de ces spores pesant chacun 1^g furent placés dans deux petits tubes stérilisés, le premier fermé avec du coton laissant filtrer l'air, le second contenant de la baryte caustique anhydre et fermé à la flamme du chalumeau. Nous avions ainsi dans ce dernier une atmosphère confinée où la vapeur d'eau émise par les spores soigneusement séparées de la baryte caustique était absorbée au fur à mesure de sa production.

Ces deux lots séjournèrent à l'obscurité pendant six mois jusqu'au 10 janvier 1930. A ce moment nous vérifiâmes leur poids et leur pouvoir germinatif. Le premier lot, à l'air libre, n'avait perdu que 2 pour 100 de son poids frais. Son pouvoir germinatif était de 90 pour 100. Quant au deuxième lot conservé dans l'air confiné, avec un desséchant, la perte d'eau fut de 10 pour 100 et le pouvoir germinatif, 99 pour 100.

Le pouvoir germinatif avait été vérifié de la façon suivante : on projetait quelques centaines de spores dans des tubes stérilisés, contenant un milieu liquide synthétique stérilisé, dont la composition était identique à celui que j'avais constitué autrefois pour mes recherches sur la germination des spores des mousses en culture pure [1].

Nous avions ainsi la preuve que la dessiccation des spores de Fougère, loin de porter atteinte à leur pouvoir germinatif, le conservait; nous pouvions par conséquent tenter de pousser plus loin cette déshydratation.

C'est ce que nous fîmes en plaçant le reste de ces spores, déjà en partie déshydratées, dans deux tubes stérilisés où nous puissions réaliser le vide sec le plus complet. Ce vide fut d'abord exécuté avec l'aide d'une pompe rotative de Gaiffe donnant le dix-millième de millimètre de mercure; puis achevé avec une pompe en quartz à condensation, dite de Langmuir, jusqu'à ce que le vide ne fût plus mesurable à la nouvelle jauge Dunoyer qui marque la pression limite d'un cent-millième de millimètre de mercure. Les tubes furent ensuite fermés à la flamme et détachés de la canalisation à vide, puis un seul fut transporté à la fin de janvier au laboratoire cryogène de Leyde, l'autre étant conservé comme témoin.

Grâce à M. W. J. de Haas, j'ai pu conduire à bonne fin ces expériences, le tube contenant les spores desséchées de Fougère fut refroidi pendant

(1) Paul Becquerel, *Comptes rendus*, 138, 1904, p. 1347.

11 heures jusqu'à la température absolue de 3°, c'est-à-dire de — 2,0° au-dessous de zéro.

La température est passée très rapidement en une demi-heure de celle du laboratoire + 15° à — 268°, puis 6 heures de — 268° à — 270° dans l'hélium liquide.

Le rechauffement a été également rapide, puisqu'il est passé de — 270° à + 15° en une demi-heure.

Le tube qui contenait ces spores de Fougère a été renvoyé dans mon laboratoire où je l'ai conservé jusqu'au mois d'avril.

Ce tube fut ouvert en même temps que le tube témoin qui n'avait pas été refroidi. Leurs spores, ensemencées dans un certain nombre de tubes de culture contenant le même milieu indiqué ci-dessus, donnèrent de remarquables germinations à la température du laboratoire.

La germination a débuté au bout de 21 jours, aussi bien pour les spores temoins que pour les spores qui avaient été refroidies.

Nous n'avons pas remarqué de différence ni dans leur pouvoir germinatif oscillant de 99 à 100 pour 100 ni dans la structure et la puissance de végétation des jeunes prothallés renfermant à peu près le même nombre de cellules.

La conclusion qui se dégage de ces résultats, c'est que les spores de l'*Aspidium filix* Mas. se conservent beaucoup mieux dans le vide sec qu'à l'air libre où elles sont exposées aux variations de l'hygrométricité de l'atmosphère et qu'elles peuvent supporter sans périr les actions combinées des hauts vides, d'une puissante déshydratation et des basses températures les plus extrêmes.

Comme aux basses températures de l'hélium liquide, toutes les réactions physico-chimiques du protoplasma solidifié sont momentanément arrêtées, la vie ralentie anaérobie de ces spores est passée à l'état de vie suspendue sans pour cela que la mort s'ensuive.

C'est là un phénomène physiologique important qui s'ajoute à ceux que j'ai déjà mis en évidence, pour les graines, pour les spores des bactéries des Champignons et certaines espèces de grains de pollen, car il démontre le rigoureux déterminisme des phénomènes vitaux tel que le concevait Claude Bernard.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Évolution chimique comparée des feuilles de la vigne prélevées à des hauteurs différentes sur les rameaux.* Note de MM. **H. Lagatu** et **L. Maume**, présentée par M. P. Viala.

La définition que nous avons donnée [1] du *diagnostic foliaire*, analyse périodique d'une feuille prise en place convenablement choisie, laisse à l'expérimentateur le choix de la place de la feuille à prélever sur les rameaux. Cette latitude suppose qu'en interrogeant une feuille de rang quelconque, on obtient une réponse de même nature. Il est clair cependant que, si une perturbation nutritive transitoire s'est produite avant la naissance d'une feuille, celle-ci ne saurait en rendre compte; mais si le type alimentaire de la plante est modifié d'une manière permanente, trouve-t-on également dans les feuilles de différents âges les caractéristiques de cette alimentation modifiée ? Nous avons soumis cette question à l'expérience.

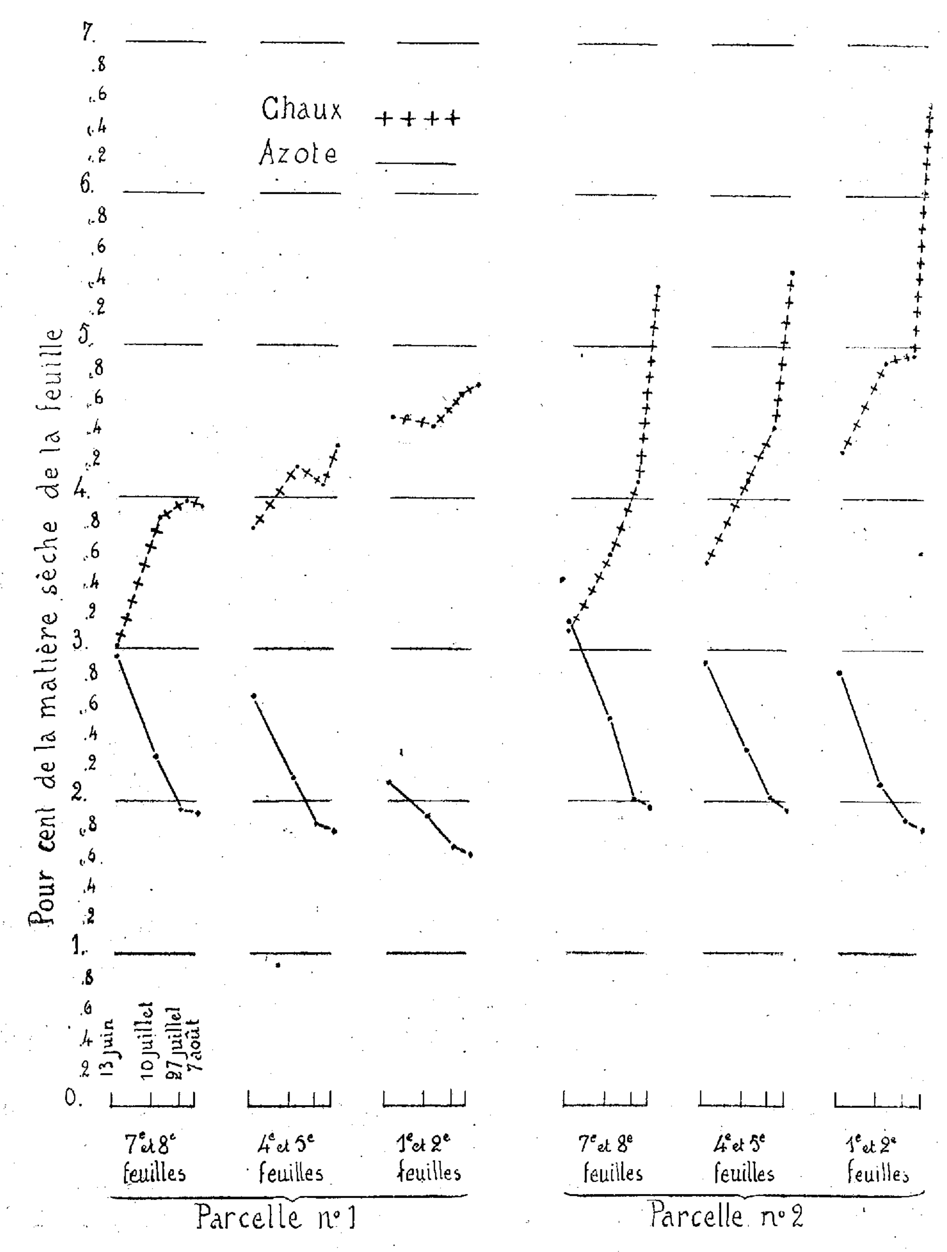
Sur une petite parcelle de vigne Grand-Noir, située dans le terrain très calcaire de la Station de recherches chimiques de Montpellier, deux parties, qu'on avait des raisons de croire différemment alimentées, ont été l'objet en 1929 de quatre prélèvements de feuilles, et à chaque échantillonnage, on a prélevé simultanément : la première et la deuxième feuille à partir de la base (formant un premier échantillon); la quatrième et la cinquième feuille (2e échantillon); la septième et la huitième feuille (3e échantillon). Le graphique ci-après fournit une vue synoptique des résultats d'analyse en ce qui concerne l'azote et la chaux. La parcelle n° 1, témoin, n'avait subi de notre part aucune intervention. Dans la parcelle n° 2, la perturbation alimentaire résultant de notre intervention a déterminé une élévation notable de l'azote des feuilles et un régime tout différent de la chaux qui s'est accumulée dans les feuilles avec une vitesse et une intensité beaucoup plus grandes.

La comparaison des feuilles de même rang, quel que soit ce rang, signale les mêmes différences dans le mode d'alimentation. — Au même moment, une feuille plus âgée présente, à peu de chose près, le diagnostic foliaire qui serait le prolongement de celui d'une feuille plus jeune prise à l'âge qui convient.

Le bénéfice principal de cette observation concerne le diagnostic foliaire des plantes dont les premières feuilles meurent avant la fin du cycle végétatif; on voit que l'on peut prendre des feuilles successives comme relais. On voit aussi qu'il est vain de chercher une indication sur le mode d'ali-

(1) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1062.

mentation d'un végétal par l'analyse en bloc de l'ensemble du feuillage d'un rameau ou de la plante entière puisque les résultats sont surtout influencés



par les proportions selon lesquelles sont mélangées des feuilles d'âges différents et, par suite, de compositions différentes.

La perturbation qui a déterminé les différences alimentaires dans la parcelle n° 2 a consisté dans l'ablation de toutes les grappes, le 13 juin, au moment du premier échantillonnage. Nous poursuivons cette étude du retentissement alimentaire de la suppression des raisins, problème qui ne fait pas l'objet propre de la présente Note.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Régulation physico-chimique dans le milieu intérieur de quelques plantes agricoles*. Note de MM. **J. Chaussin** et **E. Blanchard**, présentée par M. P. Viala.

En appliquant les idées de L. Lapicque sur la concentration physiologique des sucs végétaux, et la méthode des bouillons indiquée par cet auteur, pour mesurer cette concentration, l'un de nous, dans un travail antérieur sur le blé (1), arrivait aux conclusions suivantes :

La feuille, laboratoire principal de la plante, apparaît comme un organe remarquablement stable au cours du développemement.

a. Le poids moléculaire moyen de la partie soluble oscille peu autour de sa valeur moyenne 144.

b. Le rapport de la matière minérale à l'extrait total de la partie soluble reste compris dans des limites étroites autour de 25 pour 100.

Le présent travail effectué suivant les mêmes méthodes, et sous la direction de L. Lapicque, a pour objet de pénétrer plus avant dans la connaissance de ce milieu intérieur chez quelques plantes agricoles : blé, navet et haricot, en suivant les variations des principaux composants minéraux de la partie soluble de la plante sous l'influence de quelques engrais.

Nous avons dosé les *chlorures* par pesée de AgCl après calcination ménagée, les *sulfates* et les *phosphates* par la méthode de Joulie utilisée par André (attaque azotique en présence de AzO^3K), les *silicates* par la méthode classique et l'*alcalinité des cendres* avec SO^4H^2 titré en présence d'héliantine. Ce complexe de l'alcalinité des cendres comprend : les carbonates venant de la calcination des sels à acides organiques, la partie alcaline des phosphates à l'hélianthine et les silicates. En retranchant de l'alcalinité totale la part revenant aux phosphates et aux silicates, nous avons obtenu celle qui correspond au résidu de la calcination des sels à

(1) J. Chaussin, *Étude du milieu soluble et des tissus insolubles, au cours du développement du blé* (*Comptes rendus*, 179, 1924, p. 1195).

acides organiques, que nous appellerons *alcalinité réduite*. Pour le blé, nous avons aussi déterminé le Δ cryoscopique.

I. — *Blé. Récolte fin mai. Plante entière.*

(Etude de la partie soluble; les résultats sont exprimés en équivalents électrolytiques et rapportés à 1^l d'eau de la plante.)

Parcelles.	Témoin.	Avec 1000kg sylvinite.	Avec 1000kg KCl.
Eau de la plante par kg de poids sec.....	$3^l,831$	$4^l,347$	$4^l,035$
Δ cryoscopique	1°	$1^o,04$	$1^o,13$
Alcalinité réduite....................	0,1187	0,0317	0,0363
Chlorures...........................	0,0169	0,1150	0,1309
Sulfates............................	0,0124	traces	traces
Silicates...........................	0,0529	0,0414	0,0386
Phosphates..........................	0,0477	0,0419	0,0451
Total........	0,2486	0,2300	0,2509

II. — *Navets et haricots. Feuilles.*

(Etude de la partie soluble; les résultats exprimés comme pour le blé. Récolte le 14 juillet.)

Parcelles.	Navets. So^4K^2.	Navets. So^4Ca.	Navets. KCl.	Haricots. So^4K^2.	Haricots. So^4Ca.	Haricots. KCl.
Alcalinité réduite.	0,3608	0,3670	0,2177	0,3000	0,3108	0,1030
Sulfates.........	0,1520	0,1370	0,0890	0,0254	0,0274	0,0101
Chlorures.......	0,0176	0,0080	0,2210	0,0516	0,0101	0,2640
Phosphates......	0,0449	0,0629	0,0380	0,0326	0,0551	0,0311
Silicates.........	0,0211	0,0166	0,0187	0,0328	0,0188	0,0324
Total...	0,5964	0,5915	0,5844	0,4424	0,4222	0,4406

Les différents anions ont été évalués en équivalents électrolytiques, c'est-à-dire avec une unité, qui rend les nombres comparables et permet de les additionner. Dans le cas du blé, la constance approximative de cette somme, dans les trois conditions expérimentales réalisées, malgré les variations importantes des chlorures, montre la compensation exercée par les variations en sens inverse des anions des acides organiques exprimés sous le vocable *alcalinité réduite*, conjuguée avec une variation des sulfates qui s'est trouvée poussée presque jusqu'à leur disparition, par la concurrence des chlorures. Nous avons déjà attiré l'attention sur cet antagonisme et signalé ses dangers dans les cas extrêmes, en raison du caractère plastique des sulfates pour la plante.

Les faibles variations du Δ cryoscopique augmenté, mais légèrement

sous l'influence des engrais chlorurés, venant en accord avec la constatation précédente, nous croyons pouvoir conclure de notre expérience, à l'existence d'un mécanisme régulateur physico-chimique, tendant à maintenir dans le milieu intérieur de la plante un niveau donné de pression osmotique par des compensations minérales.

Pour les haricots et les navets, cultivés ensemble sur les mêmes parcelles avec les engrais indiqués dans le tableau, le phénomène de compensation est presque rigoureusement réalisé. Le balancement joue principalement entre les chlorures et l'alcalinité, et l'on peut remarquer la teneur importante des sulfates dans les navets, plante à soufre comparée à celle des haricots.

Cette régulation physico-chimique, constatée chez trois plantes différentes : une graminée, une crucifère et une légumineuse, apparaît donc comme un phénomène général de physiologie cellulaire, retrouvé dans les plantes quand la question est bien posée, l'homologue de ce qui se passe dans les organismes animaux.

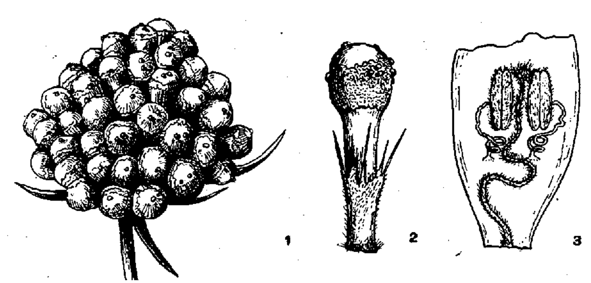
PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Observations relatives au* Fusarium anthophilum *(A. Br.) Wr. parasite du* Scabiosa succisa *L.* Note de M. **Robert Lemesle**, présentée par M. J. Costantin.

Au cours de la seconde quinzaine de septembre 1929, en parcourant une prairie tout entourée de bois, située à 23^{km} au nord de Nantes, près de la vallée de l'Erdre, dans la commune de Casson (Loire-Inférieure), nous avons constaté avec surprise l'existence de nombreux pieds de *Scabiosa Succisa* L. à fleurs cléistogames; la coloration bleue avait complètement disparu chez la plupart pour faire place à une teinte brunâtre, avec une collerette rosée dans la moitié supérieure de la corolle et quelques pustules jaune orange au sommet. L'examen microscopique de ces pustules nous a révélé la présence de conidies cloisonnées, falciformes, ayant l'aspect morphologique d'un champignon du groupe des Hyphomycètes appartenant au genre *Fusarium*.

Une telle mycocécidie a été signalée tout d'abord en 1874, par A. Braun, qui a dénommé le parasite *Fusisporium anthophilum* A. Br., et la même année par Schröter qui l'a appelé *Fusisporium Succisæ* Schr. (¹). Ce champignon a été rattaché par Sac-

(¹) J. Schröter, *Ueber Peronospora violacea Berkeley und einige verwandte Peronospora Arten* (*Hedwigia*, 13, xii, 1874, p. 177).

cardo au g. *Fusarium* et spécifié sous le terme de *Fusarium Succisæ* Sacc. (1). Puis Wollenweber, dans sa monographie du g. *Fusarium*, a distingué deux espèces : le *Fusarium Succisæ* (Schr.) Sacc. à conidies, les unes fortement enroulées en crosse, les autres droites, et le *Fusarium anthophilum* (A. Br.) Wr., à conidies légèrement incurvées (2) : ces deux espèces rentrent dans la VIIe Section *Roseum* (3).



Scabiosa Succisa L. parasité par le *Fusarium anthophilum* (A. Br.) Wr.
1, inflorescence parasitée. G. = 1 1/2; 2, une fleur cléistogame avec pustules au sommet de la corolle. G. = 4; 3, corolle ouverte montrant les anthères ainsi que le style et le stigmate couverts de mycélium. G. = 5.

Cette déformation parasitaire a déjà été observée dans les localités suivantes : 1° près de Berchtesgaden (Haute-Bavière); 2° près de Rastadt (grand-duché de Bade); 3° près de Bayreuth (Bavière); 4° à Britz (environs de Berlin).

Chez notre *Scabiosa*, il s'agit du *Fusarium anthophilum* (A. Br.) Wr., car les conidies, légèrement falciformes, ne présentent jamais l'enroulement en crosse. A notre connaissance, cette mycocécidie n'avait jamais été observée en France, jusqu'à présent. La prairie dans laquelle abondent ces plantes attaquées, se trouve à proximité des immenses marais de la Poupinière formés par l'Erdre; cette localité assez humide est propice au développement des champignons parasites.

Dans le bouton de la fleur normale de *Scabiosa Succisa* L., les étamines sont complètement développées, tandis que le style ne mesure pas plus de 4mm de longueur; ce dernier atteint sa taille définitive (environ 12mm) plus tard, une fois les corolles épanouies, bien après que les anthères ont déversé leur pollen. Or, on sait que chez cette espèce protandre, la fécondation a lieu seulement par l'intermédiaire des insectes.

(1) P. A. Saccardo, *Sylloge Fungorum*, 10, 1892, p. 724.

(2) H.-W. Wollenweber, *Conspectus analyticus Fusariorum* (*Ber. d. Deutsch. Bot. Ges.*, 35, 1917, p. 732); *Fusaria autographice delineata* (*Ann. Myc.*, 15, 1917, p. 1).

(3) O.-A. Reinking and H.-W. Wollenweber, *Tropical Fusaria* (*Philip. Journ. Sc.*, 22, II, 1927, p. 103).

Les corolles cléistogames, renflées au sommet, atteignent environ le double de la longueur du bouton de la fleur saine; les anthères sont normalement développées, portées sur un filet pelotonné et à insertion oscillante, comme dans la plante non attaquée. Entre les anthères, se trouve le stigmate porté par un style très sinueux de 5-12^{mm}; examiné à un plus fort grossissement, ce dernier apparaît fortement bosselé, tandis qu'à l'état normal sa surface est absolument lisse; de plus, son diamètre en épaisseur augmente sensiblement.

Des coupes transversales et longitudinales nous ont révélé l'existence d'un abondant mycélium dans la cavité close de la corolle cléistogame, ainsi que sur les anthères et à l'intérieur des sacs polliniques. Les filaments mycéliens forment un feutrage très dense à la surface du stigmate et sur le style dont ils envahissent les tissus; ils sont très nombreux aussi dans la cavité ovarienne et y couvrent la surface de l'ovule. Néanmoins, l'assise mécanique se forme comme à l'ordinaire dans la paroi de l'anthère et les grains de pollen parviennent toujours à maturité. Les coupes des ovaires les plus âgés nous ont permis d'observer, en dedans du péricarpe, le tégument renfermant un albumen oléagineux abondant; au milieu de ce dernier, nous avons décelé plusieurs fois l'embryon au stade de l'apparition des protubérances cotylédonaires. Une fécondation directe se produit donc dans la corolle cléistogame du *Scabiosa Succisa* attaqué par le *Fusarium anthophilum* sans qu'il nous soit possible de préciser l'évolution ultérieure de l'ovaire.

En résumé, nous signalons la présence de cette mycocécidie dans l'ouest de la France et nous mettons en évidence le phénomène de cléistogamie consécutif au parasitisme qui n'entrave pas le développement des organes reproducteurs et qui amène la fécondation directe, contrairement à ce qui se produit dans la fleur normale entomophile.

EMBRYOLOGIE. — *Sur la présence de cellules germinales distinctes dans la blastula de la Grenouille rousse.* Note de M. **Louis Bounoure**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Tandis que l'embryologie des Invertébrés a fourni des données certaines sur la ségrégation précoce des cellules germinales lors de la segmentation de l'œuf (Nématodes) et même sur la préexistence dans l'œuf d'un matériel germinal reconnaissable (*Sagitta*, Crustacés, Insectes), nos connaissances sont beaucoup moins avancées sur la lignée germinale des Vertébrés, et comme on n'a pu jusqu'ici faire remonter son histoire jusqu'à la période de segmentation, ces animaux sont toujours invoqués par les partisans de l'« unité » de l'organisme.

Si l'on néglige les données douteuses et non confirmées de Eigenmann (1891), qui chez un Poisson, *Micrometrus aggregatus*, croyait voir les cel-

lules germinales s'isoler dès la cinquième division de segmentation, il reste les observations importantes et bien contrôlées de Swift (1914): cet auteur, chez le Poulet, a vu les *primordial germ-cells* faire leur apparition dans la zone extra-embryonnaire du blastoderme au stade de la ligne primitive. Avant mes recherches, c'est l'époque embryonnaire la plus reculée où l'on ait vu les cellules germinales chez un Vertébré.

Appliqué à l'étude des gonocytes primaires des Amphibiens, j'ai pu en dernier lieu (¹) observer ces éléments dans la gastrula de la Grenouille. Remontant plus haut encore, je puis aujourd'hui les décrire dans la blastula.

L'étude de ces cellules requiert une technique spéciale, capable de faire apparaître un caractère remarquable de leur constitution : à savoir la présence d'une zone cytoplasmique dense et granuleuse, adjacente au noyau et très nettement distincte par sa structure et sa colorabilité du deutoplasme abondant qui remplit tout le reste du corps cellulaire. Mise en évidence par les fixations formolées sans acides suivies de postchromisation, elle prend par la coloration fuchsine S et vert lumière une teinte bleue violacée très constante. C'est le « mitochondrial cloud » des auteurs anglais, et moi-même je lui ai attribué, dans une première description (²), une nature en partie mitochondriale. Mais après examen de nouvelles préparations, je dois dire que les mitochondries n'y sont jamais tout à fait discernables, soit qu'elles n'y existent réellement pas, soit qu'une gangue homogène et très dense les noie dans sa masse. La vraie nature de cette formation paraît très difficile à préciser.

Au reste, il n'est pas aisé d'en obtenir de bonnes fixations, les réactifs pénètrant très mal le jeune embryon. La réussite des préparations est capricieuse; mais quand elle est obtenue, les gonocytes, grâce à leur plage cytoplasmique spéciale, sont extrêmement reconnaissables, même à un faible grossissement et pour un œil peu exercé, parmi les autres cellules vitellines. Comme j'ai suivi ces éléments sans interruption en partant des larves assez âgées qui possèdent une ébauche génitale bien constituée, leur nature germinale ne saurait être mise en doute.

Les gonocytes occupent dans la blastula une position centrale; ils sont répartis parmi les grosses cellules qui forment le plancher du blastocèle, très fréquemment dans la rangée superficielle bordant cette cavité, ou bien plus ou moins profondément logés au milieu des cellules vitellines, rarement au voisinage du pôle inférieur de l'embryon. Souvent ils sont disséminés isolément, quelquefois par groupes de deux ou trois éléments contigus. On peut dire qu'en général, ils ne s'écartent jamais beaucoup de l'axe des pôles embryonnaires et que l'espace où on les rencontre représente un

---

(¹) L. Bounoure, *C. R. Soc. biol.*, 101, 1929, p. 706.

(²) L. Bounoure, *C. R. Soc. biol.*, 101, 1929, p. 703.

cône enfoncé par sa pointe dans le massif vitellin sous-blastocélique. Leur numération est difficile : dans les embryons qui ont fourni de bonnes opérations, j'en compte en général de 10 à 15.

Cette description s'applique à des blastulas bien constituées, à blastocèle déjà spacieux. Pour plus de précision, si l'on partage en quatre périodes égales la durée du développement depuis la fécondation de l'œuf jusqu'au début précis de la gastrulation (durée très variable suivant la température), c'est dans la dernière de ces quatre périodes que les gonocytes se présentent comme je viens de l'exposer.

Il s'agit donc d'un stade du développement où les phénomènes de la morphogénèse n'ont pas encore débuté, où s'achève, par contre, le gros travail de la segmentation. *Déjà se trouvent répartis dans des cellules visiblement distinctes le matériel somatique et le matériel germinal.* C'est la première fois que l'on fait cette constatation chez les Vertébrés.

BIOLOGIE. — *Sur la biologie du Criquet Pélerin.*
Note de M. **J. de Lépiney**, présentée par M. P. Marchal.

A l'occasion de la grande invasion du Maroc en 1929-1930 par le Criquet Pélerin (*Schistocerca gregaria* Forsk.) nous avons pu faire quelques observations précises sur le comportement de cet insecte aux divers stades de son évolution.

L'activité des larves et adultes de *Schistocerca gregaria*, ph. *gregaria* est très étroitement fonction de l'élément chaleur animale qui dépend d'un certain nombre de variables dont les principales sont : le vent, la température de l'air, la température du substrat, l'insolation, la chaleur produite par les mouvements. Jusqu'ici les auteurs qui ont étudié les Locustiens grégaires paraissent n'avoir pas distingué ces divers éléments qui tous influent sur la température des corps des insectes et, par conséquent, sur leur activité. Leurs observations sont, en général, uniquement rapportées à la température de l'air considérée comme facteur unique d'activité. Seul Uvarov a bien envisagé la question sous son point de vue réel et fait sur les opinions courantes les réserves utiles.

1° *Larves.* — Les jeunes larves des stades I, II et III se tiennent la nuit sur les plantes, et y demeurent à peu près immobiles, la tête en haut, irrégulièrement réparties, dans un état de torpeur plus ou moins prononcé tant que la température de l'air ne dépasse pas environ 9 à 10°. L'accrois-

sement matinal de la température de l'air à partir de 11° environ, ou bien l'apport calorifique dû à l'insolation, permettent les premiers mouvements : agitation des pattes, nutrition et surtout manifestation de géotropisme négatif.

Un nouvel accroissement augmentant l'activité, les insectes, à un moment donné, sautent et atteignent donc le sol; il n'y a pas de mouvement orienté vers le sol, qui est ainsi atteint fortuitement. Sur le sol les larves se meuvent d'abord irrégulièrement en marchant et en sautant; le géotropisme négatif persiste, mais ne peut donner lieu à l'installation sur les plantes en raison de la nécessité du saut. La chaleur continuant à croître, une nouvelle phase du comportement se dessine : les larves exercent les unes sur les autres une interattraction dont la cause doit être cherchée dans la perception d'émanations de nature olfactive; en conséquence, elles se réunissent en groupes denses de nombreux individus. L'ensemble d'un groupe peut alors être considéré comme à peu près immobile, mais chaque individu pourtant marche et saute assez activement, les divers individus gardant la tendance à rejoindre les groupes denses si un saut les en a fortuitement éloignés. Au cours de cette phase, diverses substances peuvent aussi exercer une certaine attraction sur les insectes : en broyant, par exemple, des feuilles d'*Asphodelus* on obtient la concentration sur ces feuilles, qui sont alors activement dévorées.

La phase suivante du comportement est le voyage en bandes, qui est le résultat d'une nouvelle activation correspondant à une augmentation de la chaleur : les groupements ne peuvent plus alors persister; de même que, dans la phase précédente, a disparu le géotropisme négatif dominé par l'interattraction, de même disparaît l'interattraction dominée par une plus forte impulsion au mouvement. Toutes nos observations nous ont montré des voyages en bandes orientés dans une direction localement constante, ne dépendant pas de l'interaction des individus entre eux, mais nous ne saurions affirmer qu'il n'en puisse jamais être autrement et que, en l'absence de tout facteur externe d'orientation, celle de la bande ne puisse résulter d'interactions (cf. Uvarov).

Lorsque la chaleur décroît, vers le soir, on observe une succession inverse des phénomènes; le voyage des bandes s'interrompt et il se forme alors immédiatement des groupes denses; puis on assiste à la dissociation des groupes; peu à peu les individus isolés, à mesure que diminue l'activité de la locomotion par sauts, tendent à obéir au géotropisme négatif et s'élèvent sur les supports dressés jusqu'au moment où intervient la torpeur complète.

La nutrition n'est pas une phase distincte du comportement; elle se produit surtout lorsque les insectes sont peu actifs, donc en général le matin et le soir; ils subissent, au contact, l'influence exercée par les plantes nourricières sur lesquelles ils se trouvent. Lorsque l'activité est plus intense, les larves peuvent obéir à distance à des attractions olfactives, mais alors ces attractions sont généralement dominées par celle de même nature exercée par les larves congénères; cette dernière influence est très forte, et peut aller jusqu'au cannibalisme. Pendant les voyages en bandes, l'impulsion au mouvement, plus ou moins considérable selon la chaleur, domine toutes autres tendances; cependant, parfois les insectes qui atteignent au hasard certaines plantes particulièrement attractives, y demeurent quelques instants et se nourrissent alors très activement.

2° *Adultes.* — Le comportement des adultes est très analogue à celui des larves. Le vol en nuages correspond au voyage des bandes larvaires. Les insectes adultes obéissent beaucoup moins aux influences olfactives, et il n'y a qu'une tendance peu nette aux concentrations denses. Dans les régions boisées les adultes passent la nuit sur les arbres; le matin il n'y a pas de mouvement orienté vers le sol, mais l'activation par la chaleur entraîne assez vite à des vols qui aboutissent à terre. Le géotropisme négatif apparaît dès qu'il n'est pas dominé par des impulsions plus fortes amenant des sauts et des vols. Les vols paraissent être généralement orientés par des causes extérieures; en raison de ce fait, l'influence des interactions sur l'orientation ne nous est jamais apparue.

PHYSIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *L'action des rayons X sur les cultures de tissus* in vitro. Note de MM. **L. Doljanski**, **J.-J. Trillat** et **Lecomte du Noüy**, présentée par M. Roux.

Les nombreux travaux consacrés à l'action des rayons X sur les cultures de tissus *in vitro* ont toujours permis de constater une résistance exceptionnelle de ces dernières. Aucun des chercheurs qui se sont intéressés à la question [H. Krontowski (1), A. Roffo (2), M. Schubert (3), etc.], n'est encore arrivé jusqu'ici à déterminer une dose léthale pour les tissus étudiés; les cultures continuaient à se développer malgré l'emploi de doses considé-

(1) *Strahlentherapie*, **21**, 1926, p. 12.
(2) *Bol. del Inst. de Med. exp.*, **2**, Buenos-Ayres, 1926, p. 65.
(3) *Strahlentherapie*, **26**, 1927, p. 425.

rables. On en a conclu tout naturellement à l'apparente insensibilité des éléments cellulaires, isolés de l'organisme, à un rôle prépondérant du milieu, etc.

Nos recherches nous permettent d'affirmer que cette insensibilité des cultures *in vitro* à l'action des rayons X n'est qu'apparente. Les résultats négatifs antérieurs peuvent être attribués aux techniques employées. En effet, si l'on dirige sur la culture une grande quantité d'énergie dans un temps réduit, et si l'on emploie des rayons de grandes longueurs d'onde de manière à augmenter l'énergie absorbée, on obtient des résultats positifs.

Nous avons utilisé dans ce travail des cultures pures de fibroblastes cultivées sur une lamelle de mica en goutte pendante, suivant la technique classique de Carrel. Comme source de rayons X, nous nous sommes servis d'un tube Coolidge démontable à anticathode de Cu ($\lambda = 1,54$ Å) fonctionnant sous une tension constante de 28 kilovolts, avec un courant de 30 milliampères. Les cultures étaient placées à une distance de 4 centimètres du centre de l'anticathode. Le rayonnement total non filtré tombait sur la culture après avoir traversé la feuille de mica. L'effet de filtration dû à cette feuille (étudié au moyen d'un spectrographe à cristal tournant), en entraînant une diminution notable de l'énergie du fond continu, tend à donner ainsi une influence prépondérante au rayonnement caractéristique. Les cultures furent irradiées immédiatement après repiquage et examinées 12, 24 et 48 heures après irradiation.

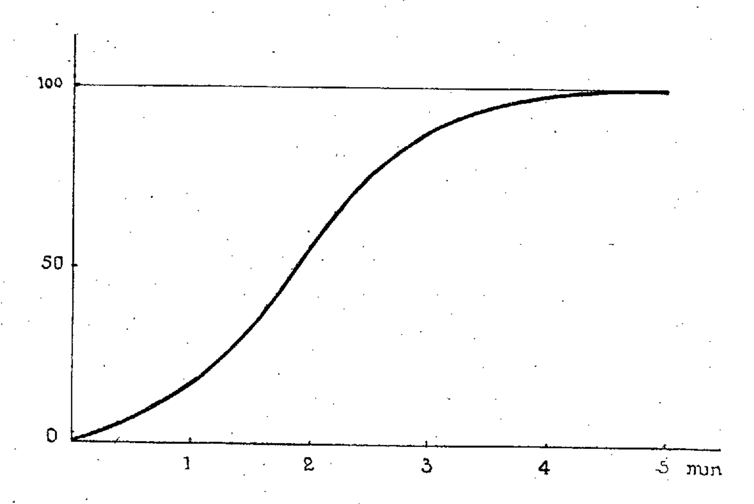
Les travaux de A. Fischer et Baastrup [1] ainsi que ceux de H. Laser et L. Halberstaedter [2] ont mis en évidence l'existence d'une période latente entre l'irradiation et l'apparition de la réaction cellulaire. Sa durée est à peu près égale à la durée du cycle vital d'une culture, c'est-à-dire au temps qui s'écoule entre deux repiquages (48 heures). Par conséquent, pour pouvoir observer une réaction cellulaire dans nos conditions expérimentales, il fallait pouvoir réduire la durée de cette période; or, en augmentant la dose, nous sommes parvenus non seulement à la diminuer, mais même à la supprimer complètement. Ainsi la réaction immédiate du tissu à l'action des rayons X devient apparente et pourra même être suivie quantitativement.

(1) *Gewebezüchtung* (München, Müller und Steinicke, 1927).
(2) *Zeitschr. für Krebsforschung*, **29**, 1929, p. 411.

Une irradiation d'une minute (¹) dans les conditions définies plus haut détermine déjà une réaction nette; en augmentant ce temps on peut faire passer la culture successivement par tous les stades d'altération, et atteindre la mort immédiate.

En mesurant l'aire de la zone de croissance de la culture irradiée, on peut exprimer quantitativement l'effet nocif d'une irradiation déterminée. Il est bien évident qu'il convient d'employer cette méthode de mesure avec prudence, puisqu'on n'a le droit strict de comparer au point de vue de leurs réactions que les deux moitiés d'une même culture. Mais l'expérience nous a prouvé que si l'on a soin de travailler sur un matériel approprié et de prendre la moyenne d'un grand nombre de mesures, on arrive à une précision satisfaisante.

En augmentant progressivement la dose (temps) et en mesurant l'effet



produit, on peut tracer une courbe de lésion. La courbe débute en pente douce, puis monte très rapidement, passe par un point d'inflexion et atteint asymptotiquement une valeur maxima (voir la figure).

La dose léthale est atteinte pour une irradiation d'environ 5 minutes. — Cette courbe est analogue à celles obtenues avec d'autres matériels biolo-

---

(¹) Dans ces premières expériences, nous n'indiquons que des valeurs relatives; le problème de la détermination exacte de la dose en unités R est évidemment essentiel si l'on se place au point de vue absolu; nous nous proposons de traiter cette question ultérieurement.

giques [A. Zuppinger (1) sur l'œuf d'Ascaris, R. Glocker, E. Hayer et O. Yüngling (2) sur les germes de haricots et Packard (3) sur *Drosophila*, etc.].

L'effet nocif des rayons X est en majeure partie dû à l'action sur le tissu même et non sur le milieu. En protégeant le morceau explanté par un disque de plomb, on constate que l'action des rayons ne peut être mise en évidence même si l'on décuple la durée d'irradiation. Il est possible d'ailleurs qu'en se plaçant dans d'autres conditions expérimentales on puisse déceler une certaine influence.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *L'eau et les combinaisons phosphorées du nerf au cours de sa dégénérescence.* Note de M. **Raoul M. May**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

J'ai montré (4), en employant des méthodes microchimiques, que la lésion d'un hémisphère cérébral chez le Cobaye donne lieu à une augmentation de l'eau, de l'azote et du soufre, et à une diminution du phosphore dans la substance cérébrale en désintégration. Dans le présent travail j'ai poursuivi l'étude de l'eau et du phosphore dans la dégénérescence nerveuse périphérique chez le Lapin.

Les nerfs sciatiques d'un côté, sectionnés haut dans la cuisse chez neuf Lapins, ont été analysés du 7e au 196e jour après l'opération; les nerfs sciatiques sains servaient de témoins. Toutes les analyses, faites en double sur les nerfs individuels, ont porté sur l'eau, sur le phosphore total, et sur les combinaisons phosphorées lipidiques, solubles dans l'alcool, protéidiques, et hydro-solubles. J'ai fait des examens histologiques simultanés.

L'eau a été déterminée séparément après dessiccation à 90° jusqu'à poids constant. Les combinaisons phosphorées ont été extraites d'abord par l'alcool absolu et l'éther dans des micro-appareils de Kumagawa, ensuite par l'eau bouillante. Après la première extraction on s'est débarrassé de l'alcool absolu et de l'éther, on a séparé successivement du résidu la fraction lipidique, par un mélange de benzène et d'éther, la fraction soluble dans

(1) *Strahlentherapie*, 28, 1928, p. 639.
(2) *Strahlentherapie*, 32, 1929, p. 11.
(3) *Journ. Cancer Research*, 2, 1927, p. 1.
(4) R. M. May, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 9, 1927, p. 970-981; 11, 1929, p. 312-332.

l'alcool, et une première fraction hydro-soluble. Celle-ci a été jointe au produit de l'extraction aqueuse : enfin, on a analysé séparément la fraction protéidique restante.

Les fractions desséchées ont été soumises à la destruction sulfo-nitrique, et l'on a procédé au dosage du phosphore dans chacune d'elles, d'après la méthode microchimique précédemment décrite (¹).

L'eau a augmenté après la lésion, pendant le premier mois, à un taux qui oscille autour de 14 pour 100 au-dessus de la valeur normale, dans le nerf sain. Puis elle a baissé pour atteindre une valeur très proche de celle du nerf sain (de 64 à 67 pour 100 en général).

La quantité du phosphore total, établie par dosage direct, et celle obtenue par addition des taux de phosphore dans les quatre fractions, ne différaient entre elles que dans les limites de l'erreur possible. Le phosphore total a baissé progressivement pendant les deux premiers mois de dégénérescence, pour atteindre un tiers de sa valeur normale, qui varie dans différents nerfs de 1,01 à 1,24 pour 100 de la substance sèche.

La diminution la plus marquée est celle du phosphore lipidique (phosphatides) qui constitue originellement de 50 à 60 pour 100 du phosphore total. Après 100 jours de dégénérescence il est tombé à $\frac{1}{10}$ de son taux normal. C'est à ce moment que l'examen histologique a montré une résorption complète des produits lipidiques du nerf. Il semble donc probable que le phosphore lipidique qui reste encore après 100 jours de dégradation est celui des phosphatides contenus dans les cellules de Schwann et dans les cellules phagocytaires que l'on observe toujours dans les nerfs en dégénérescence.

Il existe dans les nerfs une fraction phosphorée soluble dans l'alcool, insoluble dans le mélange d'éther et de benzène ou dans l'eau, dont nous ignorons la composition. Cette fraction baisse jusqu'au tiers de sa valeur normale, laquelle varie de 10 à 20 pour 100 du P total, après le premier mois de dégénérescence. Le phosphore protéidique, après une hausse pendant les premiers jours, tombe à un tiers de son taux normal, qui est de 10 à 20 pour 100 du P total.

Dans tous les cas de diminution, les chiffres atteints peuvent se fixer, mais ne remontent jamais au cours de la dégénérescence.

La fraction phosphorée soluble dans l'eau est la seule qui augmente dans la dégénérescence nerveuse. Cette augmentation, plus grande que celle de

(¹) *Loc. cit.*

l'eau, dépasse le taux normal (qui est de 14 à 24 pour 100 du P total) de 25 pour 100 aux premiers jours de dégénérescence à 35 pour 100 six mois après l'opération.

A une dégradation des constituants cellulaires complexes (phosphatides, nucléo-protéides, etc.) correspond donc une augmentation marquée des composés du phosphore solubles dans l'eau et constituant, selon toute probabilité, l'aboutissement en substances simples de ces combinaisons complexes. La dégénérescence nerveuse ramènerait à la forme hydrosoluble, sous laquelle ils avaient pénétré dans l'organisme, les composés phosphorés ayant pris part à l'élaboration de son tissu directeur. Mais on peut aussi envisager l'augmentation de la fraction phosphorée hydro-soluble comme étant l'expression d'une synthèse incomplète par le nerf dégénéré.

Par contre les petites variations de l'eau, du phosphore total, et des combinaisons phosphorées, dans les nerfs sains, sont purement individuelles, et ne sont pas en rapport avec la dégénérescence des nerfs contralatéraux.

PROTISTOLOGIE. — Phoretophrya nebaliæ, *n. g.*, *n. sp.*, *et l'interprétation du cycle évolutif des Ciliés Fœttingeriidés.* Note (¹) de MM. **Édouard Chatton** et **André Lwoff** et Mme **Marguerite Lwoff**, présentée par M. F. Mesnil.

Il y a, dans le cycle évolutif des Fœttingeriidés, tel que nous l'avons fait connaître (²), sous la grande variété des modalités et des complications, une démarche précise, commune à toutes les formes, et qui peut se résumer ainsi :

1° une phase souvent longue de latence, protégée, sur un Crustacé (stade *phoronte* ou *kyste phorétique*), qui prend fin par le dékystement du Cilié sous l'influence de la mue de l'hôte;

2° une phase mobile de nutrition (*trophonte*), décomposable en deux temps : *a*, ingestion et accumulation de l'aliment (chyme, sécrétions, humeurs, tissus de l'hôte phorétique ou d'un second hôte); *b*, une phase souvent immobile d'assimilation et de mise en réserve partielle de l'aliment;

3° une phase de multiplication palintomique (*tomonte*), parfois libre (*Polyspira*), le plus souvent enkystée sur un support inerte (autres formes);

(¹) Séance du 5 mai 1930.

(²) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1080 (références bibliographiques détaillées dans cette Note).

4° une phase d'essaimage des petits Ciliés issus de la palintomie (*tomites*), qui se fixant et s'enkystant sur le Crustacé reproduisent le *phoronte*.

Il n'est d'une part aucun *Fœttingeriidæ* dont le cycle connu ne présente cette succession de phases bien distinctes les unes des autres et séparées par de profondes métamorphoses dont nous avons fait connaître l'essentiel.

Il n'est, d'autre part, que nous sachions, aucun infusoire libre ou parasite, qui offre une telle succession de phases, d'où l'impossibilité de rapporter les *Fœttingeriidæ* à une souche libre, et la difficulté d'imaginer les étapes chronologiques de la réalisation d'un tel cycle.

Le Fœttingeriidé que nous étudions ici, *Phoretophrya nebaliæ* n. g., n. sp., nous fournit une variante du cycle normal susceptible d'aider à l'interprétation de celui-ci.

On le trouve à l'état de kystes, souvent fixés les uns sur les autres, portés par les appendices de la *Nebalia geffroyi* des grèves de Roscoff, et à l'état de trophontes mobiles, issus de ces kystes à la mue de l'hôte, en voie d'accroissement dans le liquide exuvial. La morphololog̃ie de ces trophontes est celle des trophontes des *Gymnodinioïdes*. Les trophontes accrus peuvent évoluer suivant deux modes différents : ou bien, comme un *Gymnodinioïdes :* s'immobiliser et s'enkyster sur un substratum inerte, se transformer, selon la règle, en tomonte à ciliature méridienne, subir la palintomie qui livre les tomites; ceux-ci se fixer et s'enkyster sur les Nébalies et ainsi y devenir les phorontes; les phorontes se comporter comme ceux de tous les autres *Fœttingeriidæ* : ne se dékyster qu'à la mue sous forme de jeunes trophontes, très différents des tomites. Ou bien, ce dont on n'a pas d'autre exemple jusqu'ici pour un trophonte, se fixer sur une Nébalie vivante, y sécréter un kyste pédonculé, comme un kyste de phoronte, s'y transformer en tomonte à ciliature méridienne et attendre à cet état la mue de la Nébalie. Sous l'influence de la mue, subir la palintomie qui livre, non des tomites, mais de jeunes trophontes, capables de s'accroître dans la mue et de recommencer le cycle trophique, qui se boucle ainsi sans passage par les stades tomite et phoronte.

Dans cette seconde éventualité, le cycle se réduit à la phase trophique mobile et à une phase de multiplication enkystée sur l'hôte. La phase de multiplication enkystée et la phase phorétique latente, partout ailleurs bien distinctes, morphologiquement et chronologiquement, sont ici confondues.

Mais, physiologiquement, ce cycle se différencie d'une manière plus intéressante encore du cycle normal. Tandis que, dans le cycle normal, le

tomonte enkysté sur un support inerte se divise aussitôt l'acquisition de la ciliature méridienne, dans le cycle phorétophryen, le tomonte arrivé à cet état voit sa division inhibée jusqu'à ce que la mue déclenche la multiplication. Ainsi se comporte aussi l'hypertrophonte de la *Synophrya* qui reste latent sous le tégument des Crabes souvent pendant des mois.

Tout se passe donc comme si le fait, pour un tomonte de *Fœttingeriidæ*, de se trouver porté par l'hôte, bloquait sa multiplication. Mais il y a plus : ainsi inhibé, le tomonte donne naissance, non à des tomites, mais à des trophontes, comme si la latence prolongée du tomonte permettait au trophonte de s'élaborer directement, sans passage par les stades tomite et phoronte, ou, en d'autres termes, comme si la morphologie du tomite ne pouvait surgir du tomonte au delà d'un certain délai, à partir duquel seul le trophonte reste possible.

Nous ne voyons d'ailleurs jamais, chez un *Fœttingeriidæ*, la forme trophonte se réaliser qu'aux stades où le parasite est porté par l'hôte crustacé.

Le fait que la palintomie phorétique productrice de trophontes est *conditionnée* par l'hôte, quant à son induction et à ses produits, interdit de considérer comme primaire la simplification du cycle qu'elle réalise et la forme trophonte qui en résulte. C'est évidemment la palintomie libre non conditionnée par l'hôte et le tomite qu'elle engendre qui sont les meilleurs jalons dans la recherche de la souche libre des Fœttingeriidés.

PROTISTOLOGIE. — *Sur la phase interne du cycle évolutif de deux formes d'*Ophryoglena, *Infusoires endoparasites des larves d'Éphémères.* Note de M. **Radu Codreanu**, présentée par M. M. Caullery.

Le genre *Ophryoglena* (Ehrbg., 1831, *emend.* Clap. et L.), 1858, comprend des Infusoires d'eau douce peu communs, de grande taille, assez polymorphes, les uns phytophages, les autres très voraces et prédateurs, susceptibles d'enkystement temporaire, surtout pendant la division (Bütschli, 1889; Schewiakoff, 1896; Roux, 1899; Pénard, 1922). Outre des espèces libres, on connaît trois formes vivant en parasites dans l'intestin des Planaires (André, 1909; Rossolimo, 1926).

Sous le nom d'*Ophryoglena collini*, Lichtenstein a décrit [1] chez les

---

[1] *C. R. Soc. Biol.*, 85, 1921, p. 794.

larves de *Baetis* sp. (*Ephemeridæ*) des environs de Montpellier, des Ciliés de 200-300$^{\mu}$, qui « envahissent complètement les cavites schizocœlomiques, se nourrissent du sang, des tissus musculaire et adipeux et surtout des éléments génitaux ».

J'ai retrouvé des Infusoires du genre *Ophryoglena* dans les larves de *Rhithrogena* sp. et *Baetis* sp., provenant des torrents du voisinage de la Station zoologique de Sinaïa (Carpathes méridionales, Roumanie). L'espèce parasite des *Baetis* correspond, dans la seconde étape de son cycle, à la description de l'*Ophryoglena collini* Lichtenstein; j'établirai plus tard la valeur systématique des *Ophryoglena* observés chez les *Rhithrogena*. L'évolution de ces Infusoires semble étroitement liée au développement de leur hôte. L'infection débute dans le cœlome et se présente sous un aspect différent, suivant les deux Éphémères étudiées.

Les jeunes *Rhithrogena*, de 3-7^{mm}, hébergent les Ciliés à l'état de kystes cœlomiques plus ou moins arrondis, adhérant aux organes internes ou partiellement entourés par le corps gras. Les cellules du tissu adipeux s'aplatissent à leur surface et se moulent sur elle. On trouve toujours des amibocytes intimement appliqués sur la paroi kystique, sécrétée par le parasite; ils peuvent même lui être incorporés. Les Infusoires sont rarement solitaires; à la suite de divisions répétées, ils s'agglomèrent pour constituer des paquets de 2, 4, 7, 13, 19 kystes, mesurant plus de 1^{mm}, ordinairement logés dans l'hémocœle abdominal. Les divisions s'accomplissent à l'abri des kystes, mais, à la différence des *Ophryoglena* libres, les individus-fils sécrètent des cloisons, dès qu'ils se séparent. Ils restent toutefois enfermés à plusieurs dans l'enveloppe kystique primitive assez extensible. Le réseau amibocytaire contribue également à maintenir l'union des kystes d'un même paquet.

Lorsque les *Rhithrogena* dépassent 8^{mm} de longueur, c'est le développement de leurs glandes génitales qui détermine l'évolution ultérieure des parasites, différente dans les deux sexes de l'hôte. Chez les mâles, les formes enkystées persistent pendant toute la vie nymphale et passent, à travers les subimagos, dans les adultes aériens, qui succombent bientôt après l'accouplement, entraînant la perte des Infusoires, déjà dégénérés à l'intérieur des kystes. Au contraire, chez les femelles, la période d'enkystement cœlomique est suivie d'un stade d'envahissement des ovaires, où se trouvent attirés tous les individus de la cavité générale. Les Ciliés, désormais libres sous l'enveloppe ovarienne, parmi les ovarioles, deviennent des phagotrophes actifs,

ingèrent le vitellus des œufs et accumulent, dans leur endoplasme, des réserves considérables sous forme de grandes sphérules protéiques, fortement basophiles. Les *Ophryoglena* se multiplient d'une façon prodigieuse et arrivent à se substituer entièrement aux éléments propres des ovaires, dont ils n'épargnent que les enveloppes ; on les trouve souvent engagés à l'intérieur des oviductes. Ils produisent donc la castration directe et totale des femelles parasitées, qui ne sont toutefois pas empêchées de poursuivre leur développement pour aboutir aux imagos ailés. Les femelles adultes, porteuses d'Infusoires, participent au vol nuptial, qui se déroule au commencement de l'après-midi, et descendent ensuite vers le torrent. Capturées à ce moment, elles présentent, en train de sortir par l'ouverture génitale, située ventralement en arrière du 7e segment abdominal, un gros amas d'*Ophryoglena*, semblable au paquet d'œufs des femelles normales. Une fois dans l'eau, les Ciliés évoluent pour donner les formes infestantes.

La principale différence à signaler pour le parasite des *Bætis*, c'est que les Infusoires ne s'enkystent jamais, pendant le stade cœlomique. A l'intérieur des jeunes larves de 4-5^{mm}, ils sont surtout localisés dans le tissu adipeux du thorax et des premiers segments abdominaux. Ils s'y déplacent et se divisent à l'état libre. Chez les femelles ayant atteint 6,5-7^{mm}, ils pénètrent dans les ovaires; toutefois, l'infection ovarienne peut coexister quelque temps avec la présence d'un certain nombre de formes cœlomiques. L'ensemble de l'évolution se déroule comme chez les *Rhithrogena*.

En résumé, les *Ophryoglena* parasites des Éphémères ne peuvent accomplir tout leur cycle interne que chez les femelles, où, en partant des formes cœlomiques (enkystées on non, suivant l'hôte) ils envahissent secondairement les ovaires et sont finalement libérés à la manière d'une ponte. Chez les mâles, l'infection reste cœlomique et sans issue à l'extérieur.

J'ajoute, à l'appui de cette conclusion, que c'est seulement dans les ovaires que les Infusoires acquièrent leur organisation définitive. En effet, les trichocystes et « l'organe en verre de montre », qui, depuis Lieberkühn (1856) est considéré comme un constituant caractéristique du cytostome de toutes les espèces du genre, font défaut chez les *Ophryoglena* des Éphémères jeunes et des mâles.

Il ne semble pas possible de rapprocher les *Ophryoglena* des Éphémères des Infusoires signalés comme parasites cœlomiques chez divers Diptères Nématocères (Mac Arthur, 1922; Treillard et Lwoff, 1924; Ghosh, 1925; Grassé et Boissezon, 1929) et chez la Nèpe cendrée (Mercier et Poisson,

1923). Réserve faite pour *Lambornella stegomyiæ* Keilin (1921), ces derniers sont vraisemblablement des formes libres (*Glaucoma, Colpoda*), qui pénètrent accidentellement dans la cavité générale et manifestent des potentialités pathogènes plus ou moins étendues ([1]).

SÉROLOGIE. — *Sur les rapports réciproques de l'antitoxine et de l'antigène diphtériques (toxine et anatoxine).* Note ([2]) de M. G. **Ramon**, présentée par M. Roux.

Dès 1900, E. Roux se demandait s'il n'existe pas d'autres propriétés de l'antitoxine diphtérique, en dehors de celle que permet d'estimer la méthode de dosage d'Ehrlich. Par la suite, de nombreux auteurs ont cherché à dépister ces propriétés. Mettant en évidence, en 1922, la floculation dans les mélanges de sérum antidiphtérique et de toxine spécifique, et constatant que des sérums de même valeur en unités antitoxiques ont une réaction de floculation différente, nous émettions l'opinion que la vitesse de floculation est la manifestation visible d'une qualité que n'apprécie pas la méthode d'Ehrlich : l'affinité de l'antitoxine pour la toxine. Étudiant ensuite la floculation dans les mélanges de sérum antidiphtérique et d'anatoxine spécifique, nous étions conduit à cette conception que le phénomène de floculation traduit à nos yeux l'affinité mutuelle de l'antitoxine et de l'anatoxine. Nous apportons aujourd'hui une preuve expérimentale de ce que nous avons avancé.

Récemment, Madsen et Schmidt d'une part, H. Schmidt et Scholz d'autre part, ont constaté qu'un mélange neutre (pour le cobaye), de toxine et d'antitoxine diphtériques, additionné d'une certaine quantité d'anatoxine spécifique et injecté au cobaye peut se révéler plus ou moins toxique pour cet animal : l'anatoxine s'unissant à une partie de l'antitoxine du mélange, une quantité plus ou moins grande de toxine devient « libre ». Tirons parti de cette constatation pour effectuer quelques expériences.

Répartissons en deux séries, des mélanges neutres de toxine et d'antitoxine diphtériques que nous constituons de telle facon que chacun d'eux

---

([1]) Voir Lwoff, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 1106; Poisson, *C. R. Soc. Biol.*, 102, 1929, p. 637.

([2]) Séance du 5 mai 1930.

renferme la dose Lo de toxine et une unité antitoxique; cette unité est représentée dans le mélange de la 1re série par une dilution du sérum n° 366 qui flocule très lentement (10 heures); dans ceux de la 2e série, par une dilution du sérum n° 19 qui flocule très rapidement (1 heure). Les mélanges étant formés depuis 20 minutes ajoutons dans ceux de la 1re série comme dans ceux de la seconde, des quantités progressivement décroissantes $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{3}$ de centimètre cube d'une anatoxine titrant 20 unités antigéniques au centimètre cube. Après 10 minutes de contact, injectons ces complexes toxine-antitoxine-anatoxine à des cobayes. Si, comme nous le pensons, les différences dans le temps de floculation des sérums antidiphtériques correspondent à des différences d'affinité de l'antitoxine pour la toxine, l'union de l'antitoxine du sérum 366 (à faible vitesse de floculation) et de la toxine doit se montrer lente et fragile, elle pourra donc être, dans une certaine mesure, empêchée ou rompue par une dose relativement minime d'anatoxine qui, introduite dans le mélange toxine-antitoxine, et s'accolant à l'antitoxine va libérer plus ou moins de toxine, d'où la nocivité du complexe. Par contre, l'antitoxine du sérum n° 19 (à grande vitesse de floculation) doit contracter avec la toxine une union plus rapide et plus solide; par conséquent il faut une quantité relativement forte d'anatoxine pour s'opposer à cette union ou en provoquer la rupture. C'est ce que la suite de l'expérience vérifie pleinement. En effet, il suffit de $\frac{1}{50}$ de centimètre cube d'anatoxine ajouté au mélange toxine + antitoxine n° 366, pour que celui-ci devienne toxique et entraîne en 4 jours la mort du cobaye injecté; or, il faut ajouter $\frac{1}{3}$ de centimètre cube de la même anatoxine au mélange toxine + antitoxine n° 19 pour aboutir au même résultat.

Dans un deuxième groupe d'essais, préparons des mélanges contenant une unité antitoxique (provenant d'un même sérum) et une dose LO de toxine. Répartissons ces mélanges en trois séries, et 20 minutes après leur constitution ajoutons dans chacun d'eux un peu d'anatoxine diphtérique. Ceux de la première série reçoivent des quantités décroissantes, 1^{cm^3}, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{50}$ de centicubes d'une anatoxine titrant 20 unités (déterminée par la floculation), ceux de la deuxième et troisième série reçoivent les mêmes quantités d'échantillons d'anatoxine titrant respectivement 7 et 4 unités. Injectons à des cobayes les complexes toxine-antitoxine-anatoxine ainsi formés. Nous constatons que $\frac{1}{50}$ de centicube d'anatoxine à 20 unités (et qui flocule rapidement) a suffi pour libérer du complexe (d'après le même mécanisme que dans la première expérience) une quantité de toxine

capable d'amener la mort d'un cobaye en 5 jours ; il a fallu pour obtenir le même résultat $\frac{1}{20}$ de centicube de l'anatoxine titrant 7 unités et $\frac{1}{10}$ de centicube de l'anatoxine à 4 unités (dont la floculation est très lente). La puissance d'action de l'anatoxine sur le mélange toxine-antitoxine est donc en relation directe avec sa valeur, déterminée par la floculation.

De ces expériences, d'autres de même ordre, et de leurs résultats qui seront exposés et commentés ailleurs, en détail, on peut donc conclure que : 1° l'union de l'antitoxine et de la toxine diphtérique n'est ni instantanée ni indissoluble comme le prétendait Ehrlich puisque l'addition d'une petite quantité d'anatoxine suffit pour l'empêcher ou pour la rompre; 2° l'antitoxine présente pour l'anatoxine une affinité équivalente à celle qu'elle peut manifester pour la toxine; 3° l'antitoxine et l'antigène spécifique possèdent des affinités réciproques qui peuvent être appréciées très facilement *in vitro* par la simple réaction de floculation.

La séance est levée à 16h.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 14 avril 1930.)

Note de MM. *F. Vlès* et *N. Kyvelos*, Les propriétés spectrales du benzoate en fonction de la concentration de sels neutres :

Page 934, ligne 6, la formule est à rectifier et doit se lire ainsi :

$$pX = pM + a_1 \log \frac{\varphi K'_2 - K_2}{K_1 - \varphi K'_1}.$$

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de mars 1930 (*suite et fin*).

Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht, par Albert Ier prince souverain de Monaco, publiés sous sa direction avec le concours de M. Jules Richard. Fasc. 79 : *Larves alevins de poissons provenant des croisières du Prince Albert Ier de Monaco*, par Louis Roule et Fernand Angel. Monaco, Imprimerie de Monaco, 1930; 1 vol. 36cm.

Carte géologique de la région aurifère de la Léna. Description des feuilles IV-4 *et* V-4; — *Description des feuilles* VI-1 *et* VI-2, par W. A. Obroutchew et A. P. Guérassimov. Leningrad, Édition du comité géologique, 1929; 2 fasc. 25cm.

Académie des Sciences. *Inventaire des périodiques scientifiques des bibliothèques de Paris*, dressé sous la direction de M. Alfred Lacroix, par Léon Bultingaire avec la collaboration des bibliothécaires de Paris et le concours de M. Ad. Richard; fasc. V, Suppl. I. Paris, Masson et Cie, 1930; 1 vol. 22cm,5.

Conseil international de recherches. Union géodésique et géophysique internationale. Section de séismologie. Série A : *Travaux scientifiques*, fasc. 6. Paris, Presses universitaires, 1929; 1 fasc. 25cm. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

Les méthodes de prospection du sol, par E. Rothé. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1930; 1 vol. 25cm,5.

Exploration zoologique de l'Algérie de 1830 *à* 1930, par L.-G. Seurat. Paris, Masson et Cie, 1930; 1 vol. 24cm.

Métaux et Alliages, par C. Grard et J. Cournot, tomes I, II, III. Paris, Berger-Levrault, 1930; 3 vol. 25cm,5. (Présenté par M. G. Charpy.)

Cours de l'École Polytechnique. *Cours de géométrie*, par M. d'Ocagne. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1930; 1 vol. 28cm,5.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 MAI 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Vous avez tous appris que notre célèbre Correspondant **Fridtjof Nansen** venait de mourir à Oslo dans sa 69e année.

Héritier de l'esprit aventureux des Normands de jadis, il avait effectué un voyage au Spitzberg, puis, en 1888, s'était attaqué au problème du Groenland, région immense, presque inconnue, au sujet de laquelle couraient maintes légendes. Le mot *Groenland* signifie terre verdoyante, et il n'en fallait pas davantage pour faire imaginer là une sorte de paradis terrestre. Nansen aborda le Groenland par sa côte orientale, complètement déserte, que défend une vaste banquise. Ses cinq compagnons et lui, montés sur deux canots, réussirent à traverser cette banquise, derrière laquelle s'étend un chenal d'eau courant vers le Sud. On était alors en juillet, époque déjà bien tardive. Cela n'empêcha pas les hardis explorateurs, chaussés de skis, de se mettre en route, en tirant leurs cinq traîneaux avec 500^{kg} de provisions. Ils risquaient à chaque instant de tomber dans de profondes crevasses. La nuit, ils subissaient parfois des froids de 45°, tandis que le jour, par les temps clairs, le thermomètre marquait plus de 30°. Le 3 octobre, ils parvinrent enfin à la côte occidentale après avoir franchi un faîte de 2720^{m}, sans avoir aperçu autre chose qu'un désert glacé. Cette côte étant habitée, ils trouvèrent sans trop de peine les moyens de se faire rapatrier. Leur mémorable expédition avait coûté en tout 7000^{fr}.

Quelques années plus tard, Nansen, avec un bateau, le *Fram*, construit d'après ses indications et capable de résister à la poussée des glaces, partait à la conquête du Pôle Nord. S'il ne put aller jusqu'à ce point alors si mys-

térieux, du moins s'avança-t-il plus loin que ses prédécesseurs, atteignant la latitude de 86°14'. Son absence dura de 1893 à 1896, et un moment vint où tout le monde le croyait perdu. C'est pendant cette période dramatique, le 24 juin 1895, qu'il fut élu Correspondant dans notre section de Géographie et de Navigation.

Il se contenta depuis lors de voyages de moindre envergure; mais il était sur le point d'exécuter avec Bruns une grande croisière sur un dirigeable baptisé le *Nansen-Bruns*.

Nansen n'était pas seulement un explorateur aussi habile que hardi. Docteur en zoologie, créateur de divers instruments océanographiques, auteur de nombreux ouvrages scientifiques, il a pu, en s'appuyant sur sa connaissance approfondie des variations éprouvées par le courant atlantique qui longe la côte norvégienne, prédire 9 mois d'avance les caractéristiques de la production agricole et 11 mois à l'avance celles de la pêche maritime. Son dernier volume, paru en 1928, concerne l'équilibre isostatique de l'écorce terrestre. Notre confrère le Dr Charcot, qui l'a bien connu, dirait mieux que moi quelle était son obligeance et avec quel profit les explorateurs des régions polaires écoutaient ses conseils.

Nansen contribua à amener la séparation de la Suède et de la Norvège, puis fut, de 1906 à 1908, ministre de Norvège à Londres. Pendant la guerre il dirigea une mission de ravitaillement aux États-Unis. Après la guerre, il s'occupa de rapatrier les prisonniers austro-allemands retenus en Sibérie et de lutter contre la famine désolant la Russie. A partir de 1922, il coopéra activement à l'hébergement des réfugiés de Russie, de Grèce et d'Arménie. Il alla alors visiter ce dernier pays et écrivit un livre pour plaider la cause des malheureux Arméniens. Il reçut en 1923 le prix Nobel de la paix et, quelque temps après, devint représentant de la Norvège à la Société des nations.

Avant-hier, ses concitoyens lui faisaient des obsèques nationales, juste hommage rendu à la mémoire de cet homme qui, suivant l'expression du président du Storting, fut conduit par la Science à l'action et ramené par l'action à la Science.

Nansen laisse un bel exemple d'énergie à la fois morale et physique mise au service d'une vive intelligence et tempérée par des sentiments noblement humanitaires.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Odon de Buen**, professeur à l'Université de Madrid, et à M. **A. Lomnicky**, professeur à l'École Polytechnique de Lwoff, qui assistent à la séance.

CALCUL MÉCANIQUE. — *Sur la machine arithmétique de Pascal.* Note de M. **M. d'Ocagne.**

La machine arithmétique de Pascal, simple machine à additionner et à soustraire permettant d'opérer les multiplications et divisions par répétition, dont plusieurs des premiers exemplaires subsistent au Conservatoire des Arts et Métiers (portant la signature soit de Pascal lui-même, soit de son neveu l'abbé Périer), était depuis longtemps passée à l'état de relique, très vénérable sans doute puisqu'elle constitue l'ancêtre de toutes les machines à calculer, mais relique morte car il y a fort longtemps qu'elle n'était plus en état de fonctionner. Il semblait intéressant de la remettre, si possible, en cet état, sans adjonction, bien entendu, d'aucun organe nouveau, par simple restauration de ceux qu'elle possédait originairement. A mon incitation, cette réfection a été entreprise par M. Malassis, conseiller technique du Conservatoire, non moins habile mécanicien que remarquable érudit en tout ce qui concerne les machines à calculer de tous les types existants, aujourd'hui en si grand nombre. M. Malassis a réussi dans cette tentative au delà de toute espérance et la machine de Pascal a ainsi retrouvé la pleine liberté de son jeu.

Cette opération, en remettant en lumière les moindres détails du mécanisme, a fourni de nouveaux motifs de l'admirer. Le cerveau qui l'a conçu et a su, avec tant d'habileté, en diriger d'aussi près que possible la construction, ainsi que l'ont attesté tous les contemporains et en particulier Tallemant des Réaux, était doué de façon surprenante pour la mécanique pratique. Ce n'est point là l'un des moindres étonnements admiratifs que fait naître en nous l'étude de l'œuvre prodigieuse de Pascal, d'une si extraordinaire variété.

A ce propos, il convient de noter la curieuse particularité que voici : en faisant connaître, en 1841, un nouveau type d'additionneur comportant d'indéniables avantages sous le rapport du moindre encombrement et de la plus grande facilité de manœuvre, le Dr Roth — dont d'ailleurs la bonne foi ne saurait faire de doute — signalait, parmi les améliorations introduites dans son dispositif, le fait que les reporteurs de retenue n'y entraient en jeu qu'avec un léger décalage les uns par rapport aux autres, de telle sorte que s'il fallait par exemple ajouter 1 à 99999, les cinq reporteurs de retenue faisaient, suivant sa propre expression, « un feu de file », alors que, dans les

machines qui avaient précédé la sienne, ils devaient, disait-il, faire « un feu de peloton », d'où effort exagéré à vaincre et chance de détérioration.

Or la réfection si heureusement exécutée par M. Malassis vient de mettre clairement en évidence qu'un tel décalage des reporteurs de retenue se trouvait déjà réalisé dans la machine de Pascal. Sur ce point encore par conséquent, Pascal avait, du premier coup, imaginé le système qui se retrouve dans toutes les machines modernes.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Transformation du l-isopulégol en d-citronnellal.* Note (1) de MM. **V. Grignard** et **J. Dœuvre.**

La cyclisation du citronnellal en isopulégol est un phénomène bien connu et facile à obtenir. Mais la transformation inverse ne semble pas avoir été réalisée jusqu'à ce jour. A la vérité, les laboratoires Schimmel (2) ont pu ouvrir le cycle en chauffant, à 210°, l'isopulégol avec de l'éthylate de sodium et de l'alcool, mais ils obtinrent du citronnellol et du méthylcyclohexanol.

Continuant nos recherches sur le citronnellol et le rhodinol, nous avions espéré que la méthode de coupure des alcools tertiaires, découverte par V. Grignard et F. Chambret (3), pourrait s'appliquer à l'isopulégol, bien qu'alcool secondaire, et qu'elle nous conduirait au rhodinal

```
            7CH3                          CH3
             |                             |
             CH                            CH
           1/  \                          /  \
     H2C6      2CH2                 H2C      CH2
      |          |         →         |        |
     H2C5      3CH OH               H2C      CHO
          \4 /                          \
           CH<.....                      CH2
            |                             |
     CH3 — C = CH2                CH3 — C = CH2
     10    8    9
```

Nous sommes partis d'un isopulégol industriel (4) provenant de la cyclisation du *d*-citronnellal de l'essence de citronnelle de Java. Purifié par son phtalate acide (5),

(1) Séance du 12 mai 1930.

(2) *Bull. Schimmel*, octobre 1913, p. 91.

(3) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 299; Chambret, *Thèse de Doctorat* (Lyon, 1925).

(4) Offert par la maison L. Givaudan et Cie de Paris.

(5) Pickard, Lewocck, Yates, *J. Chem. Soc.*, 117, 1920, p. 1248.

il présentait les constantes suivantes :

$$Eb_{10} = 88\text{-}89^{\circ}; \quad d_{\frac{18}{4}} = 0,911; \quad n_D^{18} = 1,4716; \quad \alpha_D^{17} = -6^{\circ}34' \ (1^{dm}).$$

Il était pratiquement exempt de produits aldéhydiques [pas de recoloration du réactif de Grosse-Bohle; le dosage du — CHO, d'après Holltapel [1], indique moins de 1 pour 100].

L'ozonisation quantitative [2] effectuée sur $1^g,56$, dans l'acide acétique, a donné:

Forme α, $HCHO(52) + HCO^2H(43)$	95 pour 100
Forme β, acétone	6 pour 100

Il contient donc une faible quantité de pulégol.

La décyclisation a été réalisée sur de la laine de verre, introduite, sur une longueur de 50^{cm}, dans un tube en pyrex, chauffé lui-même dans un four électrique légèrement incliné. L'appareil était disposé pour permettre d'employer le vide. Après quelques essais, nous avons opéré à 500°, sous 25^{mm}, en faisant passer 10^g d'isopulégol à l'heure.

En partant de 30^g, le liquide obtenu, à peine jaunâtre, a donné, au fractionnement

$$Eb_9 \ 80\text{-}85^{\circ} = 3^g; \quad Eb_9 \ 85\text{-}86^{\circ},5 = 25^g; \quad \text{résidu, } 0^g,5.$$

La fraction principale, dont l'odeur rappelle beaucoup le citronellal, recolore fortement le réactif de Grosse-Bohle; le dosage, d'après Holltapel, indique 72 pour 100 d'aldéhyde. L'ozonisation quantitative (sur $1^g,48$, dans la pyridine) a donné 75 pour 100 d'acétone.

D'après ces deux dosages, sensiblement concordants, il semble bien que l'aldéhyde engendré a la forme β et que nous sommes en présence d'un mélange de citronellal et d'isopulégol. C'est en effet ce que nous avons pu établir.

Pour éliminer toute possibilité d'isomérisation, nous avons d'abord transformé une portion du distillat en semicarbazone (par le chlorhydrate de semicarbazide et l'acétate de soude, en milieu hydroalcoolique pendant 40 heures, à froid).

Après une série de cristallisations dans l'éther de pétrole (40-50°) additionné, soit d'une trace d'alcool, soit de proportions variables d'éther anhydre, nous avons obtenu la semicarbazone fusible à 83°,5-84°, et ne donnant aucune dépression avec celle du *d*-citronnellal naturel, fusible à 83°,5.

Le dosage d'azote a été excellent (19,9 au lieu de 19,8) et l'ozonisation dans l'acide

(1) *Parf. de Fr.*, 6, 1928, p. 5.

(2) GRIGNARD et DOEUVRE, *Bull. Soc. chim.*, 45, 1929, p. 809.

acétique a indiqué 96 pour 100 de forme β [1] (forme α indosable dans les semicarbazones).

Le corps obtenu par la décyclisation de l'isopulégol est donc constitué essentiellement par le citronnellal (forme β, comme nous l'avons déjà démontré antérieurement).

Nous l'avons ensuite isolé par traitement, au voisinage de 0°, avec du bisulfite de soude exempt de SO^2. La combinaison bisulfitique, purifiée, a été décomposée par la soude à 5 pour 100, en présence de glace et d'éther.

Le citronnellal ainsi obtenu possédait les constantes suivantes :

$$Eb_{14} = 92\text{-}93°; \quad d_{\frac{15}{4}} = 0,855; \quad n_D^{18} = 1,4490; \quad \alpha_D^{16} = +10°,32' \;(1^{dm});$$

dosage, d'après Holltapel, 96 pour 100.

L'ozonisation (sur $1^g,75$, dans 10^{cm^3} de pyridine $+ 1^{cm^3}$ H^2O) a donné :

Forme β (acétone)....................................	96 pour 100
Forme α (HCHO, 1 pour 100 + HCO^2H, 9 pour 100).....	10 pour 100 [2]

Nous avons refait sa semicarbazone et l'avons trouvée identique à celle du produit de décyclisation initial et l'ozonisation a encore donné 96 pour 100 de forme β.

Contrairement à notre attente, nous avons donc transformé par décyclisation le *l*-isopulégol en *d*-citronnellal, ce qui implique une migration de la double liaison, de la position α à la position β. Nous nous sommes demandé à quel moment se produisait cette migration, et si elle ne résultait pas simplement de l'isomérisation du rhodinal engendré par rupture du cycle.

Le rhodinal n'étant pas très facile à préparer, nous avons étudié le phénomène sur le rhodinol, ou plutôt sur le mélange citronnellol-rhodinol, obtenu par isomérisation partielle du citronnellol, comme nous l'avons montré antérieurement.

Nous avons pris un échantillon de *l*-rhodinol (Barbier-Bouveault), préparé en 1929, et titrant alors : forme α, 42 pour 100; forme β, 53 pour 100. Après rectification, il a donné : forme α, 43 pour 100; forme β, 55 pour 100. Il ne s'était donc pas modifié.

Nous l'avons fait passer sur de la laine de verre à 500°, sous 25^{mm}. Le produit rectifié possède encore les constantes du rhodinol initial et donne à l'ozonisation : forme α, 45 pour 100; forme β, 55 pour 100.

---

(1) L'acétone a été distillée pendant 3 heures et rectifiée sur permanganate, plus acide acétique.

(2) L'excès de forme α résulte de l'action énolisante de la pyridine, d'où formation d'un peu d'acide formique.

Ainsi donc le rhodinol ne subit aucune isomérisation dans les conditions de notre expérience. Et nous sommes conduits à admettre que la décyclisation se fait par un mécanisme différent de celui que nous avions prévu tout d'abord. On peut penser qu'au moment de la rupture, l'atome d'hydrogène alcoolique migre sur le carbone-9 et que les valences libres en 4 et 8 se saturent réciproquement, engendrant ainsi la double liaison β.

En raison de ces résultats, il nous a paru intéressant de vérifier la constitution du citronnellol obtenu par les Laboratoires Schimmel, comme nous l'avons signalé au début.

Nous avons donc répété l'expérience dans les conditions indiquées par les auteurs, en chauffant, toutefois, le bain d'huile, à 230-235° (à 210° la transformation est très faible). Nous avons obtenu ainsi une quantité importante de produit de décyclisation; mais la purification, par distillation fractionnée, est difficile. Nous avons pu isoler cependant une fraction très riche en citronnellol droit. Elle présentait les constantes suivantes :

$$Eb_{14} = 113\text{-}114^\circ;\quad d_{\frac{16}{4}} = 0{,}863;\quad n_D^{17} = 1{,}4605;\quad \alpha_D^{17} = +2^\circ 28' (1^{dm}),$$

alors que le citronnellol pur donne :

$$d_{\frac{15}{4}} = 0{,}858 \text{ à } 0{,}860;\quad n_D^{17} = 1{,}4568.$$

L'ozonisation de cette fraction a donné :

acétone (forme β) = 85 pour 100.

Ces résultats confirment bien ceux de Schimmel. Quel que soit le procédé de décyclisation, on passe de la forme α à la forme β.

Remarquons en terminant que la réaction que nous venons de faire connaître constitue un nouveau procédé intéressant d'utilisation de l'isopulégol, lequel, jusqu'au moment où on l'a transformé en menthol par hydrogénation catalytique, constituait dans les fabriques de parfums un déchet, à peu près, sans valeur.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Déshydratation catalytique, en phase gazeuse, des alcools forméniques en présence des bisulfates alcalins.* Note de M. **Jean-Baptiste Senderens.**

I. Le bisulfate de sodium mêlé aux alcools forméniques ne les déshydrate catalytiquement qu'à partir d'une certaine température [1], en sorte

[1] J.-B. Senderens et J. Aboulenc, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 150.

qu'en raison de leurs points d'ébullition insuffisamment élevés les alcools éthylique, propylique, etc. échappent à son action.

Il m'a paru qu'on tournerait la difficulté si, au lieu de chauffer le mélange d'alcool et de bisulfate (*méthode par voie humide*), on opérait *en phase gazeuse*, en dirigeant les vapeurs alcooliques sur le bisulfate préalablement porté à la température convenable, procédé qui m'avait servi à déshydrater catalytiquement les alcools au moyen de l'alumine, des phosphate, silicate, sulfate d'alumine, etc. (1).

Les expériences ont été faites avec un four électrique construit d'après mes indications par la Société des Usines Rhône-Poulenc et qui permettait d'obtenir des températures stables à 1 ou 2 degrés près, dans un intervalle de 100 à 450 degrés.

Dans ce four horizontal s'engageait un tube en pyrex dont la partie moyenne, soit 40^{cm}, où la température était uniforme, se trouvait occupée par des nacelles à moitié remplies du catalyseur.

Les alcools amenés goutte à goutte se vaporisaient à l'entrée du tube; les vapeurs passaient sur le catalyseur chauffé à la température voulue, et les produits de la réaction descendaient par un réfrigérant dans un ballon muni d'une tubulure pour la sortie des gaz qu'on recueillait sur l'eau.

II. *Alcool propylique n* $CH^3.CH^2.CH^3OH$ (propanol-1). — La déshydratation catalytique de cet alcool en phase gazeuse commence à 238° avec l'alumine précipitée de l'aluminate de sodium; à 250° et 260° avec les sulfate et silicate d'aluminium.

Cette déshydratation se fait dès la température de 125° et donne à 140° un dégagement abondant de propylène avec le *bisulfate de sodium fondu* qui se montre ainsi notablement plus actif que les catalyseurs précédents.

Le *bisulfate de sodium cristallisé* n'a pas la même activité : il faut l'amener à 200-210° pour voir apparaître le propylène; mais une fois porté à cette température il peut être ramené à des températures beaucoup plus basses sans perdre le pouvoir déshydratant, ce qui s'expliquerait par sa fusion à 200-210°.

Le *bisulfate de potassium fondu* ne commence qu'à 210° à donner un faible dégagement de propylène qui s'arrête lorsque la température descend à 200°.

J'ajouterai, pour ne pas y revenir, que cette infériorité du SO^4HNa cristallisé et du SO^4HK fondu, comme catalyseurs, se retrouve vis-à-vis

(1) J.-B. Senderens, *Ann. Chim. et Phys.*, 8e série, 25, avril 1912, p. 449 et suiv.

des alcools suivants, avec les mêmes caractères que pour l'alcool propylique.

Alcool isopropylique $CH^3.CHOH.CH^3$ propanol-2. — Il est déshydraté dès la température de 95° par le bisulfate de sodium fondu en donnant du propylène qui devient abondant à 105-110°, alors que l'alumine et les sulfate et silicate d'aluminium exigeaient des températures de 250 à 300°.

Par où l'on voit que la déshydratation catalytique du propanol-2 par le bisulfate de sodium fondu et, à un degré un peu moindre, celle du propanol-1, constituent le meilleur procédé de préparation du propylène.

III. *Alcool isobutylique* $\begin{matrix}CH^3\\CH^3\end{matrix}\!\!>CH-CH^2OH$. — Sa déshydratation par le bisulfate de sodium fondu se manifeste dès 135° par un dégagement gazeux qui diminue à mesure que la température s'élève en raison de la formation progressive d'un dimère liquide, le dissobutylène qui bout à 100°-102°.

IV. *Alcool éthylique.* — Le bisulfate de sodium fondu commence à réagir sur cet alcool au voisinage de 175°. Le dégagement d'éthylène va en augmentant jusqu'à 260°, après quoi il fléchit et ne tarde pas à disparaître en raison du charbonnement provenant de l'éthanol que le bisulfate détruit à partir de cette température. De là vient que ce catalyseur supérieur, au début, à l'alumine et à ses sels, vis-à-vis de l'éthanol, perd ensuite ses avantages quand la température s'élève, comme le montre le tableau suivant où sont inscrites les vitesses par minute de l'éthylène dégagé ([1]).

Températures de la réaction.	Bisulfate de sodium fondu.	Alumine précipitée.	Sulfate d'aluminium.	Silicate d'aluminium.
o	cm³.	cm³.	cm³.	cm³.
210	5	»	»	»
230	11	»	»	»
250	13	2	»	»
260	16	5	»	»
270	14	12	3	2,5
340	»	90	75	54
370	»	120	100	78

V. *Alcool méthylique.* — C'est vers 200° que le bisulfate de sodium fondu déshydrate le méthanol avec un dégagement régulier d'*oxyde de méthyle* qui n'augmente guère avec la température que j'ai portée jusqu'à 300° sans observer de charbonnement.

Avec l'alumine, le sulfate et le silicate d'alumine, ainsi que je l'ai

([1]) J.-B. SENDERENS, *Ann. Chim. et Phys.*, 8e série, 25, 1912, p. 477, 481, 491.

montré (¹) l'oxyde de méthyle ne se forme qu'à partir de 250°, mais il devient de plus en plus abondant à mesure que la température s'élève, et, de 300° à 370°, le rendement est industriel.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la nature chimique de l'amylose.* Note (²) de M. **Jean Effront**.

D'après Maquenne et Roux (³) l'amidon est composé de deux substances chimiquement différentes : l'amylose et l'amylopectine. Dans un empois d'amidon vieilli, se dépose un produit qui porte le nom d'amidon rétrogradé ; ce produit, après une purification appropriée, fournirait l'amylose à l'état pur. Le passage de l'amylose brut à l'amylose pur comporte un traitement répété par la diastase du malt, des lavages multiples à l'eau bouillante et, ensuite, une dissolution dans l'eau à 150°, suivie de précipitation à la température ordinaire.

Les essais que nous avons entrepris ont démontré qu'il n'existe point dans l'amidon une substance qui puisse supporter les traitements indiqués ci-dessus sans changement profond de sa nature.

Dans l'essai ci-dessous, on suit les transformations successives que subit l'amidon au cours de la préparation de l'amylose :

			Poids total de réducteur exprimé en gr. de maltose.	Pouvoir réducteur pour 100g de résidu insoluble en gr. de maltose.
Phase A.	Amidon rétrogradé après traitement par le malt et lavage à l'eau froide. Poids = 100g.....		3,02	3,02
Phase B.	Traitement prolongé et renouvelé de 100g d'amidon rétrogradé par l'eau bouillante :			
	en solution................	8,66	11,04	3,4
	dans la partie insoluble.....	2,38		
Phase C.	Dissolution de la partie insoluble de la phase B à 150°C........	15,933		–
Phase D.	Amylose, 1re précipitation......	2,867	4,087	8,4
	Amylose, 2e précipitation.......	1.220		12,2

(¹) *Loc. cit.*, p. 509 et suiv.

(²) Séance du 5 mai 1930.

(³) *Annales de Physique et Chimie*, 8e série, 9, 1906, p. 179.

Le traitement par le malt de l'empois vieilli a conduit à l'apparition de $3^g,02$ de réducteurs pour 100^g d'amidon rétrogradé L'action de l'eau bouillante sur 100^g d'amidon rétrogradé donne une augmentation de $11^g,04 - 3^g,02 = 8^g,02$ de matières réductrices.

Toute la matière insoluble de la phase B, contenant $2^g,38$ de réducteurs, dissoute à 150°C., donne de nouveau une augmentation des réducteurs égale à $15^g,933 - 2^g,38 = 13^g,55$. Au total, 100^g d'amidon rétrogradé possédant à l'origine $3^g,02$ pour 100 de matières réductrices ont donné naissance à $8^g,66 + 13^g,55 = 22^g,21$ de matières réductrices nouvelles, soit plus de 7 fois la quantité initiale.

L'amylose est complètement insoluble dans l'alcool à 80° bouillant : après 1 heure d'ébullition dans l'alcool à 80° le pouvoir réducteur n'est pas modifié. Si l'ébullition se prolonge, le pouvoir réducteur augmente et se fixe exclusivement sur la substance non dissoute.

L'amylose ne fermente point avec la levure de bière; bien purifié, il ne fournit pas à chaud d'osazone cristallisable. L'amylose n'est pas un produit homogène. En partant d'une préparation qui ne se dissout entièrement qu'à 100°, on arrive à séparer trois fractions différentes, solubles à différentes températures.

	Température de H^2O.	Substance dissoute pour 100^g.	Réducteurs pour 100^g subst. diss.	$[\alpha]_D$.	Poids moléculaire (cryoscopie).
Fraction A...........	50	20	17,8	+173	1921
Fraction B...........	75	44	10,6	+174	1905
Fraction C...........	100	36	8	+172	1930

L'analyse élémentaire de deux amyloses préparés différemment et accusant des quantités différentes de réducteurs nous a donné les résultats suivants :

	Pouvoir réducteur.	Poids de substance.	CO^2.	H^2O.	C trouvé.	H trouvé.
	pour 100	g	g	g	pour 100	pour 100
Amylose I....	12,9	0,2260	0,3646	0,1263	43,99	6,08
Amylose II...	6,3	0,2810	0,4550	0,1560	44,16	6,167

$$\text{Calculé pour } [(C^6H^{10}O^5)^{12} + H^2O] : C = 44{,}03\ \%, \quad H = 6{,}218\ \%.$$

L'action de l'alcool bouillant sur l'amylose, le fait que l'amylose ne fermente pas avec la levure et conserve le même pouvoir rotatoire indépendant de son pouvoir réducteur nous indiquent qu'on se trouve en présence d'un polyhexose qui est le produit d'hydrolyse d'un amidon fortement dépolymérisé.

	Poids moléculaires trouvés.	calculés d'après la formule
1. Empois d'amidon à 5 pour 100 chauffé 30 min. à 2,5 atm	16,568	$(C^6H^{10}O^5)^{102}$ = 16,524
2. Amidon soluble préparé à froid avec HCl.	2,636	$(C^6H^{10}O^5)^{16}$ = 2,592
3. Amylose	1,930	$(C^6H^{10}O^5)^{12}.H^2O$ = 1,962

Au cours de la formation des polysaccharides insolubles, il se produit en même temps des sucres fermentescibles qui se laissent entièrement enlever par l'eau.

La précipitation de l'amylose de sa solution aqueuse se fait rapidement et avec un bon rendement à condition que le liquide soit refroidi dès que tout l'amidon rétrogradé est entré en dissolution. Le produit surchauffé dépose très mal et parfois ne dépose plus. Dans ce cas, le réducteur total dans le liquide augmente rapidement pour se rapprocher du pouvoir réducteur 100. Mais, malgré cette augmentation considérable du pouvoir réducteur, la quantité de sucre fermentescible n'a pas augmenté. On constate donc une dépolymérisation graduelle de la molécule $(C^6H^{10}O^5)^{12}H^2O$ suivie d'une hydratation qu'on peut représenter par le schéma suivant :

$$[(C^6H^{10}O^5)^{12}H^2O] \xrightarrow{+H^2O} 2[(C^6H^{10}O^5)^6H^2O] \xrightarrow{+2H^2O} 4[(C^6H^{10}O^5)^3H^2O].$$

En résumé, à la température de la formation d'un empois fluide, l'amidon subit une dépolymérisation profonde. Dans l'empois au cours de son vieillissement, il se produit une polymérisation moléculaire, qui donne naissance à différentes hexosanes, dont l'amidon rétrogradé est le représentant caractérisé par son insolubilité dans l'eau froide et la facilité avec laquelle il s'hydrolyse. L'amidon rétrogradé est une sorte d'amidon dénaturé et les traitements qu'il subit en vue de sa prétendue purification l'éloignent de plus en plus de son origine. L'amylose résultant de cette purification n'est point une hexosane, mais un hexose $[(C^6H^{10}O^5)^{12}H^2O]$ dont on peut affirmer l'absence certaine dans l'amidon naturel.

HYDROLOGIE. — *Sur les eaux naturelles riches en radium.* Note (1) de M. **W. Vernadsky.**

Les dernières découvertes faites en Russie nous permettent de constater l'existence d'eaux naturelles tellement riches en radium, que nos représen-

(1) Séance du 5 mai 1930.

tations sur la migration de celui-ci et sur son histoire géochimique dans l'écorce terrestre doivent être corrigées de plusieurs points de vue [1].

Le radium se trouve dans toutes les eaux de l'écorce terrestre, dans les eaux superficielles (océan, rivières, lacs), ainsi que dans les eaux souterraines (nappes artésiennes, eaux volcaniques et sources thermales).

Les récentes observations de G. Piggot [2] indiquent qu'une partie du radium des roches granitiques est soluble dans l'eau, c'est-à-dire doit s'y trouver à l'état de dissolution dans l'eau capillaire (= eau hygroscopique des pétrographes) des roches qui pénètrent toute la matière solide du Globe, roches massives inclues [3].

La quantité du radium dans les eaux superficielles ne dépasse pas, selon les mesures existantes, 10^{-13} pour 100 (en poids). Il est incertain jusqu'aujourd'hui si sa quantité dans les couches superficielles de l'océan, loin des continents, ne s'abaisse pas au-dessous de la sensibilité quantitative de nos instruments et si le radium se trouve réellement dans l'océan en solution aqueuse et non dans le plancton et dans les organismes marins [4].

Dans les sources thermales, dont l'eau est quelquefois [5] phréatique et juvénile, on n'a pas constaté jusqu'à présent des quantités du radium au-dessus de $2,5 \times 10^{-14}$ pour 100.

Ce n'est que dans les eaux des nappes aqueuses profondes, vadoses pour la plupart, dans la biosphère et dans la stratisphère, que sa quantité monte jusqu'à 10^{-9} pour 100 et probablement jusqu'à 10^{-8} pour 100 (en poids) selon les mesures faites jusqu'à ce jour. Les eaux avec de telles concentrations du radium semblent constituer une famille de nature spéciale.

Jusqu'à 1927, l'eau d'un forage près de Heidelberg (Radiumsoltherme) a été considérée comme la plus riche en radium. Selon les mesures du professeur A. Becker, elle contient $1,79 \times 10^{-10}$ Ra pour 100 [6]. Il est à noter

---

(1) Sur l'état actuel de nos connaissances, voir l'édition allemande de ma Géochimie. (W. VERNADSKY, *Geochemie*, 1930, p. 233. Akad. Verlag).

(2) G. PIGGOT, *Amer. Journ. of Sc.* N. H., 17, 1929, p. 28-29.

(3) W. VERNADSKY, *Comptes rendus de l'Acad. des Sciences de l'Union*, A, 1929, p. 369.

(4) Sur la concentration du radium par les organismes aqueux, voir W. VERNADSKY, *C. R. Acad. Sc. de l'Union*, 1929, p. 33; B. BRUNOVSKY, *Travaux du Labor. Biogéochim.*, 1, 1930, p. 75. Les mesures non publiées encore donnent des constatations nouvelles et indiquent une concentration du radium plus forte.

(5) Sur les notions « juvéniles » et « phréatique », voir ma *Géochimie*, 1924 (Alcan), p. 73.

(6) A. BECKER, *Zeitschrift f. anorg. u. allg. Chemie*, 131, 1923, p. 209.

que les « Heidelbergerschichten » d'où elle provient appartiennent, selon le professeur W. Salomon, aux couches de Pechelbronn et sont ainsi en relation évidente avec les nappes des eaux souterraines des gisements pétrolifères (1).

En 1927 un forage dans le terrain pétrolifère de Uchta en Russie Nord-Est a ouvert une nappe d'eaux encore plus riches en radium (L. Bogojavlensky et A. Tcherepennikov). Selon les mesures de ce dernier (2) cette eau contient $7,4 \times 10^{-10}$ Ra pour 100. En même temps sa structure radioactive est extrêmement intéressante. Selon les déterminations de W. Baranov et de J. Kurbatov elle contient par exemple en dissolution Th X. M. A. Tcherepennikov indique la présence du Ra en solution — en quantités non négligeables ($3,1 \times 10^{-11}$ Ra pour 100) — dans les eaux des nappes aqueuses du gisement pétrolifère de Daghestan (3).

Enfin MM. W. Milin et W. Twertzyn ont publié (4) il y a quelques mois des mesures d'eaux souterraines qui accompagnent le gisement petrolifère de Novyj Groznyj dans le Caucase du Nord. Ces eaux profondes forment une nappe puissante qui occupe une superficie très considérable. Ils ont trouvé des quantités du Ra qui dépassent tout notre savoir antérieur. Le fait m'a paru si important que sur ma proposition l'Institut d'État du Radium de Leningrad y a envoyé un de ses savants, M. B. Nikitin, qui sous la direction du professeur V. Chlopin a pris de nouvelles mesures avec toutes les précautions nécessaires. M. Nikitin a confirmé en somme les observations de W. Milin et W. Tvertzyn. MM. W. Milin et W. Tvertzyn ont trouvé dans l'eau des puits (que M. B. Nikitin n'a pas pu étudier) jusqu'à $1,06\text{-}1,46 \times 10^{-8}$ Ra pour 100.

L'eau des puits 1/28, 3/28 et 1/31 a donné à M. B. Nikitine $1,83 \times 10^{-9}$ Ra pour 100 (selon MM. W. Milin et W. Tvertzyn $5,8 \times 10^{-9}$ pour 100). L'eau du puits N 13/13 : $3,5 \times 10^{-10}$ Ra pour 100 (5).

Ainsi le fait semble certain. Il existe des eaux souterraines dans la biosphère et dans la stratisphère beaucoup plus riches en Ra qu'on ne l'avait supposé.

---

(1) W. Salomon, *Abhandlungen d. Heidelb. Àkad. d. Wissensch.* (*Math. Nat. Kl.*, H. 14, 1927, p. 55 et suiv.).

(2) A. Tcherepennikov, *Becnkuk Feolorur. Комumema*, 3, Л, 1928, p. 18; W. Chlopin et B. Nikitin, *C. R. Acad. Sc. de l'Union*, 1930, A.

(3) W. Chlopin et B. Nikitin, *loc. cit.*

(4) B. Тверцын и B. Милин, Нефтяное Хозяйство, M, 18, 1929, nos 11-12, p. 656.

(5) V. Chlopin et B. Nikitin, *loc. cit.*, 1930. — W. Vernadsky, *ibid.*

Ce ne sont pas des eaux venues des grandes profondeurs de l'écorce. Jusqu'à présent les observations indiquent que *toutes ces eaux appartiennent aux nappes aqueuses profondes vadoses ou phréatiques qui accompagnent les gisements pétrolifères*. Depuis longtemps on savait que ces eaux avaient des propriétés spéciales. Elles contiennent des acides organiques (acides naphténiques et gras) et des hydrocarbures gazeux en solution [pour Groznyj des hydrocarbures lourds, boutane, etc. ([1])]. On a tâché, sans résultat net, à y voir des eaux marines fossiles, conservées dans les sédiments. C'est plutôt une suggestion qu'une théorie scientifique. Ces eaux semblent plutôt être en relation avec la genèse des pétroles.

Dans ce cas leur forte radioactivité offre un grand intérêt. Il est possible qu'elle provienne du radium accaparé par les organismes qui ont donné, dans les processus métamorphiques, en dernier compte les pétroles ([2]).

Un autre fait doit attirer notre attention. Il doit exister une limite à la concentration naturelle du Ra dans les eaux naturelles. Car les atomes du Ra décomposent l'eau avec formation de l'oxygène libre et de l'hydrogène. C'est un mélange fulminant qui doit conduire l'eau d'une concentration déterminée en Ra à l'état instable. Si l'on se base sur les données de l'Institut du Radium de Vienne ([3]) un gramme du Ra en solution aqueuse doit donner en une année $5^{g},2$ d'oxygène libre.

Cette quantité ne peut pas être négligeable dans les réactions chimiques de l'écorce terrestre : nous y trouvons une nouvelle source de la *genèse de l'oxygène libre*, une source radiogène qu'on ne prenait pas en considération dans la géochimie et dans la minéralogie. On n'y avait considéré que l'oxygène de genèse biogène ([4]).

Il est évident enfin qu'une nouvelle source de l'extraction du Ra, encore non prévue, est ainsi indiquée.

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **H. Le Chatelier** et **G. Ferrié** sont désignés pour faire partie du *Comité supérieur de normalisation*.

([1]) V. Chlopin et B. Nikitin, *loc. cit.*
([2]) W. Vernadsky, *Geochemie*, 1930, p. 158.
([3]) S. Meyer u. C. Schweidler, *Radioactivität*, 1927, p. 233.
([4]) W. Vernadsky, *Geochemie*, 1930, p. 41.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **Ch. Fabry** et **Ch. Maurain** sont désignés pour faire partie du *Conseil national de l'Office national des Recherches scientifiques et inventions* en remplacement de MM. *Rateau* et *Sebert* décédés.

M. **L. Mangin** est désigné pour représenter l'Académie au *Congrès botanique international* qui aura lieu à Cambridge, Angleterre, du 16 au 23 août 1930.

M. **L. Cayeux** est désigné pour représenter l'Académie, avec M. Guillet précédemment nommé, à la VIe session du *Congrès international des mines, de la métallurgie et de la géologie appliquée*, à Liége, les 22-28 juin 1930.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° R. Roy. *La demande dans ses rapports avec la répartition des revenus.* (Présenté par M. M. d'Ocagne.)

2° *La légende du lac Mœris*, par Ch. Audebeau Bey. (Présenté par M. E. Roux.)

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les équations de Laplace.* Note de M. **Marcel Vasseur**, présentée par M. Goursat.

1. Soit (S) une surface rapportée à un réseau conjugué (u, v); ses coordonnées ponctuelles et tangentielles vérifient respectivement deux équations de Laplace (P) ou (T); on sait que, si l'une de ces équations est intégrable par la méthode de Laplace, il en est de même de l'autre. J'ai montré [1] que la suite des transformations de Laplace nécessaires pour effectuer l'intégration se termine dans le *même sens* pour les deux équations

[1] *Thèse de Doctorat, Annales de l'École Normale*, 47, 1930, p. 93.

et se compose d'un nombre d'opérations qui varie de *deux unités au plus* quand on passe de (P) à (T).

Géométriquement la suite des transformations envisagée revient, pour (P) et pour (T), à prendre la seconde nappe focale (S_1) de la congruence des tangentes à l'une des familles de courbes du réseau (u, v), les courbes $v=$ const. par exemple, puis à opérer de même à partir des courbes $v=$ const. de (S_1), et ainsi de suite; ces opérations géométriques s'arrêtent d'elles-mêmes quand on tombe sur une développable ou sur une courbe.

2. Supposons donnée l'équation (T); toute surface (S) (non développable) correspondante procède du choix de quatre intégrales particulières θ_1, θ_2, θ_3, θ_4 linéairement indépendantes; θ_1, θ_2, θ_3 déterminent l'image sphérique; remplacer θ_4 par une autre intégrale c'est remplacer S par une surface parallèle, au sens de Peterson. Dans ce qui suit je me propose d'examiner la part contributive de l'image sphérique, et celle du parallélisme de Peterson, dans la nature de la dégénérescence qui termine la suite des surfaces S, S_1, ... et le nombre d'opérations nécessaires pour intégrer l'équation (P) correspondante.

Soit T, T_1, ..., T_n la suite des équations obtenues en appliquant la méthode de Laplace, les n premières sont du second ordre, T_n est du premier ordre; les intégrales générales des deux dernières sont de la forme

$$\Theta_{n-1}=\psi(u, v)\left[X+\int_0^v V\varphi\psi\, dv\right], \qquad \Theta_n=V\varphi(u, v),$$

où φ et ψ désignent des fonctions déterminées de u et v, X et V deux fonctions arbitraires de u et v respectivement; toute surface (S) correspond au choix de deux systèmes de fonctions (X_1, X_2, X_3, X_4) et (V_1, V_2, V_3, V_4) et réciproquement. La solution du problème que nous nous sommes posé résulte simplement de la possibilité de choisir les fonctions V_1, V_2, V_3, V_4 liées par une ou plusieurs relations linéaires homogènes sans que *toutes* les surfaces de la suite soient développables.

Le tableau suivant, où S_p désigne la dernière surface non dégénérée en courbe ou en développable et N le nombre qui joue par rapport à (P) le rôle joué par n relativement à (T), résume les résultats obtenus :

	V_4 est linéairement indépendant de V_1, V_2, V_3.	V_4 est linéairement dépendant de V_1, V_2, V_3.
V_1, V_2, V_3 sont linéairement indépendants.	S_{p+1} est une développable (ni cône ni cylindre) $p = n - 1$, $N = n + 2$.	S_{p+1} est un cône $p = n - 1$, $N = n + 1$.
V_1, V_2, V_3 sont liés par *une* relation linéaire (on peut supposer $V_3 = 0$).	S_{p+1} est un cylindre $p = n - 1$, $N = n + 1$.	S_{p+1} est une droite à distance finie $p = n - 1$, $N = n$.
V_1, V_2, V_3 sont liés par *deux* relations linéaires (on peut supposer $V_2 = V_3 = 0$).	S_{p+1} est une droite du plan de l'infini $p = n - 1$, $N = n$.	S_{p+1} est une courbe plane située à distance finie $p = n - 2$, $N = n - 1$.
V_1, V_2, V_3 sont liés par *trois* relations linéaires ($V_1 = V_2 = V_3 = 0$).	S_{p+1} est une courbe du plan de l'infini (non une droite) $p = n - 2$, $N = n - 1$.	S_{p+1} est une courbe gauche $p = n - 3$, $N = n - 2$.

(On remarque que, si $V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = 0$, S_{n-3} est la dernière surface non dégénérée de la suite; donc, si $n = 2$, S est elle-même dégénérée. Cette remarque bien simple explique l'erreur commise par M. Egoroff et que j'ai signalée antérieurement : *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 603.)

On voit que, *l'image sphérique étant donnée, parmi les surfaces* (S) *parallèles correspondantes, il en est une infinité, dépendant d'une fonction arbitraire d'une variable, pour lesquelles le nombre* N *est diminué d'une unité* et dont par suite l'équation (P) est plus simple.

MÉCANIQUE. — *Sur l'influence d'un trou elliptique dans la poutre, qui éprouve une flexion.* Note [1] de M. **A. Lokchine**, présentée par M. A. Mesnager.

Nous considérons la distribution des tensions dans la poutre présentant un petit trou elliptique, dont le plus grand axe est perpendiculaire à l'axe de la poutre, et le deuxième coïncide avec lui. Si la poutre sans trou est soumise à la flexion pure, les tensions sont : $X_x = 0$, $Y_y = kx$, $X_y = 0$ [2].

---

[1] Séance du 5 mai 1930.

[2] L'axe de la poutre coïncide avec l'axe de coordonnées Oy.

La présence d'un trou provoque les tensions locales, qu'il faut déterminer. Dans la poutre sans trou sur le contour d'ellipse $\xi = \alpha$, on a

$$\left(\frac{\mathfrak{U}_1}{h^2}\right)_{\xi=\alpha} = \frac{kc^3}{4}\operatorname{ch}^2\alpha\operatorname{sh}\alpha(\sin\eta + \sin 3\eta), \qquad \left(\frac{\mathfrak{T}_1}{h^2}\right)_{\xi=\alpha} = \frac{kc^3}{4}\operatorname{ch}^3\alpha(\cos\eta - \cos 3\eta),$$

où ξ et η sont des coordonnées de l'ellipse, c la distance entre les foyers,

$$\frac{1}{h^2} = c^2(\operatorname{ch}^2\xi - \cos^2\eta),$$

α est la valeur de ξ au trou. Nous cherchons à résoudre un problème d'élasticité à deux dimensions, où les tensions $\mathfrak{T}_2$ et $\mathfrak{Q}_2$ prennent au contour d'ellipse $\xi = \alpha$ des valeurs égales à celles de $(-\mathfrak{U}_1)_{\xi=\alpha}$ et $(-\mathfrak{T}_1)_{\xi=\alpha}$ et se réduisent à zéro quand $\xi = \infty$. Nous appliquons la méthode de G. Kolossoff [1] pour les problèmes d'élasticité à deux dimensions. Il faut trouver la fonction d'une variable complexe $\Phi(z)$, dont la partie réelle est $\mathfrak{T}_2 + \mathfrak{Q}_2 = \Omega_2$. Au contour d'ellipse est donc remplie la condition

$$\left\{-\frac{ic^2}{4}(\operatorname{sh}2\xi + i\sin 2\eta)\frac{d\varphi(z)}{d\zeta} + i\frac{\Omega_2}{h^2} + \mathrm{F}(z)\right\} + \frac{kc^3}{2}\operatorname{ch}^2\alpha\operatorname{sh}\alpha(\sin\eta + \sin 3\eta) + \frac{ikc^3}{2}\operatorname{ch}^3\alpha(\cos\eta - \cos 3\eta) = 0,$$

$\mathrm{F}(z)$ est une autre fonction de ζ. Nous satisfaisons à toutes les conditions si nous prenons

$$\Phi(z) = -2kce^{2\alpha}\operatorname{ch}^2\alpha\left\{e^{-\zeta} - \frac{1}{2\operatorname{sh}\zeta}\right\}$$

et

$$\mathrm{F}(z) = \frac{ic^2}{4}[\operatorname{sh}2\alpha + \operatorname{sh}2(\zeta-\alpha)]\frac{d\varphi(z)}{d\zeta} - \frac{ikc^3}{2}\operatorname{ch}^2\alpha\operatorname{sh}\alpha[e^{-(\zeta-\alpha)} + e^{-3(\zeta-\alpha)}].$$

En ajoutant $\mathfrak{T}_2$ et $\mathfrak{Q}_2$ aux tensions qui se produisent dans une poutre sans trou, nous obtenons la distribution des tensions pour le cas d'existence de ce dernier. Les tensions $\mathfrak{Q}$ au contour du trou sont données par l'expression

$$(\mathfrak{Q})_{\xi=\alpha} = kc\operatorname{ch}\alpha\cos\eta\left\{1 - \operatorname{ch}\alpha\frac{e^{-\alpha} + e^{\alpha}(3 - 4\cos^2\eta)}{2(\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\eta)}\right\}.$$

---

(1) *Comptes rendus*, **148**, 1909, p. 1242; *Sur une application de la théorie des fonctions d'une variable complexe au problème d'élasticité à deux dimensions* (*Zeitschrift für Mathematik und Physik*, **62**, 1914, p. 384).

GRAVITATION. — *L'énergie électromagnétique dans le champ de gravitation.* Note [1] de M. **G. Maneff**, présentée par M. L. Lecornu.

Nous avons montré [2] qu'il est possible, au moyen du principe de la moindre action, de ramener les variations dynamiques dans un champ de gravitation aux grandeurs cinématiques, temps et espace, qui le caractérisent. Dans ce but, partant de la masse variable dans ce champ

$$(1)\qquad m = m_0 e^{\frac{\alpha}{2r}}\left(\alpha = \frac{2kM}{c^2}\right)$$

et par l'intermédiaire de la transformation

$$(2)\qquad r_1 = re^{-\frac{\alpha}{2r}}, \qquad \vartheta_1 = \vartheta, \qquad \varphi_1 = \varphi,$$

nous nous sommes transportés dans un nouvel espace où

$$(3)\qquad ds_1^2 = e^{-\frac{\alpha}{r}} ds^2 = e^{-\frac{\alpha}{r}}\left[\left(1 + \frac{\alpha}{2r}\right)^2 dr^2 + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2)\right]$$

et

$$(4)\qquad t = t_1 e^{\frac{\alpha}{2r}}, \qquad dt = dt_1 e^{\frac{\alpha}{2r}}.$$

Si nous rapportons (2) à l'impulsion électromagnétique dans le principe de la moindre action

$$(5)\qquad \delta\int mc\, ds_1 = \delta\int m_0 c\, ds = 0,$$

nous aurons en raison de la constance de l'impulsion électromagnétique $m_0 c$ (dans le cas des rayons lumineux)

$$(6)\qquad \delta\int ds = 0.$$

C'est la loi d'inertie donnée par la géodésique du nouvel espace. Sa forme est la même que dans la théorie de la relativité bien qu'ici nous n'ayons qu'un espace tridimensionnel. Nous trouverons plus loin sa généralisation dans l'espace à quatre dimensions. Mais cette loi n'est valable que pour l'énergie électromagnétique et pas pour les corps de vitesse

---

(1) Séance du 12 mai 1930.

(2) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 963.

$v < c = 3.10^{10}$ c$^{\mu}$/sec., parce que dans ce dernier cas la quantité de mouvement $m_0 v$ n'a pas une valeur constante dans le champ et ne peut sortir de l'intégrale dans (5).

Faisant usage de (4) nous aurons directement dans le nouvel espace

$$\frac{1}{t} = v = v_0 e^{-\frac{kM}{c^2 r}}, \tag{7}$$

qui n'est autre chose que l'effet d'Einstein relatif au déplacement des raies du spectre solaire vers le rouge; sa démonstration est purement cinématique. Ailleurs ([1]) nous avons obtenu (7) en utilisant l'universalité de la constante de Planck h, tandis qu'ici nous avons comme point de départ le principe de la moindre action, et par conséquent, dans le nouvel espace, h (qui exprime l'action) reste constante.

Cherchons maintenant la distribution de la vitesse dans le nouvel espace. Elle dépendra dans le champ central et symétrique de la direction. Par exemple, dans la direction transversale (ce qui est important pour les mouvements des planètes et pour les effets de la théorie de la relativité) dans laquelle les grandeurs linéaires restent invariables, nous aurons pour la vitesse de la lumière c

$$c = \nu\lambda = \nu_0 \lambda_0 e^{-\frac{\alpha}{2r}} = c_0 e^{-\frac{\alpha}{2r}}. \tag{8}$$

Si nous généralisons l'élément linéaire conformément aux idées de Minkowski relatives à l'espace à quatre dimensions et que nous prenions en considération les quatre conditions posées par Einstein, nous aurons d'après (3), (4) et (8) :

$$d\tau_1^2 = e^{-\frac{\alpha}{r}} \left[c_0^2 e^{-\frac{\alpha}{r}} dt^2 - \left(1 + \frac{\alpha}{2r}\right)^2 dr^2 - r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta \, d\varphi^2) \right] = e^{-\frac{\alpha}{r}} d\tau^2. \tag{9}$$

Ceci (jusqu'aux termes en c^{-2}) n'est autre chose que l'équation de Schwarzschild de la théorie générale de la relativité. La seule différence est manifestée par la présence du facteur $e^{-\frac{\alpha}{2r}}$, qui exprime la non-invariance de l'élément linéaire. Mais tandis que dans la théorie de la relativité cette équation est le résultat du principe de l'invariance, chez nous elle apparaît comme conséquence d'une transformation des formes dynamiques en formes cinématiques d'un champ indépendant de gravitation.

([1]) *Astron. Nachricht.*, 236 (n° 5664), 1929, p. 401.

Si nous étudions les rayons lumineux autour du Soleil en nous servant de (9) et prenant comme base les mêmes considérations que dans la théorie de la relativité [puisque le facteur $e^{-\frac{\alpha}{2r}}$ dans la géodésique de (9) n'aura aucune influence] et le principe de Huygens, nous aurons le résultat

$$\beta = \frac{4kM}{c^2 R} = 1'',74,$$

qui est le même que dans la théorie de la relativité.

L'expression (9) nous montre que l'élément linéaire du nouvel espace perd son invariance et devient une fonction de la distance r. La géométrie qu'on devrait appliquer dans ce cas ne serait plus celle de Riemann-Einstein, mais celle de Weyl. La cause en est que Weyl lui-même prend aussi comme point de départ dans sa théorie le principe de la moindre action, tandis que ce même principe n'est pas applicable dans la théorie d'Einstein. En effet, Eddington (1), en appliquant la géométrie einsteinienne, montre que l'action n'est stationnaire que dans l'espace vide, c'est-à-dire précisément là où elle n'existe pas.

PHOTO-ÉLASTICITÉ. — *Sur une méthode optique de détermination des tensions intérieures dans les solides à trois dimensions.* Note (2) de M. **Henry Favre**, présentée par M. Ch. Fabry.

La théorie générale de l'élasticité n'a pu résoudre jusqu'à présent qu'un nombre restreint de problèmes. Les états de sollicitation à trois dimensions présentent tout spécialement de grandes difficultés mathématiques. Or, s'il existe actuellement des méthodes expérimentales permettant de résoudre en toute rigueur les problèmes à deux dimensions, il n'en est pas de même en élasticité à trois dimensions. J'ai donc cru utile de donner ici l'ébauche d'une méthode optique pour la résolution expérimentale d'un problème d'élasticité absolument quelconque.

Soit un solide sollicité par un système de forces en équilibre P_1, P_2, ..., P_n. Nous supposons la matière de ce solide transparente, homogène et isotrope. Considérons un point O situé à l'intérieur. En ce point, l'état

(1) *Espace, temps et gravitation* (partie théorique), 1921, p. 110.

(2) Séance du 5 mai 1930.

de sollicitation est complètement défini : 1° par les grandeurs σ_1, σ_2, σ_3 des tensions principales relatives à ce point; 2° par trois paramètres r, s, t, fixant les directions de ces tensions. La résolution du problème se ramène donc à la détermination expérimentale des six grandeurs σ_1, σ_2, σ_3, r, s, t.

Supposons qu'un rayon lumineux, de constitution initiale connue, traverse le solide en passant par O. Si nous l'analysons à la sortie, nous ne pourrons rien en déduire quant aux valeurs des tensions relatives à ce point, car ce rayon aura été modifié par les différents états de sollicitation de la matière le long de son parcours.

Il faut donc s'arranger de telle façon qu'un rayon puisse traverser le solide en étant uniquement modifié par son passage en O. Or Pockels (1) est parvenu à fabriquer un verre qui reste isotrope lorsqu'il est mis sous tension. Construisons alors le solide en verre de Pockels, à l'exception d'un petit espace entourant le point O, où nous mettrons du verre devenant biréfringent lorsqu'il est sollicité. Un rayon passant par O sera donc uniquement modifié par la matière immédiatement voisine de ce point. En analysant ce rayon à sa sortie du solide, nous obtiendrons des indications précises sur les tensions relatives au point considéré.

Pratiquement on pourra procéder comme suit. Nous disposerons à l'intérieur du solide, dont la masse est faite de verre de Pockels, des petits prismes de verre ordinaire à section carrée de quelques millimètres de côté, et passant autant que possible par les points où l'on veut déterminer les tensions. Nous supposerons que les faces opposées de chaque prisme soient bien parallèles et recouvertes d'une légère couche d'argent, de façon à permettre la production des franges des lames argentées, franges que l'on doit à MM. Fabry et Perot (2).

Considérons le prisme passant par le point O. Soit $Oxyz$ un système d'axes cartésien dont l'origine est en O, l'axe Oz parallèle aux arêtes du prisme, et les axes Ox et Oy respectivement perpendiculaires aux faces. Faisons passer par O un rayon monochromatique dont le support coïncide avec l'axe Ox. Le solide n'étant pas sollicité, on observera par transmission des franges brillantes fines : ce sont les lignes d'égale épaisseur optique relatives à la direction Ox. Si nous appliquons les forces P, les franges se

---

(1) Pockels, *Lehrbuch der Kristalloptik*, p. 460 et suiv. Teubner, 1906.

(2) Récemment, M. Fabry a montré qu'il est possible d'utiliser ces franges pour résoudre les problèmes d'élasticité à deux dimensions (*Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 457).

dédoubleront. En mesurant les deux déplacements relatifs aux franges primitives, on obtiendra deux grandeurs δ_x et δ'_x qui ne sont autres que les doubles des variations de l'épaisseur optique. A l'aide d'un analyseur, il sera possible de faire disparaître l'un ou l'autre système de franges ([1]).

Soit α_x l'angle que fait la section principale de l'analyseur avec l'axe Oz au moment où il y a disparition d'un des systèmes.

On pourra donc en définitive mesurer les trois grandeurs δ_x, δ'_x et α_x relatives à la direction Ox. Il sera également possible de mesurer les grandeurs analogues δ_y, δ'_y, et α_y relatives à la direction Oy.

Or, en se basant sur la théorie deNeumann ([2]), il est possible d'établir les relations entre δ_x, δ'_x, α_x, δ_y, δ'_y, α_y et les six autres grandeurs σ_1, σ_2, σ_3, r, s, t. La résolution de ce système de six équations à six inconnues donnera donc l'état de tension en O.

Pour simplifier les manipulations il sera commode d'immerger entièrement le solide dans un liquide dont l'indice de réfraction est égal à celui du verre de Pockels utilisé.

Remarque I. — En utilisant des prismes hexagonaux, on pourrait faire la mesure de 9 quantités, et l'on obtiendrait 9 équations entre les six grandeurs σ_1, σ_2, σ_3, r, s, t, ce qui permettrait de faire en chaque point la vérification des résultats obtenus.

Remarque II. — On objectera peut-être qu'une fois les tensions obtenues dans le solide de verre, les résultats ne seront pas valables pour un solide semblable d'une matière quelconque, car la répartition des tensions en élasticité à trois dimensions dépend du coefficient de Poisson η. Mais on doit remarquer : 1° que ce coefficient varie peu d'une matière à l'autre (ses valeurs extrêmes sont 0 et 0,5); 2° qu'il n'intervient, dans les équations générales d'élasticité, que dans l'expression $\frac{1}{1+\eta}$ qui est donc comprise entre 1,000 et 0,666. Même dans les cas extrêmes il n'y aura donc pas des répartitions très différentes des tensions.

([1]) Fabry, *loc. cit.*

([2]) Neumann, *Die Gesetze der Doppelbrechung des Lichtes in komprimierten oder ungleichförmig erwärmten unkrystallinischen Körpern*, 1841 (*Gesammelte Werke*, 3, 1912; Teubner, Leipzig).

SPECTROSCOPIE. — *Structure de la raie 6708 du lithium.* Note de M. **A. Bogros**, transmise par M. A. Cotton.

La structure de la raie 6708, la première de la série principale du lithium (symbole 2S-2P), a fait l'objet d'assez nombreuses recherches expérimentales. Il est depuis longtemps établi qu'elle comporte deux composantes principales correspondant au doublet D_1D_2 du sodium et dont l'intervalle est d'environ 0,15 Å. D'autre part différents auteurs ont affirmé l'existence, en dehors de ce doublet, d'une ou de plusieurs autres composantes. L'examen critique des résultats obtenus jusqu'à présent semblait conduire à admettre seulement la présence d'une troisième composante d'intensité plus faible et de plus grande longueur d'onde que les deux composantes principales. On peut expliquer l'origine de ce satellite en l'identifiant à la composante de plus grande longueur d'onde de l'isotope 6 du lithium. La deuxième raie de la paire coïnciderait à peu près avec la composante de plus grande longueur d'onde de l'isotope 7, et l'écart entre les deux doublets serait sensiblement égal à l'écart entre les deux raies d'un même doublet (1).

J'ai repris ce problème expérimental en utilisant les jets atomiques qui m'avaient déjà permis d'observer la résonance de la vapeur de lithium (2), et j'ai pu ainsi confirmer et préciser les conclusions énoncées ci-dessus.

La méthode consiste essentiellement à analyser la raie d'absorption qui apparaît, vers 6708 Å, dans un faisceau de lumière traversant un jet atomique de lithium suivant une direction perpendiculaire à celle du jet lui-même (3). L'avantage de cette méthode est que les atomes absorbants sont soustraits à toute influence perturbatrice pouvant élargir ou compliquer la raie (champ électrique, champ magnétique, chocs) et que, d'autre part, l'élargissement par effet Doppler est considérablement réduit, la composante de la vitesse d'un atome dans la direction du faisceau éclairant ne pouvant atteindre qu'une petite fraction de la vitesse totale.

Le dispositif expérimental comporte : 1° une source de lumière; 2° le système absorbant; 3° le spectroscope interférentiel (lame de Lummer).

---

(1) C'est à ces conclusions que se sont arrêtés Schuler et Wurm (*Naturwissensch.*, 15, 1927, p. 971-972).

(2) A. Bogros, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 124; A. Bogros et J. Rocard, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1712.

(3) L'éclat du jet lui-même est trop faible pour qu'il soit possible d'analyser la raie qu'il émet par résonance au moyen d'un appareil à grand pouvoir de résolution.

La source est constituée par la flamme d'un chalumeau à gaz d'éclairage et oxygène, dans laquelle est maintenu un fragment d'un verre au lithium [1]. La lumière émise est filtrée par un écran Wratten n° 29. On obtient ainsi un faisceau constitué par une raie unique de longueur d'onde 6708 Å, avec une largeur de quelques dixièmes d'angström, juste assez faible pour éviter l'empiètement des spectres successifs formés par la lame de Lummer. Le jet absorbant est obtenu à l'aide d'un dispositif déjà décrit [2]. La lumière qui a traversé le jet est analysée par une lame de Lummer en quartz de 13^{cm} de long, précédée d'un nicol dont la petite diagonale est perpendiculaire à la lame. Les faisceaux sortant de la lame sont reçus par un objectif de 427^{mm} de distance focale au foyer duquel est placée une plaque sensible au rouge. Le temps de pose a varié de 5 à 15 minutes suivant les plaques utilisées, qui étaient des plaques panchromatiques.

Si la température du four d'où sortent les jets est maintenue inférieure à 400°, on observe sur les clichés la raie large émise par la source. Vers 500° apparaissent dans la raie d'émission, à peu près symétriquement par rapport à son centre, deux raies d'absorption très étroites; vers 650°, outre ces deux premières raies élargies apparaît une troisième raie d'absorption fine, située par rapport aux deux premières du côté des grandes longueurs d'onde, les deux intervalles définis par les trois raies étant sensiblement égaux [3]. Les clichés obtenus m'ont permis de mesurer avec précision ces deux intervalles. Ces mesures ont été rendues plus faciles par l'emploi du microphotomètre enregistreur de MM. Chalonge et Lambert. Elles ont donné les résultats suivants :

Intervalle entre les deux composantes principales $\left(\text{raies } 2S - 2P_{\frac{1}{2}}\right.$ et $\left.2S - 2P_{\frac{3}{2}} \text{ du lithium } 7\right)$ .... 0,150 Å

Intervalle entre le satellite $\left(\text{raie } 2S - 2P_{\frac{1}{2}} \text{ du lithium } 6\right)$ et la composante de plus grande longueur d'onde du doublet principal $\left(2S - 2P_{\frac{1}{2}} \text{ du lithium } 7\right)$ .... 0,156 Å

---

(1) Ce verre est obtenu par fusion d'un mélange, en proportions convenables, de silice (5^g), de lithine (2^g) et de borate de lithium (2^g).

(2) A. Bogros, *loc. cit.*

(3) Les observations visuelles confirment ces résultats, mais ne permettent pas des mesures précises.

Le premier de ces résultats coïncide sensiblement avec ceux des mesures antérieures, mais paraît comporter une précision supérieure (erreur relative maximum de quelques centièmes). Le deuxième, d'une précision un peu moindre, semble constituer la première détermination précise de la position du satellite.

La quatrième composante théoriquement prévue $\left(2S - 2P_{\frac{3}{2}}\right)_6$ serait trop voisine de $\left(2S - 2P_{\frac{1}{2}}\right)_7$ pour pouvoir en être séparée.

Quant aux intensités relatives des différentes composantes, leurs valeurs approchées peuvent être déduites des nombres mesurant la tension de vapeur du lithium aux températures où elles apparaissent. Les premiers résultats obtenus dans cette voie ne sont pas en contradiction avec l'hypothèse suivant laquelle les deux composantes principales seraient émises par l'isotope 7 du lithium, le satellite par l'isotope 6, le rapport des concentrations des deux isotopes dans la vapeur ayant la valeur que l'on déduit de la masse atomique chimique, soit 16 environ.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la centrifugation des solutions chlorhydriques de polonium.* Note (¹) de Mlle **C. Chamié** et M. **Marcel Guillot**, présentée par M. Jean Perrin.

On sait que le polonium (²), en solution faiblement chlorhydrique, se fixe sur les parois des vases ou sur les filtres. D'autre part l'un de nous (³) a mis en évidence, par la méthode photographique, dans des solutions chlorhydriques d'acidités diverses l'existence de groupement d'atomes. Divers auteurs (⁴) supposent que ces associations se forment par adsorption du polonium à la surface de micelles de silice colloïdale, toujours présentes dans les solutions acides. O. Hahn et O. Werner (⁵) expliquent les impressions photographiques par une hydrolyse du chlorure de polonium, suivie de précipitation en particules extrêmement ténues.

Pour contrôler ces hypothèses, nous avons eu recours à la centrifugation.

---

(1) Séance du 12 mai 1930.

(2) Irène Curie, *Journ. Chimie Phys.*, **22**, 1925, p. 486.

(3) C. Chamié, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1243; **185**, 1927, p. 770 et 1277; **186**, 1928, p. 1838; *Journ. de Phys. et Radium*, **10**, 1929, p. 44.

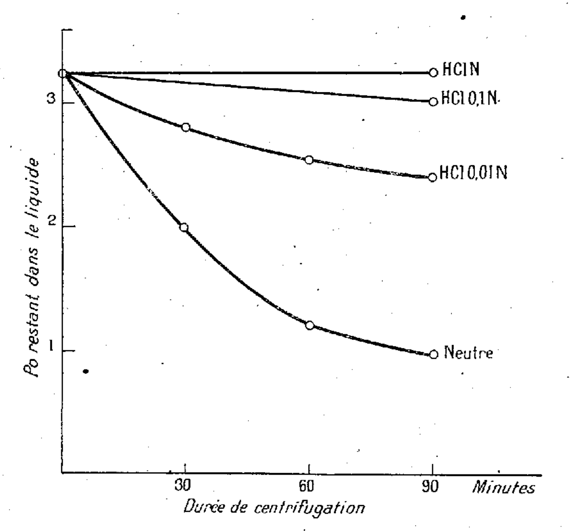
(4) H. Herszfinkiel et H. Jedrzejowski, *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1167.

(5) O. Hahn et O. Werner, *Naturwissenschaften*, **49**, 1929, p. 961.

qui permet d'étudier la précipitation de traces de radioéléments, sans addition d'aucun entraîneur matériel.

Le mode opératoire était le suivant : une solution de Po, d'acidité connue, était centrifugée à 6000 tours par minute, dans un tube en verre. Au bout d'un temps déterminé, on arrêtait la centrifugation, on versait le liquide dans un deuxième tube, et l'on mesurait l'activité du dépôt fixé sur les parois du tube centrifugé (en faisant la correction correspondant aux gouttelettes de liquide qui restent toujours adhérentes aux parois). Puis on continuait pour le tube suivant, et ainsi de suite. Après la dernière centrifugation, on mesurait l'activité de la totalité du liquide restant.

En traitant des solutions d'acidité variable, on constate qu'en milieu chlorhydrique normal, le polonium reste totalement en solution à $\frac{1}{200}$ près. En milieu décinormal, on obtient une très faible précipitation qui devient au contraire importante en milieu centinormal. Enfin, en milieu neutre, le polonium est précipité presque totalement (98 pour 100 en 4 heures et



Courbes de centrifugation de solutions d'acidité variable et d'acidité constante (3,26 U. E. S. de Po en 4^{cm^3}).

demie, pour 23 U. E. S. par centimètre cube), si l'activité est assez forte. Pour les plus faibles activités, le pourcentage décroît, par suite de la solubilisation d'une petite quantité du composé hydrolysé. L'addition d'une trace de chlorure d'ammonium augmente la précipitation. Au contraire, si l'on a effectué la neutralisation dans une solution contenant 50 pour 100 de glycérine, la précipitation est considérablement diminuée. Enfin, en opérant

dans les mêmes conditions (avec 3,26 U. E. S. dans 4^{cm^3}) et en faisant seulement varier l'acidité, on obtient des courbes régulières, qui montrent qu'il s'agit d'un phénomène de précipitation, sous forme colloïdale, d'un produit d'hydrolyse extrêmement insoluble dans l'eau (voir la figure). On constate, d'autre part, que la quantité de Po qui se fixe sur les parois du tube en 3 jours sans centrifugation équivaut à celle qui se fixe en 15 minutes de centrifugation (en milieu centinormal).

Ces résultats sont en parfait accord avec les expériences de O. Hahn et O. Werner sur l'hydrolyse de ThC. Par contre, puisque en milieu chlorhydrique normal, aucune portion appréciable de l'activité n'est centrifugeable, on doit s'attendre à ne pas y trouver de groupements d'atomes par la méthode photographique. Or, si l'on plonge dans une solution suffisamment active de Po une lame de verre recouverte de vaseline, et si ensuite on applique cette lame vaselinée sur une plaque photographique, on observe une multitude de groupements qui se sont fixés sur la vaseline en des points non mouillés par la solution.

Pour savoir si une adsorption par la silice colloïdale peut être la cause du phénomène, nous avons centrifugé des solutions chlorhydriques normales de Po, additionnées de quantités connues d'hydrosol de silice. Le dépôt obtenu par centrifugation n'a pas entraîné de quantités appréciables de Po. Dans la même solution, riche en silice colloïdale, nous avons effectué un dépôt électrolytique sur lame d'argent. La totalité de Po s'est fixée sur la lame très rapidement, ce qui n'aurait pas eu lieu dans le cas d'une adsorption très sélective du Po par la silice.

Conclusion. — On obtient des impressions photographiques de groupements d'atomes de Po avec des solutions chlorhydriques normales suffisamment actives, qui ne donnent aucun précipité par centrifugation. Il nous reste à examiner si ces groupements préexistent dans la solution, ou s'ils se forment au contact de la paroi sur laquelle on les photographie.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude du mécanisme de la corrosion des duralumins par l'eau de mer.* Note de MM. **E. Herzog** et **G. Chaudron**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Les différents points de la surface d'un échantillon de duralumin plongé dans l'eau de mer ou dans une solution de chlorure de sodium fonctionnent comme des électrodes de piles en court circuit. L'oxygène dissous dans le

liquide élimine l'hydrogène qui recouvre les surfaces cathodiques; il s'ensuit que le débit de ces éléments locaux et par conséquent la corrosion du métal dépend de la teneur en oxygène de la liqueur d'attaque ([1]).

On peut donc accélérer les essais de corrosion par addition d'eau oxygénée (méthode de Mylius) ([2]), ou bien encore, comme nous l'avons fait, en saturant sous pression le liquide d'attaque par de l'oxygène. Nous nous sommes proposé de comparer le mécanisme de ces deux méthodes d'essais.

Les éprouvettes immergées dans de l'eau de mer ou dans une solution de chlorure de sodium à 3 pour 100 étaient placées dans une bombe où l'on pouvait obtenir une pression d'oxygène allant jusqu'à 130^{atm}. Dès la pression de 10^{atm}, la corrosion est très rapide et l'on obtient en 24 heures des attaques du même ordre que celles qui demanderaient 5 ou 6 mois dans des conditions normales. Jusqu'aux pressions de l'ordre de 90^{atm}, l'attaque, c'est-à-dire la perte de poids par mètre carré, est sensiblement proportionnelle à la pression; au delà, elle n'augmente plus que très lentement.

Nous indiquerons sur le tableau ci-dessous quelques chiffres à titre d'exemple.

Influence de la pression d'oxygène sur la corrosion du duralumin par une solution de NaCl *à* 3 *pour* 100.

	Pression en atmosphères.				Conditions de l'expérience.
	30.	60.	90.	120.	
Pertes de poids en gr/m^2 par 24 heures	54	104	165	164	Immersion horizontale de la plaquette posée sur la tranche.
	20	42	60	70	Immersion verticale de la plaquette.

On peut remarquer le rôle très important que joue la position de l'éprouvette d'essai. On doit en effet prendre des précautions très minutieuses pour toujours placer l'échantillon dans les mêmes conditions si l'on veut obtenir des résultats comparables. C'est qu'en effet, à la corrosion électrochimique par éléments locaux dont nous venons de parler, se superpose une autre attaque électrochimique due à la différence de concentration en oxygène dans les différentes zones de la liqueur d'attaque. Ce phénomène déjà observé par Evans ([3]) à la pression ordinaire se trouve considérablement amplifié si l'on opère sous haute pression.

([1]) X. Waché et G. Chaudron, *Mémoires résumant les travaux de la Commission permanente d'études aéronautiques*, 1926, p. 21.

([2]) F. Mylius, *Z. f. Metallkunde*, **17**, 1925, p. 148.

([3]) V. R. Evans, *J. Inst. Met.*, **30**, 1923, p. 261.

Nous décrirons à titre d'exemple l'expérience faite sur des plaquettes de 2mm d'épaisseur, 80mm de long et 10mm de large immergées dans des tubes à essais de 15mm de diamètre placés verticalement dans la bombe. La partie supérieure plus oxygénée fonctionnera comme cathode, la liqueur deviendra fortement basique dans la moitié supérieure de l'éprouvette. Contrairement à ce qui se passe avec le fer, la corrosion des duralumins et de l'aluminium se produit surtout sur la zone cathodique.

Dans le cas de l'attaque accélérée à l'eau oxygénée on n'observe pas, bien entendu, cette influence de la position de l'éprouvette. Toutefois, on peut reproduire l'effet Evans en faisant arriver l'eau oxygénée lentement sur une partie de la surface métallique qui fonctionne alors comme cathode.

Nous avons observé que l'addition à la liqueur d'attaque de petites quantités de phosphates ou de borates alcalins, de sels de magnésium, et surtout de sels de manganèse de zinc et de titane diminuait ou même arrêtait complètement l'accélération de la corrosion par les deux méthodes indiquées. Il est donc naturel de penser que les processus chimiques sont identiques et que le dépolarisant actif serait non l'oxygène moléculaire, mais toujours l'eau oxygénée, soit ajoutée directement, soit formée d'une façon transitoire pendant la corrosion. Les produits anticorrosifs indiqués seraient capables de fixer ou de détruire l'eau oxygénée. Cette hypothèse semble bien être vérifiée par la mise en évidence dans les liqueurs d'attaque, sous pression d'une petite quantité d'eau oxygénée (coloration jaune par le sulfate de titane).

Ces observations expliqueraient pourquoi une solution de chlorure de sodium est plus active que l'eau de mer dont l'effet est atténué par la présence de sels de magnésium. De même, les causes de la protection de l'aluminium et de ses alliages par un revêtement discontinu de zinc. Enfin des alliages d'aluminium sont rendus peu attaquables à l'eau de mer par des additions de zinc, de magnésium ou de manganèse.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un nouvel anhydride diaalcoyloxysuccinique.* Note de M. P. Cordier, présentée par M. A. Béhal.

Nous avons montré [1] que l'acide anisylidènephényléthylsuccinique (I)

$$\begin{array}{l} C^6H^5 - CH^2 - CH^2 - CH - COOH \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad | \\ CH^3O - C^6H^4 - CH = C - COOH \end{array}$$

(I)

[1] *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 538.

était susceptible de donner, sous l'action de l'anhydride acétique à l'ébullition, outre l'anhydride normal, un autre anhydride, dérivé de l'acide phényléthylanisyloxysuccinique, doué de propriétés très particulières et auquel nous avons attribué la formule (II)

$$\begin{array}{l} C^6H^5 - CH^2 - CH^2 - \underset{|}{CH} \;\; - CO \\ CH^3O - C^6H^4 - CH^2 - COH - CO \end{array} \!\!\left.\vphantom{\begin{array}{l}a\\b\end{array}}\right\rangle O$$
(II)

Cette formule met en évidence les caractères bien spéciaux de cette anhydride; à savoir, d'être soluble dans les liqueurs alcalines à la manière des phénols sans ouverture de la chaîne anhydridique et de donner des éthers-oxydes par action des iodures alcooliques sur le dérivé alcalin de l'anhydride.

Du reste les propriétés de cet anhydride se trouvent être en tout point comparables à celles de l'anhydride obtenu par M. J. Bougault à partir de l'acide benzylidènephényléthylsuccinique ([1]).

I. Poursuivant nos recherches sur les conditions d'obtention de ces curieux anhydrides, nous avons préparé dans ce but l'acide benzylidènebenzylsuccinique (III)

$$\begin{array}{l} C^6H^5 - CH = \underset{|}{C} - COOH \\ C^6H^5 - CH^2 - C - COOH \end{array}$$
(III)

Cet acide a été obtenu suivant la méthode de Claisen, par condensation, dans l'éther anhydre en présence du sodium, de l'aldéhyde benzoïque avec l'éther méthylique de l'acide benzylsuccinique.

Il se rapproche par certaines propriétés analytiques des acides anisylidènephényléthylsuccinique et benzylidènephényléthylsuccinique; en particulier, son sel ammoniacal est peu soluble et est précipité totalement de ses solutions par une solution concentrée de chlorhydrate d'ammoniaque, propriété qui est avantageuse pour la purification de l'acide.

Il fond à 160°, mais se déshydrate à une température inférieure en donnant l'anhydride correspondant (IV).

$$\begin{array}{l} C^6H^5 - CH^2 - \underset{|}{CH} - CO \\ C^6H^5 - CH = C - CO \end{array} \!\!\left.\vphantom{\begin{array}{l}a\\b\end{array}}\right\rangle O$$
(IV).

Cet anhydride est également obtenu avec facilité par l'action de l'anhy-

([1]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1255.

dride acétique sur l'acide au bain-marie; au bout de 15 minutes la transformation est intégrale. Il fond à 132° et régénère par ébullition avec les solutions alcalines l'acide générateur.

II. Si l'on prolonge la durée d'action de l'anhydride acétique (3 heures à la température de l'ébullition) sur l'acide benzylidènebenzylsuccinique, on obtient un produit tout à fait différent, dont les réactions rappellent celles de l'anhydride (II). Par analogie, nous pouvons le représenter par le schéma (V)

$$\begin{array}{l} C^6H^5-CH^2-CH\text{———}CO \\ \qquad\qquad\qquad\quad | \\ C^6H^5-CH^2-COH-CO \end{array}\!\!\!\!\!>O$$

(V).

Ce nouvel anhydride cristallise difficilement dans l'alcool faible. Il fond à 55°.

Comme l'anhydride (II) il est soluble dans les liqueurs alcalines sans ouverture de la chaîne anhydridique et précipite à nouveau par acidulation. En présence d'alcali en excès, il y a ouverture de la chaîne et formation du sel de l'acide bibasique, néanmoins l'acidulation régénère l'anhydride et non l'acide bibasique attendu.

Nous avons obtenu, par action de l'iodure de méthyle en tube scellé, un éther méthylique fondant à 56°, régénérant par saponification, au moins partiellement, l'anhydride (V).

Conclusion. — De même que les acides benzylidènephényléthylsuccinique et anisylidènephényléthylsuccinique, l'acide benzylidènebenzylsuccinique subit sous l'influence de l'anhydride acétique une tautomérisation avec formation d'anhydride à fonction alcool tertiaire.

L'acidité de l'oxhydrile se trouve accentuée par le voisinage du groupement anhydridique et manifeste une activité comparable à celle d'un phénol.

La présence simultanée de deux groupements arylés substitués symétriquement dans la molécule succinique semble une condition nécessaire pour assurer la stabilité de l'oxhydrile alcoolique et permet la formation d'anhydride du type étudié.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la pyrogénation du méthane.* Note [1] de MM. **Fr. de Rudder** et **H. Biedermann**, présentée par M. C. Matignon.

Il est déjà anciennement connu que le passage du méthane dans un tube de masse réfractaire chauffé à haute température donne naissance à de faibles quantités d'éthylène, d'acétylène et autres hydrocarbures appartenant à ces deux séries de carbures non saturés. Berthelot avait déjà signalé ce phénomène.

Pour pouvoir déterminer avec certitude les produits de la pyrogénation du méthane et leurs proportions relatives en fonction des variables qui règlent la réaction : température, pression et durée de chauffage (temps pendant lequel le gaz est soumis à l'action de la chaleur) nous avons utilisé uniquement du méthane préparé aussi pur que possible.

Nous avons établi un appareillage permettant la pyrogénation régulière de ce méthane dans tous les intervalles de températures de 900 à 1500° C. sous des pressions variant de 20^{mm} à 760^{mm} de Hg et avec des vitesses de passage extrêmement variées tout en ayant un contrôle complet et permanent des quantités et natures des gaz de départ et gaz pyrogénés.

Enfin, nous avons utilisé une méthode d'analyse rigoureuse permettant d'affirmer la présence et de doser au maximum d'exactitude dans leurs mélanges les gaz que nous allions rencontrer dans nos travaux : CH^4, H^2, C^2H^2, C^2H^4, CO, CO^2, O^2 et N^2.

Avec ces éléments soigneusement étudiés et mis au point, et par une suite d'expériences méthodiques, nous avons pu établir d'une façon certaine et précise toutes les conditions de la pyrogénation du méthane entre 900 et 1500° C. Le tableau ci-après donne les résultats de quelques-unes de nos expériences, résultats que nous pouvons condenser dans les conclusions suivantes :

1° Au-dessous de 1000° C., il n'y a aucune décomposition intéressante, au point de vue pratique.

2° La dissociation du méthane en éthylène passe par un maximum situé à 1200° C. sous 100^{mm} de Hg et ce maximum est de 4 pour 100 dans le gaz final.

3° La dissociation du méthane en acétylène croît assez rapidement avec la température; à 1500° C. sous 40^{mm} de Hg elle atteint 15 pour 100 dans le gaz final, soit 58 pour 100 de la théorie.

4° Les conditions à réaliser pour obtenir un bon rendement dans la transformation

---

[1] Séance du 12 mai 1930.

du méthane en acétylène sont : *une température*, *une pression* et *une vitesse de passage* convenablement choisies. *La température semble être le facteur le plus important.*

5° Pour chaque température il existe un intervalle de durée de chauffage pour lequel le pourcentage en acétylène obtenu est maximum et ces limites deviennent très rapidement de plus en plus étroites à mesure que la température s'élève :

TABLEAU I.

Température.	Volume du tube.	Débit l/h.	Durée de chauffage.	Pression.	Analyse du gaz pyrogéné. CH^4.	H^2.	C^2H^2.	C^2H^4.	Méthane transformé en charbon.	en °/₀ C^2H^2.	Méthane non décomposé.
°	cm³		sec	mm							
900...	206	9,6	75	760	84,8	8,9	0,2	1,6	3,0	4,0	93,0
1000...	28,8	13,5	0,7	87	–	3,8	–	0,2	3,5	0,5	96,0
1000...	206	150	4,9	760	83,4	14,0	0,5	1,7	5,0	4,0	91,0
1000...	34,7	79	15,8	760	42,1	55,1	–	1,8	36,0	5,0	59,0
1000...	28,8	1,8	58	760	34,7	64,0	–	0,9	46,0	2,0	52,0
1200...	28,8	20,2	0,36	53	–	6,55	–	0,9	2,5	2,5	95,0
1200...	28,8	13,7	0,8	81	–	13,0	–	2,2	4,5	4,5	91,0
1200...	28,8	7,1	2,0	105	–	29,0	2,3	3,4	9,0	14,0	77,0
1300...	5,02	67	0,05	151	64,4	27,4	2,7	1,7	9,0	11,0	80,0
1300...	5,02	19,3	0,14	118	33,6	57,1	6,0	0,9	28,5	21,0	50,5
1300...	5,02	6,55	0,51	142	13,8	76,1	6,6	0,6	49,0	26,0	25,0
1400...	5,02	74,0	0,043	134	17,8	73,6	5,6	0,1	48,0	20,0	32,0
1400...	5,02	18,2	0,1	82	21,7	55,9	11,0	1,5	17,5	44,0	38,5
1400...	5,02	6,2	0,13	34	21,9	63,5	10,6	0,9	25,0	38,0	37,0
1500...	0,38	17,7	0,007	60	52,7	34,2	6,7	3,3	4,5	26,0	70,6
1500...	0,38	6,0	0,013	44	21,5	59,4	14,85	1,3	10,5	52,5	37,0
1500...	1,25	2,2	0,2	73	2,2	30,6	14,4	–	37,0	58,2	4,54

TABLEAU II.

1000°	4 à 15 secondes.
1200	1 à 2 »
1300	$\frac{1}{7}$ à $\frac{1}{2}$ »
1400	$\frac{1}{20}$ à $\frac{1}{7}$ »
1500	$\frac{1}{100}$ à $\frac{1}{5}$ »

6° Ces limites de durée de chauffage correspondent à des pourcentages bien plus élevés en méthane non dissocié dans le gaz pyrogéné vers la limite inférieure que vers la limite supérieure, ce qui montre nettement que la vitesse de dissociation du méthane croît plus rapidement avec la température que celle de l'acétylène. Raison pour laquelle précisément il est possible de préparer l'acétylène à partir du méthane avec des rendements intéressants.

7° La dissociation en acétylène s'accompagne toujours de la destruction d'une quantité plus ou moins notable de méthane en carbone et hydrogène.

8° La réaction n'est aucunement sensible à l'action spécifique de catalyseurs très divers, HCl, Th, SiO^2, Ni.

9° La vitesse de la dissociation croît quand la surface de la chambre de réaction augmente par rapport au volume, toutes autres conditions étant égales, ce qui équivaut à dire : quand la vitesse d'échauffement du gaz augmente.

10° La présence dans le méthane initial de gaz étrangers agissant comme diluants inertes n'influe pas pratiquement sur le rendement en acétylène calculé sur le méthane existant au départ, même à haute concentration.

Confrontés avec les prévisions de la thermodynamique, nos résultats montrent un accord parfait ([1]).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Configuration des molécules dans l'espace. Absorption dans l'ultraviolet des groupes* CH^3 *et* CH^2. Note ([2]) de Mme **Ramart-Lucas**, Mlle **Biquard** et M. **Grunfeldt**, présentée par M. M. Delépine.

L'absorption des radiations ultraviolettes par un composé organique dépend de la présence dans ce composé de certains groupements d'atomes ou chromophores (et de leur distance respective s'ils sont susceptibles d'une action mutuelle) ([3]).

On peut donc espérer établir des relations entre la structure des combinaisons organiques et leur absorption dans l'ultraviolet si l'on connaît l'influence exercée dans cette région du spectre par chaque chromophore.

Il est important de connaître tout d'abord l'influence des groupes CH^3 et CH^2 puisqu'ils font essentiellement partie des composés organiques.

On aurait pu prévoir que cette influence devait être très faible, sinon nulle, dans la région $\lambda > 2200$ Å pour les raisons suivantes :

1° Les carbures saturés $C^n H^{2n+2}$ ne possèdent aucune bande d'absorption dans cette région (ils servent d'ailleurs de solvants pour la mesure des coefficients d'absorption).

2° On a constaté que le coefficient d'absorption des éthers $R.COO.C^nH^{2n+1}$ est le même quel que soit n.

Il était pourtant nécessaire de vérifier expérimentalement que les groupes

---

([1]) Les détails des expériences seront donnés dans un Mémoire détaillé, publié dans un autre recueil.

([2]) Séance du 12 mai 1930.

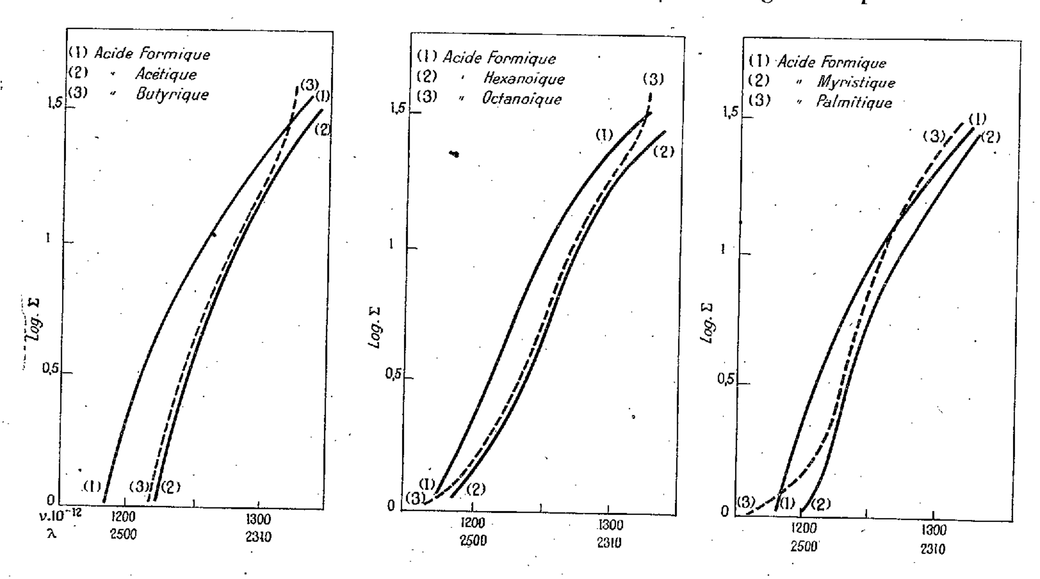
([3]) Mme Ramart-Lucas et F. Salmon-Legagneur, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 492.

CH^3 et CH^2 n'avaient qu'une influence négligeable vis-à-vis de celle des chromophores qui possèdent des bandes d'absorption pour des radiations > 2200 Å. Il suffisait pour cela de mesurer des séries homologues de composés à chaîne normale, ne possédant qu'une fonction, et de constater que la courbe d'absorption de ces composés n'est pas déplacée à mesure que l'on monte dans la série.

Nous avons commencé cette étude en mesurant l'absorption des monoacides gras à chaîne normale : acides formique, acétique, butyrique, hexanoïque, octanoïque, laurique, myristique, palmitique, stéarique. Nous avons constaté :

1° Que l'acide formique est de tous ces acides celui qui possède sa courbe d'absorption le plus près du visible;

2° Que le coefficient d'absorption des acides homologues supérieurs est



sensiblement le même pour des longueurs d'onde comprises entre 2555 et 2200 Å.

Nous donnons ici les courbes d'absorption de la plupart des acides étudiés. Sur chacun des graphiques, nous avons inscrit la courbe de l'acide formique comme repère. L'absorption a été mesurée dans de l'alcool à 95° (les acides homologues de l'acide butyrique étant trop peu solubles dans H^2O).

Nous avons vérifié que, en solution aqueuse, les acides acétique et butyrique ont sensiblement même coefficient d'absorption dans cette région du spectre.

En résumé, les monoacides saturés $C^nH^{2n+1}CO^2H$ *à chaîne normale possèdent (en solution alcoolique) pour les radiations ultraviolettes (comprises entre* 2500 *et* 2200 Å) *sensiblement le même coefficient d'absorption quel que soit n. Par suite, bien que le contraire paraisse généralement admis, les groupements* CH^3 *et* CH^2 *ne peuvent être considérés comme des chromophores dans cette région du spectre.*

Pour atteindre ce résultat, il nous a fallu apporter le plus grand soin à débarrasser les acides fournis par le commerce d'impuretés absorbantes. La difficulté a été telle pour certains d'entre eux que nous avons dû en faire la synthèse (acide butyrique, hexanoïque, octanoïque).

CHIMIE TINCTORIALE. — *Influence des substitutions sur la nuance des dérivés sulfonés de stilbène.* Note de MM. **A. Wahl** et **Jonica**, présentée par M. C. Matignon.

L'un de nous a décrit en 1903 l'acide nitroaminostilbène disulfonique qui s'obtient aisément, sous la forme de son sel monosodique, cristallisé, quand on soumet le dinitrostilbène disulfonate de sodium à la réduction partielle par le sulfure de sodium [1].

Le dérivé nitroaminé se dissout dans l'eau avec une coloration orangé et cette solution teint la laine à la manière des colorants acides en orangé assez vif. Au contraire l'acide dinitrostilbène disulfonique se fixe sur la laine en la colorant en jaune verdâtre très pâle. Cette grande différence nous a engagés à rechercher l'influence exercée sur la nuance quand on substitue au groupe aminé d'autres éléments ou groupes d'éléments.

Nous avons préparé les composés, répondant à la formule générale dissymétrique

$$NO^2\langle C_6H_3(SO^3H)\rangle CH = CH\langle C_6H_3(SO^3H)\rangle X$$

dans laquelle X représente Cl, Br; I, CN; OH; OCH^3, H, NH(COH), $NH(COCH^3)NH$.

Aucun de ces dérivés n'était connu ; nous les avons obtenus en soumettant le diazoïque de l'acide nitroaminodisulfonique à la réaction classique de Sandmeyer-Gattermann dans le cas des composés halogénés et hydroxylé ;

[1] A. Wahl, *Bull. Soc. chim.*, 29, 1903, p. 345.

quant aux composés acylés, ils ont été préparés respectivement par formylation en présence de formiate de sodium sec, par l'anhydride acétique en milieu aqueux et par la benzoylation suivant Schollen-Baumann. Les acides ou les sels qu'il fut possible d'isoler sous forme cristallisée ont été analysés. Le remplacement de NH^2 par les halogènes et par l'hydroxyle fait virer la nuance de l'orangé vers le jaune. La nuance des dérivés halogénés devient plus orangée quand on remplace Cl par Br ou I : ce fait est d'ailleurs conforme à ce que l'on connaît dans le cas des éosines et des érythrosines. L'acylation de NH^2 fournit des produits qui teignent la laine en jaune verdâtre très pur et solide à la lumière. La nuance des dérivés acétylé et benzoylé est comparable à celle de la tartrazine mais leur pouvoir colorant n'est environ que moitié de celui de ce dernier colorant.

Afin d'étudier les colorants azoïques se rattachant aux composés précédents nous avons réduit le groupe nitré, ce qui nous a fourni les acides aminés substitués de la formule générale

$$NH^2\langle C_6H_3(SO^3H)\rangle CH = CH\langle C_6H_3(SO^3H)\rangle X.$$

On ne connaissait jusqu'ici aucun composé de cette série; ils seront décrits dans un autre Recueil. La diazotation et la copulation avec le β-naphtol d'une part, et avec le sel R d'autre part, a donné des colorants. L'un de nous a déjà signalé que, contrairement aux colorants azoïques préparés au départ de l'acide diaminostilbène disulfonique qui teignent le coton, ceux qui se rattachent à l'acide nitroaminé ne présentent aucune affinité pour cette fibre. Ils teignent la laine en bain acide. Ceux qui résultent de la copulation avec le β-naphtol sont rouges tandis que ceux du sel R sont plus violacés; mais, dans les deux cas, la nuance n'est que faiblement affectée par la nature des substitutions.

Ainsi que l'un de nous l'a montré, en collaboration avec Green [1], la liaison stilbénique peut être facilement rompue par les oxydants; en particulier, le permanganate de potassium transforme presque quantitativement l'acide dinitrostilbènedisulfonique en acide *p*-nitrobenzaldéhyde-orthosulfonique

$$NO^2\langle C_6H_3(SO^3H)\rangle CH = CH\langle C_6H_3(SO^3H)\rangle NO^2 + O^2 = 2\left|NO^2\langle C_6H_3(SO^3H)\rangle CHO\right|.$$

---

(1) GREEN et WAHL, *Berichte der d. Chem. G.*, 30, 1897, p. 3100.

On connaît l'importance des acides benzaldéhyde-orthosulfoniques pour la fabrication des colorants du triphénylméthane solides aux alcalis depuis que Suais et Bandmeyer ont démontré que cette solidité tient à la présence du groupe sulfo en ortho. Mais on connaît moins bien les modifications qu'apportent dans la nuance les substitutions en para dans le noyau de l'aldéhyde. Pour faire cette étude nous avons dû préparer d'abord les dérivés stilbéniques symétriques

$$X\langle C_6H_3(SO^3H)\rangle CH = CH\langle C_6H_3(SO^3H)\rangle X$$

en soumettant l'acide diaminé correspondant à la réaction de Sandmeyer-Gattermann. Quelques-uns de ces composés avaient déjà été mentionnés dans les brevets mais n'avaient pas fait l'objet de travaux scientifiques. Nous en avons préparé des sels cristallisés qui ont été analysés.

Enfin l'oxydation permanganique a fourni les acides benzaldéhyde-orthosulfoniques, possédant un élément ou un groupe d'éléments para.

Certaines de ces aldéhydes sont également mentionnées dans les brevets, nous les avons analysées ainsi qu'un assez grand nombre de leurs dérivés caractéristiques; semicarbazones, hydrazones, phényl et *p*-nitrophényl-hydrazones.

Ces diverses aldéhydes ont été condensées avec la diméthylaniline et les acides leucosulfoniques ont été transformés en colorants du triphénylméthane par oxydation par PbO^2.

Au point de vue de la nuance, le colorant dérivé de la *p*-nitrobenzaldéhyde orthosulfonée a donné à la teinture des nuances bleu vert assez ternes; la substitution du groupe nitré par Cl, Br, CN fait virer la nuance au bleu verdâtre plus pur. Quant aux dérivés formyl et acétylparaaminés, ils fournissent des nuances franchement bleues.

LITHOLOGIE. — *Les causes de la différenciation des charbons.* Note (1) de M. **A. Duparque**, transmise par M. Ch. Barrois.

J'ai démontré antérieurement (2) que c'est la nature des dépôts initiaux qui a déterminé la formation de *Gayets* (Cannel-Coals et Bogheads) et de

(1) Séance du 12 mai 1930.

(2) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 475; *Annales Soc. géol. Nord*, 51, 1926, p. 403.

houilles à hautes teneurs en matières volatiles (houille de Cutine, M. V. > 26 pour 100) dans la partie sud, et de *houilles à teneurs moyennes ou faibles en M. V.* (houille ligno-cellulosiques M. V. < 26 pour 100) dans la région nord du Bassin du Nord et du Pas-de-Calais. Si l'on met à part le cas spécial des Bogheads ou charbons d'algues, les dépôts initiaux qui ont donné naissance aux Cannel-Coals et aux différents types de houille étaient de deux types bien distincts, puisque certaines de ces roches sont aujourd'hui caractérisées par des débris végétaux cutinisés (spores, cuticules), tandis que les autres ne renferment, comme éléments organisés, que des menus fragments de tissus lignifiés (bois, sclérenchyme).

Cette différenciation des dépôts primordiaux, dont les compositions chimiques devaient être sensiblement constantes dans chaque cas, explique bien la formation simultanée des deux grandes classes de charbon, mais se révèle impuissante à rendre compte de la formation non moins simultanée des types secondaires de houille que l'on peut distinguer dans chacune de ces classes. *La différenciation dans chaque classe des types secondaires de houille ne peut donc être que la résultante d'actions postérieures au dépôt.*

Des différentes catégories d'actions secondaires ([1]), *seules des variations dans les conditions de dépôt* semblent avoir pu modifier diversement les deux types d'accumulations végétales.

Or, si l'on admet, comme je l'ai fait antérieurement, que les houilles ligno-cellulosiques, les houilles de Cutine et les Cannel-Caols représentent des types de dépôt de plus en plus profonds ou d'eaux de plus en plus calmes et que l'une des rives de la lagune houillère se trouvait au nord du gisement actuel, la théorie de Stevenson explique de façon satisfaisante tous les phénomènes observés dans le bassin houiller du Nord.

En effet, dans ces conditions *l'épaisseur de la lame d'eau* recouvrant les différents dépôts végétaux *augmentait du Nord vers le Sud*, de sorte que les parties les plus septentrionales des dépôts ligno-cellulosiques étaient recouvertes par une lame d'eau relativement mince et se trouvaient placées dans un milieu contenant toujours de l'oxygène en proportions assez élevées. Dans un tel milieu les réactions chimiques ou biochimiques provoquaient la formation en grandes quantités, aux dépens de l'amas organique, de méthane (CH^4) et de gaz carbonique (CO^2), et les accumulations végétales perdaient rapidement une notable proportion de leur carbone susceptible

(1) A. Duparque, *Ann. Soc. géol. Nord*, 52, 1927, p. 212 et 225; *Bull. Soc. géol. France*, 4e série, 28, 1928, p. 455.

de donner facilement des combinaisons volatiles. Les quantités d'oxygène étant toutefois trop faibles pour permettre la destruction totale, il restait finalement des résidus fortement enrichis en carbone fixe à partir desquels se sont différenciées les *houilles anthraciteuses* (houilles ligno-cellulosiques gélifiées, $\text{M. V.} < 18$ pour 100). Au contraire les dépôts ligno-cellulosiques situés plus au Sud que les précédents, recouverts par des lames d'eau plus épaisses, ont évolué en milieu moins oxygéné, et ayant subi un amaigrissement moindre ont pu donner naissance aux *houilles à coke* (houilles ligno-cellulosiques, $18 < \text{M. V.} < 26$ pour 100).

Les dépôts de spores et de cuticules s'accumulaient généralement dans des zones assez profondes où les variations d'épaisseur de la lame d'eau suffisaient, néanmoins, pour réaliser des milieux plus ou moins oxygénés où ils ont subi des amaigrissements différents qui ont permis la formation, à partir de masses végétales primitivement identiques, des *houilles grasses maréchales* ($26 < \text{M. V.} < 32$ pour 100), des *houilles grasses à gaz* ($32 < \text{M. V.} < 40$ pour 100) et des *houilles sèches à longues flammes* ($40 < \text{M. V.} < 45$ pour 100) qui sont toutes des charbons de spores ou de cuticules, mais occupent dans le gisement des zones de plus en plus méridionales.

Là où la lame d'eau était encore plus épaisse et où les dépôts étaient moins importants, par suite de l'éloignement du rivage, en milieu privé d'oxygène l'amaigrissement était presque nul, et les résidus très riches en matières volatiles donnaient naissance aux *Cannel-Coals* ($40 < \text{M. V} < 60$ pour 100).

Enfin, plus au large encore, là où n'arrivaient plus les débris végétaux terrigènes, s'accumulaient sur les fonds, en eaux profondes totalement privées d'oxygène, les dépouilles d'un plancton riche en algues gélosiques et huileuses; dépôts très riches en matières volatiles qui ont donné naissance aux *Bogheads* ou *charbons d'algues* ($55 < \text{M. V.} < 66$ pour 100).

En règle générale, l'amaigrissement des dépôts riches en cutine a été assez faible pour que le produit final contienne encore plus de 26 pour 100 de M. V. Dans certaines circonstances, assez rares dans notre bassin houiller (1), cet amaigrissement a été suffisant pour aboutir à la formation de houilles anthraciteuses.

Enfin, il convient de remarquer que la tranquillité de l'eau influençait

(1) Je n'ai rencontré jusqu'ici qu'un seul exemple de houille anthraciteuse contenant des spores. Cette houille provient de la concession de Bruay.

également les conditions de dépôt, une lame d'eau très calme pouvant jouer le même rôle qu'une lame d'eau beaucoup plus épaisse, mais agitée et par conséquent aérée.

En résumé, la différenciation des roches combustibles a été déterminée très tôt, peu de temps après leur formation, *par le jeu de conditions de dépôt variées* agissant *sur des accumulations végétales de natures différentes*. Les variations graduelles de ces conditions de dépôt dans une direction donnée expliquent l'amaigrissement progressif des veines de houille, du Nord de la France, du Sud vers le Nord (¹) et la localisation des lits de gayets (Cannel Coals et Bogheads) dans le sud du gisement.

GÉOLOGIE. — *Sur le Crétacé du littoral gabonais.*
Note (²) de M. **Jean Lombard**, présentée par M. L. Cayeux.

Ayant pu rassembler une certaine quantité de fossiles récoltés en divers points du littoral du Gabon, notamment par MM. V. Babet, A. Chevalier, V. Lebedeff, G. Le Testu et par moi-même, je les ai étudiés et me suis efforcé d'en tirer quelques conclusions relatives à l'âge et à la disposition stratigraphique des terrains crétacés qui affleurent dans la région intéressée.

Voici la liste des gisements, cités du Nord au Sud, et les principaux fossiles qu'ils ont livrés :

1. Sibanga :

Pseudotissotia (*Choffaticeras*) *Pavillieri* Perv., *Fagesia* sp., *Pseudotissotia Gabonensis* n. sp., *Lima* cf. *consobrina* d'Orb., *Pholadomya Pedernalis* Rœm.

2. Libreville :

Pseudotissotia sp., *Inoceramus labiatus* Schott., *Lima Grenieri* Coq.

De ce même gisement, F. Kossmatt (³) a déterminé un certain nombre de Lamellibranches d'âge turonien.

Les deux gisements précités sont incontestablement turoniens.

3. Bordure Est de la lagune de Fernan Vaz : *Mortoniceras texanum* Roem., *Inoceramus regularis* d'Orb.

Indiquent vraisemblablement le Santonien.

4. Pointe Milango (Sette-Cama) : *Peroniceras Dravidicum* Koss., *Gau-*

(¹) Ch. Barrois, *Ann. Soc. géol. Nord*, 39, 1910, p. 49. — P. Gény, *Ann. Soc. géol. Nord*, 40, 1911, p. 147.

(²) Séance du 12 mai 1930.

(³) Fr. Kossmatt, *Ueber einige Kreideversteinerungen vom Gabun* (*Sitz. der K. K. Akad. der Wiss. in Wien*, 102, 1893, p. 575-590).

thiericeras Margae Schült., *Gauthiericeras Roquei* Peron., *Barroisiceras Haberfellneri* von Hauer., *Ostrea* cf. *Boucheroni* Coq.

Ce gisement doit être rapporté au Coniacien.

5. Falaise de Pointe Noire : *Plicatula Ferryi* Coq (¹), *Inoceramus* cf. *inconstans* Woods (¹), *Lima Itieriana* Pictet et Roux (¹), *Otostoma* cf. *rugosum* (¹).

J'ai déterminé antérieurement la présence possible du Paléocène au sommet de cette falaise (²).

Les fossiles précités montrent que l'on se trouve en présence de plusieurs étages : Cénomanien (?), Turonien et Sénonien.

6. La Fausse Pointe Noire (10^{km} sud de Pointe Noire) : *Alectryonia* cf. *semi-plana* Sow., *Alectryonia Aucapitainei* Coq., *Plicatula hirsuta* Coq., *Trigono-arca* cf. *Maresi* Coq., *Cyprimeria* cf. *Oldhamiana* Stol.

Cette faune indique du Sénonien moyen ou, plus probablement, supérieur.

L'ensemble de ces gisements confirme les affinités mésogéennes connues de la faune crétacée de cette partie australe du littoral atlantique. Les Ammonites appartiennent aux groupes signalés du Cameroun; elles diffèrent des espèces crétacées de l'Angola (où peu de Céphalopodes ont été trouvés dans le Sénonien).

Sur le rivage de l'Océan, nous trouvons donc, du Nord au Sud : le Turonien, le Coniacien, et des niveaux de plus en plus élevés du Sénonien. Il est intéressant de rappeler alors la présence de Paléocène bien daté, recouvrant une faune de passage du Crétacé au Tertiaire, plus au Sud encore, à Landana (³).

A partir de Libreville et vers le Nord, on connaît le Cénomanien et l'Albien aux îles Elobi et dans la baie de Corisco (⁴), et le Crétacé supérieur en divers points de la Guinée espagnole (⁵).

(¹) Déterminations de V. Babet.

(²) Jean Lombard, *Description de deux dents de* Lamnidæ *provenant de la falaise de Pointe Noire* (*C. R. S. Soc. Géol. de France*, 4ᵉ série, **28**, xvii, 1928, p. 283).

(³) Vincent, Dollo, Leriche, *La faune paléocène de Landana* (*Ann. du Musée du Congo belge*, 3ᵉ série, **1**, i, 1913).

(⁴) L. Szajnocha, *Zur Kenntniss der Mittelcretacischen Cephalopoden Fauna auf den Inseln Elobi, W. Afrika* (*Denksch. d. K.K. Akad. d. Wissensch. in Wien*, **59**, 1885, p. 231-238).

(⁵) Wilhelm Weiler, *Die Fiechresten aus den bituminösen Schiefern von Ibando, bei Bata* (Spanisch Guinea) (*Paläontologische Zeitschrift*, **5**, 1923, Berlin, p. 148-160).

C'est, apparemment, la succession inverse de celle que nous venons de décrire. D'où résulte la probabilité d'un très large anticlinal, dont l'axe passerait par les îles Elobi, en direction perpendiculaire au littoral.

En outre, la disposition des affleurements au Gabon et la coupe relevée dans la falaise de Pointe Noire conduisent à envisager un autre anticlinal, orienté grossièrement comme le précédent, et dont l'axe passerait par cette dernière localité.

Les observations de V. Lebedeff montrent un certain nombre de complications qui prennent place dans les données schématiques ci-dessus. Elles concordent avec les observations sommaires que j'ai présentées il y a deux ans (¹).

Les affleurements tertiaires posent des problèmes que nous ne pouvons pas résoudre dans l'état actuel des connaissances. L'Éocène est probablement en continuité stratigraphique à Landana, transgressif en d'autres points comme au Cameroun.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Nouvelles expériences sur la précipitation des matières azotées des sérums en présence de formol.* Note de MM. **Marcel Mascré** et **Maurice Herbain**, présentée par M. Béhal.

Nous avons montré (²) comment la présence de formol modifie la précipitation des matières azotées des sérums par l'acide trichloracétique. Nous étudions ici l'influence de ce réactif sur leur précipitation par le sulfate de soude, le sulfate de magnésie, l'acétone, l'alcool.

Nos résultats sont consignés dans le tableau ci-après. Les techniques de précipitation ont été les suivantes :

A. *Acide trichloracétique.* — Le sérum est additionné de son volume de la solution d'acide trichloracétique à 20 pour 100.

B. *Sulfate de soude.* — Suivant la technique de Howe, on mêle 1^{cm^3} de sérum à 30^{cm^3} de solution de sulfate de soude à 22,2 pour 100, en opérant à 37°. On fait la

(¹) Jean Lombard, *Indices d'une transgression marine récente dans la région de Pointe Noire* (*C. R. S. Soc. Géol. France*, 4ᵉ série, **28**, x, 1928, p. 156).

(²) M. Mascré et M. Herbain, *Influence du formol sur la précipitation des matières azotées des sérums par l'acide trichloracétique* (*Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 876).

même expérience avec la solution saline de même titre renfermant 10 pour 100 de formol neutralisé (solution à 38 pour 100).

C. *Sulfate de magnésie.* — On mêle 10^{cm^3} de sérum et 15^{cm^3} d'eau distillée, on complète au volume de 150^{cm^3} par une solution saturée de sulfate de magnésie. Dans l'expérience parallèle, on remplace l'eau distillée par le même volume de formol.

D. *Acétone.* — Dans un mélange de 10^{cm^3} de sérum et de 10^{cm^3} d'eau distillée, on verse peu à peu, en agitant, 60^{cm^3} d'acétone, en opérant à 0°. La même expérience est faite avec le mélange de 10^{cm^3} de sérum et 10^{cm^3} de formol.

E. *Alcool.* — On mêle 5^{cm^3} de sérum et 5^{cm^3} d'eau distillée (ou de formol); on fait tomber ce mélange, goutte à goutte, en agitant, dans 70^{cm^3} d'alcool à 96°, on porte à l'ébullition et, après refroidissement, on amène à 100^{cm^3}.

Dans tous les cas, on filtre et l'on dose, dans une partie aliquote du filtrat, l'azote restant, après minéralisation, comme nous l'avons indiqué dans notre travail précédent.

N *restant* (en milligrammes) *par litre de sérum après précipitation par :*

			Acide trichlor-acétique.	Sulfate de soude.	Sulfate de magnésie.	Acétone.	Alcool.
I.	S. de cheval	sans formol	–	4340	–	–	–
		avec formol......	–	542	–	–	–
II.	S. de génisse	sans formol	364	4120	–	–	–
		avec formol......	–	477	–	–	–
III.	S. de cheval	sans formol	291	–	5187	–	–
		avec formol......	–	–	630	–	–
IV.	S. de cheval	sans formol.....	280	–	4850	–	–
		avec formol	–	–	590	–	–
V.	S. de cheval	sans formol	291	–	–	448	–
		avec formol	–	–	–	380	–
VI.	S. de taureau	sans formol	–	–	–	515	–
		avec formol	–	–	–	291	–
VII.	S. de taureau	sans formol	–	–	–	–	434
		avec formol	–	–	–	–	430
VIII.	S. de génisse	sans formol	–	–	–	–	490
		avec formol	–	–	–	–	495

Conclusions. — 1. Le sulfate de soude ou le sulfate de magnésie, employés seuls, ne précipitent que la globuline. En présence de formol, la plus grande partie de la sérine est entraînée et les chiffres d'azote restant se rapprochent considérablement de ceux que donne la précipitation trichloracétique.

2. En présence de formol, la précipitation des matières protéiques du sérum par l'acétone est aussi plus complète; la proportion d'azote restant est

diminuée de 15 pour 100 dans l'expérience V, de 43 pour 100 dans l'expérience VI.

3. Par contre, du moins dans les conditions où nous nous sommes placés, la précipitation des matières protéiques par l'alcool, à l'ébullition, n'est pas influencée par le formol.

4. Dans notre Note précédente, nous admettions que, en présence de formol, l'acide trichloracétique précipite, avec les albumines vraies du sérum, une fraction des composés azotés intermédiaires entre celles-ci et les acides aminés. Des expériences, faites sur des mélanges de sérums et de solutions de peptones et qui seront exposées dans un autre Mémoire, semblent bien confirmer cette hypothèse.

MÉDECINE. — *Sur la tension artérielle et sa mesure par la méthode pulsatoire.* Note (¹) de M. **Henri-Jean Frossard**, présentée par M. d'Arsonval.

J'ai tenté d'atténuer et d'expliquer les divergences qui existent entre les diverses méthodes de mesure de la tension artérielle.

Définissons d'abord chaque partie du dispositif :

1° *Le brassard* compresseur donne des résultats qui varient, comme on le sait, avec la dimension de la poche élastique et son application. En réalité cela tient à que le manomètre enregistre ce qui se passe dans la poche et non dans le membre comprimé. Or la pression totale, enregistrée habituellement, est la résultante de deux pressions : 1° une première, essentielle, et *normale* au segment considéré; 2° une deuxième, *tangentielle* et nuisible.

Nous l'avons annulée dans notre pulsomètre en armant la poche, en la rendant inextensible sur son pourtour. Nous adoptons la poche habituelle de $12^{cm} \times 16^{cm}$.

2° *Le stéthoscope.* — Nous employons notre stéthoscope astatique biauriculaire, membrane de 10^{cm^2} à pression constante (²).

3° *Le manomètre.* — C'est un appareil métallique sensible à 1^{mm} de mercure, et aussi exact que possible. Il peut être remplacé avantageusement au laboratoire par notre manomètre différentiel, les connexions sont réduites au minimum.

4° *L'opérateur* dont l'acuité auditive est supposée normale.

Tout étant ainsi défini, nous prenons la tension artérielle de la manière

---

(¹) Séance du 5 mai 1930.

(²) Henri-Jean Frossard, *Traité de l'auscultation médio-immédiate* (Phonothérapie éd., 86, rue de Varenne, Paris).

suivante. Nous partons de zéro et nous comprimons peu à peu de l'air dans le brassard, nous notons :

1° Une première pression pour laquelle l'aiguille commence à battre, soit 5^{cm};

2° Une seconde pour laquelle nous entendons le sang passer, soit 7^{cm};

3° Une troisième où le bruit cesse, soit 13^{cm}, et

4° Une dernière où l'aiguille cesse de battre, 15^{cm} par exemple.

La contre-épreuve a lieu en revenant au zéro.

Nous avons ainsi deux maxima et deux minima (pulsatoires et auscultatoires) et, à chaque pulsation cardiaque, l'expression de l'indice pulsatoire en millimètres de mercure : il est au maximum de 3^{mm} Hg chez ce patient.

Quant à l'écart entre les maxima et les minima tout se passe comme si les artères étant plus ou moins dilatables, l'endartère était susceptible de se coller une fois aplatie sous la pression du brassard. On comprend que les impulsions cardiaques puissent dilater l'artère *en amont* et la faire battre bien avant qu'elle ne s'ouvre assez pour produire le capsulisme (1) indispensable à la formation d'un son audible tout en influençant l'aiguille qui enregistre les impulsions (et de fait certains patients sentent le sang passer avant que le bruit soit perçu), puis, une fois le capsulisme presque effacé, battre encore en donnant des oscillations de l'aiguille sans bruit audible. Nous sommes dans le domaine des infra-sons et des ultra-sons, sans compter le résultat des dysacousies de l'opérateur. En fait les grands écarts ont été constatés surtout sur les personnes dont le système circulatoire est fragile et la santé précaire. Une femme de 79 ans, malade depuis plus de 50 ans, a un écart de 5^{cm} entre les deux maxima; une autre de 85 ans, très alerte encore, un écart de 1^{cm} seulement.

Les méthodes oscillométriques et auscultatoires convergent ainsi dans la méthode pulsatoire qui semble, en considérant le maximum pulsatoire, donner la valeur du coup de bélier cardiaque susceptible de faire sauter l'artère. L'écart des deux maxima indiquerait la valeur de la dilatabilité artérielle et de l'état de l'endartère, précurseur des thromboses.

A $15^{h}50^{m}$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $17^{h}30^{m}$.

E. P.

(1) Henri-Jean-Frossard, *La Science et l'Art de la Voix*, p. 59 (Les Presses Universitaires de France, 49, boulevard Saint-Michel, Paris).

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 MAI 1930.

PRÉSIDENCE DE M. Léon LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** adresse ampliation du décret, en date du 19 mai 1930, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Charles Maurain** pour occuper dans la section d'Astronomie la place vacante par le décès de M. *H. Andoyer*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Charles Maurain** prend place parmi ses Confrères.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le phosphore lipidique accompagnant les globulines dans le sérum sanguin et les sérosités.* Note de MM. **Ch. Achard** et **A. Arcand.**

La stabilité des humeurs de l'organisme a pendant longtemps été attribuée à l'action des substances minérales, bases, acides et sels. On sait aujourd'hui qu'un rôle important revient aussi aux non-électrolytes, et, parmi eux, aux lipides.

Dans le sérum sanguin et les sérosités, une grande partie des lipides est libre, grâce aux alcalis, dans la phase *dispersante;* mais une partie non négligeable se trouve accrochée aux protéines constituant la phase *dispersée.* La sérum-globuline, en particulier, est la protéine sérique qui la fixe avec le plus de ténacité; la myxoprotéine de Piettre la fixe beaucoup moins et la sérum-albumine purifiée ne la fixe aucunement.

Nous avons étudié d'une part les lipides, phosphorés ou non, qui sont

libres dans le sérum ou les sérosités, et d'autre part ceux qui sont fixés sur le groupe des globulines une fois isolées.

A. Les *lipides libres* sont séparés par la méthode à l'acétone de Piettre et Vila, d'après la technique brièvement résumée ci-dessous et adaptée au traitement des sérosités pathologiques.

On part de 20^{cm^3} de sérum qu'on précipite bien à froid par 2 fois et demie leur volume d'acétone également refroidie; on essore sur Büchner et on lave à deux reprises avec un volume d'acétone en malaxant chaque fois le gâteau de protéines.

On fait ensuite deux ou trois lavages à l'éther sec. Acétone et éther sont distillés séparément pour isoler la totalité des lipides entraînés, en vue du dosage. Dans la liqueur aqueuse se trouve l'extractif (sels minéraux, sucre, extractif azoté). On obtient ainsi les protéines déshydratées et délipoïdées en grande partie, mais contenant encore cependant de petites quantités de lipides fixés.

Ces protéines forment une belle poudre blanche de conservation parfaite, avec toutes leurs propriétés. On peut les traiter directement pour en opérer la séparation. Pour cela, on les reprend par l'eau distillée et l'on effectue la série des opérations connues : floculation de la globuline, séparation de la myxoprotéine, purification de la sérum-albumine.

Quand il s'agit de sérosités pleurales et surtout de liquides d'ascite, dont l'extrait sec est généralement assez faible, il est nécessaire de traiter au moins 100^{cm^3} et parfois davantage. Lorsque cet extrait est inférieur à 3 pour 100, il faut le ramener aux environs de 5 pour 100 par concentration dans le vide sulfurique.

B. Si l'on se propose, comme c'était l'objet principal de nos recherches, de pousser plus loin l'extraction des lipides, c'est-à-dire de séparer, soit des protéines en bloc, soit de chaque protéine isolément, les *lipides fixés aux protéines*, il faut procéder différemment suivant ces deux cas.

Dans le premier cas le bloc de protéines est finement pulvérisé, puis épuisé à sept ou huit reprises avec de l'éther anhydre par broyage au mortier jusqu'à ce que le dernier éther n'entraîne plus trace de lipides. La poudre est alors soumise à l'extraction alcoolique au kumagawa pendant au moins 12 heures.

Dans le second cas chacune des protéines séparées directement comme il est dit plus haut, ou mieux après l'épuisement au mortier qui vient d'être indiqué, est soumise à l'action de l'alcool bouillant au kumagawa pendant 12 à 15 heures.

Avec cette technique nous avons obtenu les résultats suivants (¹) :

			Lipides.			
			Kumagawa sur protéines.			
		Extrait acétone et éther.	Protéines totales.	Sé-rine.	Globu-line.	Myxo-protéine.
I. Sérum humain normal		4,115	0,902	—	—	—
Protéines 84,12. Sérine	40,75	—	—	—	—	—
Globuline	33,82	—	—	—	—	—
Myxoprotéine	8,25	—	—	—	—	—
II. Sérum humain normal		4,450	1,460	—	—	—
III. Sérum de bœuf normal		2,340	1,530	—	—	—
IV. » »		4,250	1,700	—	—	—
V. Sérum de cheval normal		2,890	0,190	—	—	—
VI. Liquide pleural		2,180	0,478	0	0,429	traces
Protéines 41,01. Sérine	18,92	—	—	—	—	—
Globuline	17,20	—	—	—	—	—
Myxoprotéine	4,37	—	—	—	—	—
VII. Liquide pleural		2,910	0,777	0	0,702	0,019 (?)
Protéines 49,02. Sérine	24,70	—	—	—	—	—
Globuline	18,61	—	—	—	—	—
Myxoprotéine	7,24	—	—	—	—	—
VIII. Liquide pleural		1,710	0,524	0	0,498	traces
Protéines 42,08. Sérine	20,93	—	—	—	—	—
Globuline	14,53	—	—	—	—	—
Myxoprotéine	4,80	—	—	—	—	—
IX. Liquide pleural		2,250	0,721	0	0,708	traces
Protéines. Sérine	24,61	—	—	—	—	—
Globuline	16,20	—	—	—	—	—
Myxoprotéine	5,01	—	—	—	—	—
X. Liquide pleural		2,560	0,824	0	0,781	0,011 (?)
Protéines 49,87. Sérine	26,22	—	—	—	—	—
Globuline	19,50	—	—	—	»	—
Myxoprotéine	5,31	—	—	—	—	—
XI. Liquide pleural		2,780	0,850	—	—	—
Protéines 51,12. Sérine	36,27	—	—	—	—	—
Globuline	17	—	—	—	—	—
Myxoprotéine	6,25	—	—	—	—	—
XII. Liquide pleural		2,470	0,887	—	—	—
Protéines 49,11. Sérine	25,50	—	—	—	—	—
Globuline	18,01	—	—	—	—	—
Myxoprotéine	4,78	—	—	—	—	—
XIII. Liquide d'ascite		1,600	0,470	—	—	—

(¹) Toutes ces valeurs sont calculées pour 1000.

On voit par ces résultats que, après extraction par l'acétone, les lavages à l'éther, les broyages et lavages éthérés, il y a encore, dans les protéines, un reste de lipides qui n'est pas tout à fait négligeable.

En traitant ce gâteau de protéines par la méthode de Kumagawa d'une façon prolongée on obtient encore une certaine quantité de lipides dont la presque totalité se trouve dans la globuline. Il n'y en a pas dans la sérine et l'on n'en trouve que des traces ou des proportions à peine mesurables dans la myxoprotéine. Les différences qu'on relève entre les chiffres de lipides trouvés dans les protéines totales et dans la globuline sont si faibles qu'elles s'expliquent aisément par les pertes résultant de la manipulation :

	Protéines totales.	Globuline.	Différence.
VI. Liquide pleural.........	0,478	0,429	— 0,049
VII. »	0,777	0,702	— 0,075
VIII. »	0,524	0,498	— 0,026
IX. »	0,721	0,708	— 0,013
X. »	0,824	0,781	— 0,043

Le dosage du phosphore dans ces restes lipidiques, par la méthode molybdique, nous a donné les résultats suivants :

	Phosphore pour 100.	En lécithine pour 100.
Sérums IV et V réunis....................	0,527	13,66
Liquide pleural XI......................	0,777	20,13
Liquide pleural XII......................	0,290	7,51

La plus grande partie de ces restes lipidiques est donc formée de stérols non phosphorés.

La même opération faite sur le gâteau de protéines totales épuisées par la méthode de Kumagawa a montré l'absence de phosphore non lipidique.

Conclusions. — Après extraction des lipides par l'acétone, l'éther, les broyages et lavages à l'éther, les protéines renferment encore un reste lipidique. Ce reste peut être extrait par la méthode de Kumagawa appliquée d'une façon prolongée. Il est formé surtout de stérols et, pour une moindre partie, de lécithine phosphorée. Il existe presque tout entier dans la globuline et c'est dans ce reste lipidique que se trouve tout le phosphore de la globuline.

ÉLECTROMÉCANIQUE. — *Conditions de stabilité d'un turbo-alternateur couplé sur un réseau, en tenant compte du régulateur.* Note de M. **André Blondel** (¹).

La puissance motrice P_m d'une machine à vapeur est une fonction $\varphi(W)$ de la levée (ou ouverture) W de la valve d'introduction de vapeur. Cette levée, qui varie en sens inverse de la vitesse, est une fonction plus ou moins complexe du carré de la vitesse angulaire ω^2,

(1) $$W = -f(\omega^2);$$

On représentera par w la variation finie de W pendant ses oscillations ($w = \delta W$). Pour de faibles variations de vitesse, si nous négligeons provisoirement l'amortissement et l'inertie du régulateur, nous pouvons admettre que w est proportionnel à chaque instant à $\frac{d\omega}{dt}$, et remplacer la courbe $f(\omega^2)$ par sa tangente; nous écrirons donc

(2) $$w = -\left[\frac{df(\omega^2)}{d\omega}2\omega\right]\frac{d\omega}{dt} \approx -N\frac{d\theta}{dt},$$

en désignant par θ le décalage angulaire (égal au décalage angulaire de phase si l'alternateur est bipolaire) et par N un coefficient constant; car les variations de vitesse sont, pour un alternateur fonctionnant en marche synchronique sur le réseau, précisément égales aux variations de décalage angulaire θ en fonction du temps $\left(\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\right)$.

L'inertie ajoutera à w un terme $G\frac{d^2w}{dt^2}$ et l'amortissement ajoutera de même un terme $A\frac{dw}{dt}$. Ces deux termes seront explicités plus loin.

De même la variation finie δP_m de la puissance du moteur P_m est fonction de l'ouverture de la valve; pour de faibles variations de cette ouverture, on peut supposer qu'elle suit une loi de proportionnalité, et écrire, en appelant Q un autre coefficient constant et $2p$ le nombre de pôles de l'alternateur,

(3) $$\delta(P_m) = \frac{\omega}{p}Qw.$$

(¹) Cette Note, dont la publication devait précéder celle de ma Note décachetée dans la séance du 12 février 1923 (*Comptes rendus*, 176, 1923, p. 545), est publiée aujourd'hui pour mieux expliquer cette dernière, qui a été un extrait incomplet.

Le petit retard d'action de la vapeur peut être représenté par un retard de phase, par exemple au moyen d'un terme de décalage ou d'amortissement $l\frac{dw}{dt}$ en désignant par l un coefficient $\left(\text{qui pourrait varier de o à 1 quand le décalage passera de o à } \frac{\pi}{2}\right)$ (¹).

Cela posé, nous pouvons écrire les deux équations d'équilibre dynamique du régulateur (7) et de l'alternateur (8),

$$G\frac{d^2w}{dt^2} + A\frac{dw}{dt} + w \pm F = -N\frac{d\theta}{dt}, \tag{7}$$

$$K'\frac{d^2\theta}{dt} + \left(a\frac{d\theta}{dt} + C\theta\right) = \xi Q\left(w - l\frac{dw}{dt}\right), \tag{8}$$

Dans la première équation (7), G, A et F sont des coefficients d'inertie, d'amortissement, de frottement, que nous allons préciser. Si nous appelons K_1 le poids d'inertie équivalent total de l'ensemble des organes qui ouvrent la valve, D_1 la force élastique totale qui agit en sens contraire, a_1 le coefficient d'amortissement du régulateur au sens ordinaire (par exemple le coefficient d'amortissement d'un dash-pot qui serait placé sur la tige verticale qui soulève la valve), F la force de frottement constante qui s'oppose au mouvement de cette valve dans un sens ou dans l'autre et qui change par conséquent de signe avec le sens du mouvement de la valve, et enfin τ la période d'oscillation propre du régulateur, les coefficients G, A et F sont définis par les équations

$$G = \left(\frac{\tau}{2\pi}\right)^2 = \frac{K_1}{D_1} = \frac{1}{\omega_1}, \tag{9}$$

$$A = \frac{a_1}{D_1} = 2\left(\frac{a_1}{2\sqrt{D_1K_1}}\right)\sqrt{\frac{K_1}{D_1}} = \frac{\tau}{\pi}\,\frac{a_1}{2\sqrt{D_1K_1}}, \tag{10}$$

$$F = \frac{F_1}{D_1}, \tag{11}$$

(¹) L'introduction de ce terme, si l était important, pourrait modifier l'amplitude de la variation de Qw, et l'on pourrait être alors conduit à diviser l par un facteur compensateur, par exemple par $\sqrt{1+\varepsilon^2 l^2}$, en appelant ε la vitesse de pulsation finale des variations de décalage.

On remplacera ainsi (3) par l'équation plus générale

$$\delta(P_m) = \xi\frac{\omega}{p}Q\left(w - l\frac{dw}{dt}\right) \tag{6}$$

dans laquelle ξ est un coefficient éventuel de correction à déterminer empiriquement, mais qui ne paraît pas nécessaire pour les turbo-alternateurs, car le retard y reste très faible.

dans lesquelles nous avons mis en évidence la vitesse de pulsation ω_1 de l'organe régulateur et son *degré d'amortissement* $\frac{a_1}{2\sqrt{D_1 K_1}}$ (au sens de Curie); ce degré est égal à l'unité quand l'amortissement a_1 atteint la valeur *critique* $2\sqrt{D_1 K_1}$.

Dans la seconde équation (8), le premier membre reproduit sans changement l'équation qui régit les oscillations des turbo-alternateurs libres sans régulateur et dont le second terme représente la variation élémentaire de la puissance électrique de l'alternateur; K' est le moment d'inertie de l'alternateur.

Si l'on néglige l'effet du frottement fixe F (qu'on peut englober dans l'amortissement), on a simplement

$$\text{(12)} \qquad G\frac{d^2 w}{dt^2} + A\frac{d^2 w}{dt} + N\frac{d\theta}{dt} + w = 0,$$

$$\text{(13)} \qquad \xi\left(l\frac{dw}{dt} - w\right) + K'\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{d\theta}{dt} + C\theta = 0.$$

Ce sont deux équations différentielles simultanées entre le décalage angulaire θ de l'alternateur autour de sa position moyenne (au cas de vitesse constante) et l'ouverture w de la valve du régulateur.

Si, suivant la méthode d'Euler, l'on pose en appelant Θ et W_0 deux constantes et x une variable commune,

$$\text{(14)} \qquad \theta = \Theta e^{xt}, \qquad w = W_0 e^{xt},$$

ces équations deviennent

$$\text{(15)} \qquad \xi Q W_0(lx - 1) + \Theta(K'x^2 + bx + c) = 0,$$

$$\text{(16)} \qquad W_0(Gx + Fx + 1) + \Theta N x = 0.$$

Éliminant W_0 et Θ, on a l'équation caractéristique

$$\text{(17)} \qquad (K'x^2 + ax + C)(Gx^2 + Ax + 1) + \xi Q N x(1 - lx) = 0.$$

Cette équation qui est du quatrième degré, comme il convient d'après le nombre de systèmes oscillants et leurs liaisons, détermine par ses racines les quatre termes de θ et de w des équations (14).

ξQN n'étant jamais nul, car aucun de ses facteurs n'est nul normalement, le régime de θ (ou de w) sera la superposition soit de deux oscillations périodiques, soit d'une oscillation périodique et de deux termes exponen-

tiels apériodiques; le cas de quatre termes exponentiels apériodiques n'est guère à envisager par suite du faible amortissement électrique des alternateurs en général.

On peut mettre (17) sous une forme plus condensée

$$\mathrm{GK}^1 x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + \frac{\omega \mathrm{C}}{p} = 0, \tag{18}$$

avec

$$b = \mathrm{AK}' + a\mathrm{G}, \qquad c = \mathrm{K}' + \mathrm{GC} + \mathrm{A}a - \xi l \mathrm{QN}, \qquad d = \mathrm{AC} + a + \xi \mathrm{QN}. \tag{19}$$

Pour que les oscillations ne soient pas divergentes, il faut d'abord, d'après le théorème de Hurwitz, que tous les coefficients de (18) soient positifs. Cela sera en général réalisé; car dans le seul coefficient c, il y a un terme négatif, généralement trop faible pour annuler les premiers.

Écrivons néanmoins

$$\xi l \mathrm{QN} < \mathrm{K}' + \mathrm{GC} + \mathrm{A}a. \tag{20}$$

Il y a en outre à satisfaire à la relation suivante entre coefficients

$$d(bc - \mathrm{GK}'d) - \mathrm{C}b^2 > 0. \tag{21}$$

Telles sont les deux conditions à satisfaire. Elles sont d'une discussion difficile, même dans le cas le plus simple, celui où l'on fait $l = 0$, $\xi = 1$ (en supposant le retard d'action négligeable).

M. C. **Matignon** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *L'union future de la houille et du pétrole, matières premières de l'industrie chimique.*

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **E. Picard**, **E. Fichot**, pour la Division des Sciences mathématiques; MM. **H. Le Chatelier**, **Ch. Richet**, pour la Division des Sciences physiques; MM. **G. Charpy**, **L. Guillet**, pour la Division des Applications de la science à l'industrie, sont élus membres de la Commission qui, sous la présidence de M. le Président de l'Académie, présentera une liste de candidats à la place vacante dans cette dernière Division par le décès de M. *A. Rateau*.

NOMINATIONS.

M. P. Dangeard représentera, avec M. L. Mangin déjà désigné, l'Académie au *Congrès international de botanique*, qui aura lieu à Cambridge (Angleterre) du 16 au 23 août 1930.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Nouveau Traité de Psychologie, par Georges Dumas. Tome premier : *Notions préliminaires. Introduction. Méthodologie.* (Présenté par M. Charles Richet.)

M. Louis Lapicque prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la section d'Économie rurale par le décès de M. *L. Lindet.*

GÉOMÉTRIE. — *Sur une transformation des surfaces à courbure totale constante négative.* Note de M. P. Vincensini.

J'ai étudié [1] les congruences normales $(\mathcal{C})$ transformables en congruences normales par polaires réciproques relativement à une sphère (O), dans leurs relations avec les surfaces pseudo-sphériques (Σ).

Je me propose, dans la Note actuelle, de relier, par une construction géométrique simple, les congruences $(\mathcal{C})$ ci-dessus aux congruences normales dont les plans focaux issus d'un même rayon sont équidistants d'un point fixe, puis de déduire de la construction un procédé de transformation des congruences $(\mathcal{C})$ en congruences analogues et par suite des surfaces (Σ) en surfaces analogues.

---

[1] *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 155.

Envisageons une congruence $(\mathcal{C})$. Soit I le pied de la perpendiculaire abaissée du point fixe O sur l'un quelconque N de ses rayons ; soient F et F′ les foyers situés sur N.

Faisons tourner chaque rayon N de $(\mathcal{C})$ de 90° autour de sa parallèle issue de O. N vient en Δ et I en K.

L'ensemble des droites Δ constitue une congruence (Δ).

Soient φ, φ' les foyers de (Δ) situés sur Δ. On démontre aisément que

$$\overline{\mathrm{IF}} \times \overline{\mathrm{IF}'} = \overline{\mathrm{K}\varphi} \times \overline{\mathrm{K}\varphi'}.$$

Comme

$$\overline{\mathrm{IF}} \times \overline{\mathrm{IF}'} = \overline{\mathrm{OI}}^2,$$

on a

$$\overline{\mathrm{K}\varphi} \times \overline{\mathrm{K}\varphi'} = \overline{\mathrm{OK}}^2.$$

J'ai montré, dans une Note du *Bulletin des Sciences mathématiques* (février 1929) que la congruence (Δ) a ses foyers associés équidistants du point O. Il résulte de là que le triangle $\mathrm{O}\varphi\varphi'$ est rectangle isoscèle.

Par une transformation par polaires réciproques relativement à une sphère de centre O, (Δ) se transforme en une nouvelle congruence (Γ). (Γ) est *normale* et les plans focaux issus d'un même rayon sont équidistants de O.

Les problèmes de la recherche des congruences (Γ), (Δ), $(\mathcal{C})$ et des surfaces (Σ) sont identiques.

Soit (S) une surface quelconque orthogonale aux rayons de (Γ). Il est facile de voir qu'une inversion de pôle O transforme (S) en une autre surface (S_1) dont les normales constituent une congruence (Γ_1) de la famille (Γ).

Les constructions inverses de celles qu'ont donné (Γ) à partir de $(\mathcal{C})$, effectuées à partir de (Γ_1), donnent une nouvelle congruence $(\mathcal{C}_1)$ du type $(\mathcal{C})$, à laquelle correspond une nouvelle surface (Σ_1) à courbure totale constante négative définie à une translation et une homothétie près.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Propriétés locales et ensemble des points sans plan tangent des enveloppes de sphères.* Note de M. **Georges Durand**.

J'ai donné [1] une classification des points ρ-distants d'un ensemble E fermé et borné, fondée sur la considération des projetantes issues de l'un de ces points. Soit F_ρ l'ensemble de ces points. Pour approfondir l'étude locale de F_ρ, j'ai dû distinguer les points dont les propriétés essentielles du voisinage dépendent exclusivement de leurs projections; des exemples cités ci-dessous m'ont imposé une nouvelle classification qui conduit à des résultats importants, notamment à la solution complète du problème P (*les points de multifurcation de* F_ρ *forment-ils un ensemble de mesure nulle?*) que M. Bouligand a posé et auquel il a apporté une large contribution [2].

Un point M de F_ρ sera dit : point (α) si l'ensemble fermé $\varpi(M)$ de ses projections se localise sur une calotte, moindre qu'un hémisphère, de la sphère de centre M et de rayon ρ; — point (β) si $\varpi(M)$ se localise sur un hémisphère; — point (γ) dans les autres cas. Je démontre :

Théorème A. — *Tout point* (α) *est un point* ρ*-distant extérieur* (vers lequel tendent des points distants de plus de ρ).

Théorème A′. — *Tout point* (γ) *est un point* ρ*-distant isolé.*

Pour un point (β) il y a doute. Exemples : 1° E comprend deux points A et B ($AB = 2\rho$) : le milieu de AB est un point (β) extérieur; 2° E comprend les deux sphères $x^2+y^2+(z\pm\rho)^2=4\rho^2$: l'origine est un point (β), isolé de tout point ρ-distant.

J'utiliserai maintenant la notion générale du *contingent* dont M. Bouligand a tiré diverses applications [3]. Soit M un point non isolé de F_ρ. Pour étudier le contingent $\tau(M)$ de F_ρ en M, j'ai recours à la proposition suivante :

Lemme de la sphère tangente. — *A toute demi-tangente* MT *correspond une sphère centrée sur* E, *passant par* M *et tangente à* MT.

Le contingent est alors la surface d'un cône convexe.

---

(1) G. Durand, *Sur la construction de Cantor-Minkowski dans l'espace* (*Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 443); *Points ordinaires et points singuliers des enveloppes de sphères* (*Ibid.*, **190**, 1930, p. 571).

(2) G. Bouligand, *Sur certaines classes de surfaces de l'espace euclidien à trois dimensions* (*Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1001).

(3) Cf. G. Bouligand, *Sur quelques points de méthodologie géométrique* (*Revue générale des Sciences*, **41**, 1930, p. 39).

THÉORÈME B. — *Tout rayon de* $\tau(M)$ *appartient au contingent de l'ensemble* Φ_ρ *des points* ρ*-distants du système des projections de* M.

THÉORÈME C. — *En tout point* (α), $\tau(M)$ *coïncide avec le contingent de* Φ_ρ.

Les théorèmes A et C soulignent la nécessité de la nouvelle classification : ces propositions peuvent tomber en défaut si l'on abandonne l'hypothèse qu'il s'agit d'un point (α). On le voit pour C en réduisant, dans l'exemple 2 invoqué pour A, chaque sphère à sa partie $x \geqq 0$.

THÉORÈME D. — *Le contingent de* Φ_ρ *est le cône supplémentaire du plus petit cône convexe enfermant les projetantes de* M.

Je puis alors préciser le contingent pour chaque espèce de point (α) : il est formé d'un plan, des deux faces d'un dièdre ou de la surface d'un cône convexe véritable suivant que ce point est de première, deuxième et de troisième espèce.

En tout point (α) est réalisée l'hypothèse H de M. Bouligand : existence d'un cône droit à base circulaire ne contenant aucun point, à une distance de E moindre que ρ. Donc le voisinage de tout point (α) peut, pour un certain système d'axes, se représenter sour la forme $z = f(x, y)$, où f est à nombres dérivés bornés. Un tel voisinage est une surface rectifiable de Lebesgue où les points dépourvus de plan tangent forment un ensemble de mesure nulle. De ce qui précède et de *la possibilité de recouvrir les points* (α) *de* F_ρ *par un ensemble dénombrable de ces voisinages* je déduis que les points (α) multifurqués forment un ensemble de mesure nulle.

Les points de troisième espèce étant dénombrables il est naturel de se borner à ceux de deuxième espèce. De tels points seront (α_2) ou (β_2), la lettre indiquant la classe et l'indice, l'espèce (tout γ est de troisième espèce). On a vu plus haut que l'ensemble des (α_2) est de mesure nulle. Pour étudier les points (β_2), je remarque qu'à partir d'une certaine valeur de ρ (par exemple, $\rho\sqrt{2} > \operatorname{diam} E$), F_ρ ne comprend que des points (α). Reprenant le procédé de fractionnement de M. Bouligand, je partage E en un nombre fini d'ensembles de diamètres $< \rho\sqrt{2}$. J'établis que tout (β_2) revêt le type (α_2) soit sur l'ensemble des points ρ-distants de l'un de ces ensembles partiels, soit sur l'enveloppe par réunion de deux de ces ensembles. Donc les points (β_2) forment, comme les points (α_2), un ensemble de mesure nulle. D'où

THÉORÈME E. — *Les points de deuxième espèce de* F_ρ *forment un ensemble de mesure superficielle nulle.*

Cela ne suffit pas pour affirmer que les points de F_ρ dépourvus du plan tangent forment un ensemble de mesure nulle. Il reste à considérer les

points $\underset{1}{\mu}$ de première espèce multifurqués (dans l'exemple qui suit C, l'origine est un $\underset{1}{\mu}$ sans plan tangent). Mais je démontre qu'on peut recouvrir ces points par un ensemble dénombrable de surfaces rectifiables. D'où cet énoncé :

THÉORÈME F. — *Si l'on réunit une famille de domaines capables, en chaque point frontière, d'une sphère de rayon surpassant une longueur préalablement donnée, l'enveloppe de leurs frontières possède en chaque point un plan tangent, sauf peut-être sur un ensemble de mesure superficielle nulle.*

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur quelques propriétés des familles normales de fonctions méromorphes.* Note de M. **F. Marty**, présentée par M. Goursat.

1. Étant donnée une fonction analytique $Z=f(z)$, envisagée comme établissant une correspondance entre les points de deux sphères, le rapport de deux arcs infiniment petits correspondants tracés sur ces sphères a toujours une limite finie lorsque la fonction est méromorphe au point envisagé. Pour un point à distance finie où la fonction est holomorphe, la valeur du rapport est

$$\mathcal{D}f(z_0)=|f'(z_0)|\frac{1+|z_0|^2}{1+|f(z_0)|^2}.$$

Dans le cas où la fonction est méromorphe, où le point considéré n'est pas à distance finie, cela provient de ce que ce rapport ne change pas lorsque l'on change z en $\frac{1}{z}$, ou Z en $\frac{1}{Z}$. Nous appellerons *dérivée sphérique* le nombre positif ou nul ainsi défini.

On obtient alors tout de suite la propriété fondamentale.

THÉORÈME I. — *Si une fonction $f(z)$ est méromorphe dans un domaine fermé, la dérivée sphérique est bornée supérieurement dans ce domaine.*

Le fait que la dérivée sphérique est nulle s'interprète immédiatement.

THÉORÈME II. — *a. La condition nécessaire et suffisante pour qu'un point z_0 soit centre d'un cercle où la fonction $f(z)$ est univalente est que l'on ait*

$$\mathcal{D}f(z_0)\neq 0.$$

b. La condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonction analytique soit égale à une constante est que sa dérivée sphérique soit partout nulle.

2. Considérons une suite de fonctions méromorphes dans un domaine fermé d, soient $f_1(z)$, ..., $f_n(z)$, ..., qui convergent vers une fonction limite $f(z)$. On peut énoncer la propriété suivante :

Théorème III. — *Si la suite $f_n(z)$ converge uniformément vers $f(z)$ dans le domaine d, les fonctions $\mathcal{D}f_n(z)$ convergent vers $\mathcal{D}f(z)$, uniformément dans tout domaine intérieur à d.*

Cette propriété permet de mettre sous une forme particulièrement simple nn certain nombre de critères universels concernant les familles normales; j'énoncerai par exemple les trois théorèmes suivants :

Théorème IV. — *La condition nécessaire et suffisante pour qu'une famille de fonctions $f_n(z)$ soit normale dans un domaine D est que, à tout domaine d intérieur à D, on puisse associer un nombre M tel que l'inégalité*

$$\mathcal{D}f_n(z) < \mathrm{M}$$

soit vérifiée quel que soit n, et quel que soit z intérieur à d.

Théorème V. — *La condition nécessaire et suffisante pour que toute fonction limite d'une suite extraite d'une famille normale dans D soit univalente dans un cercle assez petit de centre z_0, quel que soit z_0 intérieur à D, est que, à tout domaine d intérieur à D, on puisse associer un nombre m tel que l'on ait en tout point z de d, quel que soit n,*

$$\mathcal{D}f_n(z) > m.$$

Théorème VI. — *La condition nécessaire et suffisante pour qu'une famille normale de fonctions n'ait aucune fonction limite constante est que, pour tout domaine d, intérieur à D, il existe un nombre m tel que, pour chaque fonction $f_n(z)$, l'inégalité $\mathcal{D}f_n(z) > m$ soit vérifiée en un point de d au moins.*

Dans une Note récente (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 911), M. Radu Badesco publie des résultats se rapportant à ma Note des *Comptes rendus* (190, 1930, p. 466). Je voudrais préciser que si, dans la dernière partie de sa Note, M. Badesco obtient une décomposition en domaines d'univalence moins nombreux que les domaines que j'ai appelé *cellules*, c'est parce qu'il abandonne la condition d' « homologie » entre cellules : étant données deux cellules, tout point de l'une a un homologue intérieur à l'autre, ou au contraire aucun point de l'une n'a d'homologue dans l'autre.

D'autre part, les résultats de la première partie de la Note de M. Badesco sont équivalents aux miens à quelques détails près; mais j'ai voulu donner à mes résultats, et autant que possible à mes démonstrations, une forme indépendante de la considération des surfaces de Riemann de la fonction

inverse, afin de faciliter les généralisations aux cas où l'on étudierait des points singuliers de $f(z)$.

Je signalerai enfin que l'énoncé du théorème III de M. Badesco a besoin, je crois, d'être précisé, car une opération du groupe G introduit ne semble pas pouvoir être définie pour toutes les cellules d de D : par exemple si l'on a une cellule sans homologue, aucune opération de G n'aura de sens par rapport à elle.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la dérivée d'une fonction méromorphe et sur certaines équations fonctionnelles.* Note de M. **Georges Valiron**, présentée par M. Émile Borel.

1. Soient $f(z)$ une fonction méromorphe dans tout le plan sauf à l'infini, $f'(z)$ sa dérivée. On peut obtenir des inégalités entre les fonctions caractéristiques correspondantes, $T(r, f)$ et $T(r, f')$ en opérant comme pour les fonctions entières ([1]). Soient quatre nombres $1 < u < r < \rho < R$. On déduit de la formule de Jensen que, pour $f'(z)$,

$$n = n(\rho, \infty) < \frac{2T(R, f')}{\log R - \log \rho}.$$

Pour $0 < t < \rho$, on a d'autre part (Nevanlinna, p. 25)

$$\log |f'(te^{i\varphi})| < \frac{\rho + t}{\rho - t} m(\rho, f') + \Sigma \log \frac{2\rho}{|t - b_\nu|},$$

la sommation étant étendue aux n pôles b_ν de $f'(z)$ pour lesquels $|b_\nu| \leqq \rho$. D'après le théorème de Boutroux et H. Cartan, on a

$$\Sigma \log |t - b_\nu| > -n \log h,$$

à l'extérieur de cercles dont la somme des rayons est $2eh$ au plus. En prenant $12eh = u$ et $\rho > r + 6u$, on trouve qu'il existe deux circonfé-

---

([1]) J'emploie les notations de l'Ouvrage de M. R. Nevanlinna : *Le théorème de Picard-Borel et la théorie des fonctions méromorphes* (Paris, Gauthier-Villars, 1929). J'ai signalé (*Acta mathematica*, 47, 1926, p. 117-142) l'inégalité

$$T(r, f') < (2 + \varepsilon) T(r, f)$$

et quelques autres propriétés de f'. M. Ullrich (*Sitzungsb. Preussischen Akademie der Wissenschaften, Phys.-math. Klasse*, 1929, p. 592-608) a étudié la relation entre les fonctions caractéristiques en introduisant le défaut.

rences $t=\alpha$, $t=\beta$, α étant compris entre r et $\frac{1}{2}(r+\rho)$ et β entre $\frac{1}{3}u$ et u, et un segment de rayon, $\varphi=$ const., $\beta \leqq t \leqq \alpha$ qui ne coupent pas les cercles d'exclusion et sur lesquels on a en conséquence

$$\log|f'(te^{i\varphi})| < \mathrm{HT}(\mathrm{R}, f'), \qquad \mathrm{H} = \frac{4\rho}{\rho - r} + 2\frac{\log(24e\rho) - \log u}{\log \mathrm{R} - \log \rho}.$$

On tire de là une borne de $|f'(z)|$ sur les lignes en question, puis en intégrant, une borne de $|f(\alpha e^{i\varphi}) - f(\beta e^{i\varphi})|$, d'où une inégalité entre $m(\alpha, f)$ et $m(\beta, f)$ et enfin entre $\mathrm{T}(\alpha, f)$ et $\mathrm{T}(\beta, f)$ puisque $\mathrm{N}(r, f) < \mathrm{N}(r, f')$. Finalement, pourvu que $\mathrm{T}(\mathrm{R}, f') > \log \mathrm{R}$, on a

$$\mathrm{T}(r, f) < \mathrm{T}(u, f) + (\mathrm{H}+3)\mathrm{T}(\mathrm{R}, f').$$

En prenant $\rho^2 = \mathrm{R}r$, puis en particularisant R et u de diverses façons, on arrive aux inégalités suivantes :

(1) $$\mathrm{T}(r, f) < \frac{32}{\varepsilon}\mathrm{T}(r^{1+\varepsilon}, f'), \qquad \varepsilon > 0, \qquad r > r(f, \varepsilon);$$

(2) $$\mathrm{T}(r, f) < \frac{5\log r}{\log k}\mathrm{T}(kr, f'), \qquad k > 1, \qquad r > r(f, k);$$

(3) $$\mathrm{T}(r, f) < \mathrm{T}(r\lambda, f) + \Theta(k\lambda)\mathrm{T}(kr, f'),$$
$$[k > 1, \qquad \lambda < 1, \qquad 6\lambda < \sqrt{k} - 1, \qquad r > r(f)].$$

De (3), on déduit par intégration ou itération

(4) $$\int_{\alpha}^{r} \mathrm{T}(r, f) r^{-1-\rho}\, dr < \Omega(k, \alpha) \int_{\alpha}^{rk} \mathrm{T}(r, f') r^{-1-\rho}\, dr;$$

(5) $$\mathrm{T}(r, f) < \chi(h, \alpha) \int_{\alpha}^{hk} \mathrm{T}(r, f') \frac{dr}{r},$$

k et h étant supérieurs à 1, α et ρ positifs.

Bien que peu précises, ces inégalités, jointes à celle signalée dans la référence, entraînent diverses conséquences. D'après (1), *l'ordre de* $f'(z)$ *est le même que celui de* $f(z)$. Si l'ordre est fini, $\mathrm{T}(r, f)$ et $\mathrm{T}(r, f')$ *sont simultanément à croissance régulière au sens de M. Borel* [en vertu de (1)], *ou à croissance très régulière* [en vertu de (5)]. (4) montre que f *et* f' *sont en même temps de la classe supérieure ou inférieure de leur ordre*, et (5) entraîne que *le type de l'ordre* (Pringsheim et Lindelöf) *est le même*.

Les inégalités précédentes (avec des coefficients numériques différents) et ces conséquences valent pour les algébroïdes méromorphes.

2. En partant de la fonction elliptique $p(u|\omega, \omega')$ et en posant $i\pi u = \omega \log v$ puis $v + \frac{1}{v} = z$, on trouve aisément qu'il existe des fonctions méromorphes vérifiant des équations fonctionnelles de la forme

$$(6) \qquad [f'Q(z)]^m = R[z, f(z)],$$

m étant entier (en l'espèce, $m = 2$), $Q(z)$ un polynome de degré $q > 1$ et $R(x, y)$ une fraction rationnelle irréductible. Si p est le degré de $R(x, y)$ en y, on a, $f(z)$ étant méromorphe,

$$(7) \qquad T[r, Rz, f(z)] = pT(r, f) + o(\log r),$$

et (1) entraîne que *si une fonction méromorphe $f(z)$ vérifie une équation de la forme* (6), *elle est d'ordre nul* [$T(r, f) < (\log r)^\mu$, μ fini].

Remarquons que, d'après (7), les solutions méromorphes des équations de Poincaré

$$f(zs) = R[z, f(z)], \qquad |s| > 1,$$

où le degré p de $R(x, y)$ en y est supérieur à 1, sont d'ordre fini égal à $\frac{\log p}{\log |s|}$ et à croissance très régulière.

3. Dans le paragraphe 3 de ma Note précédente ([1]) on peut employer l'inégalité plus serrée $m > nq$ au lieu de $m \geq nq$; le cas $m = 4$ se traite alors de suite comme $m = 3$. En outre, pour $m = 6$ et $n = 3$, l'impossibilité est encore évidente, et pour $m = 6$ et $n = 2$, la considération des ordres de multiplicité montre aussi cette impossibilité. *La relation* (1) *de cette Note précédente est donc encore impossible pour une fonction entière lorsque*, q *étant supérieur à* 1, *le degré du polynome* $P(x, y)$ *est égal à* 6.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Quelques propriétés des fluides parfaits, à stries spirales en rotation.* Note ([2]) de M. **Émile Merlin**, présentée par M. G. Kœnigs.

Nous avons établi ([3]) l'existence de fluides parfaits en rotation, pour lesquels les lignes de même densité et de même vitesse angulaire ont pour projections, sur un plan perpendiculaire à l'axe, des spirales équiangles

([1]) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1111-1113.
([2]) Séance du 12 mai 1930.
([3]) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1118.

homothétiques, admettant le pied de l'axe comme centre d'homothétie. L'angle i formé par le rayon vecteur, issu de ce centre, avec la tangente à la spirale est donné par la formule

$$\tang i = -\frac{2}{a};$$

i est donc une constante du mouvement dans l'espace et dans le temps. Sa tangente trigonométrique, changée de signe, est le double de l'inverse de la dérivée par rapport au temps de l'inverse de la vitesse angulaire.

Intégrant les équations dont dépendent V et p, il vient

$$(1)\qquad V = \frac{[\sigma\mathcal{F}(\sigma)]'}{\mathcal{F}'(\sigma)}\frac{r'\omega^2}{2\sigma} - \frac{1}{\mathcal{F}'(\sigma)}\frac{\partial M(\sigma, t)}{\partial\sigma},$$

$$(2)\qquad p = \frac{\mathcal{F}^2(\sigma)}{\mathcal{F}'(\sigma)}\left[\frac{r'\omega^2}{2\sigma} - \frac{\partial}{\partial\sigma}\frac{M(\sigma, t)}{\mathcal{F}(\sigma)}\right],$$

$$(3)\qquad \sigma = r'^2\omega^2 e^{2a\theta};$$

M représentant une fonction arbitraire de σ et de t. On en déduit la relation suivante, liant p, V et ρ :

$$(4)\qquad \left[\frac{1}{\sigma\mathcal{F}(\sigma)}\right]' p + \frac{V}{\sigma^2} - \frac{\partial}{\partial\sigma}\frac{M(\sigma, t)}{\sigma\mathcal{F}(\sigma)} = 0.$$

Cette loi est linéaire en p et V, et contient toujours V. Elle est la relation la plus générale de ce genre, dans laquelle le coefficient angulaire, s'il n'est constant, dépend uniquement de la densité, tandis que l'ordonnée à l'origine peut dépendre à la fois de la densité et du temps.

Si l'on conserve les hypothèses faites sur la vitesse angulaire, les propriétés suivantes :

1° La dérivée par rapport au temps de l'inverse de la vitesse angulaire est constante;

2° Le coefficient angulaire de la relation linéaire liant p et V et dépendant de ρ est indépendant du temps; sont caractéristiques du cas traité; c'est-à-dire que chacune entraîne comme conséquence que les surfaces de densité constante ne sauraient être de révolution autour de l'axe de rotation.

Si v désigne la vitesse d'une particule, les équations (1) et (2) conduisent à la suivante :

$$(5)\qquad \frac{v^2}{2} - V + \frac{p}{\rho} = \frac{M(\sigma, t)}{\rho}.$$

C'est l'intégrale des forces vives. Elle fournit une interprétation méca-

nique de M et montre que, à un instant quelconque t, le premier membre conserve une valeur constante, quand on se déplace sur une surface lieu des points de même densité. Par suite, à chaque instant, sur toute surface de densité constante, la relation (5), entre v, p, V est la même que celle que l'on doit à Bernoulli et qui lie ces mêmes grandeurs dans un filet fluide d'un liquide en mouvement permanent, présentant la même densité.

Si l'on différentie totalement l'équation (3) le long d'un parallèle, en tenant compte de l'expression de ω donnée dans la Note rappelée, ou encore, si l'on tire $\frac{d\rho}{dt}$ de l'équation de continuité, on trouve que le fluide se comporte comme s'il était incompressible.

On démontre aisément que la relation (4) est l'unique relation existant entre p, V et ρ.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La tension de vapeur des gelées.* Note de M. **Paul Bary**, présentée par M. G. Urbain.

On sait que les gelées obtenues par gonflement des matières colloïdales lyophiles dans un liquide contiennent une quantité beaucoup plus grande de liquide que celles obtenues par gonflement dans la vapeur saturée du même liquide. De plus, lorsque la gelée saturée dans le liquide est placée dans la vapeur, elle se dégonfle progressivement jusqu'à venir à l'équilibre qu'elle aurait atteint avec le colloïde gonflé à saturation dans la vapeur. Schroeder (*Zeit. Phys. Chem.*, 45, 1903, p. 75) a cru voir que ce fait était en contradiction au moins apparente avec le second principe de la Thermodynamique.

La difficulté rencontrée pour mettre en accord ce fait avec les principes généraux provient de ce que l'on assimile le gonflement des colloïdes à une imbibition de la matière solide par capillarité. Si l'on part au contraire de l'hypothèse de la dissolution du liquide dans le solide, qui conduit à considérer une gelée comme une solution solide, les faits deviennent très simples à expliquer et toute anomalie disparaît.

Tout d'abord cherchons à vérifier expérimentalement le désaccord avec le second principe de la Thermodynamique, c'est-à-dire la possibilité d'opérer une circulation continue du liquide au travers du colloïde qui serait immergé en partie dans le liquide et en partie dans sa vapeur saturée; un tel mouvement perpétuel est naturellement irréalisable. Les choses se passent ainsi que le montre l'essai suivant :

On emplit un petit tube de verre de 15^{mm} de diamètre et de 30^{mm} de hauteur environ avec une gelée de gélatine-eau à 25 pour 100 de gélatine et on le place verticalement dans de l'eau de manière que la partie inférieure plonge dans celle-ci et que la partie supérieure de la gelée soit au même niveau que l'eau extérieure mais n'entre pas en contact avec elle; le tout est hermétiquement clos. En suivant, à quelques jours d'intervalle, les déformations qui se produisent à la face supérieure et à la face inférieure de la gélatine dans le petit tube, on voit la première augmenter de rigidité par perte d'eau et la seconde, en contact avec le liquide, se gonfler considérablement. On a atteint un équilibre, au moins apparent, en un mois environ; il y a équilibre de la gelée avec la vapeur saturée d'un côté et équilibre avec l'eau de l'autre; entre ces deux surfaces la dureté de la gelée varie progressivement dans toute l'épaisseur. On ne peut donc conclure à une distillation continue de l'eau au travers de la gélatine.

Il reste maintenant à expliquer comment un morceau de gelée fortement gonflée dans l'eau se dessèche partiellement dans la vapeur saturée; ce fait obligeant à admettre que la tension de vapeur de la gelée est supérieure à la tension de vapeur du liquide qu'elle contient.

Wiedmann et Lüdeking (*Ann. der Physik. u. Chem.*, 2e série, 25, 1885, p. 145) ont établi que toutes les matières colloïdales qu'ils ont étudiées (gélatine, dextrine, gomme adragante, amidon et tanin) se gonflent avec dégagement de chaleur pour des gonflements modérés, mais que, si leur gelée est mise en présence d'une quantité plus grande d'eau, le nouveau gonflement s'opère avec absorption de chaleur. Il résulte de ce fait que, si la gélatine est saturée d'eau, son dégonflement sera exothermique, sa température sera plus élevée que celle du milieu et il y aura distillation de l'eau, la chaleur latente de vaporisation tendant à ralentir cet effet, conformément au principe de Le Chatelier. La perte d'eau par la gelée se poursuivra jusqu'à la concentration correspondant au *point isothermique* du gonflement, en dessous duquel la dissolution est exothermique et au-dessus duquel elle est endothermique.

Le changement de signe de la chaleur dégagée par la dissolution solide conduit à penser que le gonflement comprend deux phénomènes distincts superposés dont les grandeurs relatives varient avec la concentration de la solution. Cette conclusion est en accord avec l'opinion, que nous avons déjà émise pour des raisons différentes, que le gonflement d'un colloïde doit être considéré comme un phénomène double de dissolution entraînant avec elle la dépolymérisation et la solvatisation de la matière solide.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur les structures susceptibles de présenter l'oxydabilité réversible : étude du groupement benzofuranique.* Note [1] de MM. **Charles Dufraisse** et **Léon Enderlin**, présentée par M. Delépine.

En vue de reconnaître quel est chez le rubrène le groupement doué de l'oxydabilité réversible, nous recherchons cette propriété chez des corps où l'on rencontre des arrangements atomiques de type comparable.

Le 1-3-diphénylbenzofurane-2 (formule I) remplit cette condition : sa structure s'apparente à celle du rubrène (formule II) par un dispositif orthoquinonique, fermé sur cycle pentagonal.

C^6H^5 — O — C^6H^5 I. C^6H^5 C^6H^5 C^6H^5 C^6H^5 II.

Le diphénylbenzofurane est en quelque sorte un hémirubrène, à cette différence près qu'un atome d'oxygène remplace le carbone central dans le cycle pentagonal, substitution qui, d'après divers exemples, n'exclut pas certaines analogies.

En fait les ressemblances entre les deux corps sont indéniables. Fortement colorés à l'état solide, ils sont fluorescents en solution, et surtout ils sont doués l'un et l'autre d'une propriété essentielle pour l'objet de cette étude, la photo-oxydation : leurs solutions se décolorent, en effet, par exposition à la lumière en présence d'air. Le diphénylbenzofurane posséderait-il, lui aussi, l'oxydabilité réversible ?

L'autoxydation photochimique de ce corps a été déjà soigneusement étudiée par les auteurs Guyot et Catel, qui l'ont décrit pour la première fois [2]; ils n'ont obtenu que de l'orthodibenzoylbenzène, et n'ont rien signalé qui puisse laisser soupçonner la formation d'un oxyde susceptible, comme l'oxyrubrène, d'émettre de l'oxygène libre par chauffage ultérieur.

Nous avons tenu néanmoins à reprendre cette oxydation pour nous

(1) Séance du 19 mai 1930.

(2) Guyot et Catel, *Bull. Soc. chim.*, 3e série, 35, 1906, p. 1124.

assurer qu'un oxyde dissociable ne se formait pas transitoirement, ou en faibles proportions.

Le corps, dissous dans de l'éther ou du benzène, était exposé à la lumière en présence d'air jusqu'à décoloration. On introduisait ensuite rapidement le produit résultant dans un tube en communication avec une trompe de Sprengel, disposée pour la récolte des gaz. On faisait aussitôt le vide, puis on chauffait le tube à des températures croissantes, en recueillant les gaz dégagés. Toutes ces opérations étaient conduites avec la plus grande vitesse de manière à devancer autant que possible l'évolution spontanée du peroxyde dont on cherchait à démontrer la présence.

On a ainsi traité d'abord les cristaux qui précipitent spontanément, puis le produit total obtenu par évaporation du solvant. D'autre part, cette évaporation a été effectuée suivant divers procédés destinés à éviter une dissociation prématurée.

Enfin, pour le cas où le peroxyde, trop instable, se dissocierait pendant l'évaporation du solvant, on a imaginé une technique permettant de soumettre directement à l'extraction des gaz la solution elle-même, immédiatement après son irradiation : on obtenait ainsi la totalité des gaz émis, soit du fait de la concentration, soit, comme dans les autres opérations, par chauffage du résidu.

Le rendement en produits gazeux a toujours été minime; de plus, l'oxygène ne s'y trouvait, et d'ailleurs en faible proportion, que quand la technique s'opposait à une rigoureuse élimination de l'air avant la récolte des gaz : la photo-oxydation du diphénylbenzofurane ne fournit donc pas d'oxyde dissociable.

En résumé, le groupement orthoquinonique, fermé sur cycle pentagonal, est porteur de trois des propriétés caractéristiques du rubrène : la coloration, la fluorescence et l'oxydabilité photochimique. Mais il semble impuissant, par lui-même, à conférer aux molécules la réversibilité de l'autoxydation; il doit être appuyé par un autre groupement pour éviter l'effondrement de la molécule sous l'attaque oxydante.

MINÉRALOGIE. — *Influence des matières étrangères tenues en suspension dans l'eau mère sur le faciès des cristaux.* Note de M. **Paul Gaubert**.

Le faciès des cristaux est dû à diverses causes dont les principales sont la vitesse de cristallisation, l'adsorption de matières étrangères ajoutées à

l'eau mère pendant l'accroissement et aussi, dans certaines limites, aux courants de concentration. Ces derniers ne modifient pas, en général, la nature des faces, mais par le fait qu'ils amènent la substance en plus grande quantité dans une direction du cristal que dans les autres, ils provoquent l'allongement ou l'aplatissement de ce dernier suivant certains axes; aussi les cristaux produits dans le même cristallisoir présentent parfois des aspects bien différents dépendant de la position qu'ils occupent.

Dans cette Note je vais examiner l'action des courants influencés par les matières étrangères en très fines granulations dans l'eau mère (1). Le bleu de méthylène et l'acide rosolique fournissent de bons résultats à ce point de vue.

Bleu de méthylène. — J'ai montré autrefois que les cristaux de nitrate de plomb, formés à la température ordinaire dans une solution saturée de bleu de méthylène, prenaient la forme de cubes au lieu de se présenter en octaèdres. Mais si la cristallisation se fait par refroidissement d'une solution contenant un excès de matière colorante en suspension dans le liquide, il se produit des lames pouvant avoir plusieurs centimètres de largeur et dont l'épaisseur peut ne pas dépasser $\frac{1}{5}$ de millimètre. L'épaisseur diminue avec la quantité de bleu de méthylène, alors que la coloration, due à des inclusions solides de la matière colorante, augmente. Les cristaux dans le cas où cette dernière existe en faible quantité en suspension dans le liquide, peuvent être tout à fait incolores, surtout si la cristallisation se fait au-dessous de 40°. Ces lames semblent appartenir, à première vue, à des cristaux rhomboédriques très aplatis suivant la base a^1(111). Elles sont limitées latéralement par des facettes a^1 de l'octaèdre et parfois p.

Par conséquent, le bleu de méthylène, ajouté à une solution de nitrate de plomb, peut donner, suivant les conditions de cristallisation et la quantité des particules en suspension dans le liquide, soit des cristaux en cubes, soit des cristaux plus ou moins aplatis suivant une des faces de l'octaèdre.

Acide rosolique. — Tout autre est le faciès des cristaux produits par refroidissement d'une solution bouillante saturée, contenant de l'acide rosolique. Cette substance, à l'état de poudre cristalline, presque insoluble dans une solution de nitrate de plomb, peut rester en suspension dans cette dernière. Les cristaux de nitrate, formés au-dessous de la croûte produite à

(1) En général, comme l'a montré autrefois F. Beudant (*Ann. des Mines*, 3, 1818, p. 269), les matières en suspension dans l'eau mère ne modifient pas le faciès du cristal.

la surface par refroidissement, sont allongés suivant un des axes quaternaires du cube et terminés aux deux extrémités de cet axe par les faces de l'octaèdre. Le cristal a donc l'apparence d'un prisme quadratique limité par les faces prismatiques et tronqué sur les angles. Mais comme les faces $\frac{1}{2} b^2 (210)$ existent parfois, et en particulier quand la cristallisation a été relativement lente, le cristal a en apparence la symétrie rhombique. Ces cristaux ainsi déformés peuvent atteindre 1^{cm} de longueur et ne pas dépasser 3^{mm} de diamètre. Leur accroissement ou plutôt leur allongement se fait surtout par apport de matière venant de bas en haut sur les faces de l'octaèdre inférieur, ce qui provoque le développement des faces du cube (100) parallèles à l'axe dirigé verticalement. En outre, le voisinage des autres cristaux orientés de la même manière empêche ou réduit l'apport de matière sur les faces prismatiques.

Les cristaux sont plus ou moins opaques et colorés en rose par des inclusions solides d'acide rosolique. Souvent la matière colorante se porte en plus grande quantité sur les arêtes $a^1 a^1$ de l'octaèdre inférieur que sur le reste du cristal.

Les cristaux de nitrate de plomb peuvent donc présenter en apparence, dans des conditions bien déterminées et nullement accidentelles, les symétries cubique, rhomboédrique, quadratique et même rhombique. On peut supposer un cas de polymorphisme dont les formes limites extrêmement voisines les unes des autres, dérivant toutes du même réseau et provoquées par des actions très faibles ayant agi d'une manière différente sur ce dernier. Les anomalies optiques des cristaux de nitrate de plomb et les propriétés optiques des cristaux déformés n'apportent aucun appui à cette hypothèse. Je crois qu'il faut attribuer la forme anomale des cristaux à l'action de courants de concentration, dont la direction est influencée par la présence du bleu de méthylène et de l'acide rosolique en suspension dans la solution. On sait que quelques substances, flottant à la surface, sont repoussées ou attirées par les parois du vase ou autres corps émergeant à la surface. Un phénomène semblable doit se produire avec les corps en suspension dans le liquide. Ces attractions ou répulsions doivent être différentes pour les diverses faces d'un cristal et agir, par conséquent, sur les courants d'eau mère amenant le dépôt de substance sur ces faces. Naturellement, cette question doit être élucidée, mais il me semble qu'il vaut mieux, dans l'état de nos connaissances sur ce sujet, attribuer les modifications du faciès des cristaux considérées ici, à des causes secondaires, plutôt qu'à des déformations du réseau cristallin.

PHYSIOLOGIE. — *Contribution à l'étude du pouvoir oxydo-réducteur des tissus.* Note de MM. **R. Fabre** et **H. Simonnet**, présentée par M. E. Leclainche.

Nous avons établi (¹) que la perfusion du foie de lapin, au moyen de liquide de Ringer donne un perfusat dont le pH est constant et dont le taux de dérivés sulfhydrylés, extrêmement faible, varie très peu au cours de l'expérience. Le tissu hépatique conserve donc certaines de ses propriétés biologiques, et le perfusat obtenu dans des conditions bien déterminées peut être le témoin de l'activité de ce tissu, et, en particulier, de son pouvoir oxydo-réducteur.

Nous avons dès lors recherché quelle influence le foie pouvait jouer, en tant que système d'oxydation-réduction, vis-à-vis de substances dont le rH est voisin de celui de la cellule hépatique. Nous avons de la sorte confirmé le pouvoir réducteur du foie vis-à-vis du bleu de méthylène et nous l'avons mis en évidence vis-à-vis de la cystine.

Dans le cas du bleu de méthylène, employé en solution à $\frac{0,05}{1000}$ dans du liquide de Ringer, on constate que, si ce colorant est fixé en notable proportion sur le tissu hépatique, le perfusat incolore redevient bleu par ébullition en présence d'eau oxygénée et d'acide acétique. Le bleu de méthylène (rH : 14,2 pour pH : 7), a donc été réduit, en partie, à l'état de leucobase, par perfusion à travers le foie.

Dans le cas de la cystine, employée en solution à $0^g,10$ pour 1000 dans du liquide de Ringer, on constate que le taux du perfusat en dérivés sulfhydrylés s'accroît dans la proportion de 15 à 20 pour 100, ce qui met en évidence le pouvoir réducteur du tissu hépatique vis-à-vis de la cystine.

Les mêmes observations peuvent être faites si l'on opère sur la pulpe du foie de lapin.

5^g de pulpe de foie de lapin, en suspension dans 10^{cm^3} de sérum salé à 8 pour 1000, sont maintenus en milieu aérobie, au thermostat à 38°. Très rapidement, le taux des dérivés sulfhydrylés s'accroît, pour se maintenir ensuite à peu près constant pendant deux heures au moins.

Si, parallèlement, un mélange identique est additionné de $0^g,01$ de cystine, celle-ci est réduite en cystéine et le taux des dérivés sulfhydrylés de la pulpe s'est élevé en

---

(¹) R. Fabre et H. Simonnet, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1528.

une heure dans une proportion moyenne de 70 pour 100. Si l'on prolonge l'expérience, on observe, au bout de 2 à 3 heures, un accroissement notable des substances oxydables par l'iode, autres que les dérivés sulfhydrylés.

Les mêmes expériences, répétées sur de la pulpe provenant d'un foie préalablement perfusé pendant 2 heures et demie, montrent que cette pulpe conserve son pouvoir réducteur, et peut transformer en cystéine 50 pour 100 environ de la cystine mise en œuvre.

La ou les substances qui conditionnent le potentiel réducteur du foie ne sont pas thermolabiles. La pulpe de foie maintenue une demi-heure à 100° et même à 120° conserve en grande partie son pouvoir de réduction vis-à-vis de la cystine.

Cette résistance à la chaleur et cette faible solubilité des produits réducteurs du foie permettent de penser que ceux-ci s'apparentent étroitement avec le philothion de de Rey-Pailhade, et confirment les rapports établis par les travaux de cet auteur entre glutathion et philothion.

PHYSIOLOGIE. — *Coefficient lipocytique des hématies et résistance globulaire au cours du scorbut expérimental.* Note de Mme **L. Randoin** et Mlle **A. Michaux**, présentée par M. E. Leclainche.

Après avoir constaté *l'étendue des variations de la résistance globulaire chez le Cobaye scorbutique :* de 6,5 à 0,5 (au lieu de 5,5 à 2 chez le Cobaye normal), il nous a semblé intéressant de compléter ces données par une recherche comparée de la valeur du coefficient lipocytique des hématies, $\left(\frac{\text{cholestérol}}{\text{acides gras}} \times 100\right)$, chez le Cobaye normal et chez le Cobaye scorbutique.

A. Mayer et G. Schaeffer ont montré, en 1913-1914, le rôle important que jouent le cholestérol et les acides gras dans les phénomènes d'imbibition des cellules : plus le coefficient lipocytique est élevé, plus la quantité d'eau qui imbibe les cellules est grande. Ils ont constaté que les globules rouges des diverses espèces animales sont d'autant plus facilement hémolysés par l'eau que leur coefficient lipocytique est plus fort (¹). Chez une espèce donnée, une forte résistance globulaire indiquerait donc que le coefficient lipocytique des hématies est faible.

Mais, dans un cas pathologique tel que le scorbut, où des variations de la

(¹) A. Mayer et G. Schaeffer, *Journ. de Physiol. et de Pathol. gén.*, 16, 1914, p. 1 et 28.

résistance globulaire se produisent, à partir de la normale, dans les deux sens à la fois, que devient parallèlement la valeur du coefficient lipocytique? Telle est la question précise que nous nous sommes posée.

Technique. — Nos recherches ont été faites avec une cinquantaine de Cobayes de même sexe (mâle) et de poids moyen, répartis en trois lots :

I. Cobayes recevant une nourriture naturelle complète et équilibrée.

II. Cobayes recevant un régime artificiel complet et équilibré (¹).

III. Cobayes recevant ce même régime artificiel, *uniquement dépourvu de vitamine C ou antiscorbutique*, régime provoquant inévitablement l'apparition d'un syndrome hémorragique caractéristique et la mort au bout de 28 à 32 jours.

A partir des douzième ou treizième jours, nous avons recueilli dans chacun des lots, à intervalles plus ou moins réguliers, le sang carotidien de 3 ou 4 cobayes. Nous avons recherché les quantités de cholestérol et d'acides gras contenues dans les globules sanguins par la méthode de Kumagawa-Suto modifiée d'après Shimidzu (détermination de l'extrait total et du cholestérol total, complétée par le dosage de l'insaponifiable total); les résultats — qui représentent des moyennes — ont été rapportés au poids sec, d'après les indications données par A. Mayer et G. Schaeffer (²).

Les nombres que nous avons ainsi obtenus sont exprimés en *grammes de cholestérol et d'acides gras pour* 100^g *de globules secs*. A côté de ces nombres, nous avons rappelé nos données concernant la résistance globulaire.

	Coefficient lipocytique.			Résistance globulaire.
	Cholestérol.	Acides gras.	Coefficient lipocytique.	La résistance s'étend de :
	Régime naturel.			
»	0^g,361	0^g,900	40,11	4,5 à 3
»	0,343	0,820	41,82	4,5 à 3
»	0,259	0,582	44,50	5 à 2,5
	Régime artificiel complet.			
10ᵉ au 15ᵉ jour......	0,320	0,550	58,18	—
15ᵉ au 20ᵉ jour......	0,309	0,650	47,53	5 à 2
20ᵉ au 25ᵉ jour......	0,480	0,820	58,53	5 à 2,5
25ᵉ au 32ᵉ jour......	0,370	0,771	47,98	5 à 2
	0,300	0,685	43,79	4 à 2,5

(¹) Voir Mᵐᵉ L. Randoin et Mˡˡᵉ A. Michaux, *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1063.

(²) A. Mayer et G. Schaeffer, *Journ. de Physiol. et de Pathol. gén.*, **15**, 1913, p. 513, 517 et 986.

	Coefficient lipocytique.			Résistance globulaire.
	Cholestérol.	Acides gras.	Coefficient lipocytique.	La résistance s'étend de :
	Régime artificiel privé de vitamine C.			
10e au 15e jour.....	0g,300	0g,520	57,69	6 à 3
15e au 20e jour......	0,330	0,760	43,42	5 à 2
20e au 25e jour......	0,284	0,596	47,65	5 à 2,5
	0,328	0,772	42,48	5 à 2,5
Période prémortelle, 25e au 32e jour....	0,351	1,180	29,74	4,5 à 1
	0,310	0,810	38,27	4,5 à 1
	0,397	1,110	35,76	5 à 1,5
	0,332	0,980	33,87	6,5 à 0,5

Résultats et conclusions. — I. Chez le Cobaye adulte normal, les globules sanguins renferment, en moyenne, pour 100g de poids sec, 0g,34 de cholestérol et 0g,72 d'acides gras. Le coefficient lipocytique est, en moyenne, de 42 chez les Cobayes normaux du premier groupe; il est un peu plus élevé (51) chez les Cobayes soumis au régime artificiel complet.

II. Lorsque le Cobaye ne reçoit pas de vitamine antiscorbutique, le taux du cholestérol demeure sensiblement constant; mais, vers la fin du scorbut, la teneur en acides gras augmente : de 0,66 en moyenne, elle passe à 1 pour 100. *Le coefficient lipocytique diminue donc nettement lorsque les accidents caractéristiques s'aggravent :* à la période prémortelle, il descend jusqu'à 30.

Et c'est précisément à cette période que la résistance globulaire d'un certain nombre d'hématies se trouve fortement accentuée, alors que d'autres hématies, au contraire, sont plus facilement hémolysées que les globules normaux. L'abaissement marqué du coefficient lipocytique [absolument parallèle à celui que nous avons constaté pour les surrénales [1]] semble donc indiquer que la variation dans le sens d'une augmentation de la résistance globulaire est un phénomène pathologique beaucoup plus important, au moins du point de vue quantitatif, que la variation dans le sens d'une diminution de résistance à l'hémolyse.

---

[1] Mme L. Randoin et Mlle A. Michaux, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 1055.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la teneur élevée de l'azote non protéique chez les Insectes.* Note de Mlle **Andrée Courtois**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Nous avons montré [1] que le sang des Insectes ainsi que le contenu des chrysalides de Lépidoptères étaient très riches en acides aminés libres.

Étendant nos recherches à la répartition des différentes formes de l'azote, nous avons constaté que l'*azote non protéique* occupe, en valeur absolue, un taux élevé chez les Insectes.

Nous avons établi la teneur de cet azote non protéique chez des larves, des chrysalides et des adultes. Nos résultats sont exprimés en grammes pour 100 de tissus frais.

	Larve.	Chrysalide.	Adulte.
Saturnia pavonia	0,285	0,800	0,565
Saturnia pyri	0,300	0,720	0,611
Attacus pernyi	0,195	0,900	0,800
Sphinx pinastri	0,225	0,600	0,486

Ces nombres ont été établis pour des animaux entiers. Peu de dosages ont été effectués jusqu'ici chez les invertébrés. Seuls les travaux de Delaunay nous permettent de donner quelques nombres à titre de comparaison.

Teneur en azote non protéique exprimée en grammes pour 100 *de tissus frais.*

Ostrea edulis	0,198 pour 100
Limax agrestis	0,100 »
Elix pomatia	0,286 »
Aplysia	0,100 »

Nos dosages ont été pratiqués de la même façon, par la méthode de Kjeldahl après une désalbumination par l'acide trichloracétique. Les tissus étaient broyés et épuisés par l'eau chaude, en présence de sable lavé.

Il nous a paru intéressant de suivre les variations de cet azote non protéique au cours de la nymphose. Nous exprimons cette variation par le rapport de l'azote non protéique à l'azote total.

L'azote total ne varie pas au cours de la nymphose.

---

(1) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 652.

1° *Rapport* $\frac{\text{N non protéique}}{\text{N total}}$ *chez les larves :*

Cossus cossus	18 pour 100
Tenebrio molitor	18 »
Attacus pernyi	12 »
Sphinx ligustri	16 »

2° *Rapport* $\frac{\text{N non protéique}}{\text{N total}}$ *chez les chrysalides.* — Le rapport $\frac{\text{N non protéique}}{\text{N total}}$ va sans cesse croissant pendant les premiers mois de la nymphose, d'octobre à février, pour diminuer très rapidement lors de la formation de l'imago.

	Octobre.	Nov.	Déc.	Janvier.	Février.	Mars.
Attacus cynthia	16	20	25	30	32	25
Saturnia pavonia	18,5	21	24	32	36	24
Saturnia pyri	17	19	22	24	30	27
Sphinx pinastri	12	14	16	20	25	22
Attacus pernyi	19	28	32	36	31	29

3° *Rapport* $\frac{\text{N non protéique}}{\text{N total}}$ *chez l'adulte :*

	Mâle.	Femelle.
Attacus cynthia	22,3	32
Attacus pernyi	23	31
Sphinx pinastri	16,5	27
Saturnia pavonia	11	30
Tenebrio molitor	18	»
Melonlontha vulgaris	13	»
Periplaneta orientalis	»	30

L'examen de ces nombres nous montre que, chez l'adulte, la teneur en azote non protéique tend à revenir au même taux que chez la larve, sauf chez la femelle où elle reste très élevée.

Cet azote non protéique est presque complètement réparti en acides aminés libres, acide urique et bases puriques. La créatine n'occupe qu'une faible portion.

Nous n'avons pas pu mettre en évidence la créatinine.

L'ammoniaque est à l'état de traces ainsi que l'urée.

Conclusion. — Il résulte de ce travail qu'une partie importante de l'azote chez les Insectes est à l'état non protéique.

Le taux croissant de cet azote non protéique au cours de la nymphose dans la phase histolytique, et le taux décroissant dans une phase beaucoup

plus courte est une observation que nous avons faite pour d'autres composés, en particulier pour le phosphore.

L'ensemble de ces recherches nous amène à la conclusion suivante :

Le travail chimique de démolition des matières protéiques est un travail lent et progressif, qui s'étend dès les premiers jours de la formation du cocon ou de la nymphe (fin juillet-janvier) alors que le travail de reconstitution est rapide, que moins de deux mois suffisent à élaborer les tissus de l'imago.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Influence du* pH *sur une réaction colorée des adrénalines*. Note (¹) de MM. **H. Bierry** et **B. Gouzon**, présentée par M. A. Desgrez.

Au cours d'expériences sur le cœur isolé, dans lesquelles l'organe était maintenu par une épingle en acier dans un tube de verre paraffiné, rempli d'une solution d'adrénaline dans du liquide de Ringer, nous avons constaté qu'il se formait très rapidement une auréole colorée autour de l'épingle. Nous avons étudié les conditions dans lesquelles se produisait cette réaction qui se rapproche, sur certains points, de la réaction classique donnée par l'adrénaline en présence de perchlorure de fer.

Influence du pH *sur la réaction*. — Nous avons répété cette expérience sur des solutions d'adrénaline dans l'eau bidistillée. Le corps est dissous avec le minimum de HCl, de manière à réaliser pH = 7 environ et une concentration en adrénaline de 1 pour 1000. Si l'on introduit 2 ou 3^{cm^3} de cette solution dans un tube à essai (verre Pyrex) et qu'on y plonge une épingle en acier, on voit se former, au bout d'une minute environ, le long de l'épingle, une auréole violette qui s'accentue peu à peu et gagne, si l'on agite, tout le reste du liquide. Avec une solution alcaline (pH = 8), la couleur obtenue est mauve rougeâtre; avec une solution d'adrénaline en milieu acide (pH = 5), la réaction est un peu plus longue à s'amorcer, et il faut à peu près 25 minutes pour que se produise une coloration bleue violacée, qui se développe ensuite rapidement.

En milieu beaucoup plus acide (pH = 2,5 par exemple) aucune coloration ne se manifeste pendant trois quarts d'heure à 1 heure. Au bout d'une heure environ apparaît, et seulement dans le liquide, une teinte vert pâle,

---

(¹) Séance du 19 mai 1930.

couleur d'aigue-marine. Si, à ce moment, on ajoute quelques gouttes d'une solution de soude N/50, on voit se produire instantanément une couleur : bleue, violette ou rouge, suivant le pH réalisé. Le composé en question, quoique non visible, s'était donc bien formé, malgré l'acidité élevée du milieu.

Le passage de ces couleurs les unes dans les autres est réversible. C'est ainsi que si l'on opère sur une solution à pH = 8, et qu'une fois la coloration rouge développée, on acidifie peu à peu avec une solution de HCl N/50, on voit la solution devenir violette, puis passer au bleu pour arriver finalement au vert pâle. Il s'agit donc bien là d'un véritable indicateur dont nous avons pu déterminer les deux gammes de virage : le virage du vert pâle au bleu violet se fait de pH = 3 à pH = 4 ; celui du bleu violet au rouge pourpre de pH = 6 à pH = 7,5 environ.

Action des antioxygènes. — On sait que les solutions d'adrénaline subissent l'oxydation spontanée à l'air et à la lumière. Par suite, si au lieu d'opérer dans des tubes non bouchés, on recouvre les solutions d'une couche d'huile de vaseline, on voit la réaction se produire plus lentement et avec moins d'intensité. Pour la même raison nous avons étudié l'action de plusieurs antioxygènes et, en particulier, de la paraphénylènediamine. Son action s'est montrée très différente suivant la réaction ionique du milieu (catalyse inversée). A pH = 7, elle exerce une influence nettement retardatrice qui croît avec l'alcalinité, de telle sorte qu'à pH = 9, il faut attendre au moins 1 heure avant de voir apparaître un début de coloration rose. En milieu acide, par contre, son action est nettement accélératrice et, dans une solution à pH = 3, on obtient rapidement la coloration bleue qui ne se produirait que lentement à pH = 4, sans paraphénylènediamine. Celle-ci agit donc suivant l'acidité ionique du milieu comme catalyseur négatif ou catalyseur positif.

Influence du métal. — Nous avons substitué, à l'épingle d'acier, des fragments d'autres métaux : nickel, chrome, zinc, cuivre, étain, platine; mais, dans tous les cas, la réaction est demeurée complètement négative.

Étude des noradrénalines et de la pyrocatéchine. — Nous avons essayé les mêmes réactions sur des solutions de noradrénalines : droite et gauche. Ces réactions se sont montrées positives, mais plus lentes à s'établir qu'avec les solutions d'adrénaline. Elles se produisent également avec une solution de pyrocatéchine.

Solution commerciale thérapeutique d'adrénaline. — Les expériences précédentes ont été effectuées sur une solution commerciale thérapeutique

d'adrénaline très acide (pH = 2,5) et renfermant de la chlorétone. Les résultats ont été les mêmes, à cette différence près que la réaction s'amorce plus vite en présence de chlorétone : elle est presque instantanée dans la solution amenée à neutralité (pH = 7).

Conclusion. — Si, dans 2 ou 3$^{cm^3}$ d'une solution aqueuse et chlorhydrique d'adrénaline, placés dans un tube en verre Pyrex, on introduit une épingle en acier, on voit apparaître une gamme de colorations qui varient suivant l'acidité ionique du milieu :

Vert pâle, en milieu fortement acide (pH = ou inférieur à 3); bleu violet en milieu faiblement acide (de pH = 3 à pH = 7); rouge mauve en milieu neutre ou alcalin (pH = ou supérieur à 7). Ces colorations sont plus ou moins intenses et plus ou moins rapidement obtenues suivant le pH réalisé. Cette réaction, due au noyau pyrocatéchique, très intense avec des solutions d'adrénaline au millième, est encore très nette avec des solutions à 1 pour 20000.

BIOLOGIE. — *Le lien entre l'organisation et l'activité vitale; Rôle des membranes plasmiques.* Note [1] de M. **Henri Devaux**, présentée par M. L. Blaringhem.

En 1928 j'ai pu établir que toutes les parties solides de la cellule sont moléculairement organisées, les membranes plasmiques en particulier [2] et que *celles-ci* doivent constituer les principaux outils du protoplasma. L'étude des affinités des constituants cellulaires, d'après les travaux des histologistes, conduit à la même conclusion.

1° Contrairement à ce qu'on aurait attendu, d'après l'activité vitale, les affinités cellulaires, du moins celles que des réactions physico-chimiques permettent de révéler (colorabilité par des réactifs, fixation des métaux, etc.) ne sont très accentuées que dans les parties *non vivantes* de la cellule (parois et vacuoles) : elles ne se manifestent pas ou à peine dans le protoplasma, le noyau, les plastes et les mitochondries, c'est-à-dire dans toutes les parties vraiment vivantes de la cellule.

---

(1) Séance du 12 mai 1930.

(2) H. Devaux, *La structure moléculaire de la cellule et des tissus vivants* (*Bull. Soc. fr. de Phys.*, 6e série, 9, 17 février 1928, p. 34 S.); *La structure moléculaire de la cellule végétale* (*Bull. Soc. botanique de France*, 75, 24 février 1928, p. 88).

2° Ce qui est plus surprenant encore, c'est que, dès que la mort survient, des affinités puissantes apparaissent brusquement dans ces mêmes parties, protoplasma, noyau, plastes, car elles s'emparent avec avidité d'une multitude de réactifs, colorants ou autres.

3° Or, à ce moment précis, les phénomènes de respiration et de métabolisme disparaissent complètement, ce qui signifie que l'activité vitale est entièrement supprimée.

Il y a là un ensemble de faits qui paraissent contradictoires, mais au sujet desquels on doit faire les remarques suivantes :

1° La mort, avec disparition des phénomènes vitaux, se traduit non seulement par l'apparition d'affinités internes, mais par la coagulation, c'est-à-dire par la manifestation d'une hétérogénéité de structure avec indépendance des affinités apparues : la cellule n'est plus une unité organisée.

2° Puisqu'au moment de la mort des affinités puissantes s'éveillent, ces affinités existaient certainement dans les molécules, elles étaient seulement masquées par saturations réciproques.

Cette interprétation logique laisse subsister en entier le problème du lieu même des activités cellulaires. Il y a lieu de faire intervenir les *actions de surface* aboutissant à l'activation superficielle du protoplasma.

Une goutte de protoplasma frais, s'échappant d'un poil radical ou d'une algue blessés, s'entoure subitement d'une membrane proprement dite. Une goutte d'albumine se comporte de même en produisant une membrane moins parfaite, mais indéniable, comme je l'ai montré il y a de nombreuses années [1]. Dans les deux cas, il s'agit évidemment d'une coagulation provoquée par la mise en surface, c'est-à-dire par la tension superficielle qui se manifeste alors. Mais la production même de cette membrane dans le cas de la goutte de protoplasma frais, nous fait assister à la naissance simultanée d'une organisation et d'affinités libres, apparues dans la membrane même qui vient de se former. Cette membrane est en effet un sac clos qui met le reste du protoplasma à l'abri et lui permet de conserver son homogénéité et son équilibration. Mais sa formation même est due à des affinités libérées par la mise en surface, et en même temps orientées. Telle serait la cause remar-

---

[1] *Sur une réaction nouvelle et générale des tissus vivants. Essai de détermination directe des dimensions de la micelle albuminoïde* (*Proc.-Verb. Soc. linnéenne de Bordeaux*, 58, 1903, p. CCLVII); *Membranes de coagulation par simple contact avec l'eau. Application au protoplasma* (*Proc.-Verb. Soc. Sc. phys. et nat. de Bordeaux*, janvier 1904, p. 34).

quable qui lie l'activité vitale à l'organisation : elles auraient une même origine et une même localisation.

Il faut, toutefois, que l'activité superficielle subsiste, qu'elle ne se réduise pas à la production momentanée de la coagulation, mais qu'elle continue par les phénomènes mêmes qui caractérisent la vie. Il paraît bien en être ainsi d'après les belles expériences d'Otto Warburg sur les Oursins (1910), continuées depuis et confirmées par le même auteur et par d'autres, dont L. Génevois (Thèse, 1929).

On peut en conclure que la cellule est un système de catalyseurs hétérogènes, dont l'activité est localisée le long de membranes. Ces catalyseurs membraneux, en forme de petits sacs clos, se forment et s'entretiennent automatiquement en même temps qu'ils produisent toutes les transformations physico-chimiques dont la cellule est le théâtre, ce qui établit le lien, jusqu'à présent mystérieux, entre la structure cellulaire et l'activité vitale.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la transformation de l'acide pyruvique en acide lactique dans le foie.* Note de Mme **Y. Khouvine**, MM. **E. Aubel** et **L. Chevillard**, présentée par M. Molliard.

Nous avons étudié le mécanisme de la transformation de l'acide pyruvique par le foie en milieu anaérobie. Le présent travail a pour but une étude analogue en milieu aéré. Les expériences ont été faites au thermostat à 39° pendant 4 heures avec un mélange de 5^g de foie de chien haché et de pyruvate de soude en suspension dans du liquide de Ringer. Voici les résultats que nous avons obtenus, les chiffres donnés représentant des moyennes :

Acide pyruvique.	Extra réducteur total.	Extra O^2.	Extra CO^2.	Extra acide lactique.	Q. R.	Extra acide lactique / extra CO^2.
cg	mg	cm³	cm³	mg		
10	+0,5	1,3	10	19,7	1,15	1,97
5	+4	2,1	8,5	16,2	1	1,90
2,5	+2	1,7	5,4	7,3	0,88	1,35

On constate donc une augmentation de la consommation de O^2 sous l'influence du pyruvate ainsi que Meyerhof, Lohmann et Meier l'ont déjà constaté. Mais il nous a été impossible de mettre en évidence une resynthèse du réducteur. Peut-être cela est-il dû, soit au fait que nous avons opéré avec du foie de chien, soit au fait que le foie était haché. D'ailleurs

l'acide lactique reste, dans les conditions expérimentales, à peu près inattaqué et sans influence notable sur O^2 et CO^2.

	Acide lactique au départ.	Acide lactique à la fin.	Extra réducteur total.	Extra O^2 (cm^3).	Extra CO^2 (mg).
Animaux à jeun.........	83	76	+3^{mg}	+0,1	−0,6
Animaux nourris.........	80	73	+3^{mg}	−0,5	+0,3

Naturellement cela n'infirme en rien les résultats classiques de Meyerhof et de Hill sur le muscle.

D'autre part on peut constater que l'extra CO^2 est proportionnellement à la quantité de pyruvate ajouté d'autant plus élevé que la quantité de pyruvate est plus faible. On pourrait penser à une décarboxylation (suivant le procès découvert par Neuberg) plus active. Mais il ne semble pas que cette hypothèse soit exacte, les quantités d'acétaldéhyde formé ne correspondent pas, ainsi que nous nous en sommes assurés, à l'extra CO^2. Enfin le rapport $\frac{\text{Extra acide lactique}}{\text{Extra } CO^2}$ est inférieur à celui que l'on obtient dans les expériences en anaérobiose. Ceci n'est pas une raison pour penser que le couplage

$$CH^3COCOOH + H^2 \rightarrow CH^3CHOHCOOH$$
$$1/12\, C^6H^{12}O^6 + 1/2\, H^2O \rightarrow 1/2\, CO^2 + H^2$$

qui permet la formation d'acide lactique aux dépens d'acide pyruvique n'a pas lieu en présence d'oxygène. Il est plus simple d'admettre qu'une partie de l'hydrogène libéré par la déshydrase du foie aux dépens du glucose se fixe soit sur l'oxygène, soit sur des corps qui, en anaérobiose, existent à l'état réduit et sont, en aérobiose, à l'état oxydé.

MÉDECINE. — *Transmission expérimentale de la fièvre boutonneuse par* Rhipicephalus sanguineus. Note de MM. **Paul Durand** et **Ernest Conseil**, présentée par M. E. Roux.

Les auteurs qui ont observé les premiers la fièvre boutonneuse (fièvre exanthématique de Marseille) ont été frappés par certains caractères étiologiques : faible dissémination, apparition saisonnière et en dehors des villes. Ils ont émis l'opinion qu'elle était probablement transmise par un invertébré piqueur.

Dès leur premier Mémoire (1910), A. Conor et A. Bruch pensèrent aux

phlébotomes. Nous-mêmes, voyant constamment des chiens dans l'entourage des malades, avons, depuis vingt ans, tantôt avec le concours de M. Charles Nicolle, tantôt avec celui de M. Ét. Burnet, poursuivi, en nous servant de parasites de cet animal (puces, tiques, etc.), des recherches expérimentales restées jusqu'ici négatives.

D. Olmer incrimina d'abord un acarien du genre *Trombidium*, puis pensa aux tiques. Entre temps Ch. Godlewski avait publié des observations remarquables, mettant en cause *Ixodes ricinus*, tandis que A. Raybaud (de Marseille) avait apporté des présomptions sérieuses contre *Rhipicephalus sanguineus*.

Il est juste de rappeler qu'un argument de poids, en faveur du rôle des tiques, était constitué par l'existence de la *tache noire*, découverte par J. Piéri, tache que l'on a vu parfois se développer à l'endroit précis du tégument d'où l'un de ces parasites avait été arraché quelques jours auparavant.

Une troisième espèce d'acariens, *Dermanyssus muris*, fut enfin accusée par Marcandier et Bideau, à la suite d'observations récentes et particulièrement précises, faites à bord de navires de guerre d'où étaient absents tout chien et toute tique.

Des Rhipicéphales, récoltés à Tunis dans l'entourage de nos malades, d'autres que D. Olmer nous avait permis de recueillir dans la maison de ses malades à Marseille, ne nous avaient donné jusqu'ici que des résultats expérimentaux négatifs, probablement à cause de difficultés inhérentes à la manipulation de ces animaux qu'on a beaucoup de peine à nourrir sur le singe ou sur l'homme. Pour obtenir des résultats indiscutables, nous avons cru pouvoir, étant donnée la bénignité de l'affection, expérimenter sur l'un de nous et sur plusieurs camarades de bonne volonté, l'homme présentant seul l'exanthème qui permet d'identifier la maladie. Nous avons, cette fois, procédé par inoculation du produit de broyage de tiques.

Notre point de départ est une malade atteinte de fièvre boutonneuse typique, au 9e jour de sa maladie (T. 39°) et son chien, vivant à son contact et infesté de Rhipicéphales.

EXPÉRIENCES. — I. *Sang de la malade*. — Inoculé à deux sujets (dose de 15^{cm^3} et 20^{cm^3}). Résultats négatifs.

II. *Sang du chien*. — Inoculé également à deux sujets (doses de 5^{cm^3} à chacun). Résultats négatifs.

III. *Rhipicéphales*. — 15 *Rhipicephalus sanguineus* sont recueillis sur le chien (5 adultes mâles, 3 femelles gorgées, 7 nymphes). On les lave au sublimé, on les rince

a l'eau stérilisée et on les broye. Le produit de broyage, suspendu en eau salée, est inoculé par moitié sous la peau de deux sujets.

Ils commencent, l'un au 5e, l'autre au 7e jour, à souffrir de céphalée, de fièvre et de douleurs articulaires. Deux jours après, apparaît, chez tous deux, l'éruption caractéristique, évoluant en plusieurs poussées. La fièvre cesse au bout de dix jours chez l'un, de treize chez l'autre. La convalescence pendant laquelle persiste l'éruption présente l'asthénie habituelle.

Nous pensons que cette expérience démontre le rôle de *Rhipicephalus sanguineus* dans la transmission à l'homme de la fièvre boutonneuse. Il y aura à mettre en évidence le réservoir de virus, chien, rongeur ou autre, sur lequel s'infecte la tique et à déterminer le mode de transmission du virus par cette tique.

A 15h45m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La section d'Économie rurale, par l'organe de son doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *L. Lindet* :

En première ligne.	M. **Pierre Mazé**.
En seconde ligne, ex æquo par ordre alphabétique	MM. **Émile Demoussy**, **Richard Fosse**, **Maurice Javillier**, **Émile Schribaux**, **Henri Vallée**.

A ces noms l'Académie adjoint ceux de MM. **Louis Lapicque** et **Gustave Moussu**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 18h15m.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances d'avril 1930.

Mémorial des Sciences mathématiques : La théorie des groupes finis et continus et l'Analysis situs, fasc. 42, par Élie Cartan. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1930; 1 fasc. 26cm,5. (Présenté par M. Borel.)

Cent cinquante premiers profils de Confrères 1928-1930, par Paul Helbronner. Paris, Imprimé pour l'auteur, 1930; 1 vol. 27cm,5.

Spedizione italiana de Filippi. *Raccolte di Piante e di Animali*, par R. Pampanini et D. Vinciguerra. Bologna, Nicola Zanichelli, 1930; 1 vol. 31cm,5.

Le Loess et les autres limons du plateau de Villejuif, par V. Agafonoff et V. Malycheff; in *Bulletin de la Société géologique de France*, 4e série, t. 29, 1929; 1 fasc. 25cm,5.

Recueil publié à l'occasion du 350e *anniversaire de la fondation et du* 10e *de la réouverture de l'Université de Wilno* (en polonais). Wilno. T. I. Zdziejów Dawnego, 1929; 2 vol. 25cm.

Universalité nécessaire du système métrique absolu, par Bayle; in *Bulletin de la Société française des électriciens*, 4e série, t. 9, 1929; 1 fasc. 26cm,5. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

Franz Carl Achards beziehungen zum Auslande Seine Anhänger und Gegner, par Rudolf E. Grotkass, in *Centralblatt für die Zucker-industrie*, 1929-1930; 1 fasc. 21cm.

Le temps et la prévision du temps en Algérie et au Sahara, par L. Petitjean; in *Collection du centenaire de l'Algérie, études scientifiques, Service météorologique de l'Algérie*. Paris, Masson et Cie, 1930; 1 vol. 23cm,5.

Laplace notes on his Ancestry and Life, par MM. G. A. Simon, le comte de Colbert-Laplace et Karl Pearson; in *Biometrika, A Journal for the statistical Study of biological problems*, Vol. XXI, Part 1, Tome 4, December 1929. Cambridge, University Press; 1 fasc. 27cm,3.

Congrès et Concours organisés à l'occasion de l'exposition internationale de Liége 1930, par Léon Michel; in *Centenaire de l'Indépendance de la Belgique*. Liége, 1930; 1 vol. 21cm.

Naissance, vie et mort des maladies infectieuses, par Charles Nicolle. Paris, Félix Alcan, 1930; 1 vol. 18cm,7.

Note au sujet d'un coup de bélier d'onde dans les conduites munies de cheminées d'équilibre, par le comte de Sparre. Paris, Gauthier-Villars et Presses universitaires de France, 1930; 1 fasc. 24cm,8.

CONSERVATOIRE DES ARTS ET MÉTIERS. *Conférences d'actualités scientifiques et industrielles*, année 1929. Paris, Hermann et Cie, 1930; 1 vol. 25cm, 3.

Introduction à de nouvelles recherches de morphologie comparée sur l'aile des insectes, par M. P. VIGNON; in *Archives du Muséum d'histoire naturelle*. Paris, Masson et Cie, 1929; 1 fasc. 33cm. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

Flore générale de l'Indochine, publiée sous la direction de M. LECOMTE. Tome III, fasc. 6 : *Stylidiacées* (fin), *Goodéniacées*, *Lobéliacées*, *Campanulacées*, par P. DANGUY; *Vacciniacées*, *Ericacées*, *Epacridacées*, par P. DOP; *Plumbaginacées*, par F. PELLEGRIN; *Primulacées*, par BONATI; *Myrsinacées*, par J. PITARD. Paris, Masson, 1930; 1 fasc. 25cm, 3.

Recueil d'exposés sur les ondes et corpuscules, par LOUIS DE BROGLIE. Paris, Hermann et Cie, 1930; 1 fasc. 25cm.

Œuvres complètes de Christiaan Huygens, publiées par la SOCIÉTÉ HOLLANDAISE DES SCIENCES, Tome 16. La Haye, Martinus Nijhoff, 1929; 1 vol. 29cm.

ERRATA.

(Séance du 5 mai 1930.)

Note de M. *Paul Delens*, Sur les représentations analytiques des cycles de l'espace :

Page 1043, formules (1) et (2), *au lieu de* r, *lire* ι.
Page 1043, formules (1) et (4); page 1044, ligne 19, *au lieu de* 2, *lire* ι.
Page 1043, ligne 13, *au lieu de* $\mathfrak{B}_1$, *lire* $\mathfrak{A}_1$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 2 JUIN 1930.

PRÉSIDENCE DE M. Léon LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de la Pentecôte la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 11 au lieu du lundi 9 juin.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Henri Gautier**, directeur honoraire de l'Observatoire de Genève, qui assiste à la séance.

ÉLASTICITÉ. — *Sur la détermination optique des tensions intérieures dans les solides à trois dimensions.* Note de M. **Mesnager**.

Dans le *Compte rendu* du 20 mai 1930 a paru une Note de M. Henry Favre présentant l'ébauche d'une méthode optique pour la résolution expérimentale d'un problème d'élasticité quelconque. Cette méthode très intéressante présente malheureusement d'assez grandes difficultés pratiques; de plus elle a l'inconvénient de ne donner de solutions que pour le verre de Pockels, et dans l'élasticité à trois dimensions, les résultats changent avec les coefficients d'élasticité.

Notamment, j'ai signalé (*Comptes rendus*, 168, p. 156) les simplifications qui se produisent dans les formules d'élasticité à trois dimensions quand le coefficient de Poisson est égal à 0,5 (Alliage de platine et d'argent. *Recueil de constantes physiques*, par Abraham et Sacerdote, Gauthier-Villars, p. 171). La distribution des tensions est alors, dans un certain nombre de problèmes, indépendante des coefficients d'élasticité, à trois dimensions comme à deux dimensions.

Pratiquement en général les tensions dangereuses se produisent à la surface. Il suffit donc le plus souvent de connaître les tensions dans la couche superficielle. Dans celle-ci la tension principale perpendiculaire à la surface est nulle, les deux autres sont parallèles à cette surface. S'il existe une surface réfléchissante à faible profondeur, il est facile d'étudier les deux tensions principales non nulles de cette couche. La couche superficielle argentée à sa face postérieure peut être collée sur la masse du corps.

Si l'on opère sur un corps à module d'Young élevé, transparent ou non, il suffit de déposer à la surface rendue réfléchissante une matière transparente adhérente à module d'Young faible. Cette matière ne modifiera pas sensiblement les tensions intérieures et par suite les déformations parallèles à la surface. Celles-ci entraîneront des déformations identiques dans la couche transparente, déformations qu'on pourra mesurer par sa double réfraction accidentelle.

On peut d'ailleurs avec une série de sections réfléchissantes, en opérant par soustraction, obtenir successivement l'effet de chaque couche.

La seule difficulté est de mesurer cette double réfraction sur une faible épaisseur.

Or M. H. L Tardy a indiqué dans la *Revue d'Optique* en 1929, pages 59 à 69, une méthode qui permet l'étude des biréfringences très faibles. Avec cette méthode on peut étudier la couche superficielle.

Il est facile notamment de résoudre les problèmes de plaques épaisses de contour quelconque posées ou encastrées. Il n'est pas même besoin alors de recourir à des épaisseurs très faibles.

SPECTROSCOPIE. — *Propriétés des séries et raies anormales dans les spectres atomiques.* Note de M. **H. Deslandres.**

L'étude des séries et raies anormales dans les spectres d'atomes et de molécules a une grande importance, signalée par tous les auteurs. Tous s'accordent à reconnaître que ces anomalies peuvent fournir des indications précieuses sur la loi de formation des raies spectrales.

J'ai déjà examiné à ce point de vue, de 1886 à 1913, les spectres de bandes ou spectres moléculaires. Dans la bande normale les raies se suivent régulièrement, les intervalles successifs croissant en progression arithmétique; mais parfois les intervalles s'écartent de cette loi simple et les intensités sont aussi modifiées. On a ce que j'ai appelé une perturbation;

et c'est le relevé des grandes perturbations, discernables avec un appareil peu dispersif, qui m'a conduit à la loi générale de distribution des bandes d'un même spectre.

Les spectres de raies ou spectres atomiques, dont les raies sont distribuées en séries suivant une loi différente, offrent aussi des anomalies similaires de position et d'intensité. Les séries de l'hydrogène sont représentées exactement par la formule de Balmer, $\nu = A - N/m^2$; mais, pour les autres éléments, la loi est moins simple. Plusieurs formules, dérivées de la précédente, ont été employées, comme on sait, pour représenter, dans la limite des erreurs d'observation, la fréquence des raies de série, en fonction des nombres entiers successifs, 1, 2, .., m. Les principales sont : la formule de Rydberg (1889) $\nu = A - N/(m+\mu)^2$, dont les deux constantes A et μ sont à déterminer pour chaque série; la formule de Ritz (1903) $\nu = A - N/(m+\mu+\beta/m^2)^2$ et la formule de Hicks (1909) $\nu = A - N/(m+\mu+\alpha/m)^2$, l'une et l'autre avec trois constantes. On dresse la liste des écarts O — C ou des différences entre les fréquences observées et calculées. Lorsque, dans l'ensemble, les écarts sont très petits, la formule est jugée satisfaisante; mais parfois une raie de la série présente un écart plus grand, nettement supérieur à l'erreur d'observation; elle forme ainsi ce que j'appelle une pointe anormale, qui peut être accompagnée d'une variation d'intensité. Lorsqu'une série a plusieurs pointes anormales, elle est dite elle-même anormale.

Ces raies et séries anormales ont retenu récemment mon attention. J'ai annoncé que les raies ultimes ou maxima des spectres atomiques étaient, à de faibles différences près, pour plusieurs groupes de corps simples, des multiples de la fréquence élémentaire 1062,5, désignée par la lettre d_1. Même j'ai dû considérer aussi le sous-multiple de cette fréquence, d_1/n, n étant un nombre entier petit, et la différence entre les fréquences des raies fortes et les multiples de d_1/n étant au plus égale à $d_1/10n$. Ces raies ultimes sont les raies premières de séries hydrogénoïdes, mais d'autres raies de série, qui ne sont pas des raies premières, sont aussi des multiples de d_1; et j'ai recherché si elles ne correspondent pas aussi à des variations d'intensité.

Je me suis arrêté d'abord à la série diffuse de simplets de Mg, dont les raies numérotées (3) et (4) sont des multiples de d_1, à savoir $\lambda 5528 \nu 17 d_1 - 21$ et $\lambda 4703 \nu 20 d_1 - 7$. Cette série est présentée partout comme le type des séries anormales; jusqu'ici aucune formule n'a pu la bien représenter, et la formule de Johanson, qui s'en rapproche le plus, donne pour elle les diffé-

rences O — C suivantes, tirées du Mémoire important de Fowler (*Report on line spectra*, 1922, p. 37).

m.	2.	3.	4.	5.
O — C en ν	± 0,00	+ 1,57	— 2,4	+ 0,58

Les différences révèlent deux belles pointes anormales qui correspondent justement aux deux multiples de d_1, et aussi d'ailleurs à des intensités anormales.

J'ai examiné alors les autres anomalies typiques déjà signalées, à savoir :

La deuxième raie de la série diffuse de K, λ 6966, notée comme anormalement faible; sa fréquence $\nu = (13 + {}^1/_2)d_1 + 10$.

La deuxième raie de la série principale de simplets de Ca, λ 2722, aussi trop faible; sa fréquence est $(34 + {}^1/_2)d_1 + 76$; la liaison avec $d_1/2$ est moins étroite qu'avec la raie précédente. A noter qu'elle est placée entre deux raies dont l'intervalle est un multiple de $d_1 (17 d_1 - 12)$; les probabilités d'émission peuvent en être modifiées.

La premiere raie du triplet fondamental (6) de Ca λ 3753, trop faible, fréquence $\nu = 25\, d_1 + 73$.

Dans Ba, la première raie du triplet fondamental (5), anormalement forte, λ 3421 $\nu = (27 + {}^1/_2)d_1 + a$.

Enfin, dans Na, le doublet n° 6 de la série principale, beaucoup plus étroit que le doublet n° 7 : λ 2544, $\nu\, 37\, d_1 - 13$.

Les anomalies fortes apparaissent bien liées à la fréquence d_1; mais en est-il de même avec les pointes anormales faibles et donc plus difficiles à discerner? Inversement les raies multiples de d_1 sont-elles liées à des anomalies de position ou d'intensité, grandes ou petites?

Pour répondre à ces questions, il faut s'appuyer sur des mesures précises. J'ai examiné à ce point de vue l'hélium et les corps alcalins dont l'atome est simple, et dont les spectres ont été relevés avec précision; je donne aujourd'hui les résultats obtenus avec l'hélium, le lithium et le sodium.

Hélium. — Pour simplifier j'examinerai seulement deux séries de l'hélium, les autres séries donnant des résultats analogues.

Série fine de simplets : 11 raies dont trois multiples de d_1 : raie (2) λ 7281 $\nu\, 13 d_1 - 82$; raie (3) λ 3936 $\nu\, 24 d_1 - 100$; raie (12) λ 3771 $\nu\, 25 d_1 - 19$. Or Ritz (1903) et Hicks (1910), puis Fowler (1922) avec des mesures plus précises, offrent des pointes avec les raies (7) et (12); la raie (2), choisie par eux pour déterminer les constantes de la formule, échappe à l'examen. La courbe de la figure 1, qui reproduit les O — C de Fowler, montre bien

COURBES DES O — C

ou des différences entre les fréquences observées et les fréquences calculées, pour les raies successives (1, 2, 3, ..., m) de la série.

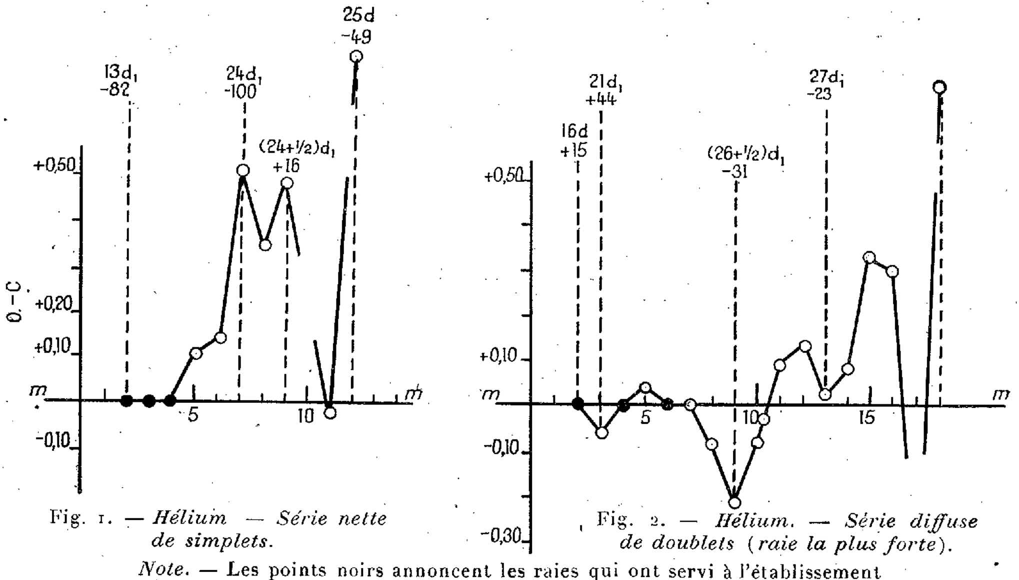


Fig. 1. — *Hélium — Série nette de simplets.*

Fig. 2. — *Hélium. — Série diffuse de doublets (raie la plus forte).*

Note. — Les points noirs annoncent les raies qui ont servi à l'établissement de la formule qui est du type Hicks.

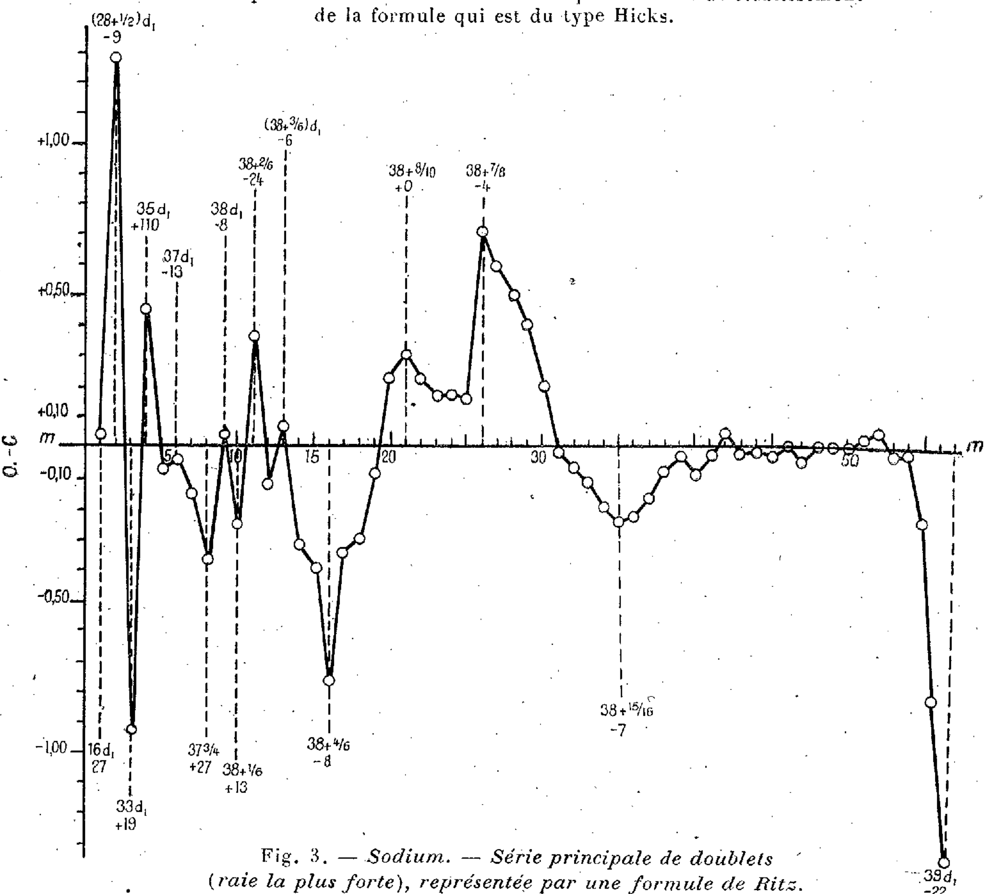


Fig. 3. — *Sodium. — Série principale de doublets (raie la plus forte), représentée par une formule de Ritz.*

les pointes (7) et (12) et en plus une pointe pour la raie (9) $\nu(24+{}^1/_2)d_1+16$. Or les formules des auteurs sont différentes, et leur accord pour les pointes est remarquable. En fait les divergences entre les O — C des diverses formules tiennent surtout au choix des raies utilisées pour les constantes.

Série diffuse de doublets : 17 raies avec trois multiples de d_1, que la figure 2 montre attachés aux raies (2), (3) et (13). La raie (2), employée pour la formule, est tenue à l'écart; mais les raies (3) et (13) ont de petites pointes. A noter que la pointe la plus forte correspond à la raie (9) qui est un multiple de $d_1/2$ $\nu = (26 + {}^1/_2)d_1 - 31$.

Lithium. — La série principale avec 41 raies est la plus importante; mais les sept premières raies sont les seules mesurées avec précision.

Parmi ces dernières raies, celles qui ont les numéros (1) et (5) sont multiples de d_1; la raie (1) est accaparée par la formule; mais la raie (5) $\lambda 2475$ $\nu 38 d_1 + 12$ est relevée avec une pointe anormale par Ritz, Hicks Birge et Bevan (1916).

Sodium. — La série principale offre 57 raies mesurées avec une grande précision par Wood et Fortrat (1916). C'est la série la plus riche en raies que l'on connaisse, et, pour la question qui nous occupe, elle offre un intérêt de tout premier ordre. La courbe des différences O — C publiées par Wood et Fortrat est présentée dans la figure 3 ci-dessus, et elle met en relief d'une façon saisissante les liens étroits des pointes anormales avec la fréquence d_1. Les conséquences diverses à en tirer seront développées dans une Note prochaine. J'ajouterai seulement quelques remarques :

Les raies de la série rattachées à six multiples de d_1 ont chacune leur pointe plus ou moins forte. Les autres pointes, dont quelques-unes sont hautes, sont rattachées à des multiples de $d_1/2n$, n variant de 1 à 8.

La pointe anormale est particulièrement forte pour les dernières raies de l'hélium (simplets) et du sodium ; ces raies sont très voisines d'un multiple de d_1 compris entre elles et la limite de la série. La pointe de l'hélium est diminuée sur le dessin à cause du manque de place.

Les faits présentés ci-dessus annoncent que la fréquence des raies anormales est modifiée en même temps que leur intensité. Il convient d'étudier les radiations dont l'intensité est changée dans une atmosphère d'hélium et de vérifier si elles ne subissent pas aussi une petite variation de leur fréquence.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'hérédité du sexe chez l'Ancolie* (Aquilegia vulgaris *L.*). Note [1] de M. **L. Blaringhem.**

Les Traités de biologie florale ne signalent pas (H. Müller, F. Ludwig, J. Mac Leod, P. Knuth, etc.) d'individus femelles chez les espèces d'Ancolies et, en fait, ils sont rares dans la nature. En mai-juin 1923, j'en ai trouvé dans la proportion de 1 pour 100 parmi les *Aquilegia vulgaris* L. hermaphrodites de la vallée d'Ussat (Ariège), sur la route de Quérigut. Deux pieds femelles vigoureux, transportés en fleurs avec quelques pieds hermaphrodites à la Station de Recherches Berthelot à Bellevue (S.-et-O.), sont les points de départ de mes études de génétique sur les Ancolies et elles m'ont déjà fourni, à partir de divers croisements, une lignée (F_2) provenant d'une plante autofécondée en 1928 qui ne renferme que des pieds femelles (27 individus). C'est une preuve nouvelle de la rapidité avec laquelle s'épurent les lignées divergentes par la sexualité, phénomènes dont j'ai donné déjà plusieurs exemples chez les Caryophyllées [2].

1° Les fleurs isolées des plantes femelles d'Ussat ont été pollinisées artificiellement avec le pollen d'*Aquilegia vulgaris* hermaphrodites d'Ussat et de diverses races horticoles, dont une forme à fleurs blanches semi-pleines d'*Aquilegia sibirica* L. et une variation très uniforme d'*Aquilegia chrysantha* Asa Gray. Il en est résulté une série de formes intermédiaires où j'ai noté la fréquence des plantes à fleurs femelles, ou mixtes mais à étamines presque stériles; j'obtins d'ailleurs en 1925 et 1926, même dans les lignées horticoles, quelques plantes à fleurs strictement femelles; ce qui me porte à penser que la ségrégation rapide ne tient pas uniquement à une tendance propre de l'*Aquilegia vulgaris* d'Ussat. Pour des raisons théoriques, je m'efforçai de séparer des lignées à haut pourcentage de fleurs femelles, surtout dans les teintes pures bleues, blanches et mordorées; c'est pourquoi j'isolai dans les produits (F_2) de 1928 une cinquantaine de plantes dont plus de la moitié présentaient des fleurs à étamines petites et à staminodes; je fécondai à la main la plupart d'entre elles et obtins, dans trente cas envi-

---

[1] Séance du 26 mai 1930.

[2] L. Blaringhem, *Sur l'hérédité du sexe chez les hybrides d'Œillets et spécialement chez* Dianthus barbatus *L.* × D. caryophyllus *L.* (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1208) et *Sur l'hérédité du sexe chez une lignée pyrénéenne de* Silene italica *Pers.* (*Bull. Soc. bot. France*, 74, 1927, p. 1000).

ron, des graines peu nombreuses mais bonnes. De ces isolements et cultures dérivent vingt descendances cultivées à Bellevue (F_2), dont un ancêtre au moins est l'*Aquilegia vulgaris* femelle de Quérigut.

Un seul lot, comme je l'ai dit, ne donna que des pieds femelles; un autre, 21 pieds femelles et trois pieds intermédiaires à fertilité des étamines réduites; cinq autres offrent des pourcentages divers mais faibles, oscillant entre un tiers et un dixième, de plantes femelles; les treize lignées restant ne renferment que des individus hermaphrodites dont toutes les étamines sont bien constituées avec pollen abondant. Bref, il s'est produit une ségrégation nette et malgré une sélection sévère en vue de l'obtention de lignées riches en plantes femelles, deux descendances seulement sur vingt donnent ce résultat. Tout se passe comme dans l'isolement des mutantes; l'hérédité du sexe, comme la mutation, n'est pas la règle mais l'exception, comme je l'ai établi déjà pour la Lychnide dioïque ([1]).

2° Cette ségrégation des sexes se produit régulièrement et avec une grande netteté dans les croisements d'espèces affines, ou variétés de la même espèce linnéenne *Aquilegia vulgaris* L.; se comportent comme telles, dans mes croisements, les combinaisons d'*Aquilegia vulgaris* d'Ussat, d'*Aquilegia vulgaris* L. cultivées, à fleurs blanches ou roses, et les variations semi-doubles avec ou sans éperons d'*Aquilegia sibirica* L. Dans les croisements où intervient *Aquilegia chrysantha* Asa Gray, le phénomène se complique par des stérilités partielles et superposées. Je ne puis que signaler ici l'allure générale du phénomène qui est le mode d'hérédité unilatérale matrocline, déjà noté pour des croisements entre plantes hermaphrodites de ces espèces divergentes d'Ancolies par M. Paul Vuillemin([2]) et récemment par Mlle Marie Skalinska ([3]) avec une série d'irrégularités et d'anomalies que l'on rencontre aussi dans les hybrides entre espèces divergentes de Fraisiers et de Benoites. J'y reviendrai plus tard.

3° Quelle que soit la lignée, à l'état sauvage ou cultivé, pure ou métisse ou hybride, *les fleurs des plantes femelles d'*Aquilegia *sont nettement plus petites que les fleurs correspondantes hermaphrodites*. Par exemple, pour la

---

([1]) L. BLARINGHEM, *Sur l'hérédité du sexe chez la Lychnide dioïque* (Lychmis vespertina *Sibthorp*) (*Comptes rendus*, 174, 1922, p. 1429).

([2]) P. VUILLEMIN, *Disjonction et combinaison des caractères des parents dans une hybride* (*Comptes rendus*, 175, 1922, p. 353).

([3]) M. SKALINSKA, *Sur les causes d'une disjonction non typique des hybrides entre différentes espèces du genre* Aquilegia (*C. R. Soc. Biol.*, 96, 1927, p. 1485).

combinaison

Aquilegia vulgaris ♀ (Ussat) × *A. vulgaris* ⚥ (Ussat),

les dimensions des pièces des premières fleurs sont, pour deux plantes élevées côte à côte et de même âge :

	Fleur.	Longueur totale.	Largeur maxima.
		mm	mm
Pétale à éperon	⚥	33	14
	♀	17	8
Pétale lancéolé	⚥	35	13
	♀	18	7
Filet d'étamine	⚥	18	(avec 55 étamines)
Filet de staminode	♀	11	(avec 48 staminodes)

Pour la combinaison

Aquilegia vulgaris ♀ × *A. chrysantha* Asa Gray,

on trouve régulièrement, en plus des plantes à fleurs nettement toutes hermaphrodites ou nettement toutes femelles à staminodes, des individus dont les étamines sont seulement avortées en partie, les dernières développées dans la fleur renfermant du pollen bien conformé.

Or ici on peut noter une sorte de parallélisme entre le développement des pétales et le développement parfait, incomplet ou nul des anthères.

	Fleur.	Longueur totale.	Largeur maxima.
		mm	mm
Pétale à éperon.	⚥	33	15
	intermédiaire	27	8
	♀	18	6
Pétale lancéolé.	⚥	30	16
	intermédiaire	29	9
	♀	19	8

Ainsi le dimorphisme sexuel est bien marqué, comme chez la plupart des Caryophyllées (1), et l'on peut utiliser cette remarque pour le dénombrement des individus des deux sexes lorsqu'il s'agit de populations à l'état sauvage.

En résumé, par des isolements heureux, on peut obtenir en quelques générations des lots de plantes femelles à partir de populations très pauvres; ces

(1) L. Blaringhem, *Sur le dimorphisme sexuel des fleurs et la variabilité spécifique* (*Bull. Soc. Bot., France*, 71, 1924, p. 265; 2 planches).

réussites sont exceptionnelles mais traduisent bien le mode d'hérédité du sexe qui est celui des mutantes (*Œnothera lata*, *Spinacia oleracea*, *Zea Mays*, *Dianthus*, *Silene*, *Lychnis*, ...). L'obtention de lignées femelles est précieuse pour l'étude génétique des races horticoles : en l'état actuel de nos connaissances, il n'y a pas de meilleur procédé, pour analyser méthodiquement les singularités horticoles et les phénomènes tératologiques, que de faire l'épreuve des pollens sur des lignées femelles bien connues. La méthode consiste à utiliser dans les réactions génétiques, au même titre que les réactifs de laboratoire en chimie, des pédigrées de plantes qui n'ont en activité qu'un sexe, femelle ou mâle, par une sorte de désagrégation de l'espèce en types plus simples et plus uniformes. C'est pourquoi je m'efforce d'obtenir des lignées femelles héréditaires dans le plus grand nombre possible d'espèces.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un membre de la section d'Économie rurale en remplacement de M. *L. Lindet* décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 55,

M. Louis Lapicque	obtient	....	17	suffrages
M. Pierre Mazé	»	....	10	»
M. Gustave Moussu	»	....	8	»
M. Émile Schribaux	»	....	6	»
M. Richard Fosse	»	....	4	»
M. Abel Gruvel	»	....	4	»
M. Henri Vallée	»	....	4	»
M. Maurice Javillier	»	....	2	»

Au second tour de scrutin, le nombre de votants étant 55,

M. Louis Lapicque	obtient	....	19	suffrages
M. Pierre Mazé	»	....	12	»
M. Gustave Moussu	»	....	12	»
M. Richard Fosse	»	....	5	»
M. Henri Vallée	»	....	3	»
M. Émile Schribaux	»	....	2	»
M. Émile Demoussy	»	....	1	»
M. Abel Gruvel	»	....	1	»

Au troisième tour de scrutin, le nombre de votants étant 55,

M. Louis Lapicque	obtient	....	23	suffrages
M. Gustave Moussu	»	....	15	»
M. Pierre Mazé	»	....	11	»
M. Richard Fosse	»	....	5	»
M. Henri Vallée	»	....	1	»

Au scrutin de ballottage entre les candidats, pour lesquels il n'y a pas deux autres candidats ayant eu un plus grand nombre de suffrages, le nombre de votants étant 54,

M. Louis Lapicque	obtient	....	31	suffrages
M. Gustave Moussu	»	....	22	»

Il y a 1 bulletin nul.

M. **Louis Lapicque**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques majorantes harmoniques.* Note de M. Gaston Julia.

1. M. Carleman a établi (page 4 de son livre sur les *Fonctions quasi-analytiques*) le théorème suivant : « Une fonction $f(z)$ étant holomorphe dans un secteur D limité : 1° par deux segments de droite AO, OB faisant en O l'angle $\alpha\pi (\alpha > 0)$; 2° par un arc de courbe de Jordan ACB unissant A et B; si, au voisinage de tout point des segments-frontière AOB on a $|f(z)| < M + \varepsilon$ ($\varepsilon > 0$ arbitrairement petit), et au voisinage de tout point de ACB on a $|f(z)| < m + \varepsilon$, avec la condition $m < M$, on a, *en tout point* ζ *de la bissectrice du secteur* D, l'inégalité $|f(z)| \leq m^{\left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{\alpha}}} M^{1-\left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{\alpha}}}$, r désignant la distance $O\zeta$, et R le *maximum* de la distance à O d'un point de l'arc ACB. »

Voici quelques remarques qui conduisent : d'abord à une majorante simple de $f(z)$ *valable dans tout le secteur* et coïncidant avec celle de M. Carleman sur la bissectrice; puis à une majorante valable pour le

cas $m > M$. Les majorantes obtenues, écrites de manière à séparer les rôles du point z, du domaine total, et du rapport $m : M$ peuvent s'étendre à des domaines très généraux, moyennant des hypothèses très larges sur leurs frontières, comme nous l'établirons ultérieurement. On est ainsi conduit, notamment, à étendre ce théorème des deux constantes qu'ont signalé et souvent appliqué, indépendamment de M. Carleman, MM. Nevanlinna et Ostrowski. Nous nous bornerons ici au cas du secteur D, défini comme on vient de le faire ci-dessus.

2. *Sous les hypothèses de M. Carleman*, on transforme d'abord par $u = (z : \zeta)^{\frac{1}{\alpha}}$ le secteur D en un domaine D_1 du plan u situé à droite de l'axe imaginaire $A_1O_1B_1$, et limité à droite de cet axe par l'arc de Jordan $A_1C_1B_1$ dont la *distance maxima* à O_1 est $P_1 = (R : r)^{\frac{1}{\alpha}}$. La fonction $\log|f[z(u)]$, harmonique dans D_1, est majorée par la fonction harmonique régulière φ égale à $\log M$ sur $A_1O_1B_1$, à $\log m$ sur $A_1C_1B_1$; *à cause de* $m < M$, φ est majorée par φ_1 fonction harmonique régulière égale à $\log M$ sur l'axe imaginaire, à $\log m$ sur le demi-cercle de centre O_1 de rayon P_1; φ_1 est majorée par φ_2, harmonique régulière, égale à $\log M$ sur l'axe imaginaire, à $\log m$ sur la parallèle à cet axe, tangente au demi-cercle précédent. Or

$$\varphi_2 = \log M + \left[\log\left(\frac{m}{M}\right)\right]\frac{R(u)}{P_1},$$

et, en revenant à z, on trouve dans D

$$\log\left|\frac{f(z)}{M}\right| < \left[\log\left(\frac{m}{M}\right)\right]\cos\frac{\omega}{\alpha}\left(\frac{\rho}{R}\right)^{\frac{1}{\alpha}}, \tag{1}$$

où $\rho = \overline{Oz} = |z|$ et ω désigne l'angle de la bissectrice $O\zeta$ de D avec le vecteur Oz. Pour $\omega = 0$, $\rho = r$, cela donne la formule de M. Carleman.

La majorante φ_1 (semi-circulaire) donnerait

$$\log\left|\frac{f(z)}{M}\right| \leq \frac{2}{\pi}\left[\log\left(\frac{m}{M}\right)\right]\left\{\text{Arc sin}\frac{2\cos\frac{\omega}{\alpha}\left(\frac{\rho}{R}\right)^{\frac{1}{\alpha}}}{\sqrt{\left[1+\left(\frac{\rho}{R}\right)^{\frac{2}{\alpha}}\right]^2 - 4\left(\frac{\rho}{R}\right)^{\frac{2}{\alpha}}\sin^2\frac{\omega}{\alpha}}}\right\} \tag{2}$$

plus précise, mais moins maniable que (1).

Lorsque z reste intérieur à un secteur D′, de même bissectrice et sommet que D, limité par le même arc de Jordan ACB et par deux rayons OA′ et

OB′ intérieurs à D, faisant respectivement avec OA et OB l'angle η, (1) donne (1′) $\log\left|\frac{f(z)}{M}\right| < \left[\log\left(\frac{m}{M}\right)\right]\left(\frac{\rho}{R}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\sin\frac{\eta}{\alpha}$ qui, à un facteur *constant* près, a la forme de la majorante de M. Carleman.

D'une manière plus générale, soient d la distance de z au côté de l'angle AOB le plus voisin, et a le maximum de $(\sin\alpha\theta : \sin\theta)$ lorsque θ varie de o à $\frac{\pi}{2}$, on tire de (1)

$$\log\left|\frac{f(z)}{M}\right| < d\rho^{\frac{1}{\alpha}-1}\left[\frac{1}{aR^{\frac{1}{\alpha}}}\log\left(\frac{m}{M}\right)\right]. \tag{3}$$

La majorante à droite *valable dans tout* D, *sépare l'élément* $d\rho^{\frac{1}{\alpha}-1}$ *qui dépend du point z, de l'élément entre crochets qui ne dépend que du domaine total* D *et du rapport* $(m : M)$: sous cette forme, nous l'étendrons ultérieurement à un *domaine limité par des courbes quelconques d'une nature très générale*.

3. Les majorantes précédentes ne valent plus *lorsque* $m > M$. On considère alors le *minimum* P_2 de la distance à O_1 de l'arc de Jordan $A_1C_1B_1$; $P_2 = (R_0 : r)^{\frac{1}{\alpha}}$, R_0 *étant le minimum de la distance à* O *de l'arc* ACB *frontière de* D. La fonction harmonique ψ_1 égale à $\log M$ sur l'axe imaginaire, à $\log m$ sur le demi-cercle de centre O, de rayon P_2, majore $\log|f[z(u)]|$ dans le domaine semi-circulaire D'_1 intérieur à D_1 ainsi déterminé; en dehors de D'_1 la majorante la plus simple est $\log m$. ψ_1 se calcule aisément comme (2) et donne, *dans la partie* D′ *de* D *intérieure au cercle de rayon* R_0, la majorante

$$\log\left|\frac{f(z)}{M}\right| < \frac{2}{\pi}\left[\log\left(\frac{m}{M}\right)\right]\left\{\operatorname{Arc\,sin}\frac{2\cos\frac{\omega}{\alpha}\left(\frac{\rho}{R_0}\right)^{\frac{1}{\alpha}}}{\sqrt{\left[1+\left(\frac{\rho}{R_0}\right)^{\frac{2}{\alpha}}\right]^2-4\left(\frac{\rho}{R_0}\right)^{\frac{2}{\alpha}}\sin^2\frac{\omega}{\alpha}}}\right\} \tag{4}$$

$$= \frac{2}{\pi}\left[\log\left(\frac{m}{M}\right)\right]\left\{\operatorname{Arc\,tang}\frac{2\cos\frac{\omega}{\alpha}\left(\frac{\rho}{R_0}\right)^{\frac{1}{\alpha}}}{1-\left(\frac{\rho}{R_0}\right)^{\frac{2}{\alpha}}}\right\}$$

qu'on peut, de diverses manières, majorer par des expressions plus simples.

Sur la bissectrice, $\omega = 0$ et (4) se simplifie en donnant par exemple

$$\log\left|\frac{f(\zeta)}{M}\right| < \frac{4}{\pi}\left[\log\left(\frac{m}{M}\right)\right] \operatorname{Arc\,tang}\left(\frac{\rho}{R_0}\right)^{\frac{1}{\alpha}}. \tag{5}$$

La majorante (4) est trop forte lorsque z, de D, est extérieur à D', on la remplace alors avec avantage par $|f(z)| < m$.

On peut ici encore, pour des domaines Δ intérieurs à D, mais *dont la fonction contient* O sans contenir les segments OA et OB, former à partir des précédentes, des majorantes très maniables dont le détail sera donné dans un Mémoire ultérieur.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Pôles, singularités essentielles.* Note de M. Georges Bouligand.

Il importe d'étudier les notions : *pôle*, *point singulier essentiel*, hors de tout champ fonctionnel spécial. Voici un cas déjà large où elles se rencontrent. Soit $\{Y_\nu(p)\}$ un système orthogonal normal, en intégrant sur un continu borné R de métrique riemannienne. Un Y_ν est une combinaison linéaire finie de fonctions ($2\nu+1$ pour les Y_ν sphériques) avec coefficients respectant la normalité. Soit la classe linéaire des fonctions

$$\varphi_u(p) = [c_0 f_0(u) + d_0 g_0(u)]Y_0(p) + \ldots + [c_\nu f_\nu(u) + d_\nu g_\nu(u)]Y_\nu(p) + \ldots,$$

dépendant du point p et de u, ou d'un point P d'un continu à une dimension de plus; u tendant par exemple vers $+\infty$, on suppose les f_ν également bornées, les $|g_\nu|$ et les $|g_{\nu+1} : g_\nu|$ infiniment grandes. S'il n'y a qu'un nombre fini de $d_\nu \neq 0$, $\varphi_u(p)$ est dit présenter un *pôle* pour $u = +\infty$, ou sinon, un point singulier essentiel. Soit μ_u le module maximum de $\varphi_u(p)$ sur R.

(A). *Pour avoir un pôle, il faut et il suffit que les fonctions $\mu_u^{-1}\varphi_u(p)$ soient également continues* (= E. C).

Dans le cas d'un pôle, $\varphi_u(p)$ équivaut à $d_n g_n(u) Y_n(p)$, où n est l'indice maximum des d_ν non nuls, la condition est donc nécessaire. Elle suffit : soit I_u l'intégrale de $\varphi_u^2(p)$ dans R, ou la somme des $(c_\nu f_\nu + d_\nu g_\nu)^2$. L'E. C. des $\mu_u^{-1}\varphi_u$ exclut toute suite $\{u_i\}$ tendant vers $+\infty$ et faisant tendre $\mu_u^{-2} I_u$ vers zéro (les $\mu_u^{-2}\varphi_u^2$, qui atteignent 1 en un p_i au moins, pour chaque u_i, ne pouvant être E. C. si leur moyenne sur R tend vers zéro). Donc, l'ensemble (fermé) des valeurs limites des $\mu_u^{-2} I_u$ a sa borne inférieure positive, d'où l'E. C. des $\varphi_u I_u^{-\frac{1}{2}}$: alors, il y a une suite $\{u_i\}$ tendant vers $+\infty$, telle que

les $\varphi_{u_i} \mathrm{I}_{u_i}^{-\frac{1}{2}}$ tendent uniformément, sur R, vers une fonction continue $\varphi(p)$, dont le carré donne 1 pour intégrale. S'il y a une infinité de d_ν, chaque coefficient du développement de $\varphi_{u_i} \mathrm{I}_{u_i}^{-\frac{1}{2}}$ tend vers zéro; donc le développement de $\varphi(p)$ donne zéro pour intégrale de son carré, contrairement à ce qui précède. C. Q. F. D.

(B). *Si* $Y_0(p)$, *supposée unique, a un minimum* $\beta > 0$, *il faut et il suffit, pour avoir un pôle, que les valeurs d'un signe donné, acquises par* $\varphi_u(p)$, *admettent une limitation* $K\,|g_n(u)|$ *où l'entier n est* $\geqq 1$.

Évidemment nécessaire, la condition suffit, car dans l'intégrale de $Y_0\varphi_u$, réduite à $c_0 f_0 + d_0 g_0$, la contribution des éléments d'un signe doit admettre une limitation en $|g_n|$, extensible à l'intégrale de φ_u (vu l'existence de β) et par suite, à tous les coefficients de son développement.

En particulier, si φ_u *demeure* > 0, les hypothèses du second énoncé entraînent $d_\nu = 0$ pour $\nu \geqq 1$. C'est le *principe des singularités positives de Picard* [l'hypothèse $\varphi_u > 0$ implique pour $g(u)$ un signe constant].

Applications. — Considérons, dans l'espace euclidien à trois dimensions, l'équation $\Delta U = \psi(r) U$ où $r = OP = e^{-u}$ (¹). Soit p la trace de la demi-droite OP sur la sphère unitaire R de centre O. En posant $U\sqrt{r} = \varphi_u(p)$, appelant Γ la fonction de Green de $4\Delta_2\varphi - \varphi = 0$ pour la totalité de R, nous aurons l'équation

$$2\pi\varphi_u(p) = \int_R [\varphi''_{u^2}(m) - e^{-2u}\psi(e^{-u})\,\varphi_u(m)]\,\Gamma(m, p)\,d\sigma_m$$

dont toute solution est une somme, finie ou non, de fonctions $Y_\nu(p)\,v_\nu(u)$, avec

$$v''_\nu - [(\nu + 0,5)^2 + e^{-2u}\psi(e^{-u})]\,v_\nu = 0.$$

Lorsque r tend vers zéro, si $r^2\psi(r)$ a une limite λ, les coefficients $v_\nu = c_\nu f_\nu + d_\nu g_\nu$ vérifient les conditions du début à partir d'un certain rang : (A) s'applique. Pour $\lambda > -\frac{1}{4}$, on a (B) et le principe de Picard. On étudie de même à l'infini ($u \to -\infty$) les solutions régulières hors d'une sphère. Pour ψ constant, les $|g_{\nu+1} : g_\nu|$ ne tendent plus vers $+\infty$; cette fusion de croissances supprime la distinction des pôles.

(¹) Dans sa Note sur l'équation plus générale $\Delta u = cu$ (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 287, n° 3), M. Brelot étudie un problème voisin, l'infiniment petit se substituant à l'infiniment grand.

(A) s'applique aux solutions de $\Delta u = \mathrm{R}(x, y)\mathrm{U}$ dans un cylindre indéfini parallèle à Oz, régulières pour $z > 0$, et soumises sur le cylindre à $\mathrm{U}\alpha(s) + \frac{d\mathrm{U}}{dn}\beta(s) = 0$, s étant l'arc de la section droite.

(B) et le principe de Picard valent pour des cas où Y_0 est $\geqq 0$; exemple : étude, au voisinage du sommet d'un cône, de fonctions harmoniques dans ce cône, nulles sur sa surface (cela parce que Y_ν reste avec Y_0, dans un rapport borné). Le problème analogue pour des surfaces à point conique révèle l'objectivité de la notion de pôle dans des conditions encore plus larges, notre égalité du début étant remplacée par une équivalence d'infiniment grands.

Les considérations précédentes systématisent les théorèmes généraux sur les singularités de ma Note du Tome 181 de ces *Comptes rendus*, 1925, page 705, et développés aux nos 24 à 28 du fascicule XI du *Mémorial Villat*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème mixte.*
Note [1] de M. **Victor Vâlcovici**, transmise par M. Appell.

Soient $z_1, z'_1, z_2, z'_2, \ldots, z_p, z'_p$ les points qui divisent le cercle $|z| = 1$ parcouru dans le sens positif, en 2_p arcs ω_n et $\omega'_n (n = 1, 2, \ldots, p)$. Trouver une fonction $w(z) = u(xy) + iv(xy)$, holomorphe à l'intérieur du cercle, dont la partie réelle soit donnée (U_n) sur les arcs ω_n et la partie imaginaire (V_n) sur les arcs ω'_n. Les conditions qualitatives que U_n et V_n doivent remplir résultent de ce qui suit.

M. Volterra [2] a démontré que cette fonction est uniquement déterminée (si elle existe) dans l'hypothèse qu'elle reste finie et continue sur le contour du cercle, excepté un nombre fini de points où elle peut devenir infinie d'un ordre $< \frac{1}{2}$. Schwarz [3] a attiré l'attention sur ce que le problème n'est pas toujours possible. Dans une Note communiquée à l'Académie roumaine [4] j'ai indiqué le chemin à suivre pour trouver la solution ainsi que les conditions que devraient remplir les fonctions U_n et V_n pour que $w(z)$ existe.

---

(1) Séance du 12 mai 1930.

(2) V. Volterra, *Sopra alcune condizioni caratteristiche...* (*Annali di Matematica*, 2e série, 11, 1882, p. 1-55).

(3) *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, 15,) 1884, p. 361-365.

(4) V. Vâlcovici, *Sur un problème mixte de Dirichlet* (*Bulletin de la Section scientifique de l'Académie roumaine*, 4, IV, séance du 23 octobre 1915, p. 161).

Ensuite M. Signorini [1], en suivant une autre voie, a trouvé une formule donnant la fonction cherchée et a établi les conditions dont il est question plus haut.

Dans ce qui suit je me propose de trouver toutes les solutions $w(z)$ du problème, $w(z)$ pouvant devenir infini (dans un nombre fini de points) d'un ordre < 1. La différence $\Phi(z)$ de deux solutions $w(z)$ sera une fonction : a) holomorphe à l'intérieur et sur le contour de cercle $|z| = 1$ à l'exception d'un nombre fini de points singuliers; b) dans ces points elle peut devenir infinie d'ordre < 1; c) la partie réelle $R[\Phi(z)]$ de $\Phi(z)$ sera nulle sur les arcs ω_n et sa partie imaginaire $I[\Phi(z)]$ sera également nulle sur les arcs ω'_n.

Si $\Phi(z)$ n'a pas de zéro à l'intérieur du cercle, alors $\log\Phi(z)$ y sera aussi holomorphe ayant sa partie imaginaire égale à $\left(k_n + \frac{1}{2}\right)\pi$ sur ω_n et à $k'_n\pi$, sur ω'_n, k_n et k'_n étant des nombres entiers arbitraires qui peuvent prendre diverses valeurs même à l'intérieur des arcs ω_n, ω'_n. Soit α_n le nombre des points situés sur l'arc ω_n qui marquent le changement de la valeur de k_n. Soit également α'_n le nombre analogue correspondant à l'arc ω'_n. Si l'on désigne maintenant par z_λ $(\lambda = 1, 2, \ldots, s)$ tous les points marqués du cercle (z_n, z'_n et les points de subdivision), on trouve que la solution la plus générale $\Phi(z)$ est de la forme

$$P(z) = Ce^{Ai}\sqrt{\left(\frac{z'_1 - z}{z_1 - z}\right)\left(\frac{z'_2 - z}{z_2 - z}\right)\cdots\left(\frac{z'_p - z}{z_p - z}\right)}\prod_{\lambda=1}^{s}(z_\lambda - z)^{k_\lambda}, \quad s = 2p + \sum_{n=1}^{p}(\alpha_n + \alpha'_n).$$

$$A = -\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{p}\omega_n - \frac{1}{2}\sum_{\lambda=1}^{s}k_\lambda\varphi_\lambda, \qquad (\varphi_\lambda = \arg z_\lambda), \qquad \sum_{\lambda=1}^{s}k_\lambda = 0.$$

Au lieu de la condition b) nous avons admis toutes les fonctions qui dans un nombre fini de point z_λ du contour peuvent devenir infinies tout au plus comme $e^{\frac{1}{(z-z')^\mu}}$ $(0 < \mu < 1)$. Les fonctions $\Phi(z)$ remplissant la condition b) se trouveront donc parmi les fonctions $P(z)$. Si par exemple les nombres entiers k_λ sont tous nuls, $P(z)$ satisfera la condition b).

Soient $s_l = e^{i\varphi_l}$ les zéros de $\Phi(z)$ de l'ordre m_l de multiplicité ($l = 1$,

---

[1] A. Signorini, *Sopra un problema al contorno*... (*Annali di Matematica*, 3e série, **25**, 1916, p. 253-273) et *Sur un problème mixte* (*Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 712).

2, ..., q) situés à l'intérieur du cercle $|z|=1$. Alors $\Phi(z)$ sera de la forme

$$Q(z)=P(z)\prod_{l=1}^{q}\left[\frac{(z-s_l)(z-s'_l)}{(z-e^{i\varphi_l})}\right]^{m_l}, \qquad s'_l=\frac{1}{r_l}e^{i\varphi_l}.$$

$Q(z)$ contient $P(z)$ comme cas particulier.

En revenant maintenant au problème mixte posé au début de cette Note on peut dire que $w_0(z)$ étant une solution du problème, la formule

$$w(z)=w_0(z)+\Phi(z)$$

contient toutes les solutions du problème pouvant devenir infinies sur le contour au plus comme $e^{\frac{1}{|z-z'|^\mu}}$ $(0<\mu<1)$; $\Phi(z)$ signifie une fonction de la forme $Q(z)$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Inégalités entre des moyennes arithmétiques.* Note de M. T. **Bonnesen**, présentée par M. Émile Borel.

On m'a fait remarquer que les inégalités que j'ai démontrées dans une Note récente (¹) ne sont pas nouvelles. En effet elles sont contenues dans la règle de Newton qui dit que le nombre des racines imaginaires de l'équation à coefficients réels

$$x^n-\binom{n}{1}A_1x^{n-1}+\ldots+(-1)^p\binom{n}{p}A_px^{n-p}+\ldots+(-1)^nA_n=0$$

est au moins égal au nombre des variations de signe dans la suite

$$+,\quad A_1^2-A_2,\quad \ldots,\quad A_p^2-A_{p-1}A_{p+1},\quad \ldots,\quad A_{n-1}^2-A_{n-2}A_n,\quad +.$$

Tandis que Newton n'en a pas donné de démonstration, Mac Laurin en a donné plusieurs (*Philosophical Transaction*, 1726 et 1729; réimprimées dans 'édition de 1733 de l'*Arithm. Univers.* de Newton) entre lesquelles on trouve la même démonstration que j'ai donnée. Les inégalités ont aussi été démontrées par Sylvester, par Schlömilch (*Zeitschr. f. Math. u. Phys.*, 1858) et par MM. Polya et Szegö (*Aufgaben und Lehrsätze*, 1925, II, Aufz. 60-61, p. 46-47, 232).

(¹) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 714.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions du type* ($\mathfrak{A}$).
Note de M. **Léonidas Kantorovitch**, présentée par M. Émile Borel.

MM. Lusin et Suslin avaient introduit les ensembles A et leurs complémentaires CA; à partir de ceux-ci M. Lusin avait construit une échelle des classes P_n, C_n des ensembles projectifs. Nous allons étudier des fonctions liées avec ces ensembles de la même manière que les fonctions de M. Baire avec les ensembles de M. Borel.

Nous dirons qu'une fonction $\mathcal{F}(x)$ [1] est du type ($\mathfrak{A}$) si elle est représentable sous la forme

$$(1)\qquad \mathcal{F}(x)=\underset{(n_1,n_2,\ldots)}{\text{Max}}\ \text{Min}[f_{n_1}(x), f_{n_1,n_2}(x), \ldots, f_{n_1,n_2,\ldots,n_k}(x), \ldots],$$

où Max (= la borne supérieure) est pris, en tenant compte de toutes les suites $(n_1, n_2, \ldots, n_k, \ldots)$ possibles, et toutes les fonctions $f_{n_1,n_2,\ldots,n_k}$ sont supposées continues. On vérifie les propriétés suivantes des fonctions du type considéré :

1° Si l'on suppose, dans la formule précédente, que les fonctions $f_{n_1,n_2,\ldots,n_k}$ soient elles-mêmes du type ($\mathfrak{A}$), on reviendra toujours à la fonction du même type.

2° Lim. sup. et lim. inf. pour une suite quelconque de fonctions du type ($\mathfrak{A}$) le sont également (par conséquent, toutes les fonctions de M. Baire sont de ce type).

3° Pour que la fonction $\mathcal{F}(x)$ soit du type ($\mathfrak{A}$) il faut et il suffit que l'ensemble $\mathcal{E}[\mathcal{F}(x)>c]$ soit de classe A, quel que soit le nombre réel c [d'où il suit que les fonctions du type ($\mathfrak{A}$) sont mesurables et possèdent bien de la propriété de M. Baire].

Soit $z=\varphi(x, y)$ une fonction de deux variables, définie dans le rectangle $(a, b; c, d)$; nous appellerons dans la suite *l'ombre* de z (sur le plan XOZ) la fonction

$$(2)\qquad \mathcal{F}(x)=\underset{y}{\text{Max}}\,\varphi(x, y),$$

x étant quelconque mais fixe, et y variant dans l'intervalle (c, d).

4° Si la fonction $\varphi(x, y)$ est du type ($\mathfrak{A}$) son ombre est de même nature [2].

---

[1] Tous les théorèmes et définitions s'étendent d'eux-mêmes aux fonctions de plusieurs variables.

[2] Cf. Hausdorff, *Mengenlehre* (2e Aufl., 1927, p. 274).

5° Inversement, quelle que soit la fonction $\mathcal{F}(x)$ du type ($\mathfrak{A}$), il existe une fonction $\varphi(x, y)$ de deux variables qui est g_2 (¹) au plus et telle que l'ombre de φ sera précisément $\mathcal{F}$.

6° Il existe une fonction de deux variables $\Phi(x, t)$ du type ($\mathfrak{A}$) qui est *universelle* pour les fonctions d'une variable de ce type; cela veut dire qu'en y fixant t on peut obtenir toutes les fonctions mentionnées et ces fonctions seulement.

Nous dirons que la fonction $\mathcal{F}(x)$ est du type ($\mathfrak{C}$), si l'on a

$$\mathcal{F}(x) = \underset{(n_1, n_2, \ldots)}{\text{Min}} \text{ Max} \{ f_{n_1}(x), f_{n_1,n_2}(x), \ldots, f_{n_1,n_2,\ldots,n_n}(x), \ldots \},$$

où les fonctions $f_{n_1,n_2,\ldots,n_n}(x)$ sont supposées continues. Évidemment, $\mathcal{F}(x)$ est du type ($\mathfrak{C}$), si $\mathcal{F}(x)$ est du type ($\mathfrak{A}$), et seulement dans ce cas.

Signalons maintenant trois critères des fonctions rentrant dans la classification de M. Baire.

7° Pour que $\mathcal{F}(x)$ soit une fonction de Baire, il faut et il suffit :

a. Qu'elle soit à la fois des types ($\mathfrak{A}$) et ($\mathfrak{C}$);

b. Qu'elle soit représentable dans la forme (1) *d'une manière disjonctive;* cela veut dire que, x étant fixe, $\text{Min} f_{n_1,n_2,\ldots,n_n}(x)$ ne diffère de $-\infty$ que pour une suite déterminée $(n_1, n_2, \ldots, n_n, \ldots)$;

c. Qu'elle soit représentable dans la forme (2), $\varphi(x, y)$ étant une fonction g_2 au plus et telle que, si x est fixe, $\varphi(x, y)$ ne diffère de $-\infty$ que pour une seule valeur de y.

8° L'image d'une fonction $\mathcal{F}(x)$ du type ($\mathfrak{A}$), c'est-à-dire l'ensemble plan de points $[x, \mathcal{F}(x)]$, est le produit de deux ensembles A et CA.

D'une manière analogue, on peut rattacher aux classes P_n et C_n des ensembles projectifs les fonctions des types ($\mathfrak{P}_n$) et ($\mathfrak{C}_n$), en les définissant, par l'induction, comme il suit : $\varphi(x, y)$ étant du type ($\mathfrak{C}_{n-1}$), la fonction $\mathcal{F}(x) = \underset{y}{\text{Max}}\, \varphi(x, y)$ sera, par définition, du type ($\mathfrak{P}_n$), si $\Psi(x, y)$ est du type ($\mathfrak{P}_{n-1}$), la fonction $\mathcal{F}(x) = \underset{y}{\text{Min}}\, \Psi(x, y)$ sera du type ($\mathfrak{C}_n$) (²). Signalons l'énoncé suivant :

Si la fonction $Z = f(y)$ est du type ($\mathfrak{P}_{n+1}$) au plus, et la fonction

---

(¹) C'est-à-dire la limite d'une suite décroissante des fonctions semi-continues inférieurement.

(²) Le premier exemple d'une fonction, rentrant dans cette classification, est dû à M. H. Lebesgue (voir la Note de M. N. Lusin, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1818). De même, la fonction dont il s'agit dans un problème posé par M. Lusin (*Fund. Math.*, 11, 1928, p. 308) appartient également à la classification du texte.

$y = g(x)$ est du type ($\mathfrak{P}_n$) au plus, la fonction composée $\mathcal{F}(x) = f[g(x)]$ sera du type ($\mathfrak{P}_{n+1}$) au plus (¹).

Enfin, l'idée de la δs-fonction de M. Hausdorff suggère la considération d'une fonctionnelle suivante :

$$\Phi\,|\,[f_1(x), f_2(x), \ldots]\,| = \underset{\nu \varepsilon \mathcal{N}}{\mathrm{Max}}\ \underset{i}{\mathrm{Min}}\, f_{n_i}(x),$$

où Max est pris, en tenant compte de toutes les suites $\nu = (n_1, n_2, \ldots)$ rentrant dans un ensemble $\mathcal{N}$ de telles suites. Les fonctions des classes ($\mathfrak{B}_n$) et ($\mathfrak{C}_n$) et les fonctionnelles ci-dessus donnent lieu aux propositions tout à fait analogues à celles des trois Notes précédentes (²).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Les singularités d'une fonctionnelle analytique linéaire d'une fonction de plusieurs variables.* Note (³) de M. **Luigi Fantappiè**, transmise par M. Vito Volterra.

On appelle *fonction indicatrice* d'une fonctionnelle analytique et *linéaire*

$$F[y(t_1, t_2, \ldots, t_n)]$$

la fonction analytique

$$(1)\qquad v(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n) = F\left[\frac{1}{(t_1 - \alpha_1)(t_2 - \alpha_2)\ldots(t_n - \alpha_n)}\right].$$

On peut démontrer (⁴) que la valeur d'une détermination quelconque de F est donnée par l'expression intégrale (qu'on appelle produit fonctionnel $\overset{\star}{v}\underset{\star}{y}$ de l'indicatrice v pour la fonction y) :

$$(2)\quad F[y(t_1, t_2, \ldots, t_n)]$$
$$= \frac{1}{(2\pi i)^n} \int\int_{\Gamma} \cdots \int v(t_1, t_2, \ldots, t_n) y(t_1, t_2, \ldots, t_n)\, dt_1\, dt_2 \ldots dt_n$$
$$= \overset{\star}{v}\underset{\star}{y} = v(\underset{\star}{t_1}, \underset{\star}{t_2}, \ldots, \underset{\star}{t_n})\, y(\overset{\star}{t_1}, \overset{\star}{t_2}, \ldots, \overset{\star}{t_n}).$$

(¹) M. E. Livenson avait établi antérieurement une proposition moins précise (non publiée) que voici : si f est ($\mathfrak{P}_n$) au plus et g est ($\mathfrak{P}_n$) au plus, la fonction $f(g)$ sera ($\mathfrak{P}_{m+n}$) au plus.

(²) Voir la Note de L. Kantorovitch et E. Livenson, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 353.

(³) Séance du 26 mai 1930.

(⁴) Voir, pour ces définitions et pour la démonstration dans le cas $n = 2$, mes Notes : *I funzionali lineari delle funzioni di due variabili complesse* (*Rend. Lincei*, 6ᵉ série, 7, 1928, p. 216, 384, 710).

La variété d'intégration Γ est un cycle fermé, à n dimensions (dans l'espace à $2n$ dimensions des systèmes de n nombres complexes) qui ne doit pas rencontrer les variétés singulières Σ_v, Σ_y de v et y, d'équation

$$(3)\qquad s(t_1, t_2, \ldots, t_n) = 0, \qquad \sigma(t_1, t_2, \ldots, t_n) = 0,$$

respectivement, ni peut se réduire en dimension, par déformation continue, sans rencontrer ces variétés, c'est-à-dire que Γ est *enlacée* avec l'ensemble de Σ_v, Σ_y, tandis qu'elle ne l'est pas avec Σ_v, Σ_y, considérées séparément. Ces propriétés topologiques de la variété Γ d'intégration (qu'on appelle *séparatrice* de Σ_v, Σ_y) nous permettent de démontrer que, *pour les fonctions singulières de* F, *la matrice jacobienne*

$$(4)\qquad \begin{vmatrix} \dfrac{\partial s}{\partial t_1} & \dfrac{\partial s}{\partial t_2} & \cdots & \dfrac{\partial s}{\partial t_n} \\ \dfrac{\partial \sigma}{\partial t_1} & \dfrac{\partial \sigma}{\partial t_2} & \cdots & \dfrac{\partial \sigma}{\partial t_n} \end{vmatrix} = 0$$

(*c'est-à-dire qu'elle doit avoir sa caractéristique* < 2) *sur quelque point de l'intersection* (3) *de* Σ_v, Σ_y (*la variété singulière* Σ_y *y doit être « tangente » à la variété singulière* Σ_v *de l'indicatrice*); (3) et (4) donnent en tout $n+1$ conditions pour les n variables t_i. Si v et y contiennent des paramètres z_r, α_s respectivement, *la valeur* (2) *de la fonctionnelle est une fonction de ces paramètres qui peut être singulière seulement sur la variété, dont on a l'équation* (*en* z_r, α_s) *en éliminant les* n *variables* t_i *des* $n+1$ *équations* (3) *et* (4).

Dans les Notes citées, ces propriétés ont été démontrées pour le cas $n=2$. Pour les démontrer en général, il suffit de prouver qu'elles sont vraies pour une valeur n en les supposant vraies pour la valeur $n-1$. Or, l'expression (2) de F peut se mettre sous la forme

$$(5)\qquad F[y(t_1, t_2, \ldots, t_n)] = \frac{1}{2\pi i}\int_C v(\overset{}{\underset{*}{t_1}}, \underset{*}{t_2}, \ldots, \underset{*}{t_{n-1}}, t_n)\, y(\overset{*}{t_1}, \overset{*}{t_2}, \ldots, \overset{*}{t_{n-1}}, t_n)\, dt_n,$$

où C est une courbe convenable du plan complexe t_n, qui renferme quelques-uns des points singuliers de la fonction à intégrer

$$\varphi(t_n) = v(\underset{*}{t_1}, \ldots, \underset{*}{t_{n-1}}, t_n)\, y(\overset{*}{t_1}, \ldots, \overset{*}{t_{n-1}}, t_n)$$

et en laisse d'autres à l'extérieur. Lorsque y varie avec continuité, l'intégration ne pourra plus se faire seulement si l'un de ces points extérieurs vient coïncider avec un point intérieur, car alors C (et aussi la variété séparatrice Γ) vient passer forcément par ce point singulier. Mais

pour les valeurs singulières t_n de $\varphi(t_n)$, l'hyperplan $t_n = \bar{t}_n$ doit couper Σ_v, Σ_y en deux variétés *tangentes* dans un point [car le théorème est vrai pour les produits fonctionnels par rapport à $n-1$ variables, comme $\varphi(t_n)$], donc cet hyperplan doit être *tangent* dans ce point à l'intersection (3) de Σ_v et Σ_y. Deux valeurs singulières de $\varphi(t_n)$ pourront alors coïncider seulement s'il y a un hyperplan qui devient *bitangent*. Or, si l'intersection de Σ_v et Σ_y a partout des points simples, on peut toujours choisir n faisceaux d'hyperplans $t_i =$ const., comme hyperplans coordonnés, de façon qu'il n'y ait pas d'hyperplans bitangents dans aucun de ces faisceaux. *Le cas singulier pourra donc se présenter seulement si, lorsque y varie avec continuité, l'intersection de Σ_v et Σ_y, qui varie aussi, vient acquérir un point multiple;* alors, dans un faisceau quelconque d'hyperplans, il y en a toujours deux au moins, tangents à cette intersection variable, qui viennent passer pour le point multiple et coïncident. Mais la condition nécessaire et suffisante afin que l'intersection de Σ_v et Σ_y ait un point multiple est juste donnée par (3) et (4) (Σ_v et Σ_y doivent être *tangentes* quelque part), donc on en conclut le théorème énoncé.

ÉLASTICITÉ. — *Sur la théorie du spiral.* Note [1] de M. **J. Haag**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. J'ai indiqué [2] une méthode générale d'étude du spiral, qui est une extension de la méthode de Resal-Caspari. En principe, cette méthode peut être indéfiniment poursuivie et devenir une *méthode d'approximations successives*, ainsi que je le montrerai dans un prochain Mémoire. En pratique, les données physiques du problème ne paraissent pas assez précises pour qu'il soit utile de pousser au delà de la deuxième approximation.

Les formules générales concernant cette deuxième approximation ont été données dans la Note précitée. Voici maintenant des résultats plus complets.

2. Soient x, y les coordonnées d'un point quelconque M du spiral, *à l'état naturel.* Posons $z = x + iy$ et considérons le nombre complexe

$$w = \frac{i\theta}{L}\int_A^B z\, e^{i\theta\frac{s}{L}}\, ds. \tag{1}$$

---

(1) Séance du 26 mai 1930.

(2) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 142.

Si on le met sous la forme $u+iv$, les quantités u et v sont celles que j'ai introduites dans ma précédente Note.

L'affixe du centre de gravité est

$$(2)\qquad \xi+i\eta=\frac{1}{L}\int_A^B z\,e^{i\theta\frac{s}{L}}\left[1+i\theta\left(\frac{s}{L}-j\right)\right]ds,$$

où j désigne le rapport des carrés des rayons de giration h et k du spiral, calculés respectivement avec les densités s et 1.

La *perturbation d'isochronisme* est donnée par l'élégante formule

$$(3)\qquad \frac{\Delta T}{T}=-\frac{1}{k^2L^2}\int\int\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OM'}\,F\left(\theta_0\frac{\widehat{MM'}}{L}\right)ds\,ds',$$

en posant

$$F(x)=J_0(x)-x\,J_1(x),$$

où J_0 et J_1 désignent les *fonctions de Bessel* bien connues.

La *perturbation due au poids du spiral* est

$$(4)\qquad \frac{\Delta T}{T}=\frac{mL}{EI}\vec{g}.\vec{Z},$$

en posant

$$(5)\qquad \vec{Z}=\frac{1}{L^2}\int_A^B\overrightarrow{OM}.s\left[\left(j-\frac{s}{L}\right)J_0\left(\theta_0\frac{s}{L}\right)-\frac{1}{\theta_0}J_1\left(\theta_0\frac{s}{L}\right)\right]ds.$$

3. Les formules (1), (2), (3) et (5) m'ont conduit à envisager, plus généralement, le vecteur

$$(6)\qquad \vec{V}=\frac{1}{L}\int_A^B\overrightarrow{OM}f(M)\,ds,$$

où $f(M)$ désigne une fonction du point M, satisfaisant à certaines conditions, qui sont toutes remplies dans le cas des formules (1), (2), (3) et (5). Appelons $f'_A(M)$ la dérivée de cette fonction par rapport à s, prise en allant vers le piton A. Appelons, de même, $f'_B(M)$ la dérivée prise en allant vers la virole B. Supposons maintenant le spiral muni de deux *courbes terminales* AA' et BB'. Appelons g_i le centre de gravité d'ordre i de AA' et p_i la position théorique qu'il devrait avoir en vertu des conditions de Phillips généralisées [1]. Appelons enfin g'_i et p'_i les points analogues relatifs à la

---

[1] J. Haag, *Extension des conditions de Phillips concernant le spiral* (*Comptes rendus*, 189, 1929, p. 86).

courbe BB'; l et l' les longueurs des deux courbes; a la dérivée du rayon vecteur du spiral proprement dit par rapport à l'angle polaire, cette dérivée étant prise en valeur absolue. On a, avec une approximation pratiquement suffisante (¹),

$$\begin{aligned} \mathrm{L}\vec{\mathrm{V}} = & \, l f(\mathrm{A}')\overrightarrow{p_1 g_1} + l' f(\mathrm{B}')\overrightarrow{p'_1 g'_1} \\ & + \frac{l^2}{2} f'_{\mathrm{A}}(\mathrm{A}')\overrightarrow{p_2 g_2} + \frac{l'^2}{2} f'_{\mathrm{B}}(\mathrm{B}')\overrightarrow{p'_2 g'_2} \\ & + 2a\left[f(\mathrm{A}')\overrightarrow{\mathrm{OA}'} - f(\mathrm{B}')\overrightarrow{\mathrm{OB}'}\right]. \end{aligned}$$

En appliquant cette formule générale aux formules (1), (2), (3) et (5), on obtient la réaction d'encastrement, le centre de gravité, la perturbation d'isochronisme et la perturbation due au poids du spiral.

J'ai développé complètement les *conséquences pratiques* qui résultent de cette théorie, concernant le *réglage des chronomètres*. Elles seront publiées dans un autre recueil.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur la vitesse de propagation de l'attraction.* Note de M. **Jean Chazy**, présentée par M. Ernest Esclangon.

On sait que Laplace et Lehmann-Filhès ont supposé que dans la théorie newtonienne l'attraction pouvait avoir une vitesse de propagation finie [2], et ils ont calculé les corrections à ajouter à la force classique pour tenir compte des mouvements des planètes par rapport au Soleil et du mouvement de translation du système solaire vers l'apex. Les effets calculés sont des *effets du premier ordre*, et devraient produire des accélérations séculaires des moyens mouvements planétaires. Comme de telles accélérations ne résultent pas des observations, on ne peut leur attribuer que des valeurs extrêmement faibles, et par suite, dans les deux hypothèses, la vitesse de propagation de l'attraction devrait être supérieure à plus d'un million de fois la vitesse de la lumière. Les limites inférieures ainsi obtenues ont paru déconcertantes. En fait les deux hypothèses de Laplace et de Lehmann-Filhès ne sont pas considérées comme des compléments nécessaires de la théorie newtonienne, mais n'ont pas été non plus remplacées par d'autres hypothèses précises; dans la théorie newtonienne, presque toujours l'attraction est envisagée comme une action instantanée à distance.

(¹) On pourrait pousser indéfiniment ce développement; mais cela n'aurait aucune utilité pratique.

(²) Cf. Tisserand, *Traité de Mécanique céleste*, 4, p. 494.

Dans une Note encore récente (¹), M. Kogbetliantz a calculé dans la théorie newtonienne, selon le même principe que Laplace, la correction résultant du mouvement de rotation d'une masse attractive. Il obtient un *effet du premier ordre* aussi par rapport au quotient de la vitesse de rotation de cette masse par la vitesse V de propagation de l'attraction, et a proposé, au moyen de cet effet, de mesurer dans une expérience de laboratoire la vitesse V, si celle-ci est de l'ordre de la vitesse de la lumière.

Le même calcul s'applique à l'effet de la rotation du Soleil sur le mouvement des planètes, ou de la rotation de la Terre sur le mouvement de la Lune. Si une sphère homogène de rayon R tourne autour d'un axe fixe avec la vitesse angulaire constante ω, la force corrective obtenue dans le plan d'équateur, à la distance a du centre, est perpendiculaire au rayon vecteur, en sens inverse du mouvement de rotation, et égale au produit de l'attraction newtonienne par un coefficient dont la valeur principale est $\frac{\omega R^2}{5 V a}$ pour les grandes valeurs de a. Il en résulte que, comme dans l'hypothèse de Laplace, les mouvements des planètes devraient présenter une accélération séculaire; la longitude moyenne l serait au bout du temps t augmentée de la quantité

$$\delta l = \frac{3}{10}(nt)^2 \frac{\omega R^2}{V a};$$

ω et R désignent la vitesse de rotation supposée uniforme, et le rayon du Soleil, n et a le moyen mouvement et la distance au Soleil de la planète considérée.

Dès lors, si l'on admet comme résultat des observations que l'accroissement séculaire de la longitude ne peut dépasser $2''$ pour la Terre et $0'',5$ pour Mercure, et si l'on cherche à expliquer une accélération séculaire de la Lune de $2''$ au plus par siècle, *on obtient trois limites inférieures de la vitesse* V, *voisines respectivement de* 380 *fois*, 70000 *fois et* 56000 *fois la vitesse de la lumière :* tandis que l'hypothèse de Laplace donnait les limites de 6 millions, 700 millions et 37 millions de fois la vitesse de la lumière.

On peut conclure que l'expérience proposée se trouve en quelque sorte réalisée dans les mouvements des astres. En effet il serait surprenant que la vitesse V que nous venons de considérer possède deux valeurs différentes, et que sa mesure au laboratoire soit inférieure aux limites données par la Mécanique céleste. Néanmoins il est nécessaire de compléter la théorie new-

---

(¹) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 944.

tonienne au point de vue de la propagation de l'attraction, et de faire des hypothèses : si, comme l'affirme M. Kogbetliantz, la vitesse V pouvait être effectivement mesurée dans une expérience de laboratoire dans le cas où elle serait de l'ordre de la vitesse de la lumière, il serait à souhaiter que la mesure fût tentée.

Il importe d'ajouter que *dans la théorie de la Relativité*, si des masses sont en mouvement, il n'y a pas pour une masse d'épreuve placée sans vitesse au voisinage, d'effet du premier ordre dû à ce mouvement; *il existe seulement des effets du second ordre* (¹) par rapport à l'ensemble des vitesses de cette masse d'épreuve et des masses données : par exemple, dans les mouvements planétaires, des retards des périhélies et des avances des nœuds, d'ailleurs insensibles, par suite de la rotation du Soleil.

Au total, *si l'expérience proposée donnait un résultat positif, ce résultat constituerait une objection à la fois à la théorie newtonienne et à la théorie de la Relativité.*

ASTRONOMIE. — *Sur l'orbite de l'astre transneptunien découvert à l'observatoire Lowell.* Note de M. N. **Stoyko**, présentée par M. Ernest Esclangon.

La période actuelle de visibilité de l'astre Lowell ayant pris fin, on peut essayer de déterminer l'orbite d'après toutes les observations connues de 1930. En première approximation, j'ai calculé une orbite à partir de trois lieux normaux (mars 16, avril 1 et 26) d'après la méthode de M. E. Esclangon (²). Il a été tenu compte de l'aberration et de la parallaxe. Pour simplifier les calculs, j'ai introduit, au lieu des distances géocentriques ρ_1, ρ_2, ρ_3 considérées par M. Esclangon, les coordonnées rectilignes géocentriques ξ_1, η_1, ζ_1, ... En posant

$$p_i = \cot\alpha_i, \qquad q_i = \operatorname{tang}\delta_i \operatorname{cos\acute{e}c}\alpha_i,$$

(¹) Comme il résulte facilement de la formule du ds^2 définissant le champ de gravitation des masses données (voir par exemple Chazy, *La théorie de la Relativité et la Mécanique céleste*, 2, p. 170 et 174). Pour rapporter la masse d'épreuve à des axes liés au corps central et tournant avec lui, il suffit, dans l'expression de ce ds^2, de remplacer les différentielles des coordonnées selon les formules classiques du mouvement de rotation : M. Crudeli (*Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, 54, 1930, p. 6) emploie un ds^2 d'une formation analogue pour expliquer l'effet Miller.

(²) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1085.

on a

$$\xi_i = p_i \eta_i, \qquad \zeta_i = q_i \eta_i, \tag{1}$$

et les équations fondamentales de la méthode prennent la forme

$$\left\{\begin{aligned}
&(x_1+p_1\eta_1)(t_2-t_3-\theta)+(x_2+p_2\eta_2)(t_3-t_1-\theta)+(x_3+p_3\eta_3)(t_1-t_2-\theta)=0,\\
&(y_1+\eta_1)(t_2-t_3-\theta)+(y_2+\eta_2)(t_3-t_1-\theta)+(y_3+\eta_3)(t_1-t_2-\theta)=0,\\
&(z_1+q_1\eta_1)(t_2-t_3-\theta)+(z_2+q_2\eta_2)(t_3-t_1-\theta)+(z_3+q_3\eta_3)(t_1-t_2-\theta)=0.
\end{aligned}\right. \tag{2}$$

Résolues par rapport à η_1, η_2, η_3, elles donnent les autres coordonnées d'après (1). Ainsi, le 6,000000 avril, les coordonnées rectilignes héliocentriques équatoriales et les composantes de la vitesse prennent les valeurs

$$\left\{\begin{aligned}
&X_0 = -13,146142, \qquad Y_0 = +35,368048, \qquad Z_0 = +15,214902,\\
&X'_0 = -\ 0,00713955, \qquad Y'_0 = +\ 0,01322776, \qquad Z'_0 = +\ 0,00649849.
\end{aligned}\right. \tag{3}$$

Pour améliorer ces résultats, j'ai utilisé la méthode de variation des coordonnées géocentriques. Si l'éphéméride, calculée en partant des deux lieux extrêmes (t_1, t_2), donne, pour la date t_3, les valeurs ξ_3, η_3, ζ_3, et si les erreurs correspondantes sont $\Delta\xi_3$, $\Delta\eta_3$, $\Delta\zeta_3$, on a

$$\xi_3 + \Delta\xi_3 = p_3(\eta_3 + \Delta\eta_3), \qquad \zeta_3 + \Delta\zeta_3 = q_3(\eta_3 + \Delta\eta_3);$$

d'où

$$\xi_3 - p_3\eta_3 = p_3\,\Delta\eta_3 - \Delta\xi_3, \qquad \zeta_3 - q_3\eta_3 = q_3\,\Delta\eta_3 - \Delta\zeta_3. \tag{4}$$

En différentiant les équations (2) et tenant compte de (1), on obtient

$$\Delta\xi_1(t_2-t_3-\theta) + \Delta\xi_2(t_3-t_1-\theta) + \Delta\xi_3(t_1-t_2-\theta) = 0 \tag{5}$$

et deux équations analogues pour $\Delta\eta_1$, ..., $\Delta\zeta_1$, ... Posons

$$\tau_1 = -\frac{t_2-t_3-\theta}{t_1-t_2-\theta}, \qquad \tau_2 = -\frac{t_3-t_1-\theta}{t_1-t_2-\theta}.$$

On tire alors de (5)

$$\Delta\xi_3 = \tau_1\,\Delta\xi_1 + \tau_2\,\Delta\xi_2, \qquad \Delta\eta_3 = \tau_1\,\Delta\eta_1 + \tau_2\,\Delta\eta_2, \qquad \Delta\zeta_3 = \tau_1\,\Delta\zeta_1 + \tau_2\,\Delta\zeta_2.$$

En introduisant ces valeurs dans (4), on a

$$\left\{\begin{aligned}
&\xi_3 - p_3\eta_3 = p_3\tau_1\,\Delta\eta_1 + p_3\tau_2\,\Delta\eta_2 - \tau_1\,\Delta\xi_1 - \tau_2\,\Delta\xi_2,\\
&\zeta_3 - q_3\eta_3 = q_3\tau_1\,\Delta\eta_1 + q_3\tau_2\,\Delta\eta_2 - \tau_1\,\Delta\zeta_1 - \tau_2\,\Delta\zeta_2.
\end{aligned}\right. \tag{6}$$

A chaque lieu normal correspondent deux équations du type (6), où les inconnues sont

$$\Delta\xi_1, \quad \Delta\eta_1, \quad \Delta\zeta_1 \quad \text{et} \quad \Delta\xi_2, \quad \Delta\eta_2, \quad \Delta\zeta_2.$$

Dans les équations (6) on a introduit les valeurs ξ_3, η_3, ζ_3, calculées en partant de (3) pour 12 lieux normaux formés d'après 63 observations, du 16 mars au 2 mai. En résolvant ces 24 équations, on trouve

$$(7)\quad \begin{cases} \Delta\xi_1 = +0,003533, & \Delta\eta_1 = -0,009515, & \Delta\zeta_1 = -0,004240, \\ \Delta\xi_2 = -0,036741, & \Delta\eta_2 = +0,106710, & \Delta\zeta_2 = +0,045821. \end{cases}$$

Ces corrections sont un peu fortes. Au moyen de 10 nouvelles observations récemment communiquées, j'ai fait une seconde approximation par la même méthode. D'après 30 équations du type (6) on a ainsi trouvé :

$$(8)\quad \begin{cases} \Delta\xi'_1 = +0,026916, & \Delta\eta'_1 = -0,078631, & \Delta\zeta'_1 = -0,033795, \\ \Delta\xi'_2 = -0,001012, & \Delta\eta'_2 = +0,002900, & \Delta\zeta'_2 = +0,001219. \end{cases}$$

D'où, à la date 6,00000 avril :

$$(9)\quad \begin{cases} X_0 = -13,149807, & Y_0 = +35,378817, & Z_0 = +15,219420, \\ X'_0 = -\ \ 0,00879076, & Y'_0 = +\ \ 0,01801529, & Z'_0 = +\ \ 0,00855814. \end{cases}$$

En partant de ces valeurs, j'ai obtenu $R_0 = 40,696546$ et

$$(10)\quad \begin{cases} v_0 = 0,02170224, & v_r = 0,02170224, & v_n = 0,00202052, \\ \Omega = 109^\circ 15' 33'', & i = 21^\circ 36' 52'', & \mu_0 = 10'',241. \end{cases}$$

Ces éléments représentent les observations avec des erreurs de $0^s,05$ en α et $0'',5$ en δ.

Comme la vitesse absolue varie beaucoup d'une approximation à l'autre (de 0,0164 à 0,0217), on ne peut accorder aucune confiance à la valeur de l'excentricité hyperbolique qu'on en déduit. La vitesse normale au rayon vecteur (v_n) dans le plan de l'orbite est plus constante; elle varie seulement de 0,0021 à 0,0020 d'une approximation à l'autre. Elle donne pour limite inférieure d'excentricité 0,407. La question de l'excentricité de l'orbite n'est donc pas tranchée d'après les observations connues de 1930.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'interprétation de l'expérience de Michelson.* Note (¹) de M. **J. Le Roux**, présentée par M. G. Kœnigs.

M. Hadamard a démontré des propriétés importantes concernant les ondes dont la propagation est définie par une équation linéaire aux dérivées partielles du second ordre.

(¹) Séance du 26 mai 1930.

Il m'a paru intéressant d'appliquer ces résultats à la discussion des conséquences de l'expérience de Michelson.

Considérons d'abord l'équation suivante, où x, y, z désignent des coordonnées cartésiennes rectangulaires et t le temps.

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}-\frac{2\alpha}{c}\frac{\partial^2 V}{\partial x\,\partial t}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}=0. \tag{1}$$

L'application de la méthode de M. Hadamard montre que les rayons ou bicaractéristiques sont rectilignes et que, sur chacun d'eux, la vitesse de propagation est constante. Mais cette vitesse change avec la direction du rayon.

Si l'on porte, sur les rayons issus de l'origine, des longueurs proportionnelles aux vitesses de propagation correspondantes, le lieu des extrémités de ces vecteurs est un ellipsoïde de révolution allongé ayant pour foyer l'origine.

Nous nous trouvons donc ici dans le cas d'ondes ellipsoïdales signalées par Poincaré [1] et par M. E. Guillaume (*Congrès de Strasbourg*, p. 602).

Par le changement de variables

$$\begin{cases} x'=x-2c\alpha t, \\ y'=y, \quad z'=z, \quad t'=t, \end{cases} \tag{2}$$

l'équation (1) conserve la même forme, sauf le changement de signe de α.

Le changement de variable considéré équivaut à une translation rectiligne et uniforme des axes. La nouvelle origine coïncide avec le second foyer de l'onde ellipsoïdale.

A cette simple remarque géométrique correspond une propriété physique importante.

Les ondes qui interviennent dans l'expérience de Michelson ne sont pas les ondes de progression, ce sont les ondes d'interférence, que j'ai signalées dans des travaux antérieurs [2].

Or les ondes d'interférence correspondant à la loi de propagation définie par l'équation (1) sont sphériques dans le cas d'une source ponctuelle liée à l'un ou à l'autre des deux systèmes de référence considérés.

Cette observation s'applique immédiatement à l'interprétation de l'expérience de Michelson. Il est nécessaire toutefois d'en rattacher le résultat à une loi générale, dans laquelle la Terre ne joue aucun rôle spécial, différent

---

(1) *Science et Méthode*, p. 239.

(2) *Journal de Mathématiques*, 1, 1922, p. 223.

de celui des autres astres. Pour cela il faut admettre que la constitution de l'éther se trouve influencée par la gravitation. Le milieu de propagation n'étant plus indéfiniment homogène et isotrope, l'équation à coefficients constants (1) devrait être remplacée par une équation à coefficients variables. Il restera à déterminer ces coefficients par la condition que, dans le voisinage immédiat d'une masse matérielle en mouvement de translation, l'onde d'interférence tende vers l'isotropie, comme forme limite.

Je suppose que le système de référence S appartienne au solide principal de référence de l'Univers observable, et que le temps t soit le temps canonique de la gravitation.

Il est possible de déterminer l'équation aux dérivées partielles de la propagation, de manière à satisfaire aux conditions suivantes :

1° Dans toute région suffisamment éloignée de la matière, la vitesse de propagation par rapport à S est la même dans tous les sens.

2° Dans tout domaine restreint, voisin ou non de la matière, l'onde d'interférence engendrée par une source invariablement liée à S est isotrope.

3° Dans tout domaine suffisamment restreint, l'onde d'interférence engendrée par une source invariablement liée à un élément quelconque de matière en translation est également isotrope.

Parmi les diverses solutions possibles, je signale la suivante, qui se rattache d'une manière particulièrement simple à la théorie de la gravitation.

Soit M_i un élément matériel de masse m_i, dont la vitesse de translation a pour composantes ξ'_i, η'_i, ζ'_i. Je désigne par r_i la distance du point M_i à un point courant quelconque $P(x, y, z)$.

Je pose

$$D(V) = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial V}{\partial t}\,\frac{\sum \frac{m_i}{r_i}\left(\xi'_i\frac{\partial V}{\partial x} + \eta'_i\frac{\partial V}{\partial y} + \zeta'_i\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial t}\right) + h\frac{\partial V}{\partial t}}{\sum \frac{m_i}{r_i} + h},$$

où la somme Σ est étendue à l'ensemble des masses observables; h désigne une constante.

L'équation du second ordre

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial D}{\partial\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)} + \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial D}{\partial\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)} + \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial D}{\partial\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)} + \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial D}{\partial\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)} = 0$$

satisfait aux conditions énoncées.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème du mur soutenant un massif pulvérulent.* Note [1] de M. **Edgar Baticle.**

Dans une Note présentée à la séance de l'Académie du 12 avril 1926, nous avions envisagé une solution utilisant, outre la solution de Rankine, une intégrale particulière du système d'équations différentielles donné par Boussinesq [2] et M. Guillaumin [3]. Mais un examen plus approfondi nous a permis de reconnaître que, si cette intégrale particulière :

$$\chi = \pm\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + \theta, \qquad P\cos\varphi = \varpi\cos(\varphi \pm \theta)$$

(χ étant l'azimut, compté, comme θ, à partir de la verticale descendante Oy, de l'une des directions principales, Pr la pression moyenne et ϖ le poids spécifique du massif) satisfait bien aux dites équations, les valeurs de χ' et de P' qui en résultent ne satisfont pas aux équations initiales, déduites des équations indéfinies :

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = \varpi.$$

En effet, si l'on pose (pour satisfaire à la condition d'équilibre limite de Rankine)

$$(N_x - N_y)^2 + 4T^2 = (N_x + N_y)^2 \sin^2\varphi,$$

$$N_x = Pr(1 - \cos 2\chi \sin\varphi), \qquad N_y = Pr(1 + \cos 2\chi \sin\varphi), \qquad T = Pr\sin 2\chi \sin\varphi,$$

on obtient le système suivant :

$$(1)\quad \begin{cases} P[\sin\theta + \sin\varphi\sin(2\chi - \theta)(1 + 2\chi')] + P'[\cos\theta - \sin\varphi\cos(2\chi - \theta)] = 0, \\ P[\cos\theta + \sin\varphi\cos(2\chi - \theta)(1 + 2\chi')] + P'[-\sin\theta + \sin\varphi\sin(2\chi - \theta)] = \varpi, \end{cases}$$

les variables étant $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \operatorname{arc\,tang}\frac{x}{y}$ et χ étant supposé fonction de θ seul.

L'intégrale particulière ci-dessus des équations de Boussinesq, obtenue en éliminant successivement P' et χ', ne satisfait pas à ce système, mais satisferait à un système analogue où χ' serait remplacé par $-\chi'$. On ne peut donc pas supposer que sur le parement du mur P' et χ' ont des valeurs finies : ainsi se trouve vérifiée une assertion de M. Guillaumin.

---

[1] Séance du 19 mai 1930.

[2] *Comptes rendus*, **164**, 1917, p. 698.

[3] *Comptes rendus*, **168**, 1919, p. 818.

Soit α l'azimut du parement intérieur du mur, lequel doit, par hypothèse, être une ligne de glissement du massif. On a ainsi

$$2\chi - 2\alpha = \pm\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right),$$

le signe + correspondant au cas où le massif se rompt par soulèvement et le signe — à celui où il se rompt par affaissement. Nous allons chercher une solution approximative, valable entre le parement α et un certain azimut θ_0, à partir duquel on a, jusqu'à la surface libre, la solution de Rankine : $\chi = \text{const.} = \chi_0$, qui donne, rigoureusement,

$$P = \varpi \frac{\cos\theta - \sin\varphi \cos(2\chi_0 - \theta)}{\cos^2\varphi},$$

χ_0 sera déterminé par la condition à la surface libre

$$\sin i + \sin\varphi \sin(2\chi_0 - i) = 0,$$

et θ_0 sera choisi tel que l'on ait

$$2\chi_0 - 2\theta_0 = -\frac{\pi}{2} + \varphi,$$

en envisageant le cas, généralement admis dans la pratique, où l'équilibre est sur le point d'être rompu par affaissement.

Nous poserons

$$2\chi = -\frac{\pi}{2} + \varphi + 2\theta + \varepsilon.$$

Du système (1) on tire l'équation différentielle suivante :

$$(2) \qquad \frac{2\chi''[\sin\varphi - \cos(2\chi - 2\theta)] + 2\chi' \sin(2\chi - 2\theta)(2\chi' - 2)}{\cos^2\varphi - 2\chi' \sin\chi[\sin\varphi - \cos(2\chi - 2\theta)]} + \frac{4\chi' \sin(2\chi - \theta)}{\cos\theta - \sin\varphi \cos(2\chi - \theta)} = 0.$$

Si l'on suppose que ε reste petit dans l'intervalle (α, θ_0), cette équation peut se simplifier. Elle devient

$$(3) \qquad \varepsilon\varepsilon'' + (\varepsilon' + 2)^2 - 2(\varepsilon' + 2)\varepsilon\varepsilon' \operatorname{tang}\varphi = 0,$$

ou, en faisant le changement de variables : $\varepsilon' + 2 = -\frac{1}{y}$, et en posant $\operatorname{tang}\varphi = m$,

$$(4) \qquad \varepsilon \frac{dy}{d\varepsilon} + \frac{y}{2y + 1} - 2m\varepsilon y.$$

Tant que y reste fini, on a l'équation approchée

$$\varepsilon \frac{dy}{d\varepsilon} = \frac{y}{2y+1}. \tag{5}$$

Si y est infiniment grand, on a

$$\varepsilon \frac{dy}{d\varepsilon} = \frac{1}{2} - 2m\varepsilon y.$$

En posant $y = Ue^{-2m\varepsilon}$, on trouve aisément pour U le développement

$$U = B + \frac{1}{2}\log\varepsilon + m\varepsilon + \ldots, \quad \text{d'où} \quad y\varepsilon = e^{-2m\varepsilon}\left(B\varepsilon + \frac{1}{2}\varepsilon\log\varepsilon + m\varepsilon^2 + \ldots\right).$$

On voit ainsi que $y\varepsilon$ est un infiniment petit.

Il en résulte que l'on pourra toujours prendre pour équation approchée l'équation (5) qui admet l'intégrale $\varepsilon = Cye^{2y}$.

En tenant compte de l'équation définissant y on trouve

$$\theta - \alpha = -C\left[e^{2y}\left(\frac{y}{2} - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{4}\right].$$

Comme y est égal à $-\infty$ pour $\theta = \theta_0$, on a $-C = 4(\theta_0 - \alpha)$.

On en déduit

$$P = \varpi \frac{\cos(\varphi - \alpha)}{\cos\varphi - \varepsilon\varepsilon' \sin\varphi} = \varpi \frac{\cos(\varphi - \alpha)}{\cos\varphi + 4(\theta_0 - \alpha)\sin\varphi}.$$

D'où l'expression de la poussée normale

$$P r \cos^2\varphi = \varpi r \frac{\cos(\varphi - \alpha)\cos\varphi}{1 + 4(\theta_0 - \alpha)\operatorname{tang}\varphi}.$$

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Stratifications cristallines colorées. Étude de la paratoluidine, de la β-naphtylamine, de la diphénylamine.* Note [1] de Mlle **Simone Boudin**, présentée par M. Jean Perrin.

M. René Marcelin (*Ann. de Phys.*, 9e série, 10, 1918) a montré que lorsqu'on provoque la cristallisation d'une solution légèrement alcoolique de paratoluidine, il apparaît à la surface du liquide des cristaux à contours de losange, avec parfois deux troncatures sur les angles obtus; on observe ces cristaux en lumière blanche au moyen d'un microscope autocollimateur.

---

[1] Séance du 26 mai 1930.

Ces cristaux, lorsqu'ils sont assez minces, présentent, comme les lames de savon stratifiées découvertes par M. Jean Perrin, des plages à colorations différentes, séparées les unes des autres par des bords nets. L'étude colorimétrique de ces plages et l'observation de leur développement ont permis à René Marcelin de mesurer l'épaisseur du feuillet élémentaire de cristallisation de la paratoluidine ($0{,}4 < e < 0^{\mu\mu}{,}8$, soit un échelon moléculaire), et d'observer à l'échelle moléculaire le développement des cristaux aussitôt après leur naissance.

Je me suis proposée, d'une part, de reproduire les expériences de René Marcelin, et de préciser techniquement les conditions les plus favorables à l'obtention de beaux cristaux flottants à stratifications colorées, d'autre part, de rechercher d'autres corps organiques susceptibles de présenter les phénomènes décrits par M. Marcelin.

Le mode opératoire est le suivant : on prépare une solution à $\frac{1}{10}$ de paratoluidine dans l'eau ou dans un mélange d'eau et d'alcool, et l'on remplit de cette solution un petit cristallisoir de 2 à 3^{cm} de diamètre. La surface libre du liquide, sur laquelle on observe les cristaux, doit être de petites dimensions, pour éviter autant que possible les mouvements des cristaux dus à des trépidations extérieures. On chauffe la solution avec un bec Bunsen; vers 45°, la paratoluidine fond en gouttelettes légèrement jaunâtres : certaines surnagent et d'autres restent attachées au fond du cristallisoir. On laisse refroidir : il y a surfusion de la paratoluidine; on provoque la cristallisation en projetant un petit cristal dans le liquide.

L'emploi de la solution alcoolique n'est pas indispensable à la production du phénomène; toutefois, il semble que l'alcool favorise l'apparition et la stabilité des cristaux les plus minces, présentant les teintes des deuxième et troisième ordres; l'alcool, qui dissout la paratoluidine semble retarder l'épaississement des cristaux. Dans les solutions plus riches en alcool les cristaux se détruisent trop vite. Le taux le plus favorable me paraît être de 15 pour 100 d'alcool.

L'aspect de la cristallisation dépend aussi du degré de surfusion atteint. Généralement, quand la surfusion est faible (10°) la cristallisation est confuse; de petits cristaux apparaissent dans tout le liquide, et la surface se recouvre d'une croûte cristalline à bords irréguliers. Si l'on perce la croûte et qu'on observe la surface au microscope pendant le refroidissement, on voit des cristaux se former et évoluer rapidement. Comme l'a observé René Marcelin, ils se développent non pas en profondeur, mais en surface, par alluvions successives. On voit des bandes présentant toutes

les colorations de l'échelle des teintes, depuis les gris du premier ordre, cheminer les unes derrière les autres en conservant leur coloration bien uniforme; ces bandes sont généralement limitées par des droites parallèles à la petite diagonale du losange.

Pendant ces observations il est bon de chauffer l'objectif au moyen d'une petite résistance électrique pour empêcher la formation de buée sur la lentille frontale.

Le degré de surfusion le plus favorable aux observations dont il s'agit ici est de 20 à 25° : les gouttelettes se solidifient en masses compactes; de petits cristaux s'en détachent et s'élèvent à travers le liquide; certains d'entre eux atteignent la surface où ils évoluent en général lentement. On a pu conserver certains cristaux pendant 24 heures en protégeant le cristallisoir par un manchon de verre. On les voit ensuite se détruire peu à peu, en surface, comme ils se forment. Dans ce cas, les cristaux sont en général des losanges entiers; quand la surfusion n'est que d'une dizaine de degrés, les losanges sont souvent fortement tronqués.

J'ai essayé d'obtenir des cristaux en lames minces avec d'autres corps. Par le même procédé de cristallisation, seule parmi les corps essayés, la β-naphtylamine a donné des résultats intéressants : même forme cristalline et mêmes aspects que pour la paratoluidine.

On peut obtenir des cristaux minces de diphénylamine par un autre procédé : on dissout ce corps dans l'alcool, on prend quelques gouttes de la solution que l'on étend d'un grand excès d'eau : par précipitation il se forme des petits cristaux carrés avec troncature des 4 angles. Certains ont des plages colorées uniformes séparées par les diagonales ou des droites parallèles aux côtés du carré. Les cristaux que l'on peut observer à la surface évoluent très vite.

MAGNÉTISME. — *Sur une méthode de discussion des moments magnétiques des alliages et la commune mesure des moments atomiques.* Note[1] de M. **R. Forrer**, transmise par M. Pierre Weiss.

Dans les alliages ferromagnétiques le moment atomique moyen (saturation absolue divisée par le nombre des atomes présents et par le magnéton : 1125,6) varie souvent linéairement avec le titre atomique.

---

[1] Séance du 26 mai 1930.

Si deux métaux se mélangent et si leurs atomes portent des moments fixes, on s'attend à une variation linéaire dans tout l'intervalle des titres de 0 à 1. Mais en réalité, on observe des variations linéaires qui n'occupent qu'une partie de l'intervalle. On pourrait les interpréter comme résultant des mélanges de deux groupements (par exemple de combinaisons définies) dont chacun porterait un moment fixe.

Il est peut-être préférable d'adopter un langage différent. Remplaçons dans un alliage de titre x_1 un certain nombre d'atomes A de moment m par des atomes B de moment n et admettons que les autres atomes présents dans l'alliage gardent leur moment. Il en résultera une variation linéaire du moment atomique moyen qui s'étend à tout l'intervalle où la substitution a le même caractère.

On peut généraliser ce « principe de substitution » en admettant que la substitution peut, dans certains cas, être accompagnée d'un changement du moment d'un atome voisin de celui qui est substitué. Tant que ce régime dure, la variation du moment moyen sera encore proportionnelle au changement du titre du métal introduit.

Cette interprétation laisse en général place à plusieurs hypothèses sur les moments élémentaires présents dans l'alliage et l'on devra chercher à résoudre cette indétermination pour chaque système de deux métaux. Mais, dans toute sa généralité, elle suggère un contrôle expérimental de la commune mesure des moments.

Si tous les moments, tant ceux des métaux purs que ceux qui sont altérés par le mécanisme que nous avons supposé, sont des nombres entiers de magnétons, il en résultera que l'effet global de la substitution d'un atome étranger à un atome du métal produira aussi un changement d'un nombre entier ΔM de magnétons.

Si p est le nombre des atomes présents, l'altération du moment moyen par la substitution d'un atome sera $\Delta M/p$. Mais puisque le changement de titre du métal introduit est $1/p$, il s'ensuit que la pente de la droite des moments moyens en fonction du titre est ΔM. Elle mesure la variation du nombre de magnétons par atome substitué.

Dans les figures on a représenté les moments atomiques moyens exprimés en magnétons de Weiss, en fonction du titre pour les alliages

Ni-Cu, Ni-Co, Fe-Ni, Fe-Co.

Les pentes ΔM relevées sur les figures sont reproduites dans le tableau :

Alliage.	Droite.	Comprise entre	Grandeur de l'intervalle des titres.	ΔM.	Nombre rond voisin.
Ni-Cu	A-B	10- 40 %	**40**	**5,04**	5
Ni-Co γ	A-B	0- 60	**60**	**5,94**	6
Ni-Co H	B-C	70-100	30	4,63	4,5
Fe-Ni α	A-B	0- 5	5	3,1	3
»	B-C	6- 15	9	0,96	1
»	C-D	24- 30	6	14,1	14
Fe-Ni γ	F-G	41- 49	8	8,08	8
»	G-H	66-100	**34**	**11,00**	11
Fe-Co α	A-B	0- 10	10	5,86	6
»	B-C	13- 22	9	4,06	4
»	C-D	27- 43	16	0,53	0,5 ou 0,67 (1)
»	E-F	50- 75	25	5,8	6
Fe-Co γ	G-H	81- 92	11	4,80	5

La précision de la détermination de ΔM dépend de la grandeur de l'intervalle de variation linéaire et de l'exactitude avec laquelle les points observés se placent sur les droites. Les trois valeurs en caractères gras : 5,04 pour les Ni-Cu (A-B), 5,94 pour les Ni-Co (A-B) et 11,00 pour les Fe-Ni (G-H) sont bien déterminées et sont avec une bonne précision des multiples entiers du magnéton de Weiss.

Les autres pentes sont moins bien déterminées surtout à cause de la

(1) L'un et l'autre compatibles avec l'expérience.

petitesse des intervalles. Mais dans ces intervalles il y a suffisamment de points pour affirmer le caractère rectiligne. Elles donnent en général, au degré de précision de l'expérience, des multiples entiers du magnéton. Il n'y a que deux exceptions, Ni-Co (B-C) et Fe-Co (C-D), qui d'ailleurs peuvent aisément être interprétées sans invoquer des nombres fractionnaires pour les atomes eux-mêmes.

Ces données pour la détermination de la commune mesure des moments sont indépendantes de celles que fournit la saturation absolue des métaux purs et des combinaisons aux basses températures. Elles ne dépendent pas, comme les moments déterminés à partir de la constante de Curie, du mode de calcul adopté (formules classiques ou quantiques).

Ici comme ailleurs la prédominance du sous-multiple 5 du magnéton de Bohr reste à expliquer.

MICROSCOPIE. — *Réalisation de la microradiographie intégrale.* Note de M. **A. Dauvillier**, présentée par M. Ch. Fabry.

La radiographie des objets microscopiques se heurtait jusqu'à ce jour à des difficultés insurmontables. M. Goby [1], utilisant des rayons X usuels et des plaques du commerce à grains fins, n'avait pu dépasser, dans ses radiographies d'insectes, des grossissements de quelques dizaines de diamètres.

Nous avons réussi à obtenir des images de coupes microscopiques supportant les plus forts grossissements réalisables.

Pour obtenir de telles images, il est nécessaire d'utiliser des émulsions colloïdales comme celles de Taupenot ou de Goldberg. Encore le développement y fait-il apparaître un grain visible au microscope. Nous avons employé les plaques imaginées par Lippmann pour la photographie interférentielle en les préparant selon la technique à l'argent colloïdal décrite par MM. de Watteville et Leroy. Ces émulsions sont environ mille fois moins sensibles aux rayons X que les plaques du commerce à gros grains.

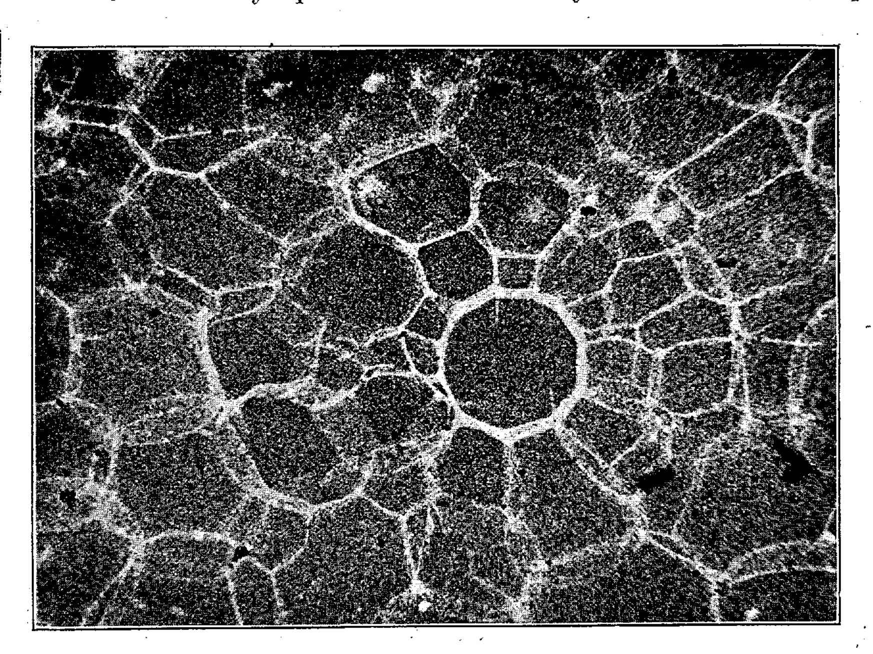
Nous avons observé qu'au contraire elles étaient notablement plus sensibles au noircissement direct. C'est ainsi qu'une coloration pourpre intense est instantanément obtenue en appliquant la couche sensible sur la fenêtre (Al : 5^{μ}) d'un tube de Lenard en fonctionnement (1 mA, 50 kV).

---

[1] *Comptes rendus*, 156, 1923, p. 686, et 180, 1925, p. 735.

Ceci suggère une méthode de microradiographie, applicable aux coupes très minces, et donnant des images instantanées avec des électrons pénétrants. Cependant, avec les coupes microscopiques usuelles, il est de beaucoup préférable d'utiliser des rayons X mous, entièrement absorbables dans l'émulsion qui permettent une bien meilleure différenciation des éléments chimiques existant dans la préparation.

L'appareil est identique à celui présenté l'an dernier à l'exposition de la Société française de Physique et destiné à l'analyse cristalline. Il comporte



un corps anodique métallique à anticathode interchangeable, muni de quatre limitateurs à ouvertures variables, obturées par des fenêtres d'aluminium de 5^{μ}, raccordés à autant de boîtes étanches contenant les plaques. Ces boîtes sont évacuées ou parcourues par un courant d'hydrogène. Un foyer ponctuel central est obtenu au moyen d'une cathode Coolidge. Le tube demeure toujours évacué, mais le vide y est entretenu durant son fonctionnement par une pompe à diffusion à vapeur d'huile. La tension appliquée a varié entre 3 et 8 kV. Avec une anticathode de tungstène et un débit de 0,1 ampère sous 7 kV, la durée de pose n'excède pas deux heures. Les clichés sont renforcés à l'argent pour obtenir des densités photographiques supportant les forts grossissements.

La préparation microscopique, d'une épaisseur de quelques microns, est

collée sur l'émulsion comme elle l'est, en technique microscopique usuelle, sur la lame porte-objet, puis décollée avant le développement. La diffusion, la diffraction, la fluorescence, les trajectoires photo-électriques n'altèrent pas la netteté de l'image. C'est ainsi que les cloisons cellulaires d'une coupe de moelle de sureau (épaisseur : 1 à 2^{μ}) apparaissent aux forts grossissements (par exemple 600) avec une netteté parfaite, comme le montre la microphotographie ci-contre, exécutée par M. J. Bertrand, que nous avons l'honneur de présenter à l'Académie. Le grain, quoique sensible, est indiscernable et n'est pas gênant.

Les applications de la méthode sont aussi nombreuses que celles du microscope lui-même lorsqu'on examine les objets par transparence. Les colorants sont ici remplacés par des éléments minéraux se fixant électivement. Avec les rayons mous employés, l'oxygène apparaît déjà beaucoup plus absorbant que le carbone, et quelques centièmes de soufre dans une coupe organique la rendent opaque. L'étude histologique des cellules normales ou pathologiques pratiquée selon cette méthode décèlera sans doute leur squelette minéral.

La radiographie des protozoaires, des microbes, etc. renseignera sur leur structure. La méthode est applicable à l'étude des végétaux, des textiles naturels et artificiels et à de nombreuses identifications. Elle marque enfin le premier stade de la solution du problème de l'extension du pouvoir grossissant du microscope par substitution des rayons X à la lumière.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la vie moyenne de l'ionium.*
Note [1] de Mme **Pierre Curie** et Mme **S. Cotelle**.

La première méthode employée pour déterminer la vie moyenne Θ_1 de l'ionium est celle de F. Soddy utilisant la vitesse d'accroissement de la teneur en radium dans un composé d'urane soigneusement purifié et exempt à l'origine des mesures, tant d'ionium que de radium. Cette méthode suppose la connaissance de la vie moyenne Θ_2 du radium et du rapport radium/uranium à l'état d'équilibre radioactif. Adoptant $\Theta_2 = 2375$ ans et $Ra/U = 3{,}4 \times 10^{-7}$, Soddy et Hitchins ont admis $\Theta_1 = 110\,000$ ans [2]. Une autre méthode a été utilisée par St. Meyer [3] qui a mesuré le rayon-

(1) Séance du 26 mai 1930.
(2) Soddy et Hitchins, *Phil. Mag.*, 47, 1924, p. 1148.
(3) St. Meyer, E. Schweidler, *Radioaktivität*, 1927, p. 389-390.

nement α total de couches très minces pour un mélange d'oxydes d'ionium et de thorium; le poids atomique moyen du mélange isotopique Io-Th contenu dans ces oxydes ainsi que celui de Th ont été déterminés par O. Honigschmid et S. Horovitz [1]; la précision de ces expériences était évaluée à 0,0135 unité et les nombres obtenus ont été 232,12 pour Th et 231,51 pour le mélange Io-Th provenant de la pechblende de Jachymov (St. Joachimsthal). Admettant pour Io la valeur 230 obtenue par addition de 4 unités au poids atomique de Ra, on trouve pour la proportion atomique de Io dans ce mélange $x = 0,61/2,12 = 0,2877$. Admettant $\Theta_2 = 2280$ ans, St. Meyer a déduit de ses expériences la valeur $\Theta_1 = 130000$ ans, comme limite supérieure pour la vie moyenne de Io.

Grâce à l'obligeance de M. St. Meyer, à qui nous adressons tous nos remerciements, nous avons pu disposer d'une petite quantité de ce même oxyde Io-Th et nous avons étudié la production de radium dans cette matière. Soient Q la quantité d'ionium et q la quantité de radium formée en un an; la quantité d'ionium détruite dans le même temps est $230\,q/226$; on a $\lambda_1 = 1/\Theta_1 = 230\,q/226\,Q$ an^{-1} et la période T_1 ou temps de destruction de moitié est $T_1 = \mathrm{Log}_e 2/\lambda_1$. Cette méthode ne fait intervenir, outre le dosage du radium produit, que la connaissance des poids atomiques de l'ionium, du thorium et du mélange Io-Th utilisé.

Nous avons constitué avec le mélange Io-Th une solution nitrique peu acide conservée dans un flacon de pyrex à bouchon rodé pesé d'abord vide, puis avec son contenu. Sur cette solution il a été fait deux prélèvements de liquide contrôlés par des pesées; la première portion a été introduite dans un barboteur de type usuel servant au dosage de radium par la mesure du radon dégagé; la deuxième portion évaporée à sec dans un creuset de quartz et chauffée jusqu'à conversion en oxyde a servi pour déterminer le poids d'oxyde contenu dans un poids donné de solution. De ces pesées on déduit que le barboteur contient $0^g,1001$ d'oxyde ce qui correspond à $Q = 0^g,02515$ d'ionium.

L'ionium étant un corps à vie longue, la production de radium reste pratiquement constante pendant plusieurs années; il en est de même de la vitesse d'accroissement du radium, si la quantité de celui-ci reste assez faible pour qu'on puisse négliger sa vitesse de destruction. Ces conditions étant remplies dans le cas actuel, on peut appliquer au problème un calcul simplifié, dont voici le résultat : si la solution à l'étude a été purgée de

---

(1) O. Honigschmid et S. Horovitz, *Wien. Ber.*, 125, 1916, p. 179.

radon et ensuite abandonnée en vase clos pendant un temps t, *temps d'accumulation*, la quantité de radon accumulée pendant ce temps dans la solution, mesurée en curies est $q_0(1-e^{-\lambda t})+pt\left(1-\frac{1-e^{-\lambda t}}{\lambda t}\right)$ où q_0 est la quantité de radium en grammes présente dans la solution au début du temps t, p celle qui y est produite par unité de temps et λ la constante radioactive de radon. Le radon accumulé étant en totalité extrait de la solution et transporté dans une chambre d'ionisation, soit i l'intensité du courant de saturation mesurée trois heures après l'introduction du radon, quand celui-ci est en équilibre avec son dépôt actif. Soit, d'autre part, J la valeur du courant de saturation par curie de radon telle qu'elle résulte de l'étalonnage de la chambre. On aura

$$q_0(1-e^{-\lambda t})+pt\left(1-\frac{1-e^{-\lambda t}}{\lambda t}\right)=\frac{i}{J}.$$

Par une succession d'opérations semblables, on obtient une série d'équations permettant de déterminer les valeurs les plus probables de q_0 et de p.

Le dosage du radon dégagé a été exécuté par la méthode de barbotage à froid établie par l'une de nous et devenue d'usage courant à l'Institut du Radium [1] pour les dosages de radium. Pour la chambre employée, $J=3,47\times10^6$ unités E. S., le courant était ramené à une densité d'air dans la chambre correspondant à la pression normale et à la température de 15°. Il a été fait sur la solution 17 expériences successives d'accumulation et d'extraction de radon comprenant un temps total de 768 jours. L'accroissement moyen régulier de radium déduit de ces expériences est $5,703\times10^{-10}$ gr Ra/jour. D'après cela, la quantité d'ionium détruite par an est $2,118\times10^{-7}$ gr et par conséquent

$$\lambda_1=\frac{2,118\times10^{-7}}{0,02515}=8,43\times10^{-6}\,\text{an}^{-1},$$

$$\Theta_1=119000 \text{ ans},\qquad T_1=82300 \text{ ans}.$$

Ce nombre est intermédiaire entre ceux de F. Soddy et de St. Meyer. Nous croyons que l'erreur sur la production de radium n'atteint pas 3 pour 100 et que les erreurs sur les pesées sont négligeables. Par contre, une faible erreur sur l'un des poids atomiques peut se traduire par un écart notable sur Θ_1, provenant principalement de l'évaluation de la proportion x.

---

(1) Mme P. Curie, *Le Radium*, 7, 1910, p. 65; *Traité de Radioactivité*, Paris, 1910, p. 283.

Attribuant aux erreurs absolues respectives sur les poids atomiques de Ra, Th et IoTh la minime valeur $\pm 0,01$, on trouve que dans le cas le plus défavorable au point de vue des signes, l'erreur sur Θ_1 atteindrait 3 pour 100. Ainsi les résultats de la méthode que nous avons employée dépendent essentiellement de la précision qu'il est possible d'obtenir sur les poids atomiques utilisés. Les autres méthodes signalées font intervenir d'autres données et il y a là une possibilité de contrôle réciproque des résultats obtenus.

RADIOACTIVITÉ. — *Rayonnements associés à l'émission des rayons α du polonium.* Note de M. **F. Joliot** et Mme **Irène Curie**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons montré (1) que le rayonnement absorbable qui accompagne les rayons α émis par les sources de polonium dans l'air est principalement dû aux rayons H de transmutation de l'azote. La source préparée par électrolyse étant placée dans le gaz carbonique, nous avons observé une forte diminution du courant d'ionisation; il subsistait, cependant, un résidu de rayons H ayant un parcours analogue à celui des rayons H naturels, probablement dû à l'hydrogène et à la vapeur d'eau occlus dans le support.

Nous avons repris ces expériences en employant des sources de polonium plus intenses préparées par volatilisation (2) sur des supports de différents métaux préalablement dégazés. Ce procédé de préparation a pour principal avantage de diminuer notablement le résidu de rayons H naturels, ce qui facilite l'analyse du rayonnement restant.

Le dispositif de recherche employé a déjà été décrit (1). La chambre d'ionisation de l'électroscope a été remplie d'argon pour l'étude du rayonnement relativement pénétrant. La polonium a été déposé sur du nickel, du cuivre et du zirconium et l'intensité des sources correspondait à des courants de saturation (rapportés à l'angle 2π) de 35000 à 50000 U.E.S. sur des surfaces de 12 à 20^{mm^2}.

L'étude de l'absorption dans l'aluminium et dans la cellophane des rayonnements émis nous a fourni les résultats suivants :

1° Avec les sources préparées sur nickel et sur cuivre, on observe un

(1) I. Curie et F. Joliot, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 1270.

(2) E. Rôna et E. W. Schmidt, *Wien Ber.*, 137, 1928, p. 103.

rayonnement X très absorbable de coefficient d'absorption massique dans l'aluminium $\frac{\mu}{\rho} = 1000$ [1]. Ce rayonnement ne peut pas être interprété comme étant la radiation L du cuivre ou du nickel, car son absorption dans la cellophane est plus faible que dans l'aluminium à masse par centimètre carré égale, or la radiation L du cuivre ou du nickel a une longueur d'onde supérieure à celle de la discontinuité d'absorption K de l'aluminium. On observe aussi un rayonnement complexe composé en majeure partie de la radiation caractéristique K du nickel ou du cuivre, et d'un rayonnement plus pénétrant. Pour étudier celui-ci plus commodément, nous avons choisi le zirconium comme support de source, ce métal ayant un rayonnement caractéristique K de coefficient d'absorption très différent.

2. Le rayonnement plus pénétrant émis par les sources sur zirconium se compose d'un rayonnement de coefficient $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{Al} = 17$ identifiable avec L du polonium et d'un rayonnement notablement plus pénétrant d'intensité trop faible pour permettre une détermination de son coefficient d'absorption. On observe, en outre, avec netteté la radiation L du zirconium et la radiation très absorbable de $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{Al} = 1000$ que nous signalons dans ce qui précède. Ce rayonnement, qui est indépendant du support, est vraisemblablement la radiation caractéristique M du polonium.

Sur le conseil de M. Holweck, nous avons étudié l'absorption, dans le fer et dans le nickel, du rayonnement attribué à la radiation K du cuivre dont la longueur d'onde est comprise entre celle des discontinuités K du fer et du nickel. Le fer devait être beaucoup plus absorbant que le nickel à masses superficielles égales. C'est ce que l'expérience confirme nettement. De plus, les masses des écrans de fer et de nickel augmentant, la radiation K du cuivre est de plus en plus absorbée et l'écart d'absorption des deux écrans diminue. Ce fait indique la présence d'un rayonnement plus dur, vraisemblablement L du polonium, déjà caractérisé avec la source sur zirconium.

En tenant compte de la fraction du rayonnement utilisée dans l'électroscope, nous avons calculé l'ordre de grandeur des rendements d'excitation.

---

[1] Russell et Chadwick avaient observé un rayonnement de $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{Al} = 1300$ qu'ils attribuaient à L du cuivre (*Phil. Mag.*, 27, 1919, p. 112).

M de Po, 15 quanta; L de Po, 4 quanta; L de Ag, 100 quanta [1]; L de Zr, 50 quanta; K de Ni ou Cu, 9 quanta pour 10^{5} particules α.

Malgré la complexité du rayonnement émis par ces sources, nous avons pu observer l'excitation des rayonnements caractéristiques très absorbables par l'interposition de couches extrêmement minces d'argent ou de bismuth préparées par pulvérisation cathodique (L de Ag, M de Bi).

Les ordres de grandeur des rendements d'excitation des radiations M et L du polonium sont faibles et semblent dépendre de la densité d'activité; cette appréciation est d'ailleurs délicate à cause de la petite quantité de rayons H naturels toujours présente et variable d'une source à l'autre. Il y a cependant lieu de croire que ces radiations ne sont, en général, pas émises par l'atome désintégré, mais par un effet secondaire sur les autres atomes de polonium.

Les expériences montrent que le rendement d'excitation des radiations caractéristiques d'un atome par une particule α augmente lorsque l'énergie du niveau diminue. On n'a pas constaté de fond continu appréciable dans le domaine des longueurs d'onde étudiées.

Les sources de polonium émettent un rayonnement β très faible, moins pénétrant que celui du RaE.

Nous n'avons pas observé de rayonnement γ nucléaire attribuable au polonium et nos expériences ne nous permettent pas d'affirmer l'existence de rayonnements excités dans les orbites de l'atome désintégré au moment de l'émission de la particule α.

RADIOACTIVITÉ. — *Activation de la matière par l'aigrette.* Note [2] de MM. **G. Reboul** et **G. Déchène**, présentée par M. Cotton.

Dans des Notes précédentes l'un de nous a indiqué [3] que des lames métalliques, placées dans le voisinage de cellules de résistance en fonctionnement, acquièrent la propriété de décharger l'électroscope et d'impressionner la plaque photographique. Une étude préliminaire a montré que cette activité semblait provenir du milieu environnant les appareils et se fixait sur la plaque de métal par un mécanisme analogue à celui par lequel

---

(1) I. Curie et F. Joliot, *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 1270.

(2) Séance du 26 mai 1930.

(3) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 1256, et **190**, 1930, p. 374.

l'aigrette précipite sur des lames métalliques les dépôts actifs des émanations radioactives; nous nous sommes proposés de rechercher l'origine de ces émanations.

I. En remplaçant les cellules par des aigrettes produites, suivant le cas, sous des tensions variant de 20000 à 100000 volts, on constate que les lames métalliques s'activent facilement et l'on peut leur communiquer une activité mesurable à l'électromètre et persistant pendant 24, 48 et même 72 heures; en suivant la diminution de l'activité en fonction du temps et en appliquant la méthode indiquée par Curie ([1]), on peut identifier les substances actives.

La courbe donnée par l'expérience pendant les premières heures de la désactivation correspond à la superposition de trois exponentielles de périodes : 3 minutes (radium A), 27 minutes (radium B) et 20 minutes (radium C). Au bout de quelques heures, alors que les trois exponentielles qui représentent au début l'intensité du rayonnement ont une valeur négligeable, il reste une activité qui décroît avec une période de 10,6 heures (thorium A).

L'activité obtenue semble donc due à des dépôts actifs provenant de la désintégration des émanations du radium et du thorium.

II. Nous avons essayé de chercher l'origine de cette radioactivité, qui paraît être d'une intensité anormale dans les locaux où fonctionnent nos appareils; dans ce but nous avons fait des expériences d'activation par l'aigrette dans diverses salles du Laboratoire de Physique de la Faculté des Sciences de Montpellier. Nous avons trouvé pour l'activité les valeurs moyennes suivantes : dans une salle du deuxième étage 30, au rez-de-chaussée 150 dans une salle et 70 dans l'autre, enfin dans trois salles du sous-sol, on a obtenu 20, 20 et 15. Les deux salles du rez-de-chaussée pour lesquelles l'intensité est la plus grande n'ont été aménagées que depuis deux ans et n'avaient jamais été utilisées auparavant comme laboratoires, la première a abrité pendant plus de vingt ans la batterie d'accumulateurs du laboratoire, l'autre servait de dépôt de matériel, il paraît peu vraisemblable qu'on y ait manipulé des sels radioactifs; d'autre part, on ne peut soutenir que l'activité est d'origine purement atmosphérique ou géologique.

III. Les salles du rez-de-chaussée sont celles où nous faisons fonctionner depuis deux ans les appareils de haute tension et nos cellules de résistance, de sorte que l'on peut se demander si ce fonctionnement n'intervient pas

([1]) Mme Curie, *Traité de Radioactivité*, 2, p. 303.

dans l'effet précédent; nous avons répété les expériences d'activation de lames par des cellules en plaçant celles-ci en vase clos; dans ces conditions l'activité des lames mesurée à l'électromètre diminue considérablement, sans disparaître tout à fait, mais l'action photographique, notamment avec des feuilles de papier, reste très nette, et l'on ne peut dans ce cas faire intervenir l'activité de l'atmosphère environnante.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude manométrique et spectrographique de la dissociation thermique de la pyrite* FeS^2. Note de M. **Louis D'Or**, présentée par M. G. Urbain.

Les résultats antérieurs relatifs à la dissociation thermique de la pyrite (Schubert, 1910; Allen et Lombart, 1917; Kamura, 1921) ayant été obtenus par des méthodes qui inspirent peu de confiance, nous avons repris l'étude de la question par une méthode mieux appropriée.

Nos échantillons de pyrite, choisis aussi exempts que possible d'impuretés, sont enfermés dans un appareil entièrement en quartz, comprenant :

1° un récipient de faible capacité, pour la substance elle-même;

2° deux tubes cylindriques fermés aux extrémités par des fenêtres plan-parallèles polies permettant de photographier le spectre d'absorption de la vapeur de soufre en équilibre avec la pyrite, les épaisseurs sont égales à 5 et 50^{mm};

3° un manomètre spiral (manomètre holostérique).

Ces trois parties, accolées les unes aux autres, communiquent entre elles.

Tout l'appareil trouve place dans un four électrique à résistances, conçu de manière à obtenir une répartition suffisamment uniforme de la température.

La dissociation est étudiée sous un vide de moins de 10^{-4} mm/Hg.

A chaque température, on peut ainsi obtenir le spectre d'absorption de la vapeur de soufre en équilibre avec la pyrite, et mesurer la tension totale de dissociation (par compensation).

Une étude spectrographique préliminaire a montré qu'à toute température il s'établit bien un équilibre entre la vapeur de soufre, la pyrite et le sulfure produit par la décomposition et que l'évolution du système avec la température est réversible.

Le spectre de la vapeur de soufre du système « pyrite-soufre » en équilibre, photographié sous une épaisseur de 5^{mm} avec un spectographe Hilger E_2

et l'étincelle sous l'eau entre électrodes d'aluminium comme source de lumière (méthode de V. Henri) présente successivement les aspects suivants :

En dessous de 548°, aucune absorption perceptible;

Vers 548°, apparition de différents systèmes de bandes compris entre 3550 Å et 2325 Å environ; ces bandes se marquent de plus en plus quand la température croît au point que, vers 685°, l'absorption est pratiquement complète pour les longueurs d'onde inférieures à 3100 Å. Ces bandes sont caractéristiques de S^2 (étude antérieure de M. Victor Henri);

Vers 664°, apparaît vers 3980 Å un nouveau spectre, qui se développe à température croissante et s'étend de 4400 à 3580 Å vers 687°; sa structure révèle une molécule polyatomique; or l'étude thermodynamique indique la présence de S^6 et de S^8 (voir tableau ci-après); M. Victor Henri a montré que ce spectre appartient à S^6.

Les mesures de tension de dissociation, faites sur un premier cristal et vérifiées sur un second d'autre provenance et d'autre faciès, ont confirmé la réversibilité, montré que le sulfure résiduel est FeS et fourni les résultats suivants :

$t°$ C.	Pression totale.	Pression de S^2.	Pression de S^6.	Pression de S^8.
°	mm	mm	mm	mm
548	2,8	2,8	0,001	10^{-6}
586	15	15	0,035	4.10^{-4}
601	30	30	0,14	0,002
604	32	32	0,15	0,0023
619	59,5	59	0,5	0,01
626	79	78	0,7	0,015
637	121	119	1,95	0,057
646	171,5	167,5	3,75	0,13
654	230,5	223,5	6,65	0,25
664,5	349	333,5	14,8	0,7
671	436	413	22	1,15
676	540	504,5	33,5	2,0

d'où l'équation thermochimique de décomposition

$$2FeS^2 \rightarrow 2FeS + S^2 - 61\,000^{cal}$$

(en moyenne et sans travail extérieur). Tandis que l'énergie de fixation du premier atome de soufre est $90\,500^{cal}$ (FeS), celle du second est de 82500 environ.

La formule approchée suivante rend assez fidèlement les résultats expérimentaux :

Tension partielle de S^2 (p en millimètres Hg) :

$$\log p = 14,964 \frac{T - 892}{T} + \log T + \bar{2},8205.$$

Les tensions de S^6 et S^8 se déduisent aisément de celle de S^2.

Le produit de la réaction de recomposition au refroidissement présente bien les caractères de la pyrite (au microscope : aspect cristallin, couleur et éclat; passivité à l'égard de HCl concentré).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Constitution chimique et effet Raman : la liaison acétylénique.* Note de MM. **M. Bourguel** et **P. Daure**, présentée par M. G. Urbain.

L'étude de l'effet Raman produit par un certain nombre de composés acétyléniques mono- ou bisubstitués nous a conduits aux résultats suivants :

La triple liaison $—C \equiv C—$ dans une molécule organique se signale par une ou quelquefois deux raies caractéristiques. Chaque fois qu'il s'agit d'un composé mono-substitué $R — C \equiv CH$ (carbures ou alcool) la raie est unique et sa fréquence Raman est 2110-2120 (nombre d'ondes au centimètre). Les composés bisubstitués $R — C \equiv C — R'$ nous ont donné tantôt une, tantôt deux raies très voisines dont les fréquences sont comprises entre 2200 et 2300; le remplacement de l'hydrogène par un des groupements CH^3, Cl, CO^2CH^3 augmente donc la fréquence caractéristique de la triple liaison. Ces raies sont toujours très fortes, elles se placent dans une région où l'on n'avait pas encore signalé de raies chez les carbures, elles sont donc isolées et, par cela même, très faciles à reconnaître.

La fréquence correspondante de l'acétylène avait été trouvée par l'un de nous [1] égale à 1960; ce résultat confirme ce que nous avons dit plus haut sur l'influence des substitutions; puisque, dans l'acétylène, les atomes de carbone ne portent que de l'hydrogène, la fréquence doit être plus faible.

En outre les composés acétyléniques vrais possèdent une raie caractéristique de la liaison $\equiv C — H$ qui se place aux environs de 3310; son intensité est toujours très faible. L'acétylène possède aussi cette raie (3320).

Voici le tableau des corps étudiés; leurs spectres Raman comportent bien

(1) P. Daure, *Annales de Physique*, 12, 1929, p. 375 (acétylène en solution acétonique).

entendu de nombreuses raies dont le détail sera donné dans un Mémoire plus étendu, nous nous bornerons ici aux fréquences qui caractérisent la fonction acétylénique.

Corps.	Liaison $-C\equiv C-$.	Liaison $\equiv C-H$ [1].
$CH^3-(CH^2)^3-C\equiv CH$ (hexine vrai)	2121	3305
$CH^3(CH^2)^4-C\equiv CH$ (heptine vrai)	2118	3310
$CH^3(CH^2)^5-C\equiv CH$ (octine vrai)	2119	3310
$C^6H^5-C\equiv CH$ (phénylacétylène)	2108	3295
$C^6H^5-CH^2-C\equiv CH$ (phénylpropine vrai)	2120	?
$\begin{matrix}CH^3\\CH^3\end{matrix}\!>\!COH-C\equiv CH$	2120	3305
$CH^3-(CH^2)^4-C\equiv C-CH^3$ β-octine	2210 et 2300	
$CH^3-(CH^2)^4-C\equiv C-CO^2CH^3$ octinoate de méthyle	2240	
$C^6H^5-C\equiv C-CH^3$ β-phénylpropine	2212 et 2250	
$C^6H^5-C\equiv C-Cl$ α-chlorophénylacétylène	2224	

On sait que la liaison saturée est caractérisée par une raie dont la fréquence est voisine de 1450; la liaison éthylénique par une raie comprise entre 1600 et 1700; la liaison éthylénique se place donc au point de vue de l'effet Raman entre la saturée et l'acétylénique, mais on peut remarquer qu'elle est beaucoup plus proche de la première que de la seconde. Ce détail est à rapprocher du fait qu'au point de vue des densités, des indices de réfraction, des réfractions moléculaires, un étylénique est notablement plus proche du saturé que de l'acétylénique correspondant. Le parallélisme s'accentue encore si l'on compare deux isomères acétyléniques, l'un mono, l'autre bisubstitué, à tous les points de vue, indices, densités, effet Raman, le second s'écarte encore plus de l'éthylénique que le premier.

MÉTALLURGIE. — *Méthode et appareil d'essai donnant le coefficient d'extension et la charge de rupture des produits métallurgiques en feuilles.* Note [2] de M. **Ch. Jovignot**, présentée par M. Léon Guillet.

Les méthodes et machines employées en vue de déterminer les qualités des métaux en feuilles pour répondre aux exigences des façonnages à supporter et particulièrement de l'emboutissage, d'une part ne fournissent

(1) Cette raie est faible et diffuse, le pointé en est assez imprécis.
(2) Séance du 26 mai 1930.

pas tous les renseignements utiles et nécessaires sur la qualité du métal à l'extension dans tous les sens, sur la charge de rupture, sur l'homogénéité du produit, et d'autre part laissent place à une appréciation de résultats s'étendant sur une échelle réduite.

Une nouvelle méthode réalisée par un mécanisme facile à mettre en œuvre permet de déterminer le coefficient d'extension dans tous les sens du métal dit « coefficient d'emboutissage », ainsi que la charge de rupture, d'une manière simple et précise, à l'aide d'appareils enregistreurs, en même temps qu'elle renseigne sur l'homogénéité du métal.

La machine (*fig.* 1) qui permet de réaliser ces essais est constituée par :

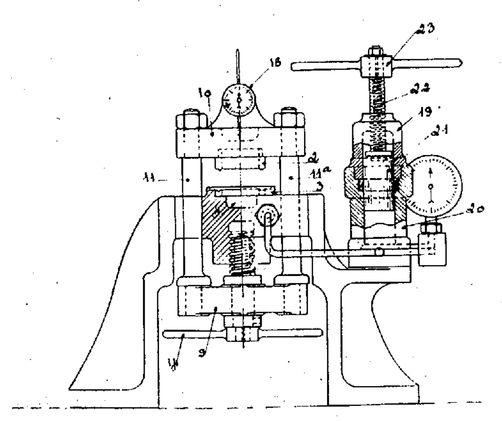


Fig. 1. — Machine à essayer les métaux en feuilles par pression hydraulique.

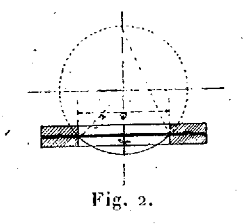


Fig. 2.

1° Un équipage composé des organes 8, 9, 10, 11, 11[a], 14 permettant le serrage énergique entre deux mâchoires circulaires 2 et 3 de l'éprouvette de tôle;

2° Un dispositif hydraulique composé des éléments 19, 20, 21, 22, 23 destiné à donner la pression dans le réservoir 4 placé au-dessous de l'éprouvette; cette pression est enregistrée par un manomètre 25;

3° Un appareil enregistreur des déformations ou flèches du métal à l'essai : 18.

L'éprouvette étant serrée entre les mâchoires, on donne la pression nécessaire jusqu'à rupture de la calotte sphérique (*fig.* 2), indiquée par la chute de pression au manomètre.

L'essai d'extension peut être caractérisé par plusieurs expressions, fonctions de la flèche f de la déformation du métal :

1° Coefficient d'emboutissage dont les variations indiquent l'accroisse-

ment de surface par unité de surface et sont représentées par une parabole de formule $x = \frac{f^2}{\text{const.}}$;

2° Rayon de la calotte sphérique dont les variations de longueur peuvent être représentées par une hyperbole dont l'expression est $r = \frac{c^2 + 4f^2}{8f}$, c étant une constante (diamètre des mâchoires).

Ce rayon permet de calculer la charge de rupture $R = \frac{Pr}{2e}$, P étant la pression et e l'épaisseur du métal.

Un abaque à alignement donne par simple lecture la valeur de cette charge pour les diverses épaisseurs de tôle.

Le tableau comparatif d'essais faits sur feuilles de fer-blanc de diverses épaisseurs $\left(\text{de } \frac{20}{100} \text{ à } \frac{32}{100}\right)$ reproduit ci-dessous fait ressortir les avantages de la méthode.

L'ordre des résultats ne correspond d'ailleurs nullement ici à des épaisseurs de métal croissantes. Le classement a été fait dans l'ordre de croissance des flèches dans les essais selon la méthode.

Méthode par extension.		Méthode de la bille.	Méthode par extension.		Méthode de la bille.
Flèche en millimètres.	Coefficient d'emboutissage.	Flèche en millimètres.	Flèche en millimètres.	Coefficient d'emboutissage.	Flèche en millimètres.
8,2	7,4	5,5	12,3	16,7	5,3
8,7	8,5	4,9	12,5	17,3	6,4
9,6	10,3	5,2	13,1	19,0	7
9,8	10,6	5,6	13,4	19,7	6.6
10,8	12,8	5,2	13,4	19,7	6,8
10,9	13,0	6,0	15	25,0	6,6
11,4	14,0	5,6	15,5	26,6	7,9
11,7	15,5	6,2	15,9	28	7,6
12	16	6,4			

L'examen des épreuves et le tableau d'essai montrent que :

La déformation est bien exactement une calotte sphérique;

L'indication de rupture donnée par le manomètre a lieu alors que l'aspect du métal n'a pas encore permis de discerner cette rupture;

La rupture dans une tôle sans défaut d'homogénéité a lieu au sommet de la calotte, soit suivant une ligne à bords dentelés parallèle aux fibres de laminage, soit suivant deux droites sensiblement à 90° l'une de l'autre issues du sommet de la calotte;

Le coefficient déterminé est le résultat de l'extension dans tous les sens du métal jusqu'à rupture, extension croissant depuis les mâchoires jusqu'au sommet de la calotte sous des efforts croissants dans le même sens;

Les lectures étant faites sur appareils enregistreurs et la chute de pression étant l'indication du défaut ou de la rupture, tout élément d'appréciation étant supprimé, la méthode présente un caractère particulier de précision et de sincérité.

L'échelle des valeurs est très étendue, permettant un classement précis suivant les multiples besoins de l'industrie.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le mécanisme de l'action des catalyseurs dans l'autoxydation de l'acide abiétique.* Note [1] de MM. **G. Dupont**, **J. Lévy** et **J. Allard**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons montré [2] que l'oxydation de l'acide abiétique par l'oxygène libre présentait les caractères d'une autoxydation et que de nombreux catalyseurs agissaient les uns négativement, les autres positivement.

Nous allons ici étudier l'action catalytique de l'abiétate de cobalt qui est le plus actif des catalyseurs positifs.

A. *Allure de l'oxydation catalytique.* — Cette étude a été faite avec agitation et à pression constante sur une solution à 50 pour 100 d'acide abiétique catalysée par 0,25 pour 100 de CoO (sous forme d'abiétate). Les résultats sont résumés dans la figure 1.

1° Dans la première partie, l'oxydation a nettement l'allure d'une réaction autocatalysée. La vitesse d'oxydation croît avec le temps, comme dans le cas de l'oxydation directe, mais beaucoup plus rapidement.

2° La vitesse d'absorption atteint un maximum A, puis commence à décroître sensiblement quand il y a un atome de O, fixé par molécule d'acide abiétique. Après une chute assez rapide AB, la courbe des vitesses présente un palier assez allongé, puis tombe à nouveau quand il a été fixé deux atomes d'O. Cette allure se conservant quelle que soit la portion du catalyseur, on peut en conclure que l'acide abiétique A s'oxyde en deux phases successives donnant AO puis AO^2, l'oxydation se poursuivant d'ail-

---

(1) Séance du 26 mai 1930.

(2) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 763 et 920.

leurs lentement au delà. Ces phases empiètent d'ailleurs nettement les unes sur les autres.

B. *Influence de la proportion du catalyseur sur les vitesses d'oxydation.* — Quand on fait décroître progressivement la proportion de catalyseur, on observe ce résultat remarquable que, *pour des proportions suffisamment faibles, le catalyseur agit comme antioxygène.* Les courbes de la figure 2 résument les résultats obtenus à volume constant (tube manométrique) avec diverses proportions de catalyseur.

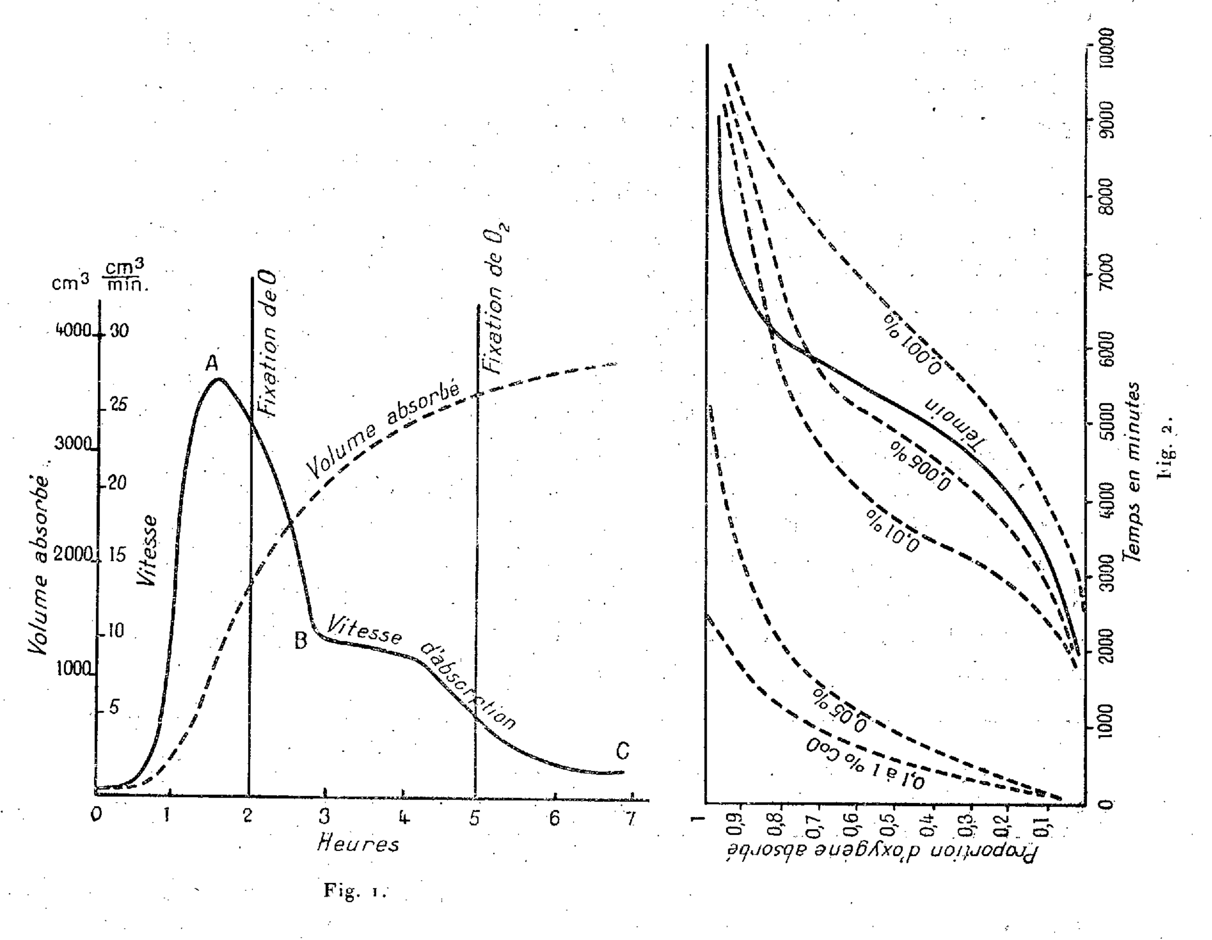


Fig. 1.

Fig. 2.

La vitesse d'absorption est plus rapide qu'avec le témoin (catalyse positive) pour les concentrations supérieures à 0,01 pour 100 de CoO; elle est moins rapide (catalyse négative) pour 0,001 pour 100 de CoO. Pour une

concentration intermédiaire (0,005 pour 100), la catalyse commence par être positive, puis devient négative (1).

C. *Oxydation du catalyseur abiétate de cobalt.* — Pour mieux préciser l'action de l'abiétate de cobalt, nous avons étudié son oxydation propre. Cet abiétate a été préparé par double décomposition. La solution titrant 18 pour 100 d'abiétate et 6,9 pour 100 d'acide abiétique libre s'oxyde avec une extrême lenteur, tandis qu'au contraire les mélanges d'acide abiétique et d'abiétate, en particulier le mélange de 1 molécule d'abiétate neutre et 3 molécules d'acide abiétique s'oxydent très rapidement.

On est donc conduit à penser que ce n'est pas l'abiétate neutre de cobalt qui sert de catalyseur, mais bien un complexe *abiétate de cobalt-acide abiétique*, ou plutôt un complexe *abiétate-acide oxydé.*

Nous avons cherché à vérifier cette hypothèse par l'étude des spectres d'absorption des mélanges acide abiétique-abiétate de cobalt neutre.

La solution xylénique d'abiétate de cobalt, de couleur indigo, présente trois bandes d'absorption, entre 460 et $570^{\mu\mu}$. L'abiétate acide, de couleur violet verdâtre, présente les trois bandes d'absorption précédentes, mais absorbe toutes les radiations moins réfrangibles que $\lambda = 500^{\mu\mu}$.

L'abiétate acide oxydé, de couleur brun verdâtre foncé, ne laisse plus passer que les radiations plus réfrangibles que $560^{\mu\mu}$. L'acide abiétique pur ou oxydé ne présente pas de bandes d'absorption.

Ces résultats nous montrent que, dans l'abiétate acide oxydé, doit exister un complexe très absorbant pour les radiations bleues et violettes. Ce complexe existe déjà en petite quantité, par suite d'une oxydation inévitable, dans l'abiétate acide fraîchement préparé. Nous montrerons, dans une prochaine Note, que ce complexe est le véritable catalyseur d'oxydation dans les réactions que nous avons précédemment étudiées.

---

(1) On peut trouver une explication de ces résultats dans la théorie des antioxygènes donnée par MM. Moureu et Dufraisse : action réciproque de deux peroxydes antagonistes; l'oxyde actif AO de l'acide abiétique et celui du catalyseur.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la transformation par isomérisation de la benzylvalérolactone en acide tétrahydrométhylnaphtalène-carbonique.* Note de M. **Georges Darzens**, présentée par M. A. Desgrez.

J'ai montré (¹) que l'acide benzylallylacétique était susceptible de se cycliser sous l'action de l'acide sulfurique à 78 pour 100, en acide tétrahydrométhylnaphtalène-carbonique, mais que cette réaction était toujours accompagnée de la formation d'une lactone, la benzylvalérolactone, dans la proportion de 50 pour 100.

Au cours de ce travail j'avais cherché si cette lactone ne pouvait pas à son tour être isomérisée en dérivé hydronaphtalénique, suivant la réaction

$$C_6H_5-CH^2-\underset{\displaystyle CO\text{———}}{CH}-CH-\underset{\displaystyle O}{CH}-CH^3 \rightarrow C_{10}H_{10}(CO^2H)(CH^3)$$

Je n'avais pas réussi à réaliser cette transformation, qui aurait permis d'améliorer considérablement l'obtention des dérivés tétrahydrobenzéniques et j'avais conclu que la cyclisation et la lactonisation étaient deux réactions indépendantes qui évoluaient parallèlement.

Reprenant cette question je suis parvenu à effectuer le passage direct de la lactone à l'acide hydronaphtalénique.

C'est une réaction qui s'effectue avec une extrême lenteur, et c'est cette circonstance qui ne m'avait pas permis de la constater.

Elle se réalise le plus facilement avec de l'acide sulfurique à 64,5 pour 100, répondant sensiblement à la formule $H^2SO^4 3H^2O$ (acide à environ 52° B.).

On chauffe à cet effet, pendant 8 jours, à une température de 120-125°, un mélange de : une partie de lactone et trois parties de l'acide sulfurique susmentionné, le tout étant constamment émulsioné par une agitation mécanique énergique; dans ces conditions la transformation cherchée s'effectue peu à peu, et la lactone liquide se transforme en un produit solide qui n'est pas autre chose que l'acide tétrahydrométhylnaphtalène-carbonique.

(¹) *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 748 et 1110.

Ce dernier s'isole facilement à l'état pur en le dissolvant dans une solution de carbonate de soude qui est épuisée à l'éther pour enlever une petite quantité de lactone non isomérisée, puis en le précipitant à nouveau par un acide minéral.

En tenant compte de la lactone récupérée, le rendement est quantitatif.

Ce procédé d'isomérisation peut s'appliquer directement à l'acide benzylallylacétique qu'il transforme alors presque intégralement en acide hydronaphtalénique, alors que le procédé donné antérieurement, basé sur l'emploi d'un acide sulfurique plus concentré, n'aboutit qu'à un rendement de 50 pour 100.

On peut remarquer que le résultat est obtenu surtout par l'emploi d'un acide moins concentré, ce qui permet une température plus élevée sans craindre une sulfonation qui d'ailleurs ne manquerait également pas de se produire si l'on élevait la température au-dessus de celle indiquée.

Le même procédé d'isomérisation peut s'appliquer à tous les homologues alcoylés de l'acide benzylallylacétique, comme je me propose de le démontrer dans un prochain travail.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du sélénoxanthydrol sur les β-dicétones et l'acétylacétate d'éthyle.* Note (¹) de M. **Félix François**, transmise par M. V. Grignard.

On sait depuis longtemps que les aldéhydes réagissent sur les β-dicétones et les éthers β-cétoniques : il y a élimination d'eau entre l'oxygène aldéhydique et les deux atomes d'hydrogène du groupement $CH^2\langle$ de la molécule méthylénique

$$R - \overset{\displaystyle H}{\overset{|}{C}} = O + {H \atop H}\!\!>\!C\!\!<\!{CO - R_1 \atop CO - R_2} = H^2O + R - CH = C\!\!<\!{CO - R_1 \atop CO - R_2}$$

M. Fosse a trouvé (²) que le xanthydrol (diphénopyranol) réagissait également directement sur ces molécules méthyléniques. Il s'élimine de l'eau entre l'oxhydryle alcoolique et l'un des H mobiles du groupement

---

(¹) Séance du 26 mai 1930.

(²) R. Fosse, *Bull. Soc. chim.*, Paris, 35, 1906, p. 1005.

$CH^2\langle$: le radical xanthyle se substitue à cet H. Cet alcool pyranique offrait, là, un exemple unique de réaction d'un alcool sur ces corps.

Nous avons montré (¹) que le thioxanthydrol se prêtait aux mêmes combinaisons.

Dans un but de généralisation, nous avons soumis, à l'action des β-dicétones et de l'acétylacétate d'éthyle, le sélénoxanthydrol : dans tous les cas il nous a été possible d'obtenir la combinaison attendue.

I. *Cas des β-dicétones.* — La réaction a été effectuée, à la température ordinaire, par simple mélange des solutions dans l'acide acétique des corps réagissants. Les premiers cristaux apparaissent dans le liquide, d'une demi-heure à une heure et demie après le début de l'expérience. La cristallisation augmente alors rapidement avec le temps. Les rendements sont excellents :

$$Se\langle{}^{C^6H^4}_{C^6H^4}\rangle CHOH + H - CH\langle{}^{CO - R_1}_{CO - R_2}$$
$$= H^2O + Se\langle{}^{C^6H^4}_{C^6H^4}\rangle CH - CH\langle{}^{CO - R_1}_{CO - R_2}.$$

Nous avons ainsi préparé :

La sélénoxanthylacétylacétone,

$$Se\langle{}^{C^6H^4}_{C^6H^4}\rangle CH - CH\langle{}^{CO - CH^3}_{CO - CH^3},$$

qui se présente en magnifiques houppes cristallines soyeuses, blanches, fondant à 145-146°. Elle est soluble, à chaud, dans l'alcool qui en permet la recristallisation.

La sélénoxanthylbenzoylacétone,

$$Se\langle{}^{C^6H^4}_{C^6H^4}\rangle CH - CH\langle{}^{CO - CH^3}_{CO - C^6H^5},$$

sous forme de petits cristaux blancs, grenus, fondant à 136°,5 et solubles dans l'alcool chaud.

II. *Cas de l'acétylacétate d'éthyle.* — La combinaison du sélénoxanthydrol et de l'acétylacétate d'éthyle est obtenue par fusion du mélange des deux composants, maintenu vers 130-135°, jusqu'à départ complet de la

(¹) F. François, *Thèse Doctorat ès sciences* (Lille, 1929).

vapeur d'eau, ce qui exige une demi-heure à une heure :

$$\mathrm{Se}\langle{}^{C^6H^4}_{C^6H^4}\rangle\mathrm{CHOH} + \mathrm{H} - \mathrm{CH}\langle{}^{CO - CH^3}_{CO^2 - C^2H^5}$$

$$= \mathrm{H^2O} + \mathrm{Se}\langle{}^{C^6H^4}_{C^6H^4}\rangle\mathrm{CH} - \mathrm{CH}\langle{}^{CO - CH^3}_{CO^2 - C^2H^5}.$$

Le composé obtenu est purifié par recristallisation dans un mélange, à parties égales, d'alcool absolu et d'éther de pétrole.

Le sélénoxanthylacétylacétate d'éthyle se présente en aiguilles blanches, fondant à 108-110°, solubles dans l'alcool, peu solubles dans l'éther de pétrole.

Ainsi, se trouve généralisée une réaction remarquable du xanthydrol sur les β-dicétones et les éthers β-cétoniques.

La mobilité de l'oxhydryle alcoolique qu'apporte aux alcools en — CHOH —, dans le noyau du diphénopyrane, l'atome d'oxygène du noyau, vis-à-vis des molécules méthyléniques, ne lui est pas exclusive.

Le soufre et le sélénium, ses voisins de la deuxième famille des métalloïdes, la lui communiquent aussi, en se substituant à l'oxygène de ce noyau.

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Sur la neutralisation des huiles de ricin.* Note de Mlle **Marie-Thérèse François**, présentée par M. M. Delépine.

L'aviation française consomme de grandes quantités d'huile de ricin pour le graissage des moteurs, en raison de son onctuosité et de sa viscosité remarquables. Cependant, les méthodes industrielles d'extraction ne permettent pas d'obtenir des produits rigoureusement neutres; de plus, avec le temps, quand le stockage est défectueux, l'acidité augmenterait, dit-on, par suite de la présence de ferments lipolytiques qui n'ont pas été complètement détruits au cours de la fabrication. Comme il est de première importance d'utiliser des lubrifiants neutres, on a proposé de nombreux procédés de traitement offrant des avantages particuliers et dont quelques-uns ont fait l'objet de brevets (neutralisation par les lessives alcalines; entraînement des acides gras par la vapeur d'eau; dissolution des acides aliphatiques dans de la pyridine aqueuse; reconstitution des glycérides par estérification avec le glycérol; estérification par l'oxyde d'éthylène; ultra-filtration, etc.).

De récentes publications (¹) ont attiré notre attention sur une base organique que les progrès de l'industrie permettent de préparer sur une large échelle et à un prix abordable. La triéthanolamine industrielle résulte de l'action de l'oxyde d'éthylène sur l'ammoniaque, selon les réactions décrites autrefois par Ad. Wurtz (²) :

$$NH^3 + \underbrace{CH^2 - CH^2}_{O} \begin{array}{l} \nearrow NH^2.CH^2.CH^2.OH \\ \rightarrow NH.(CH^2.CH^2.OH)^2 \\ \searrow N.(CH^2.CH^2.OH)^3 \end{array}$$

C'est un liquide visqueux constitué par le mélange des trois amines : primaire (0,5 pour 100); secondaire (20 à 25 pour 100); tertiaire (75 à 80 pour 100), dont les propriétés diffèrent peu d'un terme à l'autre. Il se combine facilement aux acides gras pour donner des savons stables en solution aqueuse et à température relativement élevée; de plus, ces savons sont solubles dans les huiles végétales et minérales.

Des essais entrepris sur des huiles de ricin d'acidités différentes ont établi qu'il est possible de les neutraliser en partie au moyen de triéthanolamine. Les résultats sont limités car le ricinoléate de triéthanolamine possède un pH égal à 6,2. Le mode opératoire est simple : il consiste à déterminer suivant la méthode du cahier des charges l'acidité de la matière première; puis à titrer d'autre part l'alcalinité de l'éthanolamine en utilisant l'*hélianthine* comme indicateur. Il suffit enfin d'agiter pendant quelques instants les quantités correspondantes d'huile et de base, en présence d'un volume d'eau voisin du volume d'huile utilisé. Une partie du savon se dissout dans l'huile, l'autre dans l'eau (d'où on pourra l'extraire par relargage). On décante pour séparer la couche aqueuse; on chauffe au bain-marie pour détruire l'émulsion et on abandonne pendant quelques heures le liquide clair dans une étuve à 100-105° pour chasser toute trace d'humidité. Les résultats trouvés sont consignés dans le tableau suivant :

(¹) R. B. Trusler, *Ind. and Eng. Chemistry*, **21**, 1929, p. 685-687. — A. L. Wilson, *Ind. and. Eng. Chemistry*, **22**, 1930, p. 143-146.

(²) Ad. Wurtz, *Comptes rendus*, **59**, 1859, p. 898; **53**, 1861, p. 338.

	Cahier des charges.	Huile 1		Huile 2		Huile 3	
		brute.	traitée.	brute.	traitée.	brute.	traitée.
Densité $D_{15°}^{15°}$	0,959-0,967	0,963	0,967	0,960	0,966	0,959	0,966
Indice de réfraction $n_D^{18°}$	1,477-1,490 à 22°	1,4795	1,4805	1,4788	1,4795	1,4785	1,4790
Pouvoir rotatoire spécifique $[\alpha]_D^{18°}$	-	4,33	4,35	4,34	4,35	4,38	4,40
Viscosité absolue à 35°	-	2,90	2,97	2,85	3,09	2,72	2,94
Viscosité absolue à 100°	-	0,162	0,164	0,161	0,168	0,154	0,155
Acidité en acide oléique pour 100	**2**	**1,5**	**0,7**	**5**	**1,6**	**10**	**3,2**
Indice de saponification	177-186	177	177,1	178,0	180,5	179,5	181,1
Indice d'iode	84-86	82,4	82,0	82,5	81,9	82,0	80,6
Indice d'acétyle (E. André)	149-151	160,5	159,0	161	162	161	160,5
Cendres	-	0	0	0	0	0	0

L'examen des nombres précédents montre :

1° Qu'il est possible d'abaisser l'acidité des huiles de ricin (de 1,5 à 0,7; de 5 à 1,6; de 10 à 3,2) en les traitant par la quantité théoriquement nécessaire de triéthanolamine industrielle en solution aqueuse; il est à remarquer qu'un excès de base, soluble dans l'huile, n'a aucune influence sur l'acidité déterminée en présence de phtaléine du phénol comme indicateur.

2° Que les huiles partiellement neutralisées possèdent des caractères physiques et chimiques conformes aux conditions exigées par le cahier des charges de l'aéronautique; un traitement peu onéreux pourrait donc faire entrer une huile de seconde pression, dont l'acidité est en général voisine de 5, dans la catégorie des huiles de graissage pour l'aviation.

3° Que la viscosité des produits obtenus semble devoir s'élever.

4° Que si l'huile elle-même ne laisse pas de cendres quand on la brûle, cette méthode de neutralisation n'en introduit pas.

Nous nous proposons de poursuivre ces recherches et de déterminer comment varie avec le temps l'acidité des huiles traitées par une solution aqueuse de triéthanolamine.

MINÉRALOGIE. — *Étude d'un nouveau gisement de calcite mis à jour dans le creusement de la forme-entrée du port de Saint-Nazaire.* Note de MM. **Paul Combes** et **Roger Campredon**.

Au cours des travaux de la nouvelle entrée du port de Saint-Nazaire ([1]), nous avons observé, en pleine masse des gneiss, dans une partie mise à jour par le creusement, côté Est, une importante lentille de calcite remarquablement pure, représentant dans sa partie visible, un volume de plusieurs mètres cubes.

Cette calcite est intercalée dans les gneiss à biotite typiques de Saint-Nazaire. Les points de contact avec les gneiss sont arrondis, mamelonnés, et présentent, par endroits, des cristaux superficiels de calcite, de petite dimension, soit complètement isolés, soit noyés dans une pâte de calcaire saccharoïde. En d'autres points de contact, la calcite est grenue, saccharoïde, ou à cristallisation fine et serrée, elle est alors très dure. En s'éloignant de la roche encaissante, la cristallisation devient plus ample et la calcite offre l'aspect d'une roche blanche, nacrée, à facettes cristallines, ou à gros cristaux friables.

Par ces caractères, elle diffère des cipolins signalés dans la région. Elle se distingue notamment des cipolins de Villès-Martin étudiés par M. Alfred Lacroix ([1]), lesquels contenaient de nombreux minéraux étrangers phlogopite, orthose, graphite, amphibole, pyrrothine, pyroxène, etc. Les cipolins de la Paclais, en Saint-Malo-de-Guersac, près Saint-Nazaire ([2]) ne sont pas plus riches en calcite que ceux de Villès-Martin, ils contiennent surtout du pyroxène et de l'amphibole.

Les analyses de la calcite de Saint-Nazaire (R. Campredon) montrent une variation très grande dans les teneurs en carbonate de chaux et en carbonate de magnésie.

Certains échantillons présentent une concentration en carbonate de manganèse tout à fait remarquable. Dans les alvéoles en forme de géode de l'un

---

([1]) Alfred Lacroix, *Contribution à l'étude des gneiss à pyroxène et des roches à wernérites* (*Bull. Soc. Minéralogie*, 12, 1889, p. 83-364). — *Description des gneiss à pyroxène de la Bretagne et des cipolins qui leur sont associés* (*Bull. Sc. Nat. de l'Ouest*, 1, 1891, p. 173).

([2]) Ch. Barrois et Michel-Lévy, *Feuille Saint-Nazaire*, n° 104, *de la Carte géologique de France*. Notice 1897.

des blocs, nous avons recueilli une matière pulvérulente rosée contenant 26,41 pour 100 de carbonate de manganèse (analyse E).

Voici le tableau des analyses exécutées :

	A. Grenu.	B. Saccharoïde.	C. Cristallisé compact.	D. Cristallisé friable.	E. Matière rose pulvérulente.
Silice	0,88	0,60	0,78	0,30	0,40
Alumine	0,51	0,41	0,49	0,15	0,22
Oxyde de fer	0,46	0,25	0,23	0,22	0,91
Oxyde de manganèse	0,01	0,04	0,02	0,03	16,30
Chaux	42,35	53,65	49,40	53,85	34,55
Magnésie	10,68	1,36	4,86	1,44	4,86
Anhydride sulfurique	traces	-	-	-	-
Anhydride phosphorique	traces	-	-	-	-
Anhydride carbonique	45,00	43,65	44,15	43,90	42,60
	99,89	99,96	99,93	99,89	99,84
CO^3Ca	75,60	95,80	88,20	96,15	61,70
CO^3Mg	22,42	2,86	10,20	3,02	10,20
CO^3Mn	-	-	-	-	26,41
	98,02	98,66	98,40	99,17	98,31

En dehors de ces constituants on observe très peu de minéraux étrangers. Nous avons caractérisé des inclusions très disséminées de micas divers (biotite, phlogopite, muscovite) et de feldspaths.

PÉTROGRAPHIE. — *De la teneur du titane dans les bauxites.* Note de M. **Jacques de Lapparent**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai montré naguère ([1]) que la teneur relativement forte en titane des bauxites de la France méridionale (de 3 à 6 pour 100 de TiO^2) s'explique très bien par les cristaux de rutile et d'anatase qui forment, pour la plus grande part, la *poussière* de minéraux de haute réfringence qui charge la masse de ces roches.

La question se pose de savoir quel est le lieu de formation des minéraux titanifères de cette poussière.

En bien des cas, par le passage qu'on peut saisir de poussières fines à des

([1]) *La texture des bauxites et leur origine* (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 213).

poussières plus grossières mettant en évidence le caractère classique de leurs matériaux, on se convainc de l'origine détritique des minéraux de titane. Incorporés primitivement aux sédiments calcaires dont proviennent, par décalcification, les bauxites méditerranéennes, ils sont un résidu des argiles de décalcification qui n'a pas évolué lors de la constitution même de la bauxite.

Mais s'il en est ainsi fréquemment, on peut voir cependant que parfois les acides titaniques cristallisés sont de néoformation et datent du temps d'élaboration de la bauxite.

Effectivement, on observe très bien en certains types de bauxites dont les hydrates d'alumine ont largement cristallisé que l'importance des cristaux des acides titaniques est fonction de celle même des cristaux des hydrates d'alumine. Et tel est le cas d'une bauxite à diaspore du pays de Fenouillet (Pyrénées-Orientales) qui réunit des parties largement cristallines que caractérisent de beaux cristaux d'anatase à des parties plus finement cristallines chargées seulement de menus cristaux de cette espèce. Les minéraux d'où est sorti le titane qui s'est isolé dans la bauxite n'ont accompli leur évolution, dans le sens de la décomposition, qu'à l'époque où se formait, au lieu où ils se trouvaient, la bauxite même.

En dehors des bauxites méditerranéennes, certaines bauxites offrent une teneur en titane très élevée qui atteint couramment 8 pour 100 et se tient même parfois à la hauteur de 12 pour 100. C'est le cas des bauxites issues des coulées basaltiques du Deccan, dans l'Inde.

Là encore le microscope explique très bien la haute teneur en titane et montre que la source doit en être cherchée dans les fers titanés originellement contenus par les basaltes et libérés sur place. Ces fers titanés, *ilménite*, étaient primitivement associés, dans les basaltes, à la magnétite, par groupement épitaxique avec celle-ci suivant un mode bien connu des minéralogistes. La décomposition des basaltes marchant de pair avec leur déferrification a d'abord éliminé la magnétite; aussi voit-on, dans la bauxite, les lamelles d'ilménite, parallèles aux quatre directions des plans de l'octaèdre, former des sortes de grilles nettoyées de magnétite.

Ces lamelles d'ilménite sont parfois très minces et deviennent alors transparentes. Leur teinte va du brun au vert. Sans qu'il puisse être question d'analyser directement l'une d'entre elles, on est porté à croire que les plus claires, les vertes, sont essentiellement un produit qu'on peut représenter par la formule $FeO.TiO^2$, tandis que les brunes uniraient à ce

corps Fe^2O^3 (1). On constate en outre que des prismes de rutile sont souvent appliqués, régulièrement groupés, sur ces lamelles mêmes, réalisant encore une épitaxie de type classique.

Mais la déferrification peut, en certaines places, atteindre le fer titané lui-même, et dont les lamelles se trouvent alors remplacées par une grenaille de cristaux d'anatase. Ces cristaux d'anatase, dont la dimension est de l'ordre du millième de millimètre, associés à des prismes de rutile venant de la désagrégation des cristaux d'ilménite et à de très petites lamelles d'ilménite restées intactes, forment la *poussière* abondamment répandue au sein de la gibbsite ($Al^2O^3 . 3H^2O$), matière principale des bauxites de l'Inde.

Quelle que soit la richesse en titane des bauxites il semble que ce corps compose toujours, dans ces roches, des minéraux anhydres : rutile, anatase, ilménite.

HYDROGÉOLOGIE. — *Les* marcas *du haut plateau d'Artois.* Note de M. **L. Dollé**, présentée par M. L. Cayeux.

La prospection méthodique du plateau qui porte les villages de Beaumetz-les-Aires, Laires, Livossart, Prédefin, Fontaine-lès-Boulans, Fiefs, et qui est limité à l'Ouest par la vallée de la Lys, révèle des faits curieux et nouveaux.

Le sol, à l'altitude moyenne +180, est tourmenté, creusé de multiples dépressions fermées, d'entonnoirs réguliers, de dimensions variables, les plus petits mesurent 3 à 5^m de diamètre, les plus grands, 20 à 150^m.

Dépressions et entonnoirs sont tantôt isolés, tantôt juxtaposés et se rencontrent aussi bien en plein champ qu'au milieu d'habitations.

Leur profondeur varie de 1 à 5 et 8^m et souvent le fond de la dépression est marqué par un buisson, une zone inculte et broussailleuse.

Les habitants de Laires et de Beaumetz-les-Aires redoutent la formation des *marcas*; les murs des habitations se crevassent, y descendent, les chemins s'effondrent au passage de véhicules lourdement chargés; les eaux de surface et de ruissellement disparaissent dans ces cavités, y entraînent l'eau

(1) Peut-être une petite partie de ces lamelles serait-elle magnésienne, comme le laisserait supposer l'analyse de certaines des bauxites de l'Inde, formant de la picrotitanite ou même de la geikilite. Les lamelles minces agissent sur la lumière polarisée dans les sections transversales. On en déduit que l'ilménite est uniaxe négative.

des fossés, les purins, les eaux résiduaires des habitations ; aussi les puits de ces agglomérations sont-ils constamment pollués.

Le sol est formé de limons épais de 3 à 5^m reposant sur les marnes grises du Turonien moyen ; les puits, profonds de 60^m, pénètrent dans les marnes du Turonien inférieur et du Cénomanien. Le socle paléozoïque, visible à 3^{km} à l'Ouest, à Matringhem, doit se trouver, sous Beaumetz-les-Aires et Laires, à l'altitude approximative + 115.

Les marcas (bétoires), fréquents dans les régions de calcaires jurassiques et considérés jusqu'ici comme rares dans les régions crétacées, se multiplient depuis quelques années (vallée de l'Escaut, région de Cambrai, Artois) et leur étude suscite des observations nouvelles, d'ordre pratique et scientifique.

Les marnes turoniennes et cénomaniennes du nord de la France, riches en silicate d'alumine, sont classées comme sédiments imperméables et plastiques. Elles préservent les exploitations houillères de l'envahissement par les eaux souterraines des assises surincombantes et, grâce à leur plasticité, épousent les déformations que les travaux miniers impriment à la surface topographique du terrain houiller. L'étanchéité qu'elles assurent n'est pas compromise par ces mouvements de subsidence.

Les mêmes marnes, à 10^{km} du bassin houiller, sous le plateau d'Artois, devraient présenter les mêmes caractères d'imperméabilité. Au contraire elles accusent les propriétés des sédiments calcaires, sont crevassées, et laissent percoler sur toute leur épaisseur les eaux de surface, qui délitent les marnes, dissolvent le calcaire, créent des cavités souterraines importantes où disparaissent limons de surface, chemins, cultures, voire même les habitations. Le réseau de fractures est rendu manifeste par le manque d'uniformité des profondeurs des puits, qui, à Beaumetz-les-Aires et Laires, ont des profondeurs variant de 5 à 60 mètres.

Le nombre considérable d'entonnoirs et de dépressions fermées alignés suivant la direction Nord-Ouest, Sud-Est, sur plus de 12^{km}, rend compte de l'importance de ce réseau de fractures, et des dissolutions souterraines qui s'y produisent.

Les sources de la vallée de la Lys et de la région d'Heuchin à 4 et 6^{km} au Sud-Ouest, donnent des eaux troubles, laiteuses, presque toujours contaminées, de débit très variable ; elles ont le caractère des résurgences.

L'état de fissuration de ces marnes appelle d'autres observations.

Le socle paléozoïque, dans la région de Matringhem, Vincly, est formé

de grès dévoniens blancs et roses avec intercalations de bancs schisteux rouges; l'ensemble accuse un pendage rapide vers le Sud-Ouest.

Si le socle paléozoïque était affecté, dans cette région par un mouvement négatif, il se traduirait en surface par l'inondation partielle de la vallée; les marnes plastiques, épaisses de 60 à 70^{m}, qui recouvrent le primaire épouseraient son mouvement et les fractures seraient rapidement colmatées.

Au contraire les fractures sont largement ouvertes et absorbent toutes les eaux de surface, ce qui pourrait laisser croire que le socle paléozoïque de Matringhem-Vincly (axe d'Artois) est affecté d'un mouvement positif, provoquant une fracturation continue des sédiments crétacés surincombants, suivant l'alignement des grès et schistes primaires, et déclenchant tous ces phénomènes hydrogéologiques de surface et de profondeur.

BOTANIQUE. — *Homo- et hétérothallisme chez les Levures.* Note de M. A. **Guilliermond**, présentée par M. Molliard.

Au moment où nous avons démontré l'existence d'une sexualité chez les Levures, la notion d'hétérothallisme n'était pas encore établie et notre attention ne fut pas attirée de ce côté. Il y avait là une lacune qu'il était nécessaire de combler.

Rappelons qu'au point de vue de la sexualité les Levures se rattachent à deux types : chez les unes (*Schizosaccharomyces*, *Zygosaccharomyces*, *Debaryomyces*, etc.), l'asque dérive d'une conjugaison iso- ou hétérogamique, en sorte que la méiose se produisant vraisemblablement dans l'asque, la diplophase est réduite à la zygospore. Dans les autres (*Saccharomycodes* et certains *Saccharomyces*) la conjugaison se produit entre les ascospores lors de leur germination et la diplophase occupe, au contraire, presque tout le développement.

Les Levures de cette seconde catégorie sont nécessairement hétérothalliques et nos recherches ont établi que la conjugaison s'opère entre les deux paires d'ascospores d'un même asque, ce qui prouve que chaque asque contient 2 ascospores + et 2 ascospores —.

Nos recherches présentes ont porté sur les Levures de la première catégorie, en particulier sur le *Schizosaccharomyces Octosporus* pour lequel il subsistait quelques obscurités. Nos anciennes observations avaient montré que la conjugaison peut s'effectuer dans cette Levure entre deux cellules-

filles issues du cloisonnement d'une même cellule, ce qui indiquait l'homothallisme.

Cependant nous avions constaté d'autre part que les ascospores, après gonflement, peuvent se conjuguer directement sans cloisonnement préalable, pour former de nouveaux asques dans l'intérieur même de l'ancien, fait en faveur de l'hétérothallisme. Il y avait donc lieu de reprendre d'une manière plus précise l'étude de cette Levure. Pour cela nous avons réalisé des cultures monospermes soit à l'aide du microdissecteur, soit au moyen de dilutions sur plaque de gélatine : celles-ci nous ont toujours donné des conjugaisons et des asques. Nous avons contrôlé ces résultats en isolant sur gouttelette pendante une seule ascopore et en suivant son développement sous le microscope. En procédant de la sorte sur moût de bière gélosé, on constate que l'ascospore se cloisonne un plus ou moins grand nombre de fois, puis que les cellules résultant de ce cloisonnement se conjuguent pour former des asques. Sur milieux défavorables à la croissance (gélose de gorodkowa) les ascospores peuvent ne subir qu'un seul cloisonnement et la conjugaison se produit alors entre les deux cellules-filles issues de celui-ci. Ces faits confirment donc nos premières observations et démontrent que le *Sch. Octosporus* est une espèce homothallique : les ascospores sont bisexuées, mais la ségrégation des sexes qui n'est pas en rapport avec la méiose peut s'effectuer dès le premier cloisonnement de l'ascospore. Dès lors il y a lieu de se demander si cette ségrégation s'opère régulièrement au cours du premier cloisonnement des ascospores, donnant des cellules + et — qui, selon les conditions du milieu, peuvent se conjuguer directement ou seulement après un plus ou moins grand nombre de cloisonnements, ou bien si la ségrégation précède immédiatement la conjugaison. Cette seconde éventualité est démontrée par le fait que nous avons suivi sous le microscope des conjugaisons se produisant entre deux cellules-filles provenant du cloisonnement d'une cellule végétative dérivée elle-même de plusieurs partages successifs d'une seule ascospore. D'autre part la Levure cultivée sur moût liquide forme de petits filaments cloisonnés et ramifiés : ceux-ci, transportés sur blocs de plâtre, donnent des conjugaisons entre cellules contiguës d'un même filament.

Ces faits se concilient difficilement avec la conjugaison directe des ascospores que nous avions décrite dans certaines conditions et il était nécessaire de la vérifier. Dans ce but nous avons isolé des asques sur gélose de *Gorodkowa* et nous avons suivi sous le microscope la germination de leurs ascospores. Celles-ci ne subissent généralement qu'un seul cloisonnement qui s'effectue le plus souvent dans l'intérieur de l'asque et la conjugaison a

lieu entre les deux cellules-filles provenant de ce cloisonnement, donnant des asques qui se développent avant la rupture de la paroi de l'ancien asque. Mais dans quelques cas, nous avons pu observer des ascospores qui, après s'être gonflées et sans cloisonnement préalable, se conjuguaient directement dans l'asque et y formaient de nouveaux asques. Ce phénomène se produit aussi bien dans les asques à 4 ascospores que dans ceux qui en ont 8. On peut d'ailleurs obtenir plus facilement ces conjugaisons d'ascospores en plaçant des asques dans du moût de bière jusqu'à gonflement de leurs ascospores, puis en les soumettant à l'inanition sur bloc de plâtre. Les ascospores ont une paroi imprégnée d'amyloïdes colorables en bleu par l'iode et qui disparaissent lors de leur premier cloisonnement : il y a là un moyen de distinguer dans l'asque les ascospores des cellules provenant de leur partage. Cette conjugaison des ascopores paraît en contradiction avec l'homathallisme bien établi du *Sch. Octosporus*. On pourrait l'expliquer en supposant que cet homothallisme n'est pas général et qu'à côté de nombreuses ascospores bisexuées, il s'en formerait quelques-unes de sexuées; il est plus vraisemblable d'admettre que la ségrégation des sexes dans cette Levure homothallique n'est pas nécessairement liée à un cloisonnement, mais sous la dépendance exclusive des conditions du milieu et peut s'opérer pendant le gonflement des ascospores.

Des observations poursuivies en même temps sur un *Zygosaccharomyces* (*Zygosaccharomycodes Japonicus*), que nous appelons *Z. Nishiwakii*, nous ont montré que cette Levure est aussi homothallique, mais chez elle, la ségrégation des sexes beaucoup plus tardive ne s'opère qu'après un bourgeonnement actif. L'homothallisme est d'ailleurs démontré par nos recherches antérieures pour les espèces hétérogames des genres *Zygosaccharomyces* et *Debaryomyces* et par celles de Nadson et Konokotine pour le genre *Nadsonia*.

BOTANIQUE. — *Caractères histologiques de racines développées isolément.* Note de M. **André Dauphiné**, présentée par M. Molliard.

On sait que des organes embryonnaires, isolés des autres parties de l'embryon et cultivés aseptiquement sur des milieux appropriés, peuvent s'accroître, au moins pendant un certain temps.

Des radicules de Lupin blanc ont été cultivées sur du Knop à 1/5, addi-

tionné de 2 pour 100 de glucose. La durée maxima des cultures a été de 40 jours; au bout de ce temps, les racines, qui mesuraient à l'état embryonnaire, 2^{mm} de diamètre maximum et $2^{mm},5$ de longueur, avaient atteint un diamètre de 4^{mm} et une longueur de 14 à 25^{mm}.

L'étude anatomique de ces racines montre que le déséquilibre qui résulte de l'absence des parties aériennes de la plante ne semble avoir, dans la limite de ces expériences, aucune influence sur la structure fondamentale de la racine, c'est-à-dire sur la topographie des principales régions et sur l'évolution de l'appareil conducteur.

Au contraire, si l'on considère les tissus en eux-mêmes, on y constate des modifications qui peuvent devenir considérables. Elles sont peu apparentes, au début de la croissance, dans la partie de la racine dont les tissus étaient formés quoique non différenciés dans la radicule embryonnaire. Pendant les premiers jours il se produit surtout un accroissement et une différenciation des éléments grâce à la digestion des matières de réserve, c'est-à-dire dans des conditions voisines de celles de la germination normale.

A la fin de l'expérience, les modifications histologiques sont devenues sensibles dans la base de la racine et se manifestent avec le maximum d'intensité dans la partie qui s'est formée depuis la mise en culture par le fonctionnement du point végétatif.

L'assise pilifère ne présente qu'un petit nombre de poils courts et parfois globuleux. Les éléments extérieurs du conjonctif cortical restent très petits; ils ne présentent qu'une dizaine de μ de diamètre en moyenne; ils restent cellulosiques, et se dissocient sur plusieurs assises à partir de la périphérie de la racine.

Les éléments profonds de l'écorce présentent, au contraire, un développement considérable, surtout suivant leur diamètre radial : ce diamètre peut atteindre une moyenne de 150^{μ}, sur une hauteur de 65^{μ}, alors que les mêmes cellules des racines témoins mesurent 85^{μ} de diamètre sur 95^{μ} de hauteur. Des éléments de taille intermédiaire peuvent séparer ces deux zones de l'écorce, mais il arrive, surtout dans les parties de la racine les plus nouvellement formées, que l'on passe sans transition des cellules profondes géantes aux petites cellules de la périphérie.

L'hypertrophie des éléments profonds a pour résultat de faire éclater les assises externes de l'écorce et de produire des crevasses longitudinales à section transversale triangulaire, le sommet du triangle étant tourné vers le centre de la racine.

De même que les éléments profonds de l'écorce, le péricycle s'est considérablement accru dans le sens radial. Alors que, dans les racines normales, il est unisérié avec une épaisseur moyenne de 32^{μ}, chez les racines isolées les éléments sont recloisonnés dans le sens tangentiel et parfois dans des directions radiales et obliques et son épaisseur peut atteindre une centaine de μ.

Les autres éléments conjonctifs du cylindre central sont de dimensions variables et de formes irrégulières : ils semblent avoir une tendance à s'individualiser au cours de leur accroissement, leur cohésion semble très réduite et certains d'entre eux s'allongent en tubes qui s'insinuent entre les éléments voisins. Les fibres qui se forment dans la partie externe du phloème s'allongent considérablement comme des hyphes insinuées entre les cellules et certaines d'entre elles présentent des bourgeons latéraux comme si, avant de se sclérifier, elles avaient subi un commencement de ramification.

Les tubes criblés ne présentent pas de modifications appréciables, de même que les vaisseaux primaires dont le calibre est simplement plus réduit que dans les racines normales.

Le xylème secondaire qui, normalement, comprend des vaisseaux et des éléments réticulés de petit calibre, comporte presque uniquement ces derniers dans les racines isolées où ils peuvent être entremêlés d'éléments cellulosiques. Ce xylème secondaire rappelle celui de certains organes tubérisés.

En résumé, la structure des racines de Lupin cultivées isolément montre que les conditions anormales de leur développement n'ont pas d'influence sur les caractères fondamentaux, topographie des régions et évolution de l'appareil conducteur : ce sont là, semble-t-il, des caractères acquis et profondément fixés par l'hérédité dès la formation de la radicule embryonnaire. Au contraire les conditions de vie de ces racines provoquent des réactions dans les tissus considérés en eux-mêmes, principalement dans les tissus conjonctifs situés au voisinage de l'appareil conducteur, en particulier du phloème. Les hypertrophies et les désordres cellulaires qui s'y manifestent semblent indiquer que l'absence des parties aériennes de la plante, obligeant la racine à utiliser sur place l'aliment qui lui est fourni par le milieu de culture, provoque une exagération et une individualisation de la vie cellulaire opposées à l'harmonie structurale de l'individu normal.

PHYSIOLOGIE. — *Un hémodromographe électrique.*
Note de M. **Philippe Fabre**, présentée par M. d'Arsonval.

Une étude complète du régime ondulatoire dans les artères ou les tubes élastiques des schémas circulatoires exige à la fois un enregistrement de pression et un enregistrement de vitesse du liquide comme nous l'avons montré (1).

L'hémodromographe de Chauveau était utilisé jusqu'ici à cette fin. Cet appareil se prête mal à des enregistrements à distance; aussi avons-nous songé à établir un dispositif électrique, non point seulement pour la transmission, mais pour la génération même d'un phénomène lié aux variations de vitesse du liquide. Voici le principe de notre méthode.

Le liquide balaie une lame métallique à palette terminale et tend en raison de sa vitesse à l'appliquer contre la paroi. Les variations de vitesse seront traduites par des variations d'écart entre palette et paroi.

Un courant électrique très faible et d'intensité constante (quelques dizaines de microampères) traverse le liquide entre la face supérieure de la palette et l'extrémité d'une vis émergeant de la paroi en regard.

Aux variations d'écart entre ces deux électrodes correspondent des variations de résistance électrique du milieu, c'est-à-dire des variations de chute ohmique entre les bornes A et B.

La différence de potentiel entre A et B est recueillie et considérablement amplifiée par un appareil à lampes.

Nous nous servons de celui qui nous a permis d'inscrire les oscillations électriques du cœur à l'aide d'oscillographes industriels (2).

Ainsi les variations de vitesse du liquide, même très rapides, peuvent être correctement suivies à distance et enregistrées grâce à l'oscillographe.

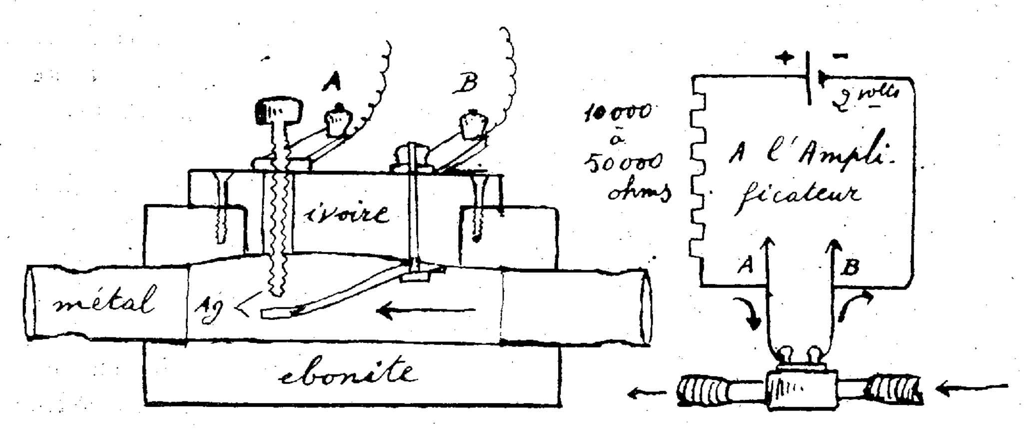
L'appareil doit être étalonné. Pour cela on réalise des courants continus de vitesses variées avec le liquide même en expérience ou avec un liquide de même densité et de même conductibilité électrique. L'arrêt brusque du courant donne la déviation oscillographique qui correspond à la vitesse actuelle.

---

(1) Ph. Fabre, *La mécanique des phénomènes sphygmomanométriques*, 1925 (Doin, éditeur, Paris).

(2) Ph. Fabre, *Électrocardiographie ou moyen d'oscillographes industriels* (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 257).

Donnons quelques détails de construction. Les électrodes (vis et lame élastique) sont portées par un bloc d'ivoire qui obture une fenêtre (16^{mm} de long sur $4^{mm},5$ de large) pratiquée dans la paroi supérieure d'un tube d'ébonite parcouru par le courant. Deux ajutages métalliques ($2^{mm},5$ de diamètre



intérieur) permettent de rattacher ce tube aux bouts sectionnés d'une artère de chien ou à un schéma de circulation.

La paroi interne du bloc d'ivoire est sculptée en sorte que les obstacles qu'elle porte soient compensés par un élargissement léger de la section.

La lame élastique et la palette qui la termine sont revêtues d'un vernis isolant sauf à la face de cette dernière en regard de la paroi. L'extrémité de la vis qui forme la seconde électrode peut être plus ou moins rapprochée de la palette grâce au filetage d'une pièce métallique solidaire du bloc d'ivoire. Pour chaque régime de vitesse à étudier il existe un optimum d'enfoncement de la vis. Les pièces métalliques sont en argent, que l'on chlorure électrolytiquement sur leurs surfaces internes.

Le nettoyage de l'instrumeut est facile car la fenêtre latérale peut être ouverte par le jeu de deux vis de fixation.

La méthode actuelle nous paraît susceptible d'être appliquée aussi à l'inscription des pressions avec le minimum de perturbations dues à l'inertie des instruments de mesure. Vis et palette sont cette fois à l'extérieur du tube, mais toujours baignées d'un liquide conducteur. La palette suit l'expansion d'une paroi élastique qui obture une fenêtre évasée, pratiquée sur le tube.

Un sphygmographe sensible, pour inscription à distance, peut être construit aussi suivant le même principe.

Le fonctionnement de l'hémodromographe s'est révélé satisfaisant même lorsqu'on utilise de l'eau de la ville. Avec le sang les précautions usuelles pour éviter la coagulation doivent être prises.

CYTOLOGIE. — *Sur la disposition des constituants minéraux du noyau pendant la mitose.* Note de M. **Gordon H. Scott**, présentée par M. F. Mesnil.

On a noté (¹) que les matières minérales fixes du noyau, après micro-incinération par la méthode de Policard, s'observent topographiquement à la même place que le matériel chromatique. Ceci se constate dans les cellules normales ou pathologiques de la glande sous-maxillaire du cobaye.

Il était intéressant de déterminer l'évolution des sels minéraux fixes pendant la mitose. La peau du têtard de Grenouille a été choisie comme objet d'étude en raison des dimensions de ses cellules et de la facilité d'obtenir des lames minces sans faire intervenir la méthode habituelle des coupes.

Pour augmenter le nombre des mitoses, de petites plaies de la peau ont été faites dans quelques cas. La peau a été préparée pour l'examen de plusieurs façons. Des fragments de peau furent enlevés du bord transparent de la queue, étalés sur lames, et soit desséchés, soit fixés à l'alcool absolu. Dans la plupart des cas, l'animal était préalablement lavé à plusieurs reprises dans de l'eau distillée renouvelée, et, après cela, placé dans le fixateur. Après une fixation de 15 à 20 minutes, la peau était enlevée des divers points du corps et de la queue, et fixée à des lames par dessiccation. Quelques animaux furent coupés dans la paraffine suivant la méthode habituelle; des coupes successives furent alternativement incinérées ou colorées par l'hématéine-éosine, ces dernières préparations servant de comparaison.

La pigmentation accentuée obscurcit quelque peu les détails cytologiques de la peau dans les préparations fixées et colorées. Mais avec un fort éclairage, les figures de mitoses peuvent être décelées. Le pigment disparaît complètement après incinération.

(¹) G. H. Scott, *Sur la localisation des constituants minéraux dans les noyaux cellulaires des acini et des conduits excréteurs des glandes salivaires* (*Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1073).

L'aspect des cellules au repos est celui d'un champ bien limité de cendres très fines uniformément dispersées, mais avec, occasionnellement, une masse bacilliforme relativement grande. Le nucléole apparaît avec une grande netteté. La comparaison avec des noyaux colorés montre que celui-ci contient de la chromatine régulièrement distribuée avec des régions un peu plus intensément colorées.

Pendant la prophase, on constate beaucoup plus de ces amas bacilliformes plus allongés et plus épais. Dans le reste du noyau, on voit un dépôt de très fines particules poussiéreuses. Il y a, dans quelques-unes des cellules à ces stades, une tendance à l'orientation des masses de cendres vers une forme spirale.

Il a été impossible d'obtenir des cellules au stade de métaphase qui soient complètement incinérées. Quelle que soit la durée du chauffage, il reste toujours un dépôt de charbon sur les masses de chromosomes. Quoiqu'il soit facile de reconnaître les cellules en métaphase dans la peau incinérée, il est impossible de dire jusqu'à présent quelle est exactement la disposition des matières minérales à ce stade en raison de l'incinération toujours incomplète. Aucune explication ne peut actuellement être donnée de ce singulier phénomène.

Le stade anaphase de la division a été observé dans plusieurs cas. Dans l'un d'eux, la forme individuelle des divers chromosomes était parfaitement conservée. La limite du noyau pouvait être reconnue parce que dessinée très légèrement par des cendres extrêmement fines. Un champ de cendres fines pouvait être discerné au pôle périphérique de la masse de chromosomes.

La télophase est caractérisée par une grande masse de cendres relativement denses réunies au centre de la cellule. Il est difficile de définir une organisation dans cette masse. Quelques fines granulations se trouvent dans le cytoplasme de la cellule, spécialement entre les deux champs nucléaires. Si une organisation existe dans le dépôt, elle est indiquée par une tendance des cendres à prendre la figure de filaments très fins.

Il est évident que, au cours de la mitose, les matières minérales fixes du noyau, que nous pensons être contenues dans le matériel chromatique, suivent les chromosomes pendant leur changement de forme. Il y a dans quelques stades, prophase et anaphase, une dispersion très légère des sels fixes sous la forme de dépôt fin entre les chromosomes.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *La teneur en acide citrique de quelques liquides animaux (liquide céphalo-rachidien, humeur aqueuse, liquide folliculaire, liquide amniotique).* Note (¹) de MM. **I.-I. Nitzescu** et **I.-D. Georgescu**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

En étudiant un grand nombre de semences des plantes, Thunberg a trouvé dans les semences de concombre (*Cucumis sativus*) une série de déshydrogénases parmi lesquelles on distingue surtout, à cause de sa haute sensibilité, une citricodéshydrogénase. Celle-ci est tellement active qu'un extrait de semences de concombre peut, dans le système bleu de méthylène-déshydrogénase, déterminer une accélération très accusée de la décoloration en présence de quantités infimes d'acide citrique. On peut déceler ainsi la présence dans les tissus et les liquides des quantités infiniment petites d'acide citrique, indécelables par les autres méthodes.

Employant cette décoloration enzymatique du bleu de méthylène par l'extrait (en solution de 0,87 pour 100 de PO^4HK^2) de semences de concombre, Thunberg a proposé récemment (²) une méthode, d'une extrême sensibilité, pour la mise en évidence et le dosage de l'acide citrique dans les milieux organiques. En effet, pour connaître quantitativement le contenu en acide citrique d'un liquide quelconque, il suffit de déterminer la quantité minime, juste nécessaire, qui doit être ajoutée au système bleu de méthylène-extrait de concombre, pour produire la décoloration dans le plus court délai. Thunberg a trouvé ainsi qu'il suffit d'une quantité de 8 γ (microgrammes = $0^{mg},008$) acide citrique dans un volume réduit (1 à $1^{cm^3},2$) pour produire la décoloration du bleu de méthylène (0^{cm^3} sol. 1/30000) avec le maximum de vitesse (7-9 minutes); une quantité immédiatement moindre augmente brusquement le délai de décoloration.

Thunberg et ses collaborateurs ont mis en évidence et ont dosé l'acide citrique dans le lait de femme et l'urine (³); dans le liquide céphalo-rachidien de l'homme, le liquide des vésicules séminales, le liquide spermatique de l'homme et la sueur (⁴).

Employant cette méthode biologique, nous avons mis en évidence et

(¹) Séance du 26 mai 1930.
(²) *Bioch. Zeit.*, **206**, 1929, p. 109.
(³) *Loc. cit.*
(⁴) *Amer. Journ. Physiol.*, **90**, 1929, p. 540 (*Congrès Intern. de Physiol.*, Boston).

dosé l'acide citrique dans le liquide folliculaire de l'ovaire de vache, le liquide amniotique de femme, l'humeur aqueuse de l'œil de bœuf et le liquide céphalo-rachidien de l'homme et du chien.

Résultats. — *a*. Tout d'abord, pour contrôler quelques-uns des résultats de Thunberg, nous avons déterminé l'acide citrique dans le lait de femme et dans le liquide céphalo-rachidien de l'homme. Les chiffres obtenus pour le lait sont analogues à ceux de Thunberg.

En ce qui concerne le liquide céphalo-rachidien de l'homme, nous avons trouvé des chiffres un peu plus forts, $0^g,075$ à $0^g,080$ pour 100 au lieu de $0^g,050$ à 0,060 donnés par Benni-Thunberg.

Nous donnons, à titre d'exemple, dans le tableau ci-dessous la marche d'une de plusieurs expériences semblables :

Tubes	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Bleu de méthylène 1/30000 (cm^3)	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
Liquide céphalo-rach. $0^{cm^3},2$	-	A	B	C	D	-	A	B
Extrait phosphaté de semences (cm^3)	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	-	-
Eau distillée (cm^3)	0,2	-	-	-	-	0,2		
Solution de PO^4HK^2	-	-	-	-	-	-	0,5	0,5
Temps de décoloration en minutes	100	7	7	21	52	100	>180	>180

A = liquide céphalo-rachidien non dilué; B = liquide dilué 1:2; C = liquide dilué 1:4; D = liquide dilué 1:8.

Le tableau montre que le maximum de la vitesse de décoloration a été obtenu dans le tube 4; il doit donc y avoir 8 microgrammes d'acide citrique. Le tube contient $0^{cm^3},2$ de liquide dilué 1:2; par conséquent 1^{cm^3} de liquide céphalo-rachidien non dilué doit contenir $8 \times 5 \times 2\gamma$ d'acide citrique, c'est-à-dire une concentration de $0^g,080$ par litre.

D'autres expériences faites avec d'autres échantillons de liquide nous ont donné les mêmes chiffres ou des chiffres très voisins.

b. Avec le liquide céphalo-rachidien du chien, nous avons obtenu une quantité plus grande d'acide citrique, environ $0^g,090$ à $0^g,100$ par litre.

c. L'humeur aqueuse a été obtenue par ponction stérile de la chambre antérieure des yeux des animaux d'abattoir (bœufs).

Les premiers essais nous ont montré que l'humeur aqueuse non diluée exerce une accélération de la décoloration dans le système citricodéshydrogénase-bleu de méthylène, mais la vitesse ne descend pas au-dessous de 25 ou 23 minutes. Ainsi, si la présence d'acide citrique ne faisait aucun

doute, on ne pouvait cependant pas doser, à cause de la quantité trop petite contenue dans $0^{cm^3},2$ ou $0^{cm^3},4$ d'humeur recueillie dans les tubes. La difficulté a été tournée par la concentration préalable de l'humeur aqueuse, c'est-à-dire par l'opération inverse de celle usitée pour les liquides (lait, urine, etc.), qui contiennent une quantité accusée d'acide citrique. Nous avons ainsi décelé une concentration d'environ $0^{g},012$ d'acide citrique par litre d'humeur aqueuse.

Nous avons eu la chance d'examiner aussi le liquide ponctionné dans un cas d'hypertension oculaire. Nous avons trouvé une quantité presque triplée, environ $0^{g},040$ d'acide citrique pour 1000.

d. Le liquide folliculaire a été obtenu par ponction des follicules de petites dimensions sur des ovaires de vaches. Nous avons travaillé avec le liquide sans dilution et nous avons trouvé environ $0^{g},040$ d'acide citrique par litre de liquide folliculaire.

e. Le liquide amniotique a été récolté dans la salle d'accouchement de la clinique obstétricale. Le maximum de la vitesse de décoloration (9 minutes) dans le système bleu de méthylène-citricodeshydrogénase a été obtenu avec le liquide sans dilution. La concentration que nous avons trouvée dans quatre échantillons de liquide a été de $0^{g},025$-$0^{g},027$ d'acide citrique par litre de liquide amniotique.

f. Dans quelques essais faits avec le sérum sanguin de l'homme nous avons trouvé, comme Osterberg-Thunberg, des traces non dosables.

A $16^{h}15^{m}$ l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

M. le **Président**, au nom de la Commission chargée de dresser une liste de candidats à la place vacante dans la Division des Applications de la science à l'industrie par le décès de M. *A. Rateau*, présente la liste suivante :

En première ligne	M. **Jean Rey**.
En deuxième ligne, ex æquo par ordre alphabétique	MM. **Paul Boucherot**, **Albert Caquot**.
En troisième ligne, ex æquo par ordre alphabétique	MM. **Louis Breguet**, **Émile Brylinski**, **Albert Portevin**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la séance du lundi 16 juin.

La séance est levée à $17^h 30^m$.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 11 JUIN 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Blas Cabrera**, professeur à l'Université de Madrid, Correspondant de l'Académie pour la section de Physique, et à M. **George Howard Parker**, membre de l'Académie nationale des Sciences de Washington, qui assistent à la séance.

M. **A. d'Arsonval** donne communication de la dépêche suivante :

Matanzas, Cuba, 8 juin.

Prière informer Académie avons parfaitement réussi aujourd'hui immerger première partie tuyau Claude-Boucherot. Plus difficile reste d'ailleurs à faire.

Georges Claude.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la réduction de la soude par l'hydrogène.* Note (1) de M. **P. Villard**.

J'ai montré (2) qu'à haute température l'hydrogène attaque les verres sodiques ou potassiques et que, au moins pour les premiers, la mise en liberté du métal alcalin est rendue tout à fait évidente par l'apparition du spectre d'absorption caractéristique de sa vapeur.

Il était indiqué d'étudier l'action du même gaz sur un alcali libre, sur la soude de préférence, en raison de la facilité avec laquelle on peut caractériser la vapeur de sodium.

---

(1) Séance du 2 avril 1930.

(2) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 969.

J'ai réalisé l'expérience en faisant passer un courant d'hydrogène sur de la soude étalée par fusion sur la paroi interne d'un tube en verre extrêmement réfractaire, ou encore contenue dans un tube d'argent pur, légèrement serti aux deux extrémités pour retenir l'alcali fondu, et placé dans le tube de verre. Le diamètre de celui-ci était assez faible (6mm à 8mm), et un débit modéré d'hydrogène suffisait par suite à donner un courant gazeux rapide convenant bien à l'observation.

Pour ces expériences, comme d'ailleurs dans le cas, presque identique, des verres, certaines précautions ont dû être prises, qu'il n'est peut-être pas inutile d'indiquer sommairement :

L'hydrogène électrolytique industriel comprimé, privé par le cuivre au rouge des traces d'oxygène qu'il contient, suffit certainement pour ces recherches. Il n'est cependant pas absolument pur, et les produits de sa combustion troublent très légèrement l'eau de chaux. La présence de traces de carbures, même très faibles, pouvant rendre un peu incertaine l'attribution à l'hydrogène des réductions observées, j'ai répété la plupart des expériences avec de l'hydrogène électrolytique préparé au laboratoire, purifié par le cuivre au rouge et la potasse, et dont la combustion ne donnait aucun produit troublant l'eau de chaux. Cette vérification a d'ailleurs montré que l'emploi de l'hydrogène industriel était justifié.

Dans l'un et l'autre cas, le gaz, d'abord presque entièrement privé d'eau par une solution très concentrée de potasse, était ensuite desséché d'une manière suffisante par une grande quantité de potasse, déshydratée au rouge, et brisée pendant sa solidification, ce qui a l'avantage de donner des fragments spongieux. La dessiccation complète aurait pu être obtenue au moyen d'anhydride phosphorique, mais l'emploi de ce corps aurait eu certains inconvénients, et l'expérience a montré que cette extrême dessiccation n'était pas nécessaire.

Comme moyen de chauffage j'ai fréquemment utilisé un courant électrique passant dans un fil de nichrome enroulé en spires jointives sur le tube à chauffer. On peut ainsi dépasser facilement 1000°, maintenir constante une température, et la reproduire à volonté. Dans certains cas j'ai employé de préférence un manchon de fer, chauffé par un fort bec Bunsen ou un chalumeau, et entourant le tube de verre avec un jeu suffisant pour permettre à l'air de circuler librement, évitant ainsi de laisser les gaz carburés de la flamme arriver au contact du verre qu'ils auraient traversé par osmose à haute température. L'emploi de ce manchon, aisément déplaçable, était particulièrement commode pour observer la dévitrification des verres par l'hydrogène; le chauffage direct des tubes dans lesquels passait ce gaz aurait eu, outre l'inconvénient de l'osmose, celui de dévitrifier, parfois très rapidement, leur surface extérieure et de rendre ainsi impossible l'examen des altérations de la surface intérieure.

Les résultats ont été les suivants : vers 800°, et mieux un peu au-dessus, on observe qu'à la suite de la partie chauffée contenant la soude, le courant d'hydrogène est chargé de vapeurs absorbant très fortement la lumière du

sodium; si l'on ne s'éclaire qu'avec cette lumière, le tube paraît rempli d'un gaz noir sur une longueur qui peut dépasser 15^{cm} avec un courant gazeux de 1^m par seconde. Non seulement les objets éclairés uniquement par une flamme sodée sont tout à fait invisibles au travers de ce gaz, mais celui-ci, sous une épaisseur de 6^{mm}, et vers 900°, ne laisse voir qu'avec une teinte violacée la flamme d'un bec Méker sur la grille duquel on a déposé quelques perles de verre.

Si, avec un spectroscope, on regarde une source de lumière blanche au travers de cette vapeur absorbante, on constate la présence, en noir, dans le spectre, de la raie caractéristique du sodium. On réalise ainsi, uniquement avec de la soude et de l'hydrogène, l'expérience classique faite par Foucault avec du sodium métallique en vapeur dans le vide.

La très faible quantité de métal alcalin qu'on obtient dans ces expériences est nécessairement accompagnée de la quantité de vapeur d'eau exactement suffisante pour reproduire la soude, d'où l'impossibilité d'observer un dépôt métallique. Il est même remarquable que la vapeur de sodium demeure visible sur un trajet dont la durée, évaluée d'après la vitesse du courant d'hydrogène, atteint près de $\frac{2}{10}$ de seconde. Au delà il ne subsiste qu'un brouillard de soude très raréfié, décelable seulement par la forte coloration qu'il donne à la flamme de l'hydrogène, ou encore par de la phtaléine.

Ces phénomènes sont exactement les mêmes qu'avec les verres sodiques, mais plus intenses à des températures cependant notablement moins élevées, pour lesquelles, dans le cas des verres, on n'observerait rien sans le secours d'artifices tels que l'addition de traces d'oxygène ou l'excitation d'étincelles condensées.

Il ne saurait être ici question de dissociation, au moins jusqu'à la plus haute température utilisée, voisine de 900°, car le phénomène de la vapeur absorbante disparaît entièrement si l'on remplace l'hydrogène par de l'azote. Il faut donc admettre qu'il y a réduction de la soude, ce dont, en présence de l'absorption spectrale caractéristique, il est difficile de douter.

Dans une Note ultérieure, j'indiquerai d'autres réductions obtenues avec l'hydrogène.

ÉLASTICITÉ. — *La propagation des ondes sur les surfaces élastiques à trois paramètres*. Note [1] de M. **Louis Roy**.

Les formules générales que nous avons récemment données [2], touchant la propagation des ondes de choc sur les surfaces élastiques, s'appliquent en particulier à la surface à trois paramètres. Dans ce cas, le feuillet matériel, tangent en M au plan $u\mathrm{M}v$ du trièdre mobile, est l'élément de la surface moyenne; l'axe $\mathrm{M}w$ devient ainsi normal à cette surface et l'axe $\mathrm{M}u$, par exemple, est pris tangent à la ligne ω du réseau. La surface est alors caractérisée par les formules

$$(1)\quad \xi = 1 + \partial, \qquad (\eta, \zeta) = 0; \qquad \xi_1 = g, \qquad \eta_1 = 1 + \partial_1, \qquad \zeta_1 = 0; \qquad (r, r_1) = 0,$$

où ∂, ∂_1 sont les dilatations linéaires en M suivant chaque ligne ω, ω_1 du réseau et g le glissement correspondant, en ce sens que l'angle du réseau, qui est droit dans l'état primitif, est $\frac{\pi}{2} - g$ dans l'état actuel.

Tout d'abord, les égalités (1) de notre Note du 27 janvier 1930, jointes aux relations liant les discontinuités $a, b, \ldots, c_2$ relatives aux cosinus directeurs, montrent que le vecteur Λ, de composantes λ, μ, ν, est dirigé suivant l'axe $\mathrm{M}u$, que les vecteurs Δ et Δ_1, de composantes a, b, c et a_1, b_1, c_1, sont dirigés suivant l'axe $\mathrm{M}w$ et que le troisième vecteur (a_2, b_2, c_2), relatif aux cosinus $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$, a pour composantes

$$(2)\qquad (a_2, b_2, c_2) = -(\alpha, \beta, \gamma)\Delta - (\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)\Delta_1;$$

il est donc contenu dans le plan $u\mathrm{M}v$. Ces mêmes égalités s'écrivent alors, d'après les formules (1),

$$(3)\qquad \begin{cases} \dfrac{\delta'\partial}{\mathrm{a}} = \dfrac{\delta' g}{\mathrm{b}} = \Lambda, \qquad \delta'\partial_1 = 0; \\ \dfrac{\delta' p}{\mathrm{a}} = \dfrac{\delta' p_1}{\mathrm{b}} = \quad \Delta_1 = -\dfrac{\delta'\mathrm{P}}{\vartheta}, \\ \dfrac{\delta' q}{\mathrm{a}} = \dfrac{\delta' q_1}{\mathrm{b}} = -\Delta = -\dfrac{\delta'\mathrm{Q}}{\vartheta}. \end{cases}$$

Cela posé, si la surface est affectée de viscosité, on reconnaît, comme pour la surface à six paramètres, qu'aucune onde de choc n'est susceptible de se

---

[1] Séance du 2 avril 1930

[2] *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 240 et 341.

propager. Si la surface est dénuée de viscosité, on reconnaît que les équations (1) de notre Note du 10 février 1930 restent valables en tenant compte des égalités (1) ci-dessus. Les deuxième et troisième de ces équations déterminent les discontinuités des trois fonctions auxiliaires $\mathcal{R}_v$, $\mathcal{R}_w$, $\mathcal{R}_{1w}$ introduites par la méthode des variations, du fait que les six composantes du déplacement et de la rotation virtuels du trièdre mobile sont maintenant liées par trois relations. La sixième équation disparaît en vertu des deux dernières égalités (1), d'après lesquelles les fonctions $\mathcal{C}_w$, $\mathcal{C}_{1w}$ sont nulles, et du fait que le tronçon de surface élastique étant ici un filet matériel de longueur e dirigé suivant Mw, on a

$$A = B = \rho\frac{e^2}{12}, \qquad (C, D, E, F) = 0.$$

Le phénomène de propagation est alors régi par les trois équations restantes

$$(4)\quad \begin{cases} \rho\dfrac{\mathcal{V}^2}{a}\delta' d + a\,\delta'\mathcal{R}_u + b\,\delta'\mathcal{R}_{1u} = 0, \\ \rho\dfrac{e^2}{12}\dfrac{\mathcal{V}^2}{a}\delta' p + a\,\delta'\mathcal{C}_u + b\,\delta'\mathcal{C}_{1u} = 0, \\ \rho\dfrac{e^2}{12}\dfrac{\mathcal{V}^2}{a}\delta' q + a\,\delta'\mathcal{C}_v + b\,\delta'\mathcal{C}_{1v} = 0, \end{cases}$$

qui se traitent comme celles de la surface à six paramètres, l'équation aux vitesses de propagation en $\mathcal{V}^2$ n'étant plus ici que du troisième degré. On reconnaît ensuite que ces conclusions restent valables pour des ondes d'un ordre quelconque.

Si l'on compare enfin les lois de propagation relatives aux surfaces à six et à trois paramètres, on est conduit à énoncer les propositions générales suivantes :

Aucune onde n'est susceptible de se propager sur une surface élastique affectée de viscosité;

Les lois de propagation établies pour les ondes de choc restent valables pour les ondes d'accélération et les ondes d'ordre supérieur.

On voit que ces propositions sont identiques à celles que nous avons antérieurement énoncées au sujet des lignes élastiques ([1]). Comme elles s'appliquent également aux corps élastiques à trois dimensions, en se limi-

---

([1]) *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 569 et 684, et *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 3e série, **18**, 1926, p. 192 et 193.

tant toutefois aux déformations infiniment petites que nous avons seules envisagées, on voit qu'elles constituent, au point de vue de la propagation des ondes, la propriété la plus générale commune à tous les milieux élastiques, quel que soit le nombre de leurs dimensions.

MYCOLOGIE. — *Une nouvelle espèce de* Corethropsis, C. Puntonii *Vuill. provenant de l'homme.* Note (¹) de M. **Paul Vuillemin.**

Le genre *Corethropsis* Corda 1839 a des affinités longtemps méconnues, son auteur s'étant exagéré l'importance de caractères accessoires, tels que les filaments corémiés et les sporophores irréguliers, à rameaux parfois verticillés, portant des éléments disséminateurs pris à tort pour des conidies.

En 1913, je précisai les caractères essentiels du genre d'après une espèce nouvelle, *C. Hominis*, qui causait un herpès marginé; ma diagnose fut publiée la même année avec l'observation de M. Louis Spillmann.

Une espèce différente m'a été procurée récemment par M. Vittorio Puntoni. Elle venait de Colombie et avait été extraite d'une dermatose humaine, associée au *Torula Mansoni*. Son rôle pathogène reste obscur.

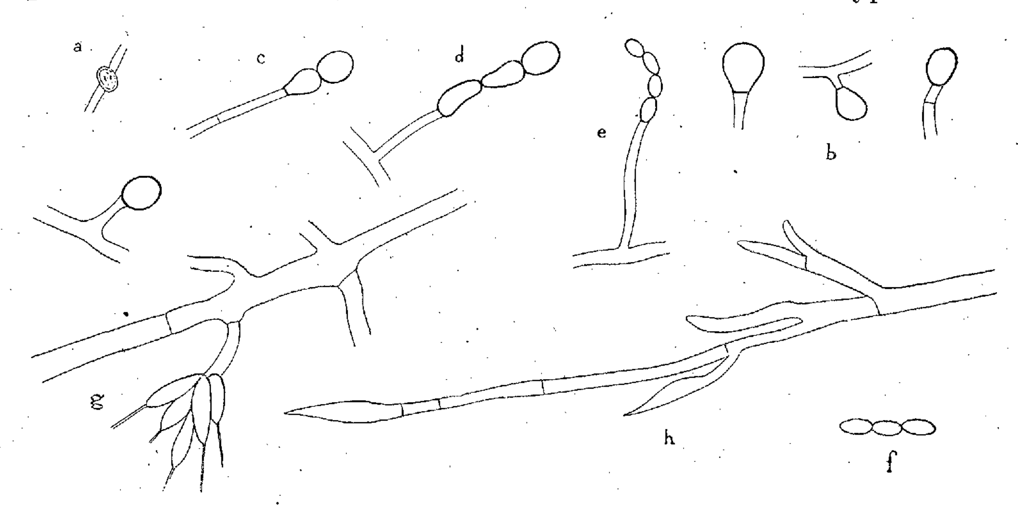
Mon éminent collègue italien reconnut que les cultures incolores diffusent un pigment dans la gélose maltosée; il y distingue deux sortes de spores, les plus grosses isolées, les plus petites unies en chapelet. La détermination de l'espèce étant délicate, il eut l'obligeance de m'adresser une préparation et une culture. Les repiquages effectués à Nancy par le Dr Pierre Dombray aboutirent aux constatations suivantes.

Les hyphes, munies de quelques chlamydospores intercalaires sans caractère tranché (*a*), ont beaucoup de branches terminées par une aleurie simple (*b*), tronquée à la base, ayant une paroi assez épaisse, mesurant jusqu'à 8^{μ}. Parfois une ou deux nouvelles aleuries (*c*, *d*) se découpent sous la terminale; leur structure est la même; mais leur taille décroissante ferait songer à des conidies basipètes, si elles étaient susceptibles de grandir. Les rameaux les plus grêles se prolongent par un filament très fin, morcelé en chapelet d'aleuries ayant un diamètre de 2^{μ} et une longueur pouvant atteindre le triple; on a l'impression d'une chaîne de streptocoques (*e*, *f*).

(¹) Séance du 2 avril 1930.

Les chaînes semblables continuent des rameaux groupés en verticille (*g*); ces rameaux, gonflés comme des flacons, n'ont qu'une analogie superficielle avec les phialides produisant des conidies.

Nous n'avons, dans cette espèce, ni conidies, ni, à plus forte raison, de phialides, mais seulement des aleuries incolores comme les hyphes dont



elles faisaient primitivement partie, variables dans leur groupement, leurs dimensions, l'épaisseur de leur membrane. La diversité des formes fait songer aux *Glenospora*; mais les aleuries hyalines éloignent notre espèce de ce genre, pour la rejeter vers les *Corethropsis* non moins hétéromorphes. Les soies formées de rameaux abortifs ne font pas défaut (*h*), bien qu'elles soient moins apparentes que chez le *C. paradoxa* ou le *C. Hominis*.

Il s'agit donc bien d'une nouvelle espèce de *Corethropsis*, qu'il est juste de dédier, sous le nom de *Corethropsis Puntonii* Vuillemin, au savant qui en a pressenti l'intérêt.

NOMINATIONS.

M. L. **Joubin** est désigné pour représenter l'Académie à la cérémonie officielle qui aura lieu à Boulogne-sur-Mer le 25 juin 1930 en l'honneur de M. *Johannes Schmidt*, Correspondant de l'Institut.

M. **Ch. Achard** est désigné pour représenter l'Académie aux *Journées médicales* de Bruxelles le 28 juin 1930.

PLIS CACHETÉS.

M. **M. Marcille** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 28 octobre 1929 et enregistré sous le n° 10232.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note relative au *Traitement des tumeurs cancéreuses*.

(Renvoi à l'examen de M. Ch. Richet.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Electrothermie appliquée, par Georges Flusin. (Présenté par M. C. Matignon.)

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces représentées par les fonctions sphériques de première espèce*. Note [1] de M. **O. Borůvka**.

1. Les surfaces plongées dans un espace à $2r$ dimensions ($r \geqq 2$) dont la représentation paramétrique est fournie par $2r+1$ fonctions sphériques de première espèce d'ordre r, dans la géométrie projective, font partie d'une classe plus étendue de surfaces qui ont été rencontrées, par leur construction géométrique, en relation avec la théorie des réseaux à invariants égaux [2]; dans la géométrie métrique, elles se sont présentées récemment dans les recherches de M. E. Cartan, sur les espaces de Riemann symétriques clos, comme les surfaces représentatives de l'espace sphérique à deux dimensions [3]. Ayant étudié les propriétés géométriques des surfaces

---

[1] Séance du 2 avril 1930.

[2] Voir par exemple G. Tzitzéica, *Géom. proj. diff. des réseaux* (Bucarest, 1924), p. 161.

[3] E. Cartan, *Sur la détermination d'un système orthogonal complet dans un espace de Riemann symétrique clos* (*Rend. Circ. Mat. Palermo*, 53, 1929, p. 217).

en question, je me permets de résumer les résultats que j'ai obtenus à ce sujet.

2. Considérons l'espace projectif réel S_{2r} à $2r$ dimensions ($r \geqq 2$). La surface réelle (M) plongée dans S_{2r}, dont la représentation paramétrique est fournie par $2r+1$ fonctions sphériques de première espèce, linéairement indépendantes, d'ordre r, peut être définie par la construction géométrique suivante : On prend, dans S_{2r}, une courbe rationnelle normale de degré $2r$, imaginaire (c'est-à-dire dont les points sont imaginaires conjugués deux à deux et la courbe n'a pas des points réels) quelconque (courbe génératrice); on construit, en chaque couple de points imaginaires conjugués de cette courbe, les deux espaces osculateurs à r dimensions; il existe un point d'intersection (réel) de ces deux espaces et il dépend de deux paramètres réels; la surface (M) est le lieu de ce point d'intersection. Cette construction géométrique montre que la surface en question est douée d'un réseau conjugué (imaginaire) à invariants égaux et ce réseau se termine, dans les deux sens, après r transformations successives de Laplace, précisément sur la courbe génératrice. Par la construction géométrique se trouve liée, à la surface (M), d'une manière intrinsèque, une quadrique non dégénérée imaginaire (la quadrique associée) à savoir la quadrique par rapport à laquelle la courbe génératrice est autoconjuguée. Si l'on fait correspondre aux valeurs du paramètre sur la courbe génératrice les points de la sphère, la construction géométrique de la surface donne naissance à une correspondance biunivoque $\mathcal{R}$ entre couples de points-antipodes de la sphère et les points de la surface; cette correspondance est telle que chaque rotation de la sphère autour du centre, accompagnée ou non par symétrie, se manifeste sur la surface par un déplacement de l'espace S_{2r} qui conserve la quadrique associée et, inversement, chaque déplacement de l'espace S_{2r} qui conserve la surface (et par suite aussi la quadrique associée) se manifeste sur la sphère par une rotation de la sphère autour du centre accompagnée ou non par symétrie. Dans la correspondance $\mathcal{R}$, à chaque cercle de la sphère correspond sur la surface une courbe rationnelle fermée. Aux grands cercles correspondent des courbes rationnelles normales de degré r; aux petits cercles correspondent en général des courbes rationnelles normales de degré $2r$, mais il y a des exceptions. Toutes les propriétés locales, de nature projective, de la surface (d'une courbe rationnelle sur la surface, image d'un cercle sur la sphère dans la correspondance $\mathcal{R}$) qui se conservent par le groupe de déplacements de l'espace S_{2r}, ou bien seulement par son sous-groupe qui conserve la quadrique associée, sont les mêmes en tous points de la surface (courbe).

Dans la correspondance $\mathcal{R}$, prolongée dans le domaine complexe, en particulier, au cercle à l'infini sur la sphère correspond la courbe génératrice sur la surface. Il n'y a sur la surface qu'une seule courbe génératrice.

3. Introduisons dans l'espace S_{2r} une métrique non euclidienne en prenant comme absolu la quadrique associée à la surface (M). Nous avons un espace sphérique ou elliptique à $2r$ dimensions et nous nous trouvons en relation avec les recherches de M. E. Cartan : La surface (M) représente l'espace sphérique (ou elliptique) à deux dimensions, de manière qu'il y a une correspondance biunivoque $\mathcal{R}^*$ entre les points de cet espace, les points de la surface et les déplacements de l'espace sphérique (ou elliptique) à deux dimensions se manifestent sur la surface par les déplacements de l'espace ambiant. Dans la correspondance $\mathcal{R}^*$, aux droites et circonférences du centre m de l'espace sphérique (ou elliptique) à deux dimensions correspondent sur la surface géodésique et trajectoires orthogonales aux géodésiques passant par le point M correspondant. Les résultats relatifs à ces courbes sont analogues à ceux qui ont été mentionnés au sujet des courbes rationnelles, images des cercles sur la sphère dans la correspondance $\mathcal{R}$. Quant aux propriétés locales caractéristiques, elles sont fournies par le théorème suivant : Pour qu'une surface plongée dans un espace non euclidien à $2r\,(r \geqq 2)$ dimensions soit la surface (M) considérée, il faut et il suffit que, pour chaque point M : 1° le vecteur de courbure moyenne soit nul (la surface soit minima); 2° pour $k = 1, \ldots, r$, l'espace osculateur à la surface d'ordre k ait précisément $2k$ dimensions; 3° pour $k = 1, \ldots, r-1$, le cône des vecteurs issus du point M et associés aux différentes courbes tracées sur la surface et passant par M, de manière à porter, au point M, dans la direction de la $k^{\text{ième}}$ normale de chaque courbe, le produit de ses premières k courbures scalaires successives, se projette dans le plan qui est normal à l'espace osculateur (de la surface) d'ordre k et contenu dans l'espace osculateur d'ordre $k+1$, suivant une circonférence et que le rayon de cette circonférence soit le même pour toute la surface.

4. Les surfaces minima plongées dans l'espace non euclidien à quatre et six dimensions et appartenant à cet espace qui jouissent de la propriété que toutes leurs courbes ont la même courbure normale constante sont toutes et seules les surfaces représentées par les fonctions sphériques de première espèce, de deuxième et troisième ordre.

MAGNÉTISME. — *Sur le ferromagnétisme des alliages de nickel et de chrome.* Note [1] de M. **Ch. Sadron**, transmise par M. Pierre Weiss.

Les nickel-chrome forment, du nickel au chrome, une série ininterrompue de solutions solides cristallisées dans le réseau du cube à faces centrées. L'étude des propriétés magnétiques de ces alliages au-dessus du point de Curie a été faite par Safranek [2]. J'ai étudié sur les mêmes échantillons :

1° Les saturations au zéro absolu;

2° Les points de Curie ferromagnétiques.

1° *Étude de la saturation au zéro absolu* $\sigma_{0,\infty}$. — La saturation $\sigma_{T,\infty}$ à une température déterminée T, dans un champ ∞, s'obtient a partir de la mesure des aimantations dans des champs magnétiques croissants. Les aimantations sont mesurées par la méthode d'extraction de l'ellipsoïde [3]. Elles varient linéairement en fonction de l'inverse $\frac{1}{H}$ du champ magnétique sauf aux températures voisines du point de Curie de l'alliage, où le paramagnétisme devient très important. Aux températures où j'ai opéré — comprises entre 110°K. et 150°K. — ce paramagnétisme est inappréciable. L'intersection de la droite $\sigma_{T,H} = \sigma_{T,\infty}\left(1 - \frac{a}{H}\right)$ avec l'axe des ordonnées $\left(\frac{1}{H} = 0\right)$ donne $\sigma_{T,\infty}$. J'estime que, dans ces mesures, l'erreur commise sur la détermination de $\sigma_{T,\infty}$ ne dépasse pas 2 pour 1000.

De plus $\sigma_{T,\infty}$ varie en fonction de T. On a trouvé régulièrement que $\sigma_{T,\infty}$ suivait rigoureusement la loi quadratique $\sigma_{T,\infty} = \sigma_{0,\infty}(1 - AT^2)$ [4] dans l'intervalle des températures considérées. Pour avoir la saturation absolue $\sigma_{0,\infty}$ il suffit alors d'extrapoler la courbe vers $T = 0$. J'évalue l'erreur sur $\sigma_{0,\infty}$ obtenu de cette manière à moins de 5 pour 1000.

Voici les résultats obtenus pour les saturations rapportées à l'unité de masse :

T.	1,51 % Cr.	2,92 %.	6,02 %.	8,00 %.	Ni pur (Weiss et Forrer).
150	49,75	42,40	25,40	16,3	–
140	49,90	42,55	25,80	16,9	–
130	50,05	42,70	26,30	17,6	–
120	50,20	42,85	26,70	18,3	–
110	50,30	42,90	27,28	18,6	–
0° K	50,9	43,7	29,0	21,9	57,87

(1) Séance du 26 mai 1930.

(2) Safranek, *Revue de Métallurgie*, 21, II, février 1924, p. 86.

(3) Weiss et Forrer, *Ann. de Phys.*, 12, novembre 1929, p. 280 et suiv.

(4) Weiss et Forrer, *loc. cit.*

J'ai étudié également l'alliage à 10 pour 100 Cr mais, par suite de la proximité du point de Curie (130° K. environ), je puis seulement indiquer que $\sigma_{0,\infty}$ est compris entre 14 et 16 unités C. G. S.

On trouve donc ainsi que la saturation absolue $\sigma_{0,\infty}$ décroît linéairement en fonction du titre pondéral jusqu'à la valeur 6 pour 100 de ce titre. A partir de l'alliage à 8 pour 100, la saturation est plus élevée que le voudrait la loi linéaire. Le tableau suivant met ces résultats en évidence :

	Ni pur.	1,51 °/₀ Cr.	2,92 °/₀.	6,02 °/₀.	8,00 °/₀.	10,00 °/₀.
σ_0 observé	57,87	50,9	43,7	29,0	21,9	15
σ_0 calculé	57,87	50,7	43,9	29,0	19,5	9,9
Différence	0	+ 0,2	− 0,2	0	+ 2,4	+ 5,1

Les valeurs calculées ont été établies en supposant que la droite passe exactement par la valeur 57,87 (Ni pur) et 29,0 (6,02 pour 100 Cr). Cette droite, extrapolée, indique que la saturation s'annule pour 12,0 pour 100 Cr, soit pour un titre atomique de 13,4 pour 100 Cr. On peut supposer que l'écart de la loi linéaire à partir de 6 pour 100 Cr tient à ce que, dans le voisinage de la disparition du ferromagnétisme, l'hétérogénéité de l'alliage influe sur la valeur de la saturation.

2° *Étude du point de Curie ferromagnétique* θ_f. — Il a été déterminé par la méthode du pendule de translation (¹) pour les alliages à 2,92 pour 100 Cr et 6,02 pour 100 Cr et par la méthode d'extraction de l'ellipsoïde pour les alliages à 8,0 pour 100 et 10,0 pour 100, j'ai ainsi trouvé :

Alliage pour 100	2,92.	6,02.	8,00.	10,00.
θ_f (degrés K.)	504°	347°	270°	130°

pour le nickel pur on a

$$\theta_f = 628^\circ \text{K}. \quad (^2).$$

Les points de Curie se placent sur une courbe très tendue et s'abaissent quand le titre croît. Cette courbe, extrapolée, indique $\theta_f = 0$ pour un alliage de titre voisin de 12 pour 100 Cr. C'est déjà pour cet alliage que la droite des saturations indique un moment magnétique nul.

(¹) Foëx et Forrer, *Journal de Physique*, 6ᵉ série, 7, vi, juin 1926, p. 180.
(²) Weiss et Forrer, *loc. cit.*

GÉOLOGIE. — *Sur le Trias des environs de Betchat et de Salies-du-Salat.* Note (¹) de M. **Léon Bertrand**, présentée par M. Pierre Termier.

La présence de Trias gypso-salifère, avec ophite, dans la basse vallée du Salat, en pleine région de Crétacé supérieur et de Nummulitique, a donné lieu à de nombreuses discussions, sans même remonter à l'opinion de J. Roussel qui l'attribuait au métamorphisme des couches avoisinantes. En 1902, la figuration de ce Trias par M. Carez sur la carte géologique (feuille de Saint-Gaudens) en deux affleurements bien distincts, à Salies-du-Salat et au nord de Betchat, m'a fait penser (²), ainsi qu'à E. Haug (²), qu'il pouvait se trouver en lambeaux de recouvrement sur le Crétacé supérieur et l'Éocène qui affleurent de part et d'autre en bandes bien régulières, se correspondant exactement, et qui forment un synclinal dont le flanc sud a été nettement renversé au Nord. Il m'avait alors paru probable qu'il fallait attribuer ce Trias à une nappe ayant eu sa racine dans un chevauchement plus méridional que la « zone cénomanienne » de M. Carez. D'autre part j'indiquais que l'ophite se trouve en situation interstratifiée dans le Trias et non en pointements traversant celui-ci.

Mais, en 1919 (³), je donnai de nouvelles indications sur ce Trias, que j'avais reconnu suivant une étroite bande depuis les environs de Montsaunès, où elle disparaît sous les alluvions anciennes de la Garonne, jusqu'à 3^{km} au moins à l'est de Betchat, les deux grands affleurements figurés sur la carte représentant simplement des expansions vers le Nord. Sur tout ce trajet d'une dizaine de kilomètres, le Trias est intercalé entre la zone cénomanienne et les terrains plus récents qui viennent au nord de celle-ci; d'autre part le grand affleurement de la vallée du Lens, au nord de Betchat, correspond à un chevauchement évident qui s'est étendu jusque sur le poudingue de Palassou et sous lequel les couches du substratum, depuis le Sénonien jusqu'au calcaire éocène à Miliolites, ont été retroussées au Nord, de même que sur la rive gauche du Salat. Vers le Sud la bande triasique s'enfonce partout sous le Cénomanien ou sous des couches primaires formant le substratum stratigraphique de celui-ci. J'en concluais que le Trias doit être indépendant du Cénomanien qui le borde au Sud, aussi bien que

(¹) Séance du 2 avril 1930.
(²) *Bull. Soc. géol. Fr.*, 4ᵉ série, **2**, 1902, p. 347-348; *ibid.*, p. 336.
(³) *C. R. somm. Soc. géol. Fr.*, 4ᵉ série, **19**, 1919, p. 104-106.

des terrains plus récents sur lesquels il s'est étalé. Quant à l'origine de ce Trias, j'indiquais ma préférence pour *un enracinement sous le Cénomanien* plutôt que pour la première explication qui avait été suggérée par la discontinuité des affleurements de Salies et de Betchat figurée par M. Carez. Cette Note paraît d'ailleurs avoir échappé aux auteurs qui ont, après moi, repris l'étude de cette région et qui n'en ont pas fait mention.

En 1923 M. G. Dubar (1) a admis que le Trias du Lens, au nord de Betchat, proviendrait d'une sortie de Trias indépendante de celle qui a donné la bande principale dont il a aussi admis la continuité entre Salies et Betchat, avec séparation par une étroite bande crétacée. Par contre, dans un important Mémoire qui vient de paraître sur la Géologie du front septentrional des Pyrénées au nord de Saint-Girons, M. Rudolf Buxtorf a admis que le Trias du nord de Betchat, enraciné sous le Cénomanien ou le Primaire qui supporte normalement celui-ci, s'est épanché en recouvrement sur le Crétacé supérieur et le Nummulitique et, ainsi que moi et que MM. Viennot et Roubault, que l'ophite est interstratifiée dans le Trias.

Je puis d'ailleurs ajouter actuellement de nouvelles précisions à la suite d'une étude détaillée faite en 1928 et de sondages ultérieurs.

Cette étude m'a permis de vérifier de nouveau la continuité du Trias du Lens avec celui de la bande qui longe la zone cénomanienne et, d'autre part, la persistance de cette bande méridionale depuis les alluvions de la Garonne à l'ouest de Mont-saunès jusqu'à Belloc. D'autre part, j'ai rencontré d'une façon à peu près constante, entre le Trias et les couches crétacées ou nummulitiques qui en forment le substratum tectonique, une *brèche de base*, principalement formée de fragments de granulite et de schistes et calcaires cristallins du Primaire, mais mélangés de gypse et pouvant aussi renfermer des parties marneuses crétacées. Celles-ci, dans une tranchée de route sous Hourtigué, ont pu donner l'illusion d'une bande crétacée séparant le Trias charrié du Lens de sa racine, alors qu'il s'agit d'un relèvement local de cette brèche qui disparaît à l'Ouest sous un pont de Trias où se montre leur réunion par une série d'anciennes carrières de gypse. Le Trias épanché sur les terrains plus récents dans la vallée du Lens présente, d'ailleurs, plusieurs ondulations pouvant, dans les anticlinaux, ramener la brèche en question à l'affleurement, ainsi que cela a lieu sur la rive gauche du Lens pour les amoncellements de *blocs* qui ont été figurés par M. Carez sur sa

(1) *Annales Soc. Géol. Nord*, 47, 1923, p. 169-173; 2 figures.

carte comme des pointements de granulite. Dans une partie au contraire synclinale, où le Trias devait se présenter le plus épais, un sondage fait sur la rive gauche du Lens, auprès d'une exploitation souterraine de gypse, l'a traversé sur 65^m seulement et a rencontré au-dessous une superbe brèche de granulite et autres roches primaires, ainsi qu'un mélange jusqu'à 75^m environ avec du gypse et des argiles sableuses qui se développent au-dessous et qui, intercalées de grès dur, représentent le facies bien net des grès de Furnes nummulitiques.

D'autre part un sondage effectué à la limite même du Trias et de la zone cénomanienne sous laquelle il plonge avec évidence vers le Sud, près de la ferme de Nane, a traversé jusqu'à 146^m *le Trias en couches inclinées de 45° en moyenne*. Puis, sur environ 17^m (épaisseur oblique), a été traversée une zone formée de fragments mélangés de granulite et de marnes à gypse, au-dessous de laquelle on a pénétré dans *une série crétacée renversée*, d'abord formée par des calcaires et marnes sénoniens, puis par le calcaire gréseux à Orbitoïdes du Maestrichtien, qui se montre encore dans les carottes en lits inclinés de 53° au fond du sondage. L'enracinement du Trias se fait donc suivant une disposition très inclinée vers le Sud et sur un substratum toujours renversé. Il me paraît indiscutable qu'un tel accident, qui se suit sur une longueur si grande, ne peut être dû qu'à *un phénomène tectonique général* lié à l'action prédominante de forces tangentielles.

La séance est levée à $15^h 45^m$.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 31 mars 1930.)

Note de M. *Mohamed A. Haque*, Biréfringence magnétique de l'alcool éthylique, de l'eau et de solutions aqueuses de nitrates :

Page 789, ligne 17, *au lieu de* 2,13, *lire* 2,73; ligne 25, *au lieu de* α, *lire* d.

Le tableau des valeurs de b exprime des rapports et non des degrés, et les nombres des deux dernières colonnes (C_m et C_m/d) doivent tous être modifiés comme suit :

$C_m . 10^{-14}$	1,06	0,39	1,06	1,39	1,39	1,65
C_m/d	1,36	0,39	»	3,23	»	3,0

(Séance du 12 mai 1930.)

Note de M. *Émile Merlin*, Sur un cas très général du mouvement d'un fluide parfait hétérogène en rotation présentant des stries en forme de spirales :

Page 1118, ligne 6, *au lieu de* celles, *lire* les équations.

Page 1120, ligne 8, *au lieu de* $-\frac{\partial}{\partial\sigma}\frac{M(\sigma, t)}{\sigma\mathcal{J}}$, *lire* $-\frac{\partial}{\partial\sigma}\frac{M(\sigma, t)}{\sigma\mathcal{F}}$.

(Séance du 19 mai 1930.)

Note de M. *A. Lokchine*, Sur l'influence d'un trou elliptique dans la poutre, qui éprouve une flexion :

Page 1179, ligne 7, *au lieu de* $\mathfrak{P}_2$ et $\mathfrak{Q}_2$, *lire* $\mathfrak{U}_2$ et $\mathfrak{P}_2$; lignes 11, 13, 17 et 19, *au lieu de* $\Phi(z)$ et $\varphi(z)$, *lire* $\Phi(\zeta)$; lignes 13, 15 et 19, *au lieu de* $F(z)$, *lire* $F(\zeta)$; ligne 20, *au lieu de* $\mathfrak{P}_2$ et $\mathfrak{Q}_2$, *lire* $\mathfrak{U}_2$, $\mathfrak{P}_2$ et $\mathfrak{Q}_2$.

(Séance du 26 mai 1930.)

Note de M. *Georges Valiron*, Sur la dérivée d'une fonction méromorphe et sur certaines équations fonctionnelles :

Page 1224, formule (3), *au lieu de* $\Theta(k\lambda)$, *lire* $\Theta(k, \lambda)$; formule (4), *au lieu de* $\Omega(k, \alpha)$, *lire* $\Omega(k, \alpha, \rho)$; formule (5), *au lieu de* k dans la limite supérieure de l'intégrale, *lire* r.

Page 1225, formule (6), *au lieu de* $f'Q(z)$, *lire* $f'[Q(z)]$; formule (7), *au lieu de* $T[r, Rz, f(z)]$ au premier membre, *lire* $T[r, R[z, f(z)]]$ et *au lieu de* $o(\log r)$ au second membre, *lire* $O(\log r)$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 JUIN 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 12 juin 1930, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Louis Lapicque** pour occuper dans la section d'Économie rurale la place vacante par le décès de M. *L. Lindet*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Louis Lapicque** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Ole Peder Arvesen**, maître de conférences à l'École polytechnique de Trondhjem, qui assiste à la séance.

MÉCANIQUE. — *Sur les surfaces funiculaires.* Note [1] de M. **Léon Lecornu**.

Soit un réseau plan, à mailles rectangulaires, composé de fils flexibles et inextensibles, noués entre eux en chaque point de rencontre. Ce réseau étant au repos, appliquons-lui des forces données qui l'amènent dans un nouvel état d'équilibre; les calculs nécessaires pour connaître cet état final sont d'une complication généralement inextricable.

Je me bornerai à envisager ici le cas où les mailles peuvent être regardées comme infiniment petites, en sorte qu'on ait affaire à un ensemble de

---

[1] Séance du 11 juin 1930.

courbes funiculaires, constituant à la limite ce que j'appelle une *surface funiculaire*.

Désignons, avant la déformation, par s et σ les coordonnées d'un nœud quelconque, rapportées à deux axes rectangulaires coïncidant avec deux fils du réseau. Les longueurs s et σ se conservent, par hypothèse, pendant la déformation. Une maille issue de ce nœud devient un losange ayant pour côtés ds et $d\sigma$, avec l'égalité $ds = d\sigma$. Il faut, pour l'équilibre, que les forces appliquées à cette maille, y compris les tractions provenant des mailles voisines, aient une résultante nulle. Cette condition exprime que le centre de gravité de la maille est dépourvu d'accélération. Si elle est vérifiée pour toutes les mailles, aucun point du réseau ne peut prendre une accélération finie, car il est et demeure infiniment voisin de plusieurs centres de mailles. La condition indiquée est donc non seulement nécessaire, mais encore suffisante, pour le maintien de l'équilibre de la surface funiculaire.

Soit ABCD la maille considérée ($AB = CD = ds$ et $AC = BD = d\sigma$). En A, elle est tirée par les tensions T et Θ respectivement dirigées suivant les prolongements de BA et CA. Dans la position d'équilibre, les coordonnées cartésiennes x, y, z de A sont certaines fonctions de s, σ. Il en est de même pour T et Θ. Les cosinus directeurs de AB, AC sont $\frac{\partial x}{\partial s}$, $\frac{\partial y}{\partial s}$, $\frac{\partial z}{\partial s}$ et $\frac{\partial x}{\partial \sigma}$, $\frac{\partial y}{\partial \sigma}$, $\frac{\partial z}{\partial \sigma}$. Appelons $X_1\,ds$, $Y_1\,ds$, $Z_1\,ds$ et $X_2\,d\sigma$, $Y_2\,d\sigma$, $Z_2\,d\sigma$ les composantes des forces directement appliquées sur AB, AC. En négligeant les infiniment petits d'ordre supérieur au premier, l'équilibre de la maille ABCD s'exprime, d'après ce qui précède, par les trois équations

$$2\frac{\partial}{\partial s}\left(T\frac{\partial x}{\partial s}\right)ds + 2\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\Theta\frac{\partial x}{\partial \sigma}\right)d\sigma + 2(X_1\,ds + X_2\,d\sigma) = 0,$$

. . . .

ou bien, puisque $ds = d\sigma$,

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial s}\left(T\frac{\partial x}{\partial s}\right) + \frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\Theta\frac{\partial x}{\partial \sigma}\right) + X_1 + X_2 = 0, \\ &\frac{\partial}{\partial s}\left(T\frac{\partial y}{\partial s}\right) + \frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\Theta\frac{\partial y}{\partial \sigma}\right) + Y_1 + Y_2 = 0, \\ &\frac{\partial}{\partial s}\left(T\frac{\partial z}{\partial s}\right) + \frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\Theta\frac{\partial z}{\partial \sigma}\right) + Z_1 + Z_2 = 0. \end{aligned}\right.$$

Les X, Y, Z sont supposés être des fonctions connues des coordonnées x, y, z. C'est là une généralisation des équations classiques de l'équilibre d'une

courbe funiculaire. On retrouve celles-ci en annulant Θ et X_2, Y_2, Z_2.

Nous pouvons éliminer T et Θ entre ces trois équations. En dérivant par rapport à s et σ, on forme 6 équations. La dérivation de celles-ci fournit ensuite 12 équations. On obtient ainsi un total de 21 équations renfermant linéairement, comme il est aisé de le vérifier, T, Θ et 18 dérivées de ces tensions. Le résultat de l'élimination s'écrit en égalant à zéro un déterminant qui renferme x, y, z et leurs dérivées des trois premiers ordres. Si les X, Y, Z sont des constantes, x, y, z ne figurent que par leurs dérivées. Il faut joindre à cette équation les deux relations évidentes

$$(2)\qquad \left(\frac{\partial x}{\partial s}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial s}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial s}\right)^2=1,\qquad \left(\frac{\partial x}{\partial \sigma}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial \sigma}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial \sigma}\right)^2=1.$$

Quand les forces extérieures n'existent que sur le contour, les X, Y, Z disparaissent. Posons alors, en appelant ξ, η, ζ trois nouvelles fonctions de s et σ :

$$(3)\qquad \begin{cases} T\dfrac{\partial x}{\partial s}=\dfrac{\partial \xi}{\partial \sigma}, & \Theta\dfrac{\partial x}{\partial \sigma}=-\dfrac{\partial \xi}{\partial s},\\[2mm] T\dfrac{\partial y}{\partial s}=\dfrac{\partial \eta}{\partial \sigma}, & \Theta\dfrac{\partial y}{\partial \sigma}=-\dfrac{\partial \eta}{\partial s},\\[2mm] T\dfrac{\partial z}{\partial s}=\dfrac{\partial \zeta}{\partial \sigma}, & \Theta\dfrac{\partial z}{\partial \sigma}=-\dfrac{\partial \zeta}{\partial s}.\end{cases}$$

Les équations (1) sont identiquement vérifiées et les équations (2) deviennent

$$(4)\qquad \left(\frac{\partial \xi}{\partial \sigma}\right)^2+\left(\frac{\partial \eta}{\partial \sigma}\right)^2+\left(\frac{\partial \zeta}{\partial \sigma}\right)^2=T^2,\qquad \left(\frac{\partial \xi}{\partial s}\right)^2+\left(\frac{\partial \eta}{\partial s}\right)^2+\left(\frac{\partial \zeta}{\partial s}\right)^2=\Theta^2.$$

On a ainsi l'expression des tensions au moyen des fonctions ξ, η, ζ liées par les trois équations

$$(5)\qquad \frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\frac{\frac{\partial \xi}{\partial \sigma}}{T}\right)+\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\frac{\partial \xi}{\partial s}}{\Theta}\right)=0\qquad \ldots,\qquad \ldots,$$

où T, Θ ont les valeurs (4).

Les équations (3) donnent ensuite x, y, z par de simples quadratures.

Continuant à supposer que les forces extérieures agissent uniquement sur le contour, cherchons s'il peut arriver que T et Θ soient des constantes. En

posant

$$\frac{\partial x}{\partial s}=a_1,\quad \frac{\partial x}{\partial \sigma}=a_2,$$
$$\frac{\partial y}{ds}=b_1,\quad \frac{\partial y}{\partial \sigma}=b_2,$$
$$\frac{\partial z}{\partial s}=c_1,\quad \frac{\partial z}{\partial \sigma}=c_2,$$

on a, d'après (1),

$$\mathrm{T}\frac{\partial a_1}{\partial s}+\Theta\frac{\partial a_2}{\partial \sigma}=0.$$

D'ailleurs

$$\frac{\partial a_2}{\partial s}=\frac{\partial a_1}{\partial \sigma}$$

Donc :

$$\mathrm{T}\frac{\partial^2 a_1}{\partial s^2}+\Theta\frac{\partial^2 a_1}{\partial \sigma^2}=0.$$

Les b, c fournissent des équations analogues. On déduit de là

$$\mathrm{T}\left(a_1\frac{\partial^2 a_1}{\partial s^2}+b_1\frac{\partial^2 b_1}{\partial s^2}+c_1\frac{\partial^2 c_1}{\partial s^2}\right)+\Theta\left(a_1\frac{\partial^2 a_1}{\partial \sigma^2}+b_1\frac{\partial^2 b_1}{\partial \sigma^2}+c_1\frac{\partial^2 c_1}{\partial \sigma^2}\right)=0,$$

T et Θ étant nécessairement de même signe, puisque les fils ne peuvent résister à des efforts de compression, il faut que leurs coefficients soient, dans cette équation, nuls ou de signe contraire. Or on a

$$a_1^2+b_1^2+c_1^2=1,$$

d'où

$$a_1\frac{\partial^2 a_1}{\partial s^2}+b_1\frac{\partial^2 b_1}{\partial s^2}+c_1\frac{\partial^2 c_1}{\partial s^2}=-\left[\left(\frac{\partial a_1}{\partial s}\right)^2+\left(\frac{\partial b_1}{\partial s}\right)^2+\left(\frac{\partial c_1}{\partial s}\right)^2\right],$$

et de même

$$a_1\frac{\partial^2 a_1}{\partial \sigma^2}+b_1\frac{\partial^2 b_1}{\partial \sigma^2}+c_1\frac{\partial^2 c_1}{\partial \sigma^2}=-\left[\left(\frac{\partial a_1}{\partial \sigma}\right)^2+\left(\frac{\partial b_1}{\partial \sigma}\right)^2+\left(\frac{\partial c_1}{\partial \sigma}\right)^2\right].$$

On est ainsi conduit à annuler les dérivées premières de a_1, b_1, c_1. De même pour a_2, b_2, c_2. L'uniformité des tensions T, Θ ne peut d'après cela se réaliser que si a_1, b_1, c_1 et a_2, b_2, c_2 sont des constantes; c'est-à-dire s'il s'agit d'un réseau plan, à mailles losanges, formé par deux familles de fils rectilignes.

Revenons au cas où les X, Y, Z sont des constantes. En orientant convenablement le plan des x, y, on peut annuler X_1+X_2 et Y_1+Y_2. Dans ces

conditions, les équations (1) sont identiquement vérifiées en posant

$$T\frac{\partial x}{\partial s}=\frac{\partial \xi}{\partial \sigma},\qquad \Theta\frac{\partial x}{\partial \sigma}=-\frac{\partial \xi}{\partial s},$$
$$T\frac{\partial y}{\partial s}=\frac{\partial \eta}{\partial \sigma},\qquad \Theta\frac{\partial y}{\partial \sigma}=-\frac{\partial \eta}{\partial s},$$
$$T\frac{\partial z}{\partial s}+Z_1 s=\frac{\partial \zeta}{\partial \sigma},\qquad \Theta\frac{\partial z}{\partial \sigma}+Z_2\sigma=-\frac{\partial \zeta}{\partial s},$$

d'où

$$(6)\quad \begin{cases} T^2=\left(\dfrac{\partial \xi}{\partial \sigma}\right)^2+\left(\dfrac{\partial \eta}{\partial \sigma}\right)^2+\left(\dfrac{\partial \zeta}{\partial \sigma}-Z_1 s\right)^2, \\ \Theta^2=\left(\dfrac{\partial \xi}{\partial s}\right)^2+\left(\dfrac{\partial \eta}{\partial s}\right)^2+\left(\dfrac{\partial \zeta}{\partial s}-Z_2\sigma\right)^2. \end{cases}$$

Les équations (5) subsistent, en mettant pour T, Θ les valeurs (6).

Des quadratures donnent ensuite, comme précédemment, x, y, z.

On peut traiter de cette façon le problème de la surface funiculaire pesante, sorte de hamac à mailles infinitésimales. Il resterait à déterminer les fonctions arbitraires introduites par les intégrations, de façon à vérifier les conditions imposées par le mode de suspension.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la condensation des cétones. Extension de la méthode classique*. Note [1] de MM. **V. Grignard** et **J. Colonge**.

A part quelques exceptions pour les tout premiers termes, la méthode classique de condensation des cétones réside uniquement dans l'emploi de l'acide chlorhydrique qui conduit à une cétone α-éthylénique par élimination de H^2O entre deux molécules de la cétone initiale.

Encore cette méthode est-elle assez limitée, puisqu'elle ne paraît s'appliquer qu'aux méthylcétones dans lesquelles le second radical est primaire ou aromatique [2].

En 1928, V. Grignard et Fluchaire [3] firent connaître une bonne méthode de condensation par l'emploi des alcoolates magnésiens mixtes qui conduisent aux cétols et, par déshydratation de ceux-ci, aux cétones éthylé-

(1) Séance du 11 juin 1930.

(2) Voir Colonge, *Thèse de l'Université de Lyon*, 1930.

(3) *Ann. de Ch.*, 9, 1928, p. 5.

niques. Cette méthode représentait déjà une extension très nette de la précédente, puisque les auteurs ont pu l'appliquer au cas où les deux radicaux sont polycarbonés (diéthylcétone, butyrone), et que, un peu plus tard, Grignard et Colonge ont réussi (exp. inédite), grâce à elle, à condenser un méthylcétone à radical secondaire (méthyl sec.-butyl cétone). Il faut avouer toutefois que dans ces cas spéciaux les rendements ont été médiocres.

Nous avons été conduits à reprendre l'étude de la condensation par les acides halogénés, en vue de rechercher l'influence de l'halogène.

En fait, les acides bromhydrique et iodhydrique n'ont guère été employés jusqu'à présent; seul Wallach (1) a utilisé simultanément les acides chlorhydrique et bromhydrique, pour condenser la méthylcyclohexanone-1-3. Mais il n'indique pas les rendements et ne fait aucune discrimination entre les deux acides.

Nous avons reconnu que, non seulement l'activité de l'agent de condensation croît avec le poids atomique de l'halogène, mais encore que le champ de la réaction est notablement étendu dès qu'on emploie l'acide bromhydrique.

Pour rendre la comparaison possible, nous avons dû tout d'abord reprendre systématiquement l'étude de la condensation par l'acide chlorhydrique et rechercher l'influence de la quantité d'acide, de la durée de la condensation, et, dans quelques cas, de la température. Nous n'entrerons pas ici dans le détail de ce travail qui sera publié ailleurs (2).

Nous indiquerons seulement qu'il existe une valeur optima du rapport moléculaire $A = \frac{\text{acide}}{\text{cétone}}$, et que la condensation paraît se faire uniquement entre le radical méthyl d'une molécule et le CO de l'autre.

Il n'y a d'exception que pour la méthyléthylcétone qui, dans ces conditions, donne (3)

$$CH^3-CH^2-\underset{\displaystyle CH^3}{\overset{\displaystyle Cl}{\underset{|}{\overset{|}{C}}}}-\underset{\displaystyle CH^3}{\underset{|}{CH}}-CO-CH^3 \rightarrow CH^3-CH^2-\underset{\displaystyle CH^3}{\underset{|}{C}}=\underset{\displaystyle CH^3}{\underset{|}{C}}-CO-CH^3$$

(1) *D. ch. Ges.*, **29**, 1896, p. 1595.

(2) Voir *Thèse Colonge* (Lyon, 1930).

(3) Ce type de condensation a été signalé, un peu avant nous, et alors que nous étions déjà en possession des résultats ci-dessus par Abbott, Kon et Satchell (*J. Chem. Soc.*, 1928, p. 2514), mais ces auteurs n'ont pas aperçu le dérivé chloré intermédiaire.

Le dérivé chloré intermédiaire a pu, fait fort rare, être isolé à l'état pur :

Eb. 108-110° sous 55mm (¹); $d_4^{20} = 0,988$; $n_D^{20} = 1,4481$;

d'où

Rm = 44,07 (calculé = 44,02).

Trouvé : Cl = 21,6 pour 100; calculé pour $C^8H^{15}O$: Cl = 21,84

Les agents alcalins, soude caustique, butylate de sodium, acétate de potassium acétique, etc., le transforment en un composé cétonique et éthylénique, bouillant nettement à 157-159°, et qui, d'après les résultats de l'oxydation hypochloreuse et permanganique, semble être constitué uniquement par la diméthyl-3-4 hexènone-3-2.

Cependant il donne deux semicarbazones, Fus. 182° et 142° (²) qui d'après les auteurs anglais (*loc. cit.*) correspondraient aux deux stéréoisomères éthyléniques (³).

Au contraire, en condensant la méthyléthylcétone par le butylate bromomagnésien (²/₃ mol.), on obtient, avec un rendement de 78 pour 100 (⁴), le cétol (méthyl-3 heptanolone-3-5) qui bout à 72-73°, sous 6mm, et dont la semicarbazone fond à 124°. Par distillation, en présence d'acide oxalique, ce cétol se déshydrate en cétone éthylénique [Eb. 162-164°, sous 737mm; semicarbazone, Fus. 116°, identique à celle de Grignard et Fluchaire (*loc. cit.*) et de Bodroux et Taboury (⁵)]. En dépit de ces conditions de préparation particulièrement douces, ce serait, d'après les savants anglais, un mélange des deux formes α-β (prédominante) et β-γ éthyléniques que la théorie permet de prévoir, et dont les semicarbazones fondraient respectivement à 162° et 134°. Nous ne pouvons, pour l'instant, que constater cette divergence de résultats.

Emploi des acides bromhydrique et iodhydrique. — Pour étudier la condensation avec les acides halogénés supérieurs, nous les avons employés de façon analogue à l'acide chlorhydrique, c'est-à-dire en les introduisant à l'état de gaz pur et sec dans la cétone considérée, à la température ambiante (20°) et en laissant reposer pendant deux jours environ. Pour faciliter la comparaison, nous avons pris, dans tous les cas, les mêmes proportions moléculaires qu'avec l'acide chlorhydrique (A = 2/3); mais il n'est nullement certain, l'étude systématique n'ayant pas été faite, que le rapport optimum soit le même pour tous les acides.

Si nous considérons alors les coefficients de transformation, c'est-à-dire,

---

(¹) Il se décompose violemment si l'on essaie de le distiller à la pression ordinaire.

(²) Les auteurs anglais (*loc. cit.*) indiquent 180° (186° avec d'autres agents de condensation) et 166°-167°. Quoique ayant opéré sur d'assez grosses quantités, nous n'avons pas réussi à fractionner davantage la seconde semicarbazone.

(³) Locquin et Heilmann (*Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 705) ont déjà observé le même phénomène.

(⁴) Sans tenir compte de la cétone récupérable.

(⁵) *Bull. Soc. chim.*, **3**, 1908, p. 831; **5**, 1909, p. 950.

dans chaque cas, le rapport de la cétone condensée à la cétone totale, nous pouvons dresser le tableau suivant, en remarquant tout de suite que l'acide iodhydrique, ne paraissant donner que des résultats peu supérieurs à ceux de l'acide bromhydrique, a été très peu étudié.

	HCl.	HBr.	HI.
Méthyléthylcétone (1)	46 %	67 %	
Méthylpropylcétone (1)	27	60	74 %
Acétophénone (1)	29	55	
Méthylsec-butylcétone (1)	0	40	
Butyrone (1)	0	26	
Propiophénone (1)	0	22	
Pinacoline (2)	0	0	0

Observations. — (1) Les rendements sont en général bien supérieurs aux coefficients ci-dessus qui ne tiennent pas compte de la cétone récupérée. Il y a très peu de produits supérieurs. — (2) Ni à froid ni à chaud.

On voit ainsi que par l'emploi de l'acide bromhydrique et, sans doute, mieux encore, de l'acide iodhydrique, nous arrivons à condenser des cétones qui résistaient, pratiquement, d'une façon absolue, à l'acide chlorhydrique, c'est-à-dire des types $CH^3COCH\langle^{R'}_{R''}$ et $R_1.CO.R_2$, dans lequel R_1 et R_2 représentent des radicaux polycarbonés, dont l'un peut être un phényl (ou aryl?). Il semble probable d'ailleurs que l'allongement des chaînes ne pourra pas aller encore très loin. Enfin les méthylcétones dont l'autre radical est tertiaire, comme la pinacoline, résistent aux trois acides.

Donnons en terminant les caractéristiques de deux cétones nouvelles, obtenues grâce à l'acide bromhydrique.

1° La méthyl sec-butylcétone a donné un liquide jaune clair, d'odeur agréable, bouillant à 218-220°, à la pression ordinaire.

Trouvé	$C=78,9$	$H=12,3$
Calculé pour $C^{12}H^{22}O$	$C=79,12$	$H=12,09$

$$d_{\frac{16,5}{4}}=0,856; \quad n_D^{16,5}=1,4522;$$

d'où

$$Rm=57,37 \text{ (calculé, } 57,16).$$

Ce doit être vraisemblablement la *triméthyl*-3-4-7 *nonénone*-4-6.

2° La propiophénone nous a conduits, de même, à un liquide jaune foncé, très vis-

queux, qui cristallise peu à peu. Ces cristaux fondent vers 75°, et sont solubles dans tous les solvants usuels, sauf l'éther de pétrole

Trouvé	C = 85,9	H = 6,9
Calculé pour $C^{18}H^{18}O$	C = 86,4	H = 7,2

Ce doit être la diphényl-1-3 méthyl-2 penténone-2-1, légèrement impure.

Bien entendu, la question se pose pour ces cétones, comme pour les autres déjà connues, de savoir si l'on obtient ou non les deux stéréoisomères prévus.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de la trempe sur la résistivité et la résistance au cisaillement des alliages aluminium-silicium. Résistivité de l'aluminium pur.* Note de MM. **Léon Guillet** et **Marcel Ballay**.

Cette étude a porté sur 21 alliages, de teneurs en silicium s'échelonnant entre 0,15 et 2,56 pour 100 et dont les compositions sont données plus loin. D'autre part 3 teneurs en fer différentes : 0,15, 0,40 et 0,80 pour 100 environ, ont été choisies pour chaque teneur en silicium, de façon à déterminer l'influence du fer.

Les alliages ont été étudiés sous forme de fils de 2,50 millimètres de diamètre. Avant toute détermination, ils ont été recuits, ensemble, pendant 6 heures à 320°, le refroidissement dans le four ayant duré 24 heures pour atteindre la température ambiante. L'état des fils après ce traitement sera désigné dans la suite par l'expression : état recuit.

La résistivité a été mesurée au pont de Thomson, sur une longueur de fil de 65 ou 75^{cm}. L'échantillon étudié était immergé, pendant la mesure, dans de l'essence de pétrole dont on déterminait la température. Toutes les valeurs obtenues ont été ramenées à la température de 16°.

Dans le tableau suivant sont portées les valeurs de la résistivité : 1° à l'état recuit; 2° après trempe à l'eau à 500°, la trempe ayant été précédée d'un chauffage pendant 45 minutes dans un bain salin; 3° après trempe à l'eau à 525°, le chauffage ayant duré 30 minutes; 4° après trempe à l'eau à 600°, le chauffage ayant duré 30 minutes.

			Résistivité à 16° : microhms cm²-cm.			
				Trempé		
N°.	Fe.	Si.	Recuit.	à 500°.	à 525°.	à 600°.
1.....	0,15	0,15	2,66	2,75	–	–
2.....	0,31	0,14	2,66	2,71	–	–
3.....	0,81	0,15	2,69	2,76	–	–
4.....	0,15	0,24	2,67	2,80	–	–
5.....	0,40	0,27	2,67	2,78	2,79	2,85
6.....	0,75	0,24	2,72	2,78	–	–
7.....	0,19	0,35	2,64	2,84	–	–
8.....	0,42	0,33	2,68	2,85	–	–
9.....	0,75	0,30	2,69	2,80	–	–
10.....	0,19	0,40	2,69	2,96	–	–
11.....	0,41	0,50	2,69	2,93	–	–
12.....	0,84	0,48	2,72	2,91	–	–
13.....	0,20	0,57	2,65	2,96	–	–
14.....	0,43	0,58	2,69	2,98	3,00	3,05
15.....	0,80	0,61	2,73	2,99	–	–
16.....	0,21	0,76	2,69	2,99	–	–
17.....	0,43	0,82	2,69	3,01	3,16	3,22
18.....	0,80	0,86	2,73	3,03	–	–
19.....	0,43	1,61	2,76	3,08	–	–
20.....	0,44	2,01	2,76	3,08	–	–
21.....	0,46	2,56	2,80	3,12	3,43	–

Ces résultats peuvent se traduire graphiquement par trois séries de courbes résistivités-teneurs en silicium, correspondant chacune à une teneur en fer. Les courbes représentant la variation de la résistivité après trempe à 500° forment un coude très net pour une teneur en silicium correspondant à la saturation de la solution solide riche en aluminium. La position de ce coude varie avec la teneur en fer :

Si = 0,44 pour 100 pour Fe = 0,15 pour 100
Si = 0,58 » » Fe = 0,40 »
Si = 0,79 » » Fe = 0,80 »

La position exacte de la brisure ne peut être déterminée avec une grande précision, mais il semble que le coude se déplace vers les teneurs plus élevées en silicium lorsque le pourcentage de fer augmente.

Pour une même teneur en fer, les courbes résistivité-teneur en silicium relatives aux états recuit et trempé convergent en un point, placé sur l'ordonnée Si = 0, ayant comme valeur ·

Fe = 0,15	Si = 0	= 2,630
Fe = 0,40	Si = 0	= 2,645
Fe = 0,80	Si = 0	= 2,675

Ces trois valeurs se placent bien, en fonction de la teneur en fer, sur une droite coupant l'ordonnée Fe = 0 en un point de valeur $\rho = 2,620$ à 16°, correspondant à de l'aluminium dépourvu de fer et de silicium. Or Edwards ([1]), déterminant directement la résistivité d'un aluminium à 99,97 pour 100, a trouvé 2,669 à 20°, soit 2,627 à 16°. ce qui constitue un très bon accord avec nos résultats.

D'autre part nous avons étudié l'influence de la trempe sur la résistance au cisaillement de quatre alliages appartenant à la série contenant 0,40 pour 100 de fer. Les résultats principaux sont rassemblés dans le tableau suivant. La trempe à l'eau a été précédée d'un chauffage de 30 minutes dans un bain de sel.

Influence de la température de trempe
(trempe à l'eau après 30 minutes de chauffage).

		Charge de rupture au cisaillement (kg/mm²).		
N°.	Si.	Recuit.	Trempé à 525°.	Trempé à 600°.
5	0,27	6,45	6,90	6,90
14	0,58	6,64	8,00	7,90
17	0,82	6,82	8,90	8,80
21	2,56	7,20	9,10	

On note donc que la charge de rupture au cisaillement, de même que la résistivité sont fortement modifiées par trempe. L'effet du traitement thermique augmente rapidement avec la teneur en silicium jusqu'à la limite de saturation de la solution solide.

M. C. **Matignon** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de MM. Albert Gosselin et Marcel Gosselin : *Constitution et Thermochimie des molécules. Les constituants moléculaires*, *les liaisons intramoléculaires*, *la valeur énergétique des liaisons*, dont il a écrit la *Préface*.

M. **Auguste Lumière** fait hommage à l'Académie de l'Ouvrage qu'il vient de publier sous le titre *Tuberculose*. *Contagion*, *Hérédité*.

([1]) J. D. Edwards, *The properties of pure aluminium* (*Transactions of the American Electrochemical Society*, 47, 1925, p. 292).

NOMINATIONS.

M. L. Mangin est désigné pour représenter l'Académie à la célébration du centième anniversaire de la naissance de *Pierre-Paul Dehérain*, le 22 juin, à l'École nationale d'Agriculture de Grignon.

M. G. Bertrand est désigné pour représenter l'Académie à la manifestation qu'organisera, le 1er juillet prochain, le Comité France-Amérique sur la tombe de *J.-B. Boussingault*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un membre de la Division des Applications de la science à l'industrie en remplacement de M. *A. Rateau* décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 60,

M. Paul Boucherot	obtient	18	suffrages
M. Jean Rey	»	15	»
M. Louis Breguet	»	14	»
M. Albert Caquot	»	13	»

Au second tour de scrutin, le nombre de votants étant 60,

M. Jean Rey	obtient	24	suffrages
M. Paul Boucherot	»	19	»
M. Louis Breguet	»	10	»
M. Albert Caquot	»	7	»

Au troisième tour de scrutin, le nombre de votants étant 60,

M. Jean Rey	obtient	39	suffrages
M. Paul Boucherot	»	19	»
M. Louis Breguet	»	1	»
M. Albert Caquot	»	1	»

M. **Jean Rey**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Buntaro Adachi. *Das Arteriensystem der Japaner*. (Adressé par l'Ambassade du Japon à Paris.)

2° D. Sensaud de Lavaud. *Hélice à variation automatique du pas*.

NOMOGRAPHIE. — *Représentation nomographique de fonctions analytiques. Application à la trigonométrie complexe*. Note de M. **L. Abélès**, présentée par M. d'Ocagne.

L'emploi des nombres complexes permet d'introduire d'importantes simplifications dans la résolution des problèmes où interviennent des grandeurs sinusoïdales. C'est ainsi que les équations différentielles auxquelles conduisent les méthodes classiques peuvent être ramenées à des équations algébriques élémentaires.

Mais dans la plupart des problèmes, les grandeurs complexes se présentent non seulement sous forme de relations algébriques, mais par des fonctions transcendantes (exponentielles, circulaires ou hyperboliques).

Il en est ainsi en particulier pour les problèmes de transmission (lignes naturelles et artificielles, filtres électriques, etc.).

Il est alors nécessaire de disposer de tables de ces fonctions transcendantes complexes ou d'abaques qui sont la traduction graphique de ces tables. Mais les tables et les abaques généralement utilisés (ceux de Kennelly notamment) nécessitent une double interpolation, numérique ou graphique.

Cette interpolation à deux dimensions est peu aisée et fait perdre en partie le bénéfice de la méthode employée.

Pour éviter les inconvénients des tables et abaques de Kennelly, nous

avons cherché à établir une représentation nomographique des fonctions analytiques considérées, en utilisant la méthode des points alignés de M. d'Ocagne.

Cette représentation nomographique permet un tracé beaucoup plus simple et un emploi plus aisé que la représentation utilisée par les abaques de Kennelly.

L'interpolation à deux dimensions est évitée et le nomogramme fournit par un seul alignement la valeur naturelle de la fonction sous la forme cartésienne $p + iq$ et sous la forme polaire $\rho \angle \alpha$ et en outre la valeur logarithmique de cette fonction $\beta + i\alpha$ [1].

La simplicité de construction résulte du tracé d'une seule courbe (conique) au lieu d'un double réseau de courbes orthogonales.

Grâce à cette simplicité de tracé, on pourra souvent éviter l'emploi d'un abaque préparé à l'avance et construire pour chaque cas particulier de calcul le graphique qui donne le maximum de précision. Cette précision peut être accrue autant qu'il est utile à l'intérieur d'un domaine déterminé de variation des variables par un choix convenable des caractéristiques du graphique.

Abaque pour le calcul des fonctions circulaires et hyperboliques des variables complexes. — Étant donné un nombre complexe $\theta = x + iy$, nous nous proposons de déterminer la valeur des fonctions $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\operatorname{sh}\theta$, $\operatorname{ch}\theta$.

Le même abaque sera utilisé pour déterminer les quatre fonctions (de même qu'en trigonométrie réelle, la même table donne les valeurs de sin et de cos).

Soit à calculer $\cos(x + iy) = p + iq = \rho \angle \alpha = e^{\beta + i\alpha}$. L'abaque permettra, étant donnée la valeur numérique de x et y, de trouver la valeur numérique de p, q, ρ, α et β.

Plus généralement, deux des éléments x, y, p, q, ρ, α et β étant donnés, on pourra déterminer les autres.

L'abaque que nous avons établi résout ce problème par *points alignés* [2].

Il comprend essentiellement :

---

(1) Suivant la notation de Kennelly, nous désignerons par $\rho \angle \alpha$ une quantité complexe de module ρ et d'argument α.

(2) Cf., entre autres ouvrages de l'auteur de cette méthode : M. d'Ocagne, *Traité de Nomographie*, 2e édition, 1921 (Gauthier-Villars); *Calcul graphique et Nomographie*, 3e édition, 1924 (Doin).

Un axe des p, un axe des q, deux axes des ρ et β, ces quatrs droites forment un faisceau harmonique;

Un axe des α, ou axe de base dont les intersections o et o′ avec les axes p et q sont l'origine des graduations des diverses échelles;

Une conique, passant par o et o′ et qui est le support des deux échelles x et y.

L'une de ces échelles est apériodique (élément réel des angles hyperboliques ou élément imaginaire des angles circulaires). Elle est graduée en *radians hyperboliques*.

L'autre échelle est périodique (élément réel des angles circulaires ou élément imaginaire des angles hyperboliques), elle porte deux graduations complémentaires, en fractions décimales de quadrant.

La graduation des échelles rectilignes et curvilignes des divers types d'abaque qu'on peut être amené à construire s'obtient projectivement à partir des mêmes échelles fonctionnelles simples : x^2 (pour p, q et ρ); $\sin^2 x$ (pour les échelles périodiques); $\text{sh}^2 x$ (pour les échelles apériodiques); e^x (pour l'échelle β).

En d'autres termes les échelles de l'abaque se déduisent des échelles simples ci-dessus par transformation homographique.

Les modules de deux des échelles sont arbitraires : on se fixe généralement les modules des échelles p et q dont le rapport μ caractérise le type de l'abaque.

Nous dirons ainsi que l'abaque est du type Bμ ou B — μ selon que les échelles P et Q (dont le rapport des modules est μ) sont portées respectivement à partir de o et o′ d'un même côté, ou de part et d'autre de oo′.

Nous emploierons la notation Aμ pour désigner une classe importante d'abaques : celles où les axes p, q, ρ sont parallèles (le sommet du faisceau harmonique p, q, ρ étant rejeté à l'infini). La conique de support des échelles x et y est alors généralement une hyperbole.

Pour les abaques du type A — 1, cette conique devient une parabole.

On pourra toujours faire en sorte que le support des x et y soit une conique quelconque donnée *a priori* (un cercle par exemple).

Indépendamment de son emploi en trigonométrie complexe, l'abaque proposé peut recevoir diverses applications (calculs d'impédance, résolution d'équations algébriques, trigonométriques et différentielles, résolution de triangles plans ou sphériques, navigation, etc.).

TOPOLOGIE. — *Sur les décompositions continues de surfaces en des courbes cantoriennes.* Note [1] de Mme **Julie Rózańska**, transmise par M. J. Hadamard.

Le but de la présente Note est l'étude des propriétés (dimension et ordre de connexion) de l'espace $R^\star$ *induit* [2] par une décomposition continue d'une surface R de genre fini p, en courbes cantoriennes X et points X^0 :

$$R = \sum_{R^\star} X. \tag{1}$$

Désignons par X^1, X^2, ..., X^m les éléments de la décomposition (1) simplement connexes, doublement connexes et de connexion $\geqq 3$ respectivement [3].

Nous appellerons les points X^0 et les courbes X^1 simplement connexes *centres* de la décomposition (1).

Soient $\mathcal{F}$ l'image de l'ensemble des centres $\Sigma X^1 + \Sigma X^0$, Φ l'image de ΣX^m en $R^\star$.

Théorème A. — *La condition nécessaire et suffisante pour que l'espace* $R^\star$ *induit par la décomposition* (1) *soit une courbe* ($\dim R^\star = 1$) *est que l'ensemble* F *des images des centres soit de dimension nulle.*

Lemme I. — *Toute famille de continus* Q *disjoints, situés sur un continu donné* K, *est au plus dénombrable, si pour chaque* Q *de cette famille,* K — Q *contient plus de deux composants.*

Corollaire. — La surface R de genre fini p ne contient aucune famille non dénombrable de courbes sans points communs dont l'ordre de connexion soit $\geqq 3$.

---

(1) Séance du 21 avril 1930.

(2) Une décomposition d'un espace métrique compact R en des ensembles fermés disjoints X, $R = \sum_{R^\star} X$, est dite *continue*, si pour toute suite convergente des ensembles X_i, $i = 1, 2, \ldots$, la limite de cette suite est contenue dans un des ensembles X, éléments de la décomposition. Les ensembles X peuvent être considérés comme les éléments (les points) d'un autre espace $R^\star$, qui s'appelle *espace induit* par la décomposition (1). — Cf. P. Alexandroff, *Ueber stetige Abbildungen kompaker Räume* (*Math. Annalen*, 96, 1926, p. 555).

(3) Voir pour la notion de l'ordre de connexion d'une courbe, P. Alexandroff, *Kombinatorische Eigenschaften allgemeiner Kurven* (*Math. Annalen*, 96, 1926, p. 512).

Il en résulte que le système d'ensembles X^m est au plus dénombrable.

Soient Γ un domaine plan, $\{x^2\}$ une famille de courbes doublement connexes. x^2 est une courbe *extrémale* de la famille si toutes les courbes de cette famille sont contenues dans un des domaines composants de $\Gamma - x^2$.

LEMME 2. — *Une famille de courbes doublement connexes* $\{x^2\} \subset \Gamma$ *ne peut contenir qu'un ensemble au plus dénombrable de courbes extrémales.*

La condition du théorème A *est suffisante.* R étant un continu, on a toujours $\dim R^\star \geqq 1$. Soit $\dim R^\star \geqq 2$.

On recouvre $R^\star$, qui est localement connexe, par un nombre fini de domaines connexes fermés $\overline{U}^\star$ (voisinages des points $x^\star$ correspondant aux courbes X^2) assez petits pour que leurs ensembles originaux $\overline{U}$ en R soient homéomorphes aux domaines plans. $\overline{U}^\star$ contient une multiplicité cantorienne [1] $K^\star$, $\dim K^\star \geqq 2$. Le continu original correspondant $K \subset \overline{U}$ contient un ensemble non dénombrable de courbes doublement connexes. En effet, l'ensemble F étant de dimension nulle, tandis que Φ est au plus dénombrable, on a : $\dim(K^\star - F - \Phi) > 0$ [2], c'est-à-dire $K^\star - F - \Phi$ ne peut pas être dénombrable. Soit $\{x^2\}$ cette famille de courbes, $\{x^2\} \subset K \subset \overline{U}$. Il existe alors, d'après le lemme 2, une courbe non extrémale x^2 de la famille. x^2 décompose K en deux parties non *vides*. Le point $x^\star$ correspondant décompose $K^\star$ en deux parties disjointes, ce qui est impossible pour une multiplicité cantorienne de dimension > 1.

C. Q. F. D.

LEMME 3. — *La surface* R *de genre p contient* $\leqq p$ *courbes* K_i *sans points communs de connexion* > 1 *telles que* $R - \sum_{i=1}^{p} K_i$ *est connexe.*

LEMME 4. — *Une courbe continue* $R^\star$ *de connexion* $\geqq p + 2$ *contient* $\geqq p + 1$ *points* $x_i^\star$ *autres que les points d'arrêts et tels que* $R^\star - \sum_{i=1}^{p+1} x_i^\star$ *est connexe.*

LEMME 5. — *Si l'espace* $R^\star$ *induit par une décomposition continue* $R = \sum_{R^\star} X$ [3] *d'une surface* R *de genre fini p est une courbe* ($\dim R^\star = 1$), *les images des centres de la décomposition sont les points d'arrêt de* $R^\star$.

---

[1] L. TUMARKIN, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 420. — K. MENGER, *Dimensionstheorie* (Teubner, 1928, p. 219-220).

[2] Cf. URYSOHN, *Multiplicités cantoriennes*, I (*Fund. Math.*, 8, 1927, p. 316).

[3] On ne suppose pas ici que F soit de dimension nulle.

Les trois lemmes 3, 4, 5 nous donnent le théorème suivant :

THÉORÈME B ([1]). — *Si l'espace* R^* *induit par la décomposition* (1) *est une courbe* ($\dim R^* = 1$), R^* *est une courbe continue dont l'ordre de connexion est non supérieur à* $p+1$.

On tire en outre du lemme 5 que la condition du théorème A est nécessaire.

Je tiens à remarquer enfin que les méthodes ci-dessus sont applicables aux décompositions continues de l'espace sphérique à n dimensions de même qu'à celles des domaines situés dans l'espace euclidien.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Fonctions dont l'accroissement infinitésimal a une expression donnée.* Note ([2]) de M. **André Roussel.**

Je me propose de résoudre le problème suivant, susceptible de diverses applications et qui n'a pas été traité, à ma connaissance du moins : étant donnée une fonction continue $\varphi(x, h)$ nulle avec h, sous quelles conditions existe-t-il une fonction $F(x)$ telle que

$$F(x+h) - F(x) = \varphi(x, h) + \varepsilon h, \tag{1}$$

ε étant infiniment petit avec l'accroissement h qu'il y a lieu de supposer en général de signe déterminé. Si F existe, nous dirons qu'elle admet $\varphi(x, h)$ pour accroissement infinitésimal. On peut donner des expressions simples de l'accroissement infinitésimal de la fonction continue la plus générale $f(x)$ et l'on a, par exemple :

$$\left\{\begin{aligned} f(x+h) - f(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} [a_n(x)\Delta\cos nx + b_n(x)\Delta\sin nx] + \varepsilon g(h), \\ f(x+h) - f(x) &= \sum_{1}^{\infty} \{\alpha_n[h - \beta_n + |h - \beta_n|]\} + \varepsilon g(h), \end{aligned}\right. \tag{2}$$

h ayant un signe déterminé, $g(h)$ désignant une fonction décroissante

---

([1]) Un cas particulier de ce théorème (pour la surface d'une sphère) est démontré par M. L. Vietoris, *Ueber stetige Abbildungen einer Kugelfläche* (*Proc. Amsterd.*, 29, 1926, p. 443-453). Un théorème plus général démontré par M. Vietoris, *Ueber den höheren Zusammenhang kompakter Raüme und eine Klasse von zusammenhangstreuen Abbildungen* (*Math. Ann.*, 97, 1927, p. 454-472) donne, dans le cas considéré, la borne supérieure $2p$ pour le nombre de connexion de la courbe R^*.

([2]) Séance du 11 juin 1930.

donnée arbitrairement, nulle avec h, les α étant fonctions de x, les β des constantes. Le problème que nous vous proposons est donc de remonter d'une forme donnée d'accroissement à la fonction qui l'admet.

Ainsi une application du théorème que nous allons établir montre que si l'on prend pour φ le premier terme du second membre de (2), F existera, si $|na'_n|$, $|nb'_n|$ restent inférieures au terme général d'une série convergente. Une autre application consiste à énoncer les conditions, il existe une F dont le rapport incrémental tend vers une $f(x, h)$ donnée discontinue pour h nul. On a la proposition : pour qu'il existe une $F(x)$ admettant $\varphi(x, h)$ comme accroissement infinitésimal, il faut et il suffit que l'on ait, pour (x, X) arbitraires :

$$(3) \qquad \left| \varphi(x, X-x) - \sum_{i=0}^{i=p} \varphi(x_i, x_{i+1}-x_i) \right| < \varepsilon\,|X-x|,$$

où (x_i, x_{i+1}) est le terme général d'une subdivision quelconque de (x, X) en intervalles partiels, ε tendant vers zéro avec $|X-x|$. En ajoutant membre à membre les relations (1) relatives aux (x_i, x_{i+1}) on voit que la condition est nécessaire. Pour établir la réciproque, supposons les fonctions définies dans (0, 1) et soit (δ) une subdivision de (0, 1) en intervalles (α_i, α_{i+1}) : Soit $f(x)$ la fonction ainsi définie :

$$f(0)=y_0; \qquad f(\alpha_1)=f(0)+\varphi(0, \alpha_1-0); \qquad \ldots;$$
$$f(\alpha_{i+1})=f(\alpha_i)+\varphi(\alpha_i, \alpha_{i+1}-\alpha_i); \qquad \ldots;$$
$$f(x)=f(\alpha_i)+\varphi(\alpha_i, x-\alpha_i) \qquad (\alpha_i \leqq x \leqq \alpha_{i+1}).$$

Augmentons indéfiniment le nombre des intervalles de (δ), chacun tendant vers zéro. On a un ensemble de fonctions f correspondantes qui sont également continues d'après (3) et se réduisent en O à y_0. Elles ont une fonction limite $F(x)$, bien définie à la constante additive y_0 près, qui admet $\varphi(x, h)$ pour accroissement infinitésimal. Plus généralement, on peut imposer à φ de représenter l'accroissement de F avec une erreur d'ordre infinitésimal k supérieur à 1, ce qui revient à remplacer dans le second membre de (1) le coefficient h de ε par h^k. La condition nécessaire et suffisante pour que F existe, φ étant donné, s'obtient en remplaçant dans le second membre de (3) $|X-x|$ par $|X-x|^k$. Enfin, dans des cas étendus, des considérations analogues permettent de résoudre le problème quand $\varphi(x, h)$ doit représenter l'accroissement de F avec une erreur de la forme $\varepsilon g(h)$, où g désigne une fonction arbitraire décroissante, nulle avec h.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Équation différentielle linéaire du troisième ordre et courbe intégrale passant par trois points donnés.* Note [1] de M. **Marcel Winants.**

Dans le numéro de mars 1930 du *Bulletin des Sciences mathématiques* (p. 68-79), nous avons montré comment il est possible en généralisant l'équation de Fredholm de trouver pour une équation linéaire trinome d'ordre quelconque une courbe intégrale passant par un certain nombre de points donnés sur l'axe des X. Nous ferons connaître d'autres généralisations, mais il en est une que nous voulons signaler dès aujourd'hui.

Pour une équation linéaire quelconque du troisième ordre nous voulons faire passer une courbe intégrale par trois points arbitrairement donnés. Ce problème ne comporte aucune autre difficulté que la résolution d'une équation intégrale de première espèce à limites fixes; et nous pourrons nous contenter de renvoyer au Mémoire qu'en 1910 M. Émile Picard a publié dans les *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo* (29, p. 79-97).

Soit donc donnée une équation quelconque du troisième ordre. Une transformation connue permet d'en faire disparaître la dérivée seconde. Par les trois points donnés on peut faire passer une parabole ordinaire

$$y = lx^2 + mx + n \equiv \mathrm{Y}.$$

Pour l'équation binome $y''' = f(x)$ l'intégrale passant par les trois points donnés sera donc

$$y = \mathrm{Y} + \frac{1}{2}\int_a^x (x-s)^2 f(s)\,ds$$
$$+ \frac{1}{2}\int_a^b \frac{(x-a)(x-c)(b-s)^2}{(b-a)(c-b)} f(s)\,ds - \frac{1}{2}\int_a^c \frac{(x-a)(x-b)(c-s)^2}{(c-a)(c-b)} f(s)\,ds$$

(*Bulletin de la Classe des Sciences de l'Académie royale de Belgique*, 1929, p. 565); ce que nous écrirons

$$y = \mathrm{Y} + \frac{1}{2}\int_a^x (x-s)^2 f(s)\,ds + \int_a^b \mathrm{M}(x, s) f(s)\,ds + \int_a^c \mathrm{N}(x, s) f(s)\,ds,$$

où M et N sont analytiques en x comme en s.

Dans ces conditions, soit proposée l'équation linéaire

$$y''' = \lambda\{\mathrm{Q}(x).y' + \mathrm{R}(x).y\} + f(x),$$

---

[1] Séance du 11 juin 1930.

où le coefficient Q est une fonction dérivable. L'intégrale cherchée devra satisfaire à l'équation intégro-différentielle que voici :

$$\begin{aligned} y = Y &+ \frac{1}{2}\int_a^x (x-s)^2 f(s)\,ds + \int_a^b M(x,s)f(s)\,ds + \int_a^c N(x,s)f(s)\,ds \\ &+ \frac{1}{2}\lambda\int_a^x (x-s)^2 \{Q(s)y'(s) + R(s)y(s)\}\,ds \\ &+ \lambda\int_a^b M(x,s)\{Q(s)y'(s)+R(s)y(s)\}\,ds + \lambda\int_a^c N(x,s)\{Q(s)y'(s)+R(s)y(s)\}\,ds. \end{aligned}$$

Si nous intégrons par parties les termes renfermant $y'(s)$, nous obtiendrons une équation intégrale de la forme

$$y(x) = \alpha(x) + \lambda\left\{\beta(x) + \varphi(x).y(x) + \int_a^b E(x,s)y(s)\,ds + \int_a^c F(x,s)y(s)\,ds\right\}.$$

Appliquons ici notre principe d'unification (*Bulletin des Sciences mathématiques, loc. cit.*, p. 69), et nous obtenons l'équation

$$(1) \qquad y(x) = \alpha(x) + \lambda\left\{\beta(x) + \varphi(x)y(x) + \int_a^b K(x,s)y(s)ds\right\}.$$

Cette équation serait une équation ordinaire de Fredholm (ou notre généralisation) si les deux fonctions β et φ étaient identiquement nulles. Posons

$$(2) \qquad f(x) \equiv \alpha(x) + \lambda\{\beta(x) + \varphi(x)y(x)\},$$

et l'équation (1) devient

$$(3) \qquad y(x) = f(x) + \lambda\int_a^b K(x,s)y(s)\,ds.$$

Soit $\Gamma(x, y; \lambda)$ la résolvante pour l'équation de Fredholm dont le noyau serait $K(x, y)$. De (3) on tire

$$(4) \qquad y(x) = f(x) + \lambda\int_a^b \Gamma(x,s;\lambda)f(s)\,ds.$$

De (3) et (4) il résulte qu'on a

$$\int_a^b K(x,s)y(s)\,ds = \int_a^b \Gamma(x,s;\lambda)f(s)\,ds,$$

c'est-à-dire, en vertu de (2),

$$\int_a^b \{K(x,s) - \lambda\varphi(s)\Gamma(x,s;\lambda)\}y(s)\,ds = \int_a^b \Gamma(x,s;\lambda)\{\alpha(s) + \lambda\beta(s)\}\,ds;$$

et, si l'on considère λ comme une constante, nous obtenons donc une équation intégrale linéaire de première espèce à limites fixes :

$$\int_a^b \mu(x, s) y(s)\, ds = \nu(x).$$

Quand cette équation est possible, de toute solution l'on peut en déduire une autre en ajoutant à la première une fonction sommable quelconque, s'annulant presque partout. Mais ici, la fonction inconnue $y(x)$ est dérivable, puisqu'elle vérifie une équation différentielle du troisième ordre.

D'autre part, la même équation intégrale n'est possible que sous de certaines conditions (Em. Picard, *loc. cit.*). Il serait intéressant de voir ce que sont ces conditions dans le cas du problème actuel.

Enfin, la même méthode est évidemment applicable — *mutatis mutandis* — à l'équation quadrinome

$$y^{(r)} = \lambda \left\{ Q(x) . y' + R(x) y \right\} + f(x),$$

pourvu que $Q(x)$ ait au moins une dérivée première; pour cette équation l'on peut ramener à des problèmes connus la recherche d'une courbe intégrale passant par r points quelconques du plan.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les changements de signe d'une fonction continue dans un intervalle.* Note [1] de M. **M. Fekete**, présentée par M. Hadamard.

1. J'ai démontré [2] que, $f(x)$ étant une fonction réelle continue dans $(0, 1)$ et y présentant $V = V[f(x)]$ changements de signe $(0 \leqq V \leqq \infty)$, on aura dans la $k^{\text{ième}}$ $(k = 0, 1, 2, \ldots)$ ligne horizontale du tableau

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{lllll} \mu_0^{(0)}, & \mu_1^{(0)}, & \ldots, & \mu_n^{(0)}, & \ldots, \\ \ldots, & \ldots, & \ldots, & \ldots, & \ldots, \\ \mu_0^{(k)}, & \mu_1^{(k)}, & \ldots, & \mu_n^{(k)}, & \ldots, \\ \ldots, & \ldots, & \ldots, & \ldots, & \ldots, \end{array} \right. \qquad \mu_n^{(k)} = \int_0^1 f(t)(1-t)^k t^n\, dt = \mu_n^{(k)} \{ f(x) \},$$

au plus V variations, leur nombre $v^{(k)}$ satisfaisant en outre à l'égalité

$$(2) \qquad \lim_{k \to \infty} v^{(k)} = V.$$

---

(1) Séance du 17 février 1930.

(2) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 413.

Il est évident que dans la limitation et l'évaluation de V les lignes verticales du tableau (1) pourront jouer le rôle des lignes horizontales, moyennant le changement de la variable x en $1-x$ Alors, en désignant par $v_n (n=0, 1, \ldots)$ le nombre des variations dans la $n^{\text{ième}}$ ligne verticale de (1), on a $v_n \leqq V$,

(3) $$\lim_{n \to \infty} v_n = V.$$

2. La détermination des nombres $v^{(k)}_0$ (v_n) exigeant elle-même un passage à la limite [$v^{(k)}$ étant la limite (pour $n \to \infty$) des nombres $v_n^{(k)}$ des variations présentées par la suite $\mu_0^{(k)}, \mu_1^{(k)}, \ldots, \mu_n^{(k)}$ (et v_n une grandeur analogue)], l'évaluation de V d'après la formule (2) ou (3) exigera un double passage à la limite. C'est ce qu'on évite par la proposition suivante :

Sous les hypothèses du n° 1, *soit* w_k *le nombre des variations dans*

(4) $$\mu_0^{(k)}, \quad \mu_1^{(k-1)}, \quad \ldots, \quad \mu_{k-1}^{(1)}, \quad \mu_k^{(0)},$$

c'est-à-dire dans la $k^{\text{ième}}$ *diagonale du tableau* (1). *On a alors*

(5) $$w_1 \leqq w_2 \leqq \ldots \leqq w_k \leqq \ldots \leqq V,$$

(6) $$\lim_{k \to \infty} w_k = V.$$

3. D'abord, pour toute valeur de ν comprise entre 0 et k, on a évidemment

$$\mu_\nu^{(k-\nu)} = \int_0^1 f(t)(1-t)^{k-\nu} t^\nu \, dt = \int_0^\infty f\left(\frac{t}{1+t}\right) \frac{t^\nu}{(1+t)^{k+2}} \, dt,$$

l'existence de l'intégrale impropre résultant de nos suppositions. On sait, d'ailleurs, d'après un théorème de M. Fejér (¹), que, r étant un nombre naturel et $g(t)$ une fonction réelle continue pour $0 \leqq x < \infty$ telle que les moments relatifs à l'intervalle $(0, \infty)$,

$$M_0 = \int_0^\infty g(t) \, dt, \qquad M_1 = \int_0^\infty g(t) t \, dt, \qquad \ldots, \qquad M_r = \int_0^\infty g(t) t^r \, dt,$$

existent, le nombre de leurs variations est au plus égal au nombre des changements de signe de $g(x)$. Si les relations

$$g(x) = \frac{1}{(1+x)^{k+2}} f\left(\frac{x}{1+x}\right),$$

$r = k$, pour $0 \leqq \nu \leqq k$, donc les égalités $M_\nu = \mu_\nu^{(k-\nu)}$ ont lieu, on voit que $w_k \leqq V$.

(¹) *Comptes rendus*, 158, 1914, p. 1328-1331.

D'autre part $w_k \leqq w_{k+1}$ résulte de l'identité

$$\mu_\nu^{(k-\nu)} = \mu_\nu^{(k+1-\nu)} + \mu_{\nu+1}^{(k+1-\nu-1)} \qquad (0 \leqq \nu \leqq k).$$

Du reste la limite de w_k, dont l'existence résulte (en vertu de $w_k \leqq V$) de la dernière inégalité et dont la valeur ne peut pas excéder le nombre V, doit atteindre ce nombre. En effet, en supposant $V \geqq \omega \geqq 1$, une démonstration analogue à celle de l'inégalité $v_k \geqq \omega$ dans ma Note citée [se basant de même sur l'inégalité (4) de ladite Note] montrera que, pour $k > K(\omega)$, la relation $w_k \geqq \omega$ a lieu, puisque dans le cas où $V = 0$, on aura, en vertu de $w_k \geqq 0$, $w_k \leqq V$, pour toute valeur entière positive de k, $w_k = V$.

4. Pour $V < \infty$ —, donc, pour toute fonction $f(x)$ régulière dans l'intervalle fermé $0 \leqq x \leqq 1$ — (6) donne $w_k = V$, pour tout k suffisamment grand. Or, pour une fonction régulière $f(x)$ on peut tirer des variations entre les termes des diagonales (4) du tableau (1), outre la détermination du nombre V des changements de signe de $f(x)$, les valeurs de x correspondant à ces changements de signe.

En effet, en supposant k suffisamment grand pour que l'égalité $w_k = V$ soit remplie, désignons, pour $1 \leqq i \leqq V$, par $\nu_i = \nu_i(k)$ *la plus grande valeur de* ν *telle que les termes de la suite* $\mu_0^{(k)}, \mu_1^{(k-1)}, \ldots, \mu_\nu^{(k-\nu)}$ *ne présentent pas plus que* $i-1$ *variations. On a alors* (par analogie avec ma Note précédente)

$$\lim_{k \to \infty} \frac{\nu_i}{k} = x_i,$$

en représentant par x_i *le* $i^{ième}$ *terme dans la suite (croissante) des zéros (compris entre* 0 *et* 1) *d'ordre de multiplicité impair de* $f(x)$.

5. De même, en combinant la méthode y appliquée avec un lemme de M. Fejér (¹), on établira la généralisation suivante de l'assertion précédente : *Soit* $f(x)$ *une fonction réelle continue pour* $0 \leqq x \leqq 1$ *et y présentant* $V(1 \leqq V < \infty)$ *changements de signe. Désignons, pour* $1 \leqq i \leqq V$, *par* x_i *la plus grande valeur de* x *telle que, dans* $0 \leqq x \leqq x_i$, *la fonction* $f(x)$ *ne présente pas plus de* $i-1$ *changements de signe, puis par* $\xi_i (0 < \xi_i \leqq x_i)$ *la plus petite valeur de* x *telle que, dans* $\xi_i \leqq x \leqq x_i$, *la fonction* $f(x)$ *s'évanouisse partout. On a alors, en adoptant les définitions ci-dessus concernant les indices* $\nu_i = \nu_i(k)$, *les relations*

$$\xi_i \leqq \liminf_{k \to \infty} \frac{\nu_i(k)}{k} = \alpha_i, \qquad x_i \geqq \limsup_{k \to \infty} \frac{\nu_i(k)}{k} = \beta_i$$

(¹) *Comptes rendus*, 142, 1906, p. 501-503.

et l'on obtiendra toute valeur γ_i, comprise entre α_i et β_i, comme limite d'une suite partielle (convenablement choisie) de la suite $\left\{\frac{\nu_i(k)}{k}\right\}$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une méthode de sommation d'intégrales divergentes.* Note de M. **Vignaux**, présentée par M. Hadamard.

1. Plusieurs méthodes de sommation ont été proposées pour les intégrales, analogues à celles des séries divergentes. Ainsi M. S. Chapman étend aux intégrales la méthode de M. Cesaro d'ordre non entier et démontre des théorèmes analogues à ceux des séries sommables avec ledit procédé [1], et la définition de somme d'une série donnée par M. Riesz, est également généralisée aux intégrales par M. H. Hardy [2].

Dans cette Note, je me propose d'introduire pour les intégrales une méthode de sommation analogue à la méthode de Le Roy relative aux séries.

2. Soit l'intégrale divergente

$$\int_0^\infty f(x)\,dx, \tag{1}$$

et supposons que l'intégrale

$$\Phi(t)=\int_0^\infty \left[\frac{\Gamma(xt+1)}{\Gamma(x+1)}\right]^\delta f(x)\,dx,$$

où δ est un nombre réel positif, soit convergente pour toute valeur du paramètre $t(0<t\leqq 1)$. Si la limite existe et est *finie*,

$$\lim_{t\to 1}\Phi(t)=\lim_{t\to 1}\int_0^\infty \left[\frac{\Gamma(xt+1)}{\Gamma(x+1)}\right]^\delta f(x)\,dx=s;$$

pour $t\to 1$, nous dirons que l'intégrale (1) est *sommable avec la méthode de* Le Roy *d'ordre* δ ou *sommable* (L, δ) avec la *valeur s*.

Cette méthode de sommation d'intégrales répond à la condition de permanence. *Si l'intégrale* (1) *est convergente avec la valeur s, elle est aussi sommable* (L, δ) *de n'importe quel ordre, avec la même valeur s.*

---

(1) *On Non-Integral Orders of Summability of Series and Integrals* (*Proc. Lond. Math. Soc.*, 2e série, **9**, 1910, p. 1).

(2) *Theorems connected with Maclaurin's Test for the Convergence of Series* (*Proc. Lond. Math. Soc.*, 2e série, **9**, 1910, p. 126-144).

La démonstration de cette proposition est immédiate.

On démontre aussi les théorèmes suivants :

I. *Si l'intégrale* (1) *est sommable* (L, δ) *elle est aussi sommable* (L, δ') *quand* $\delta' > \delta$, *avec la même valeur.*

La puissance de la méthode croît donc avec la croissance du nombre δ.

II. *Si les intégrales*

$$\int_0^\infty u(x)\,dx \quad \text{et} \quad \int_0^\infty v(x)\,dx$$

sont sommables (L, r) *et* (L, s) *avec les valeurs u et v respectivement, l'intégrale produit* (Cauchy)

$$\int_0^\infty dx \int_0^x u(x-t)\,v(t)\,dt$$

est sommable (L, $r+s+1$) *avec la valeur* $w = uv$.

Ce théorème est analogue à celui de Cesaro sur le produit des séries sommables (c, δ).

III. *Si l'intégrale*

$$\int_0^\infty u(x)\,dx$$

est sommable (L, δ) *avec la valeur u et si l'intégrale*

$$\int_0^\infty v(x)\,dx$$

est absolument convergente avec la valeur v, *l'intégrale*

$$\int_0^\infty dx \int_0^x u(x-t)\,v(t)\,dt$$

est sommable (L, δ) *avec la valeur* $w = uv$.

Ce théorème est analogue à celui de Hardy-Littlewood ([1]) sur le produit d'une série sommable (c, δ) par une série absolument convergente.

Dans le cas de la convergence ordinaire (L, 0), le théorème III se réduit au théorème de Hardy sur le produit d'une intégrale convergente par une autre absolument convergente ([2]).

([1]) *Proceedings of the Lond. Mat. Society*, 2e série, **11**, 1913.

([2]) *The Quarterly Journal of Pure and Applied Math.*, **35**, 1903, p. 22-66.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions à écart fini.* Note (¹) de M. **H. E. Bray**, présentée par M. Émile Borel.

Soit $f(x)$ une fonction d'une variable réelle, sommable et périodique, de période 2π. On dit, d'après M. Hadamard (²), que $f(x)$ est *à écart fini* si les quantités

$$\left| n\int_a^b f(x)\sin nx\,dx \right|, \quad \left| n\int_a^b f(x)\cos nx\,dx \right|$$

sont bornées, quels que soient les nombres réels n, a, b, où l'on suppose

$$0 < b - a \leqq 2\pi.$$

Il est intéressant d'observer que la condition ci-dessus est tout à fait équivalente à une autre dans laquelle les fonctions sin, cos ne paraissent plus. En effet on a le théorème suivant (³).

Théorème. — *La condition nécessaire et suffisante pour que $f(x)$ soit à écart fini, est que*

$$\text{(A)} \qquad \sum_{i=0}^{m-1} (-1)^i \left\{ F(x+ih) - F(x+\overline{i+1}\,h) \right\} = O(h),$$

pour toutes les valeurs de x, en supposant l'entier m tel que $0 < mh \leqq 2\pi$, $F(x)$ désignant une intégrale indéfinie de $f(x)$.

Il est facile de remplacer cette condition par une autre mettant mieux en évidence la signification de la propriété en question. Désignons par $T(a, b, h)$ la somme trapézoïde de $F(x)$ correspondant à une division de l'intervalle $[a, b]$ en parties égales et de longueur h. Alors la condition (A) est équivalente aux suivantes :

(B) *La fonction $f(x)$ est bornée presque partout;*

(C) $T(a, b, h) - \int_a^b F(x)\,dx = O(h^2)$.

A l'aide de ces conditions (B), (C), on peut démontrer le théorème suivant, dont l'hypothèse est moins restrictive que celle du théorème analogue de la Thèse de M. Hadamard :

(¹) Séance du 11 juin 1930.

(²) Hadamard, *Thèse, Journal de Liouville*, 4ᵉ série, 8, 1892, p. 154.

(³) H. E. Bray, *American Journal of Mathematics*, 51, 1, January 1929, p. 149.

Théorème. — *Si les coefficients de Fourier d'une fonction $f(x)$, bornée et mesurable, sont de l'ordre $\frac{1}{n \log n}$, alors $f(x)$ est une fonction à écart fini.*

THÉORIE DES FONCTIONS. — *L'existence de la fonction de Green pour un domaine plan donné.* Note de M. **P.-J. Myrberg**, présentée par M. Émile Borel.

1. Soit D un domaine situé dans le plan complexe t dont la frontière est constituée par un ensemble M comprenant au moins trois points. D'après la théorie de l'uniformisation, on peut trouver une fonction polymorphe $z(t)$, ayant en chaque point de D le caractère d'une fonction rationnelle et prenant dans ce domaine une fois et une seule chaque valeur donnée z telle que $|z| < 1$. La fonction $t(z)$ est alors une fonction automorphe, appartenant à un certain groupe Γ de substitutions linéaires qui admet $|z| = 1$ pour cercle fondamental.

Formons maintenant le produit

$$\pi |s_\nu(z)| \tag{1}$$

des modules des différentes substitutions du groupe Γ. Ce produit converge en même temps que la série

$$\Sigma[1 - |s_\nu(z)|], \tag{2}$$

et, par conséquent, en même temps que les séries de Poincaré de dimension (-2) appartenant au groupe Γ. D'après Poincaré, la convergence du produit (1) constitue la condition nécessaire et suffisante pour que le domaine D admette une fonction de Green, laquelle, lorsque la convergence a lieu, est représentée par l'expression $-\log \pi |S_\nu(z)|$.

Nous allons étudier comment dépend la convergence de la série (2) de la frontière M du domaine D. A cet effet nous établirons d'abord le théorème suivant :

Théorème I. — *La condition nécessaire et suffisante pour que la série* (2) *converge est que la fonction caractéristique* $T(r)$ *relative à la fonction automorphe* $t(z)$ *soit bornée :*

$$T(r) = o(1),$$

t étant l'affixe d'un point quelconque de D, les racines de l'équation $t(z) =$ s'obtiennent toutes de la formule $z_\nu = S_\nu(z)$, si z est l'une d'entre elles. Or,

il résulte du théorème de M. Blaschke, généralisé par M. R. Nevanlinna, que la condition (3) entraîne la convergence de la série $\Sigma(1-|z_\nu|)$, et par suite aussi celle de la série (2). La réciproque résulte d'un théorème signalé récemment par M. Ahlfors [1].

Considérons maintenant la frontière M du domaine D et rappelons d'abord quelques définitions connues. Figurons-nous les points de l'ensemble $\mathfrak{M}$ enfermés dans un nombre fini de cercles, dont nous désignerons les rayons par ρ_i. La limite inférieure de la somme $\sum \rho_i^\alpha$ est appelée « la mesure de dimension α », la limite inférieure de la somme $\sum \frac{1}{|\log \rho_i|}$ « la mesure logarithmique » de l'ensemble M.

Ces définitions admises, on aura le

THÉORÈME II. — *S'il existe une valeur positive α telle que la mesure de dimension α de la frontière* M *soit différente de zéro, la série* (2) *est convergente de sorte que le domaine* D *admettra une fonction de Green. Si, au contraire, la mesure logarithmique de* M *s'annule, la série* (2) *diverge et il n'existe pas de fonction de Green.*

Dans le premier cas, la fonction $\Gamma(r)$, d'après M. Ahlfors, satisfait à la condition (3), d'où résulte la convergence de la série (2). Quant à la seconde partie du théorème, on peut la rattacher au théorème suivant, qui est dû à M. Lindeberg [2].

THÉORÈME III. — *Si la fonction harmonique u est bornée ($|u| \geqq k$) dans un domaine* D_0 *et qu'elle y soit régulière, sauf peut-être en un certain ensemble de points* M_0 *de mesure logarithmique nulle, elle sera régulière aussi sur* M_0.

On peut démontrer ce théorème comme il suit, en profitant d'une idée de M. Lebesgue. Il est permis de supposer le contour C du domaine D_0 tel qu'il puisse être compris dans un cercle de diamètre 1. Entourons les points de M_0 de cercles $c_i(|t-a_i|=\rho_i)$ tels que $\sum \frac{1}{|\log \rho_i|} < \varepsilon$ et désignons par D_ε la partie de D_0 extérieure à tous ces cercles. La frontière de D_ε se compose du contour C de D_0 et des cercles c_i ou de lignes composées par certains arcs de ce cercle, dont nous désignerons l'ensemble par C_ε. On constate

(1) L. AHLFORS, *Sur quelques propriétés des fonctions méromorphes* (*Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 720).

(2) J.-W. LINDEBERG, *Sur l'existence de fonctions d'une variable complexe et de fonctions harmoniques bornées* (*Annales Academiæ scientiarum fennicae* **11**, n° 6, 1918).

facilement que l'expression

$$w_\varepsilon = 2k\sum \frac{\log|t-a_i|}{\log \rho_i}$$

définit dans D_ε une fonction harmonique régulière qui est >0 sur C et $>2k$ sur C_ε. Formons encore la fonction harmonique v qui est régulière dans tout le domaine D_0 et égale à u sur son contour C. La fonction $u-v$, harmonique dans D_ε, sera $\leqq 2k$ sur C_ε et $=0$ sur C. On en conclut que $|u-v|< w_\varepsilon$ dans tout le domaine D_ε. Or tout point donné du domaine D_0 qui ne fait pas partie de l'ensemble M_0 appartiendra à D_ε dès que ε sera suffisamment petit, et la valeur de w_ε en ce point tendra vers zéro en même temps que ε. Donc on aura $u=v$ en dehors de l'ensemble M_0, d'où l'on conclut que la fonction u est régulière aussi sur cet ensemble. C. Q. F. D.

Retournant maintenant à la seconde partie du théorème II, où l'on suppose l'ensemble M de mesure logarithmique nulle. Si, dans ce cas, le domaine D admettait une fonction de Green, celle-ci, d'après le théorème III, serait régulière dans tout le plan, excepté le seul pôle de la fonction. Or il n'existe pas de telle fonction, et le théorème II est donc complètement démontré.

En terminant, nous remarquons qu'on peut établir des résultats analogues à ceux qui précèdent pour un domaine situé sur une surface de Riemann.

GRAVITATION. — *La gravitation et l'énergie au zéro.*

Note (¹) de M. G. **Maneff**, présentée par M. L. Lecornu.

Nous avons montré (²) que la formule

$$(1)\qquad m = m_0\, e^{\frac{\kappa M}{c^2 r}}$$

donne la distribution de la masse dans un champ statique de gravitation.

Si nous posons d'après le principe de la conservation de l'énergie

$$(2)\qquad \mathrm{L}+\pi=\mathrm{C},$$

avec la masse variable m, donnée par (1) au lieu de la masse classique cons-

(¹) Séance du 11 juin 1930.

(²) *Zeits. f. Phys.*, 31, 1925, p. 786.

tante m_0, nous aurons

$$(3)\qquad {}^1/_2 m_0 v^2 - \frac{\varkappa M m_0}{r} + \left({}^1/_2 m_0 v^2 - \frac{\varkappa M m_0}{r}\right)\left(e^{\frac{\varkappa M}{c^2 r}} - 1\right) \neq C.$$

Pour rester en harmonie avec le principe de l'énergie dans sa forme classique

$$(4)\qquad {}^1/_2 m_0 v^2 - \frac{\varkappa M m_0}{r} = C,$$

on doit admettre que dans le point considéré du nouveau champ de gravitation est localisée l'énergie

$$(5)\qquad \left({}^1/_2 m_0 v^2 - \frac{\varkappa M m_0}{r}\right)\left(e^{\frac{\varkappa M}{c^2 r}} - 1\right).$$

Il est certain que la forme (2) ne s'applique qu'aux phénomènes mécaniques à forces conservatives. La forme la plus générale de la loi de l'énergie dans la Physique est

$$(6)\qquad L' + \pi' + w = C',$$

où le caractère de w est non seulement thermique (comme le résultat des forces de frottement), mais aussi électrodynamique. De cette façon, toutes les fois que l'on rapporte les lois de la mécanique newtonienne pure à l'électrodynamique et *vice versa*, il y aura toujours une énergie localisée dans le champ. Appelée pour la première fois par Nernst *énergie au zéro*, elle apparaît inévitablement dans les théories de quanta. Considérons maintenant le cas d'un corps, qui se meut périodiquement sous l'influence d'une force centrale (le cas du mouvement des planètes); nous avons

$$(7)\qquad \overline{E}_{\text{kin.}} = -\frac{1}{2}\overline{E}_{\text{pot.}}$$

L'expression (5) prendra alors la forme $\frac{1}{2}v^2\frac{\varkappa M m_0}{c^2 r}$ (jusqu'aux termes en c^{-2}); la masse de l'énergie localisée sera $\frac{\varkappa M m_0}{c^2 r}$. Cette dernière est nulle à l'infini [on le voit dans (5)], c'est-à-dire qu'elle ne contient pas la constante C, comme c'est le cas de l'énergie de gravitation. Seulement son signe est contraire à celui de la partie variable de cette énergie. De sorte que la masse totale d'un corps dans un point du champ statique de gravitation sera

$$(8)\qquad m = m_0\left(1 + \frac{2\varkappa M}{c^2 r}\right).$$

Mais, pour un corps en mouvement, l'expression (8) ne suffit pas. La masse d'un tel corps n'est pas m_0, mais

$$m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{9}$$

L'expression (9) manifeste le caractère électromagnétique de la masse, tandis que (8) montre son caractère gravitationnel.

En général la masse d'un corps en mouvement dans le champ de gravitation sera

$$m = m_0 \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \frac{\varkappa M}{c^2 r}\right) \tag{10}$$

ou bien, en prenant en considération (7),

$$m = m_0 \left(1 + \frac{3\varkappa M}{2c^2 r}\right). \tag{11}$$

En suivant la méthode que nous avons employée précédemment et en prenant l'expression (11) au lieu de (1), nous aurons la masse totale

$$m_{\text{tot.}} = m_0 \left(1 + \frac{3\varkappa M}{c^2 r}\right). \tag{12}$$

Si nous remarquons que le champ de gravitation de m, lui aussi, influe sur M, nous aurons pour la force de gravitation dans ce cas spécial (les mouvements des planètes)

$$F = -\frac{\varkappa M m_0}{r^2}\left(1 + \frac{3\varkappa M}{c^2 r} + \frac{3\varkappa m_0}{c^2 r} + \frac{9\varkappa^2 m_0 M}{c^4 r^2}\right). \tag{13}$$

On peut écrire cette expression symétrique sous une forme plus abrégée quoique non symétrique, puisque les troisième et quatrième termes dans les parenthèses sont négligeables par rapport aux autres. Nous aurons alors, au lieu de la force classique newtonienne,

$$F = -\frac{\varkappa M m_0}{r^2}\left(1 + \frac{3\varkappa M}{c^2 r}\right) \tag{14}$$

et le potentiel

$$U = -\frac{\varkappa M m_0}{r}\left(1 + \frac{3\varkappa M}{2c^2 r}\right). \tag{15}$$

---

(1) GASTON BERTRAND, *Comptes rendus*, 173, 1921, p. 438.

Faisant usage de (14) et (15) pour former les équations différentielles du mouvement, on arrive aux déplacements des périhélies des planètes. Ici, comme dans la théorie de la relativité, on aura pour le déplacement non expliqué du périhélie de Mercure 43″.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur l'équation de Dirac.* Note de M. **Al. Proca**, présentée par M. J. Perrin.

1. L'interprétation qu'on donne actuellement de l'équation symbolique de Dirac nous semble peu satisfaisante, étant trop particulière. Certains défauts de cette équation, l'absence de symétrie, la forme non tensorielle, le caractère demi-vecteur de ψ, ainsi que l'absence d'une interprétation physique immédiate, disparaissent si l'on attaque le problème dans toute sa généralité. L'équation de Dirac

$$H\psi \equiv (p_0 + \alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3 + \alpha_4 m_0 c)\psi = 0 \tag{1}$$

s'interprète en écrivant que les nombres α_μ ($\mu = 1, 2, 3, 4$) comme des matrices d'éléments $(\alpha_\mu)^{ik}$ et en définissant la manière dont ils opèrent sur ψ par

$$\alpha_\mu \psi = \sum_{k=1}^{4} (\alpha_\mu)^{ik} \psi_k. \tag{2}$$

On admet donc qu'il existe quatre composantes ψ_1, ψ_2, ψ_3, ψ_4 et l'on traite ψ par la suite comme une matrice à quatre lignes et une seule colonne.

Or, l'équation (1) $H\psi = 0$ exprime que la grandeur ψ, multipliée par H, donne zéro. Supposons que les α_μ soient écrits dans un schéma de matrices, du type de Dirac, par exemple; H sera lui-même une matrice du même type. Il est alors évident que la solution ψ la plus générale sera une matrice *à quatre lignes et à quatre colonnes, dépendant donc de seize composantes* ψ_k *et non pas de quatre*.

2. En multipliant H par la matrice ψ et en annulant les termes résultants, il est clair que les équations qui proviennent de la composition d'une même ligne de H avec les colonnes de ψ ne diffèrent que par le nom des inconnues ψ_k. Les 16 équations se réduisent dans ce cas à 4, et il n'y a en effet que quatre composantes ψ_k *distinctes*. La grandeur ψ reste cependant une matrice à quatre lignes et à quatre colonnes, ces dernières identiques mais différentes de zéro; habituellement on suppose qu'elle n'a

qu'une seule colonne, les trois autres étant nulles, *ce qui est radicalement différent*.

3. Pour bien saisir la signification et la portée de cette remarque, il faut partir de l'équation de Dirac sans particulariser les nombres α_μ. En général les α_μ sont assujettis seulement à vérifier les relations

$$(3) \qquad \alpha_\mu^2 = 1, \qquad \alpha_\mu \alpha_\nu + \alpha_\nu \alpha_\mu = 0, \qquad (\mu, \nu = 1, 2, 3, 4).$$

Leur multiplication n'est pas commutative. Ils forment donc un système de nombres hypercomplexes; on peut se poser les problèmes de la recherche de l'*ordre* et d'une *base* de ce système, en admettant en outre que la multiplication soit associative. En remarquant que le produit de deux nombres du système en fait également partie, on voit qu'on peut prendre comme base l'ensemble des *seize* nombres :

$$(4) \qquad 1;\ \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4;\ \alpha_1\alpha_2\alpha_3, \alpha_2\alpha_3\alpha_4, \alpha_3\alpha_4\alpha_1, \alpha_4\alpha_1\alpha_2;\ \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4;$$
$$\alpha_1\alpha_2, \alpha_2\alpha_3, \alpha_3\alpha_1, \alpha_1\alpha_4, \alpha_2\alpha_4, \alpha_3\alpha_4.$$

Nous sommes en présence d'un système d'*ordre* 16, à unité principale, « simple », et d'ailleurs connu : c'est le système des *quadriquaternions*, c'est-à-dire des quaternions dont les composantes sont elles-mêmes des quaternions.

4. L'équation de Dirac, ou, mieux, l'équation symétrique d'Eddington, qui lui est équivalente, s'écrit au moyen d'un hamiltonien qui est une combinaison linéaire des unités (4); autrement dit, l'hamiltonien de Dirac est un quadriquaternion [1].

Cela étant, l'équation $H\psi = 0$ nous montre que ψ est aussi un quadriquaternion, donc qu'en général *le ψ de Dirac a seize composantes et non pas quatre*. Il est de la forme

$$\psi = \psi_0 + \psi_1\alpha_1 + \ldots + \psi_{12}\alpha_1\alpha_2 + \ldots + \psi_{123}\alpha_1\alpha_2\alpha_3 + \ldots + \psi_{1234}\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4.$$

On obtient les équations auxquelles satisfont les composantes, en multipliant ψ par H, en tenant compte des relations (3) et en annulant les 16 coefficients des unités $1, \alpha_1, \ldots$. Si l'on adopte une notation convenable, ces équations peuvent s'écrire directement sans faire la multiplication.

5. Nous montrerons que l'existence des seize composantes ψ_k ainsi déduites permet non seulement d'éliminer certaines objections qu'on avait faites à l'équation de Dirac, mais aussi de donner une intéressante interprétation

(1) Ces résultats ont été obtenus pour la première fois par Schouten dans une Note trop peu connue, publiée aux *Proc. Acad. Amsterdam*, 32, 1929, p. 105.

physique de ces composantes. En effet, nous pouvons remarquer qu'indépendamment de toute théorie quantique, il faut *seize* grandeurs physiques pour déterminer un électron, à savoir : 4 coordonnées, 4 moments, 3 composantes pour son moment magnétique, 3 autres pour le moment électrique (que Frenkel a introduites directement), la masse et la longueur d'onde de de Broglie, ou mieux, la masse et sa coordonnée conjuguée (¹). En utilisant le langage d'Eddington (²), nous pouvons dire que l'électron a effectivement 16 degrés de liberté. C'est à ces degrés de liberté que nous rattacherons les 16 composantes ψ_k.

ASTRONOMIE. — *Influence des termes des troisième et quatrième ordres dans l'emploi de la méthode de M. E. Esclangon pour la détermination de l'orbite d'un astre. Application à l'astre transneptunien.* Note de M. **N. Stoyko**, présentée par M. Ernest Esclangon.

La méthode de M. E. Esclangon (³) permet de déterminer l'orbite d'un astre même dans le cas où l'arc héliocentrique parcouru par cet astre a une assez grande étendue. Il suffit, en tenant compte des termes qui dépendent des dérivées du troisième ordre dans l'expression des coordonnées héliocentriques X_0, Y_0, Z_0, de remplacer dans les équations fondamentales de la méthode (⁴) θ par les trois valeurs suivantes :

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned}
\theta_1 &= \frac{\mu h}{6 r_0^3}\left[1 + \frac{\mu}{18 r_0^3} h' - \frac{1}{2}\,\frac{\mu}{r_1^3}\,\frac{h''}{h}(t_2 - t_3)(t_1 - t_0)\right],\\
\theta_2 &= \frac{\mu h}{6 r_0^3}\left[1 + \frac{\mu}{18 r_0^3} h' - \frac{1}{2}\,\frac{\mu}{r_2^3}\,\frac{h''}{h}(t_3 - t_1)(t_2 - t_0)\right],\\
\theta_3 &= \frac{\mu h}{6 r_0^3}\left[1 + \frac{\mu}{18 r_0^3} h' - \frac{1}{2}\,\frac{\mu}{r_3^3}\,\frac{h''}{h}(t_1 - t_2)(t_3 - t_0)\right],
\end{aligned}\right.$$

où l'on a posé

$$h = (t_2 - t_3)(t_3 - t_1)(t_1 - t_2), \qquad h' = (t_2 - t_3)^2 + (t_3 - t_1)^2 + (t_1 - t_2)^2,$$
$$h'' = (t_1 - t_0)(t_2 - t_0)(t_3 - t_0), \qquad t_0 = \frac{1}{3}(t_1 + t_2 + t_3),$$

(¹) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 739.
(²) *Proc. Roy. Soc.*, A. **122**, 1929, p. 358.
(³) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1085.
(⁴) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1276.

Pour la valeur de r_0, on peut prendre

$$(2)\quad r_0 = \frac{r_1}{3}\left[1+\frac{h'}{3h}(t_2-t_3)\right]+\frac{r_2}{3}\left[1+\frac{h'}{3h}(t_3-t_1)\right]+\frac{r_3}{3}\left[1+\frac{h'}{3h}(t_1-t_2)\right].$$

Les valeurs des termes négligés qui dépendent de la dérivée du quatrième ordre sont

$$-\frac{hh'}{144}\frac{d^4X_0}{dt_0^4},\quad -\frac{hh'}{144}\frac{d^4Y_0}{dt_0^4},\quad -\frac{hh'}{144}\frac{d^4Z_0}{dt_0^4}.$$

Les valeurs approchées de ces termes sont

$$(3)\quad -\frac{\mu h'}{72}\left[\frac{X_1}{r_1^3}(t_2-t_3)+\frac{X_2}{r_2^3}(t_3-t_1)+\frac{X_3}{r_3^3}(t_1-t_2)\right],$$

et deux expressions du même type par rapport à Y_i et Z_i.

La valeur de ces termes, en cas d'un arc héliocentrique de 10°, ne dépasse pas quelques unités de la sixième décimale. Si l'on tient compte de l'influence de ces termes qui sont faciles à calculer en même temps que θ_i, on peut utiliser la méthode dans le cas d'un arc atteignant jusqu'à 20°. On peut même, et ce sera encore plus simple, remplacer les θ_1, θ_2, θ_3 par

$$(4)\quad \theta'_1=\theta_1-\frac{\mu h'}{72r_1^3}(t_2-t_3),\qquad \theta'_2=\theta_2-\frac{\mu h'}{72r_2^3}(t_3-t_1),\qquad \theta'_3=\theta_3-\frac{\mu h'}{72r_3^3}(t_1-t_2),$$

et l'on aura le résultat précis à la quatrième dérivée près.

J'ai appliqué ces formules pour calculer l'orbite de l'astre transneptunien d'après observations de 1927 et 1930. L'observatoire d'Uccle a retrouvé un objet non identifié sur une plaque photographique du 27 janvier 1927. On a supposé que c'est une position de l'astre transneptunien de l'observatoire Lowell. En prenant cette observation et deux lieux normaux de 1930 (mars 16 et avril 26), j'ai trouvé pour le 6,00000 avril 1930 les coordonnées rectilignes héliocentrique équatoriales et les composantes de la vitesse suivantes :

$$(5)\quad \begin{cases} X_0=-12,163032, & Y_0=+32,510271, & Z_0=+13,985250,\\ X'_0=-0,00183494, & Y'_0=-0,00180048, & Z'_0=-0,00003419.\end{cases}$$

En partant de ces valeurs j'ai obtenu

$$R_0=37,422510.$$

et

$$(6)\quad \begin{cases} V_0=0,00257097, & V_r=-0,00098052, & V_n=0,00237665,\\ \Omega=109^\circ30'9'', & i=16^\circ41'4'', & \omega=133^\circ32'52'',\\ e=0,41042, & a=32,14775, & U=182^a,3,\\ n=19'',46618, & T=1987\text{ octobre }20, & M_0=267^\circ59'23''.\end{cases}$$

Le 13 juin, la circulaire de l'observatoire Lowell avec les positions de l'astre transneptunien à partir du 23 janvier est enfin arrivée. J'ai recalculé une nouvelle orbite en partant des 3 positions presque équidistantes : janvier 23, mars 21 et mai 17, par la méthode ci-dessus indiquée. J'ai trouvé pour la date moyenne mars 21, 14902 les cordonnées héliocentriques équatoriales et les composantes de la vitesse suivantes :

$$(7)\quad \begin{cases} X_0 = -13,301000, & Y_0 = +35,942736, & Z_0 = +15,448844, \\ X'_0 = -0,0030 4096, & Y'_0 = -0,00110206, & Z'_0 = +0,00129302. \end{cases}$$

En partant de ces valeurs j'ai obtenu

$$R_0 = 41,321466$$

et

$$(8)\quad \begin{cases} V_0 = 0,00348375, & V_r = 0,00242089, & V_n = 0,00250464, \\ \Omega = 109°20'28'', & i = 17°33'6'' & \omega = 261°4'37'', \\ e = 0,85573, & a = 135,20939, & U = 1572^a,3, \\ n = 2'',2568, & T = 1899 \text{ mars } 4 & M_0 = 7°6'30''. \end{cases}$$

En comparant ces éléments avec ceux des formules (6), on voit qu'il y a incompatibilité quant à la direction de la vitesse de l'astre. Tous les calculs faits jusqu'ici en partant des observations de 1930 indiquent un éloignement de l'astre, tandis que les formules (6) indiquent un rapprochement et, en outre, donnent une distance trop petite de 4 unités.

Remarques au sujet de la Note précédente, par M. **Ernest Esclangon.**

A la réception, le 13 juin, des premières observations faites en Amérique en janvier dernier, observations qui, à notre connaissance, n'avaient pas encore été publiées, j'ai demandé à M. Stoyko, à l'Observatoire de Paris, d'associer ces nouvelles données à celles des dates les plus récentes, de manière à utiliser l'intervalle de temps le plus grand possible pour une nouvelle détermination des éléments. Les observations mises en œuvre : 23 janvier, 21 mars, 17 mai sont presque équidistantes et présentent, en outre, ce caractère favorable, vis-à-vis de la méthode employée, que celle du 21 mars est voisine de l'époque de la rétrogradation de l'astre en ascension droite.

Les éléments calculés par M. Stoyko doivent donc être regardés comme les plus sûrs parmi ceux obtenus jusqu'ici. La distance, 41,3 ; la position du

nœud, 109°20′; l'inclinaison, 17°33′, sont sans nul doute connues ainsi avec une grande approximation.

Seule l'excentricité, $e = 0,85$, et les éléments qui en dérivent, à savoir : le demi-grand axe et la durée de révolution, comportent encore quelque incertitude. Il n'est pas douteux cependant que l'excentricité ne soit grande, par suite l'orbite très allongée, peu en rapport en cela avec la forme habituelle des orbites planétaires. Cela ne veut pas dire que l'astre ne soit pas effectivement une planète, mais à cette distance, il n'est guère possible de distinguer, par le seul aspect physique, entre une planète et une comète. L'astre s'éloigne; il ne reviendra qu'au bout de plusieurs centaines d'années, et c'est à d'autres générations d'astronomes qu'il appartiendra d'éclaircir plus complètement le mystère.

Quant à l'objet céleste que l'Observatoire d'Uccle a signalé sur un de ses clichés de 1927, il apparaît maintenant qu'il est sans rapport avec l'astre actuel. Il est probable que des astres analogues à celui découvert à l'Observatoire Lowell et en nombre plus ou moins considérable, gravitent, à des distances variées, autour du Soleil. Peut-être même, la découverte de l'astre Lowell est-elle due à la persistance des recherches entreprises systématiquement dans une région déterminée du ciel dans le but d'y découvrir la planète transneptunienne régissant les perturbations d'Uranus et de Neptune. On peut se demander si la même persévérance appliquée à d'autres régions ne ferait pas découvrir d'autres astres analogues, mais de telles recherches systématiques, si elles devaient comprendre l'examen individuel d'étoiles jusqu'à la 15e grandeur, représenteraient un travail gigantesque, actuellement inabordable.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur le noyau de la comète Schwassmann-Wachmann* (1930 *d*). Note (1) de M. **Fernand Baldet**, présentée par M. Ch. Fabry.

Dans une Note (2) sur le noyau de la comète Pons-Winnecke (1927 *c*), j'ai attiré l'attention sur l'intérêt exceptionnel que présentait l'observation télescopique du noyau des comètes avec les grands instruments, à pouvoir séparateur élevé, lorsqu'un de ces astres vient à se rapprocher suffisamment

(1) Séance du 11 juin 1930.

(2) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 39.

de la Terre. Le véritable noyau solide, qui suit l'orbite képlérienne et d'où s'échappent les gaz formant la comète, est en effet presque toujours inobservable parce qu'il se confond avec les gaz lumineux qui l'entourent. Le phénomène est d'autant plus marqué que l'astre est plus éloigné et que l'instrument a une plus petite ouverture, la diffraction accrue ne permettant plus alors de le distinguer du noyau gazeux, à spectre non encore identifié, dans lequel il se trouve. Aussi lui attribue-t-on encore des dimensions se chiffrant par dizaines, centaines et même milliers de kilomètres.

Une étude de la question m'avait conduit à penser qu'il devait être en réalité beaucoup plus petit. La comète Pons-Winnecke, qui passa le 27 juin 1927 à 5800000^{km} de la Terre ($\Delta = 0,039$), en apporta une première confirmation : je trouvai que son noyau solide avait un diamètre, déterminé à partir de sa grandeur stellaire, de 400^{m} environ, en supposant un albedo de 0,10 seulement (1).

Aucune comète ne s'était rapprochée aussi près de la Terre depuis celle de Lexell qui passa à 0,016 unité astronomique (2.400.000^{km}) le 1er juillet 1770. On voit combien les occasions de faire de pareilles constatations sont rares. Or la nouvelle comète périodique Schwassmann-Wachmann (1930 *d*), dont l'éclat global visuel ne s'est guère élevé au-dessus de la huitième grandeur, s'est trouvée récemment dans des conditions favorables. Elle est passée en effet le 30 mai 1930 à 0,0565 (8.450.000^{km}) de nous (2), et j'ai pu l'observer visuellement avec la grande lunette de 0^{m},83 de Meudon. Le mauvais temps ne m'a permis de réunir que trois nuits d'observation : les 28, 30 mai et 2 juin, avant sa disparition dans les lueurs de l'aube. La nuit du 29 au 30 mai a été la meilleure des trois, quoique les images n'aient jamais été bien calmes, aussi les grossissements employés efficacement n'ont pas pu dépasser 540.

La comète s'est présentée comme une nébulosité allongée dans la direction 40°-220°, de 5′ de longueur sur 1′ de largeur environ ($1' = 2460^{km}$) formée surtout par deux aigrettes diffuses et opposées, issues du noyau, et s'étalant en éventail.

Le noyau gazeux, que j'ai toujours vu simple, avait l'aspect d'une nébulosité diffuse, un peu elliptique, de 3 à 4″ sur 2 à 3″ environ ($1'' = 41^{km}$) et de 11e à 12e grandeur globale. Tandis que pour la comète Pons-Winnecke,

---

(1) *Loc. cit.*

(2) D'après une éphéméride provisoire du Dr A. C. D. CROMMELIN, *British astronomical Association*, *Circular* n° 94, 27 mai 1930.

le noyau stellaire de 13ᵉ grandeur était aisément observable, je ne l'ai pas vu nettement dans la comète 1930*d*. A plusieurs reprises, lorsque les images s'amélioraient, j'ai eu cependant l'impression d'un point stellaire unique situé un peu à l'Ouest, à $0'',5$ d'arc environ du centre du noyau gazeux. Cette position excentrée me porte à penser que c'est bien le noyau stellaire que j'ai vu, sans qu'il me soit cependant possible d'en apporter la certitude.

La comète se déplaçait alors à la vitesse apparente de $7°,5$ par jour, soit $1''$ en 3,5 secondes de temps, aussi l'ai-je vue passer devant un assez grand nombre d'étoiles. En particulier, le 30 mai à $1^h 9^m 16^s$ T. U., le centre du noyau gazeux s'est trouvé à $1''$ à l'Ouest de l'étoile Bordeaux phot. $+ 16°$, $20^h 40^m$, n° 274, 11,0 gr. Pendant la traversée du noyau, qui a duré 7 à 8 secondes environ, l'étoile n'a éprouvé aucune altération ni d'éclat, ni d'aspect, tout se passant comme si le noyau gazeux était parfaitement transparent. Lorsque la comète s'est projetée sur des étoiles de 15ᵉ grandeur et au-dessous, celles-ci sont restées totalement invisibles, noyées dans la lumière de la nébulosité cométaire, tandis que deux 13ᵉ grandeur ont été vues encore fort bien. De ces observations j'ai conclu que le noyau stellaire ne dépassait certainement pas la 14ᵉ grandeur, et peut-être était-il plus faible.

En partant de cette valeur maximum : $g = 14$, il est alors possible de fixer une limite supérieure à ses dimensions. Le diamètre photométrique D exprimé en mètres, à l'opposition, est en effet donné par la relation suivante :

$$\log D = 6,13 - 0,2g + \log r + \log \Delta - \frac{1}{2} \log A,$$

dont la constante est établie en prenant pour la grandeur stellaire du Soleil $-26,72$. Le 30,04 mai on avait : $\log r = 0,013$, $\log \Delta = \bar{2},753$. Nous ne connaissons pas A. Supposons le noyau sombre et prenons $A = 0,1$, nous trouvons alors pour son diamètre $D = 400^m$. Un noyau très clair, avec $A = 0,6$ donnerait $D = 160^m$.

Ainsi, en résumé, le noyau de la comète Schwassmann-Wachmann ne paraît pas avoir eu un diamètre dépassant notablement 400^m, donc au moins aussi petit que celui de la comète Pons-Winnecke. Il convient de souligner cette concordance tout à fait remarquable, qui apporte en outre une nouvelle confirmation de la petitesse du noyau.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Théorie ondulatoire des phénomènes quantiques. Nouveaux résultats.* Note [1] de M. L. **Décombe**, présentée par M. Charles Fabry.

1. Nous avons vu qu'on peut rattacher l'émission de l'énergie rayonnante aux oscillations que, dans certaines conditions, les électrons orbitaux de l'atome effectuent autour de leurs trajectoires normales et aux vibrations concomitantes des tubes de force qui relient ces électrons au centre positif attirant [2]. La loi d'action ne permettant pas à deux demi-oscillations consécutives de l'électron d'être parfaitement symétriques, ces oscillations *ne sont pas sinusoïdales*. Il en est de même, par suite, des vibrations des tubes de force et des radiations que ces vibrations déterminent dans l'espace ambiant. C'est sur cette remarque que nous avons fondé une explication ondulatoire du rayonnement noir [3]. Le lecteur vérifiera aisément que, dans ce cas, non seulement l'énergie, mais aussi la variation d'entropie et le travail élémentaire, calculés pour la radiation non sinusoïdale donnée, égalent respectivement la somme des énergies, des variations d'entropie et des travaux élémentaires attribuables à chacune des composantes de Fourier de cette radiation, c'est-à-dire que ces composantes sont *thermodynamiquement indépendantes*.

2. Notre théorie s'applique aisément au cas des spectres de bandes; il suffit d'attribuer aux tubes de force unissant les deux ions qui constituent la molécule deux régimes vibratoires superposés : un régime radial et un régime azimutal conditionnant respectivement le spectre d'oscillation et le spectre de rotation, ces deux régimes pouvant dans certains cas réagir l'un sur l'autre.

En particulier le terme de H. Deslandres est attribuable aux oscillations que les ions constituants effectuent autour des circonférences que la rotation d'ensemble leur fait décrire autour du centre de gravité de la molécule.

3. *L'électron et le proton tournants.* — Uhlenbeck et Goudsmit [4] ont attribué à l'électron un mouvement de rotation dont le moment cinétique $\mathfrak{M}$ est égal à $\frac{h}{4\pi}$. Attribuons aussi au proton un moment cinétique $\mathfrak{M}'$

---

[1] Séance du 2 juin 1930.

[2] *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 684 et 1251.

[3] *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 479.

[4] *Naturwissenschaften*, 13, 1925, p. 953.

égal à $\frac{H}{4\pi}$, H désignant la constante qui dans notre théorie joue, pour le proton, le même rôle que h pour l'électron. On aura $\frac{\mathfrak{M}'}{\mathfrak{M}}=\frac{H}{h}$, c'est-à-dire, puisque $MH=mh$ (1), $\frac{\mathfrak{M}'}{\mathfrak{M}}=\frac{m}{M}$ (m et M désignant les masses respectives de l'électron et du proton). Or, si l'on explicite $\mathfrak{M}$ et $\mathfrak{M}'$ en fonction des fréquences de rotation correspondantes n_r et N_r, la relation précédente se réduit simplement à $n_r=N_r$. *Il y a donc résonance entre les deux fréquences rotatoires de l'électron et du proton.*

4. Je confirme mes précédentes observations (2) au sujet du travail de M. Sevin. Le lecteur s'assurera de leur bien-fondé en se reportant lui-même aux textes et notamment à celui relatif au spectre X continu (3). Je crois devoir rappeler qu'à l'époque de la première publication de M. Sevin (*Le temps absolu et l'espace à quatre dimensions*; Paris, Blanchard, 15 nov. 1928) j'avais déjà développé aux *Comptes rendus* la théorie ondulatoire des phénomènes suivants : *raies spectrales*, *spectre X continu et caractéristique* (5 déc. 1927) (4), *structure fine* (9 janv. 1928) (5), *effet photo-électrique et spectre de fluorescence des rayons X* (7 mai 1928) (6), *effet Compton* (11 juin 1928) (7), *orbites privilégiées* (5 nov. 1928) (8) pour lesquels, en tout état de cause, je suis fondé à réclamer le bénéfice d'une indiscutable priorité.

5. M. De Donder vient de publier une Note sur l'interprétation physique de la constante h de Planck (9). Pour cela, il introduit dans les formules de sa théorie gravifique la conception de l'électron pulsant que j'ai explicitement proposée en 1924 (10) et abondamment utilisée depuis. L'interprétation à laquelle arrive M. De Donder est d'ailleurs identique à celle que j'ai obtenue, dès 1927, par une voie physique très simple (11).

---

(1) *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 684. Au premier alinéa du paragraphe 2 de cette Note il faut lire $2(n_0-n)$ au lieu de n_0-n.

(2) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1094.

(3) Décombe, *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1263. — Sevin, *Ibid.*, **188**, 1929, p. 911.

(4) *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1263.

(5) *Ibid.*, **186**, 1928, p. 68.

(6) *Ibid.*, **186**, 1928, p. 1291.

(7) *Ibid.*, **186**, 1928, p. 1607.

(8) *Ibid.*, **187**, 1928, p. 823.

(9) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 731.

(10) *Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 1150.

(11) *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1263, et **186**, 1928, p. 68.

6. Indépendamment de mes Notes aux *Comptes rendus*, on pourra trouver un résumé de l'ensemble de mes recherches sur ces questions au *Bulletin de la Société Philomathique* (10e série, 17, p. 30, séance du 20 juin 1928), aux *Annales de l'Université de Paris* (3e année, nº 6, 1928, p. 576) et au *Bulletin de la Société française de Physique* (nº 291, séance du 4 avril 1930).

PHYSIQUE. — *Un instrument transportable pour la mesure rapide de la Gravité.* Note (1) de MM. **F. Holweck** et **P. Lejay**, présentée par M. Ch. Maurain.

Principe. — Une masse de quartz, fixée à son extrémité inférieure à une lame d'élinvar, oscille dans un plan vertical. Les dimensions de la masse et de la lame sont proportionnées de telle sorte que le poids du quartz soit presque équilibré par l'action élastique de l'élinvar. Le pendule ainsi formé a dès lors une période très grande et très sensible aux variations de la gravité. A la limite, si l'équilibre entre les forces était réalisé, le pendule n'oscillerait plus, et la période serait infinie; il suffirait alors d'une variation faible de g pour permettre l'oscillation du pendule et entraîner par conséquent une variation infinie de la période. En pratique, pour des raisons de stabilité, on doit se maintenir assez loin de l'équilibre, mais il est facile de réaliser des pendules 20 fois plus sensibles aux variations de g que les pendules ordinaires. Pour obtenir g avec la même précision, on devra donc déterminer la période du pendule élastique avec 20 fois moins de précision et mesurer 20 fois moins d'oscillations.

Des observations de 10 minutes permettraient alors de déterminer g à quelques unités de la sixième décimale près.

Réalisation. — La masse des pendules que nous avons réalisés est formée par une tige de quartz de 5 millimètres de diamètre et d'une dizaine de centimètres de longueur, solidement fixée dans un mandrin d'élinvar, solidaire de la lame élastique. Pour éviter tout jeu dans les liaisons, le mandrin, la lame et la base de fixation sont taillés dans la même masse d'élinvar. Le quartz est recouvert d'une mince couche de platine qui assure une conductibilité suffisante pour évacuer les charges électriques qui pourraient se former à la surface du quartz, au moment des contacts avec les butées limitant l'oscillation. D'autre part le support métallique forme cage de Faraday.

Le pendule est enfermé dans un tube de verre dans lequel on fait un vide très poussé. L'amortissement provient donc uniquement de la viscosité de la lame d'élinvar; l'amplitude est réduite de moitié en 20 minutes.

(1) Séance du 11 juin 1930.

On enregistre les oscillations au moyen d'une cellule photo-électrique. A cet effet, la tige de quartz se termine par un fil fin qui, en passant devant une fente, coupe à chaque oscillation la lumière provenant d'une petite lampe électrique. La cellule agit sur un amplificateur à trois étages, à la sortie duquel on recueille des variations de plusieurs milliampères, suffisantes pour actionner un relais. Celui-ci agit à son tour sur la plume d'un chronographe qui enregistre par ailleurs les secondes d'un chronomètre à contacts.

L'ensemble comportant deux supports à vis calantes et niveaux, deux cellules, deux amplificateurs, le dispositif d'enregistrement et les batteries de piles, quatre pendules interchangeables, est contenu dans deux petites caisses très maniables, dont le poids total n'atteint pas 40^{kg}.

La mise en station ne demande que quelques minutes; elle peut se faire sur n'importe quel pilier naturel stable, suffisamment abrité du vent et éloigné des causes de trépidations du sol; les observations prennent une dizaine de minutes, et les calculs se réduisent à des opérations simples. En effet, la correction d'amplitude est négligeable, si l'on a soin de faire toujours osciller le pendule dans les mêmes limites; un petit viseur muni d'un micromètre rend cette opération très facile. La correction de température, due surtout à des déformations de la lame d'élinvar, est assez petite pour qu'il soit suffisant de mesurer le degré, et il n'y a pas de correction de pression puisque le pendule oscille dans le vide.

Résultats. — Des mesures préliminaires effectuées à l'Observatoire de Paris pendant plusieurs mois ont permis de conclure que les variations d'élasticité de l'élinvar pendant des durées de cet ordre ne sont pas décelables. Puis, au cours de transports multipliés, on s'est rendu compte que le dispositif de blocage qui immobilise le pendule pendant les voyages le préservait efficacement de toute déformation, même lorsqu'il est soumis à des chocs violents et répétés.

Enfin une campagne d'essais a été effectuée sur la base Paris-Dunkerque, mesurée autrefois par Defforges. Les périodes obtenues pour deux pendules sont données dans le tableau suivant :

Lieux.	Paris.	Poix.	Lihons.	Dunkerque.
Latitudes	48°50′	49°40′	49°53′	50°5′
Périodes du pendule I	$0^s,97708$	....	$0^s,97777$	$0^s,97886$
Périodes du pendule II	$1^s,10241$	$1^s,10311$	....	$1^s,10420$
Gravité mesurée par Defforges	981,00	....	981,09	981,22

qui donne bien l'ordre de grandeur de la sensibilité prévue.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur l'accord entre les pressions explosives calculées et les pressions explosives expérimentales.* Note de MM. **H. Muraour** et **G. Aunis**, présentée par M. G. Urbain.

Il nous a paru particulièrement intéressant de rechercher si les pressions explosives, calculées à partir des nouvelles chaleurs spécifiques des gaz à haute température [1], sont en accord avec les pressions explosives expérimentales.

Nous avons opéré avec une poudre tubulaire (épaisseur $2^{mm},18$) dont la composition, déterminée par l'analyse, était la suivante :

Coton-poudre à 12,52 pour 100 Az	62,9 pour 100
Nitroglycérine	27,3 »
Diéthyldiphénylurée symétrique	9,8 »

La composition des produits de l'explosion a été calculée suivant les principes formulés par Poppenberg, c'est-à-dire en utilisant uniquement la constante d'équilibre du gaz à l'eau :

$$\frac{(CO)(H^2O)}{(CO^2)(H^2)} = K,$$

K étant pris égal à 7,3 (à 2500°). Conformément aux résultats des expériences de Poppenberg et de nos propres expériences (*Comptes rendus*, 168, 1919, p. 995), nous avons donc admis l'absence de méthane au moment du maximum de pression. Les calculs ont été exécutés à partir des données suivantes :

Chaleur de formation du coton-poudre (12,52 °/₀ Az) *à volume constant*.		623 cal/kg
» de la nitroglycérine	»	412 »
» de la diéthyldiphénylurée sym.	»	93 »

Chaleur de formation par molécule à *volume constant* :

$$CO^2 = 94,5; \quad CO = 26,6; \quad H^2O = 57,55.$$

Chaleurs spécifiques à $t = 2450°$:

$$CO^2 = 11,35; \quad H^2O = 8,76; \quad CO = 6,18; \quad Az^2 = 6,10; \quad H^2 = 5,63.$$

---

[1] W. Nernst et K. Wohl, *Zeit. f. techn. Physik*, 10, 1929, p. 608. Ces chaleurs spécifiques sont identiques à celles calculées à partir des données optiques par la formule d'Einstein.

Voici le résultat des calculs exécutés :

Composition des produits de l'explosion : CO^2 $0^{mol},275$; H^2 $0^{mol},790$; CO $2^{mol},100$; H^2O $0^{mol},755$; Az^2 $0^{mol},499$ pour 100^g de poudre. En accord avec A. Schmidt nous avons trouvé que pour un mélange de cette composition, à 2500°, la dissociation de l'acide carbonique et de la vapeur d'eau est négligeable même sous des pressions bien inférieures aux pressions utilisées.

Chaleur de formation des composants : $513^{cal},5$ par kilogramme. Quantité de chaleur dégagée par la combustion en vase clos de 1^{kg} de la poudre : $739^{cal},4$.

V_0 = volume dégagé par la combustion de 1^{kg} de la poudre : 990 litres (mesurés à 0° et 760^{mm}).

Valeur du covolume pris suivant Sarrau, égal à $\frac{1}{1000}$ du $V_0 = 0,990$.

Température d'explosion : $t = 2448°$; $T = 2721°$; force = 10200.

A titre de contrôle M. Prettre a bien voulu exécuter une combustion de la poudre dans l'oxygène, la chaleur de combustion a été trouvée de 2779^{cal} par kilogramme, le calcul à partir des données précédentes donne 2773^{cal}.

Pressions expérimentales. — Les essais ont été exécutés dans une bombe de 150^{cm^3}, type Vieille avec des pistons de surface variable de façon à obtenir un écrasement à peu près constant du crusher. Ces écrasements ont été transformés en pressions à l'aide de la table « piston libre » (BURLOT, *Mémorial des Poudres*, 20, 1923, p. 255). La correction de refroidissement par les parois a été calculée à partir d'expériences exécutées en faisant varier le rapport $\frac{\text{surface de refroidissement}}{\text{poids de poudre}}$ pour une même densité de chargement (MURAOUR, *Mémorial des Poudres*, 20, 1923, p. 323 ; BURLOT, *ibid*, 21, 1924, p. 415). Voici pour différentes densités de chargement une comparaison des pressions calculées et des pressions observées, corrigées du refroidissement (kilogrammes par centimètre carré).

Δ	0,3200.	0,2610.	0,2029.	0,1150.
A. Pressions observées	4562 kg	3414 kg	2466 kg	1202 kg
B. Pressions corrigées du refroidissement	4762	3583	2582	1276
C. Pressions calculées	4778	3589	2590	1323
Différence pour 100 entre B et C	0,33	0,17	0,31	3,6

Sur le graphique P, $\frac{P}{\Delta}$ les points obtenus à $\Delta = 0,320$; 0,2610 ; 0,2029 se placent exactement sur une droite ; le point obtenu à $\Delta = 0,1150$ se place très légèrement au-dessous de cette droite. A partir de la droite on calcule pour la poudre les caractéristiques suivantes : $f = 10,172$; $\alpha = 0,990$. Le calcul nous avait précédemment donné $f = 10200$; $\alpha = 0,990$.

L'accord est donc excellent. Il est à noter qu'au-dessous de $\Delta = 0,115$ les pressions expérimentales sont *inférieures* aux pressions calculées et cela d'autant plus que la densité de chargement est plus faible, mais à ces basses pressions l'exactitude de la méthode utilisée pour corriger la pression du refroidissement devient très douteuse, et de plus les réactions dans la masse gazeuse ne sont peut-être pas terminées (présence de NO au moment du maximum de pression). Deux expériences ont été exécutées dans une bombe type Krupp (vol. 3^1,353. Pressions mesurées par la flexion d'un ressort d'acier), on a obtenu :

	Pression observée.	Pression corrigée du refroidissement.
$\Delta = 0,2029$	2517^{kg}	2567^{kg}
$\Delta = 0,2608$	3507	3567

En résumé les pressions explosives calculées à partir des nouvelles chaleurs spécifiques de Nernst, Wohl sont, pour un mélange gazeux de la composition indiquée, en parfait accord avec les pressions expérimentales corrigées du refroidissement mesurées soit dans la bombe de 150^{cm} (crushers en cuivre de $\frac{13}{8}$, table piston libre Burlot), soit dans la bombe Krupp.

Ajoutons en terminant que nos expériences apportent pour la première fois la démonstration *précise* de ce que, en adoptant pour valeur du covolume le $\frac{1}{1000}$ du volume spécifique, comme l'a proposé Sarrau, il est possible de calculer exactement, à partir de la force f et de l'équation d'Abel, les pressions explosives pour différentes densités de chargement.

MAGNÉTISME. — *Sur la production par les recuits des deux états du fer pur, stables à la température ordinaire.* Note [1] de MM. **R. Forrer** et **J. Schneider**, transmise par M. Pierre Weiss.

Des recherches antérieures [2] ont suggéré l'hypothèse que les aimants atomiques du nickel et du fer sont des multiplets, celui du nickel un doublet rectangulaire, celui du fer un triplet trirectangle. Le calcul statistique de l'aimantation rémanente [3], reposant sur la notion de positions normales dans le réseau cristallin, donne dans le cas du fer pour le rapport R de

(1) Séance du 2 juin 1930.
(2) R. Forrer, *Journ. de Phys.*, 10, 1929, p. 247.
(3) L. Néel, *Journ. de Phys.*, 10, 1929, p. 263.

l'aimantation rémanente à l'aimantation à saturation la valeur 0,5. Et en effet la courbe de la fréquence des valeurs mesurées de ce rapport pour de nombreux fers (R. Forrer, *loc. cit.*) en fonction de leur grandeur possède un maximum à $R = 0{,}49$.

Un autre maximum plus petit, mais bien marqué, à $R = 0{,}7$, indique que le fer peut exister dans un deuxième état. On rend compte en effet de cette valeur par le calcul statistique en admettant que l'atome de fer possède encore un triplet formé des mêmes moments, mais dont deux seraient confondus en direction et le troisième à angle droit sur ceux-ci.

Nous avons cherché à produire à volonté ces deux états par des recuits appropriés.

Nous avons trouvé une première indication sur les températures intéressantes dans des expériences de M. Ch. Lapp (inédit). Un tore en fer électrolytique a été recuit à différentes températures entre 180° et 1300°C. L'aimantation rémanente présente un minimum à 180° ($R = 0{,}47$) et un maximum plat vers 600°C. ($R = 0{,}60$) :

La première région de température serait donc favorable à la production du fer symétrique et la seconde à celle du fer dissymétrique.

La matière première est un fil de fer électrolytique très pur de Heraeus. Les recuits ont été effectués dans un courant d'hydrogène. Après le recuit la substance a été retirée brusquement dans une partie froide du four, afin de conserver si possible l'état acquis à haute température.

L'aimantation rémanente observée dans un champ nul ne répond pas exactement aux conditions où le calcul statistique est valable. Il faut la remplacer par l'aimantation dans un champ extérieur qui compense le champ démagnétisant de forme. Mais cela n'est pas encore suffisant. Il sera en effet montré ailleurs que la plupart des métaux ferromagnétiques sont en outre soumis à un champ démagnétisant structural dont l'effet vient s'ajouter à celui de la forme. On montrera aussi comment on peut demander à l'observation des cycles la grandeur de ce champ structural, et par conséquent le compenser par un champ magnétisant égal. Soient R_0 l'aimantation rémanente dans un champ nul, compte tenu du champ de forme, et R_s l'aimantation dans le champ compensant en outre le champ structural.

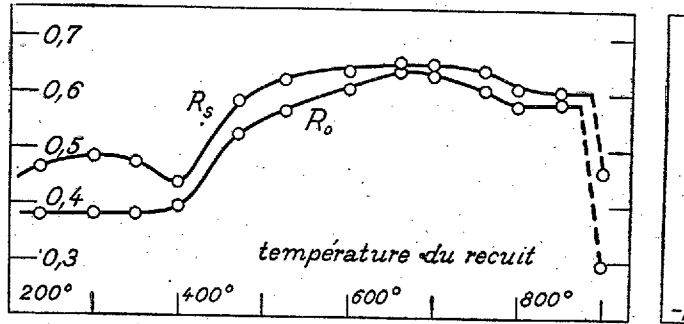
Dans les expériences définitives, la durée des recuits était de 2 heures jusqu'à 400°, de 1 heure jusqu'à 600° et de 15 minutes jusqu'à 900°C.

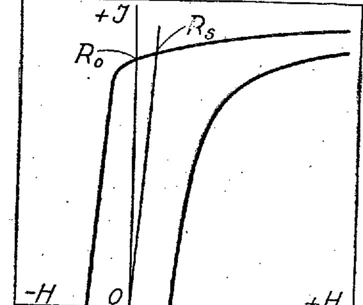
Les résultats des expériences sont représentés dans la première figure (à gauche).

Deux régions sont nettement marquées. De 200 à 400°, l'aimantation

rémanente est petite, R_0 restant à peu près constant ($R_0 = 0,38$), R_s présentant un maximum à 300° ($R_s = 0,485$). Cette dernière valeur est très peu inférieure à 0,5, rapport calculé pour le triplet symétrique. Dans la deuxième région entre 450 et 900°C., l'aimantation rémanente est notablement plus grande et présente un maximum pour le recuit à 660°. La valeur la plus élevée ($R_s = 0,655$) ne reste au-dessous de la valeur calculée 0,707 que d'environ 7 pour 100. Cette région de température semble donc favorable à la production du fer au triplet dissymétrique. Le cycle de ce fer possède une forme caractéristique, la branche réversible rencontre la branche irréversible dans un coude très marqué. Les régions des deux mécanismes sont nettement séparées (voir deuxième figure, à droite).

Il est intéressant de constater que ni les recuits méthodiques, ni les valeurs recueillies dans les publications ne nous ont fourni d'aimantation rémanente supérieure à celle que donne la théorie.





Des recuits analogues (30 minutes à 660°) effectués sur des fils de fer de moindre pureté (Armco, S. A. F.) ont donné des aimantations rémanentes plus fortes ($R_s = 0,68$) très voisines de la valeur théorique. Certaines impuretés semblent donc favoriser la formation du fer à triplet dissymétrique. C'est sans doute aussi pour cela que le second maximum de la courbe des fréquences le donne d'une manière plus parfaite que le fer pur recuit.

Si un fil de fer ayant reçu par le recuit à 650° une grande aimantation rémanente et dans lequel, par conséquent, le triplet dissymétrique domine est ensuite recuit à 300°, région favorable au triplet symétrique, l'aimantation rémanente ne baisse pas. L'état à triplet dissymétrique une fois obtenu, il est aussi stable à des températures plus basses.

En résumé, l'état exceptionnel du fer, caractérisé par le triplet magnétique dissymétrique, tend à se produire dans le recuit à 650°. Certaines impuretés semblent favoriser cet état.

PIÉZO-ÉLECTRICITÉ. — *Comparaison de quartz piézo-électriques oscillant à des fréquences voisines*. Note [1] de MM. **Armand de Gramont** et **Georges Marboux**, présentée par M. Ch. Fabry.

Si un quartz piézo-électrique est employé pour stabiliser une station de radio-téléphonie sur une longueur d'onde déterminée, on doit pouvoir établir d'autres quartz qui, à la même température, puissent donner le plus exactement possible la même fréquence.

Lorsqu'on fait battre deux oscillateurs non stabilisés et qu'on cherche à réduire la fréquence des battements, on s'aperçoit qu'au-dessous d'une certaine fréquence acoustique le son du battement perd son allure sinusoïdale. Il est alors perçu sous la forme d'une série de chocs discontinus dus aux accrochages et décrochages successifs; ceux-ci font place à leur tour à une zone de silence au moment où les deux circuits oscillants deviennent synchrones par leur mutuelle réaction. Dans l'étendue de cette zone, les variations de réglage de l'un des circuits oscillants entraînent une variation de la fréquence commune qui masque la période propre de chacun des oscillateurs.

Le remède généralement appliqué consiste à réduire le couplage des oscillateurs entre eux, soit en les disposant à grande distance, soit en les enfermant dans des coffres métalliques formant écran et souvent en associant ces deux moyens.

Ces procédés, qui ne peuvent pas toujours être mis en œuvre, ont en tout cas l'inconvénient de diminuer également le couplage des oscillateurs avec le récepteur, en sorte que celui-ci doit être très sensible.

Les oscillateurs à quartz présentent une stabilité suffisante pour pouvoir être accordés très près l'un de l'autre sans provoquer d'accrochage, mais alors les battements sont espacés; ils tombent dans la région des infra-sons et ne peuvent plus être décelés à l'oreille; il faut alors se servir d'un appareil à aiguille indicatrice que l'on doit constamment observer tandis qu'il est souvent commode de conserver le champ visuel libre et de profiter de la grande étendue du champ auditif.

Nous avons donc pensé à remplacer l'audition des battements de fréquence acoustique ou l'observation de l'aiguille par la perception des variations de hauteur du son émis par un haut-parleur : la superposition des

[1] Séance du 11 juin 1930.

ondes provenant des deux quartz à comparer peut être considérée comme une onde unique dont l'intensité et la fréquence varient périodiquement, mais avec cette différence que les variations d'intensité sont très marquées tandis que les variations de fréquence n'intéressent qu'une bande étroite.

Si nous faisons battre l'onde complexe provenant des deux quartz avec une hétérodyne réglée de façon à donner une note bien audible (500 à 1000 périodes par exemple), l'écart entre cette fréquence et celle des quartz évitera toute possibilité d'accrochage et la fréquence légèrement variable de l'onde provenant des quartz provoquera un son résultant de hauteur fluctuante; ces fluctuations, même quand elles descendent au-dessous du demi-ton, sont faciles à percevoir. La fréquence de la fluctuation est précisément celle du battement des deux quartz. Un récepteur ordinaire à détectrice, un amplificateur basse-fréquence et un haut-parleur permettent alors de suivre les fluctuations à l'oreille.

Par ce procédé nous avons pu comparer des quartz présentant entre eux des différences de fréquences inférieures à un battement par minute sur une fréquence propre de 3000 kilohertz, soit 1/200000000.

DIAMAGNÉTISME. — *Mesure du coefficient d'aimantation de solutions aqueuses par la méthode des gouttes tombantes.* Note (¹) de M. L. **Abonnenc**, transmise par M. Pierre Weiss.

Je rappelle que la méthode des gouttes tombantes, dont j'ai donné le principe (²), utilise, pour la comparaison des coefficients de susceptibilité de deux liquides, la mesure de la variation de poids : $Mg - mg$, que subit une goutte liquide, formée à l'extrémité d'un tube cylindrique vertical, lorsqu'on crée dans la région où elle se forme un champ magnétique H non uniforme.

Soient x et χ les coefficients de susceptibilité volumique et massique du liquide, D sa densité, x_g le coefficient de susceptibilité du gaz (air) dans lequel se forme la goutte, $\frac{\partial H}{\partial z}$ le taux de variation du champ le long de la verticale dans la région occupée par la goutte. En posant :

$$x - x_g = x_a \quad \text{et} \quad \chi - \frac{x_g}{D} = \chi_a,$$

(¹) Séance du 11 juin 1930.

(²) *Ann. de Phys.*, 10ᵉ série, 3, 1925, p. 161.

la variation du poids de la goutte due au champ est donnée par

$$(M - m)g = x_a H \frac{\partial H}{\partial z} v = \chi_a H \frac{\partial H}{\partial z} m.$$

Avec un autre liquide, la relation s'écrit :

$$(M' - m')g = \chi'_2 H \frac{\partial H}{\partial z} m'.$$

Par suite :

$$\frac{\chi_a}{\chi'_a} = \frac{\Delta m}{m} : \frac{\Delta m'}{m'}.$$

L'expérience montre que, dans la comparaison des susceptibilités de deux liquides, la méthode donne des résultats concordants si l'on se limite à des liquides de propriétés physiques voisines (eau et solutions aqueuses) et si l'on réalise un écoulement par gouttes de fréquence bien régulière et sous une pression hydrostatique suffisante.

J'ai comparé par cette méthode, à la susceptibilité de l'eau, celle de solutions aqueuses d'hydracides ou de sels halogénés dont la pureté a été contrôlée. Les mesures ont été faites à 20°; j'ai pris comme valeur des coefficients de susceptibilité de l'eau et de l'air : $\chi' = -0{,}72 . 10^{-6}$, $x_g = +0{,}03 . 10^{-6}$. Une erreur sur x_g n'a qu'une répercussion faible sur le résultat.

J'ai opéré sur plusieurs tubes, et conservé les résultats relatifs à ceux qui donnent des nombres concordants.

Les rapports $\frac{\Delta m}{m}$ et $\frac{\Delta m'}{m'}$ ont varié entre 0,25 et 0,35. En faisant porter les mesures sur un nombre suffisant de gouttes (de 20 à 50) on peut déterminer ces rapports avec une précision de l'ordre de quelques millièmes.

L'expérience montre que la courbe représentant la variation de χ avec la concentration τ est une droite : on peut appliquer la loi d'additivité au calcul de la susceptibilité χ_0 de la substance en dissolution.

Le tableau ci-après résume les résultats relatifs aux hydracides, obtenus comme moyenne des mesures faites avec divers tubes : la concentration τ est la masse en grammes de corps dissous dans 1^g de dissolution.

HCl	$10^2\tau$	30	22	15	10	5
	D_{20}	1.152	1.110	1.073	1.048	1.023
	$-10^6\chi$	0,684	0,695	0,700	0,708	0,715
	$-10^6\chi_0$	0,600	0,603	0,592	0,599	0,605
HBr	$10^2\tau$	32	24	18	12	
	D_{20}	1.276	1.194	1.138	1.088	
	$-10^6\chi$	0,621	0,644	0,664	0,682	
	$-10^6\chi_0$	0,410	0,404	0,412	0,405	
HI	$10^2\tau$	34	28	20	15	10
	D_{20}	1.318	1.247	1.163	1.117	1.076
	$-10^6\chi$	0,604	0,627	0,651	0,669	0,686
	$-10^6\chi_0$	0,380	0,385	0,376	0,380	0,384

Du tableau, on déduit comme moyenne des valeurs de χ_0 et de χ_m susceptibilité moléculaire, les nombres

	HCl.	HBr.	HI.
$-10^6\chi_0$	0,600	0,408	0,381
$-10^6\chi_m$	21,9	33,0	48,8

Si l'on corrige ces nombres du paramagnétisme apparent que confère à l'ion H^+ l'altération qu'il fait subir aux molécules d'eau environnantes et que l'on peut estimer à $1,1.10^{-6}$ [1], on obtient le diamagnétisme des ions libres Cl^-, Br^-, I^-. Je résume dans le tableau suivant les valeurs des diamagnétismes ioniques déduits d'autres mesures récentes (Pierre Weiss, *loc. cit.*) et des miennes.

Diamagnétisme des ions, d'après :

	Reicheneder.	Hocart.	Abonnenc.
Cl^-	$-23,0.10^{-6}$	$-23,1.10^{-6}$	$-23,0.10^{-6}$
Br^-	33,6 »	33,9 »	34,1 »
I^-	51,3 »	49,5 »	49,9 »

Les différences entre les valeurs tirées des mesures de Hocart, probablement les plus précises des mesures antérieures, et les miennes restent au-dessous de 0,8 pour 100. Cet accord est d'autant plus remarquable que les valeurs pour Br^- et I^- de Hocart ont été déduites de mesures sur les sels solides de K, en y apportant une correction importante pour la déformation des ions dans le cristal et que les miennes proviennent directement des hydracides.

---

(1) Pierre Weiss, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 95.

OPTIQUE. — *Sur un ultramicroscope permettant de projeter directement les tests ultramicroscopiques et le mouvement brownien.* Note (¹) de MM. **A. Turpain** et **R. de Bony de Lavergne**, présentée par M. G. Ferrié.

Sur le principe qui nous a permis de réaliser, au moyen d'une sphère transparente, un ultramicroscope de volume très réduit (quelques millimètres cubes) (²), nous avons réalisé un dispositif qui permet la projection directe, très lumineuse et très agrandie, des préparations étudiées. On peut obtenir, à 1 mètre de l'appareil, une projection directe, très agrandie ($40^{cm} \times 40^{cm}$) du mouvement brownien à l'intérieur d'une goutte liquide de 5 à 6 millimètres de diamètre.

Deux demi-sphères de verre, ou à défaut, deux segments sphériques identiques, fixés par un coulant de laiton qui les situe en place (leurs bases parallèles) dans la sphère même à laquelle ils appartiennent, sont munis d'écrans en papier noir collés concentriquement sur chacun des cercles de base des dits segments, cercles de 9 centimètres de diamètre. Ces écrans éliminent la partie centrale du faisceau de lumière qu'un arc électrique envoie directement et sans l'interposition nécessaire d'aucun autre dispositif optique, sur l'ultramicroscope ainsi formé uniquement des deux demi-sphères ou des deux segments sphériques.

Dans ces conditions, si l'on dispose un peu au-dessous du point où commence à se former la plage noire une préparation ultramicroscopique ou une goutte de liquide tenant en suspension des particules animées de mouvements browniens, et qu'on reçoive le faisceau diffracté par ladite préparation ou par les particules de la goutte, dans l'objectif d'un microscope auquel fait suite une lentille de projection, on obtient sur un écran de papier blanc une image directe, d'autant plus agrandie que l'écran est situé plus loin, image mise aisément au point si le dispositif : objectif-lentille de projection, formant bloc, est mobile le long d'une crémaillère (ainsi qu'il est réalisé par exemple dans le microscope solaire de projection).

L'arc électrique d'éclairage, placé immédiatement au-dessous des demi-sphères ou des segments sphériques, les ferait éclater après peu d'usage. Nous le rejetons sur le côté et renvoyons sa lumière au moyen d'un miroir à 45°, réglable.

(¹) Séance du 11 juin 1930.

(²) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1605.

On réalise ainsi un dispositif qui permet d'éclairer les préparations placées horizontalement (condition nécessaire lorsqu'il s'agit de liquides). La projection est cependant obtenue sur un écran vertical par l'interposition d'un prisme à réflexion totale.

Des diatomées examinées par ce procédé se projettent très agrandies et très richement nuancées (couleurs de diffraction). Nous avons remarqué que les mêmes espèces de diatomées produisent constamment en projection ultramicroscopique la même teinte.

Des gouttes liquides tenant en suspension des particules animées de mouvements browniens donnent en projection une vue très agrandie *et directe dudit mouvement*. En particulier le rutile présente ainsi le plus curieux aspect de bombardement brownien.

Il suffit de disposer une goutte liquide sur une lame de verre placée au point d'impact du faisceau formant la plage noire et d'opérer par immersion, en amenant l'objectif en contact avec la goutte, pour obtenir une projection *directe* agrandie du mouvement brownien qui peut occuper sur l'écran une surface de 8 à 12 décimètres carrés.

Si l'on observe, au moyen de ce dispositif d'ultramicroscope de projection, le mélange de sel de fer et de sel de chrome au sujet duquel nous avons étudié, dans une Note précédente [1], l'influence du champ magnétique, on constate que l'écran ne révèle tout d'abord aucun mouvement dans la goutte liquide, mais, au moment précis où le mélange, dont on a emprunté une goutte, commence à se troubler, le bombardement brownien apparaît sur l'écran; il se continue jusqu'à ce que l'agglomération des grains en chapelets soit assez avancée pour constituer des agglomérats cessant de se mouvoir et qui se déposent alors sur la lamelle de verre dont la mise au point sur l'écran révèle la forme en chapelets.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *La mécanique des photons.* Note de M. V. **Fock**, présentée par M. M. de Broglie.

Nous nous proposons de traiter les équations de Maxwell comme l'équation ondulatoire qui correspond au mouvement d'un photon (quantum de lumière) et de développer sur cette base la mécanique d'un photon.

Considérons les deux vecteurs $\mathcal{E}$ et $\mathcal{H}$ du champ électrique et magnétique

---

[1] *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1280.

comme une seule quantité (bivecteur) $\mathcal{F}$ qui correspond à la fonction ψ de la théorie ondulatoire de l'électron. En multipliant les équations de Maxwell pour le vide

$$(1) \qquad -\operatorname{rot}\mathcal{H} + \frac{1}{c}\frac{\partial\mathcal{E}}{\partial t} = 0, \qquad \operatorname{rot}\mathcal{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial t} = 0$$

par $\frac{hc}{2\pi i}$, on peut les écrire sous la forme

$$(2) \qquad \mathrm{H}\mathcal{F} + \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial s} = 0,$$

où H est l'opérateur

$$(3) \qquad \mathrm{H} = \frac{hc}{2\pi i}\begin{Bmatrix} 0 & -\operatorname{rot} \\ \operatorname{rot} & 0 \end{Bmatrix},$$

dont la signification résulte de la comparaison de (2) avec (1). *L'équation* (2) *peut être interprétée comme l'équation d'onde pour un photon.*

Considérons un volume V aux parois réfléchissantes. Avec les conditions aux limites $\mathcal{E} \times \vec{n} = 0$, $\mathcal{H} \times \vec{n} = 0$, l'opérateur H est autoconjugué car, pour deux bivecteurs $\mathcal{F}(\mathcal{E}, \mathcal{H})$ et $\mathcal{F}' = (\mathcal{E}', \mathcal{H}')$, on a

$$(4) \qquad \int_{\mathrm{V}} (\overline{\mathcal{F}'}\mathrm{H}\mathcal{F} - \overline{\mathrm{H}\mathcal{F}'}\mathcal{F})\,d\tau = \frac{hc}{2\pi i}\int [(\overline{\mathcal{E}'} \times \mathcal{H}) + (\overline{\mathcal{H}'} \times \mathcal{E})]\,\vec{n}\,d\mathrm{S} = 0.$$

Ceci posé, on peut former l'équation autoconjuguée $\mathrm{H}\mathcal{F} = \lambda\mathcal{F}$. On vérifie que *les autovaleurs* λ_n *sont justement les quanta d'énergie* $\lambda_n = h\nu_n$, ν_n étant les fréquences des oscillations propres du volume considéré. Les fonctions fondamentales peuvent être normées de façon qu'on ait

$$(5) \qquad \int_{\mathrm{V}} (\overline{\mathcal{E}_m}\mathcal{E}_n + \overline{\mathcal{H}_m}\mathcal{H}_n)\,d\tau = \delta_{mn}.$$

Avec ces fonctions on peut construire les matrices pour différents opérateurs et établir les équations de mouvement pour le photon.

La matrice pour la composante $v_x = \frac{dx}{dt}$ de la vitesse a pour élément

$$(6) \qquad (v_x)_{mn} = c\int [(\mathcal{E}_n \times \overline{\mathcal{H}_m})_x + (\overline{\mathcal{E}_m} \times \mathcal{H}_n)_x]\,d\tau.$$

L'opérateur pour v_x est donc

$$(7) \qquad v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{2\pi i}{h}(\mathrm{H}x - x\mathrm{H}) = c\begin{Bmatrix} 0 & -\vec{i}x \\ \vec{i}x & 0 \end{Bmatrix},$$

où $\vec{i}$ est le vecteur-unité dans la direction positive de l'axe x. Les autovaleurs de cet opérateur sont $\lambda = 0$, $\lambda = \pm c$. Pour $\lambda = 0$ le vecteur radian

est zéro; on peut dire que le photon est dans l'état d'énergie nulle. Pour $\lambda = \pm c$ le photon se meut avec la vitesse de la lumière. Les opérateurs pour v_y et v_z ont les mêmes autovaleurs.

L'opérateur $p_x = \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial x}$ de la mécanique de l'électron n'a pas d'analogue dans la mécanique du photon; il n'y a qu'un seul opérateur pour la vitesse au lieu de deux (¹) pour l'électron.

On peut former aussi l'opérateur pour l'accélération. Son élément de matrice s'exprime au moyen du tenseur de Maxwell et peut être mis sous la forme d'une intégrale de surface. On peut dire que l'accélération d'un photon provient de sa réflexion des parois.

Le champ qui correspond à un photon dans un état quelconque peut être représenté par les séries

$$\mathcal{E} = \sum_n c_n \mathcal{E}_n; \qquad \mathcal{H} = \sum_n c_n \mathcal{H}_n,$$

où c_n sont des coefficients scalaires (les mêmes dans les deux séries). En tenant compte des relations (5) l'énergie peut s'écrire

$$\text{(8)} \qquad \mathrm{E} = \int \overline{\mathcal{F}}\, \mathrm{H}\, \mathcal{F}\, d\tau = \sum_n \bar{c}_n c_n h\nu_n.$$

Jusqu'ici nous avons considéré un seul photon; pour développer la statistique d'un ensemble de photons on doit appliquer la méthode de quantification postérieure, développée par Dirac. Les c_n doivent être considérés comme des matrices (b_n) et les $\overline{c_n}$ comme les matrices adjointes (b_n^+); ces matrices doivent satisfaire à la relation $b_n b_n^+ - b_n^+ b_n = 1$. Les autovaleurs de $b_n^+ b_n$ sont alors des entiers 0, 1, 2, etc. On interprète ce fait en disant que l'énergie de fréquence ν_n est un multiple entier (zéro compris) de $h\nu_n$. Nous voyons que la difficulté de l'ancienne théorie (quantification d'un ensemble d'oscillateurs) où les autovaleurs étaient $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, etc., ce qui entraînait l'existence d'une énergie infinie à l'état zéro (Nullpunktsenergie) n'apparaît pas dans notre théorie.

Il doit être possible de déduire de notre théorie la loi d'Einstein pour les fluctuations d'énergie. Notre interprétation des équations de Maxwell pourra aussi être utile pour le problème difficile de l'interaction de la matière avec la lumière; on devra alors considérer le bivecteur $\mathcal{F}$ comme un opérateur opérant sur la fonction d'onde ψ de la matière.

(¹) V. Fock, *Zeitschr. für Physik*, 55, 1929, p. 127.

PHOSPHORESCENCE. — *Sur le mode d'action de l'acide borique sur la phosphorescence des sulfures de zinc préparés par la méthode de l'explosion.* Note de M. **F. Prevet**, présentée par M. J. Perrin.

On sait que l'incorporation d'acide borique donne à la phosphorescence du sulfure de zinc préparé par la méthode de l'explosion (¹), des qualités avantageuses notamment au point de vue de l'intensité et de la persistance et qu'elle rend le sulfure inaltérable à l'air et à l'humidité (²).

Poursuivant cette étude, j'ai cherché si d'autres corps ne pouvaient être substitués à l'acide borique pour communiquer au sulfure de zinc phosphorescent ces qualités particulières.

J'ai essayé deux séries de corps : tout d'abord des corps susceptibles de se vitrifier à la haute température atteinte au cours de l'explosion. Parmi ceux-ci, j'ai notamment employé la silice fondue, la silice précipitée, la silice amorphe et les silicates alcalins fondus. Je les ai incorporés à l'état de poudre fine au mélange explosif $Zn + S$ dans des proportions variant de 5 à 20 pour 100.

Aucun de ces corps ne donne de résultats comparables à l'acide borique; au contraire ils abîment la phosphorescence quant à son intensité et à sa persistance.

J'ai ensuite essayé les corps généralement utilisés comme fondants dans la préparation du ZnS, Cu par la méthode du four, c'est-à-dire les chlorures et sulfates alcalins, incorporés après avoir été fondus, à l'état pulvérisé au mélange explosif dans les mêmes proportions.

L'action de ces corps n'est pas favorable à la phosphorescence du sulfure de zinc.

J'ai enfin employé sans meilleur résultat le chlorure et le sulfate de zinc fondus et pulvérisés.

D'autre part j'ai cherché à déterminer le mode d'action de l'acide borique.

Ce n'est pas l'atome de bore qui est favorable, l'incorporation de bore en poudre fine abîme la phosphorescence.

L'introduction des borates alcalins ou du borate de zinc exerce aussi une action défavorable.

(¹) Voir R. Coustal et F. Prevet, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 703.
(²) Voir F. Prevet, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 903.

Par contre le borate d'ammoniaque agit comme l'acide borique et peut lui être entièrement substitué dans la préparation du sulfure de zinc phosphorescent par la méthode de l'explosion.

Ce fait peut s'interpréter en admettant que ce qui agit dans le borate d'ammoniaque comme dans l'acide borique lui-même, c'est l'anhydride borique, le borate étant rapidement décomposé par la chaleur dégagée dans la réaction explosive; dans le cas des autres borates, le métal étranger reste dans la masse et nuit à la phosphorescence.

Cette interprétation est confirmée par la comparaison de l'action de l'acide borique sous divers aspects; elle est comparable quelle que soit la forme de l'acide borique : en poudre, cristallisé ou en paillettes pourvu qu'il soit pulvérisé et passé au tamis n° 80; par contre l'acide fondu exerce dans ces mêmes conditions une action légèrement plus favorable.

On peut donc penser que l'anhydride borique intervient seul et, comme son action favorable se manifeste pour des doses comprises entre 5 et 20 pour 100, que cette action s'exerce sur la structure du milieu cristallin nécessaire à la phosphorescence.

PHOSPHORESCENCE. — *Poisons et phosphorogènes pour le sulfure de zinc phosphorescent.* Note de M. **R. Coustal**, présentée par M. J. Perrin.

D'assez nombreux auteurs ont publié des listes de corps simples capables d'agir sur la phosphorescence du sulfure de zinc : certains de ces corps exerçant une action favorable (phosphorogènes) et d'autres une action nuisible (poisons).

Chose curieuse, les listes en question sont rarement concordantes; parfois, même, tel corps donné comme favorable par un expérimentateur, est classé chez un autre parmi les poisons. Enfin les concentrations optima des corps actifs varient aussi très notablement suivant les auteurs.

Au cours de nos recherches personnelles, nous avons établi :

1° que l'action des corps ajoutés au sulfure de zinc est très variable selon les conditions de la préparation;

2° que cette action est différente, selon que l'on emploie tel ou tel mode d'observation pour la phosphorescence produite (excitation par la lumière électrique d'incandescence, par la lumière du jour, par l'arc au mercure, etc.).

Avec les procédés classiques de préparation, l'influence des conditions

physiques où l'on opère est telle qu'il devient difficile de faire la part de l'action intrinsèque des substances présumées actives.

C'est pourquoi nous avons repris entièrement cette étude en utilisant la méthode dite par explosion ([1]), qui permet la préparation du sulfure phosphorescent par réaction explosive directe de soufre et de zinc spectroscopiquement purs (la violence de réaction étant réglée par l'adjonction d'anhydride borique également pur qui s'élimine en majeure partie au cours de l'explosion). Les principaux résultats sont les suivants :

1° On obtient une très brillante phosphorescence verte en l'absence de toute trace de phosphorogène ([2]).

2° La plupart des corps composés provoquent de légères variations de teinte et modifient la réaction à l'infrarouge; la phosphorescence est généralement un peu atténuée et l'optimum d'excitation déplacé vers les grandes longueurs d'ondes.

3° Les métalloïdes sont peu actifs, souvent un peu favorables, ils bleuissent ou verdissent légèrement la phosphorescence.

4° Les métaux sont presque tous nuisibles et jaunissent la phosphorescence, seul le plomb est tout à fait inactif, même à forte concentration.

5° Un groupe très remarquable est formé par quelques métaux qui ont une action intense à des doses extraordinairement faibles, action indépendante de la façon dont on les incorpore (état d'élément, chlorure, etc.).

Ce sont les métaux hyperactifs, tantôt phosphorogènes, tantôt poisons, de nombre atomique 25, 26, 27, 28, 29 qui précèdent immédiatement le zinc (30); à savoir : Mn, Fe, Co, Ni, Cu.

Ga (31), Ge (32) ont été trouvés très peu actifs ainsi que Cr (24).

Mn, un phosphorogène classique de ZnS diminue la persistance de la phosphorescence, lui communique une teinte orangée et provoque une très brillante triboluminescence qui a été souvent remarquée. C'est le moins puissant des corps hyperactifs, il agit entre 10^{-2} et 10^{-5}.

Fe et Ni agissent comme poisons dès 10^{-6}. Co, le plus puissant des hyperactifs tue la phosphorescence à partir de 10^{-7}.

Cu, considéré généralement comme le principal phosphorogène pour ZnS agit, lors de la méthode par explosion, comme un poison : le dixième de l'optimum classique réduit la phosphorescence au $\frac{1}{8}$ de sa valeur (observation faite après excitation par l'arc au mercure). Cu se montre au con-

([1]) Voir R. Coustal et Prevet, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 703.
([2]) Voir R. Coustal et Prevet, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 739.

traire favorable à très faible dose si l'on prend comme source excitatrice une lampe à incandescence, moins actinique que l'arc au mercure; on peut ainsi doubler la phosphorescence.

On voit sur cet exemple la relativité des notions de phosphorogènes et de poisons.

PHOTOGRAPHIE. — *Photographies intégrales obtenues sans objectifs.* Note (¹) de M. E. ESTANAVE, présentée par M. A. Cotton.

J'ai indiqué (²) avec démonstration à l'appui, comment, à l'aide d'images multiples, on peut, comme l'indiquait G. Lippmann en 1908, obtenir l'image unique du sujet représenté.

Dans une première Note je faisais connaître que j'avais enregistré à l'aide de 95 petites loupes stanhopes autant de petites images d'une croix, et qu'en vision *monoculaire* on percevait une image *unique* provenant des éléments d'images que l'œil puise à travers chaque loupe, pour les assembler par raccordement et reconstituer l'image du sujet. Il est évident que la vision étant monoculaire le relief était alors absent. J'obtenais cependant ainsi une réalisation partielle de la photographie intégrale : image unique et variation de champ.

Dans ma deuxième Note, ne possédant qu'un petit nombre de petits objectifs, je les disposais en deux blocs de 10 objectifs, ces blocs étant séparés d'environ $6^{cm},2$. Avec ce dispositif, je photographiais un sujet (octaèdre en fil de fer) et j'observais en vision *binoculaire* une image unique jouissant des propriétés de la photographie intégrale, c'est-à-dire relief et variation de champ.

J'ai été amené, grâce à une remarque de M. Planavergne, à remplacer les loupes stanhopes et les petits objectifs, dont je possédais un trop petit nombre, par des sténopés.

Les résultats sont très nets : on obtient l'image aérienne du sujet, visible à toute distance, et présentant en vision binoculaire tous les caractères de la photographie intégrale : image unique, en grandeur naturelle avec son relief, et la même variation de champ qu'on observerait si l'on se déplaçait devant le sujet lui-même.

(¹) Séance du 11 juin 1930.

(²) *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1255, et **190**, 1930, p. 584.

Après avoir percé dans un mince carton opaque, de format 9 × 12, environ 1250 trous d'aiguille de même diamètre, j'ai photographié un filament de lampe, car les trous d'aiguille laissant passer peu de lumière il est préférable de prendre un objet lumineux par lui-même plutôt qu'un objet éclairé.

J'ai ainsi obtenu, sur une plaque 9 × 12, 1250 petites images du filament. On replace alors la plaque portant cette multitude d'images derrière le système optique qui a servi à les enregistrer. Si le repérage est fait exactement, on perçoit en *vision binoculaire*, à toute distance, une image unique du filament, en grandeur naturelle avec son relief et se déplaçant dans l'espace suivant les diverses positions de l'observateur.

Cette image réelle flotte donc dans l'espace en avant du système optique et il est possible, sans objectif nouveau, de la photographier, en découvrant simplement un châssis à l'endroit où elle se forme.

J'ajoute que j'ai obtenu depuis sur une plaque 18 × 24 environ 4800 images, mais le résultat est le même, car, en raison de la dimension du filament, dans un cas comme dans l'autre, il n'y a que 600 images environ qui concourent à la formation de l'image unique. Bien entendu, suivant les diverses positions de l'observateur, ce ne sont plus les mêmes images qui concourent à fournir les éléments de raccordement, et si dans deux positions il y en a de communes, elles ne fournissent pas les mêmes éléments.

C'est là, croyons-nous, la démonstration la plus saisissante du principe de la photographie intégrale.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur le passage du courant continu dans l'acétone.* Note [1] de M. **Hubert Garrigue**, présentée par M. Ch. Fabry.

Certains liquides organiques présentent des anomalies de conductibilité sous l'effet du courant continu ; c'est pour étudier ces phénomènes, que j'ai effectué une série d'expériences sur l'acétone ordinaire.

Je mesure l'intensité, à différentes époques, du courant qui circule entre deux électrodes de platine, immergées dans l'échantillon d'acétone : entre ces deux électrodes, je maintiens une différence de potentiel, constante pendant la durée d'une expérience, soit au moyen de batteries d'accumula-

---

(1) Séance du 11 juin 1930.

teurs, soit au moyen d'appareils à kénotrons fonctionnant sur secteur alternatif. J'ai construit des appareils de formes diverses, en verre pyrex, avec électrodes de platine, qui servent de récipient pour l'acétone.

Je mesure ensuite la répartition du potentiel entre les deux électrodes, soit au moyen de sondes réparties convenablement, soit par l'artifice d'une prise de potentiel que l'on peut déplacer entre les deux électrodes.

Les échantillons d'acétone utilisés sont de provenances très diverses, depuis le produit commercial jusqu'à l'acétone pure du bisulfite pour analyse, les échantillons intermédiaires ayant été obtenus par des rectifications fractionnées successives, précédées d'oxydations partielles et de déshydratations.

Pour tous ces échantillons, soumis, dans un même récipient à électrodes, à des potentiels constants (dont les valeurs ont varié d'une expérience à l'autre entre 80 et 800 volts), le courant décroît d'une manière continue avec le temps, pendant les 20 premières minutes, pour prendre ensuite une allure régulière.

Les électrodes présentent toujours une force contre-électromotrice de polarisation; en les déchargeant, après 24 heures de charge, sur le galvanomètre de mesure, j'ai obtenu un courant décroissant avec le temps, que j'ai observé pendant 70 heures.

Si, après avoir soumis l'échantillon à l'action d'une différence de potentiel de 90 volts, pendant quelques heures, je change le sens de cette différence de potentiel, j'observe une courbe des intensités de courant en fonction du temps, présentant un maximum vers la soixante-dixième minute après l'inversion.

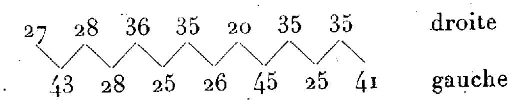
Si l'on utilise, pour un même échantillon, des récipients plus volumineux, la décroissance du courant avec le temps est plus rapide.

Toutes les courbes, intensité du courant-temps, obtenues avec les divers échantillons, sont semblables, malgré que la valeur instantanée du courant varie suivant la pureté de l'échantillon de 1 à 25.

Le brassage du liquide à un instant quelconque du passage du courant provoque instantanément une augmentation de l'intensité de ce courant.

L'étude de la répartition du potentiel dans la colonne liquide montre une augmentation de conductance au voisinage de l'électrode positive et une diminution au voisinage de la négative. Si l'on inverse le sens du courant, après que l'intensité est stabilisée, la répartition s'inverse progressivement, et, au maximum d'intensité de courant signalé plus haut, correspond une répartition linéaire du potentiel.

Sur les mêmes échantillons, j'ai étudié comment varie le potentiel d'une sonde en fonction du temps; j'ai observé alors un très curieux phénomène : le potentiel d'une sonde voisine de l'une des électrodes oscille autour d'une valeur moyenne, et l'on observe corrélativement des variations du courant instantané. J'ai noté les durées (en secondes) des oscillations successives de l'index de l'électromètre à droite et à gauche de la valeur moyenne :



droite
gauche

J'ai été conduit ainsi à l'hypothèse suivante :

Le passage du courant continu dans l'acétone provoque la formation de colonnes positives et négatives de propriétés essentiellement différentes, et la diffusion de ces colonnes l'une dans l'autre provoque des phénomènes oscillatoires qui entraînent des perturbations de la conductance et partant de la répartition du potentiel.

C'est pour vérifier cette hypothèse que j'ai utilisé des récipients spéciaux, en verre pyrex, dont les deux électrodes de platine étaient séparées par une paroi de coton de verre comprimé occupant seulement une partie de l'espace compris entre les deux électrodes; j'ai alors obtenu des courbes de courant de même allure générale, avec une décroissance en fonction du temps, mais l'amplitude des perturbations primitives diminuait rapidement pour donner un courant limite d'intensité remarquablement stable : toute oscillation avait disparu.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur une relation entre la* capacité de filiation *des atomes radioactifs et la vitesse des rayons α qu'ils émettent.* Note [1] de M. **Georges Fournier**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons présenté [2] un graphique portant en abscisses le poids atomique A des radioéléments et en ordonnées la vitesse v des rayons α qu'ils émettent. Les différents points obtenus se classaient sur des droites parallèles dont chacune correspondait à un numéro atomique déterminé. On pouvait donc proposer une relation de la forme

$$v = v_0 - k.A,$$

(1) Séance du 11 juin 1930.
(2) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 878.

k étant une constante et v_0 dépendant du numéro atomique N du radioélément.

Plus récemment, et dans une tout autre voie, nous avons montré l'importance, pour la classification des atomes, de leur *capacité de filiation*

$$U = \frac{3}{4}A - N,$$

grandeur qui diminue de 1 lorsqu'on passe d'un atome radioactif à son descendant direct ([1]).

Si l'on reprend le graphique précédent en portant en abscisses non plus le poids atomique A, mais la capacité de filiation U des atomes radioactifs, on constate que les différentes droites parallèles se réduisent à une seule (exception faite pour les corps C qui émettent à la fois des rayons α et des rayons β). On peut donc mettre la vitesse des rayons α sous la forme

$$v = m - n.U.$$

Numériquement, on a

(1) $$v = 0,0818.(100 - U),$$

v étant exprimée en 10^9.cm/s.

Le tableau suivant permet de juger de l'accord entre les valeurs expérimentales et les valeurs calculées par la formule (1) :

Radioélément.	U.	v calculée.	v observée ([2]).
Ionium	82,5	$1,43.10^9$	$1,48.10^9$
Radium	81,5	1,51	1,51
Radon	80,5	1,60	1,61
Ra A	79,5	1,68	1,69
Ra C'	76,5	1,922	1,922
Rd Th	81	1,55	1,60
Th X	80	1,64	1,64
Thoron	79	1,72	1,73
Th A	78	1,80	1,80
Th C'	75	2,05	2,06
Rd Ac	80,25	1,62	1,68
Ac X	79,25	1,70	1,65
Actinon	78,25	1,78	1,81
Ac A	77,25	1,86	1,89
Ac C'	74,25	2,10	1,9 (?)

([1]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1553.

([2]) D'après la dernière édition du *Traité de Radioactivité* de Meyer et Schweidler.

Comme on le voit, l'accord est satisfaisant si l'on tient compte des difficultés inhérentes à la détermination des vitesses des rayons α, et du fait que beaucoup de valeurs de la dernière colonne sont déduites de la mesure des parcours.

Nous avons adopté la valeur 227 pour le poids atomique de l'actinium. Adopter une autre valeur produirait d'ailleurs un écart systématique extrêmement net dans les vitesses calculées pour tous les radioéléments de la famille de l'actinium, et c'est là une forte présomption pour que le poids atomique de ce dernier soit réellement 227.

Au sujet de la relation (1) que nous proposons aujourd'hui, il faut remarquer que dès 1921 [1] H. Wolff, de Dresde, introduisait avec succès dans l'expression du parcours R des rayons α l'expression $\frac{3}{4}A - N$ à laquelle nous avons attribué depuis une valeur de classification. Cet auteur propose en effet la formule

$$\text{(II)} \qquad \log R = \xi \log\left(\frac{3}{4}A - N + K\right) + \eta$$

où ξ, η et K sont des constantes. Il est vraisemblable que les formules (I) et (II) sont des expressions légèrement différentes d'une même réalité physique.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la radioactivité des matériaux provenant de toitures anciennes.* Note [2] de M. **Augustin Boutaric** et Mlle **Madeleine Roy**, présentée par M. C. Matignon.

1. Nous avons poursuivi nos recherches sur la radioactivité présentée par des matériaux provenant de toitures anciennes avec le dispositif qui a été décrit dans une Note précédente [3]. MM. Lepape et Geslin [4] ont apporté de nouveaux résultats expérimentaux confirmant ceux que nous avons publiés et signalé, en outre, la radioactivité d'une ardoise provenant de la toiture du Collège de France.

A notre tour nous avons réussi à constater l'existence d'une radioactivité

(1) H. Wolff, *Physikalische Zeitschrift*, 22, 1921, p. 171 et 352.
(2) Séance du 11 juin 1930.
(3) Boutaric et Mlle Roy, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 483.
(4) Lepape et Geslin, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 676.

très nette sur une ardoise provenant d'une toiture datant environ de 25 ans et sur une tuile en verre provenant d'une toiture datant de 25 ans.

Voici les vitesses de décharge de l'électromètre évaluées par le nombre de divisions dont se déplace l'aiguille en 10 minutes lorsqu'on dispose ces matériaux sous l'électromètre (la vitesse de décharge d'une lame d'aluminium inactive varie entre 0,5 et 0,9 division en 10 minutes).

	Face	
	exposée.	non exposée.
Ardoise	3	2
Toile de verre	2,88	1,20

2. Nous avons réussi à nous procurer sur la toiture d'un immeuble de Dijon des lames de plomb de même origine occupant des situations très différentes :

Échantillon n° 1. — Lame de plomb d'une gouttière recevant les eaux de pluie de deux petites toitures.

Échantillon n° 2. — Plomb prélevé sur le toit mais partiellement protégé par un auvent de 60^{cm} de largeur supporté par une paroi verticale de $2^{m},60$ de hauteur; l'échantillon était du côté ouest de l'auvent et était frappé par la plus grande partie des eaux pluviales.

Échantillon n° 3. — Plomb prélevé au bas de la paroi verticale soutenant l'auvent précédent, exposé à l'air mais légèrement protégé contre la pluie (cependant comme la paroi est tournée vers l'Ouest elle est encore très exposée à l'action de la pluie).

Échantillon n° 4. — Plomb prélevé au bas de la paroi verticale du même auvent exposé à l'air mais tourné du côté est (il a donc été moins exposé à la pluie que l'échantillon précédent).

Échantillon n° 5. — Plomb provenant du faîte d'une toiture en pente raide.

Échantillon n° 6. — Lame de plomb provenant d'une paroi verticale située entre deux murs rapprochés et protégée à la fois contre la pluie et contre les rayons solaires mais communiquant librement avec l'atmosphère.

Voici les vitesses de décharge de l'électromètre fournies par les lames précédentes :

N° de l'échantillon.	Face exposée.	Face non exposée.
1	4,75	1,44
2	3,66	1,60
3	3,38	1,23
4	2,42	1,26
5	2,36	1,15
6	1,60	1,30

3. Les faits précédents établissent d'une manière définitive que la radioactivité acquise par les corps exposés à l'air libre est en grande partie pro-

duite par le contact des eaux pluviales. Ce n'est pas en effet l'échantillon le plus exposé au soleil (échantillon n° 5) qui présente la plus forte radioactivité mais celui (échantillon n° 1) qui a été le plus longtemps au contact avec les eaux pluviales. Les échantillons se classent suivant les activités décroissantes dans l'ordre même où l'on peut supposer le plus raisonnablement qu'ils ont été moins en contact avec les eaux pluviales.

4. Enfin nous avons pu nous procurer du sable et du charbon de bois ayant servi pendant 30 ans à filtrer les eaux recueillies par une toiture et alimentant une citerne; le sable et le charbon avaient donc été rigoureusement soustraits pendant tout ce laps de temps à l'action du soleil et même de toute lumière car le filtre était enfermé dans une paroi en ciment parfaitement close. Le charbon et le sable se sont montrés nettement radioactifs comme l'indiquent les nombres suivants relatifs à la vitesse de décharge de l'électromètre dont le fond inactif d'aluminium avait été recouvert par une couche de sable ou de charbon.

Sable (200^g)	2,69
Charbon de bois ($16^g,915$)	2,38

5. Les résultats expérimentaux rapportés dans cette Note nous permettent de conclure que la radioactivité acquise par les matériaux les plus divers (métaux, ardoise, verre) exposés à l'air libre peut s'expliquer uniquement par l'action des eaux pluviales [1].

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la structure des alliages cuivre-zinc.* Note [2] de MM. **W. Broniewski** et **J. Strasburger**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Malgré l'importance industrielle considérable des laitons, leur structure ne peut pas être considérée comme établie. Ainsi, à la température ordinaire, l'existence d'aucune combinaison n'est définitivement admise.

L'un de nous (Broniewski, 1916), après avoir passé en revue tous les travaux sur les alliages cuivre-zinc, avait cru pouvoir admettre l'existence des composés définis

(1) Rappelons qu'antérieurement M. Salles (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 144) avait indiqué que la fixation par les métaux des dépôts actifs du radium contenus dans l'atmosphère pouvait rendre compte de quelques-uns des faits rapportés par Mlle Maracineanu. La même hypothèse a été formulée depuis par Behounek (*Physikalische Zeitschrift*, 31, 1930, p. 215).

(2) Séance du 11 juin 1930.

$CuZn$, $CuZn^2$ et $CuZn^6$. La combinaison $CuZn$ est controversée en ce qui concerne sa composition exacte (Shepherd, 1904) ou sa stabilité à la température ordinaire (Carpenter, 1912). Les deux autres combinaisons sont mises en doute par certaines études d'analyse thermique (Tafel, 1908; Imai, 1922; Bauer et Hansen, 1927) qui, par contre, paraissent indiquer le composé Cu^2Zn^3 dont l'existence se trouve contredite par les röntgenogrammes (Westgren et Phragmen, 1926). Ainsi on se contente le plus souvent de mentionner les phases des alliages cuivre-zinc (α, β, γ, ...) sans indiquer leur constitution chimique.

Nous avons cru utile de reprendre cette question par les différentes méthodes, applicables à la température ordinaire, ainsi que cela avait été fait pour les alliages cuivre-étain ([1]).

L'étude a porté sur 38 échantillons de composition différente. Jusqu'à la teneur atomique de 49 pour 100 de zinc, les alliages, dont la structure est bien connue, étaient recuits 1000 heures à 400°; pour les alliages plus riches en zinc, le recuit avait duré 3000 heures (18 semaines) à la même température.

Les courbes obtenues sont ainsi reproduites sur la figure ci-après.

Le composé $CuZn$ se manifeste sur toutes les courbes. Il ne paraît donc pas se dissocier, sans intervention d'un catalyseur, dans les conditions ordinaires d'un recuit, même très long; il garde en solution quelques centièmes de cuivre.

Le composé $CuZn^2$ est indiqué nettement par les courbes α, A, 2B et ε, moins distinctement sur C, E et δ.

Enfin le composé $CuZn^6$ est mis en évidence surtout sur les courbes α, A et 2B.

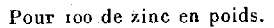
Par contre aucun diagramme ne confirme l'existence de la combinaison Cu^2Zn^3 et il apparaît sur les courbes C, α, A, 2B et H qu'à cette composition a lieu la limite de la solution solide du cuivre dans $CuZn^2$.

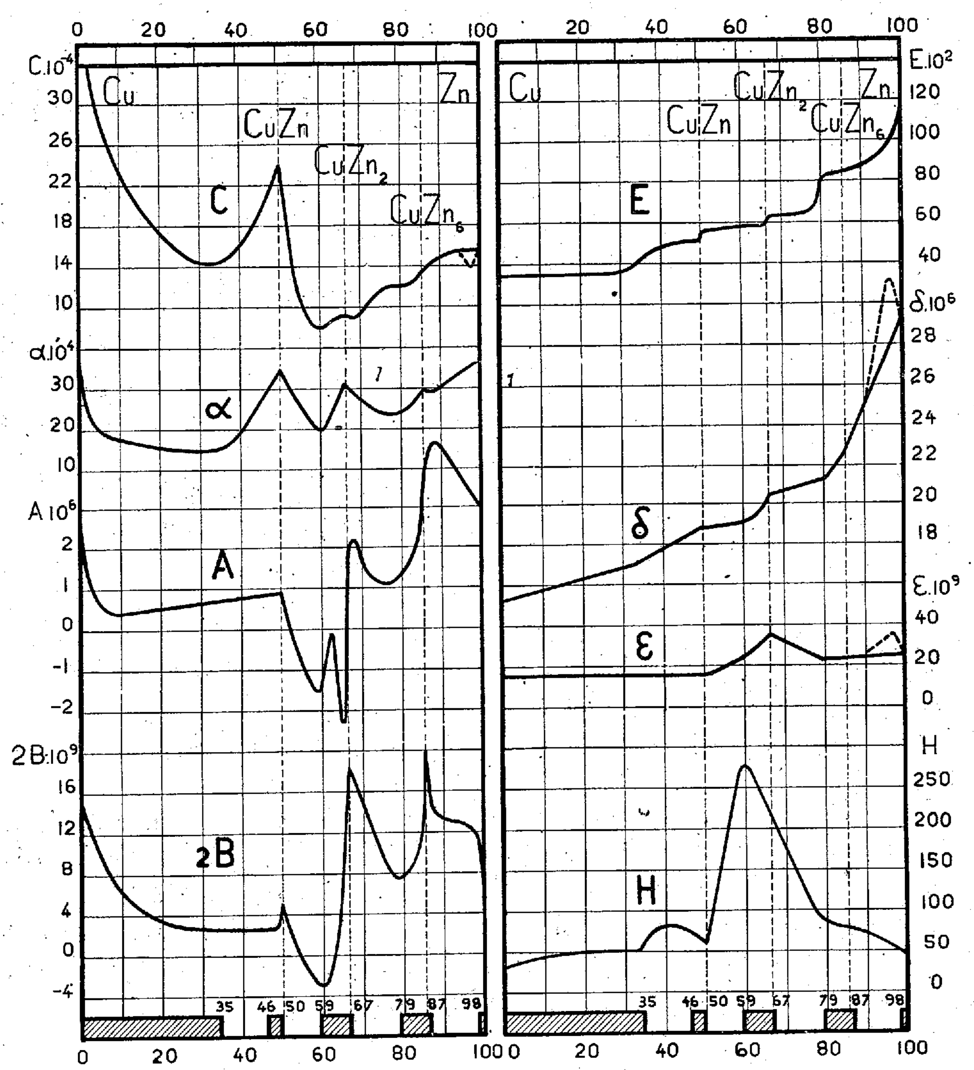
Ces résultats s'accordent sensiblement avec les conclusions qu'on pouvait tirer des travaux de nos prédécesseurs (Norsa, 1912; Puschin et Rjaschsky, 1913; Puschin, 1908; Sauervald, 1920), malgré un traitement thermique très différent des alliages.

Il est à remarquer que sur les diagrammes de la conductivité électrique et de la dilatation (C, δ et ε) se manifestent quelques particularités dans le domaine de la solution solide voisine du zinc, dues probablement à une transformation allotropique.

([1]) BRONIEWSKI et HACKIEWICZ, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 651; *Revue de Métallurgie*, 26, 1928, p. 671; 27, 1929, p. 20.

De même, sur la courbe A, on aperçoit, vers 63 pour 100 de zinc, un maximum dont le rapport avec la structure de l'alliage n'est pas évident.


Pour 100 de zinc en poids.



Pour 100 atomique de zinc.

C, conductivité électrique à 0°; coefficient de température de la résistance électrique entre 0° et 100°; A, pouvoir thermo-électrique à 0° rapporté au plomb; 2B, variation du pouvoir thermo-électrique entre —78° et +100°; E, valeur maxima de la force électromotrice de dissolution; δ, coefficient de dilatation à 0°; ε, variation du coefficient de dilatation entre —183° et +218°; H, dureté Brinell. Les hachures indiquent les solutions solides mises en évidence par la micrographie.

Les indications de la micrographie s'appliquent à un état d'équilibre intermédiaire entre 400° et la température ordinaire. Dans ce domaine,

aucun point de transformation n'apparaît, mais les limites des solutions solides peuvent quelque peu varier.

La composition des alliages cuivre-zinc, mise en évidence par notre étude, ne permet pas de préjuger leur structure à la température de solidification, mais les résultats obtenus pourront aider à l'établissement du diagramme d'équilibre total, probablement assez complexe, en indiquant l'état final des transformations.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Le complexe entre l'enzyme et les produits d'hydrolyse, lors de l'inversion diastasique du sucre*. Note (1) de MM. **H. Colin** et **A. Chaudun**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Nous avons démontré que, toutes choses égales d'ailleurs, la loi mathématique de l'inversion diastasique du sucre dépend non pas des concentrations propres a et n du saccharose et du ferment, mais du rapport $\frac{a}{n}$ de ces concentrations. C'est ce que pressentait Duclaux, voilà plus de 30 ans, quand il écrivait : « Une quantité déterminée de sucrase produit son effet, toujours le même, sans se préoccuper, comme les acides, de la quantité de sucre présente autour d'elle. »

On a été conduit de la sorte à imaginer que l'enzyme s'unit transitoirement au saccharose et aux éléments de l'eau pour donner un complexe qui se dédouble ensuite en glucose, lévulose et ferment. Cette hypothèse est désormais admise par tous. Seules restent en cause la nature du complexe et la vitesse relative avec laquelle il se forme.

Allant plus loin dans cette voie, certains auteurs pensent, après V. Henri et Michaëlis, que le sucre interverti s'unit lui aussi à la sucrase; la diminution de la vitesse d'hydrolyse lorsqu'on ajoute à la liqueur sucrée du glucose ou du lévulose n'aurait pas d'autre cause.

Il existe un moyen simple de voir s'il est exact que les produits de la réaction accaparent une partie du ferment.

En effet, si à une quantité donnée n_1 de diastase, on oppose des doses croissantes de sucre, la vitesse initiale V_0 augmente d'abord comme la teneur en sucre, puis de moins en moins vite pour devenir indépendante de la concentration en saccharose dès que celle-ci atteint une valeur déterminée a_1. L'addition de glucose ou de lévulose à une liqueur sucrée devrait donc se

(1) Séance du 11 juin 1930.

traduire, dans l'hypothèse de Michaëlis, par une diminution, non seulement de la vitesse d'hydrolyse, mais encore de la quantité a_1 de saccharose correspondant à la dose n_1 d'enzyme. L'expérience prouve qu'il n'en est rien.

Nous avons déterminé a_1 en opposant à une même dose de sucrase des quantités croissantes de sucre de canne; nous avons trouvé pour a_1 des valeurs rigoureusement égales pour le saccharose seul et pour le saccharose additionné de glucose ou de lévulose.

	V_0.		
Saccharose °/₀.	A (saccharose seul).	B (saccharose + glucose 10 °/₀).	C (saccharose + fructose 10 °/₀).
g	°	°	°
0,2	0,52	0,15	0,11
0,5	1,30	0,35	0,27
1	2,03	0,60	0,48
1,5	2,55	0,78	0,65
2	2,85	0,90	0,78
2,5	2,87	0,91	0,80

Que le saccharose soit seul ou accompagné de glucose ou de lévulose, ce dernier ralentissant d'ailleurs l'hydrolyse plus que ne le fait le glucose, on voit que a_1 est le même; il est voisin de 2, dans les conditions de l'expérience.

Il s'en faut qu'à cet égard toutes les substances qui retardent l'inversion du sucre se comportent comme le glucose et le lévulose. Les alcools simples augmentent nettement a_1 qui passe à 3,2 et à 2,8 en présence d'alcool méthylique ou d'alcool éthylique à 20 pour 100.

Voici d'autre part ce que l'on observe avec la glycérine :

	V_0	
Saccharose °/₀.	A (saccharose seul).	B (saccharose + glycérine 15 °/₀).
g	°	°
0,2	0,52	0,15
0,5	1,30	0,35
1	2,03	0,68
1,5	2,55	0,82
2	2,85	0,95
2,5	2,87	1,07
3	—	1,15
3,5	—	1,15

a_1 est voisin de 2 pour la solution A, compris entre 2,5 et 3 pour la liqueur B.

L'action des alcools méthylique et éthylique, de la glycérine en quantité

suffisante, se traduit de la même façon que celle de faibles doses d'alcalis, en diminuant la vitesse d'hydrolyse et en augmentant a_1.

Quant aux acides dilués, ils augmentent ou diminuent V_0 suivant leur concentration, mais ils font toujours décroître la valeur de a_1.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la dureté du nickel écroui ou électrolytique.* Note de MM. **Guichard**, **Clausmann**, **Billon** et **Lanthony**, présentée par M. G. Urbain.

Nos expériences sur la variation de dureté de certains métaux et alliages par écrouissage ([1]) nous conduisent tout naturellement à examiner quelques métaux électrolytiques qui sont comme on le sait extrêmement durs. Nous donnons ici quelques résultats relatifs au nickel. Des études systématiques ont déjà été faites sur les facteurs qui font varier la dureté du nickel électrolytique ([2]). Le rôle des gaz dissous dans ce métal nous a cependant paru mériter encore quelques recherches. Nous avons donc extrait, au moyen d'une trompe à mercure, les gaz de divers échantillons de nickel électrolytique, préparés par l'industrie, ou par nous, au laboratoire, suivant les indications publiées par M. Bogitch ([3]).

Les gaz extraits du nickel électrolytique sont formés d'hydrogène, d'oxyde de carbone et d'anhydride carbonique. Les quantités recueillies dans divers essais sont relativement très faibles ([4]), ce qui rend déjà assez peu probable leur influence. Sur 12 échantillons de nickel électrolytique préparés dans des conditions variables de température et de densité de courant, les teneurs en gaz ont été assez variables (H : de $0^{cm^3},12$ à $0^{cm^3},76$ par gramme de métal; $CO + CO^2$: de $0^{cm^3},01$ à $0^{cm^3},43$), ainsi que les duretés (Δ : de 245 à 365), sans qu'il se manifeste de relation systématique entre la dureté et la quantité correspondante des gaz recueillis.

([1]) Nous avons lu une Note théorique de MM. Guillet et Cournot sur l'écrouissage, le recuit et la fabrication des monnaies (*Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 905). Ces auteurs veulent bien y faire allusion à nos récentes expériences (*Ibid.*, p. 112 et 468). Certains de nos résultats leur semblent très normaux; d'autres paraissent les surprendre. Or il est bien évident que la dimension des échantillons que l'on écrouit peut avoir une influence sur leur hétérogénéité, mais les théories de l'état solide doivent embrasser tous les faits quelle qu'en soit l'échelle.

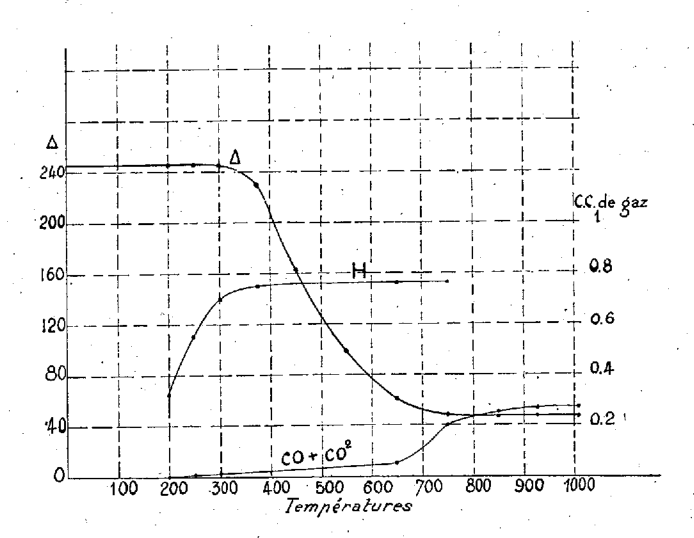
([2]) Voir notamment Macnaughtan, *J. Iron and Steel*, **109**, 1924, p. 109.

([3]) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 328.

([4]) Elles sont de l'ordre de celles trouvées par Schlotter.

Les oxydes de carbone proviennent, pour une part importante, de l'anode qui introduit dans le bain des gaz et des traces de carbone solide qui se fixent partiellement sur la cathode. La nature de l'atmosphère, plus ou moins riche en gaz carbonique, au-dessus de l'électrolyseur n'a pas d'influence.

Il faut aller jusqu'à 1000° pour extraire, dans le vide, les gaz CO et CO^2. Le départ de l'hydrogène, par contre, est total au-dessous de 500°.



Au cours du recuit dans le vide du nickel électrolytique, il se produit toujours un important accroissement de dimensions dû au dégagement des gaz qui se réunissent en petites bulles microscopiques, visibles après polissage, sans attaque; comme le gaz hydrogène diffuse rapidement à travers le nickel, ainsi que l'a montré M. Lombart il semble que les bulles gazeuses renferment surtout les gaz carbonés. Le foisonnement du métal peut faire passer sa densité apparente de 8,9 à 8,1, le plus souvent, sans qu'il se fissure, et, après recuit, il paraît très compact et laminable, sur de petits échantillons.

La dureté du nickel électrolytique n'augmente pas par écrouissage; elle dépasse d'ailleurs la plus grande dureté que nous ayons obtenue par laminage du nikel fondu. Après recuit très prolongé, sa dureté peut descendre à 35. Pour voir, mieux encore, si la présence des gaz peut être cause de la grande dureté du nickel électrolytique, nous avons fractionné le recuit d'échantillons divers, en les chauffant, pendant des durées constantes, 24 heures, à des températures de plus en plus élevées, et déterminant la dureté acquise et les gaz dégagés par chaque recuit partiel. Cela nous

permet de grouper sur des diagrammes les points obtenus, en mettant, en abscisses les températures, en ordonnées, à gauche, les duretés Brinell, à droite les volumes totalisés de gaz dégagés à chaque température, par gramme.

Nous donnons ici un tel diagramme; pour en faciliter la lecture, nous avons réuni par des traits continus les points de même espèce.

On voit de suite que la plus grande partie de l'hydrogène est dégagée du métal avant que l'adoucissement commence à se manifester. Le départ des gaz CO, CO^2 quand ils existent, s'accentue surtout vers la fin de l'adoucissement du métal.

Pour conclure, de ces diverses observations il résulte que la faible quantité des gaz contenus dans le nickel électrolytique ne peut être cause de sa grande dureté.

D'autres métaux devront être étudiés au point de vue du rôle que jouent les gaz qu'ils contiennent. Il ne saurait être actuellement question de donner une explication générale de la dureté des métaux électrolytiques; mais la finesse des cristaux doit suffire à l'expliquer lorsque aucun élément étranger n'intervient.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le mécanisme de l'action antioxygène.* Note de MM. **G. Dupont** et **J. Allard**, présentée par M. G. Urbain.

L'action antioxygène est un des phénomènes catalytiques les plus difficiles à interpréter. Diverses théories ont été données [1] mais elles ne sont pas à l'abri de toute critique.

Dans une série de Notes précédentes, nous avons étudié le mécanisme de l'oxydation de l'acide abiétique seul ou en présence de catalyseurs.

Nous avons montré que, dans cette oxydation, intervient comme catalyseur, un oxyde intermédiaire actif (AO) fourni par la réaction elle-même (réaction autocatalysée).

Nous sommes conduits à interpréter ici, d'une façon simple, l'action antioxygène, celle par exemple de l'hydroquinone. Cette interprétation est la suivante :

L'action antioxygène d'un corps B *est due à l'action de ce corps sur l'agent actif* (AO) *de l'autocatalyse, action donnant lieu à une association ou une combinaison inactive des deux corps.*

---

[1] Voir Moureu et Dufraisse, *IIe Congrès de Chimie Solvay*, p. 547.

Cette interprétation est étayée par les faits suivants, en accord avec elle :

1° Il y a une relation de proportionnalité entre la quantité d'oxyde catalyseur AO présent et la proportion d'antioxygène nécessaire pour arrêter l'oxydation : au début de l'oxydation d'une solution xylénique d'acide abiétique, $\frac{1}{5000}$ d'hydroquinone suffit largement à empêcher toute oxydation; quand l'oxydation est lancée, il faut au moins $\frac{1}{1000}$ d'hydroquinone pour obtenir le même résultat.

2° Avec le catalyseur abiétate de cobalt, la relation entre l'effet prooxygène et l'effet antioxygène est beaucoup plus nette : avec 1 pour 100 de Co combiné, 0,1 pour 100 d'hydroquinone suffit pour empêcher toute oxydation au départ, mais quand l'oxydation a pris sa vitesse maxima, il faut 1,4 à 1,6 pour 100 d'hydroquinone pour l'arrêter.

En outre ici l'étude spectroscopique des solutions permet de mettre en évidence les associations dont nous avons parlé : l'abiétate de cobalt neutre (ou l'abiétate additionné d'acide abiétique non oxydé) donne dans le spectre trois bandes d'absorption entre $460^{\mu\mu}$ et $570^{\mu\mu}$ (coloration violet rouge). Très rapidement, par oxydation, l'abiétate de cobalt additionné d'acide abiétique s'oxyde en donnant une couleur brun verdâtre et, en outre des bandes précédentes, une large bande d'absorption couvrant tout le spectre en deçà de $500^{\mu\mu}$.

L'addition d'hydroquinone en excès dans cette solution fait disparaître cette bande complémentaire et redonne le spectre initial.

L'interprétation la plus satisfaisante de ces faits est la suivante : la large bande d'absorption couvrant les longueurs d'ondes inférieures à $500^{\mu\mu}$ est due à un complexe entre l'abiétate de cobalt et l'acide abiétique oxydé. *L'effet de l'hydroquinone est de détruire cette combinaison colorée en s'associant lui-même à l'acide abiétique oxydé et libérant l'abiétate de cobalt.*

L'étude parallèle de l'oxydation de ces liqueurs montre que l'agent actif de la catalyse positive d'oxydation est cette combinaison verte : abiétate de cobalt + acide abiétique oxydé. *L'antioxygène n'est ici qu'un poison du catalyseur positif.*

L'étude quantitative nous permet en outre de préciser le mécanisme de l'action prooxygène. Si l'on admet que l'hydroquinone agit molécule à molécule avec le catalyseur d'oxydation, on constate que dans l'oxydation directe une très faible proportion de l'oxyde AO formé par la réaction se trouve sous la forme active. Au contraire, dans le cas de l'abiétate de cobalt, on constate qu'au maximum de vitesse 80 pour 100 du sel de cobalt est présent sous une forme active. L'effet du catalyseur positif paraît donc

être ici surtout de stabiliser l'agent d'autocatalyse AO en l'introduisant dans un complexe actif.

En somme, il ressort de ce qui précède une étroite parenté entre les phénomènes de catalyse positive et de catalyse négative : les catalyseurs des deux types viennent former des complexes avec l'agent actif de l'autocatalyse, mais les premiers donnent des complexes actifs, les seconds des complexes inactifs. Les catalyseurs positifs sont des activeurs, les catalyseurs négatifs des poisons de l'agent normal d'autocatalyse.

L'autocatalyse d'oxydation étant, comme nous l'avons déjà signalé, un phénomène très répandu, il nous semble que la théorie précédente est susceptible d'une assez large généralisation.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Action du champ magnétique sur la vitesse de dissolution du fer dans le chlorure de cuivre* Cl^2Cu. Note de M. **H. Forestier**, présentée par M. Ch. Fabry.

L'étude de l'influence du champ magnétique sur la force électromotrice de dissolution du fer dans ses sels et dans les acides a donné lieu à un certain nombre de travaux parmi lesquels nous citerons ceux de Remsen ([1]), Hurmuzescu ([2]), Bücherer ([3]), Rathert ([4]), dont les résultats sont peu concordants et parfois contradictoires; il nous a paru intéressant d'aborder ce problème du point de vue chimique et d'étudier les variations de la vitesse de dissolution du fer dans divers réactifs en fonction du champ magnétique.

Les résultats que nous avons obtenus mettent en évidence l'importance de l'aimantation sur les réactions chimiques dans lesquelles entre un corps ferromagnétique.

Le métal utilisé était du fer pur Armco, contenant 99,86 pour 100 de fer, découpé en plaquettes rectangulaires (dimensions : $30 \times 15 \times 1^{mm}$), qui ont été décapées par un séjour d'une heure dans une solution de chlorure cuivrique à 10 pour 100 et brossées ensuite sous un filet d'eau. Parmi les différents sels de cuivre dont nous avons étudié l'action sur le fer dans le champ

(1) Remsen, *Lumière électrique*, 4, 1882, p. 126.
(2) Hurmuzescu, *J. de Phys.*, 4, 1895, p. 118.
(3) Bucherer, *Wied. Ann.*, 58, 1896, p. 573.
(4) Rathert, *Z. Electroch.*, 20, 1914, p. 150.

magnétique, c'est encore le chlorure Cl^2Cu qui nous a donné la plus grande régularité d'attaque.

Les plaquettes, reposant dans un tube à essai, étaient disposées dans l'entrefer d'un électro-aimant, parallèlement aux lignes de force du champ magnétique; le tube était maintenu à la même température (15°) par une circulation d'eau; la durée de chaque expérience a été fixée à 10 minutes, temps pendant lequel la vitesse de dissolution reste sensiblement constante. La quantité de fer dissous suivant la réaction

$$Fe + Cl^2Cu = Cl^2Fe + Cu$$

était mesurée par la différence de poids de la plaquette avant et après l'attaque.

Les variations de la vitesse de dissolution ont été étudiées en fonction du champ magnétique (*fig.* 1) et en fonction de la concentration du réactif

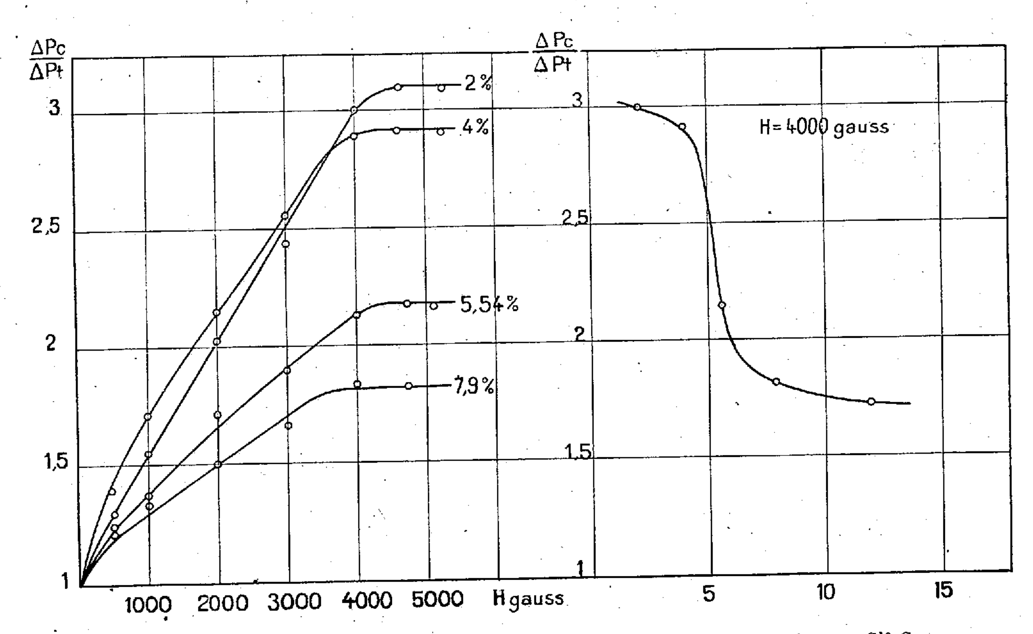


Fig. 1. Fig. 2. — Concentration en Cl^2 Cu.

$\frac{\Delta Pc}{\Delta Pt}$ représente le rapport de la perte de poids de la plaquette soumise au champ magnétique, à la perte de poids d'une plaquette témoin en dehors du champ.

(*fig.* 2). Les courbes de la figure 1, relatives à différentes concentrations en chlorure de cuivre, montrent que la vitesse de dissolution croît d'abord rapidement quand le champ augmente; puis, à partir de 500 gauss, les

courbes deviennent sensiblement rectilignes, elles s'infléchissent ensuite brusquement entre 4000 et 4500 gauss; pour des valeurs du champ plus élevées la vitesse d'attaque reste la même. On voit que le champ magnétique peut aller jusqu'à tripler la vitesse de dissolution du fer dans le chlorure cuivrique; ce phénomène correspond très probablement à une augmentation de la f. é. m. de dissolution du fer ([1]), et l'allure de ces courbes semble bien suivre dans une certaine mesure les variations de l'intensité d'aimantation de la plaquette dans le champ magnétique, nous n'avons pu expliquer cependant le coude brusque de ces courbes à partir de 4000 gauss.

L'influence de la concentration du réactif d'attaque sur la vitesse de dissolution dans un champ magnétique donné est également considérable; la figure 2 montre que l'action du champ magnétique décroît d'abord très rapidement quand la concentration du sel augmente (entre 4 et 8 pour 100) et semble tendre ensuite vers une limite au delà de 12 pour 100 de Cl^2Cu.

C'est donc pour les faibles concentrations que l'on observe l'effet maximum.

Si l'on remplace le chlorure de cuivre par le sulfate, on constate des variations de vitesse de dissolution de même sens qu'avec le chlorure, mais l'attaque est arrêtée assez rapidement par l'apparition d'une pellicule de cuivre qui protège le métal contre la corrosion, la formation de cette pellicule est favorisée par le champ magnétique.

Ce dernier possède donc, comme on le voit, une influence notable sur les propriétés chimiques du fer.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Nouvelles recherches sur l'écrouissage du plomb, de l'étain, du cadmium et du zinc à différentes températures.* Note ([2]) de M. **Alfred Molnar**, présentée par M. Léon Guillet.

J'ai exposé ([3]) les résultats de mes recherches sur l'écrouissage par compression du plomb, de l'étain et du cadmium et j'ai donné la variation de la dureté et de la durée du recuit spontané de ces métaux en fonction de la température et du degré d'écrouissage.

J'ai entrepris la vérification de ces résultats à l'aide des rayons X. Les spectres, obtenus avec des éprouvettes écrouies aux températures que

---

([1]) Hurmuzescu, *loc. cit.*
([2]) Séance du 11 juin 1930.
([3]) A. Molnar, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 587.

j'avais précédemment caractérisées comme étant celles du recuit instantané, donnent des structures typiques de recuit, confirmant les résultats d'essais de dureté quant à l'impossibilité de maintenir l'écrouissage à ces températures. Les spectres des éprouvettes écrouies à des températures auxquelles la dureté acquise par écrouissage se conserve intégralement montrent la structure cristalline caractéristique des métaux écrouis, avec raies discontinues, mettant en vue l'orientation des cristaux. Les résultats des essais par rayons X sont donc en parfait accord avec ceux des essais de dureté.

J'ai étudié également l'écrouissage par traction de ces métaux. Je me suis proposé de rechercher si la température de recuit complet, déterminée par les essais de dureté, détruit bien l'écrouissage, non seulement pour une vitesse de déformation lente, telle que celle de l'écrouissage par compression, mais aussi pour une vitesse beaucoup plus grande, provoquée par traction. En effet MM. Cournot et Roux [1] ont montré qu'un métal peut rester écroui pour une déformation suffisamment rapide au-dessus de la température dite communément de recuit et qu'il existe pour chaque température une vitesse de déformation limite, au-dessus de laquelle la recristallisation simultanée n'arrive pas à annuler instantanément l'écrouissage de déformation.

Dans ce but j'ai effectué des essais de traction sous deux vitesses de déformation, la première, que j'appellerai par la suite traction lente, la vitesse étant de 1,4 pour 100 des allongements par minute, et une autre, considérablement plus forte, de 50 pour 100 des allongements par minute, que je désignerai par traction rapide. Les tableaux ci-après donnent les résultats de ces essais pour chacun des métaux étudiés :

TABLEAU I. — *Variation des propriétés mécaniques du plomb en fonction de la température et de la vitesse de déformation.*

Température d'essais.	Traction lente.			Traction rapide.		
	E kg/mm².	R kg/mm².	A %.	E kg/mm².	R kg/mm².	A %.
−75°	2,90	10,65	24	3,85	12,2	17
−40	2,72	9,35	31	3,6	10,25	24
−20	2,47	5,15	40	2,95	6,1	32
0	1,95	3,80	49	2,4	4,3	41
+15	1,26	2,50	52	1,8	2,85	47
+50	1,10	2,30	55	1,2	2,5	50
+80	0,85	1,75	60	0,85	1,75	60

(1) COURNOT et ROUX, *Revue de Métallurgie : Mémoires*, 1929, p. 655; 1930, p. 8.

TABLEAU II. — *Variation des propriétés mécaniques de l'étain en fonction de la température et de la vitesse de déformation.*

Température d'essais.	Traction lente.			Traction rapide.		
	E kg/mm².	R kg/mm².	A %.	E kg/mm².	R kg/mm².	A %.
— 20°	6,3	8,25	40	7,15	10,5	28
0	4,7	5,90	42	5,4	7,4	26
+ 15	4,0	4,8	41	4,8	6,2	28
+ 50	3,6	4,3	36	4,25	5,35	32
+100	2,95	3,7	42	3,0	3,7	42

TABLEAU III. — *Variation des propriétés mécaniques du cadmium en fonction de la température et de la vitesse de déformation.*

Température d'essais.	Traction lente.			Traction rapide.		
	E kg/mm².	R kg/mm².	A %.	E kg/mm².	R kg/mm².	A %.
—75°	14	21,5	5	17,3	24,4	0
—40	13,15	18,6	8	15,5	20,7	2
—20	9,7	13,2	9,5	13	15,8	2
0	5,5	8,85	10	8,2	12,5	3
+15	4,8	7,1	12	5,4	10,3	5
+25	4,5	6,9	12,5	4,85	9,1	10
+50	4	6,4	13,8	4	6,5	14

TABLEAU IV. — *Variation des propriétés mécaniques du zinc en fonction de la température et de la vitesse de déformation.*

Température d'essais.	Traction lente.			Traction rapide.		
	E kg/mm².	R kg/mm².	A %.	E kg/mm².	R kg/mm².	A %.
15°	10,8	21,5	32	13,9	25	22
50	9	16,2	34	11,5	20	25
100	7,2	15	37	9,1	18,5	29
150	5,75	14	44	6,25	15	40
200	4,4	12,5	35	4,5	12,8	35

Ces résultats montrent que le métal soumis à un essai rapide de traction présente toutes les caractéristiques d'un métal écroui, vis-à-vis du métal ayant subi une traction lente. Cette différence existe pour le plomb à toutes les températures inférieures à 80°, température à laquelle il présente les mêmes valeurs de charge de rupture, de limite élastique et d'allongements, pour la traction lente et pour la traction rapide. Ceci permet de conclure qu'à cette température le recuit spontané annule instantanément

l'écrouissage de déformation. Cette température critique est de 100° pour l'étain, 50° pour le cadmium et 200° pour le zinc. On constate donc que la température de recuit complet augmente avec la vitesse de déformation, c'est-à-dire qu'à la température de recuit, déterminée par les essais d'écrouissage par compression, la recristallisation peut ne pas se produire pour une vitesse de déformation suffisamment rapide.

Il résulte donc de ces essais que le plomb, l'étain, le cadmium et le zinc, contrairement à ce qu'on croyait pendant longtemps, s'écrouissent à la température ordinaire, mais que leur recuit, excepté celui du zinc, est spontané à cette température, le métal se recuisant au bout d'un temps plus ou moins long.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le traitement des alliages sidérurgiques dans les solutions de quelques phosphates métalliques.* Note de MM. **Jean Cournot** et **Jean Bary**, présentée par M. Léon Guillet.

L'un de nous a déjà présenté les résultats obtenus dans le traitement d'alliages sidérurgiques par des solutions mixtes de phosphates de fer et de manganèse, et montré l'efficacité du revêtement contre la corrosion (1).

Nous avons cherché à *comparer* la valeur des protections réalisées, d'abord à l'aide de phosphates simples, de fer, de manganèse, de zinc, ensuite à l'aide de mélanges de phosphates de ces mêmes métaux, pris deux à deux.

Les solutions mères de phosphates, permettant d'obtenir les concentrations désirées en acides libre et combiné, ont été préparées par dissolution dans de l'acide phosphorique concentré : de fil de clavecin pour le fer, des carbonates purifiés pour le manganèse et le zinc.

Des éprouvettes, découpées dans une tôle d'acier doux, de $\frac{8}{10}$ de millimètre d'épaisseur, ont été décapées par sablage d'un côté et polissage de l'autre, puis dégraissées; elles ont ensuite été traitées, jusqu'à fin de réaction, dans les bains ci-après, préalablement portés à l'ébullition, l'opération étant effectuée à volume constant dans un ballon muni d'un réfrigérant à reflux; les concentrations avaient été ajustées, pour 1^l de solution, suivant les valeurs ci-après, l'acide total étant dosé en présence de phénolphtaléine et l'acide libre en présence d'héliantine.

---

(1) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1041.

Solutions simples de phosphate de fer, phosphate de manganèse et phosphate de zinc :

Acide libre	$5^{g} = 0{,}051^{\text{mol-gr}}$
Acide combiné	$10 = 0{,}102$

Solutions mixtes de phosphates de fer et manganèse :

Acide libre	$5 = 0{,}051$
Acide combiné à Fe	$2 = 0{,}020$
Acide combiné à Mn	$8 = 0{,}082$

Solutions mixtes de phosphates de manganèse et zinc :

Acide libre	$5 = 0{,}051$
Acide combiné à Mn	$5 = 0{,}051$
Acide combiné à Zn	$5 = 0{,}051$

Solutions mixtes de phosphates de zinc et fer :

Acide libre	$5 = 0{,}051$
Acide combiné à Zn	$5 = 0{,}051$
Acide combiné à Fe	$5 = 0{,}051$

Après le traitement, les éprouvettes étaient rincées, séchées et essayées à la corrosion : partie dans un brouillard salin, partie par immersions et émersions alternées (bain salin), les conditions opératoires et la composition de l'eau de mer étant conformes à la récente unification de l'aéronautique française.

Les résultats au brouillard salin, confirmés par ceux en immersions et émersions alternées, peuvent se résumer comme suit :

1° Les débuts d'attaque apparaissent au bout de :

1.30 (h m)	pour l'acier nu sans recouvrement de phosphates;		
5.30	pour le recouvrement de phosphate de Fe;		
8.30	»	»	de Zn;
22.30	»	»	de Mn;
22.30	»	phosphates	de Fe et de Zn;
70.00	»	»	de Zn et de Mn;
70.00	»	»	de Mn et de Fe.

2° Les vitesses d'accentuation ultérieure de l'attaque ne sont pas identiques : par exemple, après 215 heures environ, la corrosion sur phosphate de manganèse rejoint et dépasse celle sur phosphate de zinc; au bout de 460 heures, l'augmentation pour cent du poids des éprouvettes donne les moyennes suivantes :

Acier nu sans recouvrement			4,230
Recouvrement phosphate de Fe			1,540
»	»	Zn	0,271
»	»	Mn	0,380
»	phosphates de Fe et de Zn		0,218
»	»	Zn et de Mn	0,217
»	»	Mn et de Fe	0,450

Il y a bien lieu de noter que ces recouvrements ont été exposés directement à la corrosion, sans aucune finition; l'application de finitions [1] retarde naturellement le départ de la progression de l'attaque, et prolonge par conséquent les résultats ci-dessus de début de corrosion.

On voit que la protection par phosphate de fer est tout à fait illusoire et que les meilleurs résultats sont obtenus avec les solutions mixtes, lesquelles retardent dans de grandes proportions le début de l'attaque.

Nous poursuivons nos expériences avec les autres métaux se trouvant encore au-dessous du fer dans la série des tensions.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'acide sulfurique sur le mercure à la température ordinaire.* Note de M. F. Taboury, présentée par M. H. Le Chatelier.

Philipps Braham (*Chem. News*, 42, 1880, p. 162) a indiqué que l'acide sulfurique concentré contenant des traces d'acide nitrique réagissait à froid sur le mercure pour donner des cristaux transparents auxquels il a assigné la formule SO^3Hg^2O, SO^3H^2O, malgré des résultats d'analyse défectueux. Ch. Baskerville et F. W. Miller (*J. of the Am. Chem. Soc.*, 19, 1887, p. 873) dans une étude sur l'action de l'acide sulfurique à diverses températures sur le mercure ont admis qu'il se forme, à la température ordinaire, du sulfate mercureux en se basant sur un résultat d'analyse donnant 20,75 pour 100 de SO^4 alors que SO^3Hg^2O correspond à une teneur en SO^4 pour 100 de 19,35. En présence de ces résultats divergents, et ayant obtenu du sulfate de mercure au sein de l'acide sulfurique pur qui recouvrait à la température ordinaire du mercure distillé pur j'ai entrepris l'étude de ce produit.

Ainsi que l'a remarqué Braham, les cristaux restent transparents au contact de l'acide, mais blanchissent et tombent en poussière dès qu'ils sont au contact de l'atmosphère.

---

(1) *Loc. cit*

Cette substance ne contient pas de mercure au maximum, car, dissoute dans l'eau en présence d'un peu de NO^3H, elle donne une liqueur d'où l'on précipite tout le mercure au minimum par le chlorure de sodium. La liqueur filtrée ne renferme pas de trace de sels mercuriques (pas de précipité avec H^2S). Mais elle contient par contre tout l'acide sulfurique du sel primitif. Ces remarques conduisent à un procédé correct et pratique d'analyse de la substance.

Le gaz qui se dégage dans l'attaque à froid du mercure par l'acide sulfurique est uniquement SO^2.

Vérification en a été faite en provoquant à température ne dépassant pas 20° la réaction dans une enceinte en verre soudée à un manomètre à mercure, enceinte dans laquelle on avait fait le vide au préalable. La portion gazeuse extraite à la trompe à mercure après trois mois de contact acide-mercure était totalement soluble dans l'eau. Le dosage de la solution par le permanganate de potassium fournissait des résultats correspondant au volume gazeux mesuré.

L'analyse attribuait aux cristaux qui s'étaient formés au sein de l'acide sulfurique la formule SO^3Hg^2O, SO^3H^2O.

Une atmosphère d'oxygène ne modifie pas la réaction. On obtient en effet ces mêmes cristaux SO^3Hg^2O, SO^3H^2O en faisant passer pendant toute la durée de réaction (plusieurs semaines) un courant d'air sec dans l'acide sulfurique mis au contact du mercure.

Ce sulfate mercureux acide, abandonné à l'air et à la lumière pendant plusieurs mois, devient opaque, noircit souvent superficiellement, fournit une pâte par fixation de la vapeur d'eau de l'atmosphère et la partie solide, après lavage rapide et essorage sur plaque poreuse a la composition de SO^3Hg^2O. Ce dernier sel mis au contact de SO^4H^2 se transforme en SO^3Hg^2O, SO^3H^2O.

Cette avidité pour l'eau de SO^3Hg^2O, SO^3H^2O et à plus forte raison des cristaux imprégnés de SO^4H^2 est la cause de la difficulté que l'on éprouve à les débarrasser de SO^4H^2 non combiné, sans le détruire. Les procédés utilisés dans ce but : égouttage dans exsiccateur à P^2O^5 sur plaque poreuse calcinée, lavage à l'éther et séchage rapide entre plaques poreuses, etc., obligeant à abandonner ou à manipuler la substance un certain temps à l'air, favorisaient sa destruction par l'eau, et les analyses faisaient apparaître toujours un excès d'eau, souvent un excès d'acide sulfurique. Seule la centrifugation en vase fermé dont le fond était garni de disques

poreux fraîchement calcinés a fourni de bons résultats. Le rapport $\frac{SO^3}{Hg^2O}$ est correct; l'eau est toujours en léger excès : $0^{mol},1$ à $0^{mol},2$ pour SO^3Hg^2O, SO^3H^2O.

En résumé : A température ordinaire 20° environ, SO^4H^2 réagit sur Hg avec dégagement unique de SO^2. Les cristaux formés ont pour composition SO^3Hg^2O, SO^3H^2O. Ce sel acide est très facilement détruit par l'eau.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le camphocarbonate de mercure et quelques produits mercuriels dérivés.* Note de M. **Picon**, présentée par M. A. Béhal.

L'étude de la préparation et des propriétés du camphocarbonate de mercure nous a permis d'isoler un certain nombre de composés mercuriels que nous allons décrire.

Le camphocarbonate neutre de mercure s'obtient dans l'action de l'acide camphocarbonique sur l'oxyde jaune de mercure à la température ordinaire, la présence d'une petite quantité d'eau étant nécessaire. Après quelques heures de contact, la réaction est complète, et après dessiccation dans le vide en présence d'anhydride phosphorique on obtient un sel blanc, amorphe, répondant à la constitution du *sel neutre* $(C^{10}H^{15}OCO^2)^2Hg$.

Ce produit est insoluble dans les dissolvants organiques contenant de l'oxygène dans leur molécule (alcools méthylique, éthylique, amylique, éther, acétone, éther acétique), de même dans l'éther de pétrole et le pétrole. Par contre la benzine, le chloroforme, le tétrachlorure et le sulfure de carbone en dissolvent de 30 à 60g par litre.

Ce sel neutre est peu stable, en particulier sous l'action de la chaleur. En présence d'eau ou de benzine portées à l'ébullition, il perd très rapidement une molécule d'anhydride carbonique en fournissant du *camphre-camphocarbonate de mercure* $C^{10}H^{15}O.HgCO^2C^{10}H^{15}O$. La transformation est complète après un quart d'heure.

Ce nouveau composé solide, coloré en jaune paille, possède une solubilité remarquable dans tous les liquides organiques, soit de 200 à 300g par litre pour les dissolvants oxygénés. Les corps non oxygénés donnent des solutions sirupeuses avec des concentrations très élevées de 500 à 750g par litre.

L'action de la chaleur, en présence d'eau, si elle est maintenue pendant plusieurs heures, permet d'éliminer du sel neutre la seconde molécule d'acide carbonique et fournit le *mercure dicamphre* $(C^{10}H^{15}O)^2Hg$. En fait,

il est nécessaire de chauffer environ 12 heures pour avoir une transformation complète.

Cette dernière combinaison se présente sous la forme d'un corps solide blanc incomplètement soluble dans les dissolvants organiques usuels contenant de l'oxygène. Toutefois, un seul traitement par la benzine bouillante permet de changer complètement la solubilité. Après avoir enlevé toute trace de dissolvant par l'action du vide d'une pompe à vapeur de mercure (modèle de Weiss), effectué en présence d'anhydride phosphorique et de charbon actif desséché à 400°, la solubilité dans les dissolvants oxygénés varie alors entre 30 et 90^g par litre. Pour le chloroforme, la benzine, le tétrachlorure et le sulfure de carbone, elle est comprise entre 136 et 447^g.

Il est également possible de préparer un *camphocarbonate basique* de formule $(C^{10}H^{15}O\,CO^2)^2Hg.HgO$ toujours par l'action à froid de l'acide camphocarbonique en présence d'eau sur un excès d'oxyde jaune de mercure. Ce corps solide légèrement coloré en jaune rosé est insoluble dans tous les dissolvants organiques. La benzine à l'ébullition ne peut extraire ni sel neutre, ni camphrecamphocarbonate. Cependant, après une action prolongée pendant plusieurs heures du même dissolvant, le sel basique perd une molécule d'anhydride carbonique et se dissout en fournissant le *camphrecamphocarbonate basique de mercure* $C^{10}H^{15}OCO^2HgC^{10}H^{15}O.HgO$, sel faiblement coloré en jaune paille et légèrement dissocié par l'action de l'éther, de l'acétone et de l'alcool amylique. Dans les autres dissolvants, en particulier ceux ne contenant pas d'oxygène, la solubilité est trés importante et dépasse 600^g par litre pour le chloroforme et le sulfure de carbone.

Lorsqu'on cherche à préparer le sel neutre par double décomposition à froid entre des solutions aqueuses de camphocarbonate de sodium et de chlorure mercurique employés en proportions moléculaires, il se produit un précipité blanc avec un faible rendement de 35 pour 100 et le composé isolé ne peut être, malgré les lavages, privé de chlore. Il se forme, en effet, du *chlorocamphocarbonate de mercure* $C^{10}H^{15}OCO^2HgCl$. Le rendement peut être porté à 42 pour 100 en doublant la quantité de chlorure mercurique. Le composé isolé est un solide blanc facilement dissocié sous l'action de l'eau et, lors de sa préparation, il ne doit être lavé qu'avec une solution saturée de chlorure mercurique. Il est beaucoup moins sensible à l'action de la chaleur que le sel neutre. Traité par l'eau bouillante il ne perd que très lentement de l'acide carbonique. La benzine à l'ébullition effectue la même transformation mais encore plus lentement. On obtient ainsi le *camphrechlorure de mercure* $C^{10}H^{15}OHgCl$.

Alors que le premier dérivé chloré est sensiblement insoluble dans tous les dissolvants organiques, le second, après enlèvement total de la benzine, possède une solubilité remarquable, comprise entre 50 et 100^g pour les dissolvants oxygénés et de 200 à 600^g pour la benzine, le chloroforme, le tétrachlorure et le sulfure de carbone.

La solubilité dans l'huile de ces différents dérivés mercuriels est en général assez faible, de 20 à 50^g par litre, sauf dans le cas du camphrecamphocarbonate qui est soluble à la concentration de 163^g par litre.

Dans ces différents composés le mercure est dissimulé à l'action de la soude, mais il est précipité par l'ammoniaque et le sulfhydrate d'ammonium. Sous l'action de la chaleur, et dans le vide de la trompe à mercure, tous ces corps sont rapidement décomposés. Il se forme du mercure, du camphre et de l'anhydride carbonique. La proportion de ce dernier gaz, mesurée en volume, permet d'effectuer un dosage des radicaux CO^2 existant dans ces différents produits.

GÉOLOGIE. — *Limites des dépôts burdigaliens dans la basse Provence.* Note de M. **Charles Combaluzier**, présentée par M. Pierre Termier.

L'opinion courante au sujet de l'extension du Burdigalien dans la basse Provence veut que cet étage se soit déposé sur une large étendue, de la chaîne de la Nerthe au Luberon et au delà; on relie par la pensée les faluns et les couches à *Ostrea crassissima* de Sausset aux sables verts et à la mollasse à *Pecten præscabriusculus* des pentes méridionales du Luberon, et l'on joint ces dépôts par une ligne dirigée sensiblement du Nord-Est au Sud-Ouest qui traverse en oblique le département des Bouches-du-Rhône. Le schéma, devenu classique, de Depéret sur l'extension des deux premiers étages méditerranéens a vulgarisé cette façon de voir. Ce tracé, exact en ce qui concerne l'Aquitanien, ne correspond pas du tout à la transgression burdigalienne. L'étude d'ensemble que nous faisons du Miocène de la Provence nous a démontré la nécessité de séparer ces deux étages et nous a donné, au sujet de la répartition des dépôts burdigaliens, les résultats suivants.

La mer burdigalienne n'a pas recouvert toute l'étendue qu'on lui attribue dans la basse Provence.

En allant du Sud au Nord, elle formait un golfe dans la région de la Nerthe et de l'étang de Berre; puis elle contournait une ligne de terres émergées

dirigées Est-Ouest correspondant à peu près à la chaîne de la Fare et se prolongeant assez avant dans la Crau; elle s'étalait ensuite dans le golfe durancien proprement dit sous lequel se trouvaient au Sud les chaînes des Alpines et des Costes, et au Nord le Luberon.

Prouver l'existence des limites sud de ce golfe, en des régions que l'on croyait submergées par la mer burdigalienne, tel est le but de la présente Note.

1° *Chaîne des Alpines.* — On sait que le Burdigalien y est magnifiquement représenté avec sa faune classique aux Baux, et l'on s'attendait à voir ses couches plonger sous la Crau : il n'en est rien. La grande dépression qui longe le flanc sud des Alpines, occupée par le marais des Baux et le Gaudre d'Aureille, ne présente que quelques lambeaux de sables helvétiens sans fossiles, mais au faciès typique, transgressifs près de Mouriès, sur le Néocomien. Bien plus, nous avons pu trouver la mollasse tortonienne typique avec *Pecten scabriusculus*, transgressive, au Grand Barbegal, sur le calcaire à *Lychnus* du Garumnien, et, dans la région de Mouriès, sur le Néocomien. Enfin le lambeau d'Aureille comprend de l'Helvétien et du Tortonien en transgression sur le Crétacé d'eau douce. Ce qui prouve que le Burdigalien n'a pas dépassé au Sud la chaîne des Alpines.

2° *Chaîne des Costes.* — Le Burdigalien y est représenté sur les sommets où il atteint l'altitude de 479^{m}; il est d'ailleurs parfaitement caractérisé au petit plateau de Binet au nord de Lambesc par la faune suivante : *P. præscabriusculus*, *P. latissimus*, *Perna Soldani*, *Echinolampas*, *Ostrea*, nombreux moules de Lamellibranches, *Lithothamnium*, etc. On le trouve aussi à Aurons avec la même faune typique; nous avons pu dégager un assez bon exemplaire de *Cidaris Avenionnensis*.

Or deux choses sont à considérer :

A. Ce Burdigalien de la chaîne des Costes est terminal. En effet, au sud de Binet, on ne trouve au-dessous de l'Helvétien, qu'une « mollasse caillouteuse, dure, pouvant être le prolongement des couches à *Lithothamnium* des hauteurs » [1].

Nous faisons nôtre cette opinion de Collot en remarquant que ce faciès indique un rivage prochain. D'autre part l'épaisseur des couches d'Aurons diminue vers Saint-Pierre de Canon, au point de n'être plus au sud de Notre-Dame du Val-de-Cuech qu'un banc de 0^{m},40 d'épaisseur maxima.

---

(1) Collot, *Miocène des Bouches-du-Rhône* (*Bull. Soc. géol. de Fr.*, 4e série, 12, 1912, p. 48).

B. Au sud de cette région, il n'y a plus trace de Burdigalien. Le redressement de Pélissane ne comporte que de l'Helvétien et du Tortonien. Dans la région de Lambesc et à l'est de Rognes, l'Helvétien est indubitablement transgressif, sur le Néocomien d'une part, sur le Stampien d'autre part. Ainsi nous semble prouvée la limite sud du golfe de la Durance.

On comprend, par ce simple aperçu, de quelle importance furent les mouvements miocènes et postmiocènes, et combien ils modifièrent profondément la structure de la basse Provence.

GÉOLOGIE. — *Le marbre Henriette, banc récifal construit par des Algues calcaires.* Note de M. **H. Derville**, présentée par M. L. Cayeux.

Des formations de type récifal ont été décrites dans le calcaire carbonifère de la Belgique. Les unes, localisées dans l'assise de Celles, appartiennent au Tournaisien supérieur; les autres sont du Viséen inférieur.

L'étude du calcaire carbonifère du Boulonnais et des marbres qu'on y exploite m'a permis d'y reconnaître des formations analogues; plusieurs de ces marbres doivent être considérés comme de véritables tufs organiques, de véritables bancs récifaux. Toutefois, contrairement aux formations décrites en Belgique, les organismes peu variés qui les constituent me paraissent ressortir au règne végétal et appartenir au groupe des Algues calcaires.

De ces organismes, le plus simple en organisation est celui qui a construit le marbre Henriette. L'organisme est essentiellement constitué par des tubes dépourvus de cloisons cellulaires transversales et qui se divisent par dichotomie. De course très irrégulière, ces tubes ne se présentent qu'exceptionnellement sous forme de boyaux linéaires; ils affectent d'ordinaire la forme de courtes vermiculures en accent circonflexe. Ces portions de l'organisme à vermiculures souvent détruites constituent des zones hyalines; elles prennent sur le marbre poli l'aspect de plages sombres que relèvent de fins lisérés blanchâtres. Ces lisérés correspondent à un tissu plus dense, chargé de calcaire granuleux, où s'enchevêtrent sans ordre des tubes de tout petit calibre. L'organisme de marbre Henriette est donc formé de tubes de deux calibres de développement inégal et d'alternance irrégulière.

En certains points de l'organisme, les tubes deviennent variqueux et présentent une série de hernies et d'étranglements. Les hernies sont dues à

une distension des tubes dans leurs portions externes et correspondent au développement, à l'intérieur des tubes, d'ampoules hémisphériques.

L'organisme du marbre Henriette, par sa structure anatomique, me paraît devoir être rapporté aux Codiacées. Le rapprochement avec les *Sphærocodium* décrits par Rothpletz est particulièrement frappant; toutefois, l'allure des tubes beaucoup plus irrégulière chez l'organisme du marbre Henriette et l'aspect d'ensemble de l'organisme me paraissent légitimer la création d'une espèce nouvelle.

L'organisme, constitué par un entrelacs de tubes à course irrégulière, mourant par la base et continuant à se développer dans ses portions supérieures, donne naissance, par calcification, à des ensembles extrêmement bizarres et contournés de formes très variables. En section horizontale, l'organisme présente l'aspect de lames à contours capricieux et lobés, chaque lobe prenant sur front de carrière l'aspect d'une chandelle verticale simple ou composée (digitations).

Le marbre Henriette appartient au Viséen moyen (assise à *Productus cora*). Une Algue de même type reparaît plus haut à la base du Viséen supérieur dans l'assise à *Productus undatus*, au-dessus de la Grande Brèche (marbre Napoléon Grand Mélange); elle prend la forme d'organismes dressés, massifs dans le bas, profondément échancrés dans le haut, et qui rappellent par leur allure d'ensemble des champignons du type des *Clavaria*. En coupe longitudinale, l'organisme se résout en une série de colonnettes à columelle foncée, revêtue d'un fin panache blanc; columelle et panache représentent deux tissus différents d'aspect, mais constitués tous deux par des tubes dépourvus de cloisons cellulaires transversales. Il s'agit là d'une colonie d'algues de la famille des Codiacées qui se rapprochent du genre *Pseudocodium* décrit par Weber van Bosse.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence de calcaires à Globigérines dans le Bartonien de la Sarthe.* Note de M. **Yves Milon**, présentée par M. L. Cayeux.

Les grès à Sabalites de l'Ouest ont été considérés pendant longtemps comme une formation essentiellement continentale. Cependant Œhlert a signalé la présence d'une Floridée dans ces dépôts, aux environs de Sainte-Suzanne [1] (Mayenne); j'ai indiqué récemment l'existence d'une micro-

---

[1] D. Œhlert, *Réunion extraordinaire de la Société géologique de France dans la Sarthe et la Mayenne* (*Bull. Soc. géol. de France*, 4e série, 9, 1912, p. 632; note infrapaginale).

faune marine dans les accidents siliceux des grès de Toulven[1], et je viens de découvrir, dans les taches siliceuses qui parsèment certains grès à Sabals des environs de Beaugé (Maine-et-Loire), des réseaux de Bryozoaires. Ces observations successives m'ont conduit à étudier les calcaires qui reposent sur les grès à plantes, et renferment, en certains points, une faunule à *Planorbis goniobasis*, *Limnea longiscata*, etc. d'âge bartonien, et de caractère lacustre indiscuté jusqu'à présent.

Ces calcaires sont bien représentés dans la forêt de Bonnétable (Sarthe), où l'on peut recueillir de nombreux blocs fossilifères dans les anciennes exploitations. Les Limnées et les Planorbes sont enrobés dans un calcaire à pâte très fine, de couleur blanche ou jaune clair, et l'on ne peut observer à l'œil nu que des fossiles lacustres. L'examen de cette roche au microscope révèle, au contraire, l'existence d'une microfaune marine; le calcaire se montre formé, en majeure partie, par l'accumulation de Foraminifères pélagiques appartenant au genre Globigérine. De très nombreux Foraminifères sont entiers, et parfaitement conservés; les plus petites loges ont un diamètre moyen de 45 à 30^{μ}, les plus grandes de 150 à 225^{μ}. Je n'ai observé jusqu'à présent, dans ce calcaire, que des Globigérines, à l'exclusion de tout autre genre de Foraminifères. Le ciment de ce globisédiment a la finesse de celui d'une craie, je n'y ai pas reconnu de Coccolithes typiques, mais des corpuscules discoïdes, en couronne, qui ressemblent aux Pseudococcolithes de certaines boues crayeuses. De nombreux grains de quartz, très anguleux, sont répartis dans le ciment; leur diamètre moyen, qui est de 60 à 80^{μ}, peut dépasser exceptionnellement 250^{μ}. Grains de quartz et Globigérines remplissent fréquemment les loges des Mollusques d'eau douce.

Il résulte de ces observations :

I. Les calcaires de Bonnétable doivent être considérés désormais, non comme des calcaires lacustres, mais comme une boue à Globigérines dans laquelle les Mollusques d'eau douce, transportés sans doute par les courants, sont groupés accidentellement.

II. Cette microfaune pélagique indique des communications faciles avec la haute mer d'un grand bassin océanique qui a dû être l'Atlantique, et il faut sans doute rechercher vers le Beaugeois, et la vallée de la Loire, les

---

[1] Y. Milon, *Existence d'une formation marine éocène dans la dépression de Toulven* (Finistère) (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1261).

témoins de cette mer bartonienne, qui a dû être largement ouverte vers le Sud-Ouest.

III. La grande pénéplanation éocène, à laquelle on attribue généralement une origine continentale, a pu être accentuée, ou même commandée, par cette invasion marine.

IV. Au point de vue paléocéanographique la présence de globisédiments dans les dépôts d'une mer épicontinentale, et leur curieuse association avec des fossiles d'eau douce, posent de nombreux problèmes qui ne pourront être résolus que par l'étude détaillée de l'ensemble des lambeaux de calcaires bartoniens respectés par l'érosion, sur les confins du Massif armoricain.

AÉROLOGIE. — *Sur une méthode de mesure de la turbulence de l'atmosphère.* Note de MM. **E. Huguenard**, **A. Magnan** et **A. Planiol**, présentée par M. d'Arsonval.

Étant donnée une masse d'air au repos ou animée d'un mouvement d'ensemble de translation uniforme, nous considérons comme turbulence tout mouvement supplémentaire à vitesse variable en grandeur ou direction qui vient se superposer à cette translation. Pour un observateur entraîné par le vent à sa vitesse moyenne, par exemple à bord d'un ballon libre équilibré, les mouvements de l'air susceptibles d'être enregistrés par des appareils à fils chauds placés à bord du ballon constituent la turbulence.

Les instruments à fils chauds inscripteurs de la vitesse et de la direction du courant d'air étant groupés en un point O, nous enregistrons, sur une bande sans fin, les valeurs de la vitesse W du vent et son inclinaison α par rapport au lit moyen du courant. Pendant la durée d'un enregistrement, le vent possède une vitesse moyenne V définie en grandeur et direction. Si nous composons à chaque instant la vitesse W de ce vent et la vitesse moyenne V, nous obtenons un vecteur u qui peut représenter à chaque

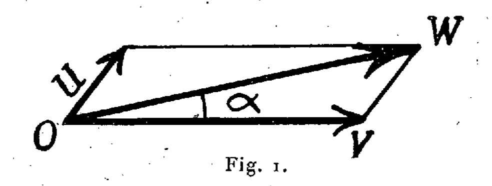


Fig. 1.

instant la turbulence de la masse d'air qui passe sur les appareils placés au point O (*fig.* 1).

Les bandes anémométriques, contenant les valeurs à chaque instant de V et de α, permettent de donner la répartition géographique, aux époques comprises entre T et $T+t$, de la turbulence le long de la ligne de courant et du groupement des vecteurs u le long des diverses lignes de courant parallèles, on peut tirer la caractéristique de la turbulence de toute une masse d'air en mouvement.

D'autre part, comme les efforts supplémentaires imposés par le vent à un planeur par exemple sont, en définitive, dus à l'accélération de la turbulence de l'air, on pourra en outre se rendre compte de ces efforts en construisant en grandeur et en direction, en chaque point de l'atmosphère, le vecteur qui représente l'accélération Γ de la turbulence. Ce vecteur est la somme géométrique de l'accélération $\frac{dw}{dt}=\gamma$ du vent et de la variation instantanée $W\omega$ de la vitesse du vent due à sa rotation (*fig.* 2).

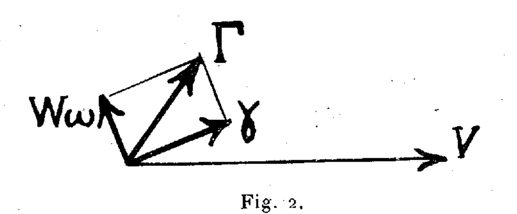


Fig. 2.

Nous avons mesuré sur une portion des courbes d'enregistrement de la vitesse V, de l'accélération γ, de l'inclinaison I et de la vitesse angulaire ω

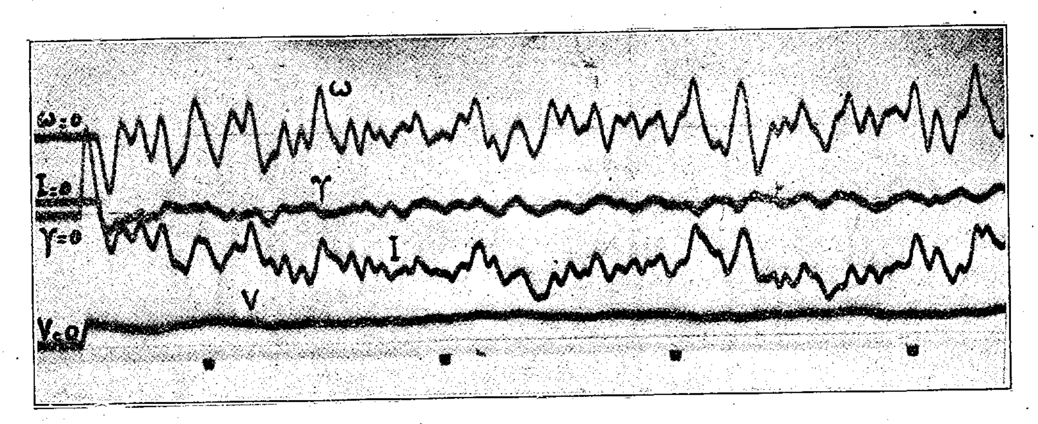


Fig. 3. — Temps de déroulement : 1 seconde = 31^{mm}.

d'un vent relevées à Marignane à 30^m de hauteur (*fig.* 3), tous les 3^{mm}, la turbulence à divers instants, ainsi que l'accélération de la turbulence.

Nous avons alors porté sur la figure 4 la valeur réelle de la résultante G qui représente le vecteur accélération de la turbulence ainsi que sa direc-

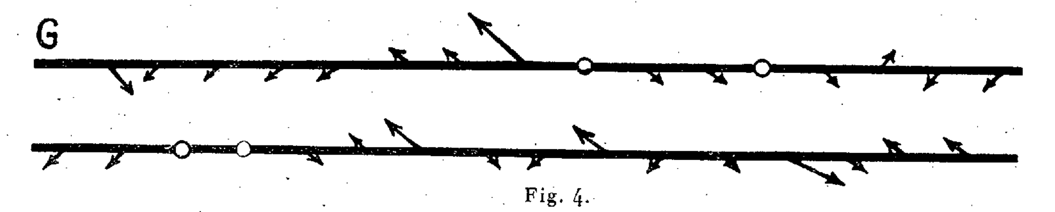


Fig. 4.

tion par rapport à l'axe moyen du vent pour une période d'une seconde.

On voit que pendant ce laps de temps, la valeur de la turbulence et celle de sa direction ont nettement changé. Cette variation met en évidence, non seulement une ondulation plus ou moins périodique du vent semblable à une sorte de houle aérienne, mais aussi à certains moments une apparence tourbillonnaire comme s'il y avait eu un tourbillon tournant d'abord dans le sens des aiguilles d'une montre, puis brusquement en sens inverse.

BOTANIQUE. — *Germination des graines de Tabac dans des milieux additionnés de rouge neutre et coloration du vacuome pendant le développement des plantules*. Note de MM. **Guilliermond**, **Dufrenoy** et **Labrousse**, présentée par M. Molliard.

L'un de nous a montré que l'on peut réaliser la culture d'un *Saprolegnia* en milieu nutritif additionné de rouge neutre et qu'entre 1 et 2^{mg} pour 100 du colorant, le champignon croît aussi bien que sur les cultures témoins et poursuit tout son développement, de la germination de la zoospore à la formation des zoosporanges. Pendant toute sa croissance le Champignon accumule le rouge neutre dans son vacuome qui apparaît admirablement coloré. De son côté Skupienski a obtenu également tout le développement du *Didymium nigripes* dans des conditions analogues. Dans un autre ordre d'idées enfin, les recherches récentes de Aubel, Aubertin et Genevois ont démontré que les Levures placées dans des milieux sucrés additionnés de colorants vitaux (entre autres le rouge neutre) produisent une fermentation normale et que certains colorants vitaux augmentent l'intensité respiratoire. Ces résultats simultanés ont apporté la preuve expérimentale que le rouge neutre est un colorant très peu toxique et qu'il s'accumule exclusi-

vement dans le vacuome sans provoquer d'altérations appréciables de la cellule, ce qui lui donne une grande valeur dans la technique cytologique. Il y avait lieu de se demander si ces résultats obtenus chez les Champignons pouvaient être généralisés aux plantes supérieures, et c'est précisément cette question que nous nous sommes proposés d'étudier.

Pour cela nous avons choisi comme matériel des graines de Tabac. Ces graines préalablement désinfectées par immersion dans une solution de bichlorure de mercure, puis rincées à l'eau, stérilisées et semées sur des milieux gélosés y germent rapidement, donnant des plantules aseptiques. Nous avons fait germer ces graines par ce procédé sur un milieu synthétique gélosé additionné de diverses doses de rouge neutre et dont nous avons fait varier le pH. Le milieu que nous avons employé a été préparé de la manière suivante : Une solution mère renfermant tous les sels devant entrer dans la composition du milieu définitif, à l'exception des phosphates, a été préparée à une concentration double de la concentration finale, soit :

SO^4Mg	à 1 pour 100	....	25^{cm^3}
KCl	»	....	5
SO^4Fe	»	....	1
NO^3NH^4	»	....	100
Eau, q. s. pour compléter à		....	500

A 50^{cm^3} de la solution mère précédente, nous avons ajouté des proportions variables de phosphates monopotassique et dissodique à 1 pour 100, puis complété le volume à 100^{cm^3} de manière à réaliser une gamme de pH comprise entre 4,5 et 7,5.

Les solutions ont été ensuite additionnées de rouge neutre à diverses concentrations, puis gélosées à raison de 15^g de gélose par litre, soigneusement rincée dans l'eau distillée, puis répartis en tubes, stérilisés et solidifiés en position verticale (¹).

Ces expériences ont montré que l'addition du rouge neutre au milieu gélosé n'empêche pas la germination. Les graines de Tabac germent sur les milieux contenant jusqu'à 2^{cg} pour 100 de rouge neutre : le développement des plantules est tout à fait normal dans les milieux contenant 3^{mg} pour 100, mais il est très ralenti dans les milieux renfermant plus de 5^{mg} pour 100. C'est ainsi, par exemple, que sur les milieux de pH = 7 additionnés de $1^{cg},5$ pour 100 de rouge neutre, les plantules restent minuscules et l'on

(¹) On s'est assuré que dans les milieux contenant les deux phosphates le pH ne varie pas pendant la stérilisation.

observe dans la région supérieure du méristème, des cellules dont les vacuoles ont accumulé le rouge neutre, tandis que sur la pointe de la racine toutes les cellules sont mortes et montrent un noyau teint par le rouge neutre.

La toxicité du rouge neutre ne paraît pas dépendre du pH du milieu de culture, mais celui-ci a une grande influence sur la pénétration du colorant dans les cellules de la racine.

C'est ainsi que sur les milieux de $pH = 4,5$ et $pH = 5$, les graines germent en donnant des plantules dont les racines ne prennent pas le rouge neutre : la racine tout entière montre une teinte rouge diffuse, mais une observation attentive à un fort grossissement montre que le colorant est localisé exclusivement sur les parois cellulaires. Ce n'est que dans les milieux de $pH = 5,5$ à $7,5$ que les cellules du méristème de la pointe des racines accumulent le rouge neutre. L'observation de ces racines à un fort grossissement montre que toutes les cellules du méristème offrent une coloration de leurs vacuoles. Dans les régions les plus jeunes du méristème, on observe des vacuoles filamenteuses et semi-fluides colorées d'une manière intense et, un peu plus haut, ces vacuoles font place à des vacuoles rondes et liquides teintées d'une manière diffuse, mais dans lesquelles se trouvent des corpuscules très fortement colorés. Les cellules de la coiffe s'exfolient dans le milieu gélosé, tout en conservant leurs vacuoles bien colorées.

Au contraire, au-dessus du méristème coloré, vers le niveau où apparaissent les poils absorbants et où se différencient les tissus vasculaires, on n'observe aucune coloration ; dans cette région, seule la paroi ligneuse des vaisseaux apparaît colorée et cela jusque dans les cotylédons. Jamais, les poils absorbants ne montrent de coloration. La coloration des vacuoles s'atténue et devient presque inappréciable au moment où les vacuoles confluent pour constituer de grosses vacuoles et où les cellules parenchymateuses se différencient. Cependant, dans certaines plantules obtenues dans des milieux de $pH = 6,5$ ou $7,5$, nous avons observé une coloration des cellules épidermiques des poils et surtout des cellules stomatiques des cotylédons et des pétioles.

Ainsi, nos recherches établissent donc que le rouge neutre jusqu'à une certaine concentration n'est pas toxique et ne gêne nullement la germination des graines de Tabac qui se développent d'une manière normale dans des milieux additionnés de ce colorant, tout en accumulant dans les cellules méristématiques le rouge neutre dans leurs racines et dans les vaisseaux du

bois. Toutefois, dans ces conditions la coloration du vacuome est sous la dépendance étroite du pH et ne se produit qu'à un pH voisin de la neutralité. Elle fait toujours défaut à un pH plus acide que 5,5. Il semble donc que l'acidité du milieu diminue la perméabilité des cellules pour le colorant. Nos recherches généralisent donc les résultats déjà obtenus par l'un de nous dans un *Saprolegnia*.

CYTOLOGIE. — *Microincinération des Diatomées sans carapace.* Note de M[lle] **Eudoxie Bachrach** et M[me] **Pillet**, présentée par M. Ch. Richet.

L'une de nous a décrit une modification morphologique et physiologique très particulière chez les Diatomées [1].

Sous l'influence d'un milieu de culture artificiel, sans qu'on en puisse encore exactement déterminer la cause, divers genres de Diatomées perdent plus ou moins rapidement la capacité d'élaborer la carapace siliceuse (chez certaines espèces ce phénomène se manifeste au bout de quelques jours).

L'objet d'étude de cette Note est une Diatomée marine du genre *Navicula* qui se perpétue sans carapace depuis 3 ans.

Le corps de ces Diatomées nues ressemble assez, dès qu'elles viennent de se diviser, à celui de la Diatomée normale. Cependant, à un examen attentif, surtout après coloration, le corps de la Diatomée (noyau, endochromes, vacuoles) apparaît entouré d'une couche limitante. Cette zone, hyaline, prend pour ainsi dire la place de la carapace disparue.

Aucun colorant électif ne colore parfaitement cette couche. Nous avons cru pouvoir conclure qu'il s'agit d'une substance organique de composition chimique très complexe; dans tous les cas, elle n'est pas de nature cellulosique.

En vieillissant, cette Algue modifiée change tellement d'aspect qu'il est impossible de déterminer l'espèce et le genre de l'organisme. Le protoplasma présente un mode de dégénérescence particulière : le tout se boursoufle et prend un aspect morulaire. La zone hyaline persiste jusqu'à la mort.

Après traitement par l'acide nitrique (procédé habituel pour obtenir les

---

(1) Eudoxie Bachrach et M. Lefèvre, *Bull. Soc. Biol.*, 98, 1928, p. 1510; *Journ. Physiol. et Path. gén.*, 28, 1929, p. 241-249. — Eudoxie Bachrach, *C. R. Assoc. Physiol.*, *III[e] Réunion*, *Roscoff*, 1929, p. 20.

carapaces siliceuses des Diatomées normales) toute notre Diatomée disparaît sans laisser aucune trace de silice.

Mais on pouvait se demander cependant si la silice, partie essentielle de la carapace, ne se trouvait pas sous une autre forme qu'à l'état normal, par exemple à l'état colloïdal, dans la zone hyaline entourant le corps de la Diatomée.

C'est pour cette raison que nous avons voulu compléter l'étude de la morphologie par le procédé de la microincinération de Policard, procédé de microchimie très sensible et précis.

Après microincinération une Diatomée normale montre sa carapace parfaitement conservée, avec ses dessins sur lesquels la lumière incidente donne des images de diffraction. Le corps de la Diatomée a laissé deux espèces d'amas de cendres fixes.

Au milieu de la cellule, un amas de cendres très fines correspond à la masse protoplasmique; au milieu de cet amas, une accumulation plus importante paraît bien correspondre au noyau.

A chaque extrémité de la carapace se voit un très petit amas de cendres denses d'environ 2 à 3$^{\mu}$ de diamètre. L'origine cytologique de ce dépôt minéral est assez difficile à déterminer. Il semble bien qu'il n'est pas lié à la carapace même, mais à une masse coagulée située au-dessous des valves.

Après microincinération des Diatomées « nues », on constate seulement un amas de cendres très fines au milieu duquel se trouve une accumulation plus dense de matières minérales. Il semble incontestable que cet amas corresponde au corps protoplasmique et l'accumulation centrale au noyau. Il est possible que les endochromes participent à la formation de ces cendres.

On n'observe pas ici les cendres polaires données par la Diatomée avec carapace. La masse hyaline périphérique de la Diatomée nue ne donne pas traces visibles de cendres fixes.

Un essai microchimique qualitatif des cendres laissées par des Diatomées avec ou sans carapace a montré la présence de calcaire dans les deux cas (réaction du gypse).

On peut conclure de ces constatations :

1° *Que la zone hyaline entourant le corps des Diatomées sans carapace ne contient pas trace de cendres minérales; par conséquent toute l'armature siliceuse a effectivement disparu;*

2° *Que nous n'avons pu, par cette méthode, déceler une perturbation appréciable dans le métabolisme du calcium.*

GÉOGRAPHIE BOTANIQUE. — *Sur les trois périodes de réveil de la nature au Sénégal.* Note (¹) de M. **Aug. Chevalier**, présentée par M. Louis Mangin.

J'ai montré dès 1900 que l'on pouvait diviser, au point de vue de la répartition des plantes et de la végétation, l'immense territoire compris entre le Sahara et la forêt dense équatoriale africaine, en trois zones de végétation : au Nord la zone sahélienne; dans la partie moyenne la zone soudanaise; enfin, au Sud, la zone guinéenne. Cette division est généralement admise aujourd'hui par tous les biogéographes.

La répartition et la physionomie de la végétation dans ces trois zones sont bien connues aujourd'hui, mais on manque encore de renseignements précis sur les rapports de la végétation avec les saisons. Les séjours répétés que nous avons faits en Afrique Occidentale depuis trente années nous permettent de donner quelques indications à cet égard.

Pour plus de précision au sujet des dates auxquelles se produisent les réveils que nous allons signaler, nous ne nous occuperons que du Sénégal où existent les trois zones de végétation, mais il est bien certain que les phénomènes biosaisonniers que nous allons signaler s'accomplissent également à l'intérieur de l'Afrique, mais à des dates un peu différentes.

On sait qu'au Sénégal l'année est partagée en deux grandes saisons : l'hivernage ou saison des pluies, qui dure à peine trois mois dans le Nord (de mi-juin à mi-septembre) et quatre à cinq mois dans le Sud, et la saison sèche le reste de l'année.

En réalité, par suite des phénomènes météorologiques et des aspects variables de la végétation, on peut distinguer comme le font les Wolofs du Cayor quatre saisons :

1° L'hivernage ou *navète* de la mi-juin à la mi-septembre : les pluies sont fréquentes, les journées sont chaudes et humides, le ciel est brumeux;

2° La saison des récoltes ou *lollé* de la mi-septembre à la mi-janvier : les pluies ont cessé, mais au début l'air est encore chargé d'humidité, surtout la nuit; ce n'est que dans la deuxième moitié de la saison que la température s'abaisse beaucoup la nuit et que le ciel s'éclaircit;

3° La saison du chômage ou *wor* de la mi-janvier à la mi-mars : les nuits sont encore fraîches, les rosées souvent abondantes, la température s'élève beaucoup en jour, le ciel est clair; en outre le vent d'Est desséchant souffle fréquemment;

4° Enfin la saison de préparation du travail ou *théorone* de la mi-mars à la mi-juin;

(¹) Séance du 11 juin 1930.

c'est la période des journées et des nuits chaudes, des tornades sèches à la fin de la saison, la tension de la vapeur s'accroît et le ciel est moins lumineux en jour.

En ce qui concerne le renouveau de la végétation, il existe trois saisons se traduisant par des changements dans la physionomie de la végétation :

1° Le début de l'hivernage marque le reverdissement du tapis végétal. Toutes les plantes herbacées étaient desséchées, réduites à l'état de racines ou de rhizomes dans le sol ou de graines dans la terre. Dès les premières pluies les thérophytes germent, les cryptophytes et les hémicryptophytes émettent des pousses et le sol dénudé se couvre d'un gazon verdoyant constituant le strate herbacé. Quant aux arbres et arbustes, la plupart mûrissent leurs fruits à l'arrivée des premières pluies ou un peu avant (Baobab, *Borassus*, *Acacia*, *Parkia*, etc.). Seul parmi tous les arbres, *Acacia albida* perd ses feuilles aux premières pluies et reste dénudé tout l'hivernage.

Dès la deuxième moitié de la saison des pluies, les plantes herbacées fleurissent et certaines grainent. Chez beaucoup d'arbres et d'arbustes les feuilles jaunissent et se détachent à la fin de l'hivernage ou un peu après (du 15 octobre au 15 novembre).

2° Fin octobre et pendant novembre, c'est-à-dire au début de la saison sèche, commence un autre renouveau. Alors que les plantes herbacées achèvent de mûrir leurs graines et jaunissent pour se dessécher ensuite, un assez grand nombre d'arbres et d'arbustes reprennent de nouvelles feuilles et fleurissent (divers *Acacia*, les *Boscia*, le Baobab, etc.).

3° Pour un grand nombre d'arbres et d'arbustes qui restent encore dénudés pendant plusieurs mois, c'est seulement en avril-mai, c'est-à-dire environ un ou deux mois avant l'arrivée des premières pluies (suivant les espèces) que s'opère un troisième renouveau. La grande majorité des arbres et arbustes restés dénudés (*Detarium*, *Cordyla*, *Lophira*, *Balanites*, *Terminalia*, etc.) se couvrent de nouvelles pousses et de fleurs. Quelques cryptophytes : Liliacées, *Dioscorea*, Zingibéracées sortent leurs pousses de terre et elles fleurissent dès l'arrivée des premières pluies.

Pendant la saison sèche les plantes herbacées, sauf de rares exceptions, sont desséchées, et les feux de brousse allumés par les indigènes les consument. C'est alors qu'il se produit dans la zone soudanaise un phénomène, décrit au Brésil par Warming sous le nom d'*adiamento* ou *précession du printemps*, c'est-à-dire l'avancement de la feuillaison et surtout de la floraison pour certaines espèces. L'adaptation est devenue si complète que certaines espèces ne fleurissent même, le plus généralement, que si le feu de brousse a passé (*Cochlospermum tinctorium*).

Nous nous sommes demandé quelles relations pouvaient exister entre les

trois périodes de renouveau de la végétation et les phénomènes météorologiques.

La période d'entrée en végétation en hivernage des plantes herbacées et des cultures annuelles s'explique par le besoin d'eau de ces plantes. La période de reprise de la végétation allant de fin octobre à janvier, pour un assez grand nombre d'arbres et d'arbustes, concerne généralement des plantes qui ont besoin d'une très courte période de repos. Il existe à cette époque une grande différence de température et de tension de vapeur d'eau entre le jour et la nuit, d'où appel de sève et renouveau rapide des feuilles dès le retour des journées très ensoleillées.

La troisième période de végétation s'applique à des arbres et arbustes qui ont besoin d'une longue période de repos de saison sèche et sont très nettement tropophytes. La plupart ont des racines profondes avec des tissus aquifères importants. Leur entrée en végétation correspond à notre printemps boréal; toutefois, ce réveil printannier n'est pas provoqué par les pluies, mais exclusivement par l'élévation de la température; il suffit même que cette élévation soit artificielle comme celle provoquée par le feu de brousse pour déclencher les phénomènes d'entrée en végétation plusieurs semaines à l'avance.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Un troisième exemple d'infection bactérienne généralisée chez les végétaux.* Note (¹) de M. G. **Nicolas** et Mlle **Aggery**, présentée par M. Molliard.

L'Arbousier (*Arbutus Unedo* L.), bien qu'éloigné de ses stations naturelles, la région méditerranéenne, croît en pleine terre à Toulouse et dans les environs, où il fleurit et produit même des fruits. Un arbousier du Jardin botanique de Toulouse a retenu notre attention, dès 1928, par quelques symptômes traduisant un état pathologique que, déjà prévenus par nos études antérieures sur *Cerasus caroliniana* Mich. et *Stranvaesia Davidiana* Dec (²), nous pensons être d'origine bactérienne.

Ces symptômes sont les suivants : dès le mois de mai, chute abondante des feuilles, jaunâtres, ponctuées de nombreuses taches brunes (cette chute des feuilles n'est pas normale et ne se produit pas dans les arbousiers sains)

(¹) Séance du 11 juin 1930.

(²) G. Nicolas et Mlle Aggery, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1693, et 189, p. 946.

et apparition de plages, d'abord brunes, puis desséchées, à la pointe et sur le pourtour des nouvelles feuilles en commençant par les plus anciennes de la pousse. Pendant l'été l'arbre ne paraît pas souffrir, les taches ne progressent pas. Les fleurs se forment en grand nombre dès septembre-octobre, mais sont déformées, à corolle plus ou moins tordue, plus développée d'un côté que de l'autre, affectant un peu la forme d'un petit sabot; les corolles sont tachées de rouge dans leur partie concave, se dessèchent sur place et restent fixées à la fleur jusqu'à la fin de décembre; la plupart des ovaires avortent, seuls quelques-uns donnent des fruits. Bien que l'arbousier ne soit pas dans sa station naturelle et qu'il ne donne à Toulouse que peu de fruits, celui qui nous occupe ici en produit actuellement très peu, une dizaine qui arrivent à maturité alors qu'il y a une vingtaine d'années il en donnait beaucoup plus. Dès le 15 novembre, les feuilles commencent à présenter quelques taches d'abord jaunes, visibles par transparence, puis brun violacé à contours irréguliers; l'extrémité des feuilles et leurs bords ont la même teinte; ces symptômes vont en s'accentuant jusqu'à leur chute, en mai.

Tels sont les caractères qui nous ont frappés dès 1928 et qui ont réapparu avec une régularité mathématique en 1929 et 1930.

La comparaison des feuilles, en février-mars, et des fleurs, en novembre, de cet arbousier avec celles d'individus sains nous a permis de faire les observations suivantes :

	Malade.	Sain.
Feuilles.......	Vert jaune; nombreuses taches brun violacé; bords et extrémités brun violacé	Vert foncé, sans taches
Jeunes pousses.	7-15 feuilles; longueur $4^{cm},5$-$8^{cm},5$	4-9 feuilles; longueur $2^{cm},5$-$4^{cm},5$
Corolle.......	déformée avec taches rouges; $1 \times 0^{cm},75$	blanches $0^{cm},0 \times 0^{cm},6$
Anthères......	rouges	jaunes

Ces symptômes doivent être attribués, à notre avis, à l'action de bactéries, qui pullulent en effet dans toutes les parties des fleurs, dans les feuilles, où elles apparaissent d'abord dans le tissu lacuneux, puis dans le tissu palissadique, dans les rameaux où les vaisseaux de bois et surtout le liber en sont bourrés et jusque dans les racines. Au niveau des taches brunes des feuilles, les cellules, dont les chloroplastes sont détruits, sont remplies de bactéries englobées dans une sorte de gomme brunâtre. Ces symptômes rappellent un peu ceux qui ont été signalés par M. Dufrénoy dans le *Bulletin de la Société*

de pathologie végétale (1, 1919, p. 116), tout au moins en ce qui concerne la disparition de la chlorophylle et l'apparition d'une teinte brun acajou dans certaines cellules épidermiques.

En partant de prélèvements effectués dans les feuilles et les racines, nous avons pu cultiver ces Bactéries sur les milieux ordinaires (gélatine, gélose, G. S. P.; pomme de terre, carotte, fond d'artichaut). Voici quelques-uns de leurs caractères morphologiques et physiologiques : ce sont de petites cellules ovoïdes, isolées ou en chaînettes (2, 2 — 3, 5 × 1^{μ},7) ou groupées par quatre côte à côte (2^{μ},5); colorées par le violet de gentiane, elles liquéfient la gélatine en cylindre, ne verdissent pas immédiatement le fond d'artichaut, mais seulement au bout de 15 jours et prennent le Gram; elles sécrètent un pigment rouge brun qui colore la gélatine et la gélose et qui provoque la formation de plages brunes dans les feuilles. Ces Bactéries, appartenant aux Coccacées, présentent les mêmes caractères que celles que nous avons observées dans *Cerasus caroliniana* et *Stranvæsia Davidiana*. Ceci n'a rien de surprenant, car elles ne constituent pas, à notre avis, des parasites spécifiques, mais sont plutôt de simples saprophytes du sol qui, à la faveur du dépaysement de l'arbre, pénètrent par les racines et envahissent toute la plante où elles agissent pendant l'hiver et le printemps, c'est-à-dire pendant les périodes défavorables pour leur hôte, tandis que pendant l'été, où les conditions de milieu se rapprochent de celles des stations où celui-ci croît naturellement, leur activité se ralentit.

Dès l'automne prochain, nous nous proposons de contaminer expérimentalement des feuilles d'arbousier, puisque c'est là qu'apparaissent les symptômes qui traduisent la présence des bactéries; mais nous sommes convaincus que ces contaminations confirmeront notre hypothèse et montreront que les bactéries, dont nous constatons la présence dans toutes les parties de l'arbousier sont bien la cause du mal et non pas simplement, comme le prétend encore toute une école, la conséquence d'un mauvais état de la plante. Les phytopathologistes doivent être convaincus de l'existence de véritables maladies bactériennes; chaque jour nous en apportede nouvelles. Ph. Biourge, professeur à l'Université de Louvain, ne vient-il pas tout récemment d'émettre l'opinion que la dégénérescence de la pomme de terre, attribuée jusqu'à maintenant à un virus filtrant, serait d'origine bactérienne?

BIOLOGIE AGRICOLE. — *Propriétés mécaniques additives des pâtes de farine de froment.* Note de M. **Marcel Chopin**, présentée par M. L. Blaringhem.

J'ai exposé précédemment ([1]) les relations qui existent entre certaines propriétés mécaniques des pâtes de farine et la panification : absorption d'eau au cours du pétrissage, texture de la mie, développement du pain, et je rappellerai brièvement les points essentiels de ma méthode d'essai des farines :

Une pâte de farine est constituée suivant un mode opératoire strictement déterminé; elle est divisée dans mon appareil en éprouvettes de dimensions connues, et soumise à la pression d'air qui développe l'éprouvette en une fine membrane; un manomètre enregistre le diagramme de déformation de la pâte. Outre les mesures immédiates de la ténacité et de l'élasticité, le diagramme permet de connaître le travail total; en divisant ce travail par le poids de pâte engagée j'obtiens une autre caractéristique W qui est le travail spécifique évalué en ergs par gramme, de déformation lamellaire d'une éprouvette cylindrique de pâte pesant 1^g.

L'application de cette méthode à des blés d'origines très diverses et à leur mélange m'a permis de faire les deux constatations suivantes :

1° Le travail de déformation W caractérise le blé dont la farine est extraite. Il varie dans des limites considérables, passant de 15×10^3 pour des blés de variétés à peine panifiables, à 350×10^3 pour les meilleurs blés de l'Amérique du Nord.

2° Le W d'un mélange est une fonction additive des W des constituants. J'avais déjà signalé précédemment ([2]) l'existence de cette importante propriété des pâtes de froment, et je me propose de l'établir dans cette Note avec des arguments décisifs.

Le caractère additif se constate avec une grande rigueur dans toute l'étendue du champ de variation des W. Au cours des opérations industrielles de mouture, le mélange des constituants s'effectue parfaitement par leur passage dans de multiples appareils. Au laboratoire, un mélange parfait est plus difficile à obtenir; néanmoins les résultats obtenus confirment nettement cette propriété. Par exemple, pour les mélanges de deux blés à force boulangère très différente; tels que *Manitoba* (A et C) et Blés de pays (B et D) :

([1]) *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 450; *Bull. Soc. d'Enc. Indust. Nat.*, 133, mars 1921, p. 261.

([2]) *Cereal Chemistry*, 4, janvier 1927, p. 1.

A, W : 226 — B, W : 64.

Mélange.	W observé.	W calculé.
80 A + 20 B......	189	193,6
60 A + 40 B......	158	161,2
40 A + 60 B......	135	128,8
20 A + 80 B......	92	96,4

C, W : 267 — D, W : 65.

Mélange.	W observé.	W calculé.
80 C + 20 D......	226	226,6
60 C + 40 D......	199	186,2
40 C + 60 D......	146	145,8
20 C + 80 D......	100	105,4

Si l'on désigne par W_1 et W_2 les travaux de déformation des constituants, ces résultats sont représentés par la droite $W = W_1 + a(W_2 - W_1)$ qui montre que le W du mélange est une fonction linéaire de la concentration a de l'un des constituants.

Cette loi additive ne s'applique exactement qu'aux mélanges colloïdaux de même nature (farines de froment) susceptible de présenter les déformations lamellaires caractéristiques des farines panifiables. Chaque constituant agit dans le mélange comme s'il était seul, et cette fonction additive est une preuve de la simplicité des phénomènes mécaniques que subissent ces substances malgré leur composition complexe.

M. Blaringhem m'a demandé ce qui se passe dans le cas où l'on mélange à une farine de froment des éléments provenant des végétaux d'espèces différentes. Les expériences relatées ci-dessous se rapportent au cas de l'addition à des farines mixtes (E et G) d'amidon de riz et de fécule de pomme de terre. La quantité d'eau ajoutée dans ces expériences était de 60 pour 100.

Blé (E), W : 138 — Amidon de riz (A).

Mélanges.	W observé.	
80 E + 20 A.	106	138 × 0,8 = 110,4
60 E + 40 A.	73	138 × 0,6 = 82,8
40 E + 60 A.	47	138 × 0,4 = 55,2
20 E + 80 A.	—	

Blé (G), W : 117,5 — fécule (F).

Mélanges.	W observé.	
80 G + 20 F.	74	117,5 × 0,8 = 94
60 G + 40 F.	56	117,5 × 0,6 = 70,5
40 G + 60 F.	29	117,5 × 0,4 = 47
20 G + 80 F.	—	

Les pâtes de fécule ou d'amidon ne donnent pas de diagrammes d'extension; le W observé diminue notablement suivant des modes particuliers pour chaque mélange; dans ces cas, il n'y a plus de loi additive. La courbe $W = f(a)$ des W, en fonction de la concentration a de la farine de froment pourrait être représentée par une droite passant par l'origine des coordonnées. Bien que cette droite ne corresponde qu'à un cas limite vraisemblablement irréalisable, il est intéressant d'en rapprocher la courbe réelle obtenue avec les charges considérées. La fécule comme l'amidon de riz conduisent à des courbes nettement incurvées par rapport à cette droite.

La fonction additive constatée dans les mélanges de farine de froment sans action mutuelle des constituants a disparu, et elle a fait place à une interaction de constituants d'origine végétale différente. Ces expériences sont poursuivies en tenant compte plus complètement du calibre des substances incorporées, et de la répartition de l'eau dans la pâte.

ZOOLOGIE. — *Les phénomènes d'autotomie chez le* Spirographis Spallanzanii *Viv.* Note (¹) de MM. **C. Vaney** et **A. Bonnet**, présentée par M. M. Caullery.

Au cours de nos recherches sur la régénération du *Spirographis Spallanzanii*, nous avons maintes fois observé et même provoqué des phénomènes d'autotomie chez cette Annélide.

L'autotomie la plus fréquente et la plus facile à obtenir est celle du panache, déjà observée par quelques auteurs. D'ailleurs il n'est pas rare de trouver de gros Spirographes pourvus d'un petit panache en voie de régénération, sans que leur région antérieure présente d'autres modifications. Cette autotomie se réalise facilement en opérant une légère traction sur les filaments branchiaux de l'animal vivant, alors qu'il faudrait un effort beaucoup plus grand pour détacher le panache sur un individu mort. Parfois même un simple attouchement des barbules, amenant une rétraction brusque de l'Annélide dans son tube, détermine cette autotomie. La cautérisation au thermo-cautère des ganglions cérébroïdes provoque toujours ce phénomène. La cautérisation de la double chaîne nerveuse dans la région thoracique ou des lésions profondes de cette partie du corps peuvent parfois être la cause de l'autotomie immédiate du panache.

La séparation entre l'organe branchial et le tronc se fait toujours en un endroit bien déterminé, situé vers l'insertion du panache sur la collerette. Il y a là une région de moindre résistance, dont la structure anatomique nous est fournie par l'étude comparée de coupes longitudinales et transversales d'exemplaires entiers et autotomisés. La partie inférieure du panache présente un anneau de soutien ouvert, dont la base est coupée obliquement de haut en bas et d'avant en arrière et offrant deux petits prolongements dorsaux. Cet anneau est constitué en majeure partie par un tissu squelettique, de consistance ferme et élastique, qui se prolonge dans le panache et qui est considéré comme une sorte de cartilage. Sur cet anneau viennent s'insérer les extrémités supérieures des quatre muscles longitudinaux du corps.

Un petit muscle transversal est tendu entre les deux prolongements dorsaux de l'anneau squelettique. C'est au niveau de l'insertion des muscles longitudinaux sur l'anneau de soutien du panache que se fait la séparation ;

(¹) Séance du 11 juin 1930.

dans cette région, les fibres musculaires s'unissent à de fins prolongements du tissu squelettique.

L'autotomie du panache se produit sans plaie apparente, la surface de rupture se trouvant immédiatement fermée par la contraction des muscles longitudinaux, dont les fibres se replient sur elles-mêmes.

Le panache autotomisé entraîne avec lui la face dorsale de la région buccale, la musculature propre de l'appareil branchial et les deux assez gros ganglions qui l'innervent. Ceux-ci sont reliés aux ganglions cérébroïdes par de courts connectifs, qui se rompent au cours de la séparation. Par contre, il reste, dans la région antérieure du tronc dépourvue de panache, la portion ventrale de l'ouverture buccale, l'extrémité des muscles longitudinaux laissant entre leurs fibres une cavité correspondant à la base de l'appareil branchial, le petit muscle transverse et les ganglions cérébroïdes, ainsi que la collerette et les palpes.

Nous avons aussi observé l'autotomie en un point quelconque du corps; mais celle-ci ne se produit jamais par simple attouchement ou traction. Elle est obtenue à la suite de ligature du corps et nous la provoquons sûrement en cautérisant la double chaîne nerveuse ventrale. Il suffit pour cela de plonger un fin thermo-cautère, soit au milieu d'un écusson thoracique, soit au fond du sillon copragogue, dans la région abdominale. Si la cautérisation détruit les éléments nerveux, on observe une constriction annulaire des téguments, qui est suivie d'autotomie. Si la double chaîne nerveuse n'est pas atteinte par le thermo-cautère, ce que l'on peut vérifier ultérieurement par l'examen de coupes transversales, il se forme simplement une petite plaie et au bout de quelques jours, on ne remarque qu'une légère dépression au niveau du point cautérisé. Même de larges lésions, comme l'ablation des parapodes, si elles n'intéressent pas le système nerveux, ne provoquent pas d'autotomie.

Celle-ci a lieu habituellement au niveau du point lésé. Toutefois, parmi les nombreux individus soumis à l'expérimentation, nous avons observé cinq cas très nets d'autotomie abdominale à la suite de lésions faites dans la région thoracique, soit après cautérisation, soit après ligature transversale ou après section oblique. Dans ces derniers cas, l'autotomie s'est produite au-dessous du point lésé.

Il résulte de nos expériences que la cautérisation des ganglions cérébroïdes provoque toujours l'autotomie du panache et celle des ganglions thoraciques ou abdominaux l'autotomie du tronc. Ces phénomènes paraissent nettement en relation avec le système nerveux.

PHARMACODYNAMIE. — *Étude du mode de fixation du chlorhydrate de cocaïne sur les fibres nerveuses.* Note [1] de MM. **Jean Régnier** et **Guillaume Valette**, présentée par M. A. Desgrez.

Les recherches que nous poursuivons depuis plusieurs années [2], et dont les premières ont été faites avec H. Cardot, ont montré que la baisse produite par la cocaïne sur la chronaxie de différentes fibres nerveuses (fibres motrices et fibres sensitives du sciatique de grenouille, fibres sensitives du lingual de chien) n'est pas proportionnelle à la concentration du toxique. Les courbes obtenues, en portant en abscisses les concentrations des solutions de cocaïne et en ordonnées les baisses de chronaxie, sont de forme rappelant une parabole. En admettant que la baisse de chronaxie varie avec le poids d'anesthésique fixé par une même quantité de substance nerveuse, il est naturel, quand on considère ces courbes, de penser que la cocaïne se fixe sur la fibre nerveuse par un processus d'adsorption. C'est cette hypothèse que nous avons essayé de vérifier [3].

Afin de préciser les conditions de l'expérience, nous avons d'abord vérifié que la fixation du chlorhydrate de cocaïne sur le charbon animal suivait bien l'équation d'adsorption de Freundlich.

Les solutions étaient faites dans du liquide de Ringer à $pH = 7$. Les quantités de chlorhydrate de cocaïne fixées étaient déterminées par différence en dosant les quantités restantes dans les solutions. Les dosages étaient effectués par pesée, après dessiccation à 120°, des précipités de silicotungstate de cocaïne. Les expériences étaient faites à la température du laboratoire vers 18°. Le charbon animal avait été purifié par lavages à l'acide fluorhydrique et extractions répétées à l'acide chlorhydrique; la quantité de cendres restante était de $6^g,5$ pour 1000.

Nous avons constaté, dans ces conditions, que la fixation s'effectuait rapidement et était complètement terminée au bout de 2 heures. D'autre

---

(1) Séance du 11 juin 1930.

(2) H. Cardot et J. Régnier, *Bull. Sc. pharm.*, 33, 1926, p. 10; *Journ. Physiol. et Path. gén.*, 25, 1927, p. 37. J. Régnier et G. Valette, *Bull. Sc. pharm.*, 36, 1929, p. 284. J. Régnier, *Bull. Sc. pharm.*, 36, 1929, p. 401; *Thèse Doct. Méd.*, *Méthode de mesure de l'activité des anesthésiques locaux*, A. Brulliard, Saint Dizier, imp. 1929.

(3) Quelques auteurs ont déjà attiré l'attention sur la possibilité de phénomènes d'adsorption sur les tissus vivants, mais ils n'ont pas apporté de preuve numérique. La bibliographie de cette question sera donnée ultérieurement.

part, nous avons constaté que les quantités d'alcaloïde fixées, par un poids donné de charbon, pour des concentrations croissantes en cocaïne, s'ordonnaient parfaitement suivant les règles de l'adsorption normale.

Nous avons ensuite répété ces expériences en remplaçant le charbon animal par des nerfs récemment recueillis et conservés dans du liquide de Ringer. Les quantités de cocaïne fixées étant très faibles, nous avons été conduits à utiliser des nerfs de grande dimension : pneumogastriques de bœuf. Ces nerfs étaient débarrassés de leur gaine conjonctive et la partie homogène était divisée en fragments de même longueur, de poids sensiblement égaux voisins de 10g.

Nous avons constaté, de même que dans le cas du charbon, que la fixation était terminée au bout de 2 heures et que les courbes obtenues suivaient parfaitement les règles de l'adsorption normale. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Concentration moléculaire primitive pour 1000 de Clhte de cocaïne.	C concentration moléculaire finale pour 1000.	x/m quantité fixée par 1g de nerf		log C.	log x/m x en molécules.
		en milligr.	en molécules.		
0,002.....	$10^{-3}\times 1,79$	0,32	$10^{-6}\times 0,94$	$\bar{3},253$	$\bar{7},974$
0,004.....	$10^{-3}\times 3,61$	0,52	$10^{-6}\times 1,53$	$\bar{3},558$	$\bar{6},185$
0,005.....	$10^{-3}\times 4,63$	0,58	$10^{-6}\times 1,71$	$\bar{3},665$	$\bar{6},232$
0,006.....	$10^{-3}\times 5,50$	0,65	$10^{-6}\times 1,91$	$\bar{3},740$	$\bar{6},282$
0,008.....	$10^{-3}\times 7,51$	0,75	$10^{-6}\times 2,21$	$\bar{3},875$	$\bar{6},344$
0,01......	$10^{-3}\times 9,51$	0,83	$10^{-6}\times 2,44$	$\bar{3},978$	$\bar{6},388$

Si l'on porte en abscisses la concentration moléculaire finale et en ordonnées le poids fixé, en molécules, par 1g de nerf, on obtient une courbe de forme parabolique. La courbe qui exprime la relation entre les logarithmes des valeurs précédentes est très sensiblement rectiligne. Si l'on prend la valeur moyenne des angles que forment les différents segments de cette dernière courbe avec l'axe des abscisses, la tangente de l'angle ainsi obtenu est égale à 0,52. Or, on sait que cette tangente correspond à la constante $\frac{1}{n}$ de l'expression logarithmique d'une adsorption normale : $\log\frac{x}{m} = K + \frac{1}{n}\log C$. Cette valeur est habituellement comprise entre 0,3 et 0,8.

Ces résultats $\left(\text{rapidité de fixation, forme des courbes, valeur de } \frac{1}{n}\right)$ semblent indiquer que la cocaïne se fixe sur la fibre nerveuse par un processus d'adsorption normale. Il est probable que les phénomènes physiologiques que nous avons constatés dépendent de ce processus physico-chimique.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les ferments solubles sécrétés par les Champignons Hyménomycètes. La dégradation de la matière ligneuse.* Note [1] de M. **L. Lutz**, présentée par M. Mangin.

Sous le nom de matière ligneuse, je comprendrai l'ensemble constitué par le squelette cellulosique des divers éléments anatomiques du tissu ligneux, la lamelle mitoyenne des parois et les couches plus ou moins épaisses de lignine imprégnant le squelette.

Les recherches relatives à la dégradation de la matière ligneuse par les Champignons Hyménomycètes sont très peu précises et ne mettent pas en évidence les produits intermédiaires de cette destruction. Tout au plus peut-on citer les observations de Czapek [2], qui admet l'intervention d'enzymes hydrolytiques et celles de Falk [3] qui a noté, dans la zone d'action des filaments du Champignon, une corrosion et une dissolution plus ou moins complète de la membrane.

Les expériences ont été poursuivies sur du bois de Hêtre et du bois de Pin maritime, débités en parallélipipèdes de $1 \times 1 \times 5^{cm}$, imbibés d'eau par contact avec la quantité strictement nécessaire de ce liquide à la température de 100°, puis disposés dans des tubes à pomme de terre garnis, dans l'ampoule inférieure, d'une quantité d'eau suffisante pour baigner leur base sur 2 à 3^{mm} de hauteur. D'autres éprouvettes ont été enveloppées d'un manchon de *Sphagnum* destiné à leur assurer une sorte de gaîne liquide. Après stérilisation, les éprouvettes de Hêtre ont été ensemencées respectivement avec *Coriolus versicolor*, *Stereum hirsutum* et *Corticium quercinum;* celles de Pin, avec *Polyporus pinicola*.

Les résultats les plus positifs ont été obtenus avec le *C. versicolor* cultivé sur le Hêtre.

En examinant à intervalles réguliers et au cours d'une période de 3 à 4 ans, on assiste à la disparition progressive de la matière ligneuse, qui se trouve remplacée par une masse mucilagineuse translucide. Celle-ci envahit peu à peu toute la masse, puis se résorbe et disparaît complètement, en ne laissant subsister que la coque mycélienne, entièrement vidée.

---

(1) Séance du 11 juin 1930.

(2) Czapek, *Zur Biologie der Holzbewohnenden Pilze* (*Ber. d. d. Bot. Ges.*, 17, 1899, p. 166).

(3) Falk, *Die Lenzites-Fäule des Coniferenholzes*, in Moeller, *Hausschwamm Forschungen*, 3, p. 147 et suiv. (Iéna, Fischer, 1909).

L'étude microscopique des échantillons, pris à divers stades de la destruction, en s'aidant des colorants de la membrane gélifiée, principalement du rouge neutre et vert acide JEEE [1], montre que cette gélification de la membrane lignifiée s'opère suivant un processus extrêmement voisin de celui qui préside à la formation des gommes insolubles.

De plus elle procède par paliers successifs : les couches de lignine sont frappées les premières, mais, aussi longtemps que leur transformation en mucilage n'est pas complète, le squelette de cellulose n'est pas touché ou à peine. Ensuite, la cellulose se gonfle à son tour, puis se gélifie, la lamelle mitoyenne n'étant pas touchée, et c'est seulement après la destruction totale de la cellulose que cette lamelle se dissout à son tour et finit par disparaître.

Il est possible, par une série de prélèvements convenablement espacés, de fixer, sur la masse, les divers stades, entre autres celui où le bois est transformé en un bloc de gomme et celui où il ne subsiste du bois primitif que la trame des lamelles mitoyennes, dont on peut obtenir des préparations tout à fait remarquables.

Avec le Pin, la contexture de la gomme est plus grenue et son gonflement moindre, mais les phénomènes sont exactement du même ordre.

Une étude chimique du bois attaqué par le *C. versicolor* et des gommes obtenues a été basée sur les réactions colorées caractéristiques des divers sucres : réactif résorcinique de Selivanoff, réactifs de Bial, de Berg, au naphtol de Denigès, etc., ainsi que sur l'hydrolyse, suivie de la caractérisation des sucres formés : par le xylono-bromure de cadmium (méthode de G. Bertrand), puis par les phényl-hydrazones, osazones, méthylphénylhydrazones, para-bromophénylhydrazones, etc. Elle a montré que la gomme formée au cours de la destruction du bois est constituée en majeure partie par du xylane, accompagné de faibles traces de galactane, mannane et lévulosane. L'hydrolyse continuant, il se forme une sorte de gomme soluble, dont les propriétés sont intermédiaires entre celles des gommes vraies et celles des sucres : pouvoir réducteur imparfait, louche à peine sensible par l'alcool, mais précipité abondant par le sous-acétate de plomb et le nitrate acide de mercure.

Finalement, on aboutit aux sucres correspondant aux constituants de la gomme insoluble.

---

(1) Voir pour la technique : L. Lutz, *Sur la marche de la gommose dans les Acacias* (*Bull. Soc. bot. Fr.*, 42, 1895, p. 42).

D'autre part, le Champignon se conduit vis-à-vis d'une partie des sucres comme un ferment alcoolique et les dédouble avec une abondante production d'alcool, caractérisable par la réaction de l'iodoforme et la réduction du bichromate. Des actions d'oxydation entrent en jeu et, dans les produits ultimes de la destruction, on peut également caractériser des traces d'acétone et d'acide glycuronique.

Si bien qu'en résumé la dégradation de la matière ligneuse par les Champignons destructeurs apparaît comme une hydrolyse progressive typique, dégradant successivement la lignine, la cellulose et, finalement, la lamelle mitoyenne des cellules, en passant par l'intermédiaire de gommes insolubles et de gommes solubles pour aboutir aux sucres qui constituent pour le Champignon l'aliment carboné définitif.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Présence de l'acétylméthylcarbinol et du 2.3-butylèneglycol chez les plantes supérieures. Formation au cours de la germination.* Note [1] de MM. **M. Lemoigne** et **P. Monguillon**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

L'acétylméthylcarbinol ($CH^3 - CH.OH - CO - CH^3$) découvert par Grimbert, en 1901, parmi les produits de destruction du saccharose par le *Bacillus tartricus* [2], a été retrouvé dans diverses fermentations, ainsi que le 2.3-butylèneglycol ($CH^3 - CH.OH - CH.OH - CH^3$) et le diacétyle ($CH^3 - CO - CO - CH^3$). L'un de nous a montré l'extrême diffusion de ces substances dans le monde microbien et émis l'hypothèse qu'elles pouvaient être considérées comme des produits intermédiaires du métabolisme des glucides [3]. S'il en est réellement ainsi, ces composés doivent exister fréquemment, ne serait-ce qu'à l'état de traces, chez les organismes supérieurs et notamment chez les plantes.

En 1896 Schimmel a signalé la présence du diacétyle dans les eaux de distillation d'un certain nombre d'essences : *Juniperus sabina*, *Carum carvi*, *Vétiver*, *Iris*, etc. [4].

---

(1) Séance du 11 juin 1930.

(2) Grimbert, *Comptes rendus*, 132, 1901, p. 706.

(3) M. Lemoigne, *Bul. Soc. Ch. de France*, 4e série, 37, 1925, p. 1089.

(4) Schimmel, d'après V. Meyer et Jacobson, *Lehrb. d. Chem.*, *I*, 1, 2e part., 1913, p. 832.

Mazé, utilisant une réaction indiquée par l'un de nous (1), a signalé la formation de l'acétylméthylcarbinol dans les feuilles insolées du maïs et du haricot et a publié qu'un peu de ce produit existe dans les plantules du blé et du maïs.

Quant au 2.3-butylèneglycol, jamais sa présence dans les plantes n'a été mise en évidence.

Pour montrer la fréquence de ces produits dans le monde végétal, nous avons étudié des graines en germination dans lesquelles les glucides subissent des transformations intenses.

La germination a été faite dans des conditions qui permettent d'éviter les moisissures, à une température de 23 à 25°. L'analyse a été effectuée par une méthode dont nous ne donnons ici que le principe.

Les graines, broyées et mélangées avec un excès de chlorure ferrique, sont traitées par un courant de vapeur d'eau. L'acétylméthylcarbinol est transformé en diacétyle qui est entraîné par la vapeur puis, après rectification, précipité sous forme de nickeldiméthylglyoxime suivant la technique habituelle (2). Dans ces conditions, l'oxydation du 2.3-butylèneglycol est insignifiante. Pour l'effectuer, le résidu de la distillation, après lavage à fond par la vapeur, est traité à 100° par un excès de brome. Le 2.3-butylèneglycol est ainsi transformé en acétylméthylcarbinol, puis en diacétyle que l'on isole, concentre et précipite comme précédemment.

Quelques résultats concernant l'acétylméthylcarbinol sont donnés dans le tableau suivant. Lorsque la quantité trouvée n'atteint pas 5^{mg} par kilogramme de graines initiales, nous ne donnons pas de chiffres, mais nous nous contentons d'indiquer l'intensité de la réaction.

Graines.	Poids des graines mises en germination.	Durée de la germination.	Acétylméthylcarbinol en mg pour 1^{kg} de graines.
	g	jours	mg
Maïs blanc des Landes......	300	13	91
Blé (Vilmorin 23)..........	150	6	51
Orge Chevalier............	150	7	49
Lin de Riga..............	200	10	45
Avoine d'hiver (Vilmorin)...	150	10	43
Seigle géant d'hiver........	150	11	33
Sarrasin argenté...........	200	6	Réaction assez intense.
Millet blanc rond..........	100	14	» faible.
Brome doux..............	50	7	» faible.
Sorgho à balais...........	200	18	» très faible.
Lentille.................	200	11	» très faible.
Haricot de Soissons blanc...	100	5	» très faible.

(1) M. Lemoigne, *Comptes rendus*, 170, 1920, p. 131.

(2) P. Mazé, *Comptes rendus*, 171, 1920, p. 1391.

Certaines graines, telles que celles du riz de Riga (150g), du moha de Hongrie (*Panicum germanicum*, 100g), de la houlque laineuse (100g), de l'alpiste (100g), ont donné des résultats négatifs.

Quant au 2.3-butylèneglycol, les essais ont porté sur les graines de blé et d'orge germées et sur le malt et ont été nettement positifs.

Il y avait lieu de rechercher si ces produits butylèneglycoliques préexistent dans les graines ou se forment au cours de la germination. A cet effet, nous avons étudié l'orge germée à 14° (Malterie de Ris-Orangis). Les résultats sont réunis dans le tableau suivant :

	En milligrammes par kilogramme de graines primitives.		
Durée de la germination.	Acétylméthylcarbinol.	Butylèneglycol.	Total.
Avant germination...	Réaction très faible	Réaction assez intense	
1 jour..............	10	8	18
3 jours.............	33	19	52
6 jours.............	49	28	77
9 jours.............	17	14	31
Malt................	Réaction assez intense	Réaction faible	

Ainsi les produits butylèneglycoliques, qui ne sont qu'à l'état de traces dans les graines initiales, augmentent très nettement au cours de la germination.

Conclusion. — La présence d'acétylméthylcarbinol est fréquente dans les graines en germination où se trouve également du 2.3-butylèneglycol. Ces substances, qui ont un rôle si important dans les fermentations microbiennes des glucides, sont donc également produites par les végétaux supérieurs.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Comparaison entre les pouvoirs tampon du glycocolle et de la glycylglycine.* Note (1) de M. **Claude Fromageot** et Mlle **M. Watremez**, transmise par M. V. Grignard.

Enselme (2) a signalé que, lorsqu'on dose au moyen de la méthode de Sœrensen un polypeptide, on obtient un nombre très sensiblement inférieur au nombre théorique, et il s'est servi de cette différence pour caractériser, dans un milieu d'hydrolyse, la présence de polypeptides à côté de celle d'acides aminés simples.

Ayant eu à effectuer nous-mêmes un certain nombre de dosages d'acides aminés et de polypeptides, nous avons recherché quelle pouvait être la

(1) Séance du 11 juin 1930.

(2) Enselme, *Thèse Sciences*, Lyon, 1930.

raison de ces écarts. Sans recourir à des explications compliquées, l'idée la plus simple qui se présente à l'esprit est que ces écarts sont dus au pouvoir tampon des polypeptides, qui doit être supérieur à celui des acides aminés isolés correspondants. En effet le dosage, suivant le procédé classique, se fait en amenant le liquide à doser à une alcalinité telle qu'elle provoque juste le virage de la phénolphtaléine, puis en ajoutant le formol préalablement neutralisé à la phénolphtaléine et enfin, en titrant l'acidité développée par l'addition du formol jusqu'à neutralisation au même indicateur. Les solutions d'acides aminés et de polypeptides sont par elles-mêmes légèrement acides et si leur pouvoir tampon est assez élevé, on conçoit qu'il faille utiliser une assez grande quantité de soude pour amener ces solutions à un pH d'environ 8 qui correspond au virage de la phénolphtaléine.

Pour vérifier cette interprétation, nous avons mesuré le pouvoir tampon d'une solution de glycocolle, d'une solution de glycylglycine et, à titre de comparaison, d'une solution de cycloglycylglycine. Pour simplifier nous avons opéré de la manière suivante :

Nous avons déterminé les variations du pH d'une solution de 10^{cm^3} d'acide chlorhydrique, N/20, additionnée de 10^{cm^3} d'eau pure, suivant le nombre de centimètres cubes de soude N/20 que nous y ajoutions. Nous avons ainsi obtenu la courbe classique de neutralisation d'un acide fort par une base forte qui sert ici de courbe de référence.

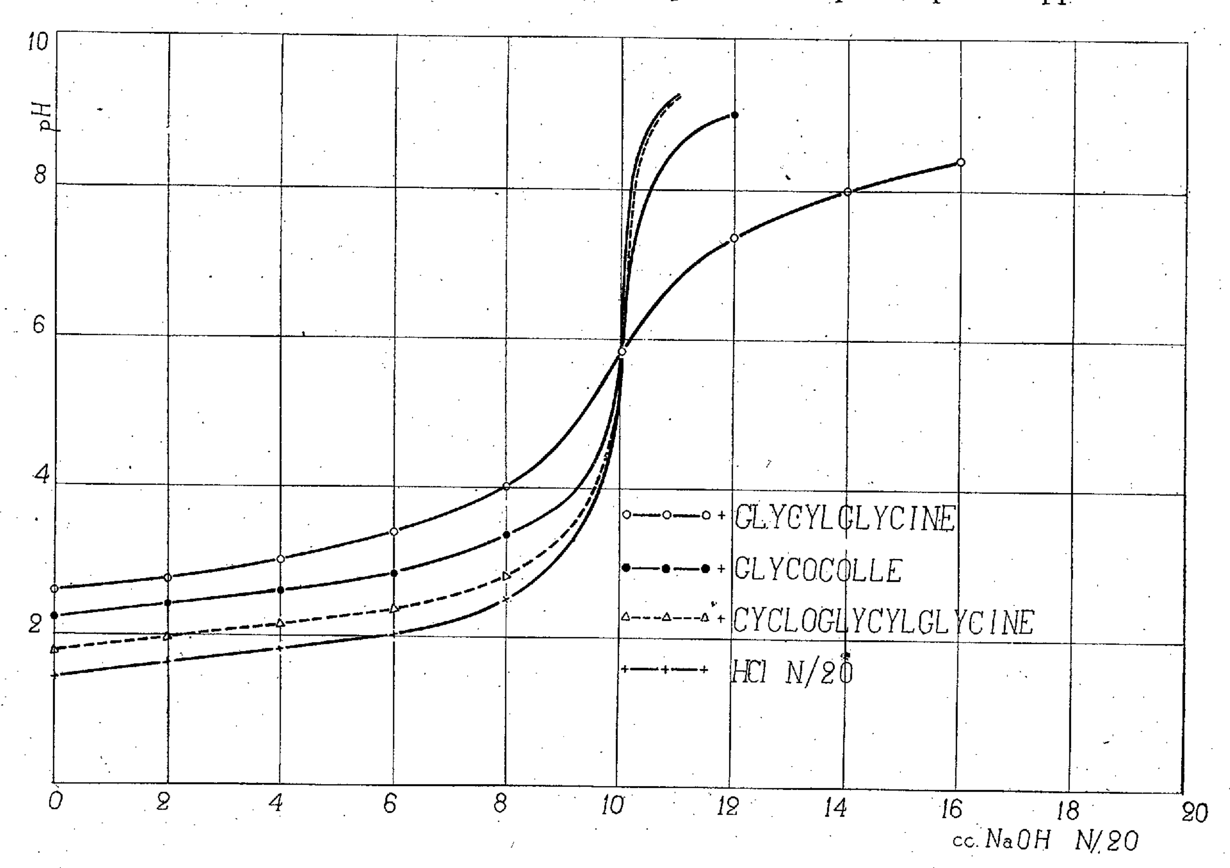
Nous avons opéré de la même façon, mais en remplaçant les 10^{cm^3} d'eau ajoutés à la solution chlorhydrique par 10^{cm^3} d'une solution N/20, soit de glycocolle, soit de glycylglycine, soit de cycloglycylglycine.

La figure donne les courbes obtenues.

Ces courbes montrent nettement que le pouvoir tampon de la glycylglycine est considérablement plus fort que celui du glycocolle. Le faible pouvoir tampon de la cycloglycylglycine, qui se manifeste en milieu acide, provient probablement d'une légère hydrolyse du produit. Il résulte de là que c'est bien à la différence des pouvoirs tampon entre le glycocolle et la glycylglycine qu'est due la différence, en moins, que l'on trouve par le dosage de Sœrensen. On voit en effet que, pour passer de $pH = 5,4$ qui est le pH de la solution de glycylglycine pure à $pH = 8$, il faut environ 4^{cm^3} de soude N/20 alors que pour passer de $pH = 6$ qui est le pH de la solution de glycocolle au même $pH = 8$, il suffit de $0^{cm^3},4$ de soude N/20. Cette pure quantité de soude est autant de moins que l'on trouve au moment du titrage proprement dit.

Il apparaît ainsi que, pour obtenir des chiffres convenables lorsque l'on veut doser, soit des acides aminés, soit des polypeptides, au moyen de la

méthode de Sœrensen, il faut prendre un indicateur qui vire pour un pH plus bas que celui qui correspond à la phénolphtaléine et plus ce pH se rappro-



chera de pH 6, plus exacts seront les chiffres obtenus; c'est ainsi que nous avons trouvé les valeurs suivantes :

Dosage de 5^cm³ *de solution contenant exactement* 0g,0200 *de glycylglycine.*

	Cc NaOH, N/20	
	bleu de bromothymol.	rouge de méthyl.
Pour neutralisation préalable...............	0,3	0,1
Après addition de formol....................	2,7	3,0
Glycylglycine trouvée........................	0g,0185	0g,0198
Erreur pour 100..............................	— 7,5	— 1

Le procédé le plus simple et le plus exact consiste à employer le bleu de bromophénol comme indicateur et à ne pas neutraliser l'acide aminé ou le

polypeptide à titrer avant l'addition de formol, ce dernier devant être évidemment neutralisé à l'indicateur employé. On obtient alors des chiffres tout à fait exacts, indiquant le nombre de groupements acides attachés à la molécule, que cette molécule soit une molécule d'acide aminé simple ou de polypeptide.

PARASITOLOGIE. — *La nutrition et l'action sur l'hôte de* Symbiocladius rhithrogenæ, *Chironomide à larve ectoparasite des nymphes d'Éphémères.* Note (1) de M. **Radu Codreanu**, présentée par M. M. Caullery.

J'ai fait connaître (2) les traits caractéristiques du développement post-embryonnaire d'un Chironomide, désigné provisoirement comme *Trissocladius* sp., vivant en parasite sur les nymphes de *Rhithrogena* sp. des torrents du voisinage de la Station zoologique de Sinaïa (Carpathes méridionales, Roumanie). Les imagos adressés à M. J.-W. Edwards (British Museum) ont été reconnus identiques à ceux de *Symbiocladius* (*Phænocladius*) *rhithrogenæ* (Zavrel, 1924) Kieffer, 1925, dont la phase larvaire a été découverte en Tchécoslovaquie sur les nymphes de *Rhithrogena semicolorata*. Les Chironomides décrits au Colorado (Claassen, 1922) et en France (Dorier, 1926) comme parasites externes des larves de *Rhithrogena* sont très probablement des espèces devant rentrer dans le même genre.

A tous les stades, la larve parasite vit enfermée dans une poche soyeuse, sécrétée par elle et fixée sous la ptérothèque de l'hôte. Ainsi isolée de l'extérieur, elle tient sa tête enfoncée à des endroits variables de la région latéro-dorsale du mésothorax de l'Éphémère, immédiatement en dessous et à la base des ébauches alaires. Sur les coupes, on observe à ce niveau plusieurs brèches, intéressant la chitine et l'hypoderme sous-jacent, comblées par l'agglomération de nombreux amibocytes. Les plaies anciennes se ferment grâce à la régénération de l'assise hypodermique, qui élimine à l'extérieur une partie du bouchon amibocytaire, dont les restes nécrosés s'arrêtent à la couche chitineuse irrégulièrement plissée. Par les trous fraîchement percés, le Chironome se nourrit aux dépens des tissus de l'Éphémère. Le contenu intestinal des larves âgées de *Symbiocladius* comprend des débris du corps gras et surtout une quantité considérable

(1) Séance du 11 juin 1930.

(2) *C. R. Soc. Biol.*, 93, 1925, p. 731; 96, 1927, p. 1433, 1435.

d'amibocytes de l'hôte. Dans le cas particulier des *Rhithrogena* ayant le cœlome envahi par la *Trichoduboscquia epeori* Léger 1926, en même temps que le Chironomide établi en ectoparasite, on retrouve dans l'intestin de ce dernier des amas constitués par les sporontes épineux et les spores libres de la Microsporidie en question. Celle-ci est incapable d'évoluer et dégénère à l'intérieur du tube digestif du Diptère.

A la différence des individus normaux, toutes les *Rhithrogena* porteuses d'une larve de Chironome au quatrième stade présentent un épaississement blanchâtre sous le tégument, à l'endroit où séjourne le parasite. A mesure que celui-ci s'accroît, devient de plus en plus apparent et se projette finalement, incurvé en U, sur l'abdomen de son hôte, on constate que l'Éphémère entière acquiert graduellement un aspect opalescent et distendu. Une piqûre dans le corps fait jaillir des nuages abondants de sang épais, laiteux, qui se coagule très vite. Les coupes montrent que le tissu adipeux des *Rhithrogena* parasitées est, à ce moment, le siège de remaniements profonds, qui débutent dans la zone de fixation de *Symbiocladius*, pour se généraliser ensuite à tout l'organisme. Les nappes adipeuses se ramassent et deviennent compactes par réduction progressive de leurs enclaves graisseuses, qui finissent par disparaître. Les cellules constitutives perdent leur disposition plasmodiale, s'individualisent et présentent un cytoplasme foncé, bien délimité, très granuleux. De pair avec ces changements, le sang des *Rhithrogena* s'enrichit par production considérable d'amibocytes nouveaux, qui se divisent mitotiquement et arrivent à combler tous les espaces cœlomiques du corps. Ils encerclent les lambeaux de tissu adipeux modifiés, y pénètrent et, au terme de leur évolution, phagocytent activement les cellules adipeuses dissociées. La plupart d'entre elles éclatent, leur cytoplasme se résout en granulations, les noyaux sont frappés de pycnose. Tous ces débris sont incorporés par les phagocytes. Le phénomène se déroule avec une intensité exceptionnelle au voisinage de la zone de nutrition du parasite, lorsque ce dernier approche de la métamorphose.

La nymphose du Chironomide marque la fin de la réaction phagocytaire de l'Éphémère envers son propre tissu adipeux. Celui-ci se refait aux dépens des éléments spécifiques qui ont échappé à la destruction, généralement les plus petits. Il garde toutefois un aspect lâche et débile. Les phagocytes surchargés se désagrègent sur place. Les amibocytes en excès se rassemblent surtout près des tubes de Malpighi et y dégénèrent, soit individuellement, soit en masse. Dans le dernier cas, ils constituent des nodules formés de couches successives d'amibocytes pycnotiques, disposés autour de plusieurs centres convertis en pigment brun.

Malgré la reconstitution, d'ailleurs incomplète, du tissu adipeux, le développement des *Rhithrogena* parasitées par le *Symbiocladius* est définitivement compromis. Après l'éclosion du Chironome, elles cherchent surtout les endroits les plus abrités du torrent et sont reconnaissables à la présence du sac pupal vide du parasite. On les trouve, couvertes de détritus, l'aspect épuisé et fragile, ayant autotomisé la plupart de leurs pattes et trachéo-branchies. Leur corps se raccourcit par emboîtement des segments et leur ptérothèque reste mince et transparente. On constate l'existence de spermatozoïdes dans les testicules des mâles; mais chez les femelles, les ovules n'élaborent pas de vitellus et dégénèrent à l'intérieur des follicules. L'intestin est envahi par une riche flore bactérienne et la réceptivité de l'organisme envers différents Protistes parasites semble notablement accrue. Seules de leur génération, ces Éphémères subsistent quelque temps au stade de nymphes aquatiques, incapables de muer et finissent toutes par disparaître.

En résumé, libre à l'état adulte, *Symbiocladius rhithrogenæ* est, pendant sa vie larvaire, un ectoparasite véritable des nymphes de *Rhithrogena* sp. Son régime est principalement hématophage et il arrête finalement le développement des Éphémères parasitées. Après l'éclosion du Chironome, les Rhitrogènes meurent dans un état de cachexie manifeste, déterminé surtout par le déséquilibre qui se crée entre les tissus de leur organisme, sous l'action de la larve parasite.

A 16h 10m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17h.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 JUIN 1930.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *L'Observatoire de Cagnoli, rue de Richelieu.* Note (1) de M. **Bigourdan**.

Antonio Cagnoli, astronome et mathématicien italien, était le fils d'un chancelier d'Ambassade de la république de Venise et naquit à Zante le 29 septembre 1743. Il entra dans la diplomatie et d'abord, en 1772, accompagna Mario Zeno à Madrid, comme secrétaire d'Ambassade, puis en 1776 il vint à Paris avec le même titre. Là, au cours d'une visite à l'Observatoire royal, en 1780, il aurait eu l'occasion de contempler l'anneau de Saturne, ce qui le conquiert à l'Astronomie et le décide à se consacrer un peu tardivement à cette Science.

N'ayant pas encore de connaissances mathématiques, il les cultive dès lors avec ardeur et en outre se fait construire de bons instruments; il les installe dans un observatoire complet situé près du Palais royal, dans la cour Saint-Guillaume, rue Saint-Honoré (2), dit Delambre, où il habitait.

Cet observatoire, dont Lalande fixe la création à 1782, est notablement reculé par Delambre qui fait commencer les observations un peu avant 1785. En réalité il y observe de 1782 à 1786.

---

(1) Séance du 16 juin 1930.

(2) Lalande (*Bibl.*, p. 599, ...) dit que cet observatoire se trouve *rue de Richelieu*, indication plus précise que celle de Delambre; il est probable, d'après cela, que la Cour Saint-Guillaume communiquait directement sous abri avec cette rue et non figuré.

Nos renseignements sont tirés principalement d'un manuscrit inédit de Delambre, qui se lia vers 1785 avec Cagnoli et qui resta toujours en commerce de lettres avec lui jusqu'à la fin.

Coordonnées. — L'observatoire se trouvait à très peu près sur l'emplacement de la rue Thérèse, percée depuis, et vers son extrémité orientale; il n'est pas mentionné dans la liste T_2 du tome VIII des *Éphémérides* de Lalande, mais sa position fut déterminée par Cagnoli même ([1]), au moyen d'azimuts sur quatre objets de cette liste; il trouve ainsi que, par rapport à la méridienne et à la perpendiculaire de notre origine habituelle, cet observatoire est à $34^T O = 0^s,2$ et $1583^T N = +1'40''$.

Jeaurat détermina aussi sa position (liste T_1) et obtint : $34^T O = 0^s,30$ et $1587^T N = +1'20''$ (lisez : $1'40''$), d'où $\varphi = 48°51'34''$ (lisez : $48°51'54''$). Enfin la *Connaissance des Temps* de diverses années (1788, 1789, 1791), dans la liste T_3, donne $\Delta\mathcal{L} = 0^s,40$ et $\varphi = 48°51'54''$, puis, dans celle de 1792, $\Delta\mathcal{L} = 0^s,20$.

Nous adopterons de préférence les nombres obtenus par Cagnoli : $37^T O$ et $1583^T N$, et ainsi, en prenant encore $\varphi_0 = 48°50'11''$ pour la latitude de l'Observatoire de Paris, nous obtenons :

$$\Delta = \mathcal{L}\, 3'',54 = 0^s,2360 \qquad \Delta\varphi = +1'39'',89 \qquad \text{et} \qquad \varphi = +48°51.51'',0.$$

Instruments. — L'observatoire, qui ne possédait pas d'anciens instruments, avait les suivants entièrement neufs :

1° Une *lunette méridienne* achromatique de 3 pieds et demi de long et 28 lignes d'ouverture;

2° Une *pendule* de Robin, à remontoir;

3° Un *quart de cercle* mobile de 3 pieds de rayon fait par Mégnié, auquel il avait valu le prix de l'Académie des Sciences de 1781; lunette achromatique;

4° Une *machine parallactique* avec lunette achromatique de 3 pieds et demi de long et 3 pouces et demi d'ouverture.

Observations. — Avec ces instruments, Cagnoli commence, en 1782, un Catalogue de 500 étoiles entièrement nouveau, qu'il publie en 1803 dans le tome X des *Memorie della Soc. ital. delle Sc.*

Voici comment s'exprime Delambre au sujet de ce catalogue qui fut fait à Paris en 1782-1786 et à Vérone de 1787 à 1789 :

Depuis longtemps tous les astronomes prenaient les étoiles de Maskelyne pour fondements de toutes leurs observations et de leurs calculs. Cagnoli voulut tout voir et vérifier par lui-même, ainsi que l'a fait depuis M. Piazzi; 24 comparaisons de la

---

(1) Voir *Mem. della Soc. ital.*, 5, 1790, p. 259.

Chèvre au Soleil lui donnèrent l'ascension droite de cette étoile à laquelle il a comparé toutes les autres. Il semble qu'il eût été plus sûr encore de choisir une étoile moins voisine du zénith ou moins éloignée de l'équateur et de l'écliptique. Quoi qu'il en soit, on trouve dans l'ouvrage de Cagnoli le nombre de fois qu'il a observé chaque étoile avec les différences extrêmes entre ses observations; ces différences sont celles dont l'observateur le plus exercé ne peut toujours répondre; elles sont en général assez petites, excepté pour quelques étoiles voisines du pôle; ainsi pour la polaire, que Cagnoli a observée 19 fois, on trouve pour différence extrême 2'. 48", 8, ce qui ne peut étonner beaucoup ceux qui auront observé eux-mêmes cette étoile ou ceux qui auront vu dans les *Fundamenta* de Lacaille les différences qu'il a trouvées entre 6 séries de hauteurs correspondantes.

La lenteur du mouvement en hauteur et la difficulté de remettre à l'Ouest la lunette sur les mêmes divisions où elle a été observée à l'Est, explique les différences trouvées par La Caille. Il est juste aussi de se souvenir que nous avons vu, dans les Mémoires de l'Académie, des hauteurs correspondantes de la polaire données par La Caille avec un quart de cercle de 6 pieds de rayon et qui nous ont étonnés par leur accord singulier. Avec sa lunette méridienne, Cagnoli avait bien aussi la lenteur du mouvement, moindre cependant de beaucoup que dans les hauteurs observées avec un cercle de 3 pieds; mais la déviation et l'inclinaison des deux axes, quelque petites qu'on les suppose, produisent un effet qui peut être sensible; cet effet est de signe contraire dans les deux passages, mais le milieu entre tous doit s'écarter peu de la vérité.

Les 500 Tables qui suivent le Catalogue ont été calculées sur les Tables générales de Delambre et sur celles de Lambert. Cagnoli, qui, autant que personne, a pu juger combien ces Tables sont utiles aux observateurs, a voulu leur rendre ce service de façon la plus désintéressée, car après avoir fait les frais du calcul et de l'impression, il a désiré que ses Tables fussent distribuées à tous les astronomes....

Les observations de ce Catalogue, unique travail de l'Observatoire dont il est question, nous ont entraîné trop loin; revenons donc en arrière.

En arrivant à Paris, en 1776, Cagnoli, avons-nous dit, n'avait pas de connaissances mathématiques, mais il se hâte de les acquérir; il fit la connaissance de Chompré, auteur d'un petit Traité de Trigonométrie et qui depuis traduisit le grand Traité de Cagnoli.

En 1785 il fit la connaissance de Delambre, encore peu connu, et qui inséra divers articles dans l'Appendice de cette Trigonométrie. Alors aussi, Cagnoli connut le baron de Zach qui débutait dans la carrière par un voyage principalement chronométrique.

C'est, dit Delambre, ce qui nous a procuré le plaisir de le voir à Paris, où il était venu essayer à l'Observatoire et chez Cagnoli un chronomètre appartenant au comte de Bruhl. Nouet, qui n'était pas toujours heureux dans ses calculs, avait pris des hauteurs correspondantes et s'était trompé de signe sur la correction, de sorte que la pendule donnait une quantité très défectueuse pour le chronomètre. M. de Zach fut rassuré par la lunette méridienne de Cagnoli et le lendemain Méchain, ayant pris à son tour des

hauteurs correspondantes, découvrit l'erreur de Nouet. C'est de ce moment que date la liaison plus intime de de Zach avec Méchain....

En 1786 l'ambassadeur de Venise à Paris fut envoyé à Vienne et Cagnoli crut devoir le suivre, car les fonctionnaires vénitiens ne pouvaient pas donner leur démission. Finalement il fut réglé que Cagnoli transporterait ses instruments à Vérone où il les établirait de nouveau, et il dut abandonner son « cher observatoire »; il fut d'ailleurs étonné de ne point trouver à Vérone un ciel plus avantageux que celui de Paris.

Lorsque, en 1797, pendant le siège de Vérone, une bombe endommagea ce nouvel observatoire, Lalande écrivit à Bonaparte, auquel il n'avait jamais adressé la parole, et en reçut cette réponse :

Au citoyen Lalande, directeur de l'Observatoire (1).

Mombello, 22 prairial an V (10 juin 1797).

Au moment où je reçois votre lettre, je donne des ordres et je prendrai toutes les mesures nécessaires pour assurer à la Société de Vérone la jouissance de ses fonds et l'intégrité de son établissement.

Si le célèbre astronome Cagnoli, ou quelqu'un de ses collègues, avaient été froissés par les événements affligeants qui se sont passés dans cette ville, je les ferais indemniser.

Je saisirai toutes les circonstances pour faire quelque chose qui vous soit agréable, et pour vous convaincre de l'estime et de la haute considération que j'ai pour vous.

Avant de finir, je dois vous remercier de ce que votre lettre me mettra peut-être à même de réparer un des maux de la guerre et de protéger des hommes aussi estimables que les savants de Vérone.

BONAPARTE.

A la mort de Lorgna (1796), Cagnoli devint président de la Société italienne des Sciences et le resta jusqu'à la fin de sa vie (1816).

Le Gouvernement de Venise avait détourné les fonds légués par Lorgna; Bonaparte les fit rendre et la Société, comme son président, furent transportés à Milan tandis que les instruments de Cagnoli furent remis partie à l'observatoire de Bréra (Milan), partie à Bologne; Cagnoli fut nommé professeur de Mathématiques à l'École militaire de Modène en 1798.

Vers la fin de sa vie, dit Delambre, son médecin lui avait défendu toute occupation sérieuse. « J'ai entretenu avec lui une longue correspondance,

(1) Lalande ne fut directeur de l'Observatoire qu'*avant* la loi du 17 messidor an III (25 juin 1795), qui confie cet établissement au Bureau des Longitudes.

mais dans les derniers temps il me faisait écrire par un neveu. Je conserve une ample collection de ses lettres. » Cagnoli revint finir ses jours à Vérone où il mourut le 16 août 1816. Il fut membre de diverses académies d'Europe, et son Éloge par F. Carlini se trouve dans le Tome XVIII (1820) des *Memorie*, p. j — xvj, avec beau portrait.

ASTRONOMIE. — *Sur la détermination de l'orbite d'un astre* (planète ou comète) *par trois observations, en tenant compte des perturbations exercées par d'autres planètes.* Note de M. **Ernest Esclangon.**

Dans la méthode que j'ai indiquée précédemment ([1]) pour le calcul de l'orbite d'un astre (planète ou comète) j'ai supposé l'orbite purement képlérienne, déterminée par la seule attraction solaire. Je me propose de montrer que la méthode s'applique dans le cas où il y aurait lieu de tenir compte des *perturbations* exercées par d'autres planètes.

Nous avons vu que si, à trois époques d'observation, t_1, t_2, t_3, dont la *moyenne* est t_0; X_1, Y_1, Z_1; X_2, Y_2, Z_2; X_3, Y_3, Z_3, désignent les coordonnées *héliocentriques* de l'astre, on a

$$X_1(t_2-t_3)+X_2(t_3-t_1)+X_3(t_1-t_2)=-\frac{h}{2}\frac{d^2X_0}{dt_0^2}, \tag{1}$$

où l'on a posé

$$h=(t_2-t_3)(t_3-t_1)(t_1-t_2), \tag{2}$$

en négligeant, au second membre de (1), les termes en $\frac{d^4X_0}{dt_0^4}$, $\frac{d^5X_0}{dt_0^5}$, ..., mais non ceux en $\frac{d^3X_0}{dt_0^3}$ qui s'éliminent.

D'autre part, soient, dans un système d'axes immobiles, a, b, c les coordonnées variables du Soleil dont la masse est prise pour unité; x, y, z les coordonnées de l'astre M, m sa masse; x', y', z'; x'', y'', z'', ... les coordonnées des planètes perturbatrices M', M'', ..., de masses m', m'', ...; enfin soient r, r', r'', ... les distances des astres M, M', M'', ..., au Soleil; R', R'', ... les distances des planètes M', M'', ..., à l'astre M. On a évidemment

$$\left\{\begin{aligned}\frac{d^2a}{dt^2}&=\frac{fm(x-a)}{r^3}+\frac{fm'(x'-a)}{r'^3}+\frac{fm''(x''-a)}{r''^3}+\ldots,\\ \frac{d^2x}{dt^2}&=-\frac{f(x-a)}{r^3}-\frac{fm'(x-x')}{R'^3}-\frac{fm''(x-x'')}{R''^3}-\ldots\end{aligned}\right. \tag{3}$$

([1]) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1085, et *Bull. astr.*, **6**, II, 1930, p. 101.

d'où, par soustraction,

$$(4)\quad \frac{d^2(x-a)}{dt^2} = -\frac{f(1+m)(x-a)}{r^3} - \frac{fm'(x'-a)}{r'^3} - \frac{fm''(x''-a)}{r''^3} - \ldots - \frac{fm'(x-x')}{R'^3} - \frac{fm''(x-x'')}{R''^3} - \ldots.$$

En désignant maintenant par X, Y, Z; X', Y', Z'; X'', Y'', Z''; ... les coordonnées *héliocentriques* des astres M, M', M'', ..., la relation (4) s'écrit

$$(5)\quad \frac{d^2X}{dt^2} = -\frac{f(1+m)X}{r^3} - \frac{fm'X'}{r'^3} - \frac{fm''X''}{r''^3} - \ldots - \frac{fm'(X-X')}{R'^3} - \frac{fm''(X-X'')}{R''^3} - \ldots;$$

ou, encore,

$$(6)\quad U = \frac{d^2X}{dt^2} = -f\left[\frac{1+m}{r^3} + \frac{m'}{R'^3} + \frac{m''}{R''^3}\right]X - fm'\left[\frac{1}{r'^3} - \frac{1}{R'^3}\right]X' - fm''\left[\frac{1}{r''^3} - \frac{1}{R''^3}\right]X'',$$

et, pour la valeur $t_1 = t_0$,

$$(7)\quad \frac{d^2X_0}{dt_0^2} = -f\left[\frac{1+m}{r_0^3} + \frac{m'}{R_0'^3} + \frac{m''}{R_0''^3}\right]X_0 - fm'\left[\frac{1}{r_0'^3} - \frac{1}{R_0'^3}\right]X'_0 - fm''\left[\frac{1}{r_0''^3} - \frac{1}{R_0''^3}\right]X''_0 - \ldots.$$

Mais on peut écrire par ailleurs (*loc. cit.*)

$$(8)\quad \frac{X_1+X_2+X_3}{3} = X_0 + \frac{h'}{18}\frac{d^2X_0}{dt_0^2} + \frac{h''}{6}\frac{d^3X_0}{dt_0^3} \quad [1],$$

où l'on a posé

$$(9)\quad h' = (t_2-t_3)^2 + (t_3-t_1)^2 + (t_1-t_2)^2, \qquad h'' = (t_1-t_0)(t_2-t_0)(t_3-t_0).$$

---

(1) On peut se demander pourquoi on forme la combinaison $\frac{X_1+X_2+X_3}{3}$ au lieu de toute autre combinaison $lX_1 + mX_2 + nX_3$. La combinaison choisie, exprimée au moyen de X_0, $\frac{dX_0}{dt_0}$, $\frac{d^2X_0}{dt_0^2}$, ..., doit donner pour X_0 un coefficient différent de zéro (on peut le supposer égal à un) et un coefficient nul pour $\frac{dX_0}{dt_0}$. Dans ces conditions, on voit aisément que $l = \frac{1}{3} + k(t_2-t_3)$, $m = \frac{1}{3} + k(t_3-t_1)$, $n = \frac{1}{3} + k(t_1-t_2)$, de sorte que la relation obtenue est une simple combinaison linéaire homogène de (8) et de (1).

Résolvons les équations (7) et (8) par rapport à $\frac{d^2X_0}{dt^2}$ et X_0, regardés comme des inconnues et posons

$$\lambda = \frac{fh'}{18}\left[\frac{1+m}{r_0^3} + \frac{m'}{R_0'^3} + \frac{m''}{R_0''^3}\right]. \tag{10}$$

On obtient, en négligeant le carré de λ,

$$\begin{aligned}-\frac{h}{2}\frac{d^2X_0}{dt_0^2} = {} & \frac{h}{6}f(1+\lambda)\left[\frac{1+m}{r_0^3} + \frac{m'}{R_0'^3} + \frac{m''}{R_0''^3}\right](X_1+X_2+X_3) \\ & + \frac{h}{2}fm'(1+\lambda)\left[\frac{1}{r_0'^3} - \frac{1}{R_0'^3}\right]X'_0 + \frac{h}{2}fm''(1+\lambda)\left[\frac{1}{r_0''^3} - \frac{1}{R_0''^3}\right]X''_0 \\ & - \frac{hh''}{12}f(1+\lambda)\left[\frac{1+m}{r_0^3} + \frac{m'}{R_0'^3} + \frac{m''}{R_0''^3}\right]\frac{d^3X_0}{dt_0^3}.\end{aligned} \tag{11}$$

Le dernier terme en hh'', étant du sixième ordre, peut être négligé. En portant dans la formule (1) l'expression de $-\frac{h}{2}\frac{d^2X_0}{dt_0^2}$ et posant

$$\theta = \frac{h}{6}f(1+\lambda)\left[\frac{1+m}{r_0^3} + \frac{m'}{R_0'^3} + \frac{m''}{R_0''^3}\right], \tag{12}$$

il vient, finalement,

$$\begin{aligned}& X_1(t_2 - t_3 - \theta) + X_2(t_3 - t_1 - \theta) + X_3(t_1 - t_2 - \theta) \\ & \quad = \frac{(1+\lambda)fh}{2}\left[\left(\frac{m'}{r_0'^3} - \frac{m'}{R_0'^3}\right)X'_0 + \left(\frac{m''}{r_0''^3} - \frac{m''}{R_0''^3}\right)X''_0\right]\end{aligned} \tag{13}$$

et deux autres relations analogues par rapport aux coordonnées Y et Z; la même valeur de θ figurant dans les trois équations.

La distance r_0 étant supposée approximativement connue (si elle ne l'était pas, une première résolution, en négligeant les perturbations et faisant $\theta = 0$, la donnerait), les distances R'_0, R''_0 sont également connues; r'_0, r''_0, X'_0, X''_0, ... sont donnés par les tables des planètes perturbatrices de sorte que les équations (13) forment un système de trois relations linéaires à coefficients connus par rapport aux coordonnées héliocentriques X_i, Y_i, Z_i ($i = 1, 2, 3$) de l'astre aux époques t_1, t_2, t_3.

La seule différence avec le cas d'un mouvement képlérien non perturbé est que les seconds membres de ces relations ne sont plus exactement nuls.

Les observations en direction étant faites de la Terre, dont les coordonnées héliocentriques aux instants t_1, t_2, t_3 sont connues, les relations (13) permettent d'obtenir les distances géocentriques ρ_1, ρ_2, ρ_3 de l'astre aux époques t_1, t_2, t_3, par suite ses coordonnées héliocentriques correspondantes, X_i, Y_i, Z_i.

La suite des calculs reste sensiblement la même. C'est ainsi que X_0, obtenu en éliminant $\frac{d^2X_0}{dt_0^2}$ entre (7) et (8), est donné par la formule

$$(14) \qquad X_0(1-\lambda) = \frac{X_1+X_2+X_3}{3} + \frac{fh'm'}{18}\left(\frac{1}{r_0'^3} - \frac{1}{R_0'^3}\right)X_0' + \frac{fh'm''}{18}\left(\frac{1}{r_0''^3} - \frac{1}{R_0''^3}\right)X_0'' - \frac{h''}{6}\frac{d^3X_0}{dt_0^3},$$

dans laquelle on peut négliger le terme du troisième ordre en $\frac{d^3X_0}{dt_0^3}$.

Les projections de la vitesse, pour $t = t_0$, restent exactement données par les mêmes formules, à savoir

$$(15) \qquad \frac{dX_0}{dt_0} = \frac{1}{3}\left[\frac{X_2-X_3}{t_2-t_3} + \frac{X_3-X_1}{t_3-t_1} + \frac{X_1-X_2}{t_1-t_2}\right] - \frac{h'}{36}\frac{d^3X_0}{dt_0^3},$$

dans lesquelles on pourra négliger les derniers termes des seconds membres contenant les dérivées troisièmes.

Si une plus grande précision était requise, on pourrait procéder à une deuxième approximation en tenant compte de $\frac{d^3X_0}{dt_0^3}$ qu'on pourrait, au moyen de la formule (6), remplacer par

$$(16) \qquad \frac{d^3X_0}{dt_0^3} = \frac{1}{3}\left[\frac{U_2-U_3}{t_2-t_3} + \frac{U_3-U_1}{t_3-t_1} + \frac{U_1-U_2}{t_1-t_2}\right],$$

c'est-à-dire une expression de la forme

$$(17) \qquad \frac{d^3X_0}{dt_0^3} = A_1X_1 + A_2X_2 + A_3X_3 + F.$$

En portant dans (8) et éliminant X_0 entre les équations (7) et (8) on aurait

$$(18) \qquad -\frac{h}{2}\frac{d^2X_0}{dt_0^2} = B_1X_1 + B_2X_2 + B_3X_3 + G,$$

valeur qui, introduite dans (1), conduirait à une équation de la forme

$$(19) \qquad X_1(t_2-t_3-\theta_1) + X_2(t_3-t_1-\theta_2) + X_3(t_1-t_2-\theta_3) = H;$$

θ_1, θ_2, θ_3, H ayant des valeurs connues. On aurait des équations analogues pour les Y, Z, avec les mêmes valeurs θ_1, θ_2, θ_3.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence du revenu sur la résistivité et la résistance au cisaillement des alliages aluminium-silicium trempés.* Note de MM. **Léon Guillet** et **Marcel Ballay.**

Nous avons décrit dans une Note précédente les variations apportées par la trempe à la résistivité et à la résistance au cisaillement des alliages aluminium-silicium. Poursuivant nos recherches nous avons étudié l'effet du revenu sur les mêmes propriétés. Les essais ont porté sur les alliages de la série contenant 0,40 pour 100 de fer.

Influence du revenu sur la résistivité. — I. Trempe à 500°.

Les résistivités de fils trempés à l'eau à 500° après chauffage durant 45 minutes, soumis ensuite à des revenus à températures croissantes, sont donnés dans le tableau suivant. C'est le même fil qui a subi successivement les différents revenus.

Résistivités en microhms/cm²-cm à 16°.

			Revenu après trempe à 500° pendant									
N°.	Si.	Trempé à 500°.	7 jours à 20°.	7 jours à 20°.	2 heures à 100°.	5 heures à 100°.	1 heure à 200°.	30 min. à 350°.	30 min. à 350°.	30 min. à 375°.	30 min. à 400°.	30 min. à 450°.
2.	0,14	2,71	2,71	2,71	–	–	–	–	–	–	–	–
5.	0,27	2,78	2,78	–	2,78	2,77	2,77	2,75	2,76	2,765	2,775	2,775
8.	0,33	2,85	2,85	–	–	–	–	–	–	–	–	–
11.	0,50	2,93	2,95	–	–	–	–	–	–	–	–	–
14.	0,58	2,98	2,98	3,00	3,00	3,00	2,99	2,82	2,79	2,79	2,81	2,94
17.	0,82	3,01	3,01	3,01	–	–	–	2,77	2,78	2,795	2,80	2,95
19.	1,61	3,08	3,06	–	3,07	3,08	3,00	2,80	2,84	2,84	2,87	3,00
20.	2,01	3,08	3,08	–	–	–	3,07	2,85	2,85	2,86	2,88	3,02
21.	2,56	3,12	3,12	3,13	3,12	3,12	3,10	2,90	2,88	2,90	2,92	3,06

La résistivité décroît donc jusqu'aux environs de 350°, puis augmente à nouveau par suite de la trempe à l'air des alliages; le revenu n'est accompagné à son début d'aucune augmentation de résistivité. Nous avons vérifié ce fait dans deux autres séries d'expériences sur des échantillons trempés à 525 ou à 600°, les températures de revenu étant très rapprochées, surtout dans la deuxième série.

II. *Trempe à l'eau à 525° après chauffage de 30 minutes.*
Résistivité en microhms/cm²-cm à 16°.

N°.	Si.	Trempé.	Trempé puis revenu à 200° 30 minutes.	Revenu à 315° 30 minutes après traitement précédent.
5	0,27	2,79	2,79	2,77
14	0,58	3,00	2,99	2,79
17	0,82	3,16	3,00	2,79
21	2,56	3,43	3,08	2,95

III. — *Trempe à l'eau à 600° après chauffage durant 30 minutes.*
(Le même échantillon a subi successivement les revenus indiqués sans trempe intermédiaire.)

N°.	Si.	Trempé.	Revenu 100°, 24 heures.	Revenu 150°, 3 heures.	Revenu 180°, 1h 30m.	Revenu 200°, 1 heure.
5	0,27	2,85	2,845	2,855	2,85	2,85
14	0,58	3,05	3,06	3,06	3,01	2,93
17	0,82	3,22	3,21	3,21	3,15	3,03

On voit donc que, contrairement à ce qui a lieu pour certains alliages d'aluminium, le revenu ne commence pas par augmenter la résistivité des alliages aluminium-silicium mais au contraire l'abaisse toujours.

Influence du revenu sur la résistance au cisaillement. — Les essais ont eu lieu sur des échantillons trempés à l'eau après chauffage durant 30 minutes à 525° ou à 600°. Les résultats sont rassemblés dans les deux tableaux ci-dessous.

a. Après trempe à l'eau à 525° (chauffage, 30 minutes).

		Charge de rupture au cisaillement (kg/mm²).				
N°.	Si.	Trempe.	Revenu 100°, 2 heures.	Revenu 200°, 30 minutes.	Revenu 300°, 30 minutes.	Revenu 200°, 30 minutes.
5	0,27	6,90	6,90	6,95	6,80	6,83
14	0,58	8,0	7,9	7,8	7,4	7,3
17	0,82	8,90	8,7	8,8	7,8	7,6
21	2,56	9,10	9,10	9,5	9,3	8,0

b. Après trempe à l'eau à 600° (chauffage, 30 minutes).

		Charge de rupture au cisaillement (kg/mm²).				
N°.	Si.	Trempe.	Revenu 100°, 24 heures.	Revenu 150°, 3 heures.	Revenu 140°, 1h 30m.	Revenu 200°, 1 heure.
5	0,27	6,9	6,7	6,9	6,4	7,0
14	0,58	7,9	8,6	8,5	9,2	9,0
17	0,82	8,8	9,4	9,85	10,6	10,8

On note qu'après trempe à 600° le revenu entre 150 et 200° augmente nettement la résistance au cisaillement. Cet effet n'est pas marqué lorsque la trempe a eu lieu après chauffage à 525°.

ÉLASTICITÉ. — *La propagation des ondes sur les surfaces élastiques isotropes à trois paramètres.* Note [1] de M. **Louis Roy.**

Les équations (4) de notre précédente Note du 11 juin 1930 conduisent à des résultats très simples, lorsque la surface élastique considérée est de contexture symétrique ou isotrope. Dans ce dernier cas, et en supposant la surface mauvaise conductrice de la chaleur, ces équations deviennent :

$$(1)\quad \begin{cases} \left\{\mu + a^3\left[E + \frac{T}{c\mathfrak{E}}\left(\frac{2\mu\nu}{\lambda + 2\mu}\right)^2\right] - \rho\mathcal{V}^2\right\}\delta'\partial = 0, \\ (\mu + b^2E - \rho\mathcal{V}^2)\,\delta'p - ab\,E\,\delta'q = 0, \\ -ab\,E\,\delta'p + (\mu + a^2E - \rho^2)\,\delta'q\,\mathcal{V} = 0, \end{cases}$$

ρ et c désignant la densité cubique et la capacité calorifique par unité de volume; λ, μ les deux coefficients d'élasticité de Lamé; ν le troisième coefficient qu'introduisent les variations de température et où l'on a posé

$$E = \mu\frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + 2\mu},$$

ce coefficient d'élasticité étant ainsi un peu différent du module de Young. L'équation aux vitesses de propagation est alors

$$\left\{\mu + a^2\left[E + \frac{T}{c\mathfrak{E}}\left(\frac{2\mu\nu}{\lambda + 2\mu}\right)^2\right] - \rho\mathcal{V}^2\right\}(\mu + E - \rho\mathcal{V}^2)(\mu - \rho\mathcal{V}^2) = 0,$$

de sorte que nous avons trois cas à distinguer :

I. $\mu + a^2\left[E + \frac{T}{c\mathfrak{E}}\left(\frac{2\mu\nu}{\lambda + 2\mu}\right)^2\right] - \rho\mathcal{V}^2 = 0.$ — D'après la première (1), $\delta'\partial$ est arbitraire; les deux autres donnent

$$\delta'(p, q) = 0, \qquad \text{d'où} \qquad (\Delta, \Delta_1) = 0,$$

d'après les équations (3) de notre précédente Note. L'onde est ainsi caractérisée par le seul vecteur Λ dirigé suivant Mu et qui peut faire avec l'onde un angle quelconque; la discontinuité n'est donc relative qu'aux coordonnées sans porter sur les cosinus directeurs.

---

[1] Séance du 16 juin 1930.

Remarquons que, pour $a = 1$, c'est-à-dire lorsque le vecteur Λ est normal à l'onde (discontinuité longitudinale), la vitesse de propagation actuelle coïncide avec celle que nous avons autrefois obtenue, par des considérations toutes différentes, dans le mouvement tangentiel des plaques planes [1].

II. $\mu + E - \rho \mathcal{V}^2 = 0$. — La première (1) exige que $\delta'\delta$ soit nul et, par suite, le vecteur Λ; les deux autres donnent ensuite, d'après les équations (3) de notre précédente Note,

$$a\,\Delta_1 - b\,\Delta = 0.$$

Comme d'ailleurs les cosinus directeurs de la tangente à l'onde sont très sensiblement

$$(2) \qquad (a', b', c') = b(\alpha, \beta, \gamma) - a(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1),$$

il résulte des formules (2) de cette même Note que le vecteur (a_2, b_2, c_2) est normal à l'onde (discontinuité longitudinale). Contrairement au cas précédent, la discontinuité n'est ici relative qu'aux cosinus directeurs sans porter sur les coordonnées.

Remarquons que la vitesse de propagation actuelle est celle qui se trouve mise en évidence sur l'équation indéfinie du mouvement transversal d'une plaque plane et qui résulte du terme relatif à l'inertie de rotation négligé par beaucoup d'auteurs [2].

III. $\mu - \rho \mathcal{V}^2 = 0$. — La première (1) exige encore que $\delta'\partial$ soit nul et, par suite, le vecteur Λ; les deux autres donnent ensuite

$$a\Delta + b\Delta_1 = 0,$$

d'après les équations (3) de notre précédente Note, dont les égalités (2) s'écrivent ainsi

$$b(a_2, b_2, c_2) = -\Delta(b\alpha - a\alpha_1, b\beta - a\beta_1, b\gamma - a\gamma_1);$$

d'où l'on déduit d'après (2)

$$\frac{a_2}{a'} = \frac{b_2}{b'} = \frac{c_2}{c'}.$$

Le vecteur (a_2, b_2, c_2) est donc tangent à l'onde (discontinuité trans-

---

(1) L. Roy, *Recherches sur les propriétés thermomécaniques des corps solides* (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 6e série, 6, 1910, p. 244).

(2) L. Roy, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1399, et *Journal de l'École Polytechnique*, 2e série, 27, 1929, p. 202, troisième équation (92).

versale); comme dans le cas précédent, la discontinuité n'est encore relative qu'aux cosinus directeurs sans porter sur les coordonnées.

Remarquons enfin que la vitesse actuelle de propagation est celle des ondes transversales dans les milieux élastiques isotropes à trois dimensions.

Si la surface est bonne conductrice de la chaleur, le terme de la première (1) où figure la température absolue T disparaît, ce qui modifie seulement la première des vitesses de propagation.

En faisant hommage à l'Académie du cinquième élément (Tome second) de sa *Description Géométrique détaillée des Alpes françaises*, qui vient de paraître, M. **Paul Helbronner** s'exprime en ces termes :

On pourrait s'étonner que huit mois seulement se soient écoulés après la sortie du Tome neuvième de cette Description qui donnait les opérations et les résultats de la jonction géodésique directe de la Corse au Continent français, puis ceux de la Méridienne de Corse, enfin l'établissement du calcul complet de l'Arc de Méridien de 37 degrés d'amplitude dit des Alpes françaises, et qu'il ait été possible de publier dans un intervalle aussi court un nouvel élément comportant, en près de 700 pages, un millier de tours d'horizons géodésiques. L'explication de cette sortie rapide — à une cadence que j'espère d'ailleurs pouvoir continuer jusqu'à la fin de la mise au jour des quatorze éléments prévus — se trouve dans le fait que les calculs d'élaboration correspondant à ce nouveau volume, de même d'ailleurs qu'à ceux qui vont le suivre au cours des années prochaines, n'ont pas cessé d'être poursuivis au fur et à mesure des opérations du terrain, et cela dès leur début. C'est ainsi que de nombreux résultats déjà fixés pour les volumes ultérieurs datent déjà de plus de vingt-cinq ans et que le temps nécessaire à leur mise au point a comporté de longues périodes de calculs effectués entre des opérations du terrain relatives à des années très postérieures. Celles-ci s'étant déroulées pendant quatre à cinq mois chaque année, il m'a été donné d'utiliser dans le bureau les sept ou huit autres mois à la poursuite continue des résultats mathématiques.

C'est ainsi que ce cinquième élément qui comporte la description des réseaux tendus entre l'Arve, le Léman, la frontière suisse et le Bon Nant relate les opérations des campagnes effectuées en 1914 (dans les semaines précédant la mobilisation) ainsi que celles de 1919 et de 1920.

Les tours d'horizon mathématiques sont accompagnés, comme dans les précédents volumes, d'une description iconographique en similigravure qui

se compose dans le cas présent d'une série de 26 panoramas de sommets dont une dizaine reproduisent le tour d'horizon complet sur un développement d'environ $2^{m},50$ de longueur.

M. **Émile Borel** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. Arthur Haas : *La Mécanique ondulatoire et les nouvelles théories quantiques*, traduit de l'allemand par A. Bogros et F. Esclangon, dont il a écrit la *Préface*.

M. **M. d'Ocagne** fait hommage à l'Académie du tome deuxième des *Applications de la Géométrie à la Stabilité des Constructions*, par D. Wolkowitsch, Ouvrage dont il a écrit la *Préface*.

NOMINATIONS.

M. **Ch. Richet** est désigné pour représenter l'Académie aux fêtes données à Beaune, les 28 et 29 juin, à l'occasion du Centenaire de la naissance de *E.-J. Marey*.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de deux candidats au poste de Directeur de l'Observatoire de Strasbourg, M. *André Danjon* est désigné en première ligne par 26 suffrages contre 13 à M. *Alexandre Véronnet*.

Pour la seconde ligne M. *Alexandre Véronnet* est désigné par l'unanimité de 35 suffrages.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts comprendra :

En première ligne. . . . . M. **André Danjon**.
En seconde ligne. . . . . M. **Alexandre Véronnet**.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° F.-A. Rouget. *Brown-Sequard et son œuvre. Esquisse biographique.*

2° *Carte géologique du massif du Mont Blanc*, par Paul Corbin et Nicolas Ouléanoff : feuille *Vallorcine* avec une *Notice explicative*.

CALCUL GRAPHOMÉCANIQUE. — *Machine pour calculer au moyen d'un planimètre l'intégrale du produit de deux fonctions*. Note de MM. **André Nessi** et **Léon Nisolle**, présentée par M. M. d'Ocagne.

La résolution numérique de certaines équations intégrales de Volterra, et le calcul des coefficients d'un développement en série de fonctions fondamentales, reviennent à l'évaluation d'expressions de la forme

$$\int_0^t f(s).g'(t-s).ds \quad \text{ou encore} \quad \int_0^t f(s).g'_s(s).ds.$$

On peut ramener à l'un ou l'autre de ces problèmes la résolution du problème de Cauchy pour une équation différentielle linéaire ordinaire d'ordre quelconque à coefficients constants, ainsi que celle de certaines questions de résistance des matériaux comme le tracé de la ligne des moments et de la ligne élastique, le calcul des moments d'inertie ou la détermination des centres de gravité. On peut également y ramener des problèmes de chauffage à intensité variable, de systèmes complexes; c'est d'ailleurs en vue de résoudre ces problèmes que nous avons été amenés à cette étude.

Les appareils existant pour effectuer ce genre de calcul nécessitent parfois l'intervention de deux ou même trois opérateurs. L'appareil présenté évite cet inconvénient. Il peut être conduit par un seul opérateur et, de plus, son dispositif enregistreur peut être un planimètre quelconque.

Son principe peut être fourni par le schéma de la figure 1. La courbe AM_1B représente $f(s)$ dans le système Otf. On complète cette courbe par l'arc quelconque BM_2A formant avec elle la courbe $\mathcal{C}_1$.

La courbe $\mathcal{C}_2$ représente $g(s)$ avec les axes $O't'g$.

Un curseur M_1, fixé sur une tige T_1 parallèle à Os, décrit le circuit $\mathcal{C}_1$. Un second curseur P_1 décrivant $\mathcal{C}_2$ est, en outre, astreint à rester sur une glissière 8 perpendiculaire et fixée à T_1. Il porte une glissière parallèle à $O's'$ qui se croise en 14 avec une glissière 13 fixée à 8 et faisant avec elle

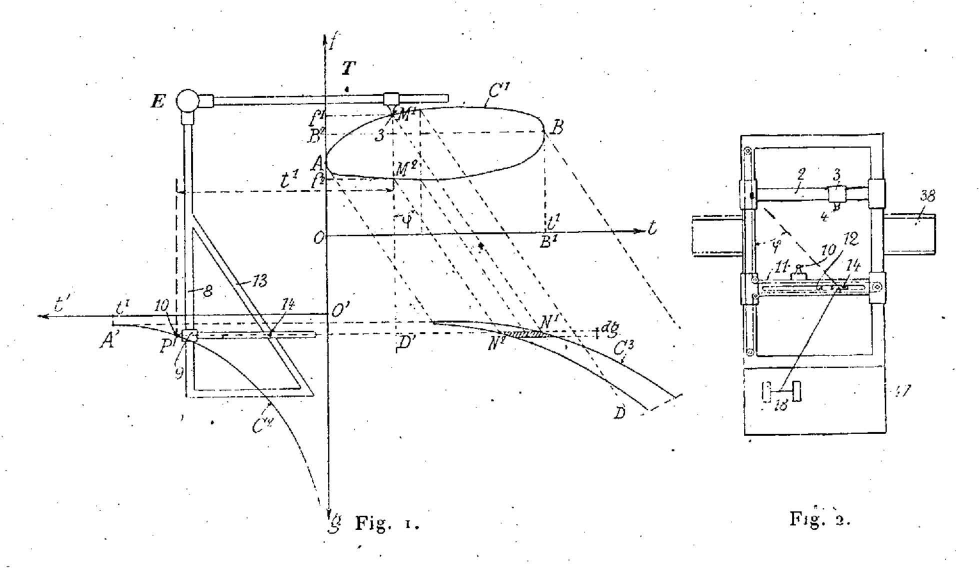


Fig. 1. Fig. 2.

l'angle constant φ. La différence des abscisses des curseurs M_1 et P_1 est réglable; on lui donne la valeur t limite supérieure de l'intégrale à évaluer.

L'ensemble de l'appareil est adapté en E à la tête mobile d'un appareil à dessiner; dans tous leurs déplacements, les glissières restent donc parallèles à elles-mêmes.

Si l'on décrit $\mathcal{C}_1$ avec M_1 en obligeant P_1 à rester sur $\mathcal{C}_2$, le point de croisement 14 décrit une courbe fermée identique à la courbe $\mathcal{C}_3$.

En appelant $f(s)$ et $f_1(s)$ les ordonnées respectives de AM_1B et BM_2A, on trouve facilement que l'aire $\mathfrak{A}$ de cette courbe est donnée par

$$\cot\varphi \times \mathfrak{A} = \int_0^t [f(s) - f_1(s)] \times g'_s(t-s)\, ds.$$

En choisissant pour arc BM_2A le parcours BB_1OA, on aura $f_1(s) \equiv 0$ et l'aire $\mathfrak{A}$ sera proportionnelle à $\int_0^t f(s) . g'_s(t-s)\, ds$.

Un planimètre dont la pointe sera placée en 14 donnera donc à la fin du circuit la valeur cherchée de l'intégrale.

En prenant BB_2A comme ligne de fermeture, $f_1(s) = f(t)$ et l'aire $\mathfrak{A}$ est

augmentée d'un terme tout intégré en $f(t)$. On peut ainsi résoudre une équation de Volterra par approximations successives (¹).

La figure 2 est une variante du dispositif. Un cadre mobile se déplace parallèlement à Os au moyen de la glissière 38. Ses grands côtés portent des rails sur lesquels roulent les chariots 2 et 11 qui portent les curseurs 4 et 10. Le curseur 4 joue le rôle de M_1, et le curseur 10 le rôle de P_1. La glissière 14 du chariot 11 reçoit le porte-pointe 14 pour le planimètre. Un fil sans fin relie les chariots et le porte-pointe 14.

Par un réglage convenable effectué une fois pour toutes, des poulies de renvoi du fil sans fin, le déplacement de 14 peut être identique à celui que donnerait l'appareil précédent, avec la valeur particulière $\varphi = 45°$.

Le planimètre 18 est porté par la table 47 liée au cadre et participant à son déplacement. On évite ainsi d'enregistrer au planimètre les déplacements d'ensemble, ce qui n'a pas d'influence sur le résultat théorique final, mais augmente la précision, par rapport à l'appareil précédent, où ces mêmes déplacements sont enregistrés à l'aller et au retour.

En général, dans les applications, le courbe $\mathcal{C}_2$ est très régulière et on la matérialise au moyen d'une bande flexible fixée de champ sur la planche.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions convexes d'une variable réelle.* Note (²) de M. T. **Popovici**.

I. Nous considérons des fonctions uniformes, réelles de la variable réelle x, définies sur un ensemble linéaire et borné E. Posons

$$U(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k; f) = \begin{vmatrix} 1 & \alpha_1 & \alpha_1^2 & \ldots & \alpha_1^{k-2} & f(\alpha_2) \\ 1 & \alpha_2 & \alpha_2^2 & \ldots & \alpha_2^{k-2} & f(\alpha_2) \\ . & .. & .. & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & \alpha_k & \alpha_k^2 & \ldots & a_k^{k-2} & f(\alpha_k) \end{vmatrix},$$

$$V(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k) = \begin{vmatrix} 1 & \alpha_1 & \alpha_1^2 & \ldots & \alpha_2^{k-2} \\ 1 & \alpha_2 & \alpha_2^2 & \ldots & \alpha_2^{k-2} \\ . & .. & .. & \ldots & \ldots \\ 1 & \alpha_k & \alpha_k^2 & \ldots & \alpha_k^{k-1} \end{vmatrix}.$$

Par définition, la fonction $f(x)$ est *convexe, non concave, polynomiale,*

(¹) Nous le montrerons avec plus de détails dans un Mémoire ultérieur.

(²) Séance du 11 juin 1930.

concave ou non convexe d'ordre n, suivant que l'expression

$$\frac{U(x_1, x_2, \ldots, x_{n+2}; f)}{V(x_1, x_2, \ldots, x_{n+2})}$$

est $>, \geqq, =, <, \leqq 0$, pour tout ensemble de $n+2$ points $x_1, x_2, \ldots, x_{n+2}$ appartenant à E. Toutes ces fonctions forment la classe des fonctions d'ordre n. Si $f(x)$ est convexe ou non concave, la fonction $-f(x)$ est concave ou non convexe de même ordre.

Une fonction d'ordre $n>0$, définie et bornée sur un ensemble fermé, est continue, sauf peut-être aux extrémités.

Une fonction d'ordre donné, définie sur un ensemble fermé, atteint son maximum et son minimum.

Une fonction convexe ou concave d'ordre n ne peut prendre plus de $n+1$ fois la même valeur. Une fonction convexe et bornée d'ordre n, définie sur un ensemble dense dans un intervalle, atteint son maximum en $\left[\frac{n+3}{2}\right]$ points et son minimum en $\left[\frac{n+2}{2}\right]$ points au plus; $[\alpha]$ désignant le plus grand entier non supérieur à α.

II. Une fonction d'ordre $n>1$, définie et bornée dans un intervalle ouvert (a, b), a une dérivée dans tout cet intervalle. Si la fonction est convexe d'ordre n, cette dérivée est convexe d'ordre $n-1$, et réciproquement. Dans tous les cas, elle est une fonction d'ordre $n-1$. Il en résulte que la dérivée $(n-1)^{\text{ième}}$ existe.

La dérivée d'une fonction d'ordre donné est bornée dans tout intervalle complètement intérieur à (a, b).

Si $f^{(n+1)}(x)$ existe, la condition $f^{(n+1)}(x)>0$ est suffisante pour que $f(x)$ soit convexe d'ordre n, la condition $f^{(n+1)}(x) \geqq 0$ est nécessaire et suffisante pour que $f(x)$ soit non concave d'ordre n.

Si $f(x)$ est d'ordre n dans (a, b) et

$$|f(x)|<A, \quad \text{dans } (a, b),$$

on a

$$|f'(x)|<c\frac{n^2}{b-a}A, \qquad |f'(x)\sqrt{(x-a)(b-x)}|<c_1 nA,$$

pour les points x situés dans l'intervalle

$$\left\{\frac{a\left(\cos\frac{\pi}{n}+\cos\frac{\pi}{2n}\right)+b\left(1-\cos\frac{\pi}{2n}\right)}{1+\cos\frac{\pi}{n}}, \quad \frac{b\left(\cos\frac{\pi}{n}+\cos\frac{\pi}{2n}\right)+a\left(1-\cos\frac{\pi}{2n}\right)}{1+\cos\frac{\pi}{n}}\right\},$$

c, c_1 étant deux constantes indépendantes de n.

Pour les autres points de l'intervalle (a, b), la dérivée a en général une

croissance dépendant de la fonction, comme le prouve l'exemple des polynomes (¹).

III. La fonction $f(x)$, d'un caractère de convexité déterminé, se prolonge sur un ensemble E_1 si l'on peut trouver une fonction de même nature définie sur $E+E_1$, qui coïncide avec $f(x)$ sur E.

Le prolongement de la fonction $f(x)$ d'ordre $n>1$, définie et bornée sur un ensemble fini de points, est en général impossible. Au contraire, si l'ordre est 0 ou 1, le prolongement est toujours possible. Une fonction convexe (ou concave) d'ordre 0 ou 1 définie sur un ensemble fini se prolonge par un polynome de même nature. C'est une conséquence du fait qu'une fonction continue dans (a, b) peut être approchée uniformément autant qu'on veut par un polynome présentant les caractères de convexité de la fonction. Ces polynomes d'approximation sont, par exemple, les polynomes de M. S. Bernstein :

$$\frac{\sum_{i=0}^{n} f\left(a+i\frac{b-a}{n}\right)\binom{n}{i}(x-a)^i(b-x)^{n-i}}{(b-a)^n}.$$

IV. Prenons un nombre quelconque de points dans l'intervalle (a, b)

$$a \leqq x_1 < x_2 < \ldots < x_m \leqq b$$

et une fonction $f(x)$ définie dans (a, b).

Si l'ensemble des quantités

$$\sum_{i=1}^{m-n-1}\left|\frac{U(x_{i+1}, x_{i+2}, \ldots, x_{i+n+1}; f)}{V(x_{i+1}, x_{i+2}, \ldots, x_{i+n+1})}-\frac{U(x_i, x_{i+1}, \ldots, x_{i+n}; f)}{V(x_i, x_{i+1}, \ldots, x_{i+n})}\right|$$

est borné, nous pouvons dire que $f(x)$ est une fonction *à $n^{\text{ième}}$ variation bornée* (²).

Si $n>0$, la fonction est continue. Si $n>1$, la fonction a une dérivée. Cette dérivée est à $(n-1)^{\text{ième}}$ variation bornée. On en déduit alors que toute fonction à $n^{\text{ième}}$ variation bornée est la somme d'une fonction non concave et d'une fonction non convexe d'ordre n.

(¹) Des polynomes convexes particuliers ont été déjà étudiés. Voir W. Břečka et J. Geronimus, *Ueber die monotone Polynome welche die minimale Abweichung von Null haben* (*Math. Zeitschrift*, 30, 1929, p. 357).

(²) Le cas $n=0$ est classique. Le cas $n=1$ a été étudié par M. A. Winternitz, *Ueber eine Klasse von linearen Funktional-Ungleichungen und über Konvexe Funktionale* [*Berichte der Sächsischen Ges. der Wissens. zu Leipzig* (*math. phys. Klasse*), 69, 1917, p. 346].

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Figuration des points imaginaires et théorie des fonctions*. Note de M. **Georges Bouligand**.

Parmi les modes usités pour la représentation des points imaginaires, il en est un qui présente, pour la théorie des fonctions, un intérêt spécial. Il consiste à faire correspondre au point de coordonnées rectangulaires

$$(x_1 + ix_2, y_1 + iy_2, \ldots)$$

le vecteur $M_1M'_1$ d'origine $(x_1, y_1, \ldots)$ et de composantes $(x_2, y_2, \ldots)$ porté par la droite réelle Δ contenant ce point. Un changement des axes (supposés réels) laisse ce vecteur figuratif inaltéré. L'avantage de cette représentation découle des considérations suivantes :

Soit f une fonction des variables $x, y, \ldots$: étudions les valeurs prises par f le long d'une droite réelle Δ; orientons cette droite et fixons sur elle une origine A. L'abscisse complexe ζ d'un point imaginaire de cette droite, représenté par le vecteur $M_1M'_1$ de support Δ, a pour partie réelle l'abscisse de M_1, pour partie imaginaire la valeur algébrique de $M_1M'_1$: ζ apparaît ainsi comme l'affixe d'un point μ dans un plan complexe Π_Δ, mené par Δ, le point μ correspondant à $M_1M'_1$ de manière que le triangle isoscèle $M_1M'_1\mu$, rectangle en M_1, ait, dans Π_Δ, un sens d'orientation constant.

Dans un travail destiné à un autre recueil, j'ai étudié dans cette voie une classe importante de fonctions $f(x, y, z)$: celles qui, autour de chaque point M_0 réel, sont développables en une série de polynomes, homogènes par rapport aux composantes de M_0M, la convergence ayant lieu en tout point réel contenu dans la sphère de centre M_0 et passant par le point singulier réel le plus rapproché. Cette classe, qui comprend notamment les fonctions harmoniques, est formée des fonctions dont chaque point singulier $M_1M'_1$ donne lieu, pour tout point réel M de la droite $M_1M'_1$, à l'inégalité

$$\overline{MM}_1^2 + \overline{M_1M'_1}^2 \geqq \delta^2(M) \tag{1}$$

où $\delta(M)$ est la plus courte distance de M à l'ensemble E des points singuliers réels. J'ai étudié spécialement :

a. Le cas où E ne comprend qu'un seul point S. Chaque triangle $SM_1M'_1$ est alors rectangle en M_1 et son angle en S dépasse 45°.

b. Le cas où E est borné : alors le plan perpendiculaire en M_1 à $M_1M'_1$

doit toujours couper le plus petit ensemble convexe $\gamma(E)$ contenant E. Donc $M_1M'_1$ doit être extérieure au cône supplémentaire du cône de sommet M_1 circonscrit à $\gamma(E)$. Lorsque M_1 est intérieur à $\gamma(E)$, la direction de $M_1M'_1$ peut être quelconque. Mais dans chaque cas, en plus de la condition de direction, il faut encore exprimer celle de grandeur, traduite par (1). J'ai démontré de plus ce théorème : autour de chaque point réel régulier M_0, le développement de Taylor de f par rapport aux composantes de M_0M pour

$$|x - x_0| < a, \qquad |y - y_0| < b, \ \ldots,$$

avec

$$a^2 + b^2 + \ldots = \frac{R^2}{2}.$$

Revenons aux fonctions d'une variable, telles que

$$y_1 + iy_2 = f(x_1 + ix_2) = P(x_1, x_2) + iQ(x_1, x_2).$$

Au point de vue précédent, l'image de $f(x_1 + ix_2)$ est un champ vectoriel

$$x_2 = H(x_1, y_1), \qquad y_2 = K(x_1, y_1),$$

et, des conditions classiques de monogénéité, on déduit aisément les relations auxquelles satisfont ses composantes :

$$(2) \qquad \frac{\partial x_2}{\partial x_1} + \frac{\partial y_2}{\partial y_1} = 0 \qquad \text{ou} \qquad \operatorname{div}(H, K) = 0,$$

$$(3) \qquad \frac{\partial x_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_2}{\partial y_1} - \frac{\partial x_2}{\partial y_1}\frac{\partial y_2}{\partial x_1} = 1.$$

On peut satisfaire à l'équation (2) en prenant

$$x_2 = -\frac{\partial \varphi}{\partial y_1}, \qquad y_2 = \frac{\partial \varphi}{\partial x_1},$$

c'est-à-dire en déduisant $M_1M'_1$ du gradient de φ par une rotation de 90° autour de M_1. Il s'ensuit qu'on doit prendre pour φ une solution de l'équation

$$(4) \qquad rt - s^2 = 1.$$

Donc, de toute fonction monogène de la variable, on déduit une solution de l'équation (4) et inversement.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur des suites de facteurs conservant la classe d'une série de Fourier.* Note de M. **Michel Fekete**, présentée par M. J. Hadamard.

1. J'ai précédemment ([1]) cherché la condition pour qu'une suite

(1) $$\lambda_0, \quad \lambda_1, \quad \ldots, \quad \lambda_n, \quad \ldots$$

de facteurs transforme toute série de Fourier

(2) $$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n x + b_n \sin n x),$$

appartenant à une fonction $f(x)$ d'une certaine classe $C_i (i=1, 2, 3, 4, 5, 6)$ de fonctions périodiques de période 2π, en une série de Fourier

(3) $$\frac{a_0 \lambda_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\lambda_n(a_n \cos n x + b_n \sin n x),$$

appartenant à une fonction $f_{\{\lambda_n\}}(x)$ de la même classe C_i.

Pour les six classes : 1° intégrables L ; 2° bornées ; 3° intégrables R ; 4° continues ; 5° à variation bornée ; 6° absolument continues, cette condition est que

(4) $$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\lambda_n \sin n x}{n}$$

soit le développement de Fourier d'une fonction $l(x)$ à variation bornée.

2. Un problème analogue concernant la série conjuguée de (2) introduit (voir article cité) la série

(5) $$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\mu_n \cos n x}{n}.$$

3. $f(x)$ peut en outre offrir, en un point ξ de l'intervalle, une certaine propriété individuelle (locale) comme, par exemple, celle de la continuité ou de la discontinuité de première espèce ou de l'existence de la dérivée $f'(\xi)$, etc.

Cherchons les conditions additionnelles nécessaires et suffisantes pour

([1]) *Acta Litt. ac Scient. Reg. Univ. Hung Francisco-Josephinae*, 1, 1923, p. 148-166. Pour les renseignements bibliographiques, cf. cet article.

que la suite (1) de facteurs, conservant la classe de la série (2) [et, par conséquent, satisfaisant à la condition formulée ci-dessus par rapport à (4)] conserve aussi la propriété individuelle d'un certain type de la fonction correspondante $f(x)$, en tout point ξ entre zéro et 2π où elle a lieu.

Je vais montrer que, pour la classe particulière l_5 des fonctions à variation bornée et en considérant comme propriété individuelle locale la continuité ou la discontinuité de première espèce, les conditions cherchées se déduisent immédiatement des résultats cités dans les nos 1 et 2.

4. En effet, supposons que la suite (1) transforme toute série de Fourier (2) d'une fonction $f(x)$ à variation bornée en la série de Fourier (3) d'une fonction $f_{\{\lambda_n\}}(x)$ en sorte que la dernière fonction est elle-même à variation bornée et, en outre, elle présente la continuité ou une discontinuité de première espèce pour tout point ξ où $f(x)$ présente la même propriété. *Dans cette hypothèse, la fonction $l(x)$, ayant la série (4) pour son développement de Fourier, est nécessairement une fonction à variation bornée, partout continue, excepté le point $x=0$ et les points homologues à celui-ci* (mod 2π), *où $l(x)$ offre une discontinuité de première espèce.*

Pour la démonstration il suffit de considérer la fonction spéciale

$$f^*(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx}{n}$$

dont la transformée $f^*_{\{\lambda_n\}}(x)$ coïncide avec $l(x)$.

5. Je veux maintenant établir *la suffisance* de la condition dont la nécessité vient d'être constatée. A cet effet admettons que $l(x)\sim\sum\frac{\lambda_n \sin nx}{n}$ est une fonction à variation bornée, partout continue, sauf les points homologues à zéro mod 2π, où elle offre une discontinuité, mesurée par

$$D=\lim_{x=+0} l(x)-\lim_{x=-0} l(x),$$

et écrivons $l(x)$ sous la forme $\psi(x)+\frac{D}{\pi}f^*(x)$, en désignant de nouveau par $f^*(x)$ la somme de la série $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx}{n}$. On voit immédiatement que

$$\psi(x)\sim\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(\lambda_n-\frac{D}{\pi}\right)\sin nx}{n}$$

est une fonction à variation bornée, partout continue et, par conséquent,

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx),$$

étant une fonction quelconque à variation bornée, sa transformée

$$f_{\left\{\lambda_n - \frac{D}{\pi}\right\}}(x) \sim \frac{a_0}{2}\left(\lambda_0 - \frac{D}{\pi}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\lambda_n - \frac{D}{\pi}\right)(a_n \cos nx + b_n \sin nx),$$

par la suite $\left\{\lambda_n - \frac{D}{\pi}\right\}$, est elle-même une fonction à variation bornée, *partout continue*, puisque sa transformée

$$f_{\left\{\frac{D}{\pi}\right\}}(x) \sim \frac{a_0 D}{2\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D}{\pi}(a_n \cos nx + b_n \sin nx) = \frac{D}{\pi} f(x),$$

par la suite $\left\{\frac{D}{\pi}\right\}$, offre les mêmes propriétés locales que $f(x)$. Alors la transformée $f_{\{\lambda_n\}}(x)$ présentera les propriétés désirées, en vertu de l'identité

$$f_{\{\lambda_n\}}(x) = f_{\left\{\lambda_n - \frac{D}{\pi}\right\}}(x) + f_{\left\{\frac{D}{\pi}\right\}}(x).$$

L'assertion concernant la continuité de $f_{\left\{\lambda_n - \frac{D}{\pi}\right\}}(x)$ résulte de

$$f_{\left\{\lambda_n - \frac{D}{\pi}\right\}}(x) = \psi_{\{nb_n\}}(x) + \overline{\psi}_{\{na_n\}}(x);$$

en effet, d'après l'hypothèse faite sur $f(x)$, la fonction

$$\rho(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2} \sim \sum \frac{nb_n \sin nx}{n},$$

respectivement

$$\sigma(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2} \sim \sum \frac{na_n \cos nx}{n},$$

remplira la condition suffisante pour que la transformée $\psi_{\{nb_n\}}(x)$, respectivement $\overline{\psi}_{\{na_n\}}(x)$, appartienne à la classe des fonctions partout continues.

6. On a des résultats correspondants pour le problème analogue (cf. n° 2) relatif aux séries conjuguées.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'extension aux séries de puissances multiples d'un théorème de M. Hadamard.* Note [1] de M. **Luigi Fantappié**, transmise par M. Vito Volterra.

1. Considérons deux séries de puissances multiples :

$$\Sigma_{r_1 r_2 \ldots r_n} k_{r_1 r_2 \ldots r_n} z_1^{r_1} z_2^{r_2} \ldots z_n^{r_n} = k(z_1, z_2, \ldots, z_n), \tag{1}$$

$$\Sigma_{s_1 s_2 \ldots s_n} a_{s_1 s_2 \ldots s_n} z_1^{s_1} z_2^{s_2} \ldots z_n^{s_n} = y(z_1, z_2, \ldots, z_n), \tag{2}$$

et formons la nouvelle série

$$\Sigma_{r_1 r_2 \ldots r_n} k_{r_1 r_2 \ldots r_n} a_{r_1 r_2 \ldots r_n} z_1^{r_1} z_2^{r_2} \ldots z_n^{r_n} = f(z_1, z_2, \ldots, z_n), \tag{3}$$

qui représente un élément d'une nouvelle fonction analytique f. Nous voulons déterminer les possibles variétés singulières de f, au moyen des variétés singulières de k et y, d'équation

$$s(z_1, z_2, \ldots, z_n) = 0, \tag{4}$$

$$\sigma(z_1, z_2, \ldots, z_n) = 0, \tag{5}$$

respectivement (pour $n = 1$, on a le célèbre théorème de M. Hadamard).

Il suffit de remarquer que f dépend des deux fonctions k et y; si l'on pense k fixe et y variable, f est donc une *fonctionnelle* de y, évidemment analytique et *linéaire*, $f = \mathrm{F}[y(t_1, t_2, \ldots, t_n)]$. On a la *fonction indicatrice* v de cette fonctionnelle pour

$$y = y_0 = \frac{1}{(t_1 - \alpha_1)(t_2 - \alpha_2) \ldots (t_n - \alpha_n)} = \Sigma_{r_1 r_2 \ldots r_n} \frac{(-1)^n}{\alpha_1^{r_1+1} \alpha_2^{r_2+1} \ldots \alpha_n^{r_n+1}} t_1^{r_1} t_2^{r_2} \ldots t_n^{r_n},$$

c'est-à-dire

$$v = \mathrm{F}[y_0] = \Sigma_{r_1 r_2 \ldots r_n} \frac{(-1)^n k_{r_1 r_2 \ldots r_n}}{\alpha_1^{r_1+1} \alpha_2^{r_2+1} \ldots \alpha_n^{r_n+1}} z_1^{r_1} z_2^{r_2} \ldots z_n^{r_n} = \frac{(-1)^n}{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_n} k\left(\frac{z_1}{\alpha_1}, \frac{z_2}{\alpha_2}, \ldots, \frac{z_n}{\alpha_n}\right) \tag{6}$$

qui est singulière sur la variété

$$\bar{s}(z_1, z_2, \ldots, z_n; \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n) = \alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_n s\left(\frac{z_1}{\alpha_1}, \frac{z_2}{\alpha_2}, \ldots, \frac{z_n}{\alpha_n}\right) = 0. \tag{7}$$

D'après ce qu'on a vu dans une Note précédente [2] l'expression de la fonc-

[1] Séance du 11 juin 1930.
[2] *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1269.

tionnelle F au moyen d'une intégrale pourra perdre sa signification, et *la fonction* $f(z_1, z_2, \ldots, z_n)$ *pourra devenir singulière seulement sur la variété, dont on obtient l'équation (entre les paramètres* z_n*) en éliminant les n variables* t_i *des* $n+1$ *équations*

$$\bar{s}(z_1, z_2, \ldots, z_n; t_1, t_2, \ldots, t_n) = t_1 t_2 \ldots t_n s\left(\frac{z_1}{t_1}, \frac{z_2}{t_2}, \ldots, \frac{z_n}{t_n}\right) = 0, \tag{8}$$

$$\sigma(t_1, t_2, \ldots, t_n) = 0, \tag{9}$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \bar{s}}{\partial t_1} & \frac{\partial \bar{s}}{\partial t_2} & \cdots & \frac{\partial \bar{s}}{\partial t_n} \\ \frac{\partial \sigma}{\partial t_1} & \frac{\partial \sigma}{\partial t_2} & \cdots & \frac{\partial \sigma}{\partial t_n} \end{vmatrix} = 0 \tag{10}$$

(c'est-à-dire cette matrice jacobienne doit avoir sa caractéristique < 2; ce qui donne $n-1$ conditions). On peut donc déterminer de cette façon les possibles variétés singulières (en général de diramation) de la fonction f, lorsque l'on connaît celles singulières pour les deux fonctions k et y, *ce qui donne une généralisation du théorème de M. Hadamard aux séries multiples d'un nombre n quelconque des variables* (1).

2. Reprenons un exemple donné, pour $n = 2$, par M. Hurwitz (2), qui dit, à propos de cette question : « Mais il ne semble pas facile d'obtenir une loi simple et générale faisant dépendre les singularités de $\psi(z_1, z_2)$ de celles de $f(z_1, z_2)$ et $\varphi(z_1, z_2)$, comme le montre l'exemple suivant. Posons

$$f(z_1, z_2) = \sum \frac{(n_1+n_2)!}{n_1!\, n_2!} z_1^{n_1} z_2^{n_2} = \frac{1}{1-(z_1+z_2)},$$

$$\varphi(z_1, z_2) = \Sigma z_1^n z_2^n = \frac{1}{1 - z_1 z_2},$$

nous obtenons

$$\psi(z_1, z_2) = \sum \frac{(2n)!}{n!\, n!} z_1^n z_2^n = \frac{1}{\sqrt{1-4z_1 z_2}}.\text{ »}$$

On voit, au contraire, comment la théorie des fonctionnelles analytiques linéaires permet de donner aisément cette loi générale des singularités; dans ce cas on a en particulier

$$s(t_1, t_2) = 1 - t_1 t_2, \qquad \sigma = t_1 + t_2 - 1, \qquad \bar{s} = t_1 t_2 s\left(\frac{z_1}{t_2}, \frac{z_2}{t_1}\right) = t_1 t_2 - z_1 z_2,$$

(1) J'ai démontré ce théorème, pour $n = 2$, dans *Rend. Lincei*, 6e série, 7, 1er sem. 1928, p. 712.

(2) *Comptes rendus*, 128, 1899, p. 350.

et la variété singulière de ψ doit s'obtenir en éliminant t_1, t_2 des 3 équations

$$\sigma = t_1 + t_2 - 1 = 0, \qquad \bar{s} = t_1 t_2 - z_1 z_2 = 0, \qquad \frac{d(\sigma, \bar{s})}{d(t_1, t_2)} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ t_2 & t_1 \end{vmatrix} = 0,$$

ce qui donne en effet $\frac{1}{4} - z_1 z_2 = 0$.

CINÉMATIQUE APPLIQUÉE. — *Sur un mode de liaison absolument général de deux axes de rotation dans l'espace.* Note de M. F. E. **Myard**, présentée par M. d'Ocagne.

Théorème. — *a.* Deux axes de positions relatives et successives quelconques dans l'espace peuvent avoir une liaison réciproque et continue de rotation, et cela au moyen d'un système plan de deux pivots perpendiculaires respectivement à chacun de ces axes, à la condition que les axes de ces deux pivots soient toujours concourants, et que chaque pivot puisse se déplacer librement dans leur plan commun.

b. Pour une position déterminée des deux axes, le rapport des vitesses instantanées la rotation est

$$\rho = \cos^2\alpha \left[\frac{n}{m} + \frac{m}{n}\operatorname{tang}^2\alpha + \frac{h^2}{mn} - \frac{2h}{n}\operatorname{tang}\alpha\right].$$

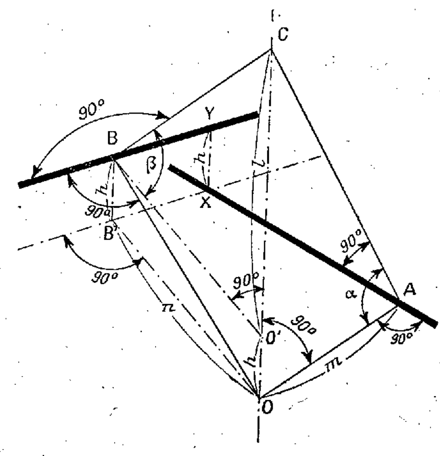


Fig. 1.

Avec m et n paramètres définissant les positions relatives des deux pivots, h la distance des deux axes, α l'angle de rotation d'un des axes.

En effet : a. Les deux axes sont AX et BY. Leur perpendiculaire com-

mune est XY de longueur h. Le plan AXB′ est parallèle à BY et contient AX. Soient, en A et B, des axes pivotants (tels, en positions successives, que OA et OB, ou que CA et CB) perpendiculaires respectivement aux deux axes AX et BY. Chacun de ces pivots, pendant la rotation des axes AX et BY, reste dans le plan normal (en A ou B) à l'axe correspondant. Et ces deux plans, de traces OA et OB′ sur AXB′, se coupent suivant l'arête OO′C. En conséquence, on voit que pour une position déterminée dans l'espace, les deux axes AX et BY peuvent avoir chacun une rotation relative définie, car il est toujours possible de faire en sorte que les pivots CA et CB soient concourants et se coupent sur OO′C, si ces pivots peuvent se déplacer librement dans le plan de leurs axes. Or ceci reste vrai pour toutes les positions relatives des deux axes AX et BY.

b. $\rho = \frac{d\alpha}{d\beta}$. Or

$$h + l = m \operatorname{tang}\alpha \qquad \text{et} \qquad l = n \operatorname{tang}\beta.$$

D'où

$$dl = m \frac{1}{\cos^2\alpha} d\alpha = n \frac{1}{\cos^2\beta} d\beta.$$

D'où

$$\frac{d\alpha}{d\beta} = \frac{n}{m} \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta} = \frac{n}{m} \cos^2\alpha [1 + \operatorname{tang}^2\beta] = \rho.$$

Mais $\operatorname{tang}\beta = \frac{m \operatorname{tang}\alpha - h}{n}$. D'où, en remplaçant $\operatorname{tang}\beta$:

$$\rho = \frac{n}{m} \cos^2\alpha \left[1 + \left(\frac{m \operatorname{tang}\alpha - h}{n}\right)^2\right] = \cos^2\alpha \left[\frac{n}{m} + \frac{m}{n} \operatorname{tang}^2\alpha + \frac{h^2}{mn} - \frac{2h}{n} \operatorname{tang}\alpha\right].$$

Cas particuliers. — 1° $h = 0$. Les axes sont concourants :

$$\rho = \cos^2\alpha \left[\frac{n}{m} + \frac{m}{n} \operatorname{tang}^2\alpha\right].$$

2° $h = 0$ et $\frac{m}{n} = 1$. D'où $\rho = 1$. *Il y a symétrie.* LES VITESSES ANGULAIRES SONT CONSTAMMENT ÉGALES.

C'est aussi le cas où *les deux axes sont parallèles :* m et $n \to \infty$, et sont équivalents $\left(\frac{m}{n} \to 1\right)$. (Les pivots sont parallèles.)

Indétermination. — Dans le cas où l'un des axes de rotation (ou les deux) est perpendiculaire au plan des pivots (m ou $n = 0$).

APPLICATION. — *Joint universel.* — Le dispositif plan des deux pivots peut être formé : 1° par un *système de compas à trois articulations* $R_1 R_2 R_3$, nor-

males à ce plan (*fig.* 2). Les branches du compas, ainsi que les tiges des pivots, peuvent avoir des longueurs inégales. Pour plus de rigidité, on peut

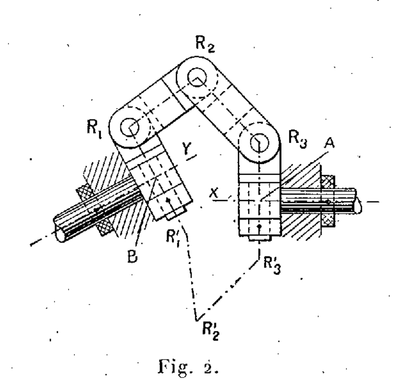


Fig. 2.

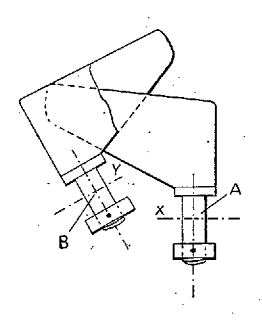


Fig. 3.

répéter un autre système à trois articulations R'_1, R'_2, R'_3 s'ajoutant au précédent; 2° par un *système à plans glissants* (*fig.* 3) (tenon et mortaise).

Un tel joint de transmission est universel. Il remplace ceux de Cardan, Kœnigs, Oldham et de plus assure la liaison lorsque les deux axes, de positions absolument quelconques, ne sont pas concourants.

ASTROPHYSIQUE. — *Étude sensitométrique d'une nouvelle plaque panchromatique.* Note (¹) de M. **Nicolas G. Perrakis**, présentée par M. Ernest Esclangon.

L'aspect particulier de la couronne solaire enregistrée sur plaque panchromatique Guilleminot par la mission de Strasbourg (²), lors de l'éclipse totale de Soleil du 9 mai 1929, nous a conduit à faire l'étude sensitométrique de cette plaque, dont un résumé est donné plus loin.

Ce travail a été fait en vue d'une étude microphotométrique de la couronne qui sera faite ultérieurement sur les clichés obtenus par cette mission.

I. Le dispositif expérimental était des plus simples : la source était une lampe à filament de tungstène; sa température de régime était de 1700°C. environ. La source étant parfaitement fixe, on

(¹) Séance du 16 juin 1930.
(²) A. Danjon, *Astronomie*, 44, mai 1930, p. 193.

déplaçait, le long d'une règle graduée solidement fixée à la table de travail, un spectrographe à prisme d'assez grande luminosité.

Sur chaque cliché on photographiait huit spectres; chacun d'eux correspondant à une distance bien déterminée du spectrographe à la source. Voici, en centimètres, les huit distances utilisées :

14,0; 20,3; 29,6; 43,0; 62,5; 90,9; 132,1; 192,0.

Le temps de pose, le même pour tous les spectres, était d'une demi-heure; temps de pose très courant en astronomie.

Le spectre de la lampe à vapeur de mercure, qu'on superposait au spectre continu de la source étalon, a servi pour l'étalonnage de ce dernier.

Le révélateur employé était le même pour tous les clichés, ainsi que le temps de développement. L'action du révélateur sera étudiée ultérieurement.

Deux des clichés ainsi obtenus ont été étudiés au microphotomètre de MM. Fabry et Buisson. Je dois à l'obligeance de M. Ny Tsi Zé d'avoir pu étudier l'un de ces deux clichés au microphotomètre enregistreur de M. Chalonge.

II. Voici les résultats de cette étude :

a. La courbe densité-longueur d'onde de cette plaque présente trois maxima. Un maximum, très marqué, situé vers 6350 Å, un autre, moins marqué, vers 5750 Å et un troisième, relativement peu prononcé, situé vers 4650 Å. En résumé, la plaque panchromatique Guilleminot est très sensible au rouge, moins, quoique encore suffisamment, au jaune et peu sensible au bleu, domaine de sensibilité des plaques ordinaires.

b. Des isochromes densité-log éclairement qui, comme on le sait, présentent une portion rectiligne, laquelle dans le cas qui nous occupe est longue, nous avons déduit le *gamma* (γ) de la plaque, lequel n'est autre que le coefficient angulaire de cette portion rectiligne. Ce γ, ou *facteur de contraste*, joue un rôle très important dans l'appréciation d'un négatif et c'est en vue de l'étude de la variation de ce coefficient en fonction de la longueur d'onde que le présent travail a été exécuté.

Le tableau suivant traduit cette variation :

Longueur d'onde λ.	Facteur de contraste γ.	Longueur d'onde λ.	Facteur de contraste γ.
Å		Å	
4000	0,98	5700	2,82
4100	1,48	5800	3,00
4200	1,78	5900	3,06
4300	2,02	6000	3,07
4400	2,15	6100	3,06
4500	2,18	6200	3,01
4600	2,39	6300	3,11
4700	2,35	6400	3,38
4800	2,43	6500	3,59
4900	2,40	6600	4,17
5000	2,41	6700	4,59
5100	2.37	6800	5,00
5200	2,41	6900	4,62
5300	2,39	7000	3,29
5400	2,51	7100	2,84
5500	2,65	7150	2,60
5600	2,78		

III. On voit que le γ de la plaque en question, voisin de l'unité pour $\lambda = 4000$ Å, devient égal à 2 pour $\lambda = 4300$ A, puis augmente lentement jusqu'à 6200 Å, où il a une valeur voisine de 3.

Ensuite, il croît rapidement jusqu'à la longueur d'onde 6800, pour laquelle il devient égal à 5, après quoi il décroît à nouveau avec une égale rapidité. C'est ainsi que, pour $\lambda = 7150$ Å, il n'est plus que de 2,6 unités.

Par suite, le maximum du facteur de contraste de la nouvelle plaque panchromatique Guilleminot se trouve situé dans le voisinage immédiat de 6800 Å. *Ceci explique bien la structure fine des jets coronaux qu'on observe sur les images de la couronne solaire obtenues par M. Lallemand* (*loc. cit.*) à l'aide de cette plaque et d'un écran d'Iéna, rouge foncé, correspondant à la longueur d'onde moyenne 6800 Å.

On comprend que la connaissance des propriétés sensitométriques de la plaque qu'on veut utiliser soit, surtout en astrophysique, de toute première importance.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Stratifications colorées par sublimation.* Note [1] de M. **André Marcelin** et Mlle **S. Boudin**, présentée par M. Jean Perrin.

René Marcelin avait indiqué, dans ses Notes relatives aux stratifications cristallines colorées observées à la surface des solutions alcooliques de paratoluidine [2], que des cristaux très minces, présentant par plages uniformes les colorations des lames minces, se formaient également par sublimation de certaines substances organiques telles que la naphtaline, la paratoluidine etc. Nous nous sommes proposé, en abordant l'étude des cristaux colorés formés par cette voie, de développer le travail de René Marcelin.

L'intérêt de cette étude réside dans la simplicité des conditions expérimentales dans lesquelles se forment et se développent les cristaux par sublimation, puisque les seules phases en présence, solide et vapeur, sont alors formées par un seul constituant : le corps étudié; contrairement à ce qui a lieu dans les cas des cristaux superficiels qui se développent à la surface de leurs solutions alcooliques, conditions délicates à discuter, qui font intervenir l'énergie superficielle et l'évaporation du solvant, lui-même formé de deux constituants, l'eau et l'alcool.

Dès les premières observations nous avons reconnu que l'étude entreprise serait difficile en raison des orientations les plus diverses que prennent les cristaux par rapport aux surfaces sur lesquelles ils se condensent; nous avons alors cherché à provoquer une orientation privilégiée des tablettes cristallines, en faisant varier la nature et la forme des surfaces de condensation; nous avons ainsi été conduits à observer la formation des cristaux suivant le tranchant d'une lame de rasoir Gilette, le plan de la lame étant vertical et normal à l'axe de l'objectif (microscope disposé pour l'observation suivant l'horizontale). Dans ces conditions les tablettes cristallines apparaissent et se développent dans le plan même de la lame dont elles semblent très exactement prolonger le tranchant.

Mettant à profit cette observation nous avons établi un appareillage dont voici le principe :

---

(1) Séance du 16 juin 1930.

(2) René Marcelin, *Annales de Physique*, 9e série, 10, nov.-déc. 1918, p. 185 et 189. — Mlle Boudin, *Stratifications cristallines colorées* (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1282).

Le microscope est disposé pour la visée suivant l'axe horizontal; l'objectif est monté sur le petit illuminateur à prisme qui permet l'éclairage de la préparation par autocollimation. La platine consiste en une petite plaque chauffante parcourue par un courant électrique réglable (chauffe-plat); elle est placée horizontalement et son support comporte les mouvements nécessaires à sa translation suivant la verticale et suivant l'horizontale, normalement à l'axe du microscope. La platine porte une petite cuve cylindrique en pyrex contenant le corps à sublimer, surmontée par une petite chambre métallique où s'effectue la cristallisation et dans laquelle pénètre latéralement l'objectif du microscope; la chambre de cristallisation est coiffée par un couvercle d'où émerge la lame de rasoir, vers l'intérieur de la chambre; un dispositif à chicanes permet tous déplacements relatifs latéralement et en profondeur de l'objectif du microscope par rapport à la préparation.

Les premières observations ont porté sur la paratoluidine; d'excellentes photographies en couleur ont été prises (temps de pose : 10 secondes); plusieurs photographies successives d'un même cristal révèlent les phases de son évolution durant deux heures de suite; les discontinuités d'épaisseur sont parfaitement marquées par des contours nets séparant des plages de couleurs différentes.

SPECTROSCOPIE. — *Influence mutuelle, sur leurs bandes d'absorption, des groupes chromophores d'une molécule.* Note [1] de M. **René Lucas**, présentée par M. Cotton.

De nombreux travaux expérimentaux ont été faits en vue d'établir l'influence mutuelle des groupes chromophores d'une molécule relativement à la position des bandes d'absorption *ultraviolettes* de ces chromophores. A ma connaissance ces travaux n'avaient pas reçu une interprétation physique précise. Or il semble que certains résultats soient susceptibles d'une explication simple suivant la théorie électromagnétique de l'absorption.

Nous admettrons que les chromophores renferment des oscillateurs analogues à ceux considérés dans les théories classiques de dispersion et d'absorption. Lors de ses oscillations l'électron absorbant va créer un champ électrique variable au cours du temps et ce champ, pour les fréquences envisagées et les petites distances, est beaucoup plus important que le champ d'accélération.

(1) Séance du 16 juin 1930.

Si nous envisageons deux oscillateurs voisins nous devons tenir compte de leur réaction mutuelle (¹) dans les équations des mouvements. Pour diverses raisons (²) il semble qu'en général les oscillations ne peuvent se produire que suivant des directions liées à la molécule et faisant entre elles des angles déterminés. En première approximation, pour chaque oscillateur le champ variable produit par l'électron et les charges positives immobiles est analogue à celui d'un doublet.

Soient δ et δ' les directions d'oscillations des électrons de charge e, de masse m et distants en moyenne de r; soient $\alpha\beta\gamma$, $\alpha'\beta'\gamma'$, abc les cosinus directeurs des droites δ et δ' et du champ électrique h de l'onde lumineuse.

Si s et s' sont les élongations des électrons de charge e, de masse m, et si k et k' sont les forces élastiques de rappel, nous aurons

$$m\frac{d^2s}{dt^2}+ks=e\left\{h(\alpha a+\beta b+\gamma c)+\frac{es'}{k_0r^3}(\alpha\alpha'+\beta\beta'+2\gamma\gamma')\right\},$$
$$m\frac{d^2s'}{dt^2}+k's'=e\left\{h(\alpha' a+\beta' b+\gamma' c)+\frac{es}{k_0r^3}(\alpha\alpha'+\beta\beta'+2\gamma\gamma')\right\}.$$

k_0 désigne la constante diélectrique du vide. En première approximation h est supposé le même aux deux points voisins O et O′ où se trouvent les oscillateurs. Nous avons laissé de côté pour l'instant les termes d'amortissement.

Par élimination les équations du quatrième ordre en s ou s' donnent pour valeurs des fréquences propres du système

$$\nu=\sqrt{\frac{f^2+f'^2}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{f^2-f'^2}{2}\right)^2+\varphi^4}},$$

f et f' désignant les fréquences propres des oscillateurs supposés non couplés,

$$(4\pi^2mf^2=k,\ 4\pi mf'^2=k')\qquad\text{et}\qquad\varphi^2=\frac{e^2}{4\pi^2mk_0r^3}(\alpha\alpha'+\beta\beta'+2\gamma\gamma').$$

Il y a modification des fréquences par couplage, d'une manière analogue à ce qui se passe pour les circuits oscillants électriques. D'une manière générale l'influence mutuelle des oscillateurs décroîtra très vite avec leur distance (³).

(¹) Voir par exemple M. Wien, *Annalen der Physik*, 61, 1897, p. 155.

(²) En particulier dans les théories des biréfringences électrique et magnétique.

(³) Le rôle de la distance serait le même dans l'hypothèse où les directions de vibrations ne seraient pas imposées, mais on aurait quatre fréquences au lieu de deux.

Dans le cas le plus simple de deux chromophores identiques, la bande d'absorption unique de l'un d'eux sera remplacée par deux bandes, une décalée vers le rouge, l'autre vers l'ultraviolet.

Ordre de grandeur. — Soient deux chromophores pour lesquels les longueurs d'onde propres seraient à 2000 U.Å. s'ils étaient isolés, soit $r = 2,5$ Å leur distance, le couplage étant maximum

$$(\alpha\alpha' + \beta\beta' + 2\gamma\gamma' = 2),$$

on trouve que l'une des bandes se trouverait à 2500 Å, l'autre vers 1730 Å.

Le déplacement vers le rouge est de l'ordre de grandeur de celui présenté par l'expérience dans la comparaison des monoacides et des diacides organiques saturés (¹). Les résultats précédents sont en accord avec le point de vue indiqué ici même par Mme Ramart relativement au rôle de la *distance spatiale* séparant les chromophores.

SPECTROCHIMIE BIOLOGIQUE. — *Étude de l'influence exercée par la longueur d'onde des rayons excitateurs sur le spectre de fluorescence de l'étioporphyrine. Structure de ce spectre depuis l'extrême rouge (infrarouge) jusqu'à l'ultraviolet.* Note de MM. **J. Aharoni** et **Ch. Dhéré**, présentée par M. A. Cotton.

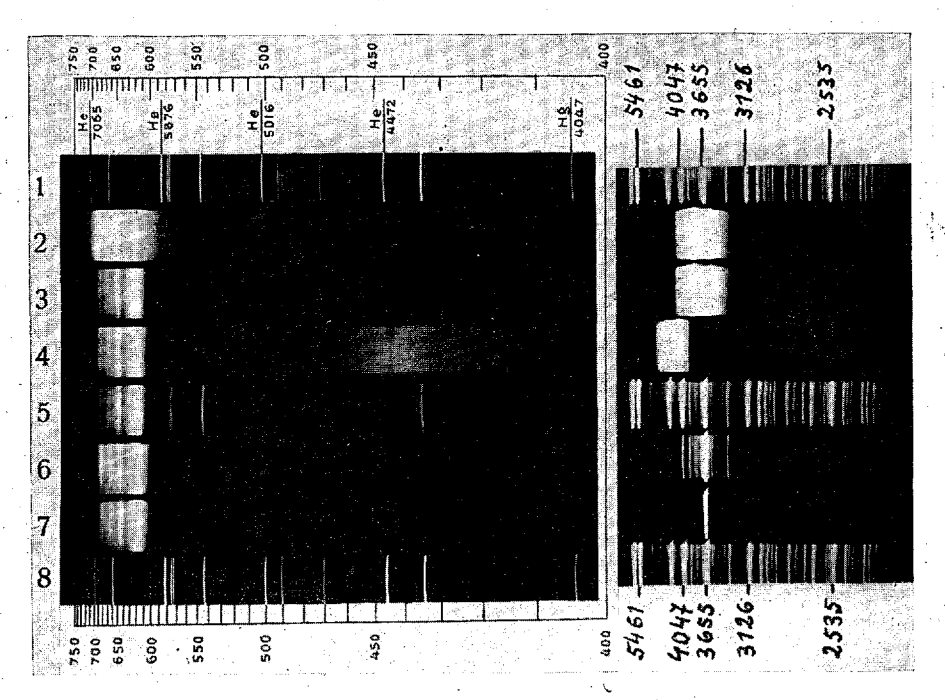
L'un de nous a déjà décrit le spectre de fluorescence de l'étioporphyrine (solution pyridinique) fourni par des rayons excitateurs compris entre 475 et 330$^{m\mu}$ environ (²). Les spectres 3 et 4, reproduits ci-après et obtenus avec les rayons filtrés (³) de l'arc à charbons (comme dans les déterminations antérieures), montrent qu'il s'agit essentiellement d'une bande principale située dans l'orangé et de trois petites bandes, assez intenses, situées dans le rouge; mais ici, pour le spectre 3, les rayons excitateurs sont exclusivement violets ou ultraviolets (425-330); tandis que, pour le spectre 4, tous les rayons visibles (bleus, etc.) de $\lambda < 475$ interviennent, l'ultraviolet par contre étant alors complètement exclu. (Dans le compartiment de

(¹) Mme Ramart-Lucas et F. Salmon-Legagneur, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 915, et 190, 1930, p. 492.

(²) Ch. Dhéré et E. Bois, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 321.

(³) Dans ces deux cas, élimination des rayons rouges et infrarouges par interposition d'une solution de sulfate de cuivre.

droite de la figure, se trouve reproduit, en regard de chaque spectre de fluorescence, le spectre correspondant des rayons excitateurs photographié avec un spectrographe à optique de quartz.) Les spectres de fluorescence 5, 6 et 7 ont été obtenus avec une lampe à vapeur de mercure; sans interposition de filtre (cuve en quartz) pour le n° 5; avec interposition d'un filtre de verre *Uvetschwarz* de Schott (et d'un filtre de sulfate de cuivre) pour le n° 6. Nous avons enfin procédé à l'excitation uniquement avec la raie ultraviolette (complexe) dite 365 (spectre 7) ou avec la raie



verte 546. Avec la raie 546, l'excitation était *rigoureusement monochromatique*, mais la fluorescence était très faible : ce qui doit tenir à ce que cette raie tombe sur le bord (le moins réfrangible) de la légère bande d'absorption VII, suivant la notation de H. Fischer [1]. En ne considérant que les quatre bandes de fluorescence signalées, *tous ces spectres de fluorescence semblent être identiques; il n'y a pas de différences notables dans le nombre, la position ou l'intensité relative des bandes d'émission.* Il est remarquable que les raies excitatrices 365 et 546 produisent le même spectre de fluorescence rouge orangé. Le spectre que nous avons obtenu avec la raie 546

(1) Fischer et Müller, *Z. f. physiol. Chem.*, **142**, 1925, p. 135 et 136.

montre nettement les quatre bandes; mais l'intensité est insuffisante pour une bonne reproduction. Disons que, dans ce cas, la pose a dû être de 80 heures, tandis que dans les conditions correspondant au spectre 3 la pose n'a été que de 2 minutes et demie pour le spectre reproduit. Des rayons compris entre 650 et 591 (plage orangée) permettent aussi d'obtenir les trois petites bandes (cannelures) de fluorescence.

En utilisant des plaques spéciales pour l'extrême rouge, nous avons découvert *quatre nouvelles cannelures* [1] dont les axes sont respectivement λ 706,5 — λ 734,5 — λ 756 et λ 769. Il existe de plus, du côté de l'ultraviolet, toute une série de bandes de fluorescence; mais, pour les voir nettement en photographie, il faut surexposer plus ou moins le spectre de fluorescence décrit précédemment (on entrevoit ces deux premières bandes sur le spectre 2) : leur importance est plus théorique que pratique. Finalement, d'après les photographies (solution pyridinique), *nous constatons la présence de 15 bandes* (au moins) *d'émission* ayant respectivement pour axes [2] : 769 — 756 — 734,5 — 706,5 — 688,3 — 672 — 651,5 — 636 — 622,1 (bande principale) — 610 — 595,3 — 579,5 — 565,8 — 555,5 — 539, 5.

Ajoutons, ce qui est important pour l'interprétation du spectre de fluorescence, que les solutions foncées montrent, sous une assez grande épaisseur, à gauche de la forte bande dans l'orangé, deux très légères bandes d'absorption ayant respectivement pour axes λ 635,7 et λ 650,7 [3].

---

[1] Ces cannelures sont tout à fait invisibles au spectroscope (prisme), même avec un arc (charbons) de 40 ampères.

[2] Les petites bandes ayant pour axes λ 636 et λ 610 ont été détachées de la bande principale par Bois (et Dhéré), mais considérées alors comme de simples « lueurs » (Cf. E. Bois, *Thèse de doctorat ès sciences*, Fribourg, 1927, p. 16 et 19 de *l'Atlas*). Du côté ultraviolet, avec la coproporphyrine, 3 petites bandes de fluorescence ont été observées par Borst et Königsdörffer (*Untersuchungen über Porphyrin*, 1929, p. 82).

[3] Il y a l'indication de bandes voisines et analogues sur le spectre figuré par Willstätter (*Untersuchungen über Chlorophyll*, 1913, p. 398).

ÉLECTRONIQUE. — *Distribution de potentiel et de charge dans une molécule diatomique*. Note [1] de M. **L. Goldstein**, présentée par M. M. de Broglie.

La méthode originale de Fermi et Thomas [2] servant à déterminer la distribution de potentiel et de charge dans un atome se prête à une généralisation pour le cas des molécules diatomiques. On sait que la méthode consiste en une application de la statistique de Fermi aux électrons des couches atomiques considérés comme formant un gaz dégénéré. Admettant la symétrie sphérique pour l'atome, le potentiel et la charge en un point ne dépendent que de sa distance au noyau de l'atome.

Il est évident que dans une molécule diatomique, le potentiel en un point sera fonction de deux variables r_1 et r_2, ses distances aux deux noyaux respectifs, par exemple. On pourrait preudre deux variables quelconques définissant la position du point par rapport aux deux noyaux. On peut considérer les électrons de la molécule comme un mélange de gaz qui forment le premier et le deuxième atome respectivement. Le potentiel en un point (r_1, r_2) s'obtiendra *approximativement* par superposition des potentiels dus aux deux atomes. Il en sera de même pour la charge. L'extension de la méthode de Hartree [3] au présent problème donnerait une solution plus exacte.

La densité des électrons ayant une énergie potentielle $-eV$ est, avec la notation habituelle de la Statistique, d'après Fermi [2],

$$(1) \qquad n(V) = a(T)b(T)\{c'(T)+V\}^{\frac{3}{2}}e^{\frac{3}{2}}, \qquad c' = \frac{c}{e} \qquad \text{et} \qquad a.b = \frac{2^{\frac{9}{2}}\pi m^{\frac{3}{2}}}{3h^3}.$$

Posant $v = c' + V$, v est le potentiel à une constante additive près, la densité des électrons d'énergie potentielle $-ev$ est

$$(2) \qquad n(v) = ab\, e^{\frac{3}{2}} v^{\frac{3}{2}}.$$

L'équation de Poisson se réduit à

$$(3) \qquad \frac{d^2v}{dr^2} + \frac{2}{1}\frac{dv}{dr} - dv^{\frac{3}{2}} = 0$$

---

(1) Séance du 16 juin 1930.

(2) E. Fermi, *Z. Physik*, 48, 1928, p. 73; L. E. Thomas, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **23**, 1927, p. 542.

(3) D. R. Hartree, *ibid.*, **24**, 1928, p. 89.

avec les conditions

$$\lim_{r=0} r v = Z e \qquad \text{et} \qquad \int n(v)\, d\tau = Z, \tag{4}$$

où Z est le numéro atomique et l'intégrale est étendue à tout l'espace des coordonnées.

La solution de (3), calculée numériquement par Fermi, donne

$$v = \frac{Z'e}{r} \quad \text{avec} \quad Z' = Z\varphi\left(\frac{r}{\mu}\right) \quad \text{et} \quad \mu = \frac{3^{\frac{2}{3}} h^2}{2^{\frac{13}{3}} \pi^{\frac{4}{3}} m e^2 Z^{\frac{1}{3}}}, \tag{4'}$$

$Z(r)$ est la charge effective nucléaire au point situé à la distance r, due à l'effet d'écran électronique. Le coefficient d'écran φ est universel, identique pour tous les atomes.

Pour une molécule diatomique, en un point (r_1, r_2) où

$$(r, \sqrt{d^2 + r^2 - 2\, dr \cos\theta}),$$

où d est la distance internucléaire, θ l'angle que forme le rayon vecteur r avec l'axe nucléaire, le potentiel peut être écrit approximativement

$$\left\{ \begin{aligned} & v = v_1 + v_2 = e\left(\frac{Z'_1}{r} + \frac{Z'_2}{\sqrt{d^2 + r^2 - 2\, dr\cos\theta}}\right), \qquad Z'_1 = Z_1\varphi\left(\frac{r}{\mu_1}\right), \\ & Z'_2 = Z_2\varphi\left(\frac{\sqrt{d^2 + r^2 - 2\, dr\cos\theta}}{\mu_2}\right), \end{aligned} \right. \tag{5}$$

μ_1 et μ_2 étant deux constantes caractéristiques des atomes (I) et (II), données par (4′), où l'on doit remplacer Z par Z_1 et Z_2, respectivement. La distance internucléaire se calcule à partir des données de spectre de rotation de la molécule (moment d'inertie).

La distribution de charge approximative s'obtiendra également par une superposition. On a, de (2), $n(v) = ab\, e^{\frac{3}{2}} v^{\frac{3}{2}}$, et ici nous aurons

$$N(v) = n(v_1) + n(v_2) = \frac{2^{\frac{9}{2}} \pi m^{\frac{3}{2}} e^{\frac{3}{2}}}{3h^3} \left\{ \left(\frac{Z'_1 e}{r}\right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{Z'_2 e}{\sqrt{d^2 + r^2 - 2\, dr\cos\theta}}\right)^{\frac{3}{2}} \right\}.$$

En particulier, pour une molécule homopolaire, $Z_1 = Z_2 = Z$

$$N(v) = \frac{2^{\frac{9}{2}} \pi m^{\frac{3}{2}} e^3 Z^{\frac{3}{2}}}{3h^3} \left\{ \left[\frac{\varphi\left(\frac{r}{\mu}\right)}{r}\right]^{\frac{3}{2}} + \left[\frac{\varphi\left(\frac{\sqrt{d^2 + r^2 - 2\, dr\cos\theta}}{\mu}\right)}{\sqrt{d^2 + r^2 - 2\, dr\cos\theta}}\right]^{\frac{3}{2}} \right\},$$

et, dans ce dernier cas, la distribution de potentiel et de charge sur l'axe

nucléaire sera

$$v_a = Ze\left[\frac{\varphi\left(\frac{r}{\mu}\right)}{r} + \frac{\varphi\left(\frac{|d-r|}{\mu}\right)}{|d-r|}\right]$$

et

$$N(v)_a = \frac{2^{\frac{9}{2}}\pi m^{\frac{3}{2}} e^3 Z^{\frac{3}{2}}}{3h^3}\left\{\left[\frac{\varphi\left(\frac{r}{\mu}\right)}{r}\right]^{\frac{3}{2}} + \left[\frac{\varphi\left(\frac{|d-r|}{\mu}\right)}{|d-r|}\right]^{\frac{3}{2}}\right\}.$$

Ces formules ne représentent qu'une *approximation*. La superposition simple des potentiels v_1 et v_2 néglige aussi le principe de Pauli pour le mélange. D'ailleurs le principe d'exclusion demanderait à être précisé dans l'édifice moléculaire. Il est clair que les électrons des atomes appartenant à des couches internes ne jouent qu'un rôle négligeable dans la formation de la molécule. Il semble donc que dans une molécule homopolaire, par exemple, dans ce mélange des deux gaz d'électrons, une fraction des électrons se dérobe des restrictions imposées par le principe tel qu'on l'entend dans l'atome. Comme il est probable que les électrons d'échange, responsables surtout de la formation de la molécule, sont soumis au principe, il résulte que les distributions données ici se rapprochent d'autant plus des distributions exactes que la molécule est plus lourde. La solution statistique exacte du problème s'obtiendrait en résolvant l'équation du potentiel pour les électrons de la molécule, considéré, non pas comme un mélange de gaz, mais comme un gaz unique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Constitution chimique et effet Raman; carbures éthyléniques.* Note de MM. **Lespieau** et **Bourguel**, présentée par M. Matignon.

M. P. Daure [1] a montré que le spectre de l'effet Raman pour l'éthylène comporte deux raies de fréquence 1340 et 1620. De ces deux raies la seconde se retrouve dans tous les composés éthyléniques étudiés jusqu'ici, plus ou moins déplacée autour de 1620 [2]; nous l'avons nous-mêmes toujours

---

(1) *Ann. de Phys.*, **12**, 1929, p. 375.

(2) Raman, *Indian J. of Physics*, **4**, (III), 1929, p. 195 (alcool allylique); A. Dadieu et K. W. T. Kohlrausch, *Ber. d. Ges.*, **63**, 1930, p. 251 (composés allyliques et dérivés halogénés de l'éthylène).

obtenue. En outre, relativement à l'effet Raman, les doubles liaisons du noyau benzénique se comportent comme les liaisons éthyléniques ordinaires, elles se caractérisent par la raie 1600.

La fréquence de la raie variant légèrement avec le composé, on peut penser qu'elle dépend des substitutions voisines et de la place de la double liaison dans l'édifice. S'il en est ainsi, les molécules possédant plusieurs doubles liaisons de natures différentes devront donner un spectre présentant plusieurs raies voisines de 1620. Nous avons vérifié qu'il en est ainsi sur un certain nombre d'exemples :

Corps étudié.	Double liaison	
	cyclique.	acyclique.
CH CH CH⟨ ⟩C—CH=CH^2 CH CH	1600 (forte)	1635 (forte)
CH CH CH⟨ ⟩C—CH=CH—CH^3 CH CH	1600 (forte)	1665 (forte)
CH CH CH⟨ ⟩C—CH^2—CH=CH^2 CH CH	1600 (forte)	1640 (forte)
CH CH CH⟨ ⟩C—CH^2—CBr=CH^2 CH CH	1600 (forte)	1630 (forte)
CH CH^2 CH^3—C⟨ ⟩CH—C⟨CH^2 CH^3 CH^2 CH^2	1680 (forte)	1655 (forte)
CH CH^2 CH^3—C⟨ ⟩CH—CH⟨CH^3 CH^3 CH^2 CH^2	1680 (forte)	

Les cinq premiers corps possèdent des doubles liaisons de natures différentes (dans une chaîne ouverte et dans une fermée) et ils donnent deux raies; le dernier, qui n'a qu'une double liaison, ne donne qu'une raie comme le font le toluène et l'éthylbenzène, par exemple. Le cyclohexène, qui est dans le même cas, n'en donne également qu'une, ainsi que nous l'avons observé.

Pour les quatre premiers corps, la raie 1600 doit être attribuée aux

liaisons du noyau, car tous les composés aromatiques monosubstitués la donnent. Dans le limonène, la raie 1680 est encore celle de la chaîne fermée, car elle se retrouve chez le carvomenthène qui ne diffère du limonène que par la saturation de la chaîne latérale.

Nous avons appliqué ce qui précède à la vérification de la structure d'un nouveau carbure bicyclique, le phényltriméthylène (1). On sait que la chaîne en C^3 s'ouvre facilement, ce qui rend souvent difficile de décider si un composé est triméthylénique ou éthylénique. Nous avons pensé que le seul aspect du spectre relatif à l'effet Raman permettrait de lever la difficulté. Dans les cas simples, il suffirait de voir si le spectre comporte une raie éthylénique ou non. Ici le problème se compliquait à cause de la présence du noyau benzénique. Aussi avons-nous fait une étude comparative du phényltriméthylène et de ses isomères, l'allyl- et le propénylbenzènes. Nous avons constaté, comme nous l'avions supposé, que le premier est le seul à ne posséder qu'une raie éthylénique, celle des noyaux benzéniques (très légèrement déplacée : 1605); en effet, il est bien le seul à n'avoir pas, en outre, une liaison double dans la chaîne latérale.

De plus l'étude du reste du spectre montre qu'il ne présente aucune des raies 2870, 2920, 2960, qui caractérisent la liaison H — C dans les groupements CH^2 et CH^3 des chaînes ouvertes, raies que l'on trouve dans les spectres de ses isomères.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la formation de l'alliage violet de cuivre* Cu^2Sb. Note de M. **G. Arrivaut**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Ayant été appelé au début de 1915 à rechercher un procédé de bronzage des boutons métalliques des vêtements militaires (2), mon attention fut retenue par la belle patine violette que le laiton acquiert sous l'action du chlorure d'antimoine.

Récemment, j'ai repris la question à un point de vue plus général et j'ai pensé que cette coloration violette était due à la formation de l'alliage Cu^2Sb.

Dans le but de le vérifier, j'ai mis en œuvre du cuivre

(1) Lespieau, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1129.
(2) Ces recherches furent effectuées au début de 1915.

pur, à l'état très divisé et particulièrement actif, provenant de la réduction de l'oxyde à basse température, celui-ci provenant également de la décomposition de l'azotate pur à basse température. Les meilleurs résultats ont été obtenus en maintenant plusieurs jours au bain-marie du cuivre ainsi préparé en contact avec une solution à 10 pour 100 de chlorure d'antimoine acidulée à l'acide chlorhydrique; l'opération étant effectuée, à l'abri de l'air, dans un matras muni d'une soupape de sûreté et en agitant souvent, de manière à favoriser la réaction.

Au bout de peu de temps le cuivre perd sa coloration rouge saumon et devient violacé, en même temps la liqueur se colore légèrement en bleu, ce qui indique la dissolution d'une partie du cuivre; pour accélérer l'action, on peut de temps en temps décanter et passer la poudre violette au mortier pour renouveler les contacts.

Au bout de deux jours cette poudre violette, lavée à l'eau, l'alcool et l'éther et séchée à l'abri de l'air, présentait la composition suivante : cuivre, 53,30; antimoine, 46,50. Total, 99,80, et au bout de trois jours : Cu, 51,60; Sb, 48,52. Total, 99,85. La composition théorique étant pour Cu^2Sb; Cu, 51,50; Sb, 48,50.

En poursuivant l'action la composition de la poudre résiduaire demeure constante et toujours voisine de Cu^2Sb.

Cet alliage se présente sous la forme d'une poudre brillante, d'aspect cristallin, d'une belle couleur violette inaltérable à l'air. Sa densité prise à 0° est de 7,35; Baïkoff [1] indique 7,46.

La préparation d'une combinaison métallique par voie de réaction, à une température inférieure à 100°, nous a semblé assez intéressante pour être signalée; elle nous paraît être d'ailleurs assez générale, et il résulte d'essais sommaires effectués, et que je poursuis, que certains arséniures et d'autres antimoniures pourraient être obtenus d'une manière analogue.

CHIMIE MINÉRALE. — *Préparation rationnelle des bromures et chlorures de mercurammonium. Bromure de dimercurammonium et chlorure de dimercurammonium cristallisés.* Note [2] de M. **Maurice François**, présentée par M. A. Béhal.

L'étude que j'ai faite des états d'équilibre qui régissent la formation des bromures de mercurammonium et des chlorures de mercurammonium par

---

[1] Baïkoff, *Journ. Soc. phys. et ch. russe*, 36, 1904, p. 111.

[2] Séance du 16 juin 1930.

action de l'ammoniaque sur les composés d'addition $HgBr^2.2NH^3$ et $HgCl^2.2NH^3$ conduit nécessairement à des méthodes rationnelles de préparation des dérivés ammoniés, puisqu'il est impossible d'obtenir avec certitude ces composés à l'état de pureté, si l'on ne tient pas compte des données des états d'équilibre. En un mot ces composés doivent être formés dans des liquides qui contiennent par litre une quantité de bromure d'ammonium ou de chlorure d'ammonium libre conforme aux données des états d'équilibre. Pour la préparation des termes les plus riches en mercure, c'est-à-dire de formule Hg^2NX (X étant un halogène) ces connaissances jouent moins directement, mais ont encore leur influence en ce sens que, si l'on veut obtenir ces composés à l'état de pureté, il faut employer un volume d'ammoniaque assez fort pour que la réaction ne soit plus limitée, pour que l'on soit hors d'équilibre.

Ces préparations rationnelles portent sur $HgBr^2.2NH^3$, HgH^2NBr, Hg^2NBr et sur $HgCl^2.2NH^3$ (précipité blanc fusible), HgH^2NCl (précipité blanc infusible), $Hg^2NCl.H^2O$, toutes par voie humide.

Ne pouvant en donner ici une description complète, je me limiterai au bromure de dimercurammonium et au chlorure de dimercurammonium. Les préparations indiquées ci-dessous donnent ces corps à l'état cristallisé, du seul fait que la formation en est lente et que le milieu liquide, dans lequel ils se forment, possède vis-à-vis d'eux une action dissolvante faible, due à la présence du bromure et du chlorure d'ammonium.

Préparation du bromure de dimercurammonium Hg^2NBr. — Dans un flacon à émeri de 10 litres environ introduire 25g du composé $HgBr^2.2NH^3$, finement pulvérisé au dernier moment. Ajouter 10 litres d'ammoniaque concentrée ($D = 0,922$); agiter vivement pour bien diviser la poudre et abandonner le flacon pendant 1 mois en agitant chaque jour. Le dépôt, primitivement blanc, vire au jaune pâle et conserve cette coloration pendant 24 heures; il revient ensuite au blanc (formation intermédiaire de HgH^2NBr), puis se transforme définitivement avec lenteur en Hg^2NBr jaune.

Après 1 mois, décanter le liquide, ce qui est facile, car le dépôt est dense, le remplacer par 1 litre d'ammoniaque concentrée neuve. Abandonner 15 jours.

Finalement, recueillir le dépôt sur un grand filtre sans plis, sans lavages, sécher sous cloche sur l'acide sulfurique.

Le rendement est de 14g.

Le bromure de dimercurammonium ainsi obtenu est cristallisé. Les

cristaux que l'on voit briller à l'œil nu et que l'on observe mieux au microscope avec l'objectif 3 sont des prismes hexagonaux jaune vif, les uns terminés par une pyramide hexagonale, les autres par une face perpendiculaire aux arêtes.

Préparation du chlorure de dimercurammonium hydraté $Hg^2NCl.H^2O$. — Le mode de préparation est analogue à celui qui vient d'être donné pour le bromure de dimercurammonium; mais, le chlorure de dimercurammonium noircissant à la lumière, on doit entourer de papier noir le flacon dans lequel on opère ou le placer dans une armoire obscure.

Se procurer un flacon à émeri de 6 litres et mesurer à part 5 litres d'ammoniaque concentrée ($D = 0,922$). Peser 25^g du composé $HgCl^2 2NH^3$, les triturer dans un mortier de verre et les délayer dans 20^{cm^3} de l'ammoniaque de façon à obtenir une pâte homogène. En s'aidant de l'ammoniaque mesurée, faire passer cette pâte dans le flacon de 6 litres dans lequel on verse finalement le reste de l'ammoniaque. Agiter une fois par jour pendant un mois.

Après ce temps, décanter le liquide surnageant le dépôt et le remplacer par un litre d'ammoniaque neuve. Abandonner encore 15 jours.

Recueillir alors le dépôt sur un grand filtre sans plis, sans lavage. Après 24 heures, le faire passer dans un petit cristallisoir et sécher sur l'acide sulfurique sous une cloche garnie de papier noir.

Le rendement est de 12^g.

Le produit ainsi obtenu, très légèrement coloré en jaune verdâtre, a l'apparence d'un gros sable quartzeux brillant. Il se montre composé d'octaèdres réguliers, fréquemment soudés entre eux, plus faciles à observer à la loupe qu'au microscope, même par réflexion.

L'étude des réactions limitées et réversibles par lesquelles se forment les dérivés ammoniés bromés et chlorés constitue une base sérieuse pour la connaissance de ces composés.

Un petit nombre de corps y échappent encore, en particulier le composé $Hg^9N^4Br^6$ découvert par M. Gaudechon et un composé chloré analogue, mais non de même formule.

Il apparaît que les dérivés bromés et chlorés réellement existants sont moins nombreux que le laisse croire la littérature chimique et qu'ils se limitent, pour le moment du moins, aux corps cités dans cette étude.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la capacité affinitaire du radical pipéronyle* $CH^2O^2C^6H^3$. Note de M. **M. Tiffeneau** et Mlle **Jeanne Lévy**, présentée par M. A. Béhal.

Il ne semble pas qu'on ait déterminé jusqu'ici, par quelque méthode que ce soit, la capacité affinitaire du radical pipéronyle, comparativement à celle des principaux radicaux cycliques, phényle, anisyle, etc., pour lesquels une telle étude a déjà été faite par de très nombreuses méthodes [1].

Cette détermination présente cependant un certain intérêt, non seulement pour l'interprétation de réactions que nous avons entreprises depuis plusieurs années concernant le mécanisme de la formation des benzoïnes dissymétriques, mais encore pour l'étude de la répercussion que peut avoir, sur un radical parasubstitué à forte capacité affinitaire comme l'anisyle, l'introduction d'une substitution supplémentaire en méta.

Pour cette étude nous avons eu recours aux trois méthodes signalées ci-après. Dans ces méthodes, la comparaison peut être directe ou indirecte. On peut, en effet, comparer directement les deux radicaux comme dans les exemples suivants où l'on voit que la capacité affinitaire de Ar l'emporte sur celle de Ar' :

Ar.CH—CH.Ar' (pont O)	Ar.CH[OH].CHO[H].Ar'	Ar.$\overset{+}{C}$H : $\overset{-}{C}$H.Ar'
Rupture d'oxygène.	Élimination de H^2O.	Addition de $\overset{+}{I}\overset{-}{O}H$.

On peut également examiner comparativement ces radicaux, deux à deux, par rapport à un troisième, ou mieux, comme nous l'avons proposé, par rapport à deux radicaux méthyles. C'est ainsi que la comparaison du phényle (Ph) et de l'anisyle (An), non seulement dans l'isomérisation des oxydes d'éthylène comme ci-après :

$$Ph.CH{-}C{\lt}^{CH^3}_{CH^3} \quad (\text{pont } O) \qquad An.CH{-}C{\lt}^{CH^3}_{CH^3} \quad (\text{pont } O)$$

mais encore dans les deux autres réactions proposées plus haut, montre que la capacité affinitaire de l'anisyle est supérieure à celle du phényle puisque l'on a : anisyle $> 2CH^3 >$ phényle. Nous avons appliqué ces deux modes de comparaison, directe et indirecte, au radical pipéronyle.

I. *Comparaison directe : pipéronyle et phényle.* — L'action du chlorure de magnésium benzyle sur le pipéronal fournit un alcool (F. 158-159°) qui,

(1) *Structure et activité chimiques* (*Institut Solvay, IIe Conseil de Chimie*, 1925, p. 291-299 et 305). Paris, Gauthier-Villars, 1926.

par déshydratation, conduit au phénylpipéronyléthylène :

$$C^6H^5.CH:CH.C^6H^3O^2CH^2 \quad (F. 94\text{-}95^\circ)$$

dont l'oxyde, préparé par oxydation perbenzoïque, s'isomérise par simple distillation à la pression ordinaire en pipéronylbenzoylméthane (F. 71-72°), ce qui montre que la rupture de l'oxygène a lieu du côté du pipéronyle

$$C^6H^5.CH{-}CH.C^6H^3O^2CH^2 \text{ (pont O)} \rightarrow C^6H^5.CO.CH^2.C^6H^3O^2CH^2.$$

Ainsi la capacité affinitaire du pipéronyle est supérieure à celle du phényle.

II. *Comparaison indirecte (pipéronyle et autres radicaux phényle, tolyle, anisyle, etc., par rapport à deux méthyles)* :

1° *Isomérisation de l'oxyde de pipéridyldiméthyléthylène.* — L'action du bromure de magnésium isopropyle sur le pipéronal fournit un alcool qui, par déshydratation, donne le pipéronyldiméthyléthylène (Eb. 136-137° sous 10^{mm}). Celui-ci, par oxydation perbenzoïque, fournit un oxyde (Eb. 142-145° sous 12^{mm}) qui s'isomérise par distillation en pipéronyl-3 butanone-2 (Eb. 150° sous 12^{mm}) dont la structure a été établie par synthèse.

La rupture a eu lieu du côté du pipéronyle; celui-ci l'emporte donc sur les deux méthyles. Comme il en est de même pour l'anisyle (1), l'orthométhoxyphényle (2) et le paratolyle (3) alors que c'est l'inverse pour le phényle, on peut écrire anis.; *p*-tol.; *o*-métoxyphén.; pipéron. $> 2CH^3 > C^6H^5$. Donc ici encore le pipéronyle l'emporte sur le phényle.

2° *Fixation de* IOH *sur le pipéronyldiméthyléthylène.* — Cette fixation fournit une iodhydrine dont la structure est établie par sa transformation par la potasse sèche en pipéronylméthylpropanal (Eb. 148-150° sous 12^{mm}),

$$(CH^3)^2.CI.CHOH.Pip. \xrightarrow{-HI} Pip.(CH^3)^2.C.CHO.$$

La fixation de OH a eu lieu du côté du pipéronyle; celui-ci l'emporte donc sur les deux méthyles. Or puisque, dans les réactions analogues, les radicaux cycliques ci-dessus énumérés, sauf le phényle, se comportent comme le pipéronyle, on peut tirer les mêmes conclusions que dans le paragraphe précédent.

3° *Déshydratation du pipéronylméthylpropanediol.* — Ce glycol (F. 107-108°) a été obtenu par action de $IMgCH^3$ sur le pipéronylglycolate

(1) M. TIFFENEAU et JEANNE LÉVY, *Bull. Soc. chim.*, 41, 1927, p. 416.
(2) M. TIFFENEAU et JEANNE LÉVY, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1465.
(3) PERNOT, *Thèse de doctorat ès sciences*, 1929.

d'éthyle; déshydraté à chaud par l'acide sulfurique dilué, il fournit le pipéronylméthylpropanal déjà décrit ci-dessus

$$(CH^3)^2.\overset{\vee}{C}OH.CHOH.Pip. \xrightarrow{-H^2O} Pip.(CH^3)^2.CH.CHO.$$

D'après l'oxhydryle éliminé, on voit que les deux méthyles l'emportent ici sur le pipéronyle; il en est de même d'après nos essais antérieurs quand celui-ci est remplacé par le phényle (1), le *p*-totyle et l'*o*-méthoxyphényle (*loc. cit.*); mais c'est l'inverse quand il s'agit de l'anisyle. On a donc les relations suivantes qui sont un peu différentes des précédentes : anisyle $> 2\,CH^3 >$ *o*-méthoxyphén.; pipéron.; phén.; *p*-tolyle.

Ainsi l'anisyle, qui par sa capacité affinitaire se trouve voisin des autres radicaux en ce qui concerne les deux réactions précédentes, leur est nettement supérieur dans la réaction envisagée ici. Il s'ensuit que la capacité affinitaire du pipéronyle ne retentit pas toujours de la même façon dans toutes les réactions et que, dans certaines d'entre elles, elle se montre inférieure à celle de l'anisyle.

Conclusions. — La capacité affinitaire du radical pipéronyle est supérieure dans tous les cas à celle du radical phényle aussi bien par comparaison directe qu'indirecte. Vis-à-vis des autres radicaux étudiés antérieurement et par comparaison indirecte, elle semble inférieure à celle du radical anisyle et sensiblement du même ordre de grandeur que celle des radicaux orthométhoxyphényle et paratolyle.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Décomposition du divinylglycol par divers catalyseurs; méthylal-1-cyclopentène-1.* Note de M. **Urion**, présentée par M. Matignon.

Ayant fait passer du divinylglycol en vapeur sur divers catalyseurs, j'ai obtenu des résultats bien définis lorsque j'ai utilisé : 1° l'alumine, 2° le cuivre.

Avec l'alumine, en opérant vers 280°, on obtient, avec un rendement de 60 pour 100, le méthylal-1-cyclopentène-1 :

```
CH²——‖CH
 |    ‖
CH²\  /C — CHO
    CH²
```

Cette aldéhyde a été signalée comme se produisant dans l'action d'un déshydratant sur l'aldéhyde adipique, mais sans qu'on en ait déterminé les constantes, ni même tout à fait établi la constitution.

(1) Tiffeneau et Dorlencourt, *Ann. Chim. Phys.*, 8e série, 16, 1908, p. 237.

C'est un liquide incolore, d'une odeur forte, cristallisant lorsqu'on le refroidit à l'aide du gaz ammoniac liquéfié, et fondant alors vers — 32°. Il bout à 48° sous 11^{mm} et à 146° sous 756^{mm}; $d_4^{21} = 0,970$; $n_D^{21} = 1,4828$. Réfraction moléculaire : 28,27 (théorie : 27,24); il y a donc une exaltation, qu'explique la présence dans la molécule de deux doubles liaisons conjuguées.

On avait déjà fait la semicarbazone de cette aldéhyde, fondant à 209°, et j'ai retrouvé ce point de fusion; mais en outre j'ai fait la paranitrophénylhydrazone, aiguilles brunes fondant à 198°.

Pour établir la constitution de cette aldéhyde, je l'ai oxydée par l'oxyde d'argent, ce qui m'a conduit, comme on l'avait déjà fait, à l'acide cyclopentène-carbonique fondant à 121°. Un titrage à la baryte m'a donné pour poids moléculaire de ce dernier le nombre 112,1 (théorie 112). J'ai pu le distiller sans décomposition à 210° sous 760^{mm}. Cet acide fixe le brome en donnant un bromure $C^6H^8O^2Br^2$ (brome trouvé 61,75 pour 100), fondant à 133°. On l'avait donné comme suintant dès 127° et fondant vers 134°. Il résiste, même à l'ébullition (3 heures), à l'action du brome pur.

En vue de déterminer la place de la double liaison, j'ai oxydé l'acide cyclopentène-carbonique par le permanganate et obtenu ainsi, avec un bon rendement, l'acide glutarique (fusion, 97°; titrage à la baryte, 132,2; théorie, 132; sel de baryum cristallisant avec 5^{mol} d'eau et renfermant, sec, 50,2 pour 100 de métal).

Reste à interpréter la formation inattendue de l'aldéhyde cyclopentène-carbonique à partir du divinylglycol. Celui-ci, sous l'influence de la chaleur, a dû subir la transposition suivante :

$$\begin{array}{l} CH^2{=}CH-CHOH \\ \qquad\qquad\quad | \\ CH^2{=}CH-CHOH \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} CHOH{=}CH-CH^2 \\ \qquad\qquad\quad | \\ CHOH{=}CH-CH^2 \end{array}$$

par une migration dont on connaît des exemples. Comme la seconde formule représente la forme énolique de l'aldéhyde adipique, on est ramené à la réaction déjà connue, celle qui, par déshydratation de l'aldéhyde adipique, conduit à l'aldéhyde cyclique.

Il suffisait, pour rendre cette interprétation tout à fait plausible, d'établir la formation d'aldéhyde adipique dans la réaction catalytique utilisée. Or en y remplaçant l'alumine par de la pierre ponce, on trouve qu'une quantité notable de divinylglycol échappe à la réaction, mais le produit ainsi récupéré n'est pas pur, et l'on peut y déceler la présence d'une faible quantité d'aldéhyde adipique, non par distillation car les points d'ébullition de ces deux corps sont très voisins, mais par le réactif de Schiff qui se colore

en rouge et par l'hydroxylamine qui fournit une petite quantité de cristaux fondant à 184-186° : la dioxime de l'aldéhyde adipique est donnée comme fondant à 185-186°.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Glucides et dérivés glucidiques des Algues brunes.* Note de MM. **H. Colin** et **P. Ricard**, présentée par M. Molliard.

La mannite, la laminarine, pendant la saison chaude, l'algine, une cellulose très spéciale qu'on appelle quelquefois algulose, tels sont les principaux constituants glucidiques des Laminaires, les plus grandes et les mieux étudiées parmi les Algues brunes de nos côtes.

Quel est à cet égard le degré d'homogénéité du groupe ?

Kylin (¹) a analysé une dizaine d'espèces, en plus des Laminaires et des *Fucus* : *Ascophyllum nodosum*, *Alaria esculenta*, *Chorda filum*, *Halidrys siliquosa*, *Pylaiella littoralis*, *Spermatochnus paradoxus*, *Sphacelaria bipinnata*, *Chordaria flagelliformis*, *Desmarestia aculeata*, *Dictyosiphon hippuroides*. Il signale chez toutes un peu de sucre réducteur, de la mannite dans la plupart, de la laminarine seulement dans les Laminaires, les *Fucus*, les *Desmarestia* et dans *Ascophyllum nodosum*.

Voici les résultats de nos propres recherches sur quinze espèces du littoral français (Bretagne et Jersey, août et septembre), toutes récoltées en place, par nous-mêmes, et ébouillantées, séance tenante, dans l'alcool fort.

Pour les analyses, les algues ainsi préparées ont été épuisées méthodiquement par l'alcool (85°) à l'ébullition, par l'eau pure et par l'eau alcaline (carbonate de soude à 1 pour 100). On dissout ainsi successivement : la mannite et les sucres, s'il y en a, la laminarine, l'algine; le résidu, après les traitements classiques à l'acide sulfurique et à la potasse, a été compté comme algulose. On a dosé la mannite par voie optique en présence d'acide arsénieux (Badreau, Obaton), la laminarine par transformation en glucose (²), l'algine par pesée après précipitation par un acide, lavage à l'eau, à l'alcool et dessiccation.

Les résultats sont compris dans le tableau ci-après.

(¹) H. Kylin, *Zeit. für. physiol. Chemie*, **83**, 1913, p. 172; **94**, 1915, p. 337; **101**, 1918, p. 236.

(²) H. Colin et P. Ricard, *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1449; *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **12**, 1930, p. 88.

Espèces.	Date de la récolte.	% du poids frais. Mannite.	Lami-narine.	Algine.	% du poids sec. Mannite.	Lami-narine.	Algine.
Laminaria flexicaulis	4- 8-28	4,2	10,9	3,8	16,1	42,3	14,7
Laminaria saccharina	5-10-29	2,3	19,4	4,8	5,8	49,0	12,1
Chorda filum	3- 9-28	1,1	0	1,5	10,5	0	14,3
Fucus serratus	29- 9-29	3,6	3,7	3,5	16,6	17,1	16,2
Ascophyllum nodosum ...	28- 9-29	2,5	1,2	5,2	8,9	4,3	18,6
Himanthalia lorea	7- 8-29	4,5	0	0	27,0	0	0
Bifurcaria tuberculata ...	7- 8-29	3,9	0	0	10,3	0	0
Halidrys siliquosa	22- 8-29	5,8	0	3,0	20,5	0	10,6
Pelvetia canaliculata	27- 8-29	2,5	0	5,2	5,6	0	11,4
Cystoseira ericoïdes	7- 8-29	1,1	0	1,3	6,6	0	7,8
Dictyota dichotoma	7- 8-29	1,3	0	0	11,3	0	0
Padina Pavonia	20- 9-29	0,6	0	0,9	3,3	0	5,0
Dictyopteris polypodioïdes	20- 9-29	1,0	0	1,8	6,1	0	11,0
Taonia atomaria	8- 8-29	0,3	0	1,0	–	–	–
Asperococcus bullosus	9- 8-29	0	0	0,9	0	0	6,7

Les conclusions sont évidentes :

1° Aucune des espèces analysées comme il vient d'être dit ne renferme de sucre réducteur en quantité dosable, c'est-à-dire, d'après nos expériences de contrôle, en proportion supérieure à 0,04 pour 100 du poids frais. Dans ces conditions, il paraît difficile d'affirmer que, chez les Algues brunes, le glucose est le premier produit glucidique qui résulte de l'assimilation chlorophylienne, à moins que, chose indémontrable, il ne se transforme aussi vite. Toujours est-il qu'à l'époque où certaines espèces élaborent activement de la laminarine, on n'y trouve pas plus de sucre réducteur qu'en hiver.

2° Il n'existe ni sucre de canne, ni rien d'analogue dans le thalle des Phéophycées; les petites quantités de réducteur qui se forment par hydrolyse acide des extraits alcooliques, proviennent, sans doute possible, d'un peu de laminarine solubilisée dans l'alcool chaud à la faveur des sels.

3° Il s'en faut que la laminarine soit présente, à la belle saison, dans toutes les espèces analysées; nous ne l'avons rencontrée que chez les Laminaires, les *Fucus* et dans *Ascophyllum nodosum*.

4° La mannite, au contraire, est un produit constant; sauf dans le cas d'*Asperococcus bullosus*, nous avons toujours pu la caractériser non seulement par ses propriétés optiques, mais aussi par cristallisation.

5° Quant à l'algine, telle qu'on l'a définie plus haut, nous l'avons

trouvée partout, sauf dans trois espèces : *Himanthalia lorea*, *Bifurcaria tuberculata* et *Dictyota dichotoma*, dont le thalle, visqueux cependant, n'a rien cédé à la solution de carbonate de soude. De plus, *Dictyopteris polypodioïdes* offre cette particulurité, qu'après épuisement complet par une solution alcaline, le thalle, mis en suspension dans l'eau chlorhydrique, abandonne de nouveau de la matière organique qui précipite par alcalinisation du milieu. On observe parfois quelque chose d'analogue sur la gelée des conceptacles de *Fucus*.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Observation, par le diagnostic foliaire, de l'influence de la température sur le mode d'alimentation d'un végétal.* Note de MM. **H. Lagatu** et **L. Maume**, présentée par M. P. Viala.

Pour l'étude du diagnostic foliaire de la pomme de terre nous avons établi en 1928 un champ d'essais dans la terre calcaro-argileuse de l'enclos de la Station de recherches chimiques de l'École d'Agriculture de Montpellier.

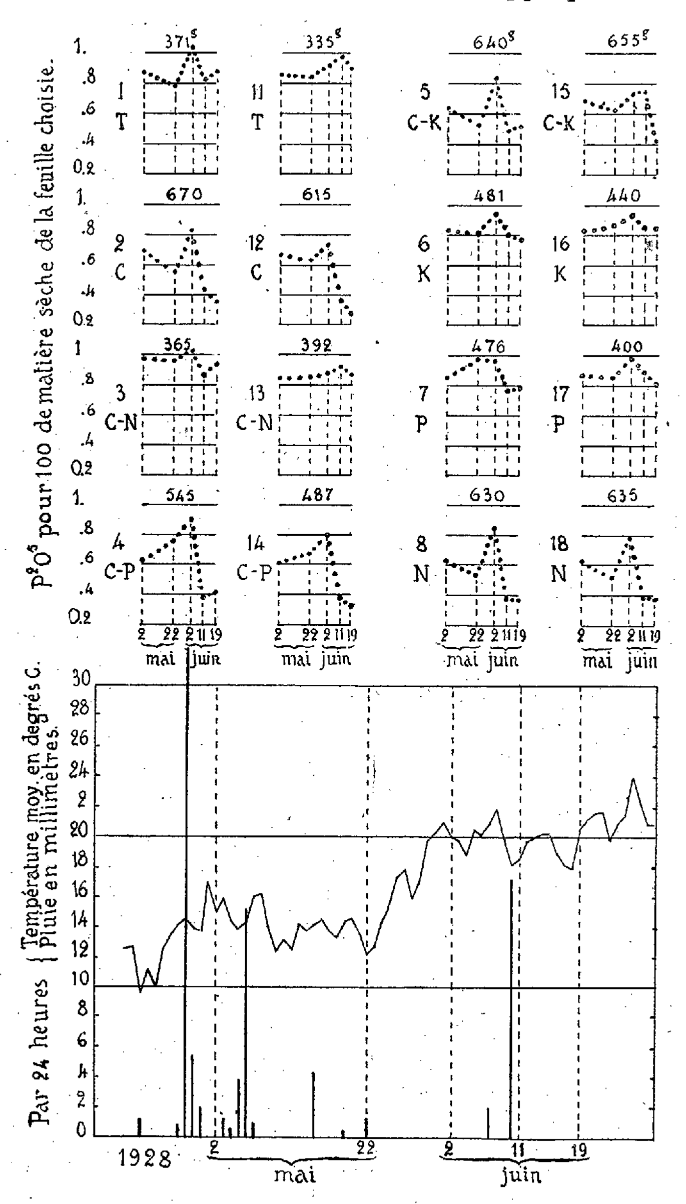
A partir d'une fumure complète C comportant, par hectare et sans fumier, 200^{kg} de K^2O en chlorure de potassium, 134^{kg} de N en sulfate d'ammoniaque et 67^{kg} de P^2O^5 en superphosphate, nous avons, par suppression d'un ou de deux principes fertilisants, constitué deux séries semblables de huit parcelles de 35^{m^2}, occupées par 120 plants et disposées de la manière suivante :

15(C — K)	16(K)	17(P)	18(N)	11(T)	12(C)	13(C — N)	14(C — P)
1(T)	2(C)	3(C — N)	4(C — P)	5(C — K)	6(K)	7(P)	8(N)

L'année 1928, avec ses pluies abondantes d'automne, d'hiver et de printemps, fut favorable à nos cultures. Nous avons déterminé le diagnostic foliaire (K^2O, N, P^2O^5, CaO) des deux feuilles de base des rameaux issus des tubercules mères. L'ensemble de nos observations sera publié dans un autre Recueil.

Alors qu'un diagramme normal de P^2O^5 forme une courbe régulièrement décroissante, tous les diagrammes de P^2O^5 en 1928 présentent un maximum le 2 juin, maximum suivi, uniquement dans les parcelles azotées à meilleur rendement, d'une descente notable de la courbe du 2 juin au 19 juin. Le graphique des pluies et des températures moyennes par 24 heures montre que la répartition des pluies ne saurait expliquer la perturbation nutritive intervenue pour P^2O^5 entre le 22 mai et le 2 juin. Au contraire, en tenant

compte de l'élévation notable de la température moyenne, qui passe de 14 à 21°, le diagnostic foliaire, grâce aux époques appropriées d'échantillon-



nage, met en évidence des faits qu'on peut interpréter de la manière suivante :

1° La plante a eu jusqu'au 22 mai son développement réglé par une température moyenne de 14° environ;

2° Du 22 mai au 2 juin, la température moyenne, passant de 14 à 21°, a incité à

un développement plus rapide la plante qui, pendant cet intervalle de temps, a absorbé plus d'acide phosphorique qu'elle n'en a utilisé, d'où tendance au maximum de teneur dans la feuille;

3° Du 2 au 19 juin, la température restant élevée, les nouveaux tissus et surtout les tubercules se sont formés plus abondamment dans les parcelles azotées (rendement : 487 à 670g de tubercules frais par pied, au lieu de 335 à 481g dans les parcelles non azotées; la plante assimilait plus d'acide phosphorique que la feuille n'en recevait, d'où chute de la teneur dans la feuille, ce qui est le processus normal.

En résumé, tandis que dans les parcelles sans azote l'acide phosphorique de la feuille, bien que plus abondant, est demeuré presque sans emploi, celui des parcelles azotées, qui s'était engagé d'abord dans un diagramme décroissant à début peu élevé, s'est brusquement relevé sous l'effet d'une élévation de température pour prendre un autre diagramme plus décroissant et à début nettement plus élevé. A la lente assimilation des pays froids a succédé, le 2 juin, l'assimilation rapide des pays chauds.

INDUSTRIE AGRICOLE. — *L'adsorption dans l'industrie sucrière.* Note de M. **Émile Saillard**, présentée par M. P. Viala.

Les jus de betteraves, extraits par diffusion, sont épurés avec de la chaux et de l'acide carbonique. Ils sont ensuite évaporés jusqu'à consistance sirupeuse (sirops à 50-55 pour 100 de sucre) dans un multiple effet et, le plus souvent, sulfités. L'évaporation est continuée dans des appareils à cuire fonctionnant sous le vide et où, par sursaturation, les cristaux de sucre apparaissent et grossissent peu à peu dans leur eau mère.

La masse cuite ainsi obtenue tombe dans des malaxeurs où elle se refroidit. On sépare les cristaux de l'eau mère au moyen d'essoreuses ou turbines dont le panier tournant est garni de toile métallique à mailles très fines. Le sucre ainsi séparé est désigné sous le nom de sucre brut et l'eau mère séparée sous le nom d'égout pauvre. Lave-t-on le sucre brut dans le panier de l'essoreuse avec de l'eau et de la vapeur? On obtient du sucre blanc et un sirop de lavage qu'on désigne sous le nom d'égout riche.

Le travail en deux jets est conduit de la manière suivante :

Les cuites de premier jet sont commencées avec des sirops; on les continue avec des égouts riches et des égouts pauvres provenant d'une opération précédente. Les cuites de bas produits sont commencées avec des égouts riches; elles sont continuées par des égouts pauvres.

A l'essorage, les masses cuites de bas produits donnent du sucre roux de bas produits et des mélasses. Les sucres roux de bas produits et les mélasses sont donc issus des mêmes masses cuites.

Depuis une dizaine d'années, nous analysons chaque année les produits d'une vingtaine de sucreries : masses cuites de premier jet et de bas produits, sucres de bas produits, égouts, mélasses, qui nous sont adressés vers la mi-novembre. Nous en faisons l'analyse, toujours suivant les mêmes méthodes. La différence entre la matière sèche (étuve à 105-110°) et le sucre (polarisation) représente le « non-sucre ».

La coloration des produits est déterminée, à l'aide d'un colorimètre, sur des solutions de chacun des produits sucrés. Comme elle est due au non-sucre, les solutions de sucre pur étant incolores, nous rapportons les colorations à des solutions de produits correspondant au même poids de non-sucre par litre (soit 50g par litre). Et, pour que les colorations puissent être comparées d'une année à l'autre, nous exprimons ces colorations par rapport à une solution d'iode de même coloration et de concentration connue.

Dire que la coloration est de 2, cela signifie qu'une solution de mélasse ou de sucre, ou de masse cuite correspondant à 50g de non-sucre par litre, a la même coloration qu'une solution d'iode contenant 2g d'iode par litre. C'est ainsi que nous avons trouvé les colorations suivantes pour les différents produits d'usine :

	Sirops.	Masses-cuites de bas produits.	Sucres roux de bas produits.	Mélasses.	Sirops de refonte.
1921-22..........	0,23	»	2,80	2,04	0,95
1922-23..........	0,18	1,76	»	1,74	0,55
1923-24..........	0,13	1,84	2,27	1,60	0,69
1924-25..........	0,22	1,90	2,78	2,14	0,77
1925-26..........	0,16	2,01	2,16	1,62	0,48
1926-27..........	»	»	2,76	2,25	»
1927-28..........	0,20	»	2,60	2,35	0,64
1928-29..........	0,28	»	3,10	2,75	»

La coloration étant rapportée au non-sucre, ces résultats montrent :

1° Que la coloration des produits dans les mêmes usines varie, d'une année à l'autre, pour un même mode de travail. Ces différences proviennent surtout de la teneur différente des betteraves en sucre inverti, en matières azotées laquelle varie avec les conditions climatériques de l'année;

2° Que la coloration des produits de queue (mélasses, sucres de bas produits) est au moins 10 fois, et souvent plus de 10 fois, plus grande que la coloration des sirops;

3° Que la coloration des sucres roux de bas produits est toujours plus grande que la coloration des mélasses. Cela signifie que l'eau mère restée

adhérente aux cristaux de sucre contient plus de matières colorantes que le reste de l'eau mère, c'est-à-dire la mélasse.

Il y a là un phénomène d'*adsorption* qui mérite d'être signalé. Il a d'ailleurs sa répercussion sur la marche du travail dans l'usine.

Les sucres de bas produits en effet, au lieu d'être vendus tels quels, sont généralement dissous dans un jus épuré; ils donnent ainsi des *sirops de refonte* qui sont plus colorés, environ 3 à 5 fois plus colorés (voir tableau ci-dessus) que les sirops provenant des jus épurés et qui, dans le travail industriel, suivent le sort de ces derniers.

Les sirops de refonte sont donc employés aussi pour faire les cuites de premier jet et la part qu'ils prennent dans la coloration des produits va constamment en augmentant : d'où nécessité d'avoir recours à des traitements décolorants ou à des liquidations, si l'on veut continuer à produire du sucre blanc.

PHYSIOLOGIE. — *Le sommeil par compression du cerveau chez les Poissons.* Note de MM. **A.** et **B. Chauchard**, présentée par M. Mangin.

La compression du cerveau détermine chez les Mammifères une torpeur qui peut aller jusqu'au sommeil profond accompagné d'anesthésie générale. Au fur et à mesure que la torpeur se manifeste, la chronaxie de l'écorce cérébrale s'accroît; à la narcose totale correspond l'inexcitabilité corticale. Si la compression n'a pas été trop forte, sa suppression est suivie d'un réveil complet et l'excitabilité de l'écorce reprend peu à peu sa valeur primitive (1). Chez les Batraciens nous avons observé les mêmes effets de la compression cérébrale.

Chez les poissons, nos expériences, ont porté sur des échantillons appartenant à des genres variés de Téléostéens et de Sélaciens : *Blennius*, *Cottus*, *Labrus*, *Scyllium*, *Raia*.

On place dans une cuve à circulation continue d'eau de mer l'animal dont on maintient hors de l'eau le sommet du crâne. A ce niveau, on pratique au scalpel un orifice d'un demi-centimètre de diamètre environ. Par cet orifice on introduit de petits fragments de coton que l'on étale en les tassant entre la paroi cranienne et l'encéphale.

(1) *Comptes rendus Soc. Biol.*, 99, 1928, p. 1495.

D'abord le poisson répond à l'excitation mécanique liée à l'introduction de ces corps étrangers par une secousse brusque de tout le corps; puis, la torpeur s'établit progressivement, en concordance avec l'accroissement de la compression, les mouvements spontanés se font de plus en plus lents, l'animal réagit de moins en moins aux excitations extérieures; finalement il reste complètement immobile quelle que soit l'intensité des stimulations mécaniques dont il est l'objet. Le rythme respiratoire se ralentit; dans certains cas, il s'établit une respiration à type périodique.

L'opération doit être menée avec précaution pour éviter les lésions de la substance nerveuse, très faciles à produire chez les Poissons, dont le cerveau n'est pas, comme chez les Mammifères, protégé par une dure-mère épaisse et résistante. Il est essentiel que la compression soit lente et bien dosée; trop rapide ou trop énergique, elle est susceptible de déterminer l'inhibition cardiaque et respiratoire. Quand une telle inhibition se produit, il suffit la plupart du temps de décomprimer rapidement pour faire cesser la syncope.

La décompression est suivie d'un réveil graduel. D'abord le poisson, encore insensible au simple contact, réagit au pincement de la queue par des mouvements lents et peu étendus, puis revient la sensibilité au contact; au bout de quelques minutes, on observe des mouvements spontanés encore mal coordonnés; à ce moment, le sens de l'équilibre n'est pas rétabli et l'animal reste dans la position où on le place. Peu à peu, ses mouvements se coordonnent. Son rythme respiratoire redevient normal. Enfin, il retrouve son orientation et se remet à nager.

Si, au cours de l'expérience, l'encéphale n'a pas été lésé, l'animal recouvre son comportement normal. Toutefois la survie a rarement dépassé trois ou quatre jours chez les Téléostéens. Elle est en général plus longue chez les Sélaciens. Mais, même chez ces derniers, elle a toujours été trop brève pour permettre la réparation de la plaie opératoire. Il est probable que cette brièveté tient à ce que, chez ces animaux, l'encéphale mis à nu par la résection cranienne reste en contact direct avec l'eau de mer, milieu sans doute peu favorable à l'intégrité des fragiles éléments nerveux. Ce point reste à vérifier, mais on peut le rapprocher de ce qui se passe chez la Grenouille dont la boîte cranienne a été semblablement ouverte : la plaie se cicatrise en quelques jours et la guérison est complète.

Quoi qu'il en soit, nous pouvons considérer que chez les Poissons, comme chez les autres Vertébrés, la compression du cerveau est un moyen commode d'immobilisation et d'anesthésie pendant le temps opératoire d'une expérience physiologique. Ce mode d'anesthésie générale qui n'intro-

duit dans l'organisme aucune substance chimique susceptible d'en modifier le fonctionnement est d'un emploi particulièrement recommandable dans les recherches physiologiques quantitatives. Nous l'avons utilisé, entre autres circonstances, dans un travail sur l'excitabilité neuro-musculaire de la Raie que nous publierons bientôt.

Quel est le mécanisme de cette sorte de sommeil? Un certain nombre d'auteurs ont cherché à élucider cette question; leurs études ont porté sur les Mammifères. Les uns en attribuent la cause à l'excitation mécanique d'un centre spécial du sommeil; les autres pensent qu'il est déterminé par l'anémie consécutive à l'entrave apportée à la circulation du cerveau par la compression des vaisseaux qui l'irriguent.

La marche progressive du phénomène et la comparaison avec ce que nous avons établi expérimentalement dans des recherches antérieures (¹) nous conduisent à cette dernière conclusion. Chez les Poissons comme chez les Mammifères, la torpeur qui accompagne la compression du cerveau est occasionnée non par une excitation, mais par l'ischémie des centres encéphaliques.

PHYSIOLOGIE. — *Action de l'aldéhyde formique sur l'excitabilité neuro-musculaire.* Note (²) de MM. **D. Bennati** et **E. Herzfeld**, présentée par M. Charles Richet.

Pour faire suite aux recherches de M. J. Gautrelet (³), nous nous sommes proposé d'étudier l'action de l'aldéhyde formique sur l'excitabilité neuro-musculaire. Pour apprécier les modifications de l'excitabilité, nous nous sommes servis de la mesure de la chronaxie par la méthode des décharges de condensateurs, selon le dispositif de Lapicque, et parallèlement nous avons fait l'étude de l'excitabilité faradique au moyen du chariot de Du Bois-Reymond.

Nos expériences ont porté dans les deux cas sur le nerf sciatique et le muscle gastrocnémien, soit en place, soit isolés dans la cellule de Laugier. Nous utilisions l'aldéhyde formique du commerce dilué à des titres divers dans du sérum physiologique à 6 pour 1000.

(¹) *C. R. Soc. Biol.*, 99, 1928, p. 1572 et 1628.

(²) Séance du 11 juin 1930.

(³) J. Gautrelet et Olimpia Vechiu, *Action du formol sur le système nerveux végétatif* (*Annales de Physiologie*, 4, 1928, p. 129).

Les expériences sur l'animal nous ont montré que l'injection dans les sacs lymphatiques, de faibles doses d'aldéhyde formique au-dessous d'un demi-centimètre cube d'une solution de formol à 2 pour 100 pour une grenouille de 35^{g} environ, ne produisait que des variations peu importantes de la chronaxie et de la rhéobase du nerf aussi bien que du muscle. A doses plus fortes, au-dessus d'un demi-centimètre cube de la solution à 2 pour 100 pour une grenouille de même poids, nous avons toujours observé une disparition très brusque de toute excitabilité en dehors d'une modification appréciable des deux caractéristiques de cette excitabilité. Nous apportons le protocole de l'une de nos 25 expériences.

Préparation neuro-musculaire 1 in situ.

	Nerf.		Muscle.	
Temps.	Rhéobase.	Chronaxie.	Rhéobase.	Chronaxie.
3.25 (h m)	0,33	0,019	–	–
3.30	–	–	0,16	0,075
3.35	0,35	0,021	–	–
3.40	–	–	0,16	0,065
3.43	(injection de 1^{cg} d'aldéhyde formique dilué)			
3.48	0,42	0,029	–	–
3.50	–	–	0,16	0,057
3.55	0,35	0,034	–	–
3.58	–	–	0,20	0,059
4.00	0,38	0,052	–	–
4.10	–	–	0,22	0,065
4.17	0,64	0,047	–	–
4.23	–	–	0,17	0,064
4.30	0,55	0,046	–	–
4.32	–	–	0,16	0,055
4.40	0,54	0,035	–	–
4.45	–	–	0,17	0,069
4.55	0,65	0,028	–	–
4.58	–	–	0,18	0,055

C'est pour mieux saisir ces variations très brusques que nous nous sommes adressés à la préparation sciatique-gastrocnémien plongée dans la cellule de Laugier, dans une solution d'aldéhyde formique à 0,5 pour 100 pendant 5 minutes. Nous avons constaté alors des variations très considérables de la rhéobase sans la moindre modification de la chronaxie. L'augmentation progressive de la rhéobase est très rapide, alors que pendant

le même temps la chronaxie reste constante, ainsi qu'en témoigne le protocole ci-après.

Préparation neuro-musculaire IV dans la cellule de Laugier.

Temps.	Nerf.		Muscle.	
	Rhéobase.	Chronaxie.	Rhéobase.	Chronaxie.
h m				
5.33	0,03	0,06	–	–
5.37	0,04	0,06	–	–
5.39	–	–	0,12	0,1
5.42	0,02	0,06	–	–
5.44	–	–	0,11	0,1
5.45 à 5.52	(la préparation est plongée dans la solution de formaldéhyde à 0,5 pour 100)			
5.52	–	–	0,12	0,1
5.53	0,03	0,06	–	–
6.00	0,07	0,07	0,11	0,1
6.02	0,19	0,07	0,11	0,1
6.03	(nerf inexcitable avec shunt)		–	–
6.05	–	–	0,11	0,1
		(shunt enlevé)		
6.06	0,75	0,07	–	–
6.10	–	–	0,11	0,1
6.15	–	–	(inexcitable)	

Les mesures de l'excitabilité faradique dans les mêmes conditions nous ont fourni de semblables résultats : c'est d'une façon à peu près instantanée que la préparation est devenue inexcitable.

Excitation par le courant faradique. (Expérience VI).

Temps.	Ouverture.	Fermeture.
	mcb	mcb
Normalement	0,9	0,9
(La préparation est mise dans une solution de formaldéhyde à 1 pour 100 dans du sérum physiologique pendant 4 minutes.)		
Après 1 minute	0,9	0,9
Après 10 minutes	0,9	0,9
Après 20 minutes	0,9	0,9
Après 30 minutes	2,8	2,8
Après 35 minutes	3	3

D'accord avec la conception de Lapicque nos expériences traduisent donc

des modifications parallèles de l'excitabilité faradique et de la chronaxie.

En résumé l'aldéhyde formique, après avoir produit une augmentation progressive et considérable de la seule rhéobase, détermine dans une phase terminale une perte brutale de l'excitabilité.

SÉROLOGIE. — *Sur l'emploi de la toxine diphtérique floculée dans la préparation du sérum antidiphtérique*. Note [1] de M. **P. Sédallian** et Mme **Clavel**, présentée par M. H. Vincent.

Nous avons montré que l'on peut isoler la partie active d'une toxine diphtérique, par abaissement de son pH à 4,7. Le floculat est constitué par des nucléoprotéides, il est soluble dans l'eau légèrement alcaline. On y retrouve, non seulement le pouvoir toxique de la toxine primitive, mais encore le pouvoir antigène. Toutefois celui-ci ne garde sa stabilité que si le floculat est dissous dans une solution de peptone. Ces dernières constatations avaient été établies par des vaccinations de cobayes, avec de la toxine floculée, solubilisée dans différents milieux peptonés, et par comparaison avec une toxine diphtérique normale [2]. Il était nécessaire, pour compléter l'étude biologique de notre toxine floculée, de rechercher si son emploi permettait d'hyperimmuniser des chevaux, pour l'obtention de sérum antidiphtérique : ce sont ces expériences que nous rapportons ici.

Nous avons dissous le floculat dans un volume de bouillon Martin égal à la toxine primitive dont il dérive, et l'avons injecté sous cette forme à des chevaux, pendant que d'autres animaux témoins recevaient des doses convenables de toxine diphtérique habituelle.

Quatre chevaux de même âge ont été injectés : deux chevaux (I et II), avec une toxine diphtérique témoin, formolée, après sa préparation, à 3 pour 1000; deux autres (III et IV), avec une toxine de même génération, mais floculée par abaissement de son pH à 4,7, puis dissoute dans un volume de bouillon Martin neutre égal au volume primitif, et formolée à 3 pour 1000.

L'immunisation de ces chevaux a été effectuée aux mêmes dates et avec

---

(1) Séance du 16 juin 1930.

(2) Sédallian et Gaumond, *C. R. Soc. Biol.*, 97, 1927, p. 93. — Leulier, Sédallian et Gaumond, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 902. — Leulier, Sédallian et Clavel, *C. R. Soc. Biol.*, 99, 1928, p. 1746; *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1297; *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 11, 1929, p. 413-436; *Journ. Méd. de Lyon*, 11, 1930, p. 265-274.

les mêmes doses de toxine. Ils ont reçu en 3 mois 16 injections de doses progressivement croissantes, de 1^{cm^3} à 400^{cm^3}, soit au total 1686^{cm^3} de toxine.

Le sérum de ces animaux, titré par les deux méthodes d'Ehrlich et de Ramon (qui ont donné des résultats concordants), a indiqué, à la fin de l'expérience, les taux suivants d'unités antitoxiques :

Cheval I	50 U. A. par cm^3
Cheval II	200 »
Cheval III	380 »
Cheval IV	180 »

Ainsi, toutes choses étant égales et toutes réserves faites sur les réactions individuelles des animaux aux injections de toxine et à l'hyperimmunisation, on peut admettre que la toxine précipitée à $pH = 4,7$, et solubilisée dans un volume convenable d'une solution peptonée, fournit un antigène à tout le moins de valeur égale à celle de la toxine totale non manipulée.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la calcification du poumon, chez le lapin sain ou tuberculeux, par de hautes doses d'ergostérol irradié.* Note de MM. **H. Simonnet** et **G. Tanret**, présentée par M. A. Desgrez.

Levaditi et Li Yuan Po [1] ont été les premiers en France à voir les calcifications pulmonaires provoquées, chez les animaux, par de hautes doses d'ergostérol irradié et à aborder histologiquement le problème de cette calcification chez le lapin rendu expérimentalement tuberculeux.

Poursuivant nos recherches sur la calcification produite par l'ergostérol irradié [2], nous avons dosé le calcium contenu dans le poumon d'un certain nombre de lapins divisés en quatre groupes :

1° lapins normaux (3);
2° lapins normaux, traités à l'ergostérol irradié (7);
3° lapins tuberculeux (3);
4° lapins tuberculeux traités à l'ergostérol irradié (13).

---

(1) Levaditi et Li Yuan Po, *Presse médicale*, 5 février 1930, p. 168; *Acad. de Médecine*, 103, 13 mai 1930, p. 502.

(2) Simonnet et Tanret, *Soc. de Biologie*, 100, 23 février 1929, p. 548; *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 400.

L'ergostérol en solution huileuse était administré par voie buccale, sous-cutanée, intra-veineuse ou intra-trachéale, afin de juger du mode d'introduction le meilleur : la voie buccale s'est montrée la plus avantageuse. Nous cherchions à employer des doses qui fussent suffisamment calcifiantes mais pas trop toxiques, soit pour la voie buccale en utilisant de l'ergostérol peu irradié (45 minutes), soit pour les autres voies en usant de petites doses de stérol fortement irradié (6 heures). A la mort des animaux on incinérait les deux poumons et dosait le calcium dans les cendres, les chiffres étant rapportés au tissu pulmonaire séché à 100°. Nous indiquons comparativement la calcification de l'aorte thoracique et de l'aorte abdominale.

1° Chez le lapin normal, le calcium pulmonaire a oscillé entre 0,10 et 0,15 pour 100, le calcium de l'aorte thoracique allant de 0,10 à 0,25.

2° Chez le lapin ergostérolé, le calcium pulmonaire a varié de 0,42 à 2,06 pour 100.

	Ergostérol.			Ca aortique.		
	Pro die.	Total.	Survie.	Thoracique.	Abdominal.	Ca pulmonaire.
Voie buccale.........	2 mg	380 mg	21 jours	4,76	3,33	0,42
Voie sous-cutanée.....	4	248	62 »	11,84	7,26	0,73
Voie buccale.........	40	400	10 »	3,44	0,27	0,85
Voie buccale.........	40	440	11 »	7,53	5,55	1,10
Voie intra-veineuse...	3	72	24 »	8,52		1,41
Voie intra-veineuse...	2 puis 20	342	36 »	14,63	12,30	1,72
Voie intra-veineuse...	4	108	27 »	5 à 6		2,06

3° et 4° Des lapins ont été inoculés par voie trachéale avec $0^{mg},1$ de bacille bovin provenant d'une culture sur pomme de terre : on réalisait ainsi d'emblée une tuberculose à marche rapide, limitée aux poumons. D'autres ont été injectés par voie veineuse (veine marginale) : la tuberculose pulmonaire, à évolution plus lente, pouvant secondairement atteindre les organes sous-diaphragmatiques (rate, reins) les tuait en 2 à 3 mois.

Les lapins tuberculeux, succombant ainsi à une granulie ou à une pneumonie caséeuse, utilisent, entre autres processus de défense, celui qui consiste à essayer de calcifier les lésions bacillaires : mais l'infection, trop massive, emporte finalement les animaux. En fait, dans le poumon de trois lapins morts en 50, 82 et 87 jours, on a dosé 0,16, 0,68 et 0,67 pour 100 de calcium (aorte thoracique 0,20, 0,17 et 0,10).

Quant aux lapins tuberculeux et ergostérolés, ils poussent plus loin leur

calcification et l'on dose chez eux de 1,19 à 9,68 pour 100 de calcium pulmonaire [1].

	Ergostérol. Pro die.	Ergostérol. Total.	Survie au B. K.	Ca aortique. Thoracique.	Ca aortique. Abdominal.	Ca pulmonaire.
	mg	mg				
Voie intra-veineuse....	2	70	17 jours	6,30	4,50	1,19
Voie intra-trachéale....	2	94	29 »	0,14	0,23	1,33
Voie buccale..........	20	860	59 »	30,68	5,77	2,14
Voie buccale..........	20	1960	98 »	12,63	12,32	2,26
Voie intra-veineuse....	3	147	59 »	8,23	3,18	3,30
Voie buccale..........	20	1020	51 »	13,41	8,55	4,89
Voie intra-veineuse....	3	114	38 »	14,29	12,19	5,15
Voie buccale..........	20	1900	95 »	1,37	traces	7,43
Voie intra-veineuse....	2	136	49 »	11,09	4,21	9,68

Des ganglions trachéo-bronchiques ont présenté une calcification de 5,49 et 14,11 pour 100.

Si l'infection est trop rapide et le traitement ergostérolé trop peu intense, la calcification peut être nulle ou très faible.

	Ergostérol. Pro die.	Ergostérol. Total.	Survie au B. K.	Ca aortique Thoracique.	Ca aortique Abdominal.	Ca pulmonaire.
	mg	mg				
Voie intra-trachéale......	2	72	46 jours	0,10		0,10
»	2	80	21	0,22	traces	0,11
»	1	49	30	0,13	0,20	0,17
»	2	14	17	1,57		0,20

Conclusions. — On voit par ces chiffres que l'ergostérol irradié peut, chez l'animal normal, augmenter le taux de la calcification pulmonaire de 1 à 20. Le lapin tuberculeux est capable, par ses propres moyens, de quintupler sa calcification primitive : mais vient-on à lui donner des doses suffisantes et non toxiques d'ergostérol irradié, il peut, parallèlement à un degré variable et souvent élevé de calcification aortique, monter son chiffre de calcium pulmonaire de 1 à 80.

Si donc dans les formes aiguës ou subaiguës de la tuberculose pulmonaire expérimentale du lapin la mort n'a été évitée chez aucun de nos

---

(1) A titre de comparaison, rappelons que chez le lapin normal on dose dans la trachée environ 3 pour 100 de Ca, dans les côtes 24 pour 100, dans les os (fémur) 30 pour 100. Chez un lapin fortement ergostérolé (14,6 pour 100 de Ca aortique) le calcium trachéal était monté à 6,12.

animaux, on a cependant amené au foyer tuberculeux un apport de calcium important qui a pu, dans une certaine mesure, aider à la défense de l'organisme. Il reste à voir si dans les formes plus lentes ou chroniques cette calcification arriverait à ralentir ou à enrayer l'évolution des tubercules.

HISTOPHYSIOLOGIE. — *Sur le pouvoir phagocytaire des cellules épithéliales de la glande mammaire.* Note de MM. S. **Bratianu** et C. **Guerriero**, présentée par M. M. Caullery.

Les corpuscules de colostrum ont été considérés tout d'abord comme étant d'origine épithéliale; la présence de graisses dans leur corps cytoplasmique est due, pour les uns à une dégénérescence, pour d'autres à l'activité phagocytaire des cellules épithéliales.

Actuellement on considère plutôt que ces corpuscules sont de provenance hématogène (lymphocytes ou monocytes) ou histiogène (clasmatocytes ou histiocytes).

Nous nous sommes proposé d'étudier, par voie expérimentale, le pouvoir phagocytaire des cellules épithéliales ectodermiques de la glande mammaire.

Technique. — Nos expériences ont porté sur des glandes mammaires de Lapines en lactation. Après extraction d'une certaine quantité de lait, on a injecté, par un des orifices des canaux galactophores, à l'aide d'une aiguille mousse, quelques gouttes d'huile contenant en suspension des grains de carmin, ou une suspension de pigment mélanique dans du sérum physiologique. La glande se distend progressivement. Après anesthésie à l'éther, on a récolté par biopsie les glandes mammaires injectées.

Résultats histologiques. — Après fixation au Bouin, au formol et au Flemming, et inclusion à la paraffine des pièces récoltées, les coupes ont été légèrement colorées à l'hématoxyline.

Sur des coupes totales de glande mammaire, on observe, à côté d'acini libres, des acini contenant dans leur lumière une grande quantité de substance injectée. Dans les premiers, au fort grossissement, on peut observer la captation, par les cellules épithéliales glandulaires, des corpuscules de carmin ou de pigment contenus dans la lumière. Certains d'entre eux, fixés à la membrane basale, ont leur corps cytoplasmique rempli de grains de carmin ou de pigment, leur noyau étant parfaitement colorable et normal.

Par endroits on voit des cellules à aspect pyriforme remplies de grains,

prêtes à abandonner leur assise épithéliale; enfin on trouve dans la lumière des éléments libres ayant le même aspect.

Une caractéristique de l'élément épithélial glandulaire fixe ou libre est la présence dans le noyau d'un faux nucléole. On trouve, dans les cellules épithéliales des acini, de rares figures de mitose.

Les épithéliums des canaux galactophores peuvent aussi capter les corps étrangers introduits.

Les histiocytes du tissu conjonctif environnant, autour de certains acini, contiennent aussi de nombreux grains de carmin ou de pigment phagocytés.

Nous n'avons pu constater si le liquide injecté contenant les grains était passé dans l'interstice, par effraction ou bien par simple infiltration, de proche en proche.

Les éléments vasculaires hématogènes ne prennent qu'une part fort minime à ce processus de captation.

En résumé, nos examens histologiques prouvent que les cellules épithéliales ectodermiques de la glande mammaire peuvent, dans certaines conditions expérimentales, capter (phagocyter) les corps étrangers présents dans la lumière des acini. Ce fait rend vraisemblable la possibilité de formation des corpuscules de colostrum à partir des cellules épithéliales par le mécanisme de la phagocytose.

ZOOLOGIE. — *Le développement endoparasitaire de la larve ectoparasite de* Mormoniella vitripennis *Walk.* Note de M[lle] **G. Cousin**, présentée par M. M. Caullery.

L'étude des arrêts de développement chez les larves de Muscides et leurs relations avec le milieu extérieur m'ont conduite à étendre mes observations sur des Insectes d'autres groupes, particulièrement sur un Chalcidien, *Mormoniella vitripennis* Walk. (*Nasonia brevicornis* Ashm.). Les larves de cet Hyménoptère vivent en parasites aux dépens de divers Muscides : *Calliphora*, *Phormia*, *Lucilia*, *Sarcophaga*, etc. J'ai cherché à provoquer la diapause chez la larve, en substituant à l'hôte habituel un hôte nouveau de constitution anatomique très différente du premier, de façon à changer les conditions de milieu. Quand elle effectue sa ponte, la femelle enfonce sa tarière à travers le puparium de la Mouche. Parfois la tarière pénètre dans les tissus et détermine une blessure d'où résulte une hémorragie qui s'épanche à l'extérieur, et constitue l'aliment normal du Chalcidien adulte. Les œufs du parasite sont toujours déposés sur le tégument nymphal. Là les jeunes larves éclosent et demeurent, mordent l'enveloppe de l'hôte et

aspirent ses tissus histolysés. Sous le puparium de la Mouche, la larve de *M. vitripennis* mène donc toujours une vie de parasite externe. Les œufs et les larves se développent ainsi dans une atmosphère confinée, mais cependant dans un milieu gazeux et relativement sec. Ayant remarqué le rôle que joue l'asphyxie, ainsi que l'humidité, dans la diapause des larves de Muscides, j'ai songé à entraîner la larve de *M. vitripennis*, à vivre, non seulement dans l'humidité, mais encore dans un milieu qui rende difficile ou impossible le fonctionnement des stigmates. Pour cela, il fallait amener la femelle à pondre dans des conditions anormales. J'ai donc placé, à de multiples reprises, l'adulte en présence de nymphes très différentes de pupes de Muscides, notamment *Galleria mellonella* L. et *Achroia grisella* F.

Les chrysalides utilisées pour les expériences sont fraîches et débarrassées de leur cocon. Elles sont, ou, exceptionnellement enduites des tissus écrasés d'une pupe de Mouche, ou, dans leur état naturel, isolées avec des Chalcidiens qui ont déjà pondu dans leur hôte normal, ou qui viennent d'éclore. Habituellement, les chrysalides sont simplement mélangées, en proportions variables, avec des pupes de Mouches (*Lucilia sericata* Meig. et *Calliphora erythrocephala* Meig.) et régulièrement données aux Chalcidiens. Voici les résultats essentiels de ces expériences.

1° Avec des retards individuels variables, presque tous les parasites arrivent à se nourrir aux dépens du Microlépidoptère.

2° Le lieu de la piqûre sur la chrysalide est quelconque.

3° Lorsque les *Mormoniella* ont simultanément à leur disposition leur hôte normal et leur hôte accidentel, elles ne s'attaquent pas exclusivement au premier et vont indifféremment de l'un à l'autre.

4° La durée de vie du parasite adulte est sensiblement la même, quel que soit son régime, pour des conditions thermiques semblables.

Partant de ces constatations, j'ai supposé que si l'adulte piquait, il pouvait effectuer également sa ponte. Celle-ci, en raison de la constitution anatomique de la chrysalide, ne pouvait être déposée qu'à l'intérieur des tissus, c'est-à-dire dans le sein même des liquides organiques, et soumise à des conditions respiratoires précaires.

La dissection des chrysalides exposées à la piqûre du parasite pendant 24 heures montre en effet que :

1° La présence des œufs du Chalcidien dans chaque *Galleria* est constante. Ils sont isolés, ou par amas de nombre variable, pouvant atteindre 10 ou 12.

2° Tous les œufs éclosent.

3° Les jeunes larves commencent à s'alimenter dès leur éclosion.

4° Aucune modification morphologique n'apparaît, bien que les larves mènent une vie de parasite interne.

5° La croissance peut se poursuivre parallèlement à celles des larves de même âge qui se développent sur des Muscides. Toutefois les conditions de vie nouvelles déterminent souvent des arrêts de développement. Ces résultats ont vraisemblablement pour raison que la *Galleria*, tuée rapidement par ses parasites, leur offre une nourriture trop abondante et qui finit par devenir toxique. Comme il y a des écarts dans l'époque d'éclosion des œufs, seules peuvent survivre les larves qui ont commencé leur développement les premières. Quel que soit leur stade, les tissus liquéfiés de l'hôte, en excès, les enrobent finalement d'un enduit sans doute imperméable qui obture les stigmates. Elles vivent un certain temps en diapause et meurent. Je n'ai obtenu qu'une seule fois l'évolution complète du parasite, la nymphose et l'éclosion d'un adulte (femelle). Celui-ci était mort à l'intérieur de la chrysalide, n'ayant pu en traverser les tissus desséchés. De plus, j'ai obtenu une vingtaine d'adultes des deux sexes, en extrayant du corps de la *Galleria* des larves prêtes à se nymphoser et en laissant la métamorphose se faire en dehors de l'hôte.

Sans vouloir tirer de conclusions d'un cas isolé, en ce qui concerne l'instinct de ponte et la spécificité parasitaire, ces faits démontrent que :

1° La femelle du Chalcidien peut pondre ses œufs dans un milieu qui n'assure pas la persistance de l'espèce et cela en présence de l'hôte normal.

2° Malgré le changement total des conditions de milieu, la larve s'accommode de l'hôte imposé par l'adulte, jusqu'à changer complètement son éthologie. Normalement ectoparasite elle devient endoparasite.

3° L'évolution peut aller jusqu'à l'Insecte parfait; cependant dans les conditions expérimentales réalisées, la majorité des parasites sont morts avant la fin de leur évolution, à moins que les larves n'aient été extraites de leur hôte.

On ne peut se dispenser de souligner combien, chez certaines espèces, parasites ou non, la phase larvaire représente dans la vie des Insectes une étape où l'organisme se montre susceptible de s'accommoder de conditions d'existence qui nous paraissent extrêmement dissemblables.

M. **Marcel Baudouin** adresse une Note intitulée *La conservation des ossements préhistoriques en plein air.*

La séance est levée à $16^h 5^m$.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 30 JUIN 1930.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE ROUX.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 21 juin 1930, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Jean Rey** pour occuper dans la Division des Applications de la Science à l'Industrie la place vacante par le décès de M. *A. Rateau*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Jean Rey** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Stanislas Zaremba**, professeur à l'Université de Cracovie, qui assiste à la séance.

M. **Jean Perrin** expose à ses Confrères, en sollicitant leur aide, un projet de création d'un *Service national de la Recherche scientifique* élaboré avec la collaboration d'un grand nombre de professeurs et de membres de l'Académie.

Ce service national, qui dépendrait du Ministre de l'Instruction publique, aurait pour but : 1° d'élargir le recrutement des jeunes gens aptes à la Recherche; 2° d'accroître par des *Primes à la production*, en libérant de ce fait une partie de leur temps, le rendement des membres de l'Enseignement supérieur; 3° de permettre aux chercheurs qui se sont déjà distingués de poursuivre leurs recherches sans préoccupations matériel les et sans autre obligation que précisément de se dévouer entièrement à la Recherche.

Le fonctionnement du Service national de la Recherche serait assuré par

un Conseil supérieur, d'autorité morale et intellectuelle indiscutable, constitué par les savants français les plus réputés, par quelques personnalités assurant la liaison entre le Service de la Recherche et la Nation, et par des délégués élus par les jeunes chercheurs.

M. le **Président** remercie M. J. Perrin d'avoir présenté un projet précis et détaillé grâce auquel on peut espérer résoudre la crise de la Recherche scientifique. MM. **Émile Picard**, **G. Urbain**, **Émile Borel**, **L. Guillet**, **Maurice de Broglie** ajoutent diverses remarques, en se déclarant favorables en principe au projet présenté.

M. **Léon Guillet** rend compte de la mission que l'Académie a bien voulu lui confier, en le chargeant de la représenter au *VIe Congrès des Mines, de la Métallurgie et de la Géologie appliquée*.

Ce Congrès vient de se tenir à Liége; il a rassemblé plus de 1100 participants et de 900 présents. La représentation française y a été particulièrement brillante; les questions scientifiques et industrielles les plus intéressantes ont été agitées; certaines, résolues.

Le prochain Congrès aura lieu à Paris en 1935.

ASTRONOMIE. — *L'Observatoire de Méchain, dans la rue Vieille-du-Temple.* Note [1] de M. **Bigourdan**.

La vie de Méchain (Pierre-François-André) a été écrite à deux ou trois reprises [2] par Delambre, un des hommes qui le connurent le mieux; je ne me propose donc pas de la donner à nouveau, mais Delambre ne parle pas de son modeste observatoire personnel, si actif et si éphémère, et il a laissé de côté aussi quelques détails relatifs à ses débuts. Je me bornerai d'ailleurs à ne parler de sa vie que jusque vers 1783, époque où il vint habiter dans les dépendances de l'Observatoire royal, car le 25 avril 1782 il fut nommé par l'Académie des Sciences en qualité d'adjoint astronome.

Méchain, fils d'un architecte estimé mais peu fortuné, naquit à Laon le 16 avril 1744 et mourut en Espagne le 20 septembre 1804. Il fit ses études

(1) Séance du 23 juin 1930.

(2) Voir Delambre, *Notice historique sur M. Méchain* (*Mém. de l'Institut... Sciences math. et phys.*, 6, 1806, p. 1-28); *Histoire de l'Astronomie au* XVIIIe *siècle*, p. 755-767.

chez les Jésuites, se fit remarquer par son sérieux, ses progrès, et il était destiné à suivre la carrière paternelle. Vers l'âge de 20 ans il accepte un préceptorat où il réussit pleinement et, après 18 mois, les amis qu'il s'est faits décident son père à l'envoyer à l'École des Ponts et Chaussées à Paris. Il est admis, mais il doit s'entretenir; comme les études y étaient longues et n'assuraient pas un sort définitif, il l'abandonne et accepte une nouvelle éducation particulière à la campagne, dans la région de Sens; il peut ainsi aider sa famille tout en étudiant les mathématiques et l'astronomie.

A cette époque à peu près, son père perd à Paris un procès et n'a plus même les ressources pour retourner à Laon; il s'adresse à son fils qui vient de consacrer ses petites économies à l'achat d'un quart de cercle : le jeune Méchain le lui remet. Le père alors s'adresse à Lalande pour le vendre et celui-ci s'informe; dès lors il s'intéresse au futur astronome qui vient le voir un instant. Durant cette période, Lalande le met en relation avec Darquier, de Toulouse, pour réduire et comparer aux tables ses observations; il lui envoie aussi les feuilles de son *Astronomie*, dont la deuxième édition parut en 1771, pour les lire et lui communiquer des remarques dont il profite.

Lalande l'attire à Paris en 1772 et la première profession stable de Méchain est celle de calculateur-astronome, au traitement de 1200#, attaché au Dépôt de la Marine alors établi à Versailles. Là il se fait estimer de tous et le 27 mars 1775 ses émoluments sont portés à 2000#, sur la recommandation du duc d'Ayen, plus tard duc de Noailles; le 17 mars 1777 il obtient le brevet d'astronome-hydrographe.

Au Dépôt, son travail est de compulser les voyages, les journaux de navigation, pour en tirer et réduire les observations afin d'obtenir les meilleurs éléments des cartes hydrographiques. Dans deux campagnes de mer il collabore aussi, et activement, à la description de 100 lieues de côtes, depuis Niewport jusqu'à Saint-Malo. Il travaille longtemps au calcul des observations que Chabert faisait dans la Méditerranée depuis 20 ans et il fournit au duc d'Ayen les points fondamentaux d'une carte militaire de l'Allemagne et de l'Italie du Nord.

Sa plus ancienne observation paraît être celle de l'occultation d'Aldébaran, du 14 avril 1774, observée à Versailles et comparée à celles d'autres observateurs. Notons immédiatement que nous n'avons aucun des registres de Méchain et qu'il n'a pas réuni ses observations, mais nous avons dit (p. 139) que ses registres étaient en 1830 entre les mains de Lechevalier.

En mars 1775 on sollicite chaudement pour lui un quart de cercle de 18 pouces de rayon, avec un télescope et une pendule à secondes, qui se

trouvent au Cabinet de Passy, mais le ministre répond qu'il y a un seul quart de cercle et qu'on ne peut le prêter. D'avril à juin 1778 il s'exerce au Collège de France avec Lalande et en 1779 il observe à l'hôtel de Noailles, rue Saint-Honoré, avec le duc d'Ayen, l'éclipse de Soleil du 14 juin; il y observe aussi le passage de Mercure sur le soleil du 12 novembre 1782; cependant c'est à la rue Vieille-du-Temple qu'il observe l'éclipse de Soleil du 17 octobre 1781.

Il observe aussi Uranus, pris assez longtemps pour une comète, et triture à plusieurs reprises ses observations; dès lors il est en relation avec le président de Saron. En même temps il suit toutes les comètes et calcule de chacune divers systèmes d'éléments; lui-même en trouve deux coup sur coup en 1781 et applique à la seconde la méthode de calcul des éléments que Laplace allait publier dans les Mémoires de 1780; il concourt aussi pour le prix que l'Académie avait proposé pour 1782, sur les comètes de 1532 et de 1661 : ce travail important lui fait décerner le prix, et peu après, le 25 avril 1782, il est nommé à l'Académie comme adjoint astronome.

Dès ce moment il a pleinement acquis les talents et les mérites que lui accorde Delambre, car il réunit en sa personne les titres de ses confrères Messier et Pingré, étant un observateur très habile comme le premier et un calculateur rapide et précis comme le second. En 1777 il se marie avec une femme distinguée, Thérèse Majon; son fils cadet, Auguste-François, naquit le 5 mars 1786; c'est celui qui l'accompagne en Espagne après avoir travaillé à l'Observatoire. L'aîné, Isaac, prit part à l'expédition d'Égypte comme adjoint de Nouet et à son retour il fut nommé commissaire des relations extérieures à Galasie en Moldavie. Il laissa également une fille. Sa vie se résume ainsi : Recherche et observation des comètes dont il a découvert 11 le premier, — calcul de multiples éléments de 24 d'entre elles, — *Connaissance des Temps* de 1788 à 1794 publiée de 1785 à 1792, — jonction des côtes d'Angleterre et de France, — mesure de la méridienne.

Coordonnées. — Méchain, encore peu connu, avait établi l'observatoire dans son propre appartement, au numéro 180 d'alors (mais changé depuis à plusieurs reprises) de la rue Vieille-du-Temple, où les bâtiments voisins gênaient sa vue. La *Connaissance des Temps* de 1785, p. 407, est la seule qui indique ce numéro. Pour les coordonnées de ce point Méchain donne :

$$\Delta \mathcal{L} = 0^{m} 6^{s},5 \text{ E} \quad \text{et} \quad \varphi = 48^{\circ} 51' 46'' \quad \text{ou} \quad \Delta\varphi = +1' 32''.$$

En transformant en longueurs, on trouve

$$\Delta \mathcal{L} = 1029^{T} = 1987^{m} \text{E}; \qquad \Delta\varphi = +1458^{T} = 2842^{m}.$$

Ainsi cet observatoire se trouvait dans le quadrilatère délimité par les quatre rues actuelles suivantes : Vieille-du-Temple, Bretagne, Debelleyme, Poitou, et plus particulièrement sur l'emplacement du groupe scolaire de la rue Debelleyme : l'approximation des nombres donnés par Méchain ne permet pas de préciser davantage, et nous adopterons pour cet observatoire :

$$\Delta \mathcal{L} = 0^{m} 6^{s},5\,\mathrm{E}; \qquad \varphi = 48^{\circ}51'43''.$$

En quittant ce point Méchain vint se fixer à l'observatoire royal.

Instruments. — L'Académie des Sciences lui prêta les 4 premiers instruments suivants (D. 1, 13), mais ce ne fut sans doute qu'après son élection, en 1782 ; nous ne voyons d'ailleurs pas bien où il put installer un instrument fixe dans les *dépendances* de l'Observatoire.

1. Un *instrument des passages* portatif, semblable à celui qui est décrit dans l'H. C. de Le Monnier; il a été construit par Canivet, tout en cuivre, excepté un axe vertical qui est en fer. La lunette achromatique a 1 pouce d'ouverture et 2 pieds 2 pouces de longueur; l'axe horizontal, garni d'un niveau à bulle d'air, a 1 pied 3 pouces. Tout l'instrument est porté par un fort support de bois de noyer, garni de 3 vis de cuivre qui servent à le caler, et des pièces nécessaires pour recevoir l'axe vertical.

2. Une *pendule* à seconde, médiocre, avec cage en cuivre et cadran argenté; le balancier est composé de deux tiges, l'une en fer et l'autre en cuivre, formant compensation, et la lentille, en cuivre, est suspendue à un petit bras de levier fixé à l'extrémité inférieur des barres.

3. Un *compteur* de Lepaute, dont la cage, la lentille et les poids sont en cuivre, et le cadran d'émail; il bat les demi-secondes, sonne les secondes et les minutes.

4. Une *lunette* achromatique à 2 verres, de 34 lignes de diamètre et 5 pieds de foyer, avec 2 oculaires astronomiques montés dans des tuyaux de cuivre. Le grand tuyau est en tôle peinte couleur de bois d'acajou; il est ajusté sur un pied de bois à 3 branches; le mouvement est à frottement simple.

Les lunettes employées par Méchain dans ses premières observations (1774, 1775) paraissent être des instruments d'emprunt; ainsi l'occultation de Saturne du 18 février 1775 et les éclipses de Soleil du 14 juin 1779 et du 17 octobre 1781 furent respectivement observées par les instruments 5, 6 et 7 qui suivent :

5. *Lunette* de George, de 3 pieds, employée dans l'Observatoire du duc d'Ayen, à Versailles [1].

6. *Lunette* achromatique triple de Caroché, de 3 pieds et demi de foyer, employée

---

[1] Cette station était à peu près sur le parallèle de l'Observatoire royal de Paris et $0^{m}.48^{s}$ à l'Ouest.

rue Saint-Honoré, à l'Hôtel de Noailles, dans le cabinet de Physique du duc d'Ayen [1].

7. *Lunette* achromatique triple de 3 pieds et demi de long et 3 pouces et demi d'ouverture; grossissement 40.

8. Très bon *micromètre* filaire, ayant 3 fils horaires et une vis pour mesurer les différences de déclinaison, employé notamment en 1783.

9. Une *lunette* de nuit.

10. Lunette achromatique de 5 pieds, grossissement 100, employée pour le passage de Mercure du 5 novembre 1789.

La lunette 7 avec le micromètre 8 étaient employés chez lui, rue Vieille-du-Temple, dont il donne les coordonnées dans les *Mém. Acad.*, 1783, p. 641.

RADIOLOGIE. — *Ampoule à rayons X du type Coolidge fonctionnant sous la tension de 400000 volts*. Note de M. **A. d'Arsonval.**

C'est en 1913 que W. D. Coolidge inventa les tubes à rayons de Röntgen dont le courant électronique était produit par l'émission d'une cathode incandescente.

Pendant plusieurs années (1919-1928) il sembla que 200000 volts devaient être la tension limite que pût supporter pratiquement ce modèle d'ampoule.

A plusieurs reprises, des essais de grande envergure furent tentés dans de puissants laboratoires.

En 1926, W. D. Coolidge réalisa un tube à potentiel échelonné qui lui permit de faire sortir de l'ampoule, à travers une mince fenêtre de nickel de $0^{mm},0127$ d'épaisseur, des rayons cathodiques de grande vitesse : ce tube fonctionnait jusqu'à la tension de 350000 volts.

C'est pour la réalisation de cette expérience que W. D. Coolidge donna à la cathode une forme régulièrement arrondie, supprimant ainsi, autant que possible, tout angle vif sur les pièces métalliques mises sous tension.

---

(1) Il dit que ce cabinet se trouve $0^m.1^s\,{}^1/_2$ O et à la latitude de $48°.51'.59''$. Comme nous donnons à l'Observatoire une latitude moindre de $3''$, on a donc pour les coordonnées de ce cabinet (les mêmes que celles de la guérite, d'après les *Connaissances des Temps* de 1789, p. 341, et de 1790, p. 338, qui ont corrigé une erreur de celle de 1788, p. 239) :

$$\Delta\mathcal{L} = 0^m.1^s,70 \qquad \varphi = +48°.51'.56''.$$

En 1928 W. D. Coolidge [1] étudia des tubes à 2 et 3 étages pouvant fonctionner jusqu'à 600000 et 900000 volts.

En 1928, C. C. Lauritsen et R. D. Bennett [2] réalisèrent un tube à « émission froide », fonctionnant sur pompe et qui supporta une tension de 750000 volts.

En janvier 1930, G. Breit, M. A. Tuve, O. Dahl [3] et L. R. Hafstad [4] présentèrent un dispositif de laboratoire permettant d'atteindre et peut-être même d'utiliser sur un tube à 15 étages la tension de 1000000 volts.

Dans une publication récente, Heinrich Herrmann et Robert Jaeger [5] signalèrent qu'en triant certains tubes à rayons X utilisés en radiothérapie à 250000 volts, ils étaient arrivés à faire fonctionner d'une façon fortuite, jusqu'à 400000 volts, en tension pulsatoire, quelques-uns de ces appareils, avec un débit de 0,5 milliampère.

En mai 1930, M. Holweck [6] présenta à la Société française de Physique un tube démontable à potentiel échelonné fonctionnant sous tension constante, jusqu'à 320000 volts : l'appareil supportait 1 kilowatt.

Mais toutes ces recherches demeuraient du domaine du laboratoire et, à notre connaissance, il n'avait jamais été construit systématiquement d'ampoules à rayons X à émission électronique, fonctionnant normalement sur générateurs à tension constante, et même sur générateurs à tension pulsatoire jusqu'à 400000 volts.

L'ampoule à cathode incandescente que nous présentons aujourd'hui est une ampoule scellée, à un seul étage, dont les caractéristiques normales de fonctionnement sont les suivantes :

En tension constante : à 400000 volts, l'ampoule supporte un courant de 2 milliampères.

En tension pulsatoire : à la tension maximum de 400000 volts, l'ampoule supporte un courant de 2,5 milliampères moyens.

Ce résultat a pu être atteint en montant le filament cathodique dans une pièce métallique de forme arrondie. Au cours du pompage, les gaz occlus dans cette importante masse métallique ont pu être évacués au prix d'une

---

(1) *General Electric Review*, **31**, IV, 1928, p. 184.
(2) *Physical Review*, 2e série, **32**, VI, 1928, p. 850.
(3) *Physical Review*, 2e série, **35**, I, 1930, p. 51.
(4) *Physical Review*, 2e série, **35**, I, 1930, p. 66.
(5) *Fortschr. auf d. Geb. d. Röntgenstrahlen*, **41**, Heft 3, 1930, p. 426.
(6) *Bull. Soc. française de Physique*, 16 mai 1930, p. 97 S.

prolongation importante de la durée de l'opération et grâce aux progrès réalisés dans la technique du vide.

La suppression de toute arête vive à la cathode, le soin et les perfectionnements apportés à l'obtention d'un vide élevé et permanent dans le ballon de verre ont permis aux Établissements Gaiffe-Gallot et Pilon de construire d'une façon régulière, d'abord en 1928, une ampoule fonctionnant à 300000 volts ([1]), puis l'ampoule à 400000 volts du même type que nous présentons aujourd'hui et dont les dimensions sont les suivantes :

Longueur totale	1050 à 1070^mm^
Diamètre du ballon	190 à 200^mm^
Diamètre des appendices	44 à 48^mm^
Distance entre l'anode et la cathode	40^mm^
Diamètre de la pièce métallique cathodique	25^mm^

La mesure de la différence de potentiel appliquée aux extrémités du tube a été faite au moyen d'un éclateur à sphères de 50^cm^ de diamètre.

Il est intéressant de noter que la longueur d'onde du début de l'émission spectrale d'une ampoule fonctionnant à 400000 volts est, d'après la loi de Duane et Hunt : $\lambda_0 = 0{,}0308$ angström et que la radiation émise avec le maximum d'intensité a pour longueur d'onde $\lambda_{max} = 0{,}0402$ angström.

Cette ampoule permettra ainsi d'étendre, dans le domaine des courtes longueurs d'onde, en évitant les difficultés techniques, les recherches qui jusqu'à présent étaient limitées à environ 0,080 angström.

A la tension de 400000 volts, il est émis en quantité importante des rayons de Röntgen qui sont de même fréquence que certains rayons gamma des corps radioactifs formant un premier groupe désigné couramment sous le nom de rayonnement gamma mou.

En effet, Jean Thibaud ([2]) transcrit dans sa thèse, d'après les travaux d'Ellis et Skinner et les siens, les spectres gamma caractéristiques du radium B et du thorium B par exemple. Par le calcul du quantum, l'énergie des rayonnements gamma de ces corps, exprimée en kilovolts, prend les valeurs suivantes : pour le radium B, 240, 294, 352 kilovolts environ; pour le thorium B, 235, 299 kilovolts environ.

Au point de vue de la protection des opérateurs contre le rayonnement X émis sous 400000 volts, nous avons effectué quelques premiers essais qui concordent, dans les grandes lignes, avec les prévisions que l'on peut faire

([1]) *Congrès de Chirurgie*, Paris, octobre 1928.

([2]) Thèse 1925 (Masson et Cie, éditeurs, Paris).

d'après les travaux antérieurs sur l'absorption des rayons X et nous pouvons dire que, pour obtenir à 400000 volts un même effet de protection qu'à 200000 volts, il faudra, à intensité égale du rayonnement émis, interposer sur le trajet des rayons X des épaisseurs de plomb quatre à cinq fois plus fortes.

NOMINATIONS.

Le **Bureau de l'Académie** et la **Section de Minéralogie** sont désignés pour représenter l'Académie au *Centenaire de la Société géologique de France*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de la Guerre** invite l'Académie à lui désigner deux de ses Membres qui feront partie du *Conseil de perfectionnement de l'École polytechnique*.

M. le **Ministre de l'Agriculture** invite l'Académie à lui désigner six de ses Membres qui feront partie du *Conseil supérieur des recherches scientifiques agronomiques* institué auprès de l'Institut des Recherches agronomiques.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *La théorie des quanta. Les Statistiques Quantiques et leurs applications*, par Léon Brillouin.

2° L. Bouloumoy. *Flore du Liban et de la Syrie*, texte et Atlas.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe de transformations de Bäcklund conduisant à des équations aux dérivées partielles du second ordre à caractéristiques doubles.* Note (¹) de M. **G. Cerf**, transmise par M. Goursat.

Les équations aux dérivées partielles du second ordre, à deux variables indépendantes, dont chaque surface intégrale est engendrée par une seule famille de caractéristiques, sont exclues, en général, des considérations sur les transformations de Bäcklund; nous les appellerons dans la suite équations (E). On peut aisément, de la manière qui va être indiquée, mettre en évidence une classe étendue de transformations de Bäcklund qui conduisent, de part et d'autre, à des équations (E); ce sont des transformations B_2. Le procédé indiqué peut être facilement généralisé pour des équations aux dérivées partielles d'ordre plus grand que deux.

1. On montre d'abord qu'une équation (E) peut être obtenue par la méthode suivante : à tout élément de contact du premier ordre on fait correspondre une surface (Σ); on obtient ainsi, en général, ∞^5 de ces surfaces. A une surface quelconque (s), on fait correspondre l'enveloppe (s') des surfaces (Σ) relatives à ses éléments. La correspondance indiquée peut être choisie de façon que si (s) est une intégrale quelconque d'une équation (E) donnée, et seulement dans ce cas, la surface (s') soit osculatrice aux surfaces (Σ) qui l'enveloppent. Si l'équation des surfaces (Σ) est

$$z' = F(x', y'; x, y, z, p, q) \tag{1}$$

[la forme explicite de l'équation de (Σ) est prise uniquement pour simplifier l'écriture], la fonction F doit être telle que les deux relations

$$\left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{F_p}\left[\left(\frac{dF}{dx}\right) + \frac{F_q}{F_p}\left(\frac{dF}{dy}\right)\right] = 2\psi\left(\frac{F_q}{F_p}; x, y, z, p, q\right), \\ &\frac{1}{F_p}\left(\frac{dF}{dy}\right) = \psi_m, \qquad F_p = \frac{\partial F}{\partial p} \cdots \left(\frac{dF}{dx}\right) = F_x + pF_z \end{aligned} \right. \tag{2}$$

soient vérifiées simultanément lorsque x', y', x, y, z, p, q sont liés par une certaine relation

$$H(x', y'; x, y, z, p, q) = 0. \tag{3}$$

La fonction ψ est celle qui donne l'équation (E) par l'élimination de m

(¹) Séance du 23 juin 1930.

entre les relations

$$(4)\qquad \begin{cases} r + 2sm + tm^2 + 2\psi(m;\, x, y, z, p, q) = 0, \\ s + tm + \psi'_m = 0. \end{cases}$$

On peut en particulier choisir F pour que la première relation (2) soit identiquement vérifiée; ce qui montre que toute équation (E) peut être obtenue par ce procédé et d'une infinité de manières.

Il est possible de définir la transformation de Bäcklund annoncée au moyen des quatre relations

$$(5)\qquad z' = \mathrm{F}(x', y';\, x\ldots), \qquad p' = \mathrm{F}_{x'}, \qquad q' = \mathrm{F}_{y'}, \qquad \mathrm{H}(x', y';\, x\ldots q) = 0,$$

si entre les cinq relations (5) et (6) :

$$(6)\qquad (r' - \mathrm{F}_{x'^2})(t' - \mathrm{F}_{y'^2}) - (s' - \mathrm{F}_{x'y'})^2 = 0,$$

on peut éliminer les cinq arguments x, y, z, p, q. Si l'équation (E), c'est-à-dire la fonction ψ, est donnée arbitrairement, il n'est pas certain qu'on puisse trouver la fonction F répondant aux deux conditions indiquées; mais d'autre part, il est clair qu'on peut, avec une grande généralité, trouver des couples de fonctions F et ψ qui les remplissent. Les surfaces (s') correspondant aux intégrales de (E) sont alors intégrales d'une équation (E′), à toute solution de laquelle correspondent ∞^1 intégrales (s) de (E).

Un cas remarquable est celui où les deux équations (2) sont toutes deux identiquement vérifiées; elles forment, en F, un système en involution et l'on retrouve les équations que M. Goursat ([1]) a découvertes en 1895, avec des transformations indiquées par M. Cartan ([2]).

Quand on passe aux équations d'ordre supérieur à 2, les résultats deviennent plus compliqués; nous nous bornons à signaler que là aussi on retrouve des équations qui généralisent celles de M. Goursat et que M. Coissard ([3]) a indiquées pour le cas du troisième ordre.

Enfin les résultats obtenus apportent une contribution à l'étude de certains systèmes de Pfaff, relativement à la possibilité d'en déduire des sous-systèmes de classe inférieure à celle du système total.

([1]) E. Goursat, *Sur une classe d'équations aux dérivées partielles* (*Acta mathematica*, **19**, 1895, p. 285).

([2]) E. Cartan, *Les systèmes de Pfaff à cinq variables et les équations aux dérivées partielles du second ordre* (*Annales de l'École Normale supérieure*, **27**, 1910, p. 189).

([3]) M. Coissard, *Sur une classe d'équations aux dérivées partielles du troisième ordre* (*Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 709).

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur le calcul des perturbations planétaires au moyen d'une nouvelle variable indépendante.* Note [1] de Mme **N. Samoïlowa-Jachontowa.**

Les points singuliers des équations différentielles du mouvement planétaire doivent causer une influence sur la convergence des séries trigonométriques de la Mécanique céleste. On peut espérer que l'introduction d'une variable qui régularise au moins les chocs simples rendra ces séries mieux convergentes. Introduisons comme variable régularisante, par exemple, selon les notations usuelles, la variable

$$u = \mathrm{A}\int \frac{dt}{r\Delta}, \qquad \mathrm{A} = \text{const.}$$

Désignant par ε l'anomalie excentrique de l'astéroïde et prenant la valeur non troublée de r, on aura

$$\frac{dt}{dr} = \frac{d\varepsilon}{an}, \qquad u = \frac{\mathrm{A}}{an}\int \frac{d\varepsilon}{\Delta}.$$

Pour simplifier le problème prenons une valeur approchée de u en remplaçant Δ par Δ_0, partie de Δ indépendante des excentricités et des inclinaisons, à savoir

$$\Delta_0 = \{a^2 + a'^2 - 2aa'\cos[(1-\mu)\varepsilon + \mathrm{B}]\}^{\frac{1}{2}}, \qquad \mu = \frac{n'}{n}, \qquad \mathrm{B} = \text{const.}$$

En posant

$$(1-\mu)\varepsilon + \mathrm{B} = 2\theta + \pi, \qquad k^2 = \frac{4\alpha}{(1+\alpha)^2}, \qquad \alpha = \frac{a}{a'},$$

et en choisissant convenablement la constante A, on aura

$$u = \int_0^\theta \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2\sin^2\theta}}.$$

Les développements des secondes parties des équations différentielles contiendront des termes trigonométriques aux arguments de la forme

$$\left(\frac{2n}{1-\mu} \pm 2m\right)\theta + \gamma = (\mathrm{N}_n \pm 2m)\,\theta + \delta_n\theta + \gamma,$$

n, m étant des entiers, γ une constante, N_n l'entier le plus proche au quotient $\frac{2n}{1-\mu}$ et $|\delta_n| \leq \frac{1}{2}$.

---

[1] Séance du 11 juin 1930.

Les secondes parties peuvent être mises sous la forme des $\frac{\sin}{\cos}(\delta_n\theta+\gamma)$ multipliés par une somme finie des expressions telles que

$$\left(a\,dn\,u+\frac{b}{dn^2u}+\frac{c}{dn^4u}+\ldots+\frac{l}{dn^{2m}u}\right)\frac{\sin}{\cos}\nu\theta,$$

ν étant un entier et $a, b, c, \ldots, l$ des constantes.

Les produits $dn^k u \frac{\sin}{\cos}\nu\theta$ sont développables en séries trigonométriques de la forme

$$\sum\frac{n^\lambda q^n \frac{\sin}{\cos} 2nx}{1\pm q^{2n}}, \qquad x=\frac{\pi}{2\mathrm{K}}u.$$

Le paramètre $q=e^{-\pi\frac{\mathrm{K}'}{\mathrm{K}}}$ est de l'ordre $\frac{1}{4}\alpha$; l'exposant λ dépend des nombres N_n. Le rapport de deux coefficients voisins de ces séries tend vers la limite q. La convergence d'une somme de telles séries sera la même que la convergence de la série au plus grand exposant λ. Pour $\frac{\sin}{\cos}(\delta_n\theta+\gamma)$ on ne peut obtenir qu'un développement numérique, δ_n n'étant pas un entier. Ces développements convergent si rapidement que la convergence des séries qui sont multipliées par elles reste presque inaltérée. Après de simples transformations et en laissant toujours de côté les inclinaisons, il est facile de ramener les seconds membres des équations à la forme

$$\sum a_{m,n}^{(k,k')}e^k e'^{k'}\frac{\sin}{\cos}[(n+\delta_m)2x+\mathrm{A}_{m,n}^{(k,k')}],$$

où les $a_{m,n}^{k,k'}$ sont des coefficients numériques, diminuant de la manière indiquée. Après cela l'intégration ne prête aucune difficulté.

Pour illustrer ces développements, une orbite périodique de premier ordre correspondant à Thule (279) a été calculée (l'exemple est emprunté à M. Brendel, *Astr. Nachr.*, 224, 1925, p. 229-236).

Les perturbations de la longitude sont :

$$\begin{aligned}
nt+\mathrm{A}=2\beta\theta+9825'',9092x-28118'',73\sin(2\beta\theta-2\delta x)&\\
-6254'',471\sin 2x+368'',664\sin 16x+9'',952\sin 30x+0'',0404\sin 42x&\\
+3688,469\sin 4x+367,049\sin 18x+4,287\sin 32x+0,0149\sin 44x&\\
+3688,879\sin 6x+270,537\sin 20x+1,781\sin 34x+0,0054\sin 46x&\\
+1112,224\sin 8x+167,483\sin 22x+0,717\sin 36x+0,0019\sin 48x&\\
+799,780\sin 10x+92,266\sin 24x+0,281\sin 38x+0,0006\sin 50x&\\
+135,096\sin 12x+46,687\sin 26x+0,108\sin 40x&\\
+192,815\sin 14x+22,127\sin 28x&
\end{aligned}$$

En comparant cette série au développement de la longitude obtenu par M. Brendel (*loc. cit.*), d'après sa nouvelle méthode, on voit que depuis $n = 15$ les coefficients de la première série diminuent plus rapidement et plus régulièrement que ceux de la seconde. Le rapport de deux coefficients adjacents de la première série diminue continuellement depuis $n = 9$ et tend vers la limite $q = 0,26$, tandis que dans la série de M. Brendel on peut constater un accroissement de ce rapport.

ASTRONOMIE. — *A propos de la première comète périodique de Tempel* 1867 II. Note (¹) de M. **Raoul Gautier**, présentée par M. Deslandres.

Découverte par Tempel en 1867, cette comète a été retrouvée en 1873 par Stephan et en 1879 par Tempel. Puis elle n'a plus été observable, son éclat ayant diminué d'apparition en apparition, et sa distance à la Terre, même en opposition périhélique, ayant toujours augmenté sous l'action perturbatrice de Jupiter de 1867 à 1873, puis de 1879 à 1885.

Je lui ai consacré en 1888, un travail publié dans les *Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève*, 29, nº 12, intitulé : « La première comète périodique de Tempel 1867 II, étude consacrée spécialement aux apparitions de 1873 et de 1879 ».

Je m'étais assuré en effet que seule l'étude de ces apparitions et de la période intermédiaire, sans perturbations sensibles des planètes, spécialement de Jupiter, permettait de fixer la valeur du moyen mouvement diurne de la comète en 1873 et en 1879.

Le premier chapitre du travail cité renferme quelques indications sur mes calculs, très avancés déjà, qui portaient sur la première apparition de la comète en 1867 puis sur le calcul des perturbations de 1867 à 1873.

J'ai repris ces calculs à partir de 1887 en arrière de 1873 à 1867, et ils sont actuellement à peu près terminés, en ce qui concerne l'orbite de la comète en 1867 et les perturbations de 1873 à 1867. Cette Note a seulement pour but de signaler ce fait pour empêcher un autre astronome de consacrer son activité à ces longs calculs, puisqu'ils sont actuellement très avancés et que j'espère les terminer dans un avenir peu éloigné.

(¹) Séance du 11 juin 1930.

THERMODYNAMIQUE. — *Comparaison des pressions explosives calculées et des pressions explosives expérimentales*. Note [1] de MM. **H. Muraour** et **G. Aunis**, présentée par M. G. Urbain.

Dans une précédente Note nous avons montré qu'il existe un accord excellent entre les pressions explosives expérimentales, corrigées du refroidissement par les parois (bombe du type Vieille, crushers de cuivre de 13/8, table de tarage avec piston libre Burlot) et les pressions calculées à partir des chaleurs spécifiques de Nernst Wohl. Nous avons continué cette étude en opérant sur une poudre à très haute température d'explosion, dont la composition était la suivante : Coton-poudre à 12,2 pour 100 Az, 52; nitroglycérine, 48; taux d'azote nitrique de la poudre, 15,22 pour 100; étirage en tubes de 8,80/4,25; épaisseur mesurée 2,38. En accord avec A. Schmidt nous avons trouvé que pour une poudre ayant cette composition le calcul du mélange gazeux dégagé ne peut être effectué sans tenir compte de la dissociation. Ces calculs ont été exécutés à partir des constantes suivantes :

Chaleur de formation : A. du coton-poudre 646^{Cal} par kilogramme à *volume constant;* B. de la nitroglycérine, 412^{Cal} par kilogramme à *volume constant.*

Constante d'équilibre du gaz à l'eau : $\dfrac{(CO)(H^2O)}{(CO^2)(H^2)} = k$. A 3400°, 12,3; à 3500°, 13,2; à 3600°, 14,1; à 3700°, 15,2.

Constante de dissociation de l'acide carbonique :

$$\log \frac{P^2CO.PO^2}{P^2CO^2} = -\frac{29490}{T} + 2,765 \log T - 0,001223.T + 1.354.10^{-7}T^2 + 1,948.$$

La température d'explosion étant très élevée, voisine de 3600°, et les déterminations de chaleurs spécifiques n'ayant pas été exécutées au-dessus de 2500°, nous avons dû extrapoler fortement les courbes de Nernst-Wohl. Nous avons adopté les valeurs suivantes :

t	3400°.	3500°.	3600°.	3700°.
H^2O	9,52	9,60	9,68	9,76
CO^2	12,06	12,14	12,22	12,30
CO	6,55	6,58	6,62	6,66
H^2	5,97	6,02	6,05	6,08
O^2	6,60	6,63	6,65	6,68
N^2	6,52	6,57	6,62	6,66

(1) Séance du 23 juin 1930.

La dissociation n'étant pas négligeable, la composition gazeuse varie pour chaque densité de chargement. Voici les résultats des calculs exécutés pour diverses valeurs de la pression maximum :

P Max = 4000 kg par cm² :

$CO^2 = 0,776$; $H^2 = 0,107$; $CO = 1,029$; $H^2O = 1,170$; $O^2 = 0,017$; $N^2 = 0,543$; $f = 11918$; $V_0 = 816$; $\alpha = 0,816$.

P Max = 2000 kg par cm² :

$CO^2 = 0,763$; $H^2 = 0,116$; $CO = 1,042$; $H^2O = 1,161$; $O^2 = 0,028$; $N^2 = 0,543$; $f = 11861$; $V_0 = 818$; $\alpha = 0,818$.

P Max = 1000 kg par cm² :

$CO^2 = 0,743$; $H^2 = 0,124$; $CO = 1,062$; $H^2O = 1,153$; $O^2 = 0,042$; $N^2 = 0,543$; $f = 11751$; $V_0 = 821$; $\alpha = 0,821$.

P Max = 500 kg par cm² :

$CO^2 = 0,719$; $H^2 = 0,134$; $CO = 1,086$; $H^2O = 1,143$; $O^2 = 0,059$; $N^2 = 0,543$; $f = 11681$; $V_0 = 825$; $\alpha = 0,825$.

A titre de comparaison, voici les résultats des calculs effectués dans l'hypothèse d'une dissociation nulle :

$CO^2 = 0,804$; $H^2 = 0,101$; $CO = 1,001$; $H^2O = 1,176$; $N^2 = 0,543$; $f = 12019$; $V_0 = 812$; $\alpha = 0,812$.

Pressions expérimentales. — Elles ont été déterminées comme il a été indiqué dans la précédente Note (écrasement du crusher à peu près constant grâce à l'emploi de pistons de différentes surfaces). La correction de refroidissement par les parois a été calculée :

1° Par la méthode précédemment indiquée (méthode A) qui consiste à porter en abscisse, pour une série d'expériences exécutées à densité de chargement constante, le rapport $\frac{S}{p} = \frac{\text{surface de refroidissement}}{\text{poids de poudre}}$, en ordonnée les pressions expérimentales et à extrapoler pour $\frac{S}{p} = 0$.

2° Par une méthode consistant à porter en abscisse le rapport $\frac{s}{p}$, en ordonnée *l'inverse* de la pression et à extrapoler pour $\frac{s}{p} = 0$ (méthode B). Nous aurons l'occasion de revenir sur cette dernière méthode, dans laquelle on cherche à tenir compte du fait que l'addition des lames d'acier dans la

bombe a pour effet d'abaisser la température des gaz et de diminuer le $\frac{n}{b}$ de calories cédées par centimètre carré de la paroi.

Voici une comparaison des pressions expérimentales corrigées du refroidissement par ces deux méthodes et des pressions calculées :

Δ.	Pressions calculées (kg/cm²).	Pressions expériment. corrigées par la méthode A.	Différence pour 100.	Pressions expériment. corrigées par la méthode B.	Différence pour 100.
0,0620.....	766	720	−6,0	784	+2,3
0,1000.....	1283	1240	−3,3	1275	−0,6
0,1800.....	2509	2500	−0,4	2522	+0,5
0,2029.....	2895	2878	−0,6	2893	−0,07
0,2850.....	4422	4553	+3	4573	+3,4

A titre d'indication voici, pour les différentes densités de chargement, les pressions expérimentales non corrigées de l'influence du refroidissement par les parois de la bombe :

Δ....	0,0620.	0,1000.	0,1800.	0,2029.	0,2850.
Pressions kg/cm²...	632	1147	2366	2765	4408

Comme nous l'avons déjà fait remarquer, la correction du refroidissement doit être considérée comme douteuse pour les basses pressions.

Si l'on remarque :

1° Que les chaleurs spécifiques ont été obtenues par une forte extrapolation;

2° Que le calcul du degré de dissociation ne peut pas, pour une température aussi élevée, être considéré comme rigoureusement exact.

L'accord obtenu doit être considéré comme très satisfaisant.

PHOTO-ÉLECTRICITÉ. — *Sur une cellule photo-électrique pour l'ultraviolet. Procédé de sensibilisation.* Note de M. **Horia Hulubei**, présentée par M. J. Perrin.

Plusieurs métaux ont été employés dans les cellules pour l'ultraviolet : Pt, seuil vers 2850 Å, potentiel accélérateur, pour avoir une bonne sensibilité, vers 2000 volts (1), (2); alliage Cd-Ag, seuil vers 2900 Å (3); cellules

(1) Kreusler, *Ann. d. Phys.*, 6, 1904, p. 412.
(2) V. Kreusler, *Ann. d. Phys.*, 82, 1927, p. 797.
(3) L. Mallet et R. Cliquet, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1031-1033.

aux alcalins, à fenêtres très minces en verre borosilicaté; Zn, Cd, etc.

J'ai été amené à construire une cellule convenable pour mes recherches actuelles dans le domaine 2800-1850 Å. J'ai choisi le palladium. Le seuil de ce métal permet de travailler dans l'ultraviolet moyen sans être gêné par la lumière du visible et de l'ultraviolet proche.

Absorbant des quantités considérables d'hydrogène il pouvait peut-être se prêter mieux à une bonne sensibilisation dans ce gaz. Une première indication dans ce sens était que l'alliage Pd-Ag, qui, pour certaines proportions, absorbe des quantités énormes d'hydrogène, donne un rendement photo-électrique maximum pour l'alliage qui en absorbe le plus (1).

Dans la pratique courante, on fait passer une décharge dans l'hydrogène avec l'électrode à sensibiliser comme cathode. On ne sait pas encore si c'est seulement l'hydrogène qui sensibilise la surface, ou s'il y a une action simultanée de l'hydrogène actif, produit par la décharge, combinée à une action mécanique de cette décharge sur la surface. Un travail récent (2) sur le potassium montre que l'hydrogène moléculaire ne provoque aucune action sensible et que ce n'est que par l'intermédiaire de sa forme active, provoquée par cette décharge, que la sensibilisation a lieu. D'autre part on sait qu'une décharge accidentelle dans une cellule conduit à une modification de son émission électronique et, très souvent, à une diminution considérable de son rendement photo-électrique. De plus, pour des conditions bien définies, on a une durée maxima pour le passage de la décharge, au delà de laquelle la sensibilisation diminue.

On peut donc penser que l'effet de l'hydrogène atomique peut être contrarié par la décharge même qui le produit, et dont les actions mécaniques auraient une influence autagoniste en limitant de ce fait l'action plus prolongée, et peut-être utile à une meilleure sensibilisation, de l'hydrogène actif.

Pour toutes ces raisons il m'a paru bon d'essayer si l'on ne peut arriver à sensibiliser les surfaces à l'aide de l'hydrogène activé, sans passer par l'intermédiaire de la décharge ayant la surface sensible comme l'une des électrodes. La surface à étudier sera exposée à l'action de l'hydrogène atomique préparé par l'une des méthodes connues actuellement; soit par la méthode de Wood, où l'hydrogène atomique est recueilli vers le milieu d'un très long tube à décharge, soit par la méthode de Franck et Cario (si

(1) F. Krüger et A. Ehmer, *Zts. f. Phys.*, 14, 1923, p. 1-5.
(2) Suhrmann Rud. et H. Theissing, *Zts. f. Phys.*, 52, 1928, p. 453.

possible), qui met à profit la dissociation de la molécule d'hydrogène par l'intermédiaire de l'atome de mercure excité à l'aide de sa raie de résonance $1^1S_0 - 2^3P_1$ (4,9 volts). Cette méthode permettra de distinguer les effets de l'hydrogène actif et ceux de la décharge elle-même sur la surface étudiée.

Même si l'effet initial de la décharge pouvait avoir un rôle dans la sensibilisation, dans le sens d'une préparation convenable de la surface, il est intéressant de connaître l'action postérieure de l'hydrogène atomique seul, sur le rendement photo-électrique.

Les résultats avec le palladium ont été encourageants. Ce métal était déposé cathodiquement dans une atmosphère d'hydrogène. Le rendement photo-électrique de cette surface exposée à l'action de l'hydrogène activé était considérablement amplifié. Le passage postérieur d'une décharge diminuait beaucoup le rendement précédemment obtenu. Une nouvelle exposition convenable à l'action de l'hydrogène activé rétablissait le bon rendement à peu de chose près.

Il reste à essayer sur d'autres métaux le résultat de cette méthode. Quelques essais préliminaires sur le potassium fraîchement distillé et exposé à l'action d'un courant d'hydrogène actif, produit dans un dispositif de Wood, font espérer que l'on pourra appliquer cette méthode aux alcalins. La couleur caractéristique des alcalins sensibilisés peut être provoquée par la seule action d'un courant d'hydrogène atomique.

Les cellules construites pour mes travaux sont du type à anode centrale et à cathode disposée en corps noir. Fenêtre d'entrée en quartz. Le palladium est déposé sur un support résistant d'argent. Une décharge lente, sous 1200 volts maximum, sous une pression d'hydrogène de quelques dixièmes de millimètre, conduisant à un dépôt brillant, donne les surfaces les meilleures au point de vue rendement. Après sensibilisation, le dépôt a une teinte grisâtre à reflets d'acier. Il est à recommander d'avoir un osmorégulateur sur la cellule, ce qui permet de régler, selon les besoins, la pression d'hydrogène suivant la sensibilité à obtenir, ou d'en introduire si, à la longue, il est absorbé par la couche de palladium.

Seuil vers 2850 Å ; potentiel accélérateur 120-480 volts, selon la pression en hydrogène dans la cellule et la sensibilité à obtenir. Avec 240 volts et un électromètre Curie la lumière de résonance de la vapeur de mercure peut être mesurée très aisément. On pouvait craindre que cet excès de sensibilisation ne soit pas durable ; je n'ai pas pu observer une variation de la sensibilité. En travaillant sous sensibilité maxima, la stabilité était tout à fait bonne.

Dans le cas du palladium, la distribution spectrale des rendements, rapportés à l'énergie absorbée, permet une très bonne utilisation de la cellule ainsi construite, jusqu'à la limite de transparence du quartz.

OPTIQUE. — *Analyse spectrographique des diverses fluorescences de l'huile d'olive, observées sous les rayons ultraviolets.* Note de MM. **Henri Marcelet** et **Henri Debono**, présentée par M. C. Matignon.

Les huiles utilisées pour ce travail proviennent de Tunisie, Algérie et Maroc; elles présentent sous les rayons ultraviolets, convenablement filtrés, des fluorescences très diverses, mauve, jaune, abricot, vert, blanchâtre, chocolat qui ne correspondent naturellement pas à la couleur de l'huile observée au jour.

Nous avons voulu rechercher si par la spectrographie il était possible d'enregistrer les différences que l'œil constate si nettement et voir, en outre, si dans chacun des spectrogrammes obtenus, on retrouverait la caractéristique de l'huile d'olive, malgré les différences énormes de fluorescence.

Nous avons suivi la technique indiquée par l'un de nous dans une précédente Note présentée à la séance du 12 mai dernier. Nous avons enregistré les spectrogrammes de chaque huile, avec les mêmes temps de pose, sur des plaques micropanchromatiques Lumière ordinaires et sur les mêmes plaques après les avoir hypersensibilisées au moment de l'emploi par le pantochrome.

Spectres d'émission. — Toutes les huiles ont donné entre 5700 et 6900 U. A. une plage lumineuse (enregistrée en foncé sur les clichés négatifs), accusant très nettement, avec certaines huiles, un maximum d'intensité entre 6650 et 6900 U. A. qui correspondrait à la raie signalée par certains auteurs comme caractéristique de l'huile d'olive. Or, elle n'existe pas dans tous les spectrogrammes, tandis que la plage a toujours été visible.

Nous avons observé cette raie dans les huiles ayant une fluorescence mauve, brique ou abricot, tandis que nous ne l'avons pas vue avec les fluorescences jaune, verte ou blanchâtre.

Cependant, avec une huile donnant cette dernière fluorescence, nous avons constaté que la plaque hypersensibilisée avait enregistré la raie alors que la plaque ordinaire ne l'avait pas notée. De même les plaques hypersensibilisées accusent, pour les huiles à fluorescences verte ou blanchâtre, une plus grande étendue à la plage trouvée sur les plaques ordinaires

comme allant de 5700 à 6900. Ainsi, pour les huiles à fluorescence verte, elle s'étend de 5200 à 6900 sans interruption et pour les autres de 4950 à 5500, puis de 5700 à 6900.

Spectres d'absorption. — Toutes les huiles ont nettement montré deux plages situées l'une de 4380 à 4750 et l'autre de 5640 à 6900. Dans cette dernière, les plaques hypersensibilisées ont décelé, comme précédemment, dans les huiles à fluorescences mauve, abricot ou blanchâtre une zone plus lumineuse allant de 6650 à 6900.

De plus, les mêmes plaques ont enregistré pour les huiles à fluorescences abricot ou jaune une plage s'étendant de 3825 à 4280, légèrement plus marquée vers ce dernier chiffre et pour les fluorescences blanchâtres une plage s'étendant de 5000 à 5640.

Les plages caractéristiques de l'huile d'olive paraissent donc, d'une façon générale, situées pour le spectre d'émission entre 5700 et 6900 U. A. avec parfois une zone plus accentuée entre 6650 et 6900 et pour le spectre d'absorption entre 4380-4750 et 5640-6900 avec parfois, comme précédemment, une zone plus accentuée vers 6900.

Les petites différences observées entre les spectrogrammes obtenus avec les huiles présentant des fluorescences différentes ne sont pas suffisamment marquées pour pouvoir modifier sensiblement le spectre de l'huile d'olive.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la relation de plusieurs réactions d'entraînement du polonium, avec l'existence, sous forme de précipités colloïdaux centrifugeables, de dérivés insolubles de ce radioélément.* Note (¹) de M. **Marcel Guillot**, présentée par M. Georges Urbain.

J'ai montré, en collaboration avec Mlle C. Chamié (²), qu'on pouvait étudier l'hydrolyse du chlorure de polonium, dans des solutions d'acidité décroissante, en centrifugeant ces solutions, sans addition d'entraîneur chimique étranger. Le produit d'hydrolyse forme en effet de lui-même un précipité colloïdal. Cette précipitation est presque totale en milieu neutre, alors qu'elle est infime en milieu glycériné, même neutre.

Je me suis alors demandé si de tels phénomènes de précipitation indé-

(¹) Séance du 23 juin 1930.

(²) C. Chamié et M. Guillot, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1187.

pendante, de dérivés très insolubles du polonium, ne pourraient pas rendre compte de certaines réactions d'entraînement de ce radioélément. Pour vérifier cette hypothèse j'ai tenté de mettre en évidence, par centrifugation, des précipités de dérivés poloniés, autres que le produit d'hydrolyse, dans les conditions où l'on sait que l'entraînement par une trace d'un composé métallique étranger se fait avec un rendement très élevé.

1. *Insolubilité du sulfure en milieu chlorhydrique normal.* — Une solution de 2 U.E.S. en 5^{cm^3} d'HClN est saturée d'H^2S. En 90 minutes on centrifuge 97,5 pour 100 du polonium [il faut remarquer que dans ces conditions d'acidité aucune précipitation par hydrolyse n'a lieu ([1])].

2. *Réduction par le chlorure stanneux en milieu acide.* — Une solution de 0,5 U.E.S., en 6^{cm^3} d'HClN contenant 10 pour 100 de $SnCl^2$, est centrifugée une heure. Le dépôt est de 95 pour 100 du polonium total.

3. *Précipitation du thiosulfocarbamate en milieu neutre* ([2]). — Une solution neutre de polonium, additionnée de diéthylthiosulfocarbamate de sodium, donne un précipité centrifugeable de 87 pour 100 (pour 2 U.E.S., en 1 heure), en grande partie soluble directement dans le chloroforme, sans entraîneur. Il y a donc eu précipitation du complexe, en même temps que du composé d'hydrolyse.

Rapprochons ces différents résultats de ceux des réactions d'entraînement déjà connues, dont le rendement est à peu près total.

État probable du polonium.	Entraîneurs.	Rendement pour 100.	Auteurs.
Hydroxyde précipité (ammoniaque normale)...........	Hydroxyde Bi^{III}.	97	*Escher* ([3]), p. 19.
Hydroxyde précipité (NaOH, 0,8N)....................	Hydroxydes { Bi^{III}.	98	Id.
	Hydroxydes { Fe^{III}.	99	Id.
Hydroxyde précipité.........	Hydroxyde ferrique colloïdal coagulé par SO^4K^2.	97	*Brennen* ([4]), p. 13.
Sulfure précipité (HClN)....	Sulfures Bi^{III}, Cu^{II}, Hg^{II}.	> 99	*Escher*, p. 19.
Thiosulfocarbamate (et hydroxyde?) précipités... ...	Thiosulfocarbamate Bi^{III}.	env. 99	*Guillot* ([2]).
Polonium métallique réduit ($HClN.SnCl^2$ 10 %).......	Te réduit, Au réduit.	99	*Escher*, p. 19.

Ainsi, dans tous ces cas, où plus de 97 pour 100 du polonium sont entraî-

([1]) *Loc. cit.*
([2]) M. Guillot, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 590.
([3]) Escher-Desrivières, *Th. Doct. Sc. Paris*, 1926.
([4]) J.-H. Brennen, *Th. Doct. Sc. Paris*, 1925.

nables par un précipité étranger, on peut, sans addition d'entraîneur, mettre en évidence par centrifugation la précipitation autonome d'un dérivé insoluble du radioélément. La condition nécessaire à l'entraînement semble donc être ici la double insolubilité de l'entraîneur et de l'entraîné. Ce résultat s'accorde entièrement avec la règle de Fajans.

D'autre part les réactions d'entraînement partiel du polonium par des précipités chimiques ont lieu le plus souvent (Escher, p. 20, 26-27, 30; Brennen, p. 17) soit en milieu acide, soit en milieu très alcalin. Or on a vu ([1]) qu'à des concentrations en acide chlorhydrique $> \frac{N}{10}$ les solutions ne fournissent sensiblement plus de précipité centrifugeable. J'ai constaté de plus que le composé d'hydrolyse était également soluble dans la soude. En milieu NaOH.5N, on ne centrifuge plus que 3,5 pour 100 du polonium en 1 heure pour 0,4 U.E.S. en 5^{cm^3}. En milieu acide ou fortement alcalin, les entraînements semblent donc attribuables à des adsorptions sélectives du polonium ionisé soluble.

Il est à remarquer que les conditions de redissolution de l'hydroxyde dans la soude 5N, ainsi que sa non-précipitation en milieu glycériné neutre, le rapprochent de l'acide tellureux, plus que de l'hydroxyde de bismuth. La discussion et l'exposé détaillés de ces recherches feront l'objet d'une publication ultérieure plus étendue.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la réduction irréversible des oxydes d'azote par l'acide sulfureux.* Note de MM. **A. Sanfourche** et **L. Rondier**, transmise par M. H. Le Chatelier.

Une partie plus ou moins importante de la perte en produits nitreux, au cours de la fabrication de l'acide sulfurique par le procédé des chambres de plomb, est due à leur réduction poussée au delà de l'oxyde nitrique, les amenant à l'état d'oxyde nitreux ou d'azote, inaptes l'un et l'autre à la réoxydation.

Les plus récentes recherches sur ce sujet sont dues à M. Graire ([2]); elles concernent l'action de l'acide sulfureux sur les oxydes d'azote en présence d'acide sulfurique à diverses concentrations et ont confirmé dans leurs conclusions essentielles les anciens travaux de Lunge, de Raschig et de Vorster, à savoir que la réduction irréversible croît avec la dilution de l'acide sulfu-

([1]) C. Chamié et M. Guillot, *loc. cit.*

([2]) *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 292.

rique. Mais comme elles étudient ces réactions seulement à la température ambiante, nous avons estimé utile de les reprendre, d'une façon systématique, en variant davantage les conditions expérimentales et en opérant hors de la présence des réactifs analytiques, dont certains, comme le sulfate ferreux utilisé par M. Graire, peuvent être suspectés d'exercer eux-mêmes une action réductrice.

Notre étude a embrassé des températures allant de 20° à 175°, avec des concentrations d'acide sulfurique comprises entre 48 et 78 SO^4H^2 pour 100 (40° à 60° B.). La teneur en gaz sulfureux a été d'abord fixée à 6,5 pour 100 en volume; puis à 2 pour 100.

Le mode opératoire était le suivant : l'azote, l'oxygène et le gaz sulfureux étaient mélangés dans les proportions volumétriques respectives 84,85 — 8,65 — 6,50 pour 100 (ce dernier ramené à 2 pour 100 dans la seconde série d'essais), les mesures étant faites au moyen de manomètres différentiels. L'oxyde nitrique n'était ajouté qu'au moment de l'entrée dans l'appareil à réaction, sa proportion correspondant à la teneur de $10^g,94$ par mètre cube; cela représentait à peu près 0,8 pour 100 en volume, quantité trop faible pour se prêter au même genre de mesure. Aussi ce gaz était-il emmagasiné à l'avance dans la chambre graduée d'un nitromètre, d'où on le déplaçait par un écoulement régulier de mercure dans la seconde branche. L'appareil consistait essentiellement en un gros barboteur de Cloez de 350^{cm^3}, contenant 50^{cm^3} d'acide sulfurique et maintenu par un bain d'huile à la température voulue; le mélange gazeux, mis en circulation par une aspiration en queue, traversait cet acide, puis passait dans une boule à eau oxygénée qui, oxydant les gaz réducteurs encore présents, mettait un terme à toutes les réactions possibles. Les gaz arrivaient finalement dans un grand ballon de 14 litres dans lequel une dépression préalable servait à régler la circulation au cours de l'expérience; ils y séjournaient une nuit au contact d'une nouvelle dose d'eau oxygénée.

Chaque essai portait sur 3,3 litres de mélange gazeux et durait 83,5 minutes; on établissait ensuite le bilan de l'opération en dosant les oxydes d'azote récupérables dans l'acide sulfurique et les solutions d'eau oxygénée. Une série d'essais à blanc avait montré que, le mélange gazeux passant dans l'appareil sans traverser l'acide sulfurique chauffé, on retrouve en moyenne 97,5 pour 100 de l'oxyde azotique mis en œuvre; les 2,5 manquant proviennent soit des imperfections de l'analyse, soit de la réduction exercée par l'anhydride sulfureux en phase gazeuse à la température ambiante. Le taux de la réduction irréversible au contact de l'acide sulfurique était par consé-

quent évalué en retranchant de 97,5 le pourcentage d'oxydes d'azote récupérés, traduits en oxyde azotique. Les tableaux suivants indiquent ce coefficient de réduction irréversible, avec une exactitude dont l'approximation peut être estimée à 2 pour 100.

Concentration en gaz sulfureux : 6,5 pour 100.

Température	20°.	50°.	70°.	90°.	100°.	110°.	120°.	130°.	150°.	175°.
Acide 48,4 % (40° B.)	3	24	41	33	–	22	–	–	–	–
» 55,3 » (45° B.)	3	6	25	36	–	21	–	–	–	–
» 62,5 » (50° B.)	2	5	15	24	–	19	–	–	–	–
» 70 » (55° B.)	–	1	1	15	19	23	23	23	–	–
» 78 » (60° B.)	–	0	–	0	–	1	–	8	13	9

Concentration en gaz sulfureux : 2 pour 100.

Température	50°.	70°.	90°.	110°.	120°.
Acide 48,4 pour 100	8	29	31	24	–
» 55,3 »	2	9	30	23	–
» 62,5 »	0	–	20	22	–
» 70 »	–	–	9	16	19

La réduction passe par un maximum pour chaque concentration d'acide sulfurique ; ce maximum est plus aigu, plus élevé et situé à plus basse température pour les acides faibles que pour les acides concentrés. La dégradation est en général moins prononcée avec la concentration de 2 pour 100 en gaz sulfureux, quoique l'on constate vers 110° une zone où la plupart des coefficients se rapprochent, quels que soient les facteurs.

On ne doit pas négliger d'observer que ces résultats dépendent essentiellement des conditions opératoires, en particulier du temps de contact des gaz avec l'acide sulfurique ; comparables entre eux et pouvant donner des indications pour la surveillance d'une fabrication, ils ne sauraient représenter en valeur absolue ce qui se passe dans les appareils industriels, les volumes relatifs, les surfaces et les durées de contact étant alors très différents de ce que nous avons réalisé dans nos expériences.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur la microanalyse de l'ion calcium.*
Note de MM. **A. Astruc** et **M. Mousseron**, transmise par M. M. Delépine.

En poursuivant l'étude du microdosage du calcium, dont nous avons donné une méthode à l'état de tungstate (1), nous nous sommes demandé s'il ne serait pas préférable d'utiliser une réaction plus spécifique de ce métal, permettant de le doser dans les liquides biologiques. Et nous avons pensé à la précipitation du calcium à l'état de nickelo-nitrite de calcium et de potassium, $Ni(NO^2)^6K^2Ca$ (les autres alcalino-terreux étant précipités aussi, mais se trouvant à des doses tellement infimes dans les matériaux analysés, que leur présence peut être considérée, en l'espèce, comme négligeable).

Les groupements NO^2 du nickelo-nitrite seraient ensuite réduits par l'hydrogène naissant en ammoniaque, facile à entraîner par la vapeur d'eau, et à doser alcalimétriquement.

Pour effectuer l'insolubilisation du Ca à l'état de nickelo-nitrite de Ca et de K, nous avons dû, tout d'abord, préparer un réactif à base de nitrite de K et de nitrate de Ni; or, ce dernier sel, même livré chimiquement pur, renferme toujours des traces de cobalt que l'on doit éliminer pour éviter la formation simultanée de cobaltinitrite insoluble qui souillerait le précipité de nickelo-nitrite; et, d'autre part, le nitrite de K commercial renferme toujours des traces de calcium qu'il faut également éliminer. Le long et délicat travail de purification et de préparation du réactif nickelo-nitrite sera, par l'un de nous, indiqué par ailleurs.

Ainsi obtenu, ce réactif fournit avec des doses de calcium bien inférieures à 1^{mg} un précipité cristallin jaune, de nickelo-nitrite de Ca et de K, peu soluble dans l'eau froide, décomposé par l'eau bouillante, soluble dans l'acide acétique et spécifique du groupe des alcalino-terreux, le cuivre, le manganèse, l'aluminium, le fer, le zinc, le magnésium, ne précipitant aucunement.

L'élimination de l'excès de liqueur précipitante a présenté aussi quelques difficultés que nous avons résolues par l'emploi de l'acétone diluée à 20 pour 100 dans l'eau distillée, liquide qui ne dissout que des traces

(1) A. Astruc, M. Mousseron et Mlle Bouissou, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 376; M. Mousseron et Mlle Bouissou, *Bul. Soc. Chim. biol.*, **12**, 1930, p. 482.

infimes de nickelo-nitrite de Ca et de K, dont il est facile, dans un dosage d'extrême précision, de tenir compte; un dernier lavage est effectué à l'alcool-éther.

Voici comment nous proposons d'opérer pour effectuer le dosage : Dans un tube à centrifugeuse, introduire $0^{mg},50$ environ de Ca, 5^{cm^3} de réactif nickelo-nitrite; mélanger, sans frotter les parois, et abandonner pendant 5 heures; centrifuger le précipité obtenu; le laver deux fois avec, tout au plus, 1^{cm^3} d'acétone diluée chaque fois (qui dissout $0^{mg},02$ de Ca, ce qui est pratiquement insignifiant), puis une dernière fois avec 2^{cm^3} d'alcool-éther à parties égales.

Le composé ainsi purifié est dissous dans 5^{cm^3} d'eau distillée, et la solution additionnée de 1^{cm^3} de NaOH à 15 pour 100 est introduite dans l'appareil de Parnas et Wagner avec 100^{mg} de poudre d'aluminium et une petite quantité de poudre de zinc.

Le dégagement de H, assez intense, avec production de mousse, est poursuivi durant 30 minutes, en chauffant progressivement. Puis, on entraîne NH^3 par un courant de vapeur d'eau, dans un volume connu de SO^4H^2 N/100. Le dosage acidimétrique est effectué par NaOH N/100, à la microburette, en présence de rouge de méthyle, qui vire très nettement.

A $Ni(NO^2)^6CaK^2$, soit à 6Az, correspond 1Ca;

A 1^{cm^3} SO^4H^2 N/100 saturé par NH^3, correspond $0^{mg},0666$ Ca.

Il est donc facile de calculer la teneur en calcium de la quantité de produit mis en œuvre.

Essayé sur une solution titrée de Cl^2Ca, le procédé que nous préconisons nous a donné :

Ca mis en expérience.	Ca trouvé.
mg	mg
0,30	0,28
0,50	0,48
0,70	0,68
1,00	0,98

Les résultats sont donc exacts; et ce nouveau procédé de microdosage du calcium va recevoir de multiples applications dans certaines recherches biologiques et alimentaires, effectuées dans nos laboratoires.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Phénols bromodiiodés, composés trihalogénés symétriques.* Note de MM. **P. Brenans** et **K. Yeu**, transmise par M. Delépine.

Dans cette Note, nous étudions deux phénols bromodiiodés : l'un d'eux, le bromo-6-diiodo-2.4-phénol, est nouveau; nous l'avons obtenu par l'action du brome sur une solution acétique du diiodo-2.4-phénol. L'autre est le bromo-4-diiodo-2.6-phénol, déjà connu, que nous avons préparé par une méthode nouvelle, par action du brome sur le diiodo-2.6-phénol en solution acétique.

I. Bromo-6-diiodo-2.4-phénol. — Le diiodo-2.4-phénol employé pour cette préparation a été obtenu par le procédé indiqué par l'un de nous ([1]), puis séparé du triiodo-2.4.6-phénol formé en même temps par entraînement à la vapeur d'eau. Le triiodophénol non entraîné a été purifié en préparant son éther acétique et en saponifiant ce dernier : il fournit dans l'action réductrice du zinc et de l'acide acétique le diiodo-2.4-phénol qu'on a aussi utilisé à cette préparation.

Une solution renfermant une partie de phénol triiodé pour quatre parties d'acide acétique, additionnée d'une partie de poudre de zinc, est maintenue à l'ébullition une heure : il se forme une quantité notable du diiodo-2.4-phénol qu'on précipite par l'eau de la solution acétique et purifie par entraînement à la vapeur d'eau : il fond à 71°-72°, son éther acétique à 71°. Le triiodophénol non transformé sert à une nouvelle préparation du diiodo-2.4-phénol.

Pour obtenir le bromo-6-diiodo-2.4-phénol on ajoute, à une solution de $10^g,38$ de diiodo-2.4-phénol dans 60^{cm^3} d'acide acétique refroidie vers 25°, une dissolution de 5^g de brome dans 10^{cm^3} d'acide acétique. La liqueur, dont la température s'est élevée, dépose à froid le bromodiiodophénol en aiguilles qu'on sépare des eaux mères après un contact de quelques heures. On étend celles-ci avec de l'eau qui fournit un précipité; on enlève l'excès de brome avec du gaz sulfureux. L'ensemble du précipité et des cristaux pèse de 10 à 12^g.

Purifié par cristallisation dans l'alcool, le bromo-6-diiodo-2.4-phénol est en aiguilles blanches, fusibles à 128°. Il est très soluble dans la plupart des solvants usuels, moins dans l'alcool et l'acide acétique, soluble dans une solution de carbonate de sodium. Cette solution concentrée fournit, déjà à froid, plus rapidement à chaud, un corps

---

([1]) P. Brenans, *Comptes rendus*, **132**, 1901, p. 831.

rouge, insoluble, renfermant du brome et de l'iode, peu soluble dans les solvants organiques, rappelant par son aspect la tétraiododiphénylènequinone. La liqueur alcaline séparée de ce composé renferme aussi du brome et de l'iode.

Pour mieux caractériser ce bromodiiodophénol, on a préparé son éther acétique, son éther benzoïque et son éther-oxyde éthylique.

Éther acétique : $C^6H^2(Br).6.(I^2)$-2.4-$(O.COCH^3)$-1. — On maintient une heure à l'ébullition un mélange de $6^g,15$ du phénol bromodiiodé avec 15^g d'anhydride acétique. On verse la solution refroidie dans beaucoup d'eau. Le précipité essoré, lavé, séché, est dissous dans l'alcool chaud; par refroidissement de la solution, l'éther-sel cristallise en aiguilles fines, soyeuses, fusibles à 121°.

Éther benzoïque : $C^6H^2(Br)$-6-(I^2)-2.4-$(O.COC^6H^5)$-1. — Obtenu en chauffant vers 125° une heure durant, le bromodiiodophénol avec un excès de chlorure de benzoïle. Le mélange refroidi, pris en masse, est purifié en le lavant avec une solution alcaline étendue et tiède, puis par cristallisation dans l'alcool additionné de benzène. Lamelles agglomérées, brillantes, incolores, fusibles à 118°, très solubles dans le benzène, moins dans l'alcool et l'acide acétique.

Éther-oxyde éthylique : $C^6H^2(Br)$-6-(I^2)-2.4-(OC^2H^5)-1. — Une dissolution de $2^g,15$ du phénol bromodiiodé dans 20^g d'alcool absolu, additionnée de 5 à 8^{cm^3} de soude N, et de 3^g d'iodure d'éthyle, est maintenue une heure à l'ébullition; l'éther formé précipite bientôt sous forme d'une huile. On distille l'alcool, étend le résidu avec de l'eau, recueille l'éther qui s'est solidifié, le lave avec une solution de soude étendue, puis à l'eau. Cristallisé dans l'alcool, il est en aiguilles longues, fines, réfringentes, fusibles à 76°.

II. Bromo-4-diiodo-2.6-phénol. — Le diiodo-2.6-phénol-1 pur qui nous a servi provenait de la saponification de son éther acétique, de point de fusion 108°. L'action du brome sur ce phénol a été faite dans les mêmes conditions que celle du brome sur l'isomère 1.2.4. Le bromo-4-diiodo-2.6-phénol ainsi préparé fond à 128°; il a été identifié avec un échantillon du même corps obtenu [1] par un autre procédé.

Son éther benzoïque constitue des tables jaunâtres, fusibles à 124°, très solubles dans les solvants usuels, l'alcool excepté.

---

(1) P. Brenans et Ch. Girod, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1128.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'acide styrallylallylacétique et sa cyclisation en dérivé tétrahydronaphtalénique. Préparation de la diméthylnaphtaline*-1.4. Note de M. G. **Darzens**, présentée par M. Béhal.

J'ai montré précédemment que l'acide benzylallylacétique était susceptible de se cycliser pour donner un acide tétrahydrométhylnaphtalène carbonique, qui permet d'obtenir l'acide méthylnaphtalénique, puis la méthylnaphtaline correspondante. En collaboration avec M. Heinz, j'ai généralisé cette réaction à l'acide paraxylyllallylacétique, c'est-à-dire à un homologue méthylé dans le noyau aromatique ([1]). Je me propose, dans la présente Note, de montrer qu'elle est également applicable à l'acide styrallylallylacétique, c'est-à-dire à un homologue méthylé dans la chaîne latérale.

Ce travail a nécessité la préparation successive de l'ester styrallylmalonique, puis de l'éther styrallylallylmalonique par l'action du bromure de styrallyle et du bromure d'allyle sur l'éther malonique en présence de sodium.

La saponification de cet éther styrallylallylmalonique a permis ensuite d'obtenir l'acide styrallyllallylacétique par décomposition de l'acide malonique correspondant, suivant les réactions :

$$C_6H_5-CHBr-CH^3 \rightarrow C_6H_5-CH(CH^3)-CH(CO^2C^2H^5)_2 \rightarrow C_6H_5-CH(CH^3)-C(CO^2C^2H^5)_2-CH^2-CH=CH^2 \rightarrow C_6H_5-CH(CH^3)-CH(CO^2H)-CH^2-CH=CH^2$$

La préparation de ces différents corps n'a présenté aucune difficulté en suivant la technique donnée dans la Note sur la préparation de l'acide paraxyllylallylacétique. L'éther styrallylmalonique est un liquide incolore, visqueux, d'odeur balsamique très faible, distillant à 146-148°, sous 6^{mm}. L'éther styrallylallylmalonique est de même un liquide visqueux d'odeur faible distillant à 174-176°, sous 12^{mm}.

Quant à l'acide malonique correspondant à ce dernier ester, il se décompose avant toute distillation lorsqu'on le chauffe dans le vide vers 150-160°,

---

([1]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 184.

pour donner l'acide styrallylallylacétique, mais ce dernier présente la particularité de se lactoniser avec la plus grande facilité, en sorte que par distillation, même dans un vide très poussé, on n'obtient pas un point d'ébullition fixe, ce qui indique dans le distillat le mélange de deux corps.

C'est ainsi, par exemple, que sous un vide de 9^{mm}, la distillation s'effectue entre 130 et 170°, et le distillat présente l'odeur assez caractéristique des lactones de cette série. En reprenant le distillat par une solution de carbonate de soude, on en isole facilement la styrallylvalérolactone qui a pris naissance en abondance conformément à l'équation

$$C_6H_4\begin{cases}CH(CH^3)\\CH\!-\!CH^2\!-\!CH\!=\!CH^2\\CO^2H\end{cases}\;\rightarrow\;C_6H_4\begin{cases}CH(CH^3)\\CH\!-\!CH^2\!-\!CH\!-\!CH^3\\CO\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!O\end{cases}$$

Cette lactone, d'odeur spéciale, mais très faible, distille à 126-128° sous 6^{mm}. Dans l'impossibilité d'obtenir l'acide styrallyllallylacétique pour le transformer en acide tétrahydronaphtalénique correspondant, j'ai eu recours à la méthode de transformation par isomérisation de la styrallylvalérolactone en acide tétrahydrodiméthylnaphtalène carbonique, méthode que j'ai indiquée dernièrement pour la transformation correspondante de la benzylvalérolactone ([1]).

Cette méthode consiste à effectuer cette isomérisation par chauffage prolongé de la lactone avec de l'acide sulfurique de formule $H^2SO^4 3H^2O$, et j'ai pu alors sans difficulté obtenir l'acide hydronaphtalénique cherché sous l'aspect d'un liquide très visqueux, distillant à 160-165° sous 8^{mm}, il ne m'a pas été possible, jusqu'à présent, de l'obtenir à l'état cristallisé.

Sa déshydrogénation s'effectue sans difficulté par chauffage avec du soufre, suivant la technique déjà indiquée pour l'acide correspondant à l'acide benzylallyllacétique.

On obtient ainsi l'acide diméthylnaphtalène carbonique cristallisé facile à purifier par cristallisation dans l'acide acétique à 80 pour 100 et fondant à 167°. Enfin le sel de chaux de cet acide distillé dans le vide avec un excès d'hydrate de chaux m'a permis d'obtenir la diméthylnaphtaline-1.4, identique à celle déjà préparée par Cannizzaro en chauffant la santonine avec de la poudre de zinc. Cette identification a été faite par le picrate qui fond

---

([1]) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1305.

à 139-140°. L'ensemble de ces réactions est représenté par les formules

CH^3
|
CH
$CH—CH^2—CH—CH^3$
|
CO———CO

CH^3 | CH $CH—CO^2H$ CH^2 CH | CH^3 → CH^3 CO^2H CH^3 → CH^3 1 4 CH^3

Les homologues de l'alcool styallylique sont faciles à préparer par l'action d'un réactif de Grignard sur l'aldéhyde benzoïque, il en résulte que la méthode qui vient d'être donnée permettra de préparer sans difficulté les méthylalcoylnaphtaline homologues 1.4; c'est ce que je me propose de publier prochainement.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Étude de la heulandite au moyen des rayons X.* Note de M. **Wyart**, présentée par M. Wallerant.

La heulandite, silicate hydraté d'aluminium et de calcium pouvant renfermer des quantités notables de métaux alcalins, a attiré par ses propriétés curieuses l'attention de nombreux chercheurs. Ce minéral cristallise dans le système monoclinique avec des axes sensiblement rectangulaires : $\beta = 88°34'$, les paramètres généralement adoptés sont 0,4025 : 1 : 0,4293.

J'ai déterminé au moyen des rayons X, par les méthodes de Laüe et du cristal tournant, la maille cristalline et le groupe de symétrie de Schœnfliess-Federow de ce corps, en opérant sur des échantillons de provenances diverses et ayant des compositions chimiques aussi différentes que possible. On trouve ainsi pour maille un parallélépipède centré dont les arêtes sont parallèles aux axes cristallographiques du cristal. Les valeurs des paramètres, pour les différents cristaux étudiés, diffèrent très peu des nombres

suivants obtenus avec une heulandite provenant de Taigarhorn (Islande) :

$$a = 7,45\ \text{Å}, \qquad b = 17,80\ \text{Å}, \qquad c = 15,85\ \text{Å}.$$

On voit immédiatement que le rapport $\frac{a}{c} = \frac{7,45}{15,85} = 0,470$ donné par les rayons X coïncide parfaitement avec le rapport $\frac{a}{2c} = \frac{0,4025}{2 \times 0,4293} = 0,470$ donné par les mesures d'angles. Il n'en est plus de même pour les rapports $\frac{c}{b}$ et $\frac{a}{b}$. Je crois qu'il faut accorder plus de confiance aux nombres donnés par les rayons X, la précision des mesures goniométriques étant ici très limitée par les mauvaises images que donnent les faces inclinées sur l'axe de symétrie. On adoptera alors les paramètres suivants :

$$0,418 : 1 : 0,890.$$

L'interprétation des clichés donne directement le réseau polaire du cristal. Celui-ci a pour maille un prisme oblique à base losange et ne présente aucune disparition systématique de nœuds dans le plan de symétrie.

Seuls les groupes de recouvrement C_s^3, C_2^3, C_{2h}^3 de Schœnfliess-Federow possèdent un tel réseau polaire. Comme la heulandite n'est pas hémiédrique, il faut admettre pour ce cristal le groupe C_{2h}^3.

Les valeurs des paramètres données plus haut correspondent à une maille centrée, double de la maille élémentaire la plus simple du réseau. La détermination de la densité et la connaissance de la composition chimique centésimale pour chacun des cristaux étudiés permet le calcul de la masse de cette maille et du nombre des atomes qui y sont contenus. On trouve ainsi pour les atomes électropositifs des nombres variables d'un échantillon à l'autre, le plus souvent fractionnaires. Quant à l'oxygène, seul élément électronégatif présent dans la heulandite, on trouve pour lui un nombre d'atomes constant à la précision des expériences près et égal à 36. Dans ce nombre ne sont pas comptés les atomes d'oxygène appartenant aux molécules d'eau, qui jouent dans la structure un rôle tout à fait particulier.

Voici, pour des heulandites de Taigarhorn, de Berufjord (Islande) et de Botucaray (Uruguay), de densités respectivement égales à 2,217, 2,206 et 2,192 les résultats trouvés [1] :

---

[1] Analyses extraites du *Handbuch der MineralChemie* de Dœlter, II, 3 Teil, p. 174.

O.	Si.	Al.	Ca.	K.	Na.	Mg.	H^2O.
35,94	13,67	4,17	1,69	0,34	0,914	0,027	12,20
35,92	13,44	4,52	1,75	0,13	0,738	–	13,19
35,45	13,31	4,506	1,453	0,956	0,272	–	12,40

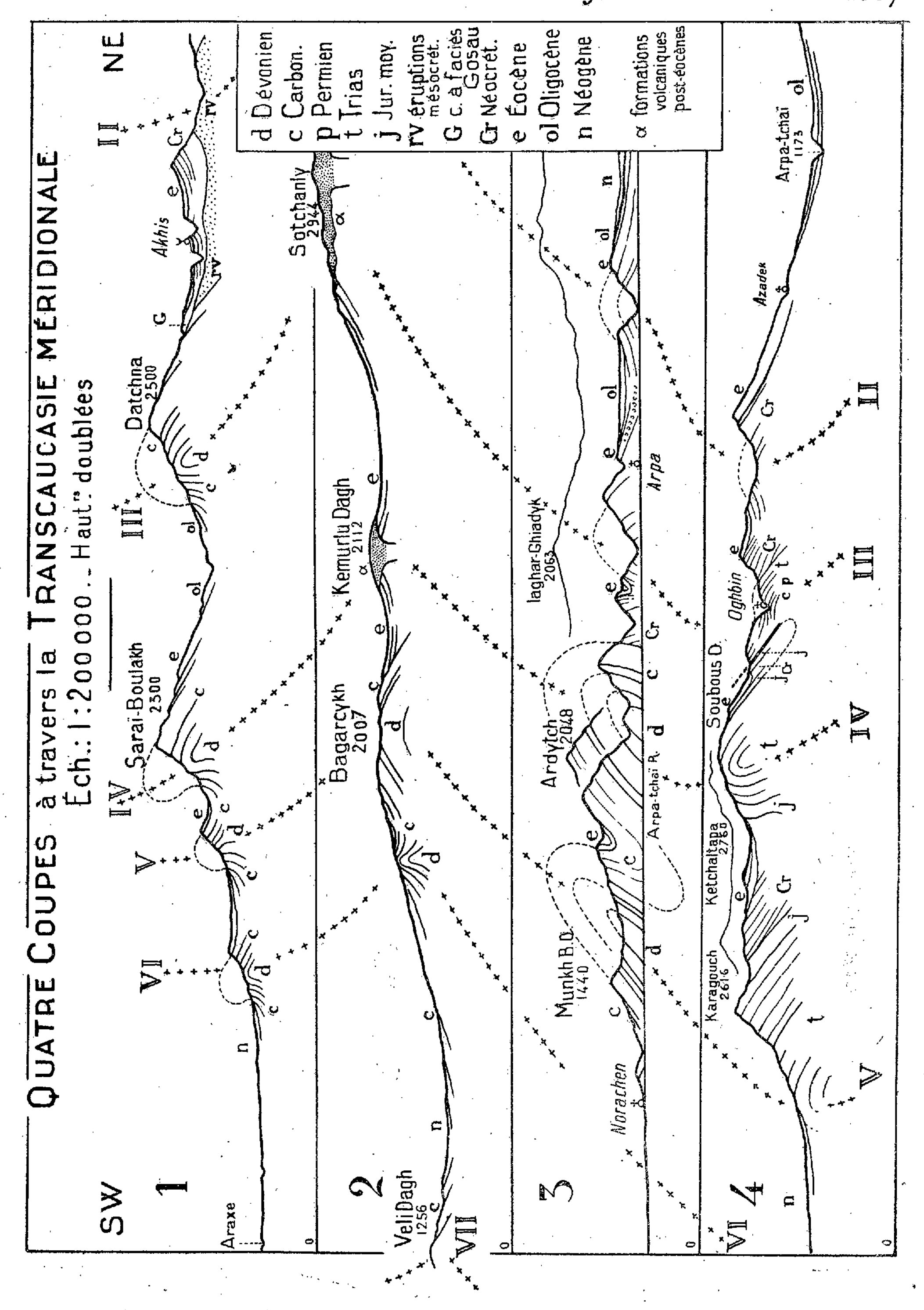
On peut, sur des heulandites de compositions chimiques connues, répéter les mêmes déterminations en adoptant pour paramètres ceux trouvés pour les cristaux étudiés directement. On trouve toujours pour les atomes d'oxygène des nombres voisins de 36. Les écarts avec ce nombre peuvent être attribués aux erreurs d'analyse, l'oxygène n'étant pas dosé directement totalise les erreurs faites sur les autres éléments.

Il faut bien admettre, à cause de ces nombres fractionnaires d'atomes, que la maille cristalline donnée par les rayons X ne se répète pas identique à elle-même, et comme le fait a été constaté plusieurs fois, on est conduit à supposer que ce sont les atomes d'oxygène, qui, par leur nombre considérable et leur grand volume atomique comparés à ceux des atomes électropositifs, constituent la charpente de l'édifice cristallin. Dans les espaces vides, les atomes métalliques viennent se loger en assurant l'équilibre électrique du cristal; ils peuvent se substituer les uns aux autres suivant des lois qu'il semble ici difficile de préciser.

Cet édifice d'atomes ainsi réalisé est très peu compact; le volume moyen occupé par un atome d'oxygène est ici égal à $28,9.10^{-24}$ cm^3, alors que dans un assemblage compact, réalisé dans un grand nombre de corps, ce volume est $13,9.10^{-24}$ cm^3. Dans ce réseau si peu serré, il reste de grands vides qu'occupent les molécules d'eau. L'étude systématique de la déshydratation de cette zéolithe a montré que les molécules d'eau ne contribuaient pas à la diffraction des rayons X par le réseau cristallin : elles sont réparties au hasard à l'intérieur de ce réseau.

GÉOLOGIE. — *Sur le sens de la poussée dans le géosynclinal sud-transcaucasien et ses relations avec le rebroussement volcanisé.* Note de M. **Pierre Bonnet**, transmise par M. Louis de Launay.

Depuis que, revenant à la conception déjà ancienne de la disposition en chaîne double des plissements géosynclinaux, les récentes généralisations tectoniques ont attiré l'attention sur le sens du déversement respectif des deux ailes, les quelques auteurs qui ont essayé d'embrasser dans leurs synthèses les régions caucasiennes ont exprimé sur la tectonique de celles-ci des opinions essentiellement contradictoires (Kober, Wilser, etc.).


QUATRE COUPES à travers la TRANSCAUCASIE MÉRIDIONALE
Éch.: 1:200000. Haut.rs doublées
SW
NE
d Dévonien
c Carbon.
p Permien
t Trias
j Jur. moy.
rv éruptions mésocrét.
G c. à faciès Gosau
Cr Néocrét.
e Éocène
ol Oligocène
n Néogène
α formations volcaniques post-éocènes
Araxe
Sarai-Boulakh 2300
Datchna 2500
Akhis
Veli Dagh 1256
Bagarcykh 2007
Kemurlu Dagh 2112
Sotchanly 2944
Norachen
Munkh B.D. 1440
Ardytch 2048
Arpa-tchaï R.
Iaghar-Ghiadyk 2063
Arpa
Karagouch 2616
Ketchaltapa 2780
Soubous D.
Oghbin
Azadek
Arpa-tchaï 1173

J'ai déjà montré dès 1913 la poussée au Sud-Ouest à laquelle avaient été soumises les chaînes de l'Araxe moyen; mais il m'a paru intéressant de compléter ces données en apportant, au moyen de quelques coupes, des précisions que j'ai depuis acquises sur ce sujet.

A cet effet j'ai choisi parmi les nombreuses coupes transversales que j'ai levées, les quatre figurées ci-dessus. La première traverse les arcs occidentaux [1], la quatrième les arcs orientaux, chacune montrant respectivement en résumé les caractères de l'un et de l'autre de ces groupes. Entre elles — et c'est ici que j'attire spécialement l'attention —, j'ai intercalé deux autres coupes pour montrer les particularités du raccord qui s'opère entre les deux segments. L'une (coupe n° 2), passant par l'arête de rebroussement, manifeste la *neutralité de la poussée* au niveau de celui-ci : résultat de la résistance inerte du bloc paléozoïque qui le constitue, et où l'effort se traduit par la production de cassures volcanisées.

L'autre coupe (n° 3), voisine du rebroussement au Sud-Est, montre dans sa moitié méridionale une *poussée franchement dirigée vers le Nord-Est;* et cette contre-poussée se combine avec l'important *abaissement d'axes* que franchit la gorge transversale de l'Arpa-tchaï inférieur. Il s'agit, dans ce dernier cas, simplement d'une poussée localisée, affectant seulement les deux anticlinaux médians (IV et V) dans leur partie adjacente au rebroussement : une torsion change en effet rapidement, vers l'Est, le sens du déversement, et ces éléments reprennent bientôt l'allure générale, en se conformant à nouveau au mouvement de l'ensemble, que nous voyons rétabli nettement dans le groupe des arcs orientaux (coupe n° 4). La partie paléozoïque des premiers éléments occidentaux de ces arcs est seule affectée par ce phénomène d'inversion de la poussée : en effet, adhérant d'une part au bloc paléozoïque du rebroussement, ils sont d'autre part entraînés par la forte avancée au Sud de la masse centrale des arcs orientaux à matériel mésozoïque.

Il y a donc, en cette région, *poussée générale au Sud-Ouest, contrariée seulement au voisinage immédiat du rebroussement par une contre-poussée locale vers le Nord-Est : par suite il est difficile d'envisager le Sud transcaucasien comme une partie de l'aile nord du géosynclinal déversée vers l'extérieur.*

L'extension probable en Perse septentrionale de la structure en chapelets

---

(1) Voir Pierre Bonnet, *Sur la structure tectonique de la Transcaucasie méridionale* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 559).

arqués de dômes paléozoïques et mésozoïques avec rebroussements volcanisés, ainsi que je l'ai admise dans ma Note précédente, doit entraîner également dans ce pays la production de phénomènes analogues; et peut-être retrouvera-t-on des traits comparables dans le reste de l'isthme caucasique, à l'ensemble duquel j'ai naguère (1920) étendu la même conception structurale.

On pourra s'attendre alors à rencontrer, dans un ensemble poussé au Sud, des indices restreints et localisés de poussée vers le Nord.

GÉOLOGIE. — *Sur les formations glaciaires du Massif de Néoubielhe (Hautes-Pyrénées)*. Note de M. **Marcel Roubault**, transmise par M. Pierre Termier.

Le Massif de Néoubielhe est un massif essentiellement granitique situé immédiatement au sud du pays de Bigorre. Il est limité au Nord par le parallèle du Col du Tourmalet, au Sud par celui du Port de Campbielh, à l'Ouest par le Gave de Pau et à l'Est par la Neste d'Aure. Son relief est très accusé et atteint les cotes maxima au Pic de Néoubielhe (3092^m), au Pic Long (3191^m) et au Pic de Campbielh (3175^m). Des crêtes abruptes et d'accès difficile délimitent une série de bassins correspondant à l'emplacement d'autant d'anciens glaciers et dont les parties basses sont actuellement occupées par de nombreux lacs. Les formations glaciaires y sont d'une rare netteté et plusieurs séjours dans cette région m'ont permis de retracer avec assez de précision les différents stades d'évolution glaciaire dans la partie centrale du massif, aux environs d'Orédon.

L'étude de cette partie centrale montre que le modelé glaciaire actuel y est le résultat de l'évolution de deux grands glaciers descendant, l'un du Pic de Néoubielhe, l'autre du Pic Long et du Pic de Campbielh. Les considérations suivantes se rapportent au premier.

Les crêtes qui limitent l'aire d'extension maximum du glacier de Néoubielhe sont jalonnées par le Pic des Laquets, le Turon de Néoubielhe, le Pic de Néoubielhe, la Brèche de Chaussenque, le Pic de Tracens, le Pic d'Anglade et le Mont Pelat. Toute cette région était primitivement couverte de glace, ainsi qu'en témoignent les polis glaciaires presque uniformément répandus sur toutes les surfaces rocheuses (abstraction faite de quelques crêtes limitant des bassins secondaires). Par l'emplacement actuel du Col d'Estoudou, où il a laissé des dépôts morainiques, le glacier s'écoulait vers

la vallée de l'Oule où il rejoignait le glacier descendant de la région de Portbielh; de là, l'ensemble s'engageait dans la partie basse de l'actuelle vallée de Couplan.

A partir de cette phase initiale on peut suivre toute l'évolution du glacier jusqu'à son état actuel. Outre la présence des roches polies et le profil en forme d'auge des deux vallées où sont les lacs d'Aumar, d'Aubert et les trois petits lacs dits laquets, il existe des restes importants de moraines au pied du Col d'Estoudou (près du bord du lac d'Orédon) en amont de la tourbière située à la cote 2170 (dite tourbière Despax) et entre les lacs d'Aumar et d'Aubert. Enfin le lac d'Aubert est actuellement à un niveau notablement inférieur à celui du lac d'Aumar.

De tout ceci il résulte que le glacier s'écoulant d'Aumar vers l'Est en passant par l'emplacement de la tourbière Despax a vu d'abord son axe subir une translation vers le Sud (présence de plusieurs paliers sur la crête qui va du Col d'Estoudou au Chalet d'Orédon); en même temps la dépression correspondant au lac d'Orédon s'accentuait sous les effets de l'érosion produite par le glacier du Pic Long qui travaillait concurremment avec celui du Néoubielhe. Ce dernier glacier s'est alors incurvé vers le Sud, descendant d'abord vers l'anse orientale du lac, puis, après le dépôt de la moraine située en amont de la tourbière Despax, directement vers le lac, après avoir simplement contourné la butte qui sépare les Laquets du lac d'Aumar. Déjà à cette époque une partie importante du glacier s'écoulait probablement par la vallée d'Aubert et des Laquets. Peu à peu son « captage » par cette dernière vallée s'est accentué jusqu'au moment du dépôt de la grosse moraine située entre les lacs d'Aumar et d'Aubert, qui marque la fin du fonctionnement de la vallée d'Aumar en tant que vallée glaciaire. Enfin une simple régression de la glace a conduit de ce dernier stade au stade actuel (glacier de dimensions très restreintes) sans qu'il nous ait été possible de discerner si cette régression avait été coupée par des phases d'arrêt.

En résumé on voit que l'histoire du glacier du Néoubielhe peut être en très grande partie reconstituée. Dans le temps, les diverses phases se sont écoulées pendant une très longue durée si l'on en juge par l'altitude actuelle du lac d'Orédon (1850^{m}) et par le passage du glacier au col d'Estoudou (alt. 2250^{m}) à une époque où la dépression correspondant au lac n'existait probablement pas.

GÉOLOGIE. — *Le plongement du Moyen Atlas sous la plaine de la Moulouya (Maroc septentrional).* Note de M. **P. Russo**, transmise par M. Pierre Termier.

Dans la région située au sud de Guercif, le Moyen Atlas plonge brusquement tout entier au Nord-Est sous la plaine de la Moyenne Moulouya. Appelé à effectuer le levé détaillé de cette région, j'ai constaté un certain nombre de faits expliquant la nature de ce plongement. Les principaux sont les suivants :

1° Le Vindobonien marin à *Ostrea crassissima* et à *O. gingensis* apparaît, discordant sur le Jurassique, dans la région Jerjoub-Ras el Ksar-Tifirassine-Bou Rached. Il débute par des argiles vertes fossilifères et admet, au-dessus, des termes lagunaires (argiles gypseuses et salées), des termes côtiers (grès à ripple marks), et des termes continentaux (grès à stratification entrecroisée et à rubéfaction désertique), qui, avec des conglomérats et cailloutis de torrents, terminent la série, puissante de 400^m environ dans sa partie la plus épaisse.

2° Le Jurassique sous-jacent au Vindobonien offre, suivant une ligne WNW-ESE, Jerjoub-Bou Rached, une fracture perpendiculaire à la direction des plis du Moyen Atlas et qui partage le pays en un compartiment Nord et un compartiment Sud. Les plis du Moyen Atlas se raccordent de l'un à l'autre compartiment; la fracture est donc postérieure à leur formation.

3° Cette fracture s'accompagne d'un rejet qui, à l'Ouest, vers le Jerjoub, amène le Lias 400^m plus haut dans le compartiment Nord que dans le compartiment Sud. Le rejet change de sens dans l'Est, où il y a plongement du compartiment Nord, le Vindobonien étant 200^m plus bas sur le bord du compartiment Nord que sur celui du compartiment Sud vers Bou Rached. Le plongement d'ensemble du compartiment Nord se fait donc obliquement par rapport à la fracture : vers le Nord-Est. Sa valeur est indiquée par le fait que le Djebel Ouarirt nous montre à son extrémité Sud le Lias à 1647^m d'altitude et que, 10^{km} plus au Nord-Est, le Lias fait place au Jurassique qui disparaît sous le Vindobonien à la cote 800. Ce plongement est bien plus fort que le pendage du Vindobonien. Il faut donc admettre que la fracture s'est produite avant le dépôt des assises vindoboniennes. Mais elle a rejoué après ce dépôt; en effet ces assises offrent sur le compartiment Nord

un pendage plus fort que celui qu'elles offrent sur le compartiment Sud; d'ailleurs la fracture intéresse visiblement le Miocène, notamment au Djebel Taghzout.

4° D'autres fractures se sont fait sentir plus tard, accentuant les déplacements antérieurement amorcés : la plus récente est celle passant par le Djebel des Aït bou Hassan à l'ouest du Zobzit. et sur laquelle se trouve un volcan dont les cendres se rencontrent, très bien conservées, sur le quaternaire le plus récent des vallées, notamment vers Bouchardane.

Il semble que l'on soit en droit de conclure de ces observations que le Moyen Atlas, plissé dès les temps oligocènes, a été sectionné par une fracture qui s'accompagna de plongement vers le Nord-Est du compartiment situé au nord de cette fracture. La mer vindobonienne s'installa alors sur la dépression ainsi formée; puis un mouvement général d'exhaussement relatif de toute la région se produisant, les dépôts continentaux succédèrent aux dépôts marins. D'autre part les anciennes fractures rejouèrent et de nouvelles se produisirent, amenant l'état actuel des terrains.

Nous devons donc envisager le Moyen Atlas, non pas comme terminé au bord de la plaine de la Moulouya ni comme s'ennoyant par un abaissement d'axe, mais comme plongeant au Nord-Est par suite d'une fracture. Le compartiment plongeant n'est pas très étendu; son extrémité septentrionale, située à environ 60^{km} au nord-est de son extrémité méridionale, est marquée par les volcans de la région du Guilliz et la réapparition brusque du Jurassique surgissant du Vindobonien au Guilliz, à Chebka Bou Rekyen et à Guelb el Haïr en direction de Taourirt. La direction des plissements du Moyen Atlas et leur style sont parfaitement conservés dans ces collines et se continuent dans les très nombreux pointements jurassiques qui se succèdent de Taourirt à Oudjda.

Je vois dans tous les faits énoncés ici une série de données tendant à confirmer la continuité du Moyen Atlas, sous la Moulouya, avec l'Angad, et son raccordement avec le Tell algérien.

GÉOLOGIE. — *Le Marbre Lunel, ses variétés. Le Lunel fleuri.* Note de M. **H. Derville**, présentée par M. L. Cayeux.

Sous le nom de Marbre Lunel, on exploite dans le Boulonnais, à la carrière Hénaux de la Vallée Heureuse, une série de bancs calcaires d'une puissance approximative de 25^{m}. C'est un calcaire à grain fin, de teinte

grise ou rosée, recoupé par des niveaux organiques et des épisodes oolithiques. Ces différentes formations ont reçu des carriers des noms variés et sont exploitées à des fins diverses : le calcaire clair à grain fin (Lunel uni) et les épisodes oolithiques (partie pierre) sont utilisés comme pierre de taille pour la construction d'édifices et de monuments funéraires; les portions organiques (Lunel fleuri) fournissent des panneaux décoratifs pour intérieurs, lambris, cheminées, etc. Le Lunel uni est aussi exploité à fin de décoration surtout dans ses portions plus coquillières.

La masse du Lunel couronne l'assise à *Productus cora;* elle repose sur la dolomie à *Lithostrotion Martini* et, à sa partie supérieure, est séparée du marbre Napoléon par 4 ou 5^{m} de calcaires rubanés.

L'un de ces fleuris est constitué exclusivement par des organismes déjà connus dans le calcaire carbonifère de l'Angleterre et de la Belgique que je rapporte au genre *Mitcheldeania*, avec lequel ils présentent de curieuses analogies de forme et de structure.

Ces organismes se présentent à l'ordinaire sous l'aspect de nodules de formes diverses. En section et sur marbre poli, ils montrent une zonation concentrique très nette et d'une remarquable régularité qui se trahit par une succession de lignes alternativement foncées et blanchâtres; les premières correspondent à un tissu plus ou moins lâche et vacuolaire, les secondes à un tissu très dense chargé de calcaire granuleux. L'ensemble est uniformément constitué par des tubes verticaux dépourvus de cloisons cellulaires transversales et qui se multiplient par dichotomie, la division se faisant pour tous les tubes au même niveau.

Ces tubes montrent dans leur évolution une périodicité frappante. Droits, fins et de course régulière (zones denses et granuleuses en lame mince, lignes blanchâtres sur marbre poli), ils se dilatent périodiquement tous au même niveau et prennent l'allure de boyaux variqueux. C'est la phase de reproduction, suivie d'une multiplication des tubes et d'un élargissement de l'organisme. Il semble qu'il se forme aussi des processus horizontaux par le moyen desquels s'établissent entre les tubes des communications transversales. Les zones variqueuses sont fréquemment vacuolaires; la formation des vacuoles résulte, pour partie, d'une destruction locale des tubes provoquée par la distension et l'amincissement des parois, pour partie, de la formation des processus horizontaux.

L'organisme que je viens de décrire est un organisme saisonnier qui enregistre avec une remarquable périodicité les phases successives de vie végétative et de reproduction. A la partie supérieure du thalle, la structure

devient sensiblement plus confuse : des traînées blanches tangentielles à la surface de l'organisme font penser à la formation, dans les tubes, de diverticules latéraux comme il s'en présente dans les genres *Rhipiliopsis* et *Flabellaria*.

Mitcheldeania se rencontre à l'état sporadique dans le Viséen moyen du Boulonnais. Je l'ai trouvé en abondance à deux niveaux : dans la portion oolithique et basale du calcaire violacé sous-jacent au marbre Henriette (Banc de onze pieds de la carrière du Haut-banc) et dans le marbre Lunel dont il est ici question.

A un certain niveau, ce marbre montre des rubans coquilliers continus, de plusieurs centimètres d'épaisseur, qui sont entièrement constitués par ces nodules de *Mitcheldeania*. Un peu plus haut, mais toujours dans la même formation, on observe des organismes dressés, à structure zonaire, mais d'un dessin plus confus et plus irrégulier. La texture est très mal conservée par suite de la recristallisation et il ne reste d'observables, en partie du moins, que les zones denses granuleuses à tubes fins et réguliers. Ces organismes me paraissent devoir être rapportés au genre *Mitcheldeania*.

De cette Note et d'une autre récente deux faits ressortent, qui méritent d'être signalés :

1° La variété exubérante que peuvent présenter dans leurs formes extérieures les Siphonées fossiles, variété qui s'étend de formes presque géométriques (*Mitcheldeania*) à des formes extrêmement bizarres et irrégulières (organismes du marbre Henriette).

2° L'importance que semble prendre, dans le calcaire carbonifère du Boulonnais, le développement des Algues calcaires, importance que pressentait du reste M. Garwood dans ses remarquables études sur les Algues calcaires du *Mountain Limestone* d'Angleterre.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Influence de la constitution géologique du sol sur les points de chute de la grêle.* Note (¹) de MM. C. **Dauzère** et J. **Bouget**, présentée par M. Ch. Fabry.

Il est bien connu que certains territoires sont souvent frappés par la grêle, tandis que d'autres ne sont presque jamais atteints. Nous avons expliqué ces faits (²) par une théorie, qui fait intervenir l'ionisation négative sur-

(¹) Séance du 11 juin 1930.

(²) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 835; *La Météorologie*, nos 49 à 51, avril-juin 1929, p. 145.

abondante de l'air au contact des terrains dangereux; nous avons montré que cette ionisation, ainsi que la chute de la grêle et de la foudre, est en relation avec la constitution géologique du sol. Or nous avons observé le 20 juillet 1929 un orage à grêle remarquable, dans lequel l'influence de la nature du sol s'est manifestée avec une grande netteté.

Le cumulo-nimbus, formé à l'ouest de Bagnères était dirigé de WNW à ESE, par l'action d'un vent très faible à peu près insensible au niveau du sol. Une forte pluie (22^{mm} en une heure) tombait à Bagnères avec quelques grêlons épars, pendant qu'une violente chute de grêle se produisait sur trois plages des terrains environnants, que nous avons soigneusement explorées le lendemain.

La première plage était de faible étendue; elle prenait naissance au NW d'un petit col, qui domine la vallée de l'Adour au sud du village de Baudéan; ce col a été produit par l'érosion dans une bande de schistes albiens (ardoisiers, siliceux), bordés de chaque côté par des calcaires jurassiques (1). La grêle, à partir du col, avait suivi uniquement la bande de schistes, épargnant les calcaires, et traversé ensuite la vallée de l'Adour, dont elle avait ravagé les cultures sur le prolongement de cette bande jusqu'au bourg de Campan; elle était venue se heurter ensuite aux calcaires jurassiques et crétacés de la rive opposée, qui avaient arrêté net sa propagation.

La deuxième plage, à peu près dans le prolongement de la première, était située assez haut dans la montagne aride et escarpée qui domine la vallée de Campan sur la rive droite de l'Adour; elle était rendue visible de la vallée par la couche blanche, de 10 à 15^{cm} d'épaisseur formée par la grêle. Elle couvrait uniquement une bande de schiste albien, passant par les Cabanes d'Ordincède, et entourée de tous côtés par les calcaires aptiens qui forment la presque totalité du massif (2).

La troisième plage était la plus étendue; elle commençait au nord-est du village de Gerde sur des terrains métamorphiques (micaschiste et granulite, contenant des inclusions d'ophite, de diorite, des minerais de fer). La grêle avait pris sur ces terrains et sur les schistes albiens qui leur font suite une grande intensité; toutes les récoltes étaient anéanties, principalement aux Palomières, voisines de la limite des trois terrains; métamorphique, permien, albien. La propagation de la grêle avait été arrêtée, plus à l'Est, par le front d'une large enclave de calcaire aptien qui se trouve au milieu des schistes albiens entre les villages de Lies et de Marsas.

(1) Voir *Carte géologique*, feuille de Tarbes, pour la première et la troisième plage.

(2) Voir *Carte géologique*, feuille de Luz, pour la deuxième plage.

Les phénomènes que nous venons de décrire se reproduisent souvent aux mêmes lieux, avec les mêmes circonstances. Ainsi, le 4 avril 1930, la grêle est tombée de nouveau sur les environs de Bagnères, par vent très faible de WNW; elle a été peu intense sur la ville, très forte au delà de Gerde, où elle a couvert le sol d'une couche blanche d'environ 15^{cm} d'épaisseur, qui persistait encore le lendemain vers 10^{h}. Cette plage blanche ne s'étendait pas au delà des limites du terrain métamorphique, qui était ainsi dessiné avec une fidélité remarquable; la butte calcaire (infralias), qui domine le village de Gerde du côté nord était respectée.

Nous voyons dans ces deux exemples les schistes siliceux et les roches métamorphiques jouer un rôle néfaste; c'est sur eux que la grêle prend naissance ou se renforce. Je dois ajouter que ces roches sont dangereuses à l'égard de la foudre comme à celui de la grêle, ainsi que le montrent avec évidence les nombreux arbres foudroyés et les ruines des maisons incendiées par la foudre qui s'y trouvent. Au contraire, les calcaires remplissent un rôle protecteur des plus remarquables : la grêle les respecte, elle cesse de se former et de tomber quand elle les rencontre.

Les deux actions opposées que nous venons de mettre en évidence s'exercent dans tous les orages à grêle qui se produisent dans une région où voisinent des terrains calcaires et siliceux; mais leurs effets ne sont pas toujours aussi manifestes. La netteté des exemples cités tient à l'absence ou à la faiblesse du vent horizontal; la grêle tombe alors sur les lieux mêmes au-dessus desquels elle se forme. Quand le vent est violent, il emporte la grêle loin des lieux de formation et la situation exacte de ces derniers est alors bien difficile à reconnaître.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Observations vitales sur le protoplasme des Algues.* Note [1] de M. **Pierre Dangeard**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Les Algues constituent un matériel de choix pour l'observation vitale du protoplasme et cependant il n'existe à ce sujet que des données très fragmentaires. Les *Spirogyra* et les *Vaucheria* sont jusqu'à présent les seules Algues qui aient fait l'objet d'observations protoplasmiques précises et assez complètes pratiquées sur le vivant; ce sont aussi presque les seules chez lesquelles les cytosomes (chondriosomes) ont été décrits dans le protoplasme

---

[1] Séance du 23 juin 1930.

vivant. Il était donc nécessaire de pousser les recherches plus avant et voici les résultats auxquels nous sommes arrivé.

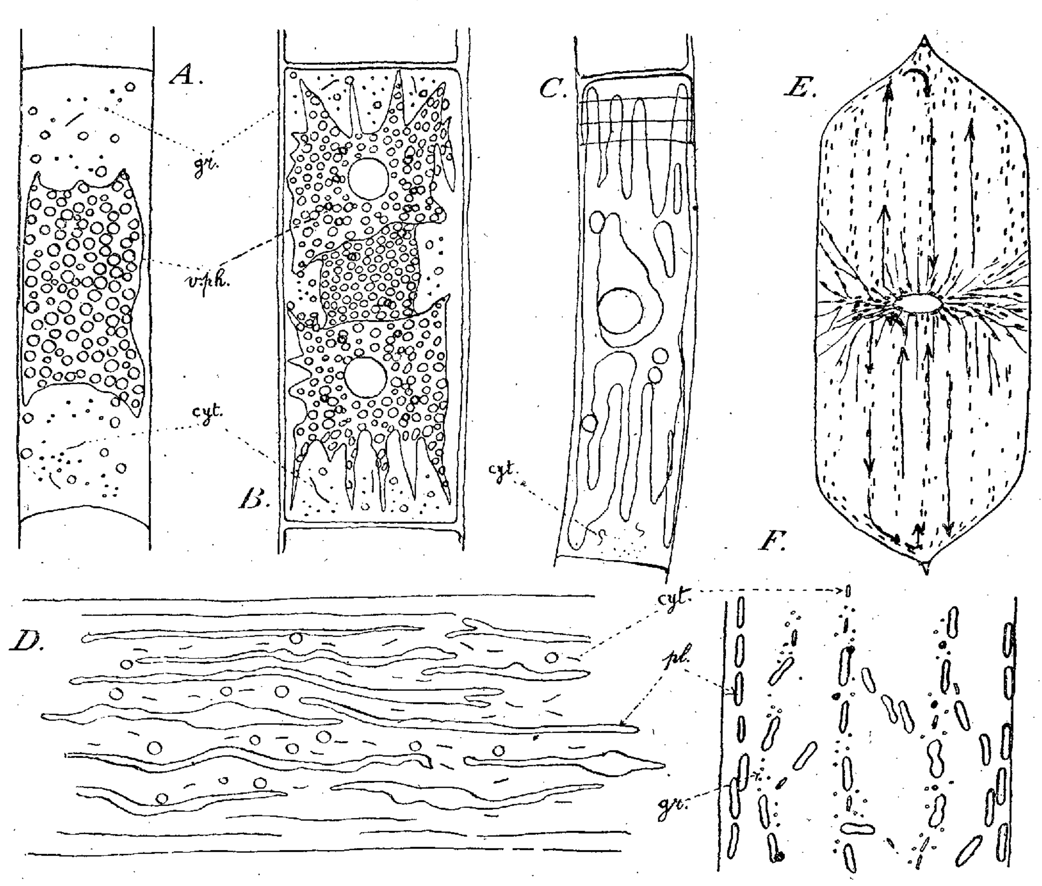


Fig. A. — Cellule de *Mougeotia*. (cyt.) cytosomes; (gr.) *granula*; (v. ph.) globules tannoïdiques recouvrant le chromatophore ou libres dans le protoplasme.

Fig. B. — Cellule de *Zygnema*. Même légende que précédemment.

Fig. C. — Cellule d'*Œdogonium*. (cyt.) cytosomes.

Fig. D. — Portion d'une cellule d'*Antithamnionella sarniensis* Lyle montrant des plastes (pl.) et des cytosomes (cyt.).

Fig. E. — Cellule de *Rhizosolenia Temperei* montrant la direction générale des courants protoplasmiques, le long desquels s'observent des alignements de plastes.

Fig. F. — Détail du protoplasme de *Rhizosolenia Castracanei*. (pl.) plastes; (cyt.) cytosomes; (gr.) *granula*.

Toutes les Algues ne se prêtent pas à l'observation vitale des cytosomes : même chez des formes filamenteuses, pourtant très transparentes, ils peuvent échapper à l'observation (*Cladophora*, *Ulothrix*). Chez les *Œdogonium* des filaments contournés, très difficiles à voir, s'observent parfois; chez les *Zyg*-

nema et les *Mougeotia* les cytosomes sont des filaments très ténus, presque sans épaisseur; ils peuvent se courber en arc et se déplacent lentement. Chez ces deux genres, et peut-être aussi chez les *Œdogonium*, les cytosomes sont accompagnés de *granula* ronds, très petits, analogues à ceux des *Spirogyra* qui circulent rapidement et ne sont pas animés de mouvement brownien.

Chez les *Spirogyra* le protoplasme en certains points peut présenter une apparence granuleuse par suite de l'abondance locale des *granula*. Cette apparence est constante chez les *Closterium* (*C. Ehrenbergii*, *C. intermedium*) dont le protoplasme aux courants très actifs renferme dans toutes ses parties d'innombrables granules ronds très petits qui, en même temps qu'ils sont charriés, subissent des déplacements très rapides les uns par rapport aux autres, de sorte qu'on a l'impression de les voir tourbillonner. Quelques petites vacuoles déformables et quelques globules réfringents sont entraînés également dans les courants protoplasmiques.

Chez beaucoup de Diatomées l'observation vitale ne permet d'observer que le noyau, les chromatophores, le vacuome et des grains de métaplasme. Chez quelques espèces marines nous avons pu cependant reconnaître l'existence de cytosomes filamenteux. Chez les *Licmophora* les cytosomes sont peu mobiles, par instant on en voit quelques-uns effectuer un court trajet assez rapidement. Il en est de même chez les *Coscinodiscus*. Chez les *Rhizosolenia*, observés dans le très beau plancton hivernal de Banyuls-sur-Mer, les cytosomes en forme de bâtonnets susceptibles de se déformer sont entraînés avec les autres éléments du protoplasme (*granula*, gouttelettes grasses, souvent les plastes eux-mêmes) suivant des courants parallèles au grand axe des cellules et surtout bien nets chez les *R. Temperei*, *R. Castracanei*, *R. calcar avis*. Les cytosomes et les plastes se meuvent moins vite que les *granula* qui passent rapidement à côté d'eux. Ces grandes Diatomées marines très transparentes constituent un matériel des plus favorables à l'observation du protoplasme vivant : les cytosomes y sont d'une netteté parfaite.

On peut en dire autant de beaucoup de Floridées parmi lesquelles les *Callithamnion* et les *Ceramium* permettent d'observer, entre les rhodoplastes rubanés ou filamenteux, des cytosomes en bâtonnets ou en filaments qui se déplacent, très lentement en général et peuvent aussi se déformer.

Parmi les Phéophycées des cytosomes filamenteux, très ténus et difficiles à voir s'observent dans des cas favorables chez certains *Ectocarpus* (*E. virescens*). Ils sont principalement en forme de bâtonnets, mais très instables et se modifiant constamment dans leur contour chez le *Tilopteris Mertensii*.

L'absence de cytosomes visibles à l'examen microscopique dans certaines cellules très transparentes pose la question de la constance de ces éléments dans le protoplasme. Sans doute l'observation vitale ne suffit pas à résoudre le problème, mais le fait que les cytosomes sont tout juste discernables dans quelques cellules et très apparents dans d'autres exemples conduit à admettre des différences de visibilité qui pourraient expliquer l'absence constatée de ces éléments dans certains cas.

Dans les cellules où les cytosomes sont très apparents leurs caractères physiques sont identiques à ceux des cytosomes des Phanérogames observés vitalement. Leur valeur morphologique est donc certaine.

La séance est levée à $16^h 30^m$.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 26 mai 1930.)

Note de M. *André Blondel*, Conditions de stabilité d'un turbo-alternateur couplé sur un réseau, en tenant compte du régulateur :

Page 1215, équation (13), *au lieu de*

$$\xi\left(l\frac{dw}{dt}-w\right)+K'\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{d\theta}{dt}+C\theta=0,$$

lire

$$\xi Q\left(l\frac{dw}{dt}-w\right)+K'\frac{d^2\theta}{dt^2}+a\frac{d\theta}{dt}+C\theta=0.$$

(Séance du 2 juin 1930.)

Note de M. *H. Deslandres*, Propriétés des séries et raies anormales dans les spectres atomiques :

Page 1251, ligne 4, *au lieu de* Les spectres de raies, *lire* Les spectres de lignes.
Page 1252, ligne 19, *au lieu de* $\lambda 3421\,\nu=(27+{}^1/_2)\,d_1+a$, *lire* $(27+{}^1/_2)\,d_1+0$.
Page 1254, ligne 15, *au lieu de* Bevan (1916), *lire* Bevan (1912).

Note de M. *Jacques de Lapparent*, De la tenue du titane dans les bauxites :

Page 1312, titre, *au lieu de* teneur, *lire* tenue.
Page 1313, ligne 1, *au lieu de* classique, *lire* clastique.

(Séance du 16 juin 1930.)

Note de M. *Léon Lecornu*, Sur les surfaces funiculaires :

Page 1347, ligne 8, *au lieu de* trois premiers ordres, *lire* quatre premiers ordres.

(Séance du 23 juin 1930.)

Note de MM. *H. Simonnet* et *G. Tanret*, Sur la calcification du poumon chez le lapin par l'ergostérol irradié :

Page 1528, ligne 8 (Ca aortique : thoracique), *au lieu de* 30,68, *lire* 10,68

FIN DU TOME CENT-QUATRE-VINGT-DIXIÈME.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUIN 1930.

TABLE DES MATIÈRES DU TOME 190.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

Y

Z

TABLE DES AUTEURS.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

W

Y

Z

GAUTHIER-VILLARS ET Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCE
89745-31 Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.